Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Навчальний-науковий комплекс

«Інститут прикладного системного аналізу»

Кафедра математичних методів системного аналізу

**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1**

(Варіант 5)

З курсу «Чисельні методи»

Виконав: студент 2-го курсу

Групи КА-61

Климчук. Я. І.

Прийняв: Селін.О.М.

Київ – 2018

**Аналітична частина**

T2:

1. Верхня межа додатних коренів: a\_ = 3 , m = 4,
2. Нижня межа додатних коренів : x =

a\_ = 3 , m = 2 , => = 0.5

1. Верхня межа від’ємних коренів: z = -x

a\_=3 , m=5, =>

1. Нижня межа від’ємних коренів : z=

a\_= -3, m=1, =>

Теорема Штурма:

Знайдемо послідовність функцій:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.5 | 1.4 | 1.5 | 2.5 | -0.5 | -1 |
|  | 2.75 | -0.51 | -0.375 | 65.5 | 2.875 | -1 |
|  | -1.625 | -0.39 | 3.375 | 184.375 | 1.375 | 19 |
|  | -2.815 | 0.42 | 1.185 | 15.625 | -3.095 | -3.94 |
|  | 23.768 | 1.051 | -1.39 | -24.924 | 50.55 | 64.55 |
|  | -2273.23 | -3326.56 | -3443.59 | -4613.95 | -1102.86 | -517.69 |
|  | const | const | const | const | const | const |
| КЗЗ | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 4 |

Отже в проміжку [0.5; 1.4] знаходиться один додатній корінь (3-2 = 1) , в проміжку [1.5; 2.5] – один додатній корінь (2 – 1 = 1), в проміжку [-1; -0.5] знаходиться один від’ємний корінь

**Текст програми**

import math

class Polinom:

def \_\_init\_\_(self, vect):

self.coef = vect

def value\_pol(self, x):

polinom = 0

for i in range(0, len(self.coef)):

polinom += self.coef[i] \* pow(x,i)

return polinom

def Bisection(self, left, right, eps):

number\_iter = 0

x\_mean = (left + right) / 2

interval\_result = []

while not((math.fabs(left-right)<eps) and (math.fabs(self.value\_pol(x\_mean) < eps))):

x\_mean = (left + right) / 2

interval\_result.append(left)

interval\_result.append(right)

interval\_result.append(self.value\_pol(left))

interval\_result.append(self.value\_pol(right))

if (self.value\_pol(left) \* self.value\_pol(x\_mean) < 0):

left = left

right = x\_mean

else:

left = x\_mean

right = right

number\_iter += 1

#print("Bisection, main results: ", x\_mean,number\_iter)

#print('Bisection: ', interval\_result)

return [x\_mean, number\_iter], interval\_result

def derivative(self, x):

derivative = 0

for i in range(1, len(self.coef)):

derivative += self.coef[i] \* i \* pow(x, i-1)

return derivative

def newton(self, left, right, eps):

x0 = (left + right) / 2

x1 = x0 - (self.value\_pol(x0) / self.derivative(x0))

number\_iter = 0

inter\_result = []

while not(math.fabs(self.value\_pol(x1)) < eps and math.fabs(x1 - x0) < eps):

inter\_result.append(x1)

inter\_result.append(self.value\_pol(x1))

x0 = x1

x1 = x0 - (self.value\_pol(x0) / self.derivative(x0))

number\_iter += 1

return [x1, number\_iter], inter\_result

def chords\_method(self, left, right, eps):

val = left

val1 = right

x0 = val

x1 = val1

number\_iter = 0

inter\_result = []

while not(math.fabs(x1 - x0) < eps and math.fabs(self.value\_pol(x1)) < eps):

inter\_result.append(x0)

inter\_result.append(x1)

inter\_result.append(self.value\_pol(x0))

inter\_result.append(self.value\_pol(x1))

x0 = x1

x1 = (val \* self.value\_pol(val1) - val1 \* self.value\_pol(val)) / (self.value\_pol(val1) - self.value\_pol(val))

if (self.value\_pol(val) \* self.value\_pol(x1) > 0):

val = x1

else:

val1 = x1

number\_iter += 1

return [x1, number\_iter], inter\_result

pol = Polinom([3, 0, 0, -1, -3, 2])

