> *#Ярмак Вероника, гр.253503, Вариант 9 (29).*
#Task 1. Упростите алгебраическое выражение.

> $simplify\left(\dfrac{\dfrac{4\cdot x^5+40\cdot x^4+100\cdot x^3-80\cdot x^2-320\cdot x+256}{x^4+x^3-9\cdot x^2+11\cdot x-4}}{\dfrac{x^2+8\cdot x+16}{3\cdot x^3-3\cdot x^2}}\right);$

$$12\,x^2 \tag{1}$$

> *restart;*
#Task 2. Приведите выражение к многочлену стандартного вида,

>

> $expand\left((2\cdot x-9)\cdot\left(4\cdot x^2+3\right)\cdot(3\cdot x+1)\right);$

$$24\,x^4-100\,x^3-18\,x^2-75\,x-27 \tag{2}$$

> *restart;*
#Task 3. Разложите многочлен на множители.

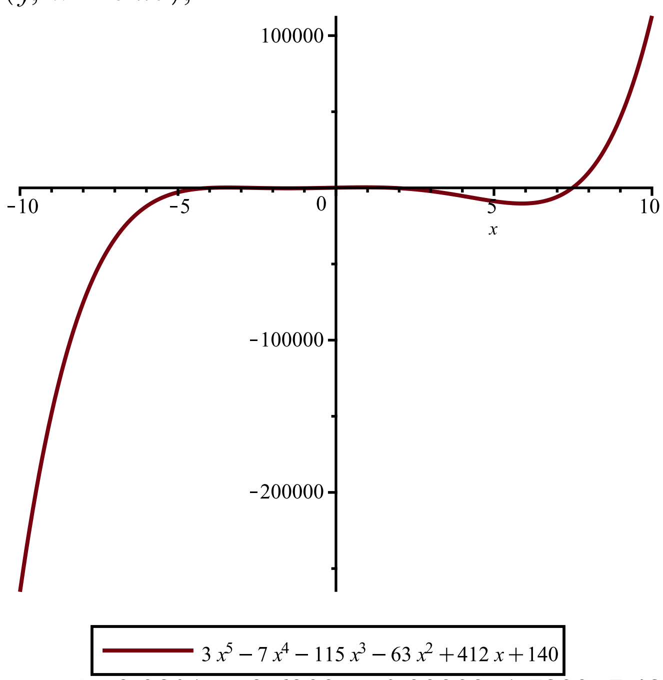
>

> $factor\left(2\cdot x^4+14\cdot x^3+12\cdot x^2-56\cdot x-80\right);$

$$2\,(x+5)\,(x-2)\,(x+2)^2 \tag{3}$$

> *restart;*
#Task 4. Постройте график многочлена P5(x) и найдите все его корни.

> $f := \left(3\cdot x^5-7\cdot x^4-115\cdot x^3-63\cdot x^2+412\cdot x+140\right) : plot([f], legend=[f]); Digits := 5 :$
$roots\ are\ fsolve(f,\ x=-5..8);$



$$roots\ are\ (-3.9801,\ -2.6293,\ -0.33292,\ 1.7893,\ 7.4863) \tag{4}$$

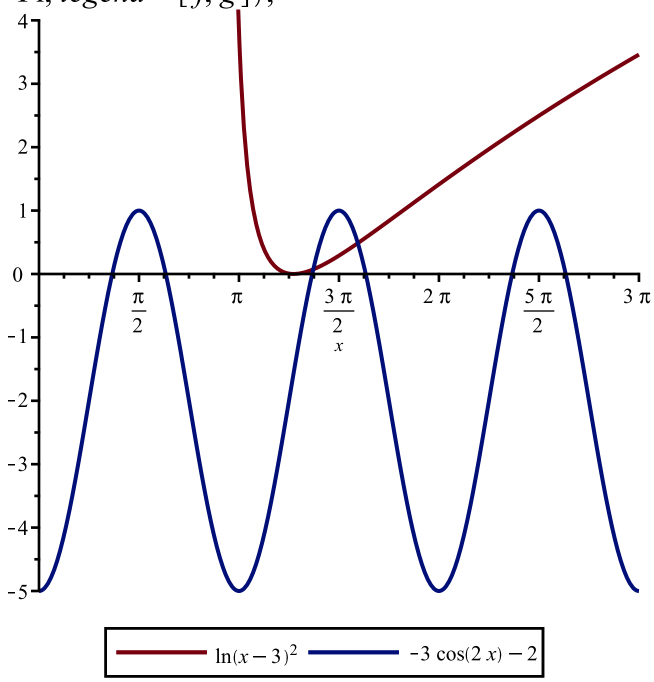
> *restart;*
#Task 5. Разложите рациональную дробь на сумму простейших дробей.

