



Твердотельный лазер на YAG:Nd^{3+}

Лабораторная работа № 28

по курсам:

Квантовая электроника

Физические основы фотоники

и нанофотоники

МОСКВА

МФТИ

2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический
институт (государственный университет)»

Кафедра квантовой электроники

Твердотельный лазер на YAG:Nd^{3+}

Лабораторная работа № 28

по курсам:

Квантовая электроника

Физические основы фотоники и нанофотоники

Составители: *Ю. Ю. Брославец,*
В. Д. Лохныгин
М. А. Якишин

МОСКВА
МФТИ
2018

УДК 535
ББК 22.34
Б88

Р е ц е н з е н т

Доктор физико-математических наук, профессор *В. А. Астапенко*

Твердотельный лазер на YAG:Nd^{3+} : лабораторная работа № 28
Б88 по курсам : Квантовая электроника. Физические основы
фотоники и нанофотоники / сост. : Ю. Ю. Брославец,
В. Д. Лохныгин, М. А. Якшин. – М. :МФТИ, 2018. – 40 с.

Рассмотрены принципы и теория работы твердотельных лазеров. На примере лазера, на алюмоиттриевом гранате с неодимом показаны особенности различных режимов генерации. Основываясь на скоростных балансных уравнениях, рассчитываются основные параметры лазера.

В лабораторной работе изучается генерация в твердотельном импульсном лазере в режиме свободной генерации и модуляции добротности. Измеряются энергетические параметры выходного излучения. Изучаются методы создания инверсии, управления режимами генерации и формирования модовой структуры излучения в лазере. В качестве новых активных материалов для твердотельных лазеров исследуются активные элементы на основе высококонцентрированных и широкополосных лазерных сред.

УДК 535
ББК 22.34

© Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)», 2018
© Брославец Ю. Ю., Лохныгин В. Д.,
Якшин М. А., составление, 2018

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение	4
§ 2. Некоторые общие вопросы.....	4
§ 3. Получение инверсной населенности с помощью оптической накачки	8
§ 4. Основные типы твердотельных лазеров	11
§ 5. Формирование поля излучения в резонаторе лазера	14
§ 6. Режимы работы лазеров	20
§ 7. Динамика генерации лазера в различных режимах работы.....	25
§ 8. Экспериментальная часть.....	34
§ 9. Вопросы и задачи	36
§ 10. Дополнительные вопросы	38
Литература	39

§ 1. Введение

С момента создания в 1960 г. Мейманом [1] первого лазера, который был сделан на твердотельной активной среде – кристалле рубина, стремительное развитие квантовой электроники и лазерной физики привело к созданию большого количества различных видов оптических квантовых генераторов. Твердотельные лазеры в ряду оптических квантовых генераторов занимают ведущее положение, обладая высокой эффективностью генерации, широким диапазоном генерируемых мощностей, длин волн, компактными размерами. Особенно большое значение получили твердотельные лазеры, в которых для накачки используются полупроводниковые лазеры. В таких твердотельных лазерах получена высокая эффективность, достигающая десятков процентов, высокая стабильность параметров выходного излучения, хорошая когерентность и монохроматичность, большой ресурс работы. Созданы перестраиваемые твердотельные лазеры, генерирующие фемтосекундные импульсы с длительностью порядка нескольких периодов колебаний поля.

В твердотельных лазерах чаще всего в качестве активной среды служит кристалл, содержащий в своем объеме активные ионы переходных металлов: хрома, неодима, титана, эрбия, гольмия, ванадия и другие. Длина волны генерации обычно принадлежит видимому или ближнему инфракрасному диапазону спектра электромагнитных волн. Но использование методов нелинейной оптики позволяет расширить диапазон генерируемых длин волн, преобразовав излучение в коротковолновый диапазон видимого света и в ультрафиолетовое излучение. Наряду с кристаллическими твердотельными лазерами широко используются различные стекла с активными ионами, а также керамические материалы. Созданы миниатюрные чип-лазеры на высококонцентрированных активных средах. Разрабатываются твердотельные активные среды на основе наноструктурированных материалов.

§ 2. Некоторые общие вопросы

Инверсия активной среды как необходимое условие генерации лазера

Излучение лазера рождается на переходах между определенными энергетическими уровнями активных центров, их называют рабочими уровнями. Заселенности рабочих уровней, отнесенные к единице объема активной среды, будем обозначать через n_1 (нижний рабочий уровень) и n_2 (верхний рабочий уровень). Разность

$$N = n_2 - (g_2/g_1)n_1 \quad (2.1)$$

называют *плотностью инверсной заселенности* рабочих уровней. Здесь g_1 и g_2 – кратности вырождения соответствующих уровней, для простоты будем, как правило, полагать, что $g_1 = g_2$.

Если выполняется условие

$$N > 0, \quad (2.2)$$

то говорят, что имеет место инверсия активной среды. Поскольку N есть в общем случае функция времени и пространственных координат, то понятие инверсии может относиться к определенным промежуткам времени и определенным областям активной среды.

В термодинамически равновесной среде величина N отрицательна: заселенность верхнего уровня меньше заселенности нижнего. Для создания инверсии необходимо перевести активную среду в неравновесное состояние.

Обеспечение инверсии активной среды является необходимой предпосылкой для реализации в лазере режима генерации. Коэффициент усиления χ_1 пространственно-однородной среды описывается выражением

$$\chi_1 = \sigma N, \quad (2.3)$$

где σ – сечение вынужденных переходов между рабочими уровнями. Из (2.3) видно, что сам факт существования эффекта усиления излучения при его прохождении через активную среду предполагает выполнение условия (2.2), т.е. требует наличия положительной величины N . Необходимость обеспечения инверсии физически очевидна, т.к. только при $N > 0$ (т.е. при условии $n_2 > n_1$) процессы индуцированного испускания на рабочем переходе будут преобладать над встречными процессами поглощения излучения.

Для создания и поддержания инверсии применяют тот или иной способ возбуждения (или, как говорят, способ накачки) активной среды. Активная среда лазера представляет собой некий термостат (кристалл, стекло, жидкость, газ), в котором имеются активные центры – квантовые системы, способные в результате возбуждения переходить в состояние с отрицательной температурой, отвечающей инверсной заселенности уровней.

В твердотельных лазерах активными центрами чаще всего служат *ионы* с незаполненными внутренними оболочками.

Реальные активные центры обычно имеют богатую систему энергетических уровней. Однако для работы лазера существенную роль играют лишь некоторые из них, в связи с чем при расчетах систему уровней упрощают, рассматривая только необходимые. Наиболее часто используют 3- и 4-уровневые модели лазера, реже – многоуровневые.

Активная среда лазера характеризуется линейным коэффициентом оптического усиления χ_1 и линейным коэффициентом поглощения на неактивных центрах и рассеяния χ_2 . Коэффициент χ_2 описывает потери

в активной среде, его называют коэффициентом потерь. В этом случае, распространение светового потока в активной среде хорошо описывается законом Бугера:

$$dS_{\omega} = [\chi_1(z) - \chi_2] S_{\omega}(z) dz. \quad (2.4)$$

Здесь $S_{\omega}(z)$ – плотность светового потока, распространяющегося в активной среде вдоль оси z , dS_{ω} – приращение плотности потока на пути от z до $z + dz$. Предполагается, что излучение монохроматично и что его частота ω соответствует энергии перехода между нижними и верхними рабочими уровнями активного центра.

