Міністерство освіти і науки України
Департамент науки і освіти Харківської обласної державної адміністрації
Харківське територіальне відділення МАН України

Відділення: комп'ютерні науки
Секція: комп’ютерні системи та мережі

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ПОШУКУ НАЙКОРОТШОГО ШЛЯХУ В КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ

Роботу виконав:
Попович Ярослав Васильович,
учень 9 класу Харківського
Навчально-виховного комплексу
№45 «Академічна гімназія»
Харківської міської ради
Харківської області

Науковий керівник:
Руккас Кирило Маркович,
професор кафедри теоретичної та
прикладної інформатики
механіко-математичного
факультету Харківського
національного університету
імені В.Н.Каразіна, доктор
технічних наук, доцент

Харків – 2019

Розробка алгоритму пошуку найкоротшого шляху в комп’ютерних мережах

Автор роботи:Попович Ярослав Васильович;

Харківське територіальне відділення МАН України;

Харківський навчально-виховний комплекс №45 «Академічна гімназія»

Харківської міської ради Харківської області; 9 клас; м. Харків;

Науковий керівник: Руккас Кирило Маркович, професор кафедри теоретичної та прикладної інформатики механіко-математичного факультету Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна, доктор технічних наук, доцент.

1)Вступ.

З’явлення персональних комп’ютерів зажадало нового підходу до організації системи обробки даних, до створення нових інформаційних технологій. Використання комп’ютерних мереж потребувало створення великої кількості програм для обробки різної інформації.

Процес створення комп’ютерної програми для вирішення будь-якої практичної задачі складається з декількох етапів. Я розгляну етапи розробки алгоритму і тестування на прикладі програми, яка зможе знайти оптимальний варіант розподілу дітей по групам у математичному таборі. Основною метою цієї роботи є порівняння різноманітних алгоритмів для вирішення цієї задачі.

Дане дослідження може бути застосоване при розробці комп’ютерних програм, вхідні данні якої є одномірний масив, та треба знайти елемент чи під масив за особливими критеріями.

2)Результати.

В результаті проведеної роботи мною були розглянуті два відомих алгоритму пошуку, та розроблені два моїх алгоритму. Була створена програма по розподілу дітей в групи для деяких занять по критеріям. Було проаналізовано кілька алгоритмів пошуку на прикладі цієї задачі.

ЗМІСТ

ВСТУП

З’явлення персональних комп’ютерів зажадало нового підходу до організації системи обробки даних, до створення нових інформаційних технологій. Виникла необхідність у переході від використовування окремих комп’ютерів до об’єднання їх у комп’ютерну мережу.

Ці комп’ютери, які об’єднані до єдиної системи, дозволили отримати доступ до необмежених інформаційних ресурсів, що, в свою чергу, потребувало створення великої кількості програм для обробки різної інформації.

Процес створення комп’ютерної програми для вирішення будь-якої практичної задачі складається з декількох етапів: формалізація і створення технічного завдання на вихідну задачу, розробка алгоритму вирішення задачі, написання, тестування, наладка і документування програми, отримання розв’язку вихідної задачі шляхом виконання програми.

Я розгляну етапи розробки алгоритму і тестування на прикладі наступного завдання. Треба розробити програму, яка зможе знайти оптимальний варіант розподілу дітей по групам у математичному таборі на підставі віку, полу, рівня математичних знань, міста проживання, номеру школи, класу та спортивних вподобань. Для заповнення даних програми використовуються інтернет-анкети учасників, які зібрані із різноманітних міст України та різноманітних навчальних закладів. Ці дані зібрані в особову картку учасника, і підлягають до обробки, створеної мною програмою. В результаті ми можемо ставити завдання для програми, використовуючи один чи кілька перерахованих вище критеріїв.

Основною метою цієї роботи є порівняння різноманітних алгоритмів для вирішення цієї задачі.

Для реалізації поставленого завдання найкраще підходять алгоритми пошуку в одномірному масиві, так як інформація про кожного учня є елементом масиву.

Я проаналізую вже відомі алгоритми пошуку та спробую винайти та порівняти мною розроблені алгоритми.

Для досягнення цієї мети необхідно:

1. Охарактеризувати алгоритми пошуку в одномірних масивах
2. Розглянути вже відомі алгоритми пошуку
3. Розглянути методи розробки алгоритмів
4. Створити нові алгоритми
5. Створити тести
6. Протестувати кожен алгоритм
7. Порівняти роботу алгоритмів пошуку
8. Знайти оптимальний варіант для вирішення цієї задачі

Дане дослідження може бути застосоване при розробці комп’ютерних програм, вхідні данні якої є одномірний масив, та треба знайти елемент чи під масив за особливими критеріями.

РОЗДІЛ 1

ХАРАКТЕРИСТИКА АЛГОРИТМІВ ПОШУКУ В ОДНОМІРНИХ МАСИВАХ

1.1. Лінійний пошук

Лінійний, послідовний пошук — це алгоритм знаходження заданого значення довільної функції на деякому відрізку. Алгоритм лінійного пошуку є найпростішим (у реалізації) з усіх інших алгоритмів пошуку. [2]

В нього є декілька переваг та недоліків. Давайте на них подивимось.

Почнемо з того, що алгоритм послідовного пошуку не накладає ніяких обмежень на функцію, на відмінно, наприклад, від бінарного пошуку. Тобто його можна застосувати до від’ємних чисел (у нашій задачі ми цього не будемо робити).

Але в цього алгоритму є й недоліки. Наприклад, через те, що цей алгоритм перевіряє кожний елемент в масиві (зазвичай починаючи з лівого боку, з найменших чисел), в нього велика асимптотика: $O(n)$. З цього випливає, що алгоритм довго працює.

Алгоритм лінійного пошуку зазвичай використовують тільки при роботі з маленькими масивами, чи коли масив не відсортований.