> $convert\left(\dfrac{2\cdot x^4+3\cdot x^3+2\cdot x-4}{\left(x^2+4\right)\cdot(x-2)^2\cdot\left(x^2-9\right)}, parfrac, x\right);$

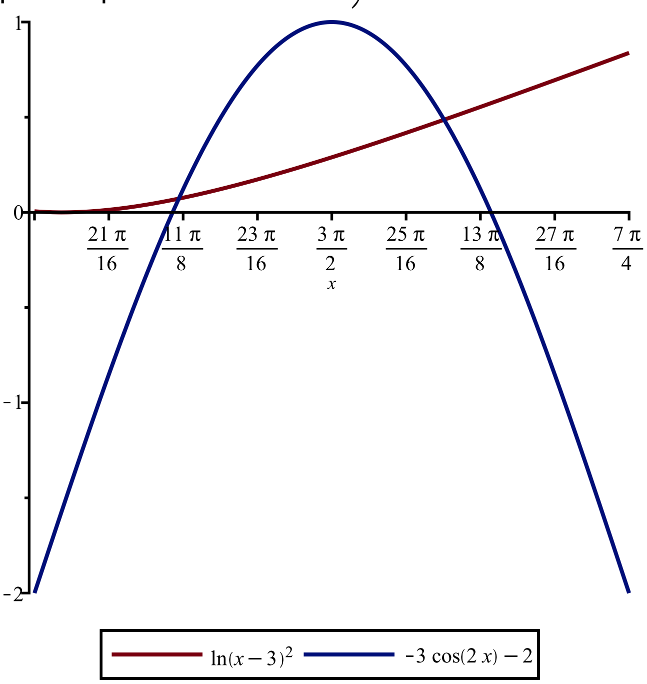
$$-\frac{7}{5\,(x-2)^2}-\frac{297}{100\,(x-2)}-\frac{71}{1950\,(x+3)}+\frac{245}{78\,(x-3)}+\frac{-7\,x-10}{52\,(x^2+4)} \qquad \textbf{(5)}$$

> *#Task 6. Решите графически уравнение и найдите его приближенные корни с точностью до 10^5.*

> $f := (\ln(x-3))^2 :$
$g := -3\cdot\cos(2\cdot x)-2 :$
$plot([f, g], x=0..3\cdot\mathrm{Pi}, legend=[f, g]);$



> $plot\left([f, g], x=\dfrac{5\cdot \mathrm{Pi}}{4}\,..\dfrac{7\cdot\mathrm{Pi}}{4}, legend=[f, g]\right);$



> $Digits := 6 :$
$evalf\left(fsolve\left(\{(\ln(x-3))^2=-3\cdot\cos(2\cdot x)-2\}, x=\dfrac{5\cdot \mathrm{Pi}}{4}\,..\dfrac{3\cdot\mathrm{Pi}}{2}\right), 6\right);$

$$\{x = 4.30824\} \quad (6)$$

> $evalf\left(fsolve\left(\{(\ln(x-3))^2 = -3\cdot\cos(2\cdot x) - 2\}, x = \frac{3\cdot \mathrm{Pi}}{2} .. \frac{7\cdot \mathrm{Pi}}{4} \right), 6 \right);$

$$\{x = 5.00918\} \quad (7)$$

> *#Task 7. Докажите, что lim an = a, n→inf определив номер n , начиная с которого все члены последовательности (an) попадут* в *e -окрестность точки a . Проиллюстрируйте полученный результат* с *помощью чертежа* в *Maple, положив e* = 0, 1.