Таким образом, при достаточно больших z при условии $\chi_1(z) > \chi_2$, когда среда является усиливающей, возможна генерация оптического излучения.

Для практического получения режима генерации необходимо ввести положительную обратную связь. В лазере обратную связь обычно осуществляют размещением активной среды между двумя зеркалами (например, между плоскопараллельными зеркалами, как показано на рис. 1. В этом случае плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в направлении перпендикулярно зеркалам, будет поочередно отражаться от них, усиливаясь при каждом прохождении через активную среду. Если одно из зеркал, например R_2 , сделать частично прозрачным, то на выходе системы можно выделить пучок полезного излучения. Как отмечалось выше, в лазере генерация начнется тогда, когда усиление активной среды компенсирует потери в нем (полезные потери, обусловленные частичным выходом излучения из резонатора через выходное зеркало, и пассивные потери, обусловленные поглощением и рассеянием излучения). В соответствии с выражениями (2.3), (2.4) усиление излучения за один проход активной среды (т.е. отношение выходной и входной плотностей потока фотонов) равно $\exp\{\sigma(n_2 - n_1)L\}$, где L – длина активной среды. Если *потери в резонаторе определяются только пропусканием зеркал*, то порог генерации будет достигнут при выполнении условия

$$R_1 R_2 \exp\{2\sigma(n_2 - n_1)L\} = 1, \quad (2.5)$$

где R_1, R_2 – коэффициенты отражения зеркал. Условие (2.5) показывает, что порог достигается тогда, когда инверсия населенностей $N = n_2 - n_1$ приближается к некоторому критическому значению, называемому *критической инверсией*. Как только достигнута критическая инверсия, генерация разовьется из спонтанного излучения. Действительно, будут усиливаться фотоны, которые первоначально появились из спонтанных переходов, испускаемых вдоль оси резонатора.

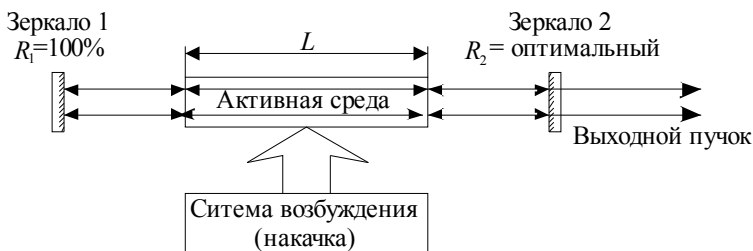


Рис. 1. Принципиальная схема лазера

Выделим три принципиальных момента в картине генерации лазерного излучения, общие для всех типов лазеров.

1. Накачка возбуждает активные центры и тем самым «подготавливает» их к массовому рождению фотонов за счет процессов индуцированного испускания. Энергия накачки идет на создание, а впоследствии на поддержание коллектива активных центров в состоянии с инверсной заселенностью рабочих уровней.

2. Спонтанные переходы в активных центрах приводят к появлению в активной среде фотонов, которые способны сыграть роль стимуляторов переходов, обуславливающих лазерное излучение. Поскольку эти фотоны возникли спонтанно, то они характеризуются существенным разбросом по состояниям, в частности, их распределение по направлениям изотропно.

3. Оптический резонатор удлинняет время взаимодействия спонтанно родившихся фотонов с активной средой тем, что при последовательном отражении от зеркал излучение много раз проходит через активную среду.

Условия стационарной генерации

Пусть L – длина активной среды (см. рис. 1), R_1 , R_2 – коэффициенты отражения зеркал. Обозначим через $S(z)$ плотность светового потока, распространяющуюся от левого зеркала к правому. Используя (2.4), находим

$$\ln \{S(L)/S(0)\} = \int_0^L [\chi_1(z) - \chi_2] dz. \quad (2.6)$$

Обычно можно использовать усредненный по длине активной среды $\langle \chi_1 \rangle$ коэффициент усиления, получим (2.6) в виде

$$S(L) = S(0) \exp \{ L [\langle \chi_1 \rangle - \chi_2] \} = S(0) T, \quad (2.7)$$

т.е. после однократного прохождения активной среды плотность потока возрастает в T раз.

Если у левого зеркала интенсивность излучения $S(0)$, то после прохода резонатора у правого зеркала будем иметь, согласно (2.7), $TS(0)$.

После отражения от правого зеркала поток равен $R_2 TS(0)$. При подходе к левому зеркалу $R_2 T^2 S(0)$. В результате отражения от левого зеркала плотность потока примет значение $R_1 R_2 T^2 S(0)$, которое в силу стационарности процессов должно равняться исходной плотности $S(0)$. Откуда с учетом (2.7) находим

$$\langle \chi_1 \rangle = \chi_2 + \frac{1}{2L} \ln \left\{ \frac{1}{R_1 R_2} \right\}. \quad (2.8)$$

Это (2.8) и есть *условие стационарной генерации, средний коэффициент усиления равен сумме пассивных, вредных потерь χ_2 и потерь, обусловленных уходом части энергии* в виде лазерного излучения

$$\frac{1}{2L} \ln \left\{ \frac{1}{R_1 R_2} \right\}.$$

§ 3. Получение инверсной населенности с помощью оптической накачки

Рассмотрим *оптическую накачку*. Оптическая накачка предполагает возбуждение активных центров при поглощении активной средой излучения от некоторого специального источника света. Метод оптической накачки широко применяется в различных типах твердотельных и жидкостных лазеров, он используется также в газовых лазерах.

Различают *некогерентную и когерентную оптические накачки*. При некогерентной накачке используется некогерентное накачивающее излучение, его источником могут служить газоразрядные импульсные лампы, лампы непрерывного горения (газоразрядные и накаливания), искровые разрядники, пламя и т.д. При когерентной накачке источником накачивающего излучения служит вспомогательный лазер.

Для оптической накачки характерна возможность осуществления исключительно высокой селективности возбуждения. Излучение накачки со специально подобранным спектром частот позволяет возбуждать определенную группу уровней или даже отдельный уровень. При когерентной накачке можно «накачивать энергию» в конкретную линию в спектре поглощения активного центра. Для усиления избирательности возбуждения при некогерентной накачке можно использовать также тот факт, что оптическая накачка осуществляется только на оптически разрешенных переходах.

Применение оптической накачки расширяет функциональные возможности лазера. Так, при когерентной накачке лазер может функционировать как усилитель когерентного излучения или как преобразователь оптических частот.