Якщо ми хочемо знайти під масив (однакових елементів) у масиві, ми можемо скористатися двома різними реалізаціями:

- Якщо у масиві багато різних елементів, і мало однакових, ми можемо запустити алгоритм лінійного пошуку з лівого краю. Коли знайдемо потрібне число, запам’ятаймо його позицію, і коли знайдемо не рівне йому число запам’ятаймо позицію на 1 ділянку лівіше, а потім закінчимо йти.

- Якщо у масиві багато однакових елементів, ми можемо запустити послідовний пошук з лівого краю, а потім ще раз з правого. Наприклад, якщо в нас є такий масив: 1, 2, 2, 2, 1, і мі хочемо знайти де починається входження двійок, набагато швидше буде запустити алгоритм спочатку з лівого краю, а потім з правого, ніж спочатку з лівого, а потім продовжити йти далі. [1]

Розглянемо цей алгоритм на прикладі моєї задачі.

Протестувавши код із 100 тестів за допомогою компілятора GPU (C++ AMP), ми бачимо, що час роботи алгоритму при різних тестах склав від 1.53 секунди до 1.764 секунди, що занадто багато для виконання цієї операції. При збільшенні навантаження на систему до 10000 тестів, у кожному з яких до 100000 чисел у масиві, час виконання роботи зіставить 180.423 секунди.

В цілому, цей алгоритм добре підходить для виконання простих завдань (коли мало елементів у масиві), коли ми працюємо з від’ємними числами. А також, якщо ми хочемо дізнатись є у масиві той чи інший елемент та нам не потрібно сортувати масив, на відмінно за інші алгоритми.

Для виконання моєї задачі використання цього алгоритму не є оптимальним із-за великого часу виконання роботи.

1.2. Алгоритм двійкового пошуку (бінарний пошук)

Також для пошуку найкоротшого шляху в одномірному масиві використовують двійковий (бінарний) пошук. Цей алгоритм є найпоширенішим алгоритмом пошуку.

Двійковий пошук — це алгоритм знаходження заданого значення упорядкованому масиві, який полягає у порівнянні серединного елемента масиву з шуканим значенням, і повторенням алгоритму для тієї або іншої половини, залежно від результату порівняння. [2]

Зрозуміти як працює цей алгоритм дуже легко. Програма бере середній елемент (за знаходженням) у масиві і дивиться, якщо цей елемент дорівнює тому, що ми шукаємо, то виходимо з програми (запам’ятовуючи місце знаходження, наявність, и т.д.), інакше дивимось, якщо цей (середній) елемент менший за той, що ми шукаємо, то запускаємо ті самі дії праворуч від середнього елементу, інакше ліворуч.

На кожній ітерації алгоритму мі ділимо масив на 2 частини. І так ми робимо доки не залишиться 1 елемент. Тобто, якщо ми поділили масив на дві частини n раз, то в масиві знаходиться 2^n елементів. Із цього робимо висновок, що для знаходження потрібного елементу потрібно log n ітерацій. З цього робимо висновок, що асимптотика цього алгоритму є $O(\log_2(n))$.

Також не можна не відмітити, що цей алгоритм буде працювати тільки у відсортованому масиві, на відмінно від лінійного пошуку, що є великим недоліком.

Зазвичай пишуть одну з двох версій алгоритму двійкового пошуку: ітеративна та рекурентна.

Розглянемо обидві версії алгоритму на прикладі моєї задачі.

В ітеративній версії бінарного пошуку використовується цикл, який змінює значення змінних L і R(вони відповідають за обмеження під масиві, який ми розглядаємо), доки різниця між ними не стане <= 1.

Рекурсивна версія бінарного пошуку відрізняється тим, що програма на кожній ітерації алгоритму запускає сама себе, але з іншими параметрами.

Але це не єдина відмінність у реалізації цих алгоритмів. Рекурсивна версія записується швидше і легше, ніж ітеративна, але використовує більше пам’яті тому, що на кожній ітерації алгоритму програма створює нові змінні для запуску самої себе.

Ще в цього алгоритму є перевага, що його можна використовувати, навіть, коли в масиві є елементи з від’ємним значенням.

Я протестував цей алгоритм, на компіляторі GPU (C++ AMP), і ітеративне рішення на 100 тестах працювало від 1.09 секунди до 1.221 секунди. На 10000 тестах ітеративне рішення працювало приблизно 110 секунд.

Рекурсивне рішення майже так само. На 100 тестах воно працювало від 1.047 секунд до 1.202 секунд. А на 10000 тестах рекурсивне рішення працювало приблизно 111 секунд.

Із вищесказаної інформації можна зробити висновок, що ітеративне рішення працює так само, як і рекурсивне.

Також можна помітити, що на малих тестах лінійний пошук працює приблизно як і бінарний, але зі збільшенням тестів, збільшується і час роботи. Це можна легко пояснити. Якщо накреслити функцію $y=\log_2(x)$ та функцію y = x, можна побачити, що при маленьких значеннях змінної X, Y у обох функціях не сильно відрізняються друг від друга. (малюнок функції y = log x і функції y = x)

Для рішення мого завдання цей алгоритм повністю підходить тому, що він працює досить швидко, і його асимптотика не від чого не залежить (на відміну від наступних алгоритмів у моєму списку).

РОЗДІЛ 2
ВЛАСНА РОЗРОБКА АЛГОРИТМІВ ПОШУКУ

Для того, щоб створити алгоритм, треба знати що це таке.

Алгоритм — це набір інструкцій, які описують порядок дій виконавця для досягнення якогось результату. [1]

На даний момент розроблений ряд методів, які дозволяють отримувати ефективні алгоритми для вирішення великих класів завдань. До найвідоміших (та, мабуть, найважливіших) відносяться методи декомпозиції, динамічного програмування, «жадібні» методи пошуку з повертанням і локального пошуку.