> $an := \frac{7\cdot n + 5}{5\cdot n - 1}$:

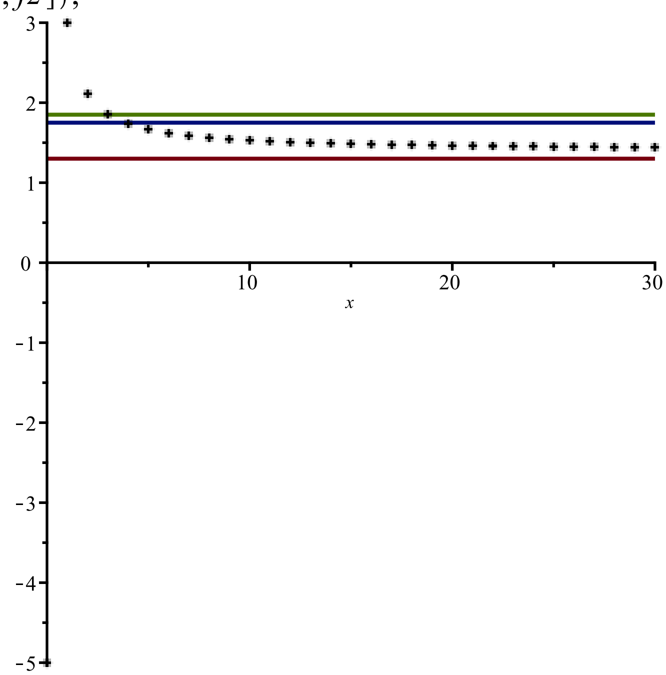
> $a := \frac{7}{5}$:

> $e := \frac{1}{10}$:

> $solve\left(\left\{ \left(\frac{7\cdot n+5}{5\cdot n-1} \right) \geq \frac{7}{5} - \frac{1}{10}, \left(\frac{7\cdot n+5}{5\cdot n-1} \right) \leq \frac{7}{5} + \frac{1}{10} \right\}, n \right)$

$$\left\{ n \leq -\frac{63}{5} \right\}, \{13 \leq n\} \quad (8)$$

> $f1 := plot\left(\left[\frac{7}{5} - \frac{1}{10}, \frac{7}{4}, \frac{7}{4} + \frac{1}{10} \right], x = 0 .. 30 \right)$:
$f2 := plots[pointplot]\left(\left\{ seq\left(\left[n, \frac{7\cdot n+5}{5\cdot n-1} \right], n = 0 .. 30 \right) \right\} \right)$:
$plots[display]([f1, f2]);$



>

> *#Task 8. Вычислите пределы числовых последовательностей.*

> $\lim_{n\to\infty} \left(n - \sqrt{n\cdot(n-1)} \right)$

$$\frac{1}{2} \quad (9)$$

> $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{4 \cdot n^2 + 4 \cdot n - 1}{4 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 3} \right)^{1 - 2 \cdot n}$

$$e^{-1} \quad (10)$$

> *#Task 9. Для заданной кусочно непрерывной функции выполните следующие действия:*