Наконец, специфика оптической накачки проявляется и в том, что она всегда индуцирует в канале возбуждения (на переходе между основным уровнем и уровнем возбуждения) обратный процесс, имеющий примерно такую же вероятность, что и прямой процесс, связанный с поглощением излучения. Отнесенная к единице времени вероятность поглощения излучения накачки

$$W_n = B\rho_n(\nu), \quad (3.1)$$

где $\rho_n(\nu)$ – плотность излучения накачки на частоте возбуждения, B – коэффициент Эйнштейна для поглощения излучения в канале возбуждения. Наряду с поглощением происходит обратный процесс – стимулированное испускание, индуцированное излучением накачки. Вероятность этого обратного процесса

$$W'_n = B'\rho_n(\nu), \quad (3.2)$$

где B' – коэффициент Эйнштейна для указанного процесса. Коэффициенты B и B' связаны друг с другом известным соотношением $gB = g'B'$, где g и g' – кратности вырождения соответственно основного уровня и уровня возбуждения. Отсюда

$$W_n = (g'/g)W'_n. \quad (3.3)$$

Существование двух встречных процессов, вероятности которых связаны соотношением (3.3), запрещает совмещать при оптической накачке каналы возбуждения и генерации. Отсюда, в частности, следует, что минимально необходимое число уровней активного центра при оптической накачке равно трем.

Особенностью оптической накачки следует считать также тот факт, что в оптической области спектра расстояния по частоте между энергетическими уровнями настолько велики, что для всех рабочих температур $\hbar\omega \gg kT$. Это позволяет считать, что в условиях термодинамического равновесия все частицы находятся в нижнем (основном) энергетическом уровне, а верхние уровни пусты. Следует отметить также, что вероятности безызлучательных переходов с нижних уровней на верхние пренебрежимо малы (см., например, [2], [8], гл. 4, формула 4.15).

Условия реализаций инверсной населенности в оптическом диапазоне в рамках трехуровневой модели

Предположим, что инверсия населенности (как это реализуется в лазере на рубине) создается между первым возбужденным уровнем 2 и основным уровнем 1 (см. рис. 2а).

Пусть n_1, n_2, n_3 – населенности уровней 1, 2, 3, а n – полное число активных частиц на всех трех уровнях в единице объема:

$$n = n_1 + n_2 + n_3. \quad (3.4)$$

Пусть $W_{13} = W_{31} = B_{13}\rho(\nu)$ – вероятность индуцированных переходов под действием накачки, $W_{12} = W_{21}$ – вероятность индуцированного перехода под влиянием лазерного излучения, ω_{ij} – вероятность переходов с уровня i на уровень j , в общем случае определяемая как сумма вероятностей спонтанного и безызлучательных переходов. Например, $\omega_{21} = \omega_{21}^{\text{бн}} + \omega_{21}^{\text{сн}} = 1/\tau_{21}$, где $\omega_{21}^{\text{бн}}$ – вероятность безызлучательного перехода с уровня 2 на уровень 1, $\omega_{21}^{\text{сн}} = A_{21}$ – вероятность спонтанного перехода с уровня 2 на уровень 1, величина τ_{21} называется временем жизни центров на уровне 2. Как уже упоминалось выше, спонтанные и безызлучательные переходы будем учитывать только с верхних уровней на нижние, вероятности обратных переходов будем считать пренебрежимо малыми. Тогда скоростные уравнения, описывающие изменение населенностей уровней, имеют вид

$$\begin{cases} \frac{dn_1}{dt} = W_{21}(n_2 - n_1) - W_{13}(n_1 - n_3) + \omega_{31}n_3 + \omega_{21}n_2, \\ \frac{dn_2}{dt} = -W_{21}(n_2 - n_1) - \omega_{21}n_2 + \omega_{32}n_3, \\ \frac{dn_3}{dt} = W_{13}(n_1 - n_3) - \omega_{31}n_3 - \omega_{32}n_3. \end{cases} \quad (3.5)$$

В стационарном режиме $dn_1/dt = dn_2/dt = dn_3/dt = 0$, и система сводится к алгебраическим уравнениям. С учетом равенства (3.4), достаточно рассмотреть не всю систему (3.5), а только два ее уравнения. Выберем второе и третье уравнения системы (3.5), приравняв их к нулю. Обычно населенность уровня 3 мала, свойства среды таковы, что частицы, забрасываемые на 3 уровень накачкой, быстро переходят на уровень 2. Поэтому можно считать, что $n_3 \ll n_1$. При этом условии можно получить выражение для разности населенности между уровнями $2 \rightarrow 1$:

$$n_2 - n_1 = n \frac{(W_{13}\omega_{32})/(\omega_{31} + \omega_{32}) - \omega_{21}}{2W_{21} + \omega_{21} + (W_{13}\omega_{32})/(\omega_{31} + \omega_{32})}. \quad (3.6)$$

Видно, что ω_{32} должно быть больше ω_{31} , что физически означает: частицы, заброшенные на уровень 3, в основном переходят на уровень 2. Для систем уравнений, используемых в реальных установках:

$$\omega_{32} \gg \omega_{31}.$$

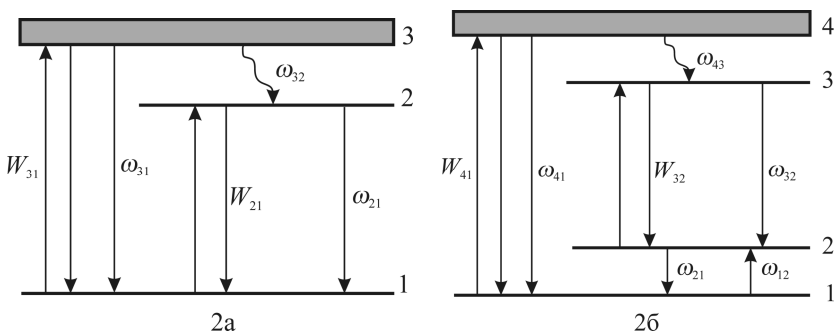


Рис. 2. Трех- (а) и четырехуровневая (б) схемы получения инверсной населенности в оптическом диапазоне

Следует отметить, что трехуровневая схема имеет принципиальный недостаток. Если создана некоторая ненулевая инверсия населенностей, то это означает, что $n_2 > n/2$, причем только та часть на уровне 2, которая превышает $n/2$, дает вклад в инверсию, а перенос $n/2$ частиц с уровня 1 на уровень 2 лишь уравнивает населенности рабочих уровней. Поэтому для достижения инверсной населенности в системах, работающих по трехуровневым схемам, требуются большие мощности накачки.

Такого недостатка нет в четырехуровневых схемах (см. рис. 2б), т.к. в них нижним рабочим уровнем является не основной, а возбужденный уровень. Этот уровень до включения накачки практически пустой (например, для лазера на АИГ: Nd^{3+} $E_{21} \approx 2000 \text{ см}^{-1}$, в то время как $k_B T \approx 200 \text{ см}^{-1}$ для $T \approx 300 \text{ К}$, следовательно, населенность нижнего рабочего уровня в e^{-10} раз меньше населенности основного уровня). Поэтому не надо расходовать мощность накачки для выравнивания населенностей уровней.

