Деление вещественных чисел в формате с плавающей точкой

Содержание

1. Беззнаковое деление мантисс
   - Деление мантисс с восстановлением остатков
   - Деление без восстановления остатков
2. Деление мантисс в дополнительном коде
   - Теория
   - Примеры
3. Задания на практику
   - Проходное
   - Мегамозг
4. Самообучение

Деление чисел в формате с плавающей точкой

$$\frac{A}{d} = q = \frac{m_A \cdot 2^{p_A}}{m_d \cdot 2^{p_d}} = \left(\frac{m_A}{m_d}\right) \cdot 2^{(p_A - p_d)},$$

где A — делимое, d — делитель, q — частное.

Отдельно обрабатываются исключительные случаи:

1. деления на ноль;
2. деления ноля.

Алгоритм деления ненулевых чисел $\frac{A}{B}$

1. Вычитанием из порядка делимого порядка делителя определяется порядок частного: $p_q = (p_A - p_d)$.
2. Делением мантиссы делимого на мантиссу делителя определяется мантисса частного: $m_q = \frac{m_A}{m_d}$. Деление мантисс см. далее.
3. Выполняется нормализация частного q. Фиксируется результат или ошибка.

Пример деления дробных чисел (10СС, $n = 3$)

Англо-американская система: $0.738/0.345 \approx 2.139$

		— мантисса частного
0 , 7 3 8	:0,345	— мантиссы делимого:делителя

Пример деления дробных чисел (10СС, $n = 3$)

Англо-американская система: $0.738/0.345 \approx 2.139$

	2	,					— мантисса частного
	0	,	7	3	8	:0,345	— мантиссы делимого:делителя
	0	,	7	3	8		
-	0	,	6	9	0		
=	0	,	*	4	8		$q_0 = 2$

Пример деления дробных чисел (10СС, $n = 3$)

Англо-американская система: $0.738/0.345 \approx 2.139$

	2	,	1					— мантисса частного
	0	,	7	3	8		:0,345	— мантиссы делимого:делителя
	0	,	7	3	8			
-	0	,	6	9	0			
=	0	,	*	4	8			$q_0 = 2$
	0	,	*	4	8	0		
-	0	,	*	3	4	5		
=	0	,	*	1	3	5		$q_{-1} = 1$

Пример деления дробных чисел (10СС, $n = 3$)

Англо-американская система: $0.738/0.345 \approx 2.139$

	2	,	1	3					— мантисса частного
	0	,	7	3	8			:0,345	— мантиссы делимого:делителя
	0	,	7	3	8				
-	0	,	6	9	0				
=	0	,	*	4	8				$q_0 = 2$
	0	,	*	4	8	0			
-	0	,	*	3	4	5			
=	0	,	*	1	3	5			$q_{-1} = 1$
	0	,	*	1	3	5	0		
-	0	,	*	1	0	3	5		
=	0	,	*	*	3	1	5		$q_{-2} = 3$

Пример деления дробных чисел (10СС, $n = 3$)

Англо-американская система: $0.738/0.345 \approx 2.139$

	2	,	1	3	9					— мантисса частного
	0	,	7	3	8				:0,345	— мантиссы делимого:делителя
	0	,	7	3	8					
-	0	,	6	9	0					
=	0	,	*	4	8					$q_0 = 2$
	0	,	*	4	8	0				
-	0	,	*	3	4	5				
=	0	,	*	1	3	5				$q_{-1} = 1$
	0	,	*	1	3	5	0			
-	0	,	*	1	0	3	5			
=	0	,	*	*	3	1	5			$q_{-2} = 3$
	0	,	*	*	3	1	5	0		
-	0	,	*	*	3	1	0	5		
=	0	,	*	*	*	*	4	5		$q_{-3} = 9$

Пример деления дробных чисел (10СС, $n = 3$)