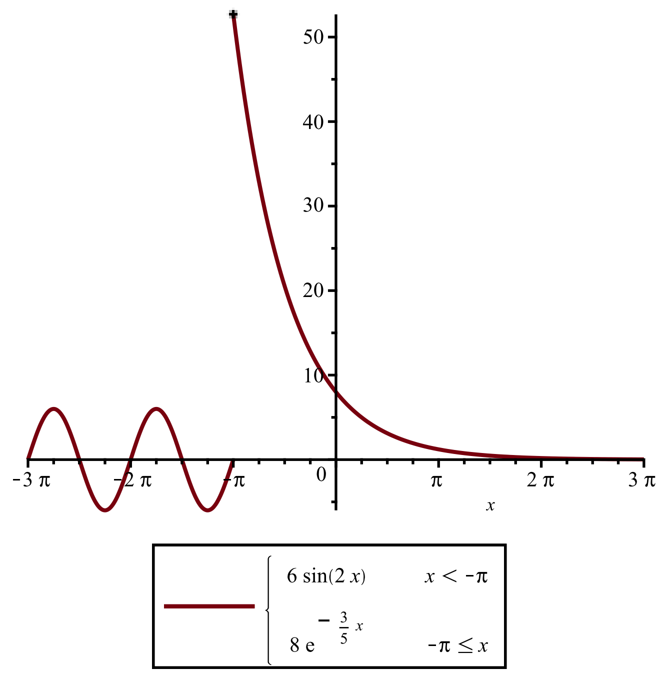
> *#1 Определите ее через функциональный оператор и постройте график*

> $f := x \to piecewise\left(x < -\mathrm{Pi}, 6 \cdot \sin(2 \cdot x), x \geq -\mathrm{Pi}, 8 \cdot e^{-\frac{6}{10} \cdot x}\right):$

> $f(x)$

$$\begin{cases} 6 \sin(2x) & x < -\pi \\ 8 e^{-\frac{3x}{5}} & -\pi \leq x \end{cases} \quad (11)$$

> $plot(f(x), x = -3 \cdot \mathrm{Pi} .. 3 \cdot \mathrm{Pi}, legend = f(x), discont = true)$



> *#2 В точке разрыва и на бесконечности найдите односторонние пределы.*

> $\lim_{x \to \mathrm{infinity}} (f(x))$

$$0 \quad (12)$$

> $\lim_{x \to -\mathrm{infinity}} (f(x))$

$$-6 .. 6 \quad (13)$$

> $limit(f(x), x = -\mathrm{Pi}, left)$

$$0 \quad (14)$$

> $limit(f(x), x = -\mathrm{Pi}, right)$

$$8 \left(e^{\pi}\right)^{3/5} \quad (15)$$

> *#3 Найдите производную и неопределенный интеграл на каждом из промежутков непрерывности.*

> $diff(f(x), x)$

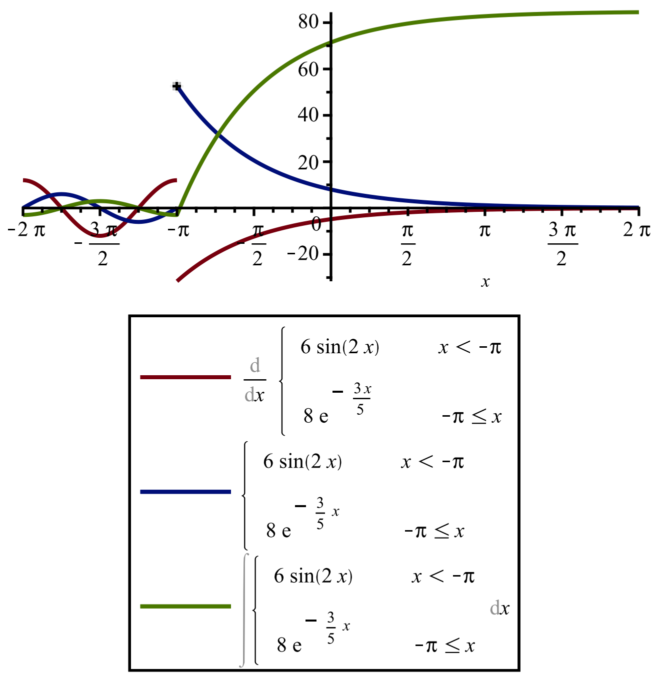
$$\begin{cases} 12\cos(2x) & x < -\pi \\ \mathit{undefined} & x = -\pi \\ -\dfrac{24\,\mathrm{e}^{-\frac{3x}{5}}}{5} & -\pi < x \end{cases} \tag{16}$$