§ 4. Основные типы твердотельных лазеров

Лазер на рубине

Впервые лазерная генерация была осуществлена на рубине. Благодаря большой механической прочности и теплопроводности кристаллов рубина и возможности выращивания образцов высокого оптического качества, лазеры на рубине до сих пор широко используются в практике.

Рубин – окись алюминия Al_2O_3 (матрица) с примесью ионов Cr^{3+} (активные центры). В лазерах обычно используется розовый рубин с содержанием хрома 0.05 % ($1.6 \cdot 10^{19}$ ионов в 1 см^3).

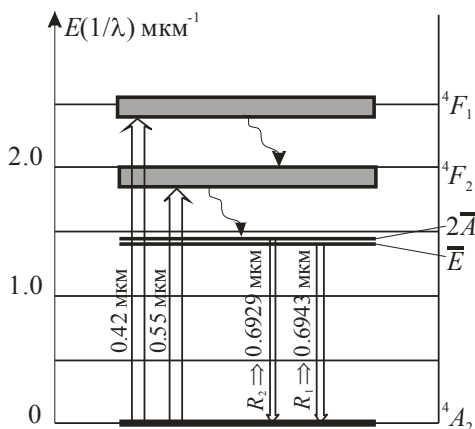


Рис. 3. Схема энергетических уровней ионов Cr^{3+} в кристалле рубина

На рис. 3 показана схема уровней хрома в рубине. Переход от $1/\lambda$ к энергии осуществляется по формуле $E = 2\pi\hbar c/\lambda$. В процессе накачки возбуждаются состояния 4F_1 и 4F_2 . Каждое из них изображено на рисунке в виде некоторой энергетической полосы, что связано с «размытием» соответствующих энергетических состояний (следствие малости времени жизни активных центров в указанных состояниях). Активные центры быстро переходят из состояний 4F_1 и 4F_2 на два близко расположенных метастабильных уровня, обозначаемых как $2\bar{A}$ и \bar{E} (расстояние между уровнями составляет 0.003 мкм^{-1}). Эти уровни играют роль верхних рабочих уровней. При переходе из состояний 4F_1 и 4F_2 на верхние рабочие уровни ионы хрома передают часть своей энергии кристаллической решетке (неоптические переходы показаны на рисунке волнистыми стрелками). Нижний рабочий уровень обозначен как 4A_2 , он является также основным уровнем. Из рисунка видно, что лазер на рубине может быть описан трехуровневой рабочей схемой.

В спектре поглощения рубина хорошо выделяются две относительно широкие линии с максимумами при $\lambda = 0.41 \text{ мкм}$ (синяя полоса поглощения) и $\lambda = 0.55 \text{ мкм}$ (желто-зеленая полоса), отвечающие возбуждению состояний 4F_1 и 4F_2 соответственно. Полосам поглощения рубина хорошо соответствует спектр ртутной лампы, это обеспечивает высокую селективность возбуждения и увеличивает долю полезно расходуемой мощности излучения накачки. В спектре люминесценции ионов хрома в рубине наблюдаются две линии: 0.6943 мкм (R_1 линия, она соответствует переходу $\bar{E} \rightarrow {}^4A_2$) и 0.6929 мкм (R_2 , $2\bar{A} \rightarrow {}^4A_2$).

Лазер на иттрий-алюминиевом гранате с неодимом

Одним из широко используемых в настоящее время твердотельных лазеров является лазер, в котором матрицей служит иттрий-алюминиевый гранат ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$), а активатором – ионы Nd^{3+} . Принятое обозначение этого лазера ИАГ: Nd^{3+} .

Лазер ИАГ: Nd^{3+} имеет сравнительно низкий порог возбуждения и высокую теплопроводность активной среды, что позволяет реализовать генерацию при большой частоте следования импульсов, а также генерацию в непрерывном режиме. КПД лазера сравнительно высок, он достигает нескольких процентов в случае ламповой накачки и десятки процентов при накачке полупроводниковым лазером.

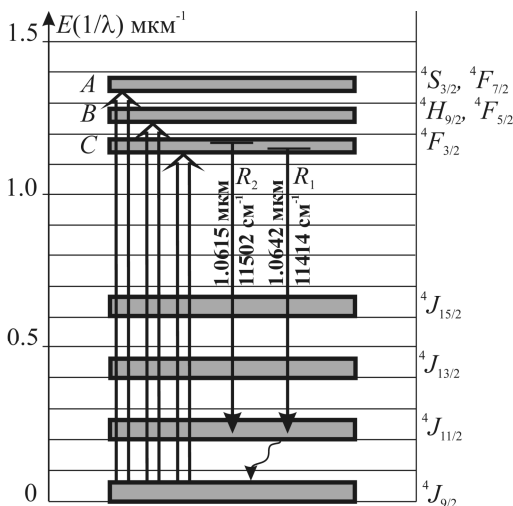


Рис. 4. Схема энергетических уровней ионов Nd^{3+} в кристалле иттрий-алюминиевого граната (ИАГ: Nd^{3+})

Основные переходы иона неодима в гранате показаны на рис. 4. Переходы совершаются между определенными атомными термами, которые изображены на рисунке в виде «энергетических полос». Каждой «полосе» (каждому терму) соответствует группа относительно узких энергетических уровней, возникших в результате расщепления данного терма в электрическом поле кристаллической решетки граната (штарковское расщепление).

В процессе накачки ионы неодима переходят из основного состояния, соответствующего терму ${}^4J_{9/2}$, в три группы состояний: A, B, C. Группа

A соответствует термам ${}^4F_{7/2}$ и ${}^4S_{3/2}$, группа *B* – термам ${}^4F_{5/2}$ и ${}^4H_{9/2}$, группа *C* – терму ${}^4F_{3/2}$.

Этим трем группам состояний отвечают три полосы в спектре поглощения неодима в гранате. Тонкая структура полос поглощения отражает эффект штарковского расщепления термов.

Терм ${}^4F_{3/2}$ является верхним рабочим «уровнем». Ионы неодима высвечиваются, переходя с этого «уровня» на уровни, соответствующие термам ${}^4J_{11/2}$, ${}^4J_{9/2}$, ${}^4J_{13/2}$, ${}^4J_{15/2}$. Основная доля энергии (60%) высвечивается в переходах ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4J_{11/2}$, в качестве нижних рабочих уровней принято рассматривать уровни, соответствующие терму ${}^4J_{11/2}$. Спектр люминесценции неодима в гранате для переходов ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4J_{11/2}$ содержит 7 линий, наиболее интенсивны линии 1.0615 и 1.0642 мкм.

При упрощенном рассмотрении лазера ИАГ:Nd³⁺ можно пользоваться четырехуровневой рабочей схемой: основной «уровень» – терм ${}^4J_{9/2}$, нижний рабочий «уровень» – терм ${}^4J_{11/2}$, верхний рабочий «уровень» – терм ${}^4F_{3/2}$, уровень возбуждения – термы ${}^4F_{7/2}$ и ${}^4F_{5/2}$. Заметим, что переходы $F \rightarrow J$ запрещены в дипольном приближении (оптически запрещены), поскольку при таких переходах орбитальное квантовое число иона неодима изменяется на 3, следовательно, состояния, соответствующие *F*-термам, являются метастабильными.