intervals = [[-1.5, -0.75], [1, 1.5], [1.5, 2]]#уточнить интервалы

f = open("Result.txt", 'w')

f.write('Bisection ')

f.write('\n' \* 2)

f.close()

f1 = open('Result.txt', 'a+')

for interval in intervals:

f1.write(str(interval))

f1.write('\n')

a = interval[0]

b = interval[1]

for item in pol.Bisection(a, b, 1e-5)[0]:

f1.write("%s " % item)

f1.write('\n')

f1.write('\n')

i = 0

for items in pol.Bisection(a, b, 1e-5)[1]:

f1.write('%s ' % items)

i += 1

if (i == 4):

f1.write('\n')

i = 0

f1.write('\n')

print(pol.Bisection(-1.5,-0.75,1e-5))

f1.write('Newton method')

f1.write('\n' \* 2)

for interval in intervals:

f1.write(str(interval))

f1.write('\n')

a = interval[0]

b = interval[1]

for item in pol.newton(a, b, 1e-5)[0]:

f1.write("%s " % item)

f1.write('\n')

f1.write('\n')

i = 0

for items in pol.newton(a, b, 1e-5)[1]:

f1.write('%s ' % items)

i += 1

if (i == 2):

f1.write('\n')

i = 0

f1.write('\n')

f1.write('Chords')

f1.write('\n' \* 2)

for interval in intervals:

f1.write(str(interval))

f1.write('\n')

a = interval[0]

b = interval[1]

for item in pol.chords\_method(a, b, 1e-5)[0]:

f1.write("%s " % item)

f1.write('\n')

f1.write('\n')

i = 0

for items in pol.chords\_method(a, b, 1e-5)[1]:

f1.write('%s ' % items)

i += 1

if (i == 4):

f1.write('\n')

i = 0

f1.write('\n')

**Результат роботи програми**

Вхідні данні подаються у форматі:

[ - , вектор коефіцієнтів поліному

– вектор інтервалів , де - кінці інтервалів

- точність

**Вхідні данні:**

**[3, 0, 0, -1, -3, 2]**

**[[-0.5, -1], [0.5, 1.4], [1.5, 2.5]]**

**0.00001**

Результат подається у форматі:

**Метод Бісекцій**

[a, b] – інтервал, де a, b – кінці інтервалу

**Головний результат:**

корінь-1 – корінь на відповідному інтервалі кількість ітерацій

**Проміжний результат:**

Ліва межа права межа значення функції в лівій межі значення функції в правій межі

**Метод Н’ютона**

[a, b] – інтервал, де a, b – кінці інтервалу

**Головний результат:**

корінь-1 – корінь на відповідному інтервалі кількість ітерацій

**Проміжний результат:**

Наближення значення функції в точці наближення

**Метод Хорд**

[a, b] – інтервал, де a, b – кінці інтервалу

**Головний результат:**

корінь-1 – корінь на відповідному інтервалі кількість ітерацій

**Проміжний результат:**

Ліва межа права межа значення функції в лівій межі значення функції в правій межі

**Результат:**

Bisection   
  
[-1, -0.5]  
-0.9413566589355469 17   
  
-1 -0.5 -1 2.875   
-1 -0.75 -1 1.998046875   
-1 -0.875 -1 0.88555908203125   
-1 -0.9375 -1 0.05815315246582031   
-0.96875 -0.9375 -0.4394959807395935 0.05815315246582031   
-0.953125 -0.9375 -0.1831487063318491 0.05815315246582031   
-0.9453125 -0.9375 -0.06065788265550509 0.05815315246582031   
-0.94140625 -0.9375 -0.0007974282798386412 0.05815315246582031   
-0.94140625 -0.939453125 -0.0007974282798386412 0.028790970502029722   
-0.94140625 -0.9404296875 -0.0007974282798386412 0.014025126268416344   
-0.94140625 -0.94091796875 -0.0007974282798386412 0.006620947555302958   
-0.94140625 -0.941162109375 -0.0007974282798386412 0.0029135355003717667   
-0.94140625 -0.9412841796875 -0.0007974282798386412 0.0010584977287824149   
-0.94140625 -0.94134521484375 -0.0007974282798386412 0.0001306457732117572   
-0.941375732421875 -0.94134521484375 -0.00033336348873946875 0.0001306457732117572   
-0.9413604736328125 -0.94134521484375 -0.00010135191691906797 0.0001306457732117572   
-0.9413604736328125 -0.9413528442382812 -0.00010135191691906797 1.4648663319904998e-05