Англо-американская система: $0.738/0.345 \approx 2.139$

	2	,	1	3	9	1					— мантисса частного
	0	,	7	3	8					:0,345	— мантиссы делимого:делителя
	0	,	7	3	8						
-	0	,	6	9	0						
=	0	,	*	4	8						$q_0 = 2$
	0	,	*	4	8	0					
-	0	,	*	3	4	5					
=	0	,	*	1	3	5					$q_{-1} = 1$
	0	,	*	1	3	5	0				
-	0	,	*	1	0	3	5				
=	0	,	*	*	3	1	5				$q_{-2} = 3$
	0	,	*	*	3	1	5	0			
-	0	,	*	*	3	1	0	5			
=	0	,	*	*	*	*	4	5			$q_{-3} = 9$
	0	,	*	*	*	*	4	5	0		
-	0	,	*	*	*	*	3	4	5		
=	0	,	*	*	*	*	1	0	5		$q_{-4} = 1$ — для округления!

Целочисленное деление (2СС, $n = 3$), 0.625/0.75

Англо-американская система $(0.101)_2/(0.110)_2 \approx (0.111)$

		Частное
0 , 1 0 1	:0.110	Делимое

Целочисленное деление (2СС, $n = 3$), $0.625/0.75$

Англо-американская система $(0.101)_2/(0.110)_2 \approx (0.111)$

	0	,					Частное
	0	,	1	0	1	:0.110	Делимое
	0	,	1	0	1		
-	0	,	0	0	0		
$=$	0	,	1	0	1		$q_0 = 0$

Целочисленное деление (2СС, $n = 3$), 0.625/0.75

Англо-американская система $(0.101)_2/(0.110)_2 \approx (0.111)$

	0	,	1					Частное
	0	,	1	0	1		:0.110	Делимое
	0	,	1	0	1			
-	0	,	0	0	0			
=	0	,	1	0	1			$q_0 = 0$
	0	,	1	0	1	0		
-	0	,	*	1	1	0		
=	0	,	*	1	0	0		$q_{-1} = 1$

Целочисленное деление (2СС, $n = 3$), 0.625/0.75

Англо-американская система $(0.101)_2/(0.110)_2 \approx (0.111)$

	0	,	1	1						Частное
	0	,	1	0	1				:0.110	Делимое
	0	,	1	0	1					
-	0	,	0	0	0					
=	0	,	1	0	1					$q_0 = 0$
	0	,	1	0	1	0				
-	0	,	*	1	1	0				
=	0	,	*	1	0	0				$q_{-1} = 1$
	0	,	*	1	0	0	0			
-	0	,	*	*	1	1	0			
=	0	,	*	*	*	1	0			$q_{-2} = 1$

Целочисленное деление (2СС, $n = 3$), 0.625/0.75

Англо-американская система $(0.101)_2/(0.110)_2 \approx (0.111)$

	0	,	1	1	0					Частное
	0	,	1	0	1				:0.110	Делимое
	0	,	1	0	1					
-	0	,	0	0	0					
=	0	,	1	0	1					$q_0 = 0$
	0	,	1	0	1	0				
-	0	,	*	1	1	0				
=	0	,	*	1	0	0				$q_{-1} = 1$
	0	,	*	1	0	0	0			
-	0	,	*	*	1	1	0			
=	0	,	*	*	*	1	0			$q_{-2} = 1$
	0	,	*	*	*	1	0	0		
-	0	,	*	*	*	0	0	0		
=	0	,	*	*	*	1	0	0		$q_{-3} = 0$