Для накачки лазеров ИАГ:Nd³⁺ часто применяют криптоновые лампы. В отдельных случаях в решетку граната вводят сенсibilизатор – ионы хрома – и используют ксеноновые лампы. Хром в гранате имеет две широкие полосы поглощения (при длинах волн 0.43 и 0.59 мкм), хорошо согласующиеся со спектром излучения ксеноновых ламп. Возбужденные ионы хрома передают энергию возбуждения активным центрам – ионам неодима. Относительно большое время передачи энергии от хрома к неодиму (около 6 нс) позволяет использовать такой метод повышения эффективности накачки лишь в режиме непрерывной генерации.

§ 5. Формирование поля излучения в резонаторе лазера

Говоря о принципиально важных элементах лазера, следует отметить наряду с активной средой и системой возбуждения (системой накачки) также оптический резонатор. Для возникновения генерации в лазере необходимо, чтобы инверсия активной среды обеспечила превышение усиления над суммарными потерями в резонаторе. Изменяя уровень и харак-

тер потерь в резонаторе, можно осуществить управление процессом генерации. В соответствии со спецификой используемого в лазере резонатора генерируется излучение, поле которого имеет определенную спектральную и пространственно-временную структуру. Формирование поля излучения с определенной структурой – принципиальная функция оптического резонатора в лазере.

Резонансные частоты

Оптический резонатор выделяет в пределах ширины линии усиления набор резонансных длин волн λ_q (резонансных частот ω_q). Полагая приближенно, что поле внутри резонатора описывается набором плоских волн, распространяющихся вдоль оси резонатора, запишем условие резонанса в виде

$$2L = q\lambda_q. \quad (5.1)$$

Здесь q – положительные целые числа ($q \gg 1$), L – длина резонатора. Это условие означает, что сдвиг фазы (или, иными словами, набег фазы) волны, совершившей двойной проход по резонатору (от одного зеркала к другому и обратно), кратен 2π . В самом деле, набег фазы для плоской волны, прошедшей расстояние z , равен $2\pi z/\lambda$. На расстоянии $2L$ этот набег составит $4\pi L/\lambda$. Полагая, что указанный набег фазы кратен 2π , т.е. $4\pi L/\lambda = 2\pi q$, приходим к (5.1).

Учитывая, что длина волны излучения связана с частотой соотношением $\lambda = 2\pi v/\omega = 2\pi c/n\omega$, где n – показатель преломления среды, заполняющей резонатор, а v – фазовая скорость в среде, перепишем (5.1) в виде $L = qc/n\omega_q$. Таким образом, резонансные частоты оптического резонатора описываются выражением

$$\omega_q = q \frac{\pi c}{Ln}, \text{ или } \nu_q = q \frac{c}{2Ln}. \quad (5.2)$$

Заметим, что выражения (5.2) являются приближенными. Они предполагают, что, во-первых, поле в резонаторе описывается плоскими волнами и, во-вторых, дисперсия показателя преломления незначительна.

Согласно (5.2), спектр резонансных частот эквидистантен: разность между соседними частотами постоянна. Она равна $\Delta\omega' = \frac{\pi c}{Ln}$ либо

$\Delta\nu' = \frac{c}{2Ln}$. Поделив ширину линии усиления $\Delta\omega$ на $\Delta\omega'$, находим полное число резонансных частот в спектре генерации лазера

$M = \Delta\omega / \Delta\omega' = \Delta\omega L n / \pi c$. Число M растет с увеличением оптической длины резонатора Ln и с увеличением ширины линии усиления $\Delta\omega$. Последняя тем больше, чем шире линия люминесценции активных центров и чем ниже уровень потерь в резонаторе.

Выделяя набор резонансных частот, резонатор преобразует линию усиления в совокупность узких линий – так называемых спектральных линий резонатора (рис. 5). Максимумы этих линий соответствуют резонансным частотам, а ширина линии определяется потерями в резонаторе.

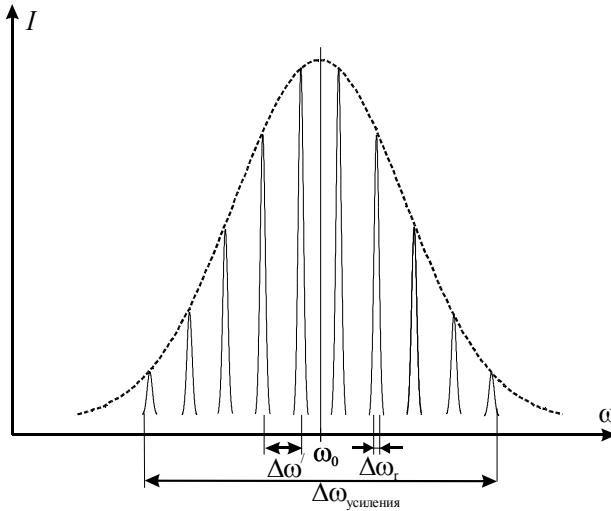


Рис. 5. Набор резонансных частот в контуре линии усиления, образованных резонатором лазера

Обозначим ширину спектральной линии резонатора как $\Delta\omega_r$. Отношение

$$Q = \omega_0 / \Delta\omega_r \quad (5.3)$$

называется *добротностью резонатора*. Чем меньше потери в резонаторе, тем выше его добротность (тем меньше $\Delta\omega_r$).

Для разрешения узких линий в спектре генерации необходимо, чтобы выполнялось условие $\Delta\omega_r < \Delta\omega'$. Используя выражение для $\Delta\omega'$ и (5.3), преобразуем это условие к виду

$$Q > \omega_0 L n / \pi c. \quad (5.4)$$

Положим $\omega/2\pi \approx 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $Ln \approx 10 \text{ см}$. Тогда из (5.4) следует, что $Q > 10^6$, реализуемые на практике значения добротности лазерных резонаторов обычно удовлетворяют этому условию.

Одно из определений добротности резонансной системы – это

$$Q = 2\pi\nu \frac{E}{\Delta E}, \quad (5.5)$$

где E – запасенная энергия в системе, ΔE – суммарные потери энергии в системе за секунду. Таким образом, для лазерного резонатора добротность будет определяться временем жизни фотона в резонаторе τ_c ($q \approx q_0 \exp\{-t/\tau_c\}$). В частности, для двухзеркального резонатора с коэффициентами отражения зеркал по мощности R_1 и R_2 и расстоянием между зеркалами L время затухания излучения в резонаторе получается

$$\tau_c = -\frac{2L}{c \ln\{R_1 R_2 (1 - T_i)^2\}}, \quad (5.6)$$

где T_i – внутренние потери (обусловленные дифракцией, рассеянием и др. факторами), c – скорость света в среде резонатора. Добротность резонатора в этом случае выражается как

$$Q = 2\pi\nu\tau_c, \text{ или } Q = \frac{\nu}{\Delta\nu_c}, \quad (5.7)$$

где $\Delta\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau_c}$ – ширина резонансной кривой (описываемой зависимостью Лоренца) на полувывсоте для «холодного» резонатора. Для ширины линии генерации лазера приводится следующее соотношение:

$$\delta\nu = \frac{2\pi(\Delta\nu_c)^2 h\nu}{P^{(0)}}, \quad (5.8)$$

где $P^{(0)}$ – мощность генерации лазера. Таким образом, ширина линии генерации обратно пропорциональна мощности генерации, и рассчитанная по этой формуле получается чрезвычайно узкой, что говорит о том, что на практике ширина генерации лазера чаще всего определяется нестабильностью длины резонатора, тепловыми и механическими флуктуациями.