> $int(f(x), x)$

$$\begin{cases} -3\cos(2x) & x \le -\pi \\ -\dfrac{40\,\mathrm{e}^{-\frac{3x}{5}}}{3} - 3 + \dfrac{40\left(\mathrm{e}^{\pi}\right)^{3/5}}{3} & -\pi < x \end{cases} \tag{17}$$

> *#4 Постройте в одной системе координат графики функции, производной и какой-нибудь первообразной.*

> $plot([diff(f(x), x), f(x), int(f(x), x)], legend = [Diff(f(x), x), f(x), Int(f(x), x)], discont = true)$



> *#5 найдите площадь криволмнейной трапеции, ограниченной графиком функции и прямыми x=1, x=5, y=0*

> $f := x \rightarrow piecewise\left(x < -\mathrm{Pi},\, 6\cdot\sin(2\cdot x),\, x \ge -\mathrm{Pi},\, 8\cdot \mathrm{e}^{-\frac{6}{10}\cdot x}\right):$

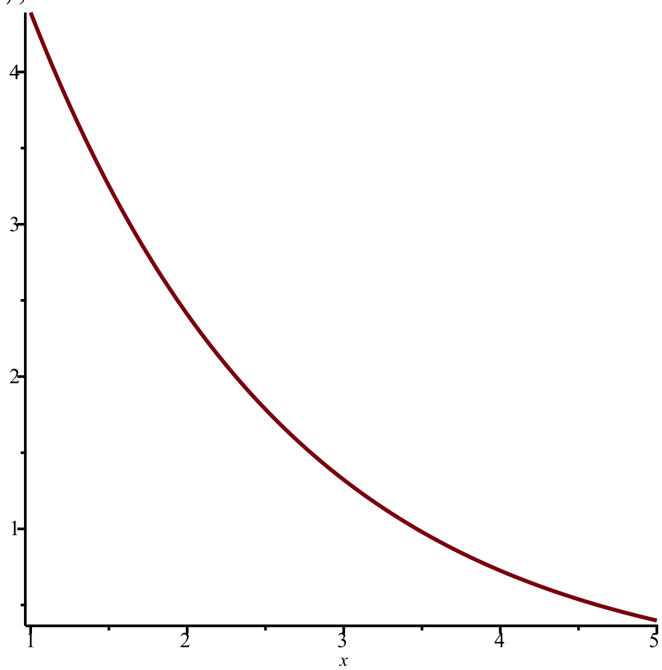
> $f(x)$

$$\begin{cases} 6\sin(2x) & x < -\pi \\ 8\,\mathrm{e}^{-\frac{3x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} \tag{18}$$

> $int(f(x), x = 1..5)$

$$\frac{40\,e^{-\frac{3}{5}}}{3} - \frac{40\,e^{-3}}{3} \tag{19}$$

> $plot(f(x), x = 1..5);$

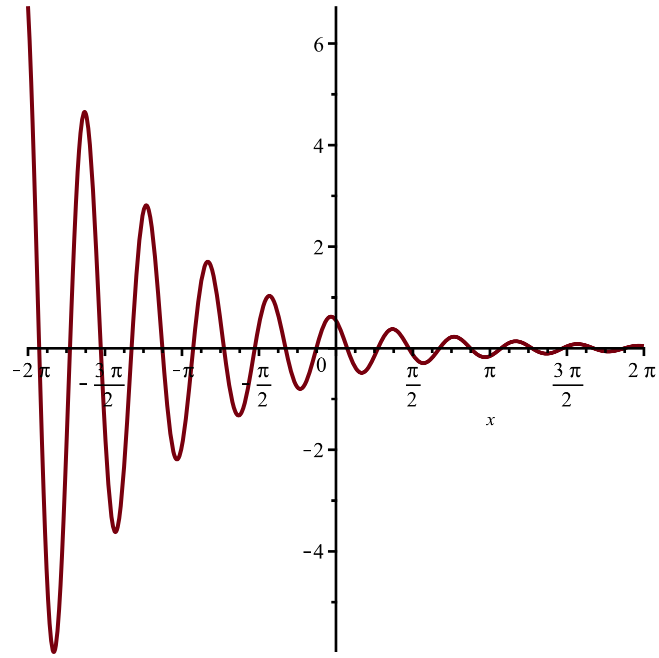


> *#Task 10. Постройте кривые на плоскости. Для кривой 2-го порядка(пункт 2) найдите каноническое уравнение с помощью ортогонального преобразования.*
> *#1*
> *restart*;