[0.5, 1.4]  
1.2064964294433593 17   
  
0.5 1.4 2.75 -0.5123200000000008   
0.95 1.4 1.2466681250000002 -0.5123200000000008   
1.1749999999999998 1.4 0.1387841210937495 -0.5123200000000008   
1.1749999999999998 1.2874999999999999 0.1387841210937495 -0.3020577252197274   
1.1749999999999998 1.2312499999999997 0.1387841210937495 -0.10182054677963137   
1.2031249999999998 1.2312499999999997 0.014389628544449806 -0.10182054677963137   
1.2031249999999998 1.2171874999999996 0.014389628544449806 -0.04485230775663496   
1.2031249999999998 1.2101562499999998 0.014389628544449806 -0.015500992988218165   
1.2031249999999998 1.206640625 0.014389628544449806 -0.0006213050304753054   
1.2048828124999997 1.206640625 0.006867978050641099 -0.0006213050304753054   
1.2057617187499998 1.206640625 0.003119262915123322 -0.0006213050304753054   
1.2062011718749999 1.206640625 0.0012479570779486693 -0.0006213050304753054   
1.2064208984375 1.206640625 0.0003130701239948408 -0.0006213050304753054   
1.2064208984375 1.20653076171875 0.0003130701239948408 -0.0001541814824088661   
1.206475830078125 1.20653076171875 7.942832027918456e-05 -0.0001541814824088661   
1.206475830078125 1.2065032958984374 7.942832027918456e-05 -3.738058203950345e-05   
1.2064895629882812 1.2065032958984374 2.102286898253425e-05 -3.738058203950345e-05   
  
[1.5, 2.5]  
1.5727558135986328 19   
  
1.5 2.5 -0.375 65.5   
1.5 2.0 -0.375 11.0   
1.5 1.75 -0.375 2.330078125   
1.5 1.625 -0.375 0.45220947265625   
1.5625 1.625 -0.06963920593261719 0.45220947265625   
1.5625 1.59375 -0.06963920593261719 0.1615249514579773   
1.5625 1.578125 -0.06963920593261719 0.038851598277688026   
1.5703125 1.578125 -0.017124032077845186 0.038851598277688026   
1.5703125 1.57421875 -0.017124032077845186 0.010425946797113284   
1.572265625 1.57421875 -0.0034578390356614364 0.010425946797113284   
1.572265625 1.5732421875 -0.0034578390356614364 0.0034567721206073543   
1.57275390625 1.5732421875 -7.343554045746714e-06 0.0034567721206073543   
1.57275390625 1.572998046875 -7.343554045746714e-06 0.0017230104668897184   
1.57275390625 1.5728759765625 -7.343554045746714e-06 0.0008574076639007444   
1.57275390625 1.57281494140625 -7.343554045746714e-06 0.00042492562698726033   
1.57275390625 1.572784423828125 -7.343554045746714e-06 0.00020876443201345296   
1.57275390625 1.5727691650390625 -7.343554045746714e-06 0.0001007037881848305   
1.57275390625 1.5727615356445312 -7.343554045746714e-06 4.6678454410198356e-05   
1.57275390625 1.5727577209472656 -7.343554045746714e-06 1.966703452183083e-05   
  
Newton method  
  
[-1, -0.5]  
-0.9413538077011604 4   
  
-1.0555555555555556 -2.16902064387204   
-0.9620025475743671 -0.32690787877063676   
-0.9421558129587829 -0.01221308366276097   
-0.941355066747092 -1.914295376415076e-05   
  
[0.5, 1.4]  
1.2064945062235568 2   
  
1.2069952973007796 -0.0021284475230274325   
1.2064941922829258 1.3351371537240198e-06   
  