Моды (типы колебания) оптического резонатора

Резонатор лазера существенным образом влияет на мощность лазерного излучения, а также на его спектральные характеристики. В действительности влияние резонатора на свойства лазерного излучения является еще более значительным и принципиальным. Дело в том, что резонатор

формирует определенные состояния поля излучения, их называют модами или типами колебаний резонатора.

Отдельная мода обозначается TEM_{mnq} , где m и n – поперечные индексы моды, а q – продольный индекс. Каждая мода характеризуется определенной пространственной структурой поля (определенным распределением амплитуды и фазы) в поперечном к оси резонатора направлении, в частности, на поверхности зеркал резонатора. Специфику этой структуры фиксируют поперечные индексы моды m и n . Кроме того, каждая мода характеризуется определенным сдвигом фазы за двойной проход резонатора, рассматриваемый на оси резонатора. Этот фазовый сдвиг равен $2\pi q$, где q – продольный индекс моды. Конкретному сочетанию индексов m и n , отражающему конкретную поперечную структуру поля в резонаторе, соответствует ряд мод с разными значениями индекса q , это продольные моды (их также называют аксиальными модами). В спектре генерации каждой из них отвечает узкая линия. Совокупность продольных мод с данным сочетанием индексов m и n объединяют под названием поперечной моды. Поперечная мода характеризуется, очевидно, только поперечными индексами (она обозначается TEM_{mn}).

Каждый тип поперечной моды имеет определенную структуру светового пятна на зеркале резонатора. В декартовой системе координат распределение поля можно описать произведением функций Эрмита и Гаусса и для поперечного сечения пучка моды для поля можно записать:

$$u_{mn}(x, y) = A_0 H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega} \right) H_n \left(\sqrt{2} \frac{y}{\omega} \right) \exp \left\{ -i \frac{k(x^2 + y^2)}{2q} \right\}, \quad (5.9)$$

где

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i \frac{\lambda}{\pi \omega^2}, \quad (5.10)$$

q – комплексный параметр пучка, H_m , H_n – полиномы Эрмита порядка m и n , R – радиус кривизны волнового фронта, ω – радиус пучка в поперечном сечении, $k = 2\pi/\lambda$. Такое распределение поля получается в эрмит-гауссовых пучках.

Поперечную моду TEM_{00} называют основной модой. Для нее характерна наиболее простая структура светового пятна. Чем меньше значения поперечных индексов, тем сильнее сконцентрировано поле моды вблизи центра зеркала.

Наблюдаемая в реальных условиях структура светового пятна часто представляет суперпозицию нескольких поперечных мод (многомодовый режим генерации). Спектр генерируемого излучения содержит обычно несколько узких линий (многочастотный режим генерации).

Роль оптического резонатора в лазере

Модовая структура поля излучения лазера формируется в резонаторе в процессе последовательных отражений излучения от зеркал резонатора.

При рассмотрении роли резонатора в лазере удобно использовать фотонные представления, поскольку они наилучшим образом учитывают специфику процесса генерации излучения в оптическом диапазоне, а именно тот факт, что оптическое излучение рождается в результате многочисленных актов высвечивания атомов или молекул, совершающих квантовые переходы из одних состояний в другие. В определенном смысле уже отдельный высвечивающийся атом (молекула) может быть сопоставлен с неким «резонатором», с некой колебательной системой.

Очевидно, что для получения когерентного света необходимо, чтобы акты высвечивания многочисленных молекул-резонаторов были взаимно скоррелированы (согласованы), причём не только по частоте излучения, но и по направлению его распространения и по поляризации. Иными словами, необходимо, чтобы осуществлялся принцип самоуправления (саморегулирования), или, как это принято говорить в радиофизике, принцип положительной обратной связи. Возможность такой корреляции (возможность реализации положительной обратной связи) заложена в самой природе индуцированного испускания: вторичный фотон рождается в том же самом состоянии, в каком находился первичный, инициировавший рождение второго фотона. Для осуществления указанной возможности на практике необходимо обеспечить избирательность заселения фотонных состояний в ходе индуцированных переходов (фотонное состояние характеризуется определенной энергией, определённым импульсом, определённой поляризацией фотона), иначе говоря, надо каким-то образом выделить на практике определённые фотонные состояния, в которых будут накапливаться фотоны, тогда как фотоны, спонтанно родившиеся во всех прочих состояниях, должны достаточно быстро «выводиться из игры».

Избирательность заселения фотонных состояний и обеспечивает в лазере оптический резонатор. Возможность положительной обратной связи, содержащаяся в явлении вынужденного излучения, осуществляется в квантовом генераторе с помощью резонатора. Прежде всего резонатор выделяет в пространстве определённое направление, в котором преимущественно происходит генерация. Кроме того, резонатор осуществляет селекцию по частоте и поляризации излучения. Можно сказать, что выделение определённых фотонных состояний, в которых и осуществляется преимущественно генерация излучения, – принципиальная функция оптического резонатора. Чем жестче обеспечивает резонатор избирательность заселения фотонных состояний, тем выше когерентные свойства лазерно-

го излучения (выше направленность, монохроматичность, степень поляризации).

Рассматривая вопрос о том, каким образом резонатор обеспечивает избирательность заселения фотонных состояний, подчеркиваем, что это достигается за счёт избирательности потерь для разных состояний. Для выделенных состояний эти потери должны быть малы, тогда как для прочих состояний они должны быть, напротив, велики. Генерация реализуется лишь в тех состояниях, для которых потери относительно низки.

§ 6. Режимы работы лазеров

Режим свободной генерации

Предположим, что в резонаторе лазера находится только активный элемент и нет каких-либо нелинейных элементов или элементов, свойства которых изменяют под воздействием внешних сигналов. В этом случае говорят о режиме *свободной генерации*. Фактически этот термин объединяет несколько различных режимов, их общая черта – отсутствие какого-либо специального управления генерацией, какого-либо воздействия на нее извне. В частности, отсутствует какая-либо модуляция (как активная, так и пассивная) добротности резонатора. Свободная генерация может иметь место как в случае импульсной, так и в случае непрерывной накачки.