Метод декомпозиції (або метод розбиття, або метод «розділяй і володарюй») є одним із найпоширеніших методів проектування алгоритмів. Він передбачає таке розбиття завдання розміру n на більш малі під завдання, так що в основі вирішення цих більш малих під завдань можна легко отримати рішення вихідної задачі. Як правило, алгоритми, які розроблені цим методом відрізняються легкістю розробки і високою ефективністю.

Динамічним програмуванням у найбільш загальній формі називають процес покрокового вирішення задачі, коли на кожному кроці вибирається одне рішення з купи допустимих на цьому кроці рішень, при тому таке, яке оптимізує задану цільову функцію. Цей процес покрокового рішення задачі полягає в створенні таблиць рішень всіх під задач, які доводиться вирішувати для отримання загального рішення.

«Жадібний» алгоритм — алгоритм, що полягає в прийнятті локально оптимальних рішень на кожному етапі, допускаючи, що кінцеве рішення також виявиться оптимальним.

Метод пошуку з повертанням (або метод повного перебору) застосовується у завданнях пошуку оптимального рішення, коли не вдається застосувати не один з описаних вище алгоритмів. Зазвичай це останній засіб для рішення задач, коли розглядаються усі можливі варіанти, серед яких і шукають оптимальне рішення.

Можна помітити, що алгоритм лінійного пошуку — це метод повного перебору, тому що ми проходимо по кожному елементу масиву та чекаємо доки не знайдемо потрібний.

Наш алгоритм має мати наступний набір властивостей:

Результативність — алгоритм повинен працювати швидко. Але як зрозуміти швидко працює алгоритм чи ні? Алгоритми розподіляються за швидкістю по такому принципу:

$O(1)$ — константний час (виявлення парності числа, представленого у двійковому форматі)

$O(\log_2(n))$ — логарифмічний час (зазвичай за такий час працюють алгоритми пошуку)

$O(n)$ — лінійний час (пошук суми чисел на відрізку в масиві)

$O(n \cdot \log_2(n))$ — лінійно-логарифмічний час (Quick Sort або Merge Sort)

$O(n^2)$ — квадратний час (сортування бульбашкою)

$O(n^3)$ — кубічний час (множення матриць)

$O(n!)$ — факторіальний час (задача про комівояжера) [2]

Для вирішення моєї задачі усі алгоритми, що будуть працювати довше за логарифмічний час нам не потрібні, тому метод повного перебору можна викреслити.

Правильність — результат повинен бути завжди вірним. Тому «жадібний» алгоритм нам не підходить.

Дискретність — алгоритм розбитий на окремі кроки (команди). Через це метод динамічного програмування нам не підходить.

Залишився лише метод декомпозиції. Алгоритм, який буде працювати швидше бінарного пошуку, та який буде працювати за постійний час у нас навряд вийде зробити, тому я пропоную зробити алгоритм, асимптотика якого буде залежати від відповіді. Наприклад якщо число, яке ми шукаємо порівняно з іншими буде дуже мале, то час виконання роботи буде зменшений, а якщо великий, то час виконання роботи алгоритму буде збільшений.

Спробуємо створити власний алгоритм…

2.1 Власний алгоритм пошуку А (алгоритм ділення на три)

Гарний алгоритм пошуку має бути ефективним, тому методом повного перебору та «жадібним» алгоритмом ми користуватися точно не будемо. Алгоритм бінарного пошуку написаний методом розбиття, тому що алгоритм кожен раз ділив масив на дві частини і працював тільки з однією, а також ми могли отримати відповідь тільки коли алгоритм розіб’є масив на досить багато частин і вирішить найменшу. Цей алгоритм працює досить добре, тому ми можемо спробувати створити алгоритм, який в деяких випадках буде працювати швидше за вищеописаний алгоритм.

Алгоритм бінарного пошуку розбивав масив на дві частини на кожній ітерації. Якщо на кожній ітерації розбивати масив на число частин більше ніж два(наприклад три) і перевіряти кожну частину, то цей алгоритм буде працювати довше, тому, що для розбиття масиву на три частини треба більше часу, ніж для розбиття на дві, тому нам не треба розбивати масив більше, ніж на дві частини.

Алгоритм А має багато схожого на бінарний пошук, але й відрізняється від нього. Алгоритм А так само, як і бінарний пошук може працювати з від’ємними числами, і цей алгоритм вміє працювати тільки з відсортованими масивами, так само, як і алгоритм ділення пополам.

Алгоритм А має рекурсивну реалізацію і працює дуже просто.

Він ділить масив у відношенні 1:2 (зліва), і дивиться якщо елемент на межі двох частин менше, ніж той, що ми шукаємо, то ми ще раз запустимо цей алгоритм для більшої з двох частин, якщо елемент на межі буде більшим за той, що ми шукаємо, то ми запускаємо алгоритм для меншої з двох частин. Із цього можна зробити висновок, що при малому шуканому числі цей алгоритм буде працювати набагато швидше за бінарний пошук, а при збільшенні значення шуканого числа порівняно з усіма числами масиву, ми будемо витрачати більше часу.