Целочисленное деление (2СС, $n = 3$), 0.625/0.75

Англо-американская система $(0.101)_2/(0.110)_2 \approx (0.111)$

	0 , 1 1 0 $\tilde{1}$		Частное
	0 , 1 0 1	:0.110	Делимое
	0 , 1 0 1		
-	0 , 0 0 0		
=	0 , 1 0 1		$q_0 = 0$
	0 , 1 0 1 0		
-	0 , * 1 1 0		
=	0 , * 1 0 0		$q_{-1} = 1$
	0 , * 1 0 0 0		
-	0 , * * 1 1 0		
=	0 , * * * 1 0		$q_{-2} = 1$
	0 , * * * 1 0 0		
-	0 , * * * 0 0 0		
=	0 , * * * 1 0 0		$q_{-3} = 0$
	0 , * * * 1 0 0 0		
-	0 , * * * * 1 1 0		
=	0 , * * * * * 1 0		$q_{-4} = 1$, только для округления!

Начальное состояние:

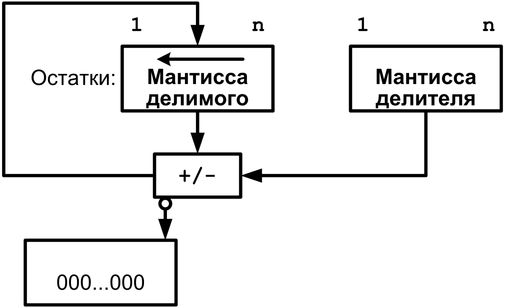


Схема деления мантисс I-м способом

Потенциально бесконечная точность

Конечное состояние:

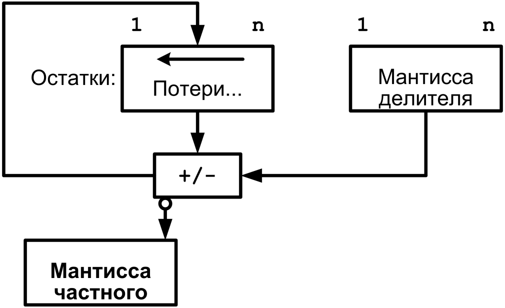


Схема деления мантисс II-м способом

Начальное состояние:

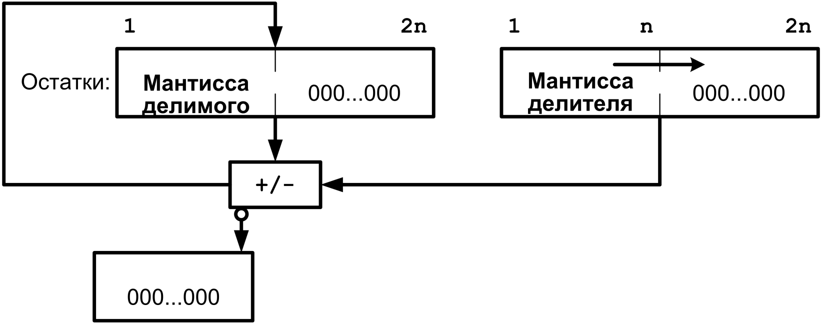
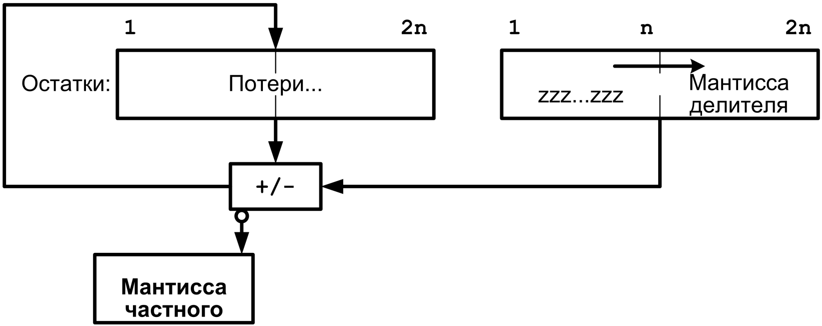


Схема деления мантисс II-м способом

Конечное состояние:



Деление нормализованных двоичных мантисс

Нормализованная мантисса вещественного числа $X \neq 0$

m_X представляет собой число, целая часть которого — ноль, а в старшем разряде дробной части — единица: $(0.\underbrace{1xxx\cdots xxx}_{\text{мантисса}})_2$

Так как нормализованная мантисса — это число из интервала: $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$, то результат деления мантисс будет находиться в $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$.