Наиболее интересна картина свободной генерации в твердотельных лазерах. Излучение твердотельного лазера в этом режиме представляет собой, как правило, последовательность относительно коротких импульсов или, как принято говорить, пиков. Длительность отдельного пика равна $10^{-7} - 10^{-6}$ с (0.1–1 мкс), мощность достигает значений $10^4 - 10^5$ Вт. Временной интервал между пиками составляет примерно 1–10 мкс. Пики в интенсивности выходного излучения были обнаружены в первых же экспериментах с рубиновым лазером в 1960 г. Однако природа пиков до сих пор продолжает оставаться предметом исследований. На основе одномодовой модели лазера можно показать, что регулярные затухающие пульсации связаны с *переходными процессами*, сопровождающими начало генерации при появлении импульса накачки, иначе говоря, эти пульсации связаны с инерционностью процессов заселения и релаксации уровней.

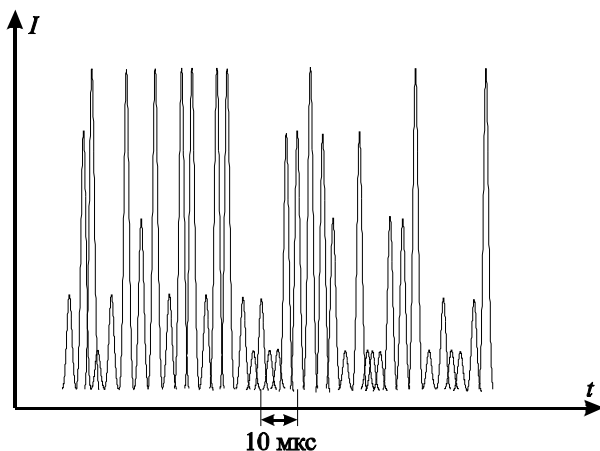


Рис. 6. Осциллограмма излучения твердотельного лазера, работающего в режиме свободной генерации

Существенное влияние на характер пикового режима оказывает многомодовость генерации, в частности, наличие многих мод может вносить в картину пульсаций неупорядоченность. На рис. 6 приведена осциллограмма излучения твердотельного лазера, соответствующая режиму нерегулярных незатухающих пульсаций.

Режим генерации гигантских импульсов

Идея использования модуляции добротности резонатора лазера с импульсной накачкой для получения мощных и коротких световых импульсов была реализована в 1962 г. Управляя добротностью резонатора, сначала обеспечивают высокий уровень вредных потерь, т.е. специально поднимают порог генерации. Это позволяет создать значительную инверсную заселенность в активной среде. Затем по сигналу извне уровень потерь, а следовательно, и порог генерации быстро понижаются до минимального возможного значения, в результате начальная величина инверсной заселенности оказывается существенно выше нового порога, отвечающего малым потерям. В этих условиях вместо последовательности пиков высвечивается единичный короткий световой импульс большой мощности (так называемый гигантский импульс). Мощность гигантского импульса тем больше, чем значительнее превышение начальной инверсной заселенности (реализуемой в условиях низкой добротности резонатора) над пороговым значением инверсной заселенности (отвечающим высокой добротности резонатора). Мощность получаемых на практике гигантских импульсов достигает 10^9 Вт. Дальнейшему росту импульса пре-

пятствуют спонтанное излучение и сверхлюминесценция, возрастающие с увеличением начальной инверсной заселенности. Длительность гигантского импульса имеет порядок 10–100 нс. В специально созданных лазерах, минимальная длительность импульсов может достигать 0.1–0.3 нс. Для реализации рассматриваемого режима помещают в резонатор лазера модулятор (переключатель потерь), управляемый внешним сигналом. Под воздействием сигнала модулятор быстро изменяет уровень вредных потерь в резонаторе (переходить из состояния, соответствующего высоким потерям, в состояние, соответствующее низким потерям, и обратно). Поскольку такие переходы совершаются в результате воздействия извне, данный режим модуляции добротности резонатора называют активной модуляцией. Применяются различные типы модуляторов. Первоначально появились оптико-механические модуляторы, затем стали использоваться электрооптические, а позднее акустооптические модуляторы.

Обычно модулятор работает как управляемый оптический затвор. Под воздействием управляющего сигнала изменяется пропускание затвора, а следовательно, и потери в резонаторе. Если затвор «открыт», то потери низки (добротность резонатора высока), если затвор «заперт», то потери высоки (добротность резонатора низка). В отдельных случаях роль модулятора играет быстро вращающееся зеркало резонатора (модулятор оптико-механического типа). Очевидно, что для лазеров с импульсной накачкой переходы оптического затвора из «запертого» состояния в «открытое» должны быть синхронизированы с импульсами накачки: затвор должен «открываться» после того, как достигнута достаточно высокая инверсная заселенность рабочих уровней.

Режим генерации гигантских импульсов при пассивной модуляции добротности резонатора

Пассивная модуляция добротности основана на применении нелинейных элементов, характеристики которых меняются в зависимости от мощности излучения, генерируемого в активном элементе. Широко используются просветляющиеся фильтры – оптические затворы, работающие на основе нелинейного – оптического явления просветления среды. Идея применения в квантовой электронике просветляющихся сред была высказана в 1964 г. Вскоре она была реализована на практике для получения гигантских импульсов в рубиновом лазере.

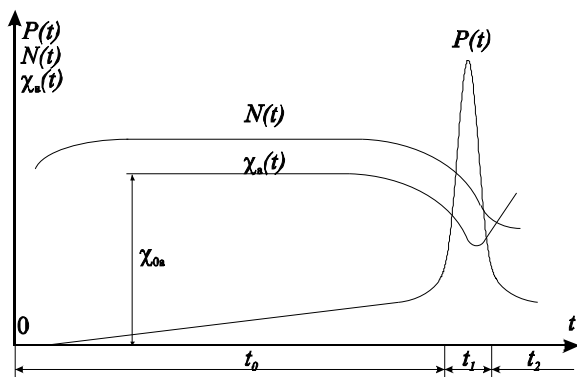


Рис. 7. Процесс формирования гигантского импульса излучения лазера с пассивной модуляцией добротности

На рис. 7 показан процесс развития гигантского импульса при пассивной модуляции добротности резонатора лазера с импульсной накачкой. Модуляция добротности осуществляется за счет применения просветляющегося фильтра. Кривая $P(t)$ на рисунке описывает изменение во времени мощности генерируемого излучения, там же показано изменение во времени коэффициента резонансного поглощения фильтра на частоте генерации (кривая $\chi_a(t)$) и плотности инверсной заселённости уровней активной среды (кривая $N(t)$).

Исходное состояние соответствует непросветлённому фильтру ($\chi_a = \chi_{0a}$). В этом состоянии пороговое значение плотности инверсной заселённости достаточно велико (обозначим через $N_{\text{порог}}^{\text{max}}$). По мере поступления в активный элемент излучения накачки величина N будет расти. Как только она достигнет значения $N_{\text{порог}}^{\text{max}}$, начнётся процесс генерации. Этот момент времени выбран на рисунке в качестве начального момента ($t = 0$). Как и при активной модуляции добротности, процесс формирования гигантского импульса состоит из двух этапов: длительного этапа медленного (линейного) развития (длительность этапа t_0) и короткого этапа быстрого (нелинейного) развития (длительность этапа t_1). При пассивной модуляции добротности этап линейного развития примерно на порядок длиннее, чем при активной модуляции, он составляет примерно 1 мкс. Это объясняется тем, что развитие импульса на рассматриваемом этапе происходит при пассивной модуляции добротности в условиях высоких потерь. Из рисунка видно, что фильтр просветляется фактически лишь на втором (нелинейном) этапе развития импульса. Длительность второго

этапа составляет примерно 10 нс (как и при активной модуляции). После высвечивания гигантского импульса коэффициент резонансного поглощения фильтра снова возрастает за счёт спонтанных переходов в фильтре. Время T_a , в течение которого фильтр возвращается в исходное (непросветленное) состояние, есть время релаксации фильтра.