Давайте порахуємо найменшу (коли значення шуканого числа дорівнює значенню першого елементу масиву) асимптотику для алгоритму А, і найгіршу асимптотику (якщо значення шуканого числа дорівнює значенню останнього елементу масиву). У найвдалішому випадку ми будемо кожен раз потрапляти до меншої частини, і тоді асимптотика буде дорівнювати $O(\log_2(n))$, і на відмінно від бінарного пошуку, де логарифм був другої степені, тут він третьої степені, що набагато краще. Давайте з'ясуємо чому буде саме така асимптотика. Якщо алгоритм зробить N операцій, то в масиві буде 3^n елементів, отже при асимптотиці log N(третьої степені), буде зроблено log(3^N) = N операцій. Це можна порахувати математично.

$$n\cdot(\frac{1}{3^k})=1$$

$$n=3^k$$

$$k=\log_3(n)$$

Тепер я порахую найбільшу (коли значення шуканого числа дорівнює значенню останнього елементу масиву) асимптотику алгоритму А. На кожній ітерації алгоритму ми будемо відкидати одну третю частину елементів від тих, що залишилися. У найгіршому випадку ми k раз відкидаємо одну третю частину масиву (тобто залишаємо дві треті довжини масиву) із n елементів. А наприкінці цих дій у нас має залишитись одне число. То давайте запишемо та вирішимо рівняння:

$$n\cdot(\frac{2^k}{3^k})=1$$

$$n=\frac{3^k}{2^k}$$

$$n=(\frac{3}{2})^k$$

$$n=1.5^k$$

$$k=\log_{1.5}(n)$$

Якщо ми хочемо знайти під масив однакових елементів у масиві, ми можемо це зробити за допомогою алгоритму А двома способами.

Перший є тривіальним. Просто потрібно запустити такий пошук окремо для лівої ділянки і окремо для правої.

Другий буде працювати швидше (знову не у всіх випадках). А відрізняється від першого він тим, що нам потрібно запустити пошук правої ділянки не від початку масиву, а від, вже знайденої, лівої ділянки під масиву. Він буде працювати швидше за перший спосіб тому, що кількість елементів, яку треба перевірити буде меншою, ніж у першому випадку, та й елемент на розділі двох ділянок буде ближчий до лівого краю, ніж у першому випадку.

Цей алгоритм, хоч і має свої переваги, дуже нестабільний (у різних випадках працює за різну асимптотику), тому я не використовую його для рішення моєї задачі, але цей алгоритм може бути використаний, коли ви напевно знаєте, що потрібний вам елемент буде малим.

Чим більше разів цей алгоритм відкине більшу частину, тим менше часу він буде працювати. На кожній ітерації алгоритму вірогідність (у відсотках) того, що елемент, який ми шукаємо, знаходиться у меншій частині приблизно дорівнює

$$\frac{1}{3}\cdot 100\,\%$$

Через це можна порахувати середню асимптотику роботи цього алгоритму.

$$n\cdot\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{x}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{y}\right)=1$$

$$x+y=k$$

$$n=1.5^{x}\cdot 3^{y}$$

Так як у 66% випадків ми будемо запускати програму із більшої частини, то

$$x=2\cdot y$$

$$k=3*y$$

$$n=1.5^{(2\cdot y)}\cdot 3^{y}$$

$$n=\left(\frac{3}{2}\right)^{(2\cdot y)}\cdot 3^{y}$$

$$n=\frac{27^{y}}{4^{y}}$$

$$n=\left(\frac{27}{4}\right)^{y}$$

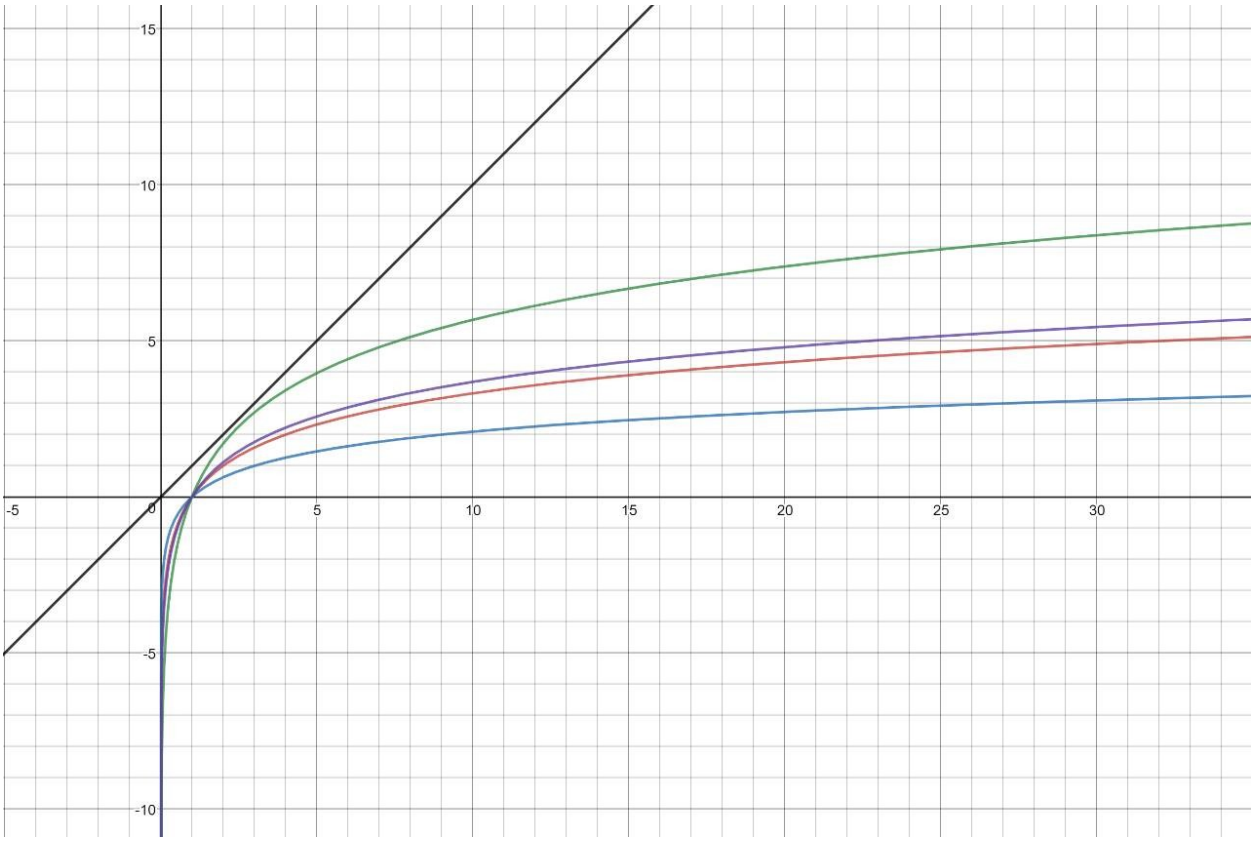
$$n=6.75^{y}$$

$$y=\log_{6.75}(n)$$

$$k=3\cdot y=3\log_{6.75}(n)$$

Мал. 2.1.