[1.5, 2.5]  
1.572754943566891 5   
  
1.7884615384615385 3.18194100056256   
1.6562526786028062 0.8082145888042049   
1.5915945207426248 0.14373340416061708   
1.5740419276995754 0.009160013153124424   
1.572761573986923 4.694995656606693e-05   
  
Chords  
  
[-1, -0.5]  
-0.9413536851899424 7   
  
-1 -0.5 -1 2.875   
-0.5 -0.8709677419354839 2.875 0.9319518067441117   
-0.8709677419354839 -0.9332114509202111 0.9319518067441117 0.12183721257498692   
-0.9332114509202111 -0.9404650261810383 0.12183721257498692 0.01348973520594643   
-0.9404650261810383 -0.9412574476574607 0.01348973520594643 0.001464806154104048   
-0.9412574476574607 -0.9413433682526232 0.001464806154104048 0.00015872077357559355   
-0.9413433682526232 -0.9413526768011294 0.00015872077357559355 1.7194410531606863e-05   
  
[0.5, 1.4]  
1.2064945062459673 5   
  
0.5 1.4 2.75 -0.5123200000000008   
1.4 1.258662546899139 -0.5123200000000008 -0.20542498052810299   
1.258662546899139 1.2059296100284802 -0.20542498052810299 0.0024040973263286247   
1.2059296100284802 1.206539607021437 0.0024040973263286247 -0.00019179523329704296   
1.206539607021437 1.2064945379313696 -0.00019179523329704296 -1.348474079065909e-07   
  