Результат либо нормализован, либо нет:

$$(0.1xxx\cdots xxx)_2 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right),$$

$$(1.xxxx\cdots xxx)_2 \in [1, 2)$$

Ситуации ПРС и ПМР

Как и в умножении с плавающей точкой, возможны ситуации:

- ПРС, возникающей, когда результат вычитания порядков операндов выходит за пределы представления *положительных* порядков. При делении ситуация ПРС является неустранимой, так как в процессе нормализации порядок результата может только увеличиваться. В случае ПРС — фиксируется ошибка вычислений.
- ПМР, возникающей, когда результат вычитания порядков операндов выходит за пределы представления *отрицательных* порядков. При делении ситуация ПМР является устранимой, так как в процессе нормализации порядок результата может увеличиваться и порядок результата может «вернуться» в диапазон. В случае ПМР — в качестве результата выдается ноль (и при необходимости устанавливается ПМР-флаг).

Алгоритм деления мантисс с восстановлением остатков

Вход: n-разрядные мантиссы операндов, p_q — порядок результата

1. $i \leftarrow 0$; в соответствии со схемой способа инициализировать регистры: остатка Δ, делителя d, частного q.
2. Получить новый остаток $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$;
3. Если $\Delta \geq 0$, то в младший разряд частного занести 1. Если $i = 0$ (ненормализованный результат), то $i \leftarrow (i + 1)$; $p_q \leftarrow (p_q + 1)$.
4. Если $\Delta < 0$, то в младший разряд частного занести 0 и выполнить восстановление старого значения остатка: $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.
5. В соответствии со схемой выполнить сдвиги регистров: q, Δ, d.
6. $i \leftarrow (i + 1)$. Если $i \leq n$, то к шагу 2.
7. Выполнить округление (не обязательный шаг), получив еще один остаток $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$ и увеличив частное на единицу, если $\Delta \geq 0$.

Форматы для примеров

1. С порядком:

9	8 4	3	2 0
X	XXXXX	X	XXX

   где разряды [9 : 4] — ПК мантиссы, [9] — знак числа, [8 : 4] — разряды нормализованного модуля мантиссы, [3 : 0] — ПК порядка, [3] — знак порядка, [2 : 0] — модуль порядка.

2. С характеристикой:

9	8 4	3 0
X	XXXXX	XXXX

   где разряды [9 : 4] — ПК мантиссы, [9] — знак числа, [8 : 4] — разряды нормализованного модуля мантиссы, [4 : 0] — характеристика.

Деление $(-29)/50$ с восстановлением остатков I-й способ

Операнды и получение порядка частного

$A = -29 =$

9	8 … 4	3	2 … 0
1	11101	0	101

$d = 50 =$

9	8 … 4	3	2 … 0
0	11001	0	110

Определяется предварительный порядок частного. Используем для работы с порядками модифицированный дополнительный код:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 00{,}101 \\ 11{,}010 \\ \hline 11{,}111 \end{array} \end{array}$$