$f1 := 0.6 \cdot e^{-0.4 \cdot x} \cdot \sin(5 \cdot x + 2)$

$$f1 := 0.6\,e^{-0.4\,x} \sin(5\,x + 2) \tag{20}$$

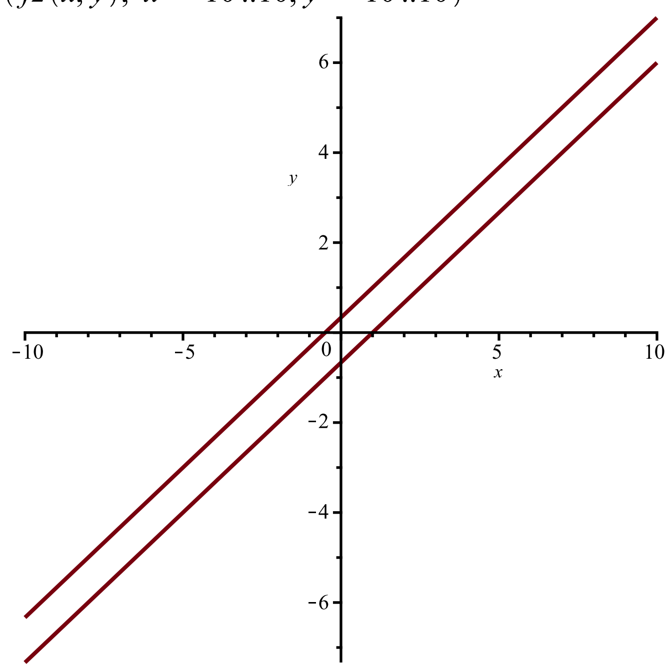
> $plot(f1)$



> *#2*
with(*plots*) : *with*(*LinearAlgebra*) :
$f2 := 4\cdot x^2 - 12\cdot x\cdot y + 9\cdot y^2 - 2\cdot x + 3\cdot y - 2 = 0$

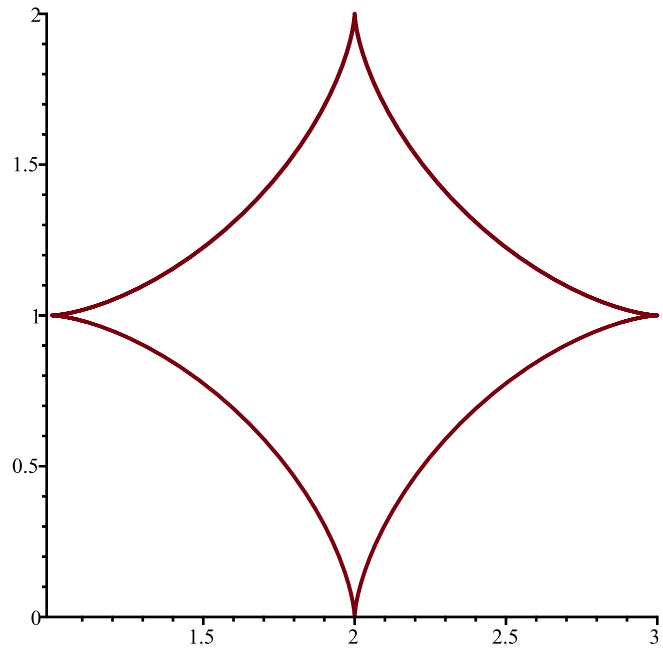
$$f2 := 4\,x^2 - 12\,x\,y + 9\,y^2 - 2\,x + 3\,y - 2 = 0 \tag{21}$$