Порівняння асимптотики алгоритмів



Чорний колір – асимптотика виконання алгоритму лінійного пошуку

Зелений колір – максимальна асимптотика виконання алгоритму А

Фіолетовий колір – середня асимптотика виконання алгоритму А

Червоний колір – асимптотика бінарного пошуку

Синій колір – найменша асимптотика виконання алгоритму А

Якщо ми подивимося на графік (мал. 2.1), то побачимо, що середній час роботи цього алгоритму, буде трохи більшим за час роботи бінарного пошуку. Тобто при великому числі тестів та великій кількості чисел у кожному тесті, цей

алгоритм у середньому буде працювати приблизно, як і бінарний пошук (за часом), але все ж таки трохи довше. Тому цей алгоритм слід використовувати, тільки тоді, коли число досить мале, та якщо тестів буде мало, але чисел у кожному з них багато.

Я заміряв час роботи цього алгоритму у кількох випадках. Колі було всього 100 тестів найкращим результатом була рівно 1 секунда виконування програми, що менше за мінімальний час роботи бінарного пошуку. А найгіршим результатом було 1.229 секунди, що більше за максимальний час виконання бінарного пошуку. Але частіше всього у мене працювала програма від 1.05 секунди до 1.15. Це ще раз доводить, що використання алгоритму А на маленькій кількості тестів, буде доброю ідеєю.

Давайте тепер протестуємо цей алгоритм для 10000 тестів. На такому числі тестів мій алгоритм працював дещо по іншому. Після кількох запусків програма видала, що алгоритм працював у середньому 107.886 секунди, що менше за середній час виконання бінарного пошуку на 10000 тестах.

2.2 Власний алгоритм пошуку Б (Алгоритм невідомого пошуку)

У розділі 2 я писав про різну швидкість виконання програм. І ми зрозуміли, що алгоритми, що працюють довше, ніж за логарифмічний час нам не підходять. І у минулій главі ми створювали алгоритм, максимальний, мінімальний та середній час виконання якого був логарифмічний час. Але ми ще не намагались розглядати алгоритми, асимптотика яких може бути константою (наприклад 1 чи 2). Я створив алгоритм, асимптотика якого може варіюватись від константи до лінійного часу.

Також треба зазначити, що ми знову будемо створювати алгоритм, користуючись методом розбиття, тому що з усіх методів, цей є найефективнішим (але його не завжди можна застосувати (у нашому випадку можна)).

Почну описання мого алгоритму з того, що він, як і два попередні може працювати тільки з відсортованими масивами. Також його схожістю з

попередніми є те, що алгоритм Б з легкістю може працювати з від'ємними числами (але нам це не знадобиться у програмі). Цей алгоритм написаний так само, як і два попередні, методом розбиття.

Алгоритм бінарного пошуку і алгоритм А поділяють масив на дві частини завжди в одному місці. Алгоритм бінарного пошуку це робить у середині масиву, а алгоритм А ділить масив на одній третині від його довжини. Алгоритм Б буде робити це у випадковому місці.

Алгоритм Б працює не складно. Він бере випадкове число від 1 до $n-1$ (де n це кількість чисел у масиві), а далі дивиться, якщо число яке алгоритм вибрав більше, ніж те, що ми шукаємо, то запускаємо цей алгоритм зліва від вибраного нами елементу, якщо вибраний елемент менший за той, що ми шукаємо, то алгоритм запускає себе справа від вибраного елементу, а якщо вибраний елемент дорівнює шуканому, то алгоритм запам'ятовує все, що треба (місце знаходження, кількість ітерацій і т. д.), і завершує свою роботу. Така реалізація алгоритму є рекурсивною, тому що алгоритм запускає сам себе, отже він рекурсивний.

При найгіршому розвитку подій максимальна асимптотика алгоритму Б буде виглядати наступним чином. Якщо на кожній ітерації алгоритм буде вибирати позицію межі двох частин масиву одразу після першого елементу, а шуканий елемент буде у самому кінці, то цей алгоритм зробить n ітерацій. Отже його асимптотика буде дорівнювати $O(n)$. Тобто у цьому випадку він буде працювати, як і алгоритм лінійного пошуку (за часом).

Тепер розглянемо найменшу асимптотику алгоритму Б. На приклад, коли шуканий елемент буде дорівнювати першому елементу у масиві, та межа поділу двох частин масиву буде якраз біля першого елементу масиву. Тоді нам знадобиться лише одна ітерація, отже асимптотика буде дорівнювати $O(1)$, а це константа.

Ми розглянули випадки коли алгоритм має найбільшу асимптотику, та коли алгоритм має найменшу асимптотику. Залишається лише одне питання. За

яку середню асимптотику буде працювати наш алгоритм? Зараз спробуємо відповісти на це питання.