$\text{МДК}(p_q) = 11{,}111.$

Деление $(-29)/50$ с восстановлением остатков I-й способ

Деление мантисс

Частное $q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.....	0,11101	0,11001	операнды; $i = 0$
....1	0,11101+1,00111=0,00100		$\Delta_1 = \Delta_0, p_q \leftarrow (p_q + 1)$; МДК$(p_q) = 00{,}000$;
...1.	0,0100.		Сдвиги;
...10	0,0100.+1,00111=1,01111		$\Delta_2 < 0$;
	1,01111+0,11001=0,0100.		Восстановление Δ_2
..10.	0,100..		Сдвиги;
..100	0,100..+1,00111=1,10111		$\Delta_3 < 0$;
	1,10111+0,11001=0,100..		Восстановление Δ_3
.100.	1,00...		Сдвиги;
.1001	1,00...+1,00111=0,00111		$\Delta_4 \geq 0$;
1001.	0,0111.		Сдвиги;
10010	0,0111.+1,00111=1,10101		$\Delta_5 < 0$;
Округление необязательно			
	1,10101+0,11001=0,0111.		Восстановление Δ_5
	0,111..		Сдвиг Δ, но не q;
10011	0,111..+1,00111=0,00011		$\Delta_6 \geq 0, m_q \leftarrow (m_q + 1)$;

Деление $(-29)/50$ с восстановлением остатков I-й способ

Фиксация результата

- Инкремент мантиссы из-за округления не повлек её ПРС — нормализация не нужна.
- Переполнения порядка частного не было: МДК$(p_q) = 00,000$.
- Знак результата $1 \oplus 0 = 1$.

Результат с округлением:

9	8 4	3	2 0
1	10011	0	000

$= 0.59375,$

$$\Delta = |0.58 - 0.59375| = 0.01375, \delta = \frac{0.01375}{0.58} \approx 2.37\%$$

Результат без округления:

9	8 4	3	2 0
1	10010	0	000

$= 0.5625, \Delta = 0.0175, \delta \approx 3.02\%$

Деление без восстановления остатков

Если новый остаток Δ получается отрицательным, то к нему прибавляется делитель, чтобы восстанавить старое (положительное) значение остатка. Чтобы не тратить на это время — проследим, что происходит к моменту получения следующего остатка Δ'.

- В первом способе:

$$\Delta' = \begin{cases} 2 \cdot \Delta + d, & \text{если } \Delta < 0\text{: } 2 \cdot (\underbrace{\Delta + d}_{\text{В.О.}}) - d = 2 \cdot \Delta + d, \\ 2 \cdot \Delta - d, & \text{если } \Delta \geq 0. \end{cases}$$

- Во втором способе:

$$\Delta' = \begin{cases} \Delta + d/2, & \text{если } \Delta < 0\text{: } (\underbrace{\Delta + d}_{\text{В.О.}}) - d/2 = \Delta + d/2, \\ \Delta - d/2, & \text{если } \Delta \geq 0. \end{cases}$$

Алгоритм деления мантисс без восстановления остатков

Вход: n-разрядные мантиссы операндов, p_q — порядок результата

1. $i \leftarrow 0$; в соответствии со схемой способа инициализировать регистры: остатка Δ, делителя d, частного q.
2. Получить новый остаток: если $\Delta \geq 0$, то $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$, иначе $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.
3. Если $\Delta \geq 0$, то в младший разряд частного занести 1. Если $i = 0$ (ненормализованный результат), то $i \leftarrow (i+1)$; $p_q \leftarrow (p_q + 1)$.
4. Если $\Delta < 0$, то в младший разряд частного занести 0.
5. В соответствии со схемой выполнить сдвиги регистров: q, Δ, d.
6. $i \leftarrow (i+1)$. Если $i \leq n$, то к шагу 2.
7. Выполнить округление (не обязательный шаг), получив еще один остаток (см. шаг 2) и увеличив частное на единицу, если $\Delta \geq 0$.

$$A = 50 = \begin{array}{|c|c|c|} \multicolumn{1}{l}{\scriptstyle 9} & \multicolumn{1}{l}{\scriptstyle 8 \qquad 4} & \multicolumn{1}{l}{\scriptstyle 3 \qquad 0} \\ \hline 0 & 11001 & 1110 \\ \hline \end{array}$$

$$B = -29 = \begin{array}{|c|c|c|} \multicolumn{1}{l}{\scriptstyle 9} & \multicolumn{1}{l}{\scriptstyle 8 \qquad 4} & \multicolumn{1}{l}{\scriptstyle 3 \qquad 0} \\ \hline 1 & 11101 & 1101 \\ \hline \end{array}$$