Просветляющийся фильтр

Просветляющийся фильтр представляет собой нелинейный резонансный поглотитель, способный обратимо изменять коэффициент поглощения под действием достаточно интенсивного светового потока определенной частоты. Просветляющийся фильтр содержит молекулы (атомы), резонансно поглощающие излучение на частоте рабочего перехода для данного лазера. Эти молекулы (атомы) будем называть ниже поглощающими центрами. В основе работы просветляющегося фильтра лежит нелинейно-оптический эффект просветления среды: непрозрачная вначале среда становится прозрачной (просветляется) при возрастании мощности падающего на неё излучения.

В качестве просветляющихся сред часто используются растворы органических красителей – цианиновых (фталоцианина и криптоцианина) и полиметиновых. Цианиновые красители используют в лазерах на рубине, полиметиновые в лазерах, активированных неодимом.

Более удобными средами и широко используемыми в качестве просветляющейся среды для модуляции добротности лазера, являются такие твердотельные среды, как YAG:Cr^{4+} , в которой просветление происходит на переходах в ионах Cr^{4+} и кристаллы с центрами «окраски» LiF:F_2^- .

При рассмотрении взаимодействия излучения с поглощающими центрами применяют обычно либо двухуровневую, либо трехуровневую модель просветляющейся среды. Рассмотрим двухуровневую модель.

Разность энергии уровней поглощающего центра должна соответствовать частоте ω рабочего перехода в активной среде лазера. В исходном состоянии все поглощающие центры находятся на нижнем уровне – фильтр максимально непрозрачен (непросветленное состояние фильтра). В этом состоянии $n_1 \approx n$, $n_2 \approx 0$, где n – полное число поглощающих центров в единице объёма, n_1 и n_2 – плотность заселённости соответственно нижнего и верхнего уровней поглощающего центра. При облучении фильтра светом на частоте генерации будут происходить процессы резонансного поглощения и индуцированного испускания, сопровождаемые переходами поглощающих центров между двумя рассматриваемыми уровнями. Поскольку $n_1 > n_2$, то будет преобладать резонансное поглощение, в результате чего разность $(n_1 - n_2)$ будет постепенно уменьшаться.

ся – фильтр начнёт просветляться. При достаточно интенсивном облучении разность заселённостей ($n_1 - n_2 \rightarrow 0$) может стать равной нулю, в этом случае коэффициент резонансного поглощения обращается в нуль – получаем максимальное просветлённое состояние фильтра:

$$n_1 \approx n_2 \approx n/2.$$

После прекращения действия излучения релаксационные процессы обеспечат возвращение поглощающих центров на нижний уровень. В итоге фильтр вернется в исходное (непросветлённое) состояние.

§ 7. Динамика генерации лазера в различных режимах работы

Система уравнений, описывающая динамику генерации лазера

Рассмотрим схему уровней энергии в ИАГ:Nd³⁺, показанную на рис. 8.

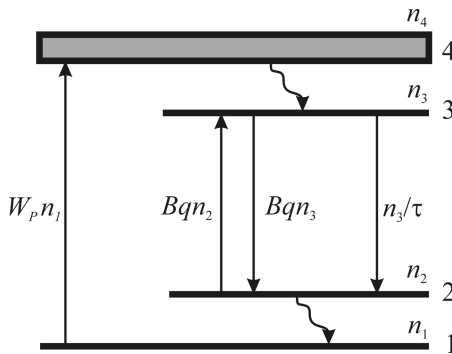


Рис. 8. Энергетическая схема четырехуровневого лазера

Считая, что переходы между уровнями 4 и 3 и уровнями 2 и 1 являются быстрыми, можно положить $n_4 \approx n_2 \approx 0$. В этом случае скоростные уравнения можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dn_3}{dt} = W_p n_1 - Bqn_3 - \frac{n_3}{\tau}, \\ \frac{dq}{dt} = V_a Bqn_3 - \frac{q}{\tau_c}, \end{cases} \quad (7.1)$$

$$n_1 + n_3 = N_t,$$

где N_t – полное число активных атомов в единице объема, n_1 – населенность основного состояния, n_3 – населенность рабочего уровня, q – полное число фотонов в резонаторе, W_p – скорость накачки, $\lambda = 1.0642$ мкм – длина волны

генерации, $\tau = 230$ мкс – время жизни рабочего уровня, $\tau_c = L'/\gamma c$ – время жизни фотонов в резонаторе, γ – потери в резонаторе за проход в одном направлении, $V_a = \pi\omega_0^2 l/4$ – объем моды в активной среде, B – скорость индуцированных переходов на один фотон в моде, ω_0 – размер перетяжки моды в резонаторе, L – длина резонатора, l – длина активной среды, $L' = L + (n_0 - 1)l$ – оптическая длина резонатора, n_0 – показатель преломления активной среды, $c = 2.99792458 \cdot 10^{10}$ см/с – скорость света, $N_i = 6 \cdot 10^{19}$ ионов/см³ – плотность ионов Nd³⁺ при замещении 1% ионов Y³⁺ на активаторные ионы Nd³⁺.

Вводя инверсную населенность уровней 3 и 2, по формуле $N = n_3 - n_2 \approx n_3$ систему уравнений (7.1) можно переписать в виде

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = W_p (N_i - N) - BqN - \frac{N}{\tau}, \end{cases} \quad (7.2a)$$

$$\begin{cases} \frac{dq}{dt} = \left(BV_a N - \frac{1}{\tau_c} \right) q. \end{cases} \quad (7.2б)$$

Полученная система уравнений описывает динамику изменения количества фотонов в резонаторе и инверсии населенности. Нахождение аналитического решения данной системы в общем виде затруднительно, поэтому обычно проводится анализ решения для частных, наиболее часто реализуемых условий в некотором приближении. А полное решение находится численными методами.

Работа четырехуровневого лазера в непрерывном режиме

Рассмотрим работу лазера при стационарной накачке (т.е. когда скорость накачки W_p не зависит времени). Поскольку такая накачка приводит к стационарному режиму генерации, в этом случае режим работы лазера можно рассматривать как непрерывный.

Определим пороговое условие генерации лазера. Предположим, что в момент времени $t = 0$ в резонаторе вследствие спонтанного испускания присутствует некоторое небольшое число фотонов q . При этом из уравнения (7.2б) следует, что для того, чтобы величина dq/dt была положительной, должно выполняться условие