Розглянемо випадок, коли у масиві кількість елементів дорівнює нескінченності (або дуже великому числу) та кількість тестів також нескінченна. Давайте зараз подивимось тільки на першу ітерацію кожного тесту. Так як у нас нескінченна кількість тестів, то кількість разів, коли номер місця поділу двох частин дорівнюватиме одному, буде рівне кількості тестів, в яких номер поділу двох частин масиву дорівнювати двом, и так далі до $n-1$. Нехай ця кількість буде дорівнювати X, а кожне таке місце поділу будемо називати середнім. Подивимось коли середнє місце дорівнює одному і $n-1$, тоді середнє арифметичне буде дорівнювати $\frac{n}{2}$, так само для 2 і $n-2$, для 3 і $n-3$, і так далі… тобто у нас вийде $\frac{n-2}{2}$ чисел $\frac{n}{2}$, а середнє арифметичне всіх цих чисел буде дорівнювати:

$$\frac{\frac{n-1}{2}\cdot\left(\frac{n}{2}\right)}{\frac{n-2}{2}}=\frac{n}{2}$$

Тобто в середньому на першій ітерації буде братися елемент так само, як і у алгоритмі бінарного пошуку. А так як в мене рекурсивна реалізація цього алгоритму, то на кожній ітерації алгоритм, грубо кажучи, запускає першу ітерацію тільки з іншими параметрами. Отже на кожній ітерації середній елемент в середньому буде знаходитись на позиції $\frac{n}{2}$. Значить можна порахувати його середню асимптотику (k – відповідь, n – кількість елементів у масиві):

$$\frac{n\cdot 1}{2^k}=1$$

$$n=2^k$$

$$k=\log_2(n)$$

Отже середня асимптотика буде такою ж самою як і у бінарного пошуку ($\log_2(n)$).

А тепер давайте порівняємо алгоритм Б із алгоритмом бінарного пошуку. На 100 тестах алгоритм видає кожен раз різні значення. Найменше значення дорівнює 0.954 секунди, що набагато менше за найменший час виконання усіх вищеописаних алгоритмів. А найбільше значення було 1.301 секунди, що є найбільшим значенням серед усіх вищеописаних алгоритмів (окрім лінійного пошуку).

Тепер давайте запустимо програму для 10000 тестів. Середній результат становить 107.94 секунди, що знову менше ніж працює бінарний пошук, та майже дорівнює часу виконання алгоритму А.

Зараз давайте задамося питанням «Як часто буде асимптотика алгоритму Б дорівнювати асимптотиці лінійного пошуку або 1?». Відповідь дуже проста. Якщо ми маємо n елементів у масиві, то вірогідність того, що асимптотика буде O(1), буде дорівнювати (у відсотках) $\frac{1}{n}\cdot 100\,\%$. І при n = 100, ця вірогідність дорівнює 1%, при n = 1000 , ймовірність буде дорівнювати 0,1%, а при n = 10000, вірогідність буде 0,01%, тобто цього майже ніколи не буде. Тепер розглянемо яка ймовірність того, що алгоритм Б буде працювати за лінійний час. Тоді останній елемент має бути у кінці (1/n), і на кожній ітерації ми маємо брати протилежний елемент(1/i). Тобто ймовірність буде дорівнювати:

$$(\frac{1}{n})\cdot(\frac{1}{n-1})\cdot(\frac{1}{n-2})\cdot(\frac{1}{n-3})\cdot\ldots\cdot(\frac{1}{1})=\frac{1}{n!}\cdot 100\,\%$$

При n = 10, ймовірність того, що алгоритм Б буде працювати за лінійний час буде: $\frac{100\,\%}{10!}=\frac{100\,\%}{3628800}=0.00003\,\%$, тобто таких випадків майже ніколи не буде (можуть бути при малих масивах, наприклад 5).

Цей алгоритм добре підходить для великих тестів та масивів великого розміру. Моя програма використовує масив малого розміру, отже асимптоматика алгоритму буде варіюватись між значеннями, різниця яких дуже велика.

РОЗДІЛ 3
ПОРІВНЯЛЬНІЙ АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ

3.1.Розробка тестів та тестування алгоритмів

Для перевірки дієздатності кожного з алгоритмів, щоб не писати багато тестів вручну, я розробив програму, яка створює тести. Для початку давайте розберемось що таке тестування.

Тестування – це процес перевірки правильності роботи усієї програми або її складових частин. [2]

Програма, яка створює тести для моїх алгоритмів спочатку зчитує число (кількість тестів) col, після цього запускає цикл, який виконається col раз. На кожній ітерації циклу буде створений масив, почне рахуватись час виконання g-го тесту. Далі йде ще один цикл з n ітерацій, де n – випадкове число (розмір масиву). Далі на кожній ітерації другого циклу буде заповнюватись елемент масиву наступним чином. Ми створюємо випадкове число, і якщо воно націло ділиться на 3, то ми присвоюємо наступному елементу масиву будь яке значення більше, ніж минуле, а якщо випадкове число не ділиться націло на 3, то ми наступному елементу присвоюємо значення минулого елементу. Тобто у середньому буде йти по 2 різні елементи підряд, але середню кількість елементів, які будуть йти підряд можна легко збільшити, або зменшити. Якщо дивитись на випадкове число на під модулем, більшим, наприклад, тоді середнє число однакових чисел, що йдуть підряд, збільшиться.

Також нам потрібен елемент, який ми будемо шукати. Перед другим циклом ми створюємо змінну та присвоюємо їй випадкове число. А на кожній ітерації другого циклу ми створюємо випадкове число, і якщо воно ділиться на 100 без залишку, то елементу, який ми будемо шукати присвоюємо і-й елемент масиву. Збільшуючи чи зменшуючи значення по модулю, якого ми беремо, ми збільшуємо ймовірність того, що ми будемо шукати число, яке є у масиві.

Також кожен тест я записую у текстовий файл output.txt, тому можна буде перевірити правильність роботи алгоритму самому. І результат роботи алгоритму

на кожному тесті я записую ще у один текстовий файл result.txt, щоб можна було запам’ятати як алгоритм веде себе в тій чи іншій ситуації.