Определяется харатеристика частного: $c_q = (c_A - c_d) + \Delta$. Используем для работы с характеристиками МДК:

$$00,1110 + 11,0011 + 00,1000 = 00,1001.$$

$\text{МДК}(c_q) = 00,1001.$

Деление $50/(-29)$ без ВО I-й способ

Деление мантисс

Частное $m_q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.....	00,11001	00,11101	операнды;
....0	00,11001+11,00011=11,11100		$-d, \Delta_0 < 0$; Р-т нормализован!
...0.	11,1100.		сдвиг;
...01	11,1100.+00,11101=00,10101		$+d, \Delta_1 \geq 0$;
..01.	01,0101.		сдвиг;
..011	01,0101.+11,00011=00,01101		$-d, \Delta_2 \geq 0$;
.011.	00,1101.		сдвиг;
.0110	00,1101.+11,00011=11,11101		$-d, \Delta_3 < 0$;
0110.	11,1101.		сдвиг;
01101	11,1101.+00,11101=00,10111		$+d, \Delta_4 \geq 0$;
1101.	01,0111.		сдвиг;
11011	01,0111.+11,00011=00,10001		$-d, \Delta_5 \geq 0$;
Округление необязательно			
	01,0001.		сдвиг;
11100	01,0001.+11,00011=00,00101		$-d, \Delta_6 \geq 0, m_q \leftarrow (m_q + 1)$;

Деление $50/(-29)$ без ВО I-й способ

Фиксация результата

- Инкремент мантиссы из-за округления не повлек её ПРС — нормализация не нужна.
- Переполнения характеристики частного не было:

$$\text{МДК}(c_q) = \texttt{00,1001}.$$

- Знак результата $(1 \oplus 0) = 1$.

Результат с округлением:

9	8 … 4	3 … 0
1	11100	1001

$= 1.75, \Delta \approx 0.0259, \delta = 1.5\%$

Результат без округления:

9	8 … 4	3 … 0
1	11011	1001

$= 1.6875, \Delta \approx 0.0366, \delta = 2.125\%$

Представление мантисс в дополнительном коде

Договоримся фиксировать точку после знакового разряда.

Формат с порядком:

	9 4	3	2 0
0 =	000000	0	000
9 =	010010	0	100
-9 =	101110	0	100

Формат с характеристикой:

	9 4	3 0
1 =	010000	1001
25 =	011001	1101
-25 =	100111	1101

Определение разряда частного q_0

Пусть $S(x)$ — функция, возвращающая знак x.

1. $q_0 \leftarrow 1$, если знаки делимого A и текущего остатка Δ совпадают, иначе $q_0 \leftarrow 0$.
2. q_0 инвертируется, если знаки делимого A и делителя d различны (т.е. результат отрицателен).

Выражая формулой и упрощая:

$$\begin{aligned} q_0 &\leftarrow (\underbrace{(1 \oplus S(\Delta) \oplus S(A))}_{\text{п.1 правила}} \oplus \underbrace{(S(A) \oplus S(d))}_{\text{п.2 правила}}), \\ q_0 &\leftarrow \neg(S(\Delta) \oplus S(d)), \\ q_0 &\leftarrow (S(\Delta) = S(d)). \end{aligned}$$

Процедура поиска разряда частного

Вызов: ШАГ(Δ, d, q)

1. Если знак остатка Δ и делителя d совпадают, то $\Delta \leftarrow (\Delta - d)$, иначе $\Delta \leftarrow (\Delta + d)$.

$$\Delta \leftarrow \begin{cases} (\Delta - d), & \text{если } S(\Delta) = S(d), \\ (\Delta + d), & \text{иначе.} \end{cases}$$

2. Определяется значение младшего разряда мантиссы частного: 1, если знаки остатка Δ и делителя d совпадают, иначе — 0.

$$q_0 \leftarrow (S(\Delta) = S(d)).$$

   Значение подается на вход замещения младшего разряда регистра мантиссы частного q.