[1.5, 2.5]  
1.5727536253090113 106   
  
1.5 2.5 -0.375 65.5   
2.5 1.5056925996204933 65.5 -0.35505353934430417   
1.5056925996204933 1.5110533478505446 -0.35505353934430417 -0.3349106883855715   
1.5110533478505446 1.5160842471194094 -0.3349106883855715 -0.3147858559508414   
1.5160842471194094 1.5207902225081604 -0.3147858559508414 -0.29487185702337726   
1.5207902225081604 1.52517873178487 -0.29487185702337726 -0.2753376193559234   
1.52517873178487 1.529259364085705 -0.2753376193559234 -0.25632704413717633   
1.529259364085705 1.5330434421967092 -0.25632704413717633 -0.2379588866103397   
1.5330434421967092 1.536543640708992 -0.2379588866103397 -0.22032748820187464   
1.536543640708992 1.5397736294772741 -0.22032748820187464 -0.2035041763956471   
1.5397736294772741 1.542747749033546 -0.2035041763956471 -0.18753914921483528   
1.542747749033546 1.545480722060933 -0.18753914921483528 -0.17246367387901174   
1.545480722060933 1.5479874028256324 -0.17246367387901174 -0.15829244997209457   
1.5479874028256324 1.5502825646519294 -0.15829244997209457 -0.14502601261487058   
1.5502825646519294 1.5523807241184653 -0.14502601261487058 -0.13265307764487488   
1.5523807241184653 1.5542959996328132 -0.13265307764487488 -0.12115275638329237   
1.5542959996328132 1.5560420013647935 -0.12115275638329237 -0.11049659068028461   
1.5560420013647935 1.5576317491340457 -0.11049659068028461 -0.10065037870567295   
1.5576317491340457 1.559077614697608 -0.10065037870567295 -0.09157577804827355   
1.559077614697608 1.5603912849135617 -0.09157577804827355 -0.08323168514965218   
1.5603912849135617 1.5615837424172323 -0.08323168514965218 -0.07557539922594358   
1.5615837424172323 1.5626652606940474 -0.07557539922594358 -0.06856358506781035   
1.5626652606940474 1.5636454107327478 -0.06856358506781035 -0.062153052955920884   
1.5636454107327478 1.5645330767666141 -0.062153052955920884 -0.05630137588831374   
1.5645330767666141 1.5653364789380402 -0.05630137588831374 -0.0509673648482476   
1.5653364789380402 1.5660632010384656 -0.0509673648482476 -0.046111422349426334   
1.5660632010384656 1.5667202217716576 -0.046111422349426334 -0.041695793311923524   
1.5667202217716576 1.5673139482577392 -0.041695793311923524 -0.03768473071473011   
1.5673139482577392 1.5678502507354009 -0.03768473071473011 -0.034044591641272604   
1.5678502507354009 1.5683344976296674 -0.034044591641272604 -0.030743877434467493   
1.5683344976296674 1.5687715903333357 -0.030743877434467493 -0.02775322981115025   
1.5687715903333357 1.5691659972034981 -0.02775322981115025 -0.025045393023006568   
1.5691659972034981 1.5695217864028703 -0.025045393023006568 -0.022595150533430086   
1.5695217864028703 1.5698426573216122 -0.022595150533430086 -0.020379243228884292   
1.5698426573216122 1.5701319704017027 -0.020379243228884292 -0.01837627490637317   
1.5701319704017027 1.570392775255395 -0.01837627490637317 -0.01656660967154977   
1.570392775255395 1.5706278370243054 -0.01656660967154977 -0.01493226493645139   
1.5706278370243054 1.5708396609685935 -0.01493226493645139 -0.013456802906649301   
1.5708396609685935 1.571030515308468 -0.013456802906649301 -0.012125222781236289   
1.571030515308468 1.5712024523647083 -0.012125222781236289 -0.010923855338198507   
1.5712024523647083 1.5713573280625575 -0.010923855338198507 -0.009840261127703087   
1.5713573280625575 1.5714968198755397 -0.009840261127703087 -0.008863133132003043   
1.5714968198755397 1.5716224432935835 -0.008863133132003043 -0.00798220445960851   
1.5716224432935835 1.5717355669042332 -0.00798220445960851 -0.0071881614114879255   
1.5717355669042332 1.571837426177466 -0.0071881614114879255 -0.00647256207775726   
1.571837426177466 1.5719291360443286 -0.00647256207775726 -0.005827760485978217   
1.5719291360443286 1.5720117023578013 -0.005827760485978217 -0.005246836218365303   
1.5720117023578013 1.5720860323213608 -0.005246836218365303 -0.00472352933975273   
1.5720860323213608 1.5721529439670396 -0.00472352933975273 -0.004252180423641505   
1.5721529439670396 1.5722131747605603 -0.004252180423641505 -0.0038276754278783187   
1.5722131747605603 1.5722673894066244 -0.0038276754278783187 -0.0034453951484216816   
1.5722673894066244 1.5723161869227902 -0.0034453951484216816 -0.0031011689679445453   
1.5723161869227902 1.5723601070456825 -0.0031011689679445453 -0.002791232612267436   
1.5723601070456825 1.5723996360286912 -0.002791232612267436 -0.0025121896298898605   
1.5723996360286912 1.572435211885817 -0.0025121896298898605 -0.002260976316975416   
1.572435211885817 1.572467229132048 -0.002260976316975416 -0.002034829820164674   
1.572467229132048 1.5724960430665504 -0.002034829820164674 -0.0018312591620741614   