Найголовніший тест, по якому я зрівнюю роботу алгоритмів – це швидкість їх роботи, тому у самому початку я замірюю час початку роботи алгоритму, а в кінці програми я замірюю час кінця роботи програми. Різність між цими двома значеннями і є часом виконання програми.

3.2. Порівняльна характеристика часу роботи алгоритмів

Зараз розглянемо, як результати тестування алгоритмів відрізняються один від одного у наступній таблиці (табл.3.2.1):

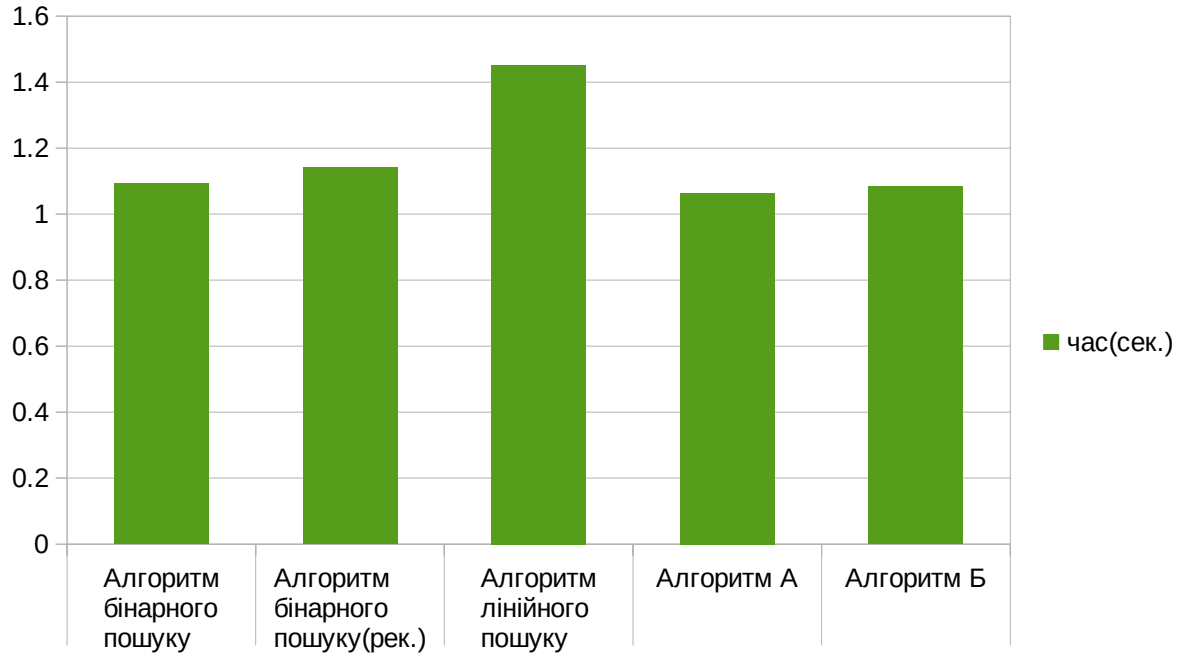
Таблиця.3.1

Порівняльна таблиця швидкості алгоритмів на 100 тестах

Назва алгоритму	Час роботи						
	на першому тесті	на другому тесті	на третьому тесті	на четвертому тесті	на п'ятому тесті	на шостому тесті	середній
Алгоритм бінарного пошуку	1,110	1,116	1,035	1,105	1,08	1,113	1,093
Алгоритм бінарного пошуку(рек.)	1,172	1,18	1,104	1,046	1,205	1,137	1,141
Алгоритм лінійного пошуку	1,367	1,46	1,392	1,483	1,583	1,418	1,451
Алгоритм А	1,087	1,048	1,021	1,047	1,09	1,089	1,064
Алгоритм Б	1,029	1,004	1,116	1,162	1,114	1,074	1,083

рис.3.1.

Порівняльна діаграма алгоритмів на 100 тестах



Коли кількість тестів не перевищувала значення сотні (табл. 3.1), всі алгоритми у середньому працювали не довше, ніж півтори секунди. На цьому прикладі можна зрозуміти, що при малих тестах взагалі байдуже який використовувати алгоритм. Ще велику схожість часу праці алгоритмів можна пояснити тим, що чим ближче кількість тестів до нуля, тим ближче X до нуля, тим менше Y (X дорівнює кількості тестів, а Y = f(X), де f(X) – це асимптотика алгоритму). Також можна відмітити, що алгоритм бінарного пошуку у рекурсивній реалізації працює довше всіх алгоритмів, які працюють за логарифмічний час.