3. В соответствии со схемой выполняются сдвиги регистров Δ, d, q.

Алгоритм деления мантисс в ДК без ВО

1. Если делитель — ноль, фиксируется ошибка деления на ноль.
2. Если делимое — ноль, фиксируется результат: ноль.
3. Определяется предварительный порядок частного: $p_q \leftarrow (p_A - p_d)$. Возможны ПМР или ПРС.
4. Инициализируются регистры остатка Δ и делителя d. Младший разряд регистра частного q_0 заполняются знаком будущего результата: $q_0 \leftarrow (sign(A) \oplus sign(d))$.
5. Устанавливается шаг $i \leftarrow 1$. Нужно выполнить $(n-1)$ шагов.
6. Выполняется ШАГ(Δ, d, q).
7. $i \leftarrow (i+1)$. Если $i < n$, то выполняется переход к пункту 6.
8. Если m_q нормализована, то $p_q \leftarrow (p_q + 1)$ и переход к пункту 10. Возможно ПРС.
9. Выполняется ШАГ(Δ, d, q),
10. Фиксируется ошибка или выдается результат: $m_q \cdot 2^{p_q}$.

Округление позволяет повысить точность

1. Выполняется поиск старшего разряда отбрасываемой части. Для этого выполняется ШАГ(Δ, d, q), но сдвиг регистра частного не выполняется.
2. Если найденный старший разряд отбрасываемой части — ноль, то алгоритм завершается, коррекции мантиссы не требуется.
3. В противном случае мантисса результата увеличивается на единицу $m_q \leftarrow (m_q + 1)$, что может повлечь одно из следующих взаимоисключающих последствий.
   - Временное ПРС мантиссы (возникает, если $m_q > 0$ до округления). Для коррекции мантисса сдвигается вправо, а порядок увеличивается на единицу. Возможно ПРС.
   - Потеря нормализации мантиссы (возникает, если $m_q < 0$ до округления). Для коррекции мантисса сдвигается влево, а порядок на единицу уменьшается. Возможно ПМР.
   - Ни ПРС мантиссы, ни потери нормализации не возникнет. Никаких действий по коррекции не требуется.

Деление $(-27)/(-9)$

Представление

-27 =

9 … 4	3	2 … 0
100101	0	101

-9 =

9 … 4	3	2 … 0
101110	0	100

Предварительный порядок частного: $p_q = 5 - 4 = 1$.

Деление $(-27)/(-9)$

Деление мантисс I-м способом

Частное $m_q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.,....0	11,00101	11,01110	операнды;
.,...01	11,00101+00,10010=11,10111		$-d$; $S(\Delta_1) = S(d)$;
.,..010	11,0111.+00,10010=00,00000		$-d$; $S(\Delta_2) \neq S(d)$; $\Delta = 0$!!!
.,.0101	00,0000.+11,01110=11,01110		$+d$; $S(\Delta_3) = S(d)$;
.,01011	10,1110.+00,10010=11,01110		$-d$; $S(\Delta_4) = S(d)$;
0,10111	10,1110.+00,10010=11,01110		$-d$; $S(\Delta_5) = S(d)$; m_q нормал.: $p_q \leftarrow (p_q + 1)$; Р-т отсеч. $p_q = 2$.
0,10111(+1)	10,1110.+00,10010=11,01110		$-d$; $S(\Delta_6) = S(d)$; $m_q \leftarrow (m_q + 1)$;
0,11000			Р-т округл.; $p_q = 2$.