1.5724960430665504 1.572521973641106 -0.0018312591620741614 -0.0016480189480638785   
1.572521973641106 1.5725453089526225 -0.0016480189480638785 -0.0014830855274006183   
1.5725453089526225 1.5725663083951513 -0.0014830855274006183 -0.001334635397007844   
1.5725663083951513 1.5725852055037384 -0.001334635397007844 -0.0012010256505980976   
1.5725852055037384 1.5726022105195165 -0.0012010256505980976 -0.001080776290748986   
1.5726022105195165 1.5726175127027946 -0.001080776290748986 -0.0009725542354530603   
1.5726175127027946 1.5726312824184299 -0.0009725542354530603 -0.0008751588641011665   
1.5726312824184299 1.572643673015525 -0.0008751588641011665 -0.0007875089606628194   
1.572643673015525 1.5726548225214318 -0.0007875089606628194 -0.0007086309238104604   
1.5726548225214318 1.5726648551681548 -0.0007086309238104604 -0.000637648124875767   
1.5726648551681548 1.572673882767541 -0.000637648124875767 -0.0005737713049818183   
1.572673882767541 1.572682005950069 -0.0005737713049818183 -0.0005162899125252807   
1.572682005950069 1.5726893152806385 -0.0005162899125252807 -0.0004645642908585046   
1.5726893152806385 1.5726958922634662 -0.0004645642908585046 -0.00041801863440582565   
1.5726958922634662 1.572701810247023 -0.00041801863440582565 -0.0003761346390085407   
1.572701810247023 1.5727071352388846 -0.0003761346390085407 -0.0003384457791106854   
1.5727071352388846 1.5727119266394107 -0.0003384457791106854 -0.00030453215081749363   
1.5727119266394107 1.5727162379022885 -0.00030453215081749363 -0.00027401582555341975   
1.5727162379022885 1.572720117129199 -0.00027401582555341975 -0.0002465566643508055   
1.572720117129199 1.5727236076051414 -0.0002465566643508055 -0.00022184854754314642   
1.5727236076051414 1.5727267482803182 -0.00022184854754314642 -0.000199615979092016   
1.5727267482803182 1.5727295742038898 -0.000199615979092016 -0.00017961102851415944   
1.5727295742038898 1.5727321169143966 -0.00017961102851415944 -0.00016161057714469962   
1.5727321169143966 1.57273440479116 -0.00016161057714469962 -0.0001454138386876025   
1.57273440479116 1.5727364633705547 -0.0001454138386876025 -0.00013084012681829904   
1.5727364633705547 1.5727383156306523 -0.00013084012681829904 -0.0001177268454242153   
1.5727383156306523 1.572739982247397 -0.0001177268454242153 -0.00010592767928230273   
1.572739982247397 1.5727414818251515 -0.00010592767928230273 -9.531096543469175e-05   
1.5727414818251515 1.572742831104174 -9.531096543469175e-05 -8.575822707967973e-05   
1.572742831104174 1.5727440451473305 -8.575822707967973e-05 -7.716285402636913e-05   
1.5727440451473305 1.572745137508118 -7.716285402636913e-05 -6.942891492300873e-05   
1.572745137508118 1.5727461203818696 -6.942891492300873e-05 -6.247008824900036e-05   
1.5727461203818696 1.5727470047418153 -6.247008824900036e-05 -5.6208700225823804e-05   
1.5727470047418153 1.5727478004615238 -5.6208700225823804e-05 -5.057485888571023e-05   
1.5727478004615238 1.57274851642508 -5.057485888571023e-05 -4.5505674801660234e-05   
1.57274851642508 1.5727491606262276 -4.5505674801660234e-05 -4.094455979242184e-05   
1.5727491606262276 1.5727497402575816 -4.094455979242184e-05 -3.684059579356358e-05   
1.5727497402575816 1.5727502617909068 -3.684059579356358e-05 -3.31479668709278e-05   
1.5727502617909068 1.5727507310493503 -3.31479668709278e-05 -2.982544816632071e-05   
1.5727507310493503 1.5727511532724407 -2.982544816632071e-05 -2.6835945948988638e-05   
1.5727511532724407 1.5727515331745743 -2.6835945948988638e-05 -2.414608371026361e-05   
1.5727515331745743 1.5727518749976406 -2.414608371026361e-05 -2.1725829768115545e-05   
1.5727518749976406 1.5727521825583772 -2.1725829768115545e-05 -1.954816211835464e-05   
1.5727521825583772 1.5727524592909765 -1.954816211835464e-05 -1.7588766851872606e-05   
1.5727524592909765 1.5727527082854258 -1.7588766851872606e-05 -1.582576683034631e-05   
1.5727527082854258 1.5727529323220042 -1.582576683034631e-05 -1.4239477465594064e-05   
1.5727529323220042 1.5727531339023226 -1.4239477465594064e-05 -1.2812187033972577e-05   
1.5727531339023226 1.572753315277253 -1.2812187033972577e-05 -1.152795896786074e-05   
1.572753315277253 1.5727534784720598 -1.152795896786074e-05 -1.037245394996944e-05

**Висновки**

Можна зробити висновок, що за кількістю ітерацій метод Ньютона виявився найефективнішим на кожному із вхідних інтервалів. Проте, він має більші затрати ресурсів, процес потребує знаходження похідної.

На одному із інтервалів метод бісекцій виявився ефективнішим за метод хорд, проте це зумовлено взяттям більшого інтервалу, якщо ж брати менші інтервали метод хорд виявляється швидшим за метод бісекцій.