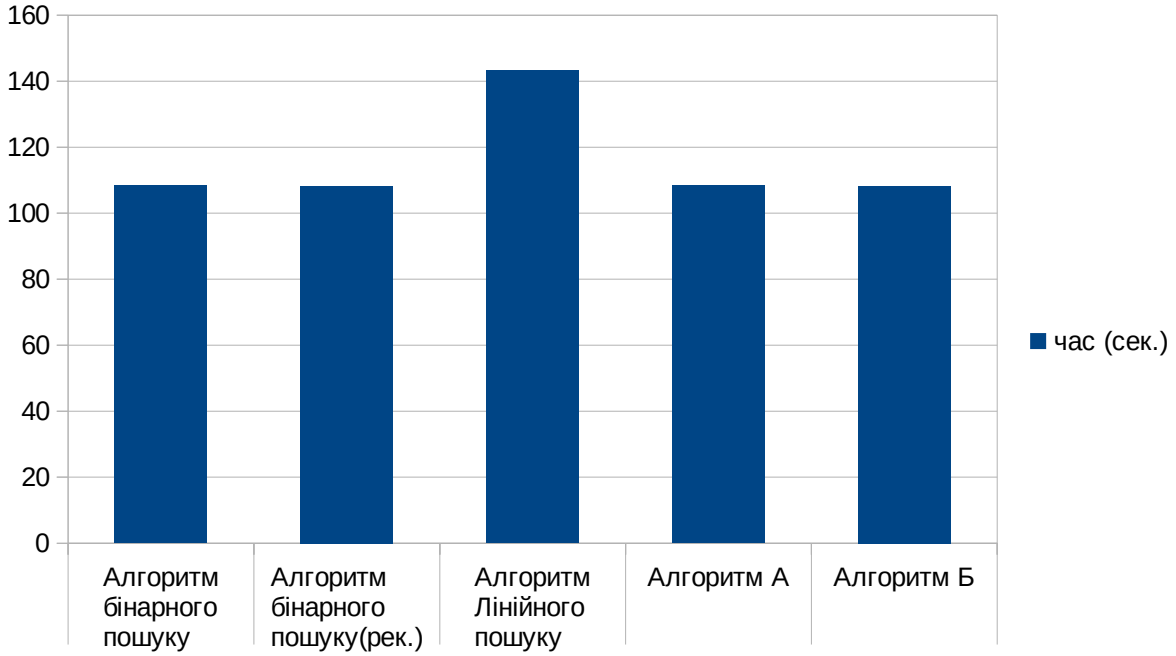
Таблиця.3.2

Порівняльна таблиця швидкосты алгоритмів на 10000 тестах

Назва алгоритму	Час роботи						
	на першому тесті	на другому тесті	на третьому тесті	на четвертому тесті	на п'ятому тесті	на шостому тесті	середній
Алгоритм бінарного пошуку(10000)	108,986	108,081	108,207	108,11	109,02	107,995	108,400
Алгоритм бінарного пошуку(рек.)(10000)	108,079	107,525	108,562	108,326	108,16	108,24	108,149
Алгоритм лінійного пошуку(10000)	141,276	144,028	140,498	142,11	146,182	145,415	143,252
Алгоритм А(10000)	108,427	108,78	109,24	107,14	108,191	108,285	108,344
Алгоритм Б(10000)	107,185	107,512	109,259	108,14	108,261	108,6718	108,171

мал.3.2.

Порівняльна діаграма алгоритмів на 1000 тестах



У випадку коли кількість тестів 10000 (табл.3.2), ми маємо іншу картину. Ми бачимо, що всі алгоритми працюють у середньому за один і той самий час (дивись малюнок 2.1), окрім алгоритму лінійного пошуку. Як і в випадку зі 100 тестами алгоритм лінійного пошуку працює довше всіх, тому цей алгоритм краще використовувати тільки коли тестів не більше, ніж 100. Хочу також відмітити

цікавий момент. Коли тестів було 100, алгоритм бінарного пошуку з рекурсивною реалізацією працював довше, ніж всі інші алгоритми з логарифмічним часом виконання. А коли тестів стало 10000, алгоритм ділення пополам з рекурсивною реалізацією працював швидше, ніж всі інші алгоритми. Довше всіх (після алгоритму лінійного пошуку) на 10000 тестах працював алгоритм бінарного пошуку з ітераційною реалізацією. Також не можна не відмітити той факт, що алгоритм Б в обох випадках (і зі 100 тестами, і з 10000 тестами) працював другим за швидкістю. Хоча він у середньому має працювати, як і бінарний пошук (за $O(\log_2(n))$).

ВИСНОВКИ

1. З вищесказаного можна зробити висновок, що алгоритми пошуку є дуже важливими. Вони бувають різні, в залежності від виду оброблюваних даних. Так, при їх програмуванні, інколи буває простіше і вигідніше з урахуванням процесорного часу, часу проведення пошуку, кількості використаних операцій, провести сортування масиву даних, а вже потім проводити пошук за допомогою одного із методів пошуку. Проте, інколи, сортування масиву є зайвим, оскільки в деяких випадках витрати часу на сортування масиву не перекривають затрат виконаних на пошук масиву простим, лінійним перебором елементів масиву. Аналогічно, не завжди можна використати простий перебір елементів, як от наприклад, коли необхідно визначити елемент, який найбільш наближений до середнього арифметичного у масиві.

2. При малому масиві елементів в малому кількості тестів можна використовувати будь який з розглянутих алгоритмів.

3. При великому масиві чи великої кількості тестів слід використовувати алгоритми з логарифмічною асимптотикою (тобто не можна використовувати лінійний пошук).

4. Розроблений мною алгоритм А дає можливість програмі виконати меншу кількість дій, ніж у бінарному пошуку. Що дозволить зменшити середній час виконання програм у більшості випадків. \

5. Розроблений мною алгоритм Б має шанс працювати за константний час, чого не може зробити жоден з існуючих алгоритмів пошуку.

6. Зробивши порівняльну характеристику часу роботи алгоритмів, можемо зробити висновок, що алгоритми, які працюють за логарифмічний час, при великій кількості тестів працюють приблизно однаково (за один і той самий час), а при маленьких тестах, їх час роботи дещо відрізняється.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бхаргава А. Грокаємо алгоритми. Ілюстрований посібник для програмістів і тих, хто цікавиться. / А. Бхаргава – СПб.: Пітер, 2018. – 288 с.
2. Кнут Д.Є. Мистецтво програмування , том 3. Пошук і сортування, 3-е вид.: Пер. з англ.: навч. посіб. / Д.Є. Кнут; – М.: Видавничий дім "Вильямс", 2000. – 750 с.

ІНТЕРНЕТ-РЕСУРСИ

http://www.cppstudio.com/post/446/

http://www.interface.ru/home.asp?artId=35216

http://www.matematikam.ru/calculate-online/grafik.php