Результат с отсечением:

$$2.875 \quad = \quad \begin{array}{c} \scriptstyle 9 \qquad\quad\; 4 \quad\; 3 \quad\; 2 \quad\; 0 \\ \boxed{010111 \,|\, 0 \,|\, 010} \end{array}$$

дает абсолютную погрешность $\Delta = |3 - 2.875| = 0.125$ и относительную $\delta = 0.125/3 \approx 0.041$.
Результат с округлением оказывается точным:

$$3 \quad = \quad \begin{array}{c} \scriptstyle 9 \qquad\quad\; 4 \quad\; 3 \quad\; 2 \quad\; 0 \\ \boxed{011000 \,|\, 0 \,|\, 010} \end{array}$$

Деление $(19)/(-25)$

Представление

$$19 = \begin{array}{l} \scriptstyle 9 \qquad\quad 4 \quad 3 \qquad 0 \\ \boxed{010011}\boxed{1101} \end{array}$$

$$-25 = \begin{array}{l} \scriptstyle 9 \qquad\quad 4 \quad 3 \qquad 0 \\ \boxed{100111}\boxed{1101} \end{array}$$

Предварительная характеристика частного: $c_q = 13 - 13 + 8 = 8$.

Деление $(19)/(-25)$

Деление мантисс I-м способом

Частное $m_q, \leftarrow$	дел-е, $\Delta \leftarrow$	дел-ль, d	прим.
.,....1	00,10011	11,00111	операнды;
.,...11	00,10011+11,00111=11,11010		$+d$; $S(\Delta_1) = S(d)$;
.,..110	11,1010.+00,11001=00,01101		$-d$; $S(\Delta_2) \neq S(d)$;
.,.1100	00,1101.+11,00111=00,00001		$+d$; $S(\Delta_3) \neq S(d)$;
.,11001	00,0001.+11,00111=11,01001		$+d$; $S(\Delta_4) = S(d)$;
1,10011	10,1001.+00,11001=11,01011		$-d$; $S(\Delta_5) = S(d)$; m_q ненорм.! Еще шаг!
1,00111	10,1011.+00,11001=11,01111		$-d$; $S(\Delta_6) = S(d)$; Р-т отсеч. $c_q = 8$;
1,00111(+1)	10,1111.+00,11001=11,10111		$-d$; $S(\Delta_7) = S(d)$; $m_q \leftarrow (m_q + 1)$;
1,01000			Р-т округл.; $c_q = 8$.

Результат с отсечением:

$$-0.78125 \quad = \quad \overset{9\qquad\qquad 4}{\boxed{100111}}\overset{3\qquad 0}{\boxed{1000}}$$

дает абсолютную погрешность $\Delta = |0.76 - 0.78125| = 0.02125$ и относительную $\delta = 0.02125/0.76 \approx 0.028$.
Результат с округлением оказывается точнее:

$$-0{,}75 \quad = \quad \overset{9\qquad\qquad 4}{\boxed{101000}}\overset{3\qquad 0}{\boxed{1000}}$$

дает абсолютную погрешность $\Delta = |0.76 - 0.75| = 0.01$ и относительную $\delta = 0.01/0.76 \approx 0.013$.

1)

Выполнить деление чисел (выбрав формат с плавающей точкой самостоятельно):

1. $25/5$, первым способом без восстановления остатков;
2. $39/10$, вторым способом без восстановления остатков.

2)

Подобрать пример, когда в результате округления возникает временное ПРС мантиссы.

Советы самоучке

Представление чисел в формате с плавающей точкой и их обработка обсуждаются в [2, 1].

Библиография I

Б.Г.Лысиков. Арифметические и логические основы цифровых автоматов / Б.Г.Лысиков. —
2 изд. —
Мн.: Выш. школа, 1980.

А.Я.Савельев. Прикладная теория цифровых автоматов / А.Я.Савельев. —
М.: Высшая школа, 1987.

Ieee standard for floating-point arithmetic: Standard / Institute of Electrical and Electronics Engineers. —
Geneva, CH: 2008.