> *plots*[*implicitplot*]($f2(x, y)$, $x = -10\,..10$, $y = -10\,..10$)



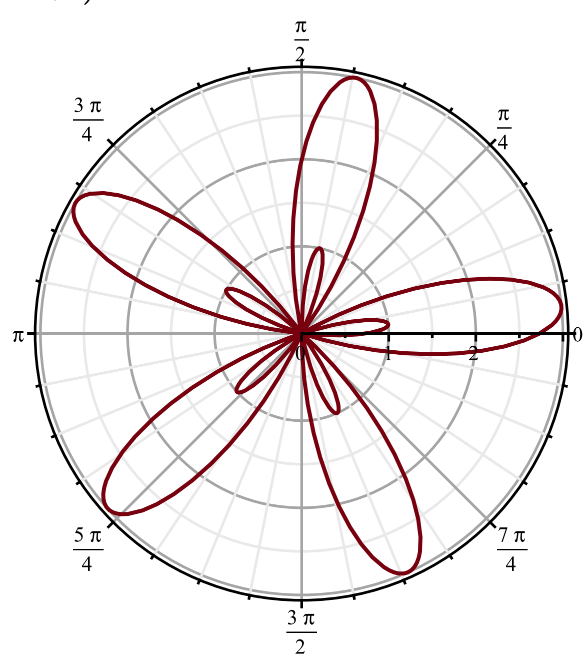
> *#3*

> $plot\left(\left[2 + (\sin(t))^3, 1 - (\cos(t))^3, t = -5\,..5\right]\right)$



> #4

> $plot\left(1+2\cdot\cos\left(5\cdot\phi-\frac{\text{Pi}}{6}\right), \phi=0..2\cdot\text{Pi}, coords=\text{polar}, axiscoordinates=\text{polar}\right)$



>

restart;

 # Нахождение канонического уравнения с помощью ортогонального преобразования для кривой 2-го порядка(пункт 2).

with(*plots*) : *with*(*LinearAlgebra*) :

$f2 := 4\cdot x^2 - 12\cdot x\cdot y + 9\cdot y^2 - 2\cdot x + 3\cdot y - 2 = 0$

$$f2 := 4\,x^2 - 12\,x\,y + 9\,y^2 - 2\,x + 3\,y - 2 = 0 \qquad (22)$$

> $M := Matrix([[4,-6],[-6,9]])$:

> $v := LinearAlgebra[Eigenvectors](M)$;

$$v := \begin{bmatrix} 13 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

> $e1 := Normalize(Column(v[2], [1]), Euclidean):$

> $e2 := Normalize(Column(v[2], [2]), Euclidean):$

> $subs(x = e1[1] \cdot x1 + e2[1] \cdot y1, y = e1[2] \cdot x1 + e2[2] \cdot y1, 4 \cdot x^2 - 12 \cdot x \cdot y + 9 \cdot y^2 - 2 \cdot x + 3 \cdot y - 2) : expr := simplify(\%)$

$$expr := 13\, x1^2 + x1 \sqrt{13} - 2 \quad (24)$$

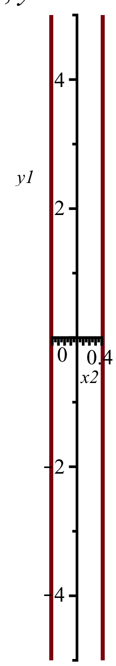
> $expr\_pseudocanon := Student[Precalculus][CompleteSquare](expr)$

$$expr\_pseudocanon := 13 \left(x1 + \frac{\sqrt{13}}{26} \right)^2 - \frac{9}{4} \quad (25)$$

> $expr\_canon := subs\left(x1 = x2 - \frac{\mathrm{sqrt}(13)}{26}, expr\_pseudocanon \right)$

$$expr\_canon := 13\, x2^2 - \frac{9}{4} \quad (26)$$

> $implicitplot(expr\_canon = 0, x2 = -5..5, y1 = -5..5, scaling = constrained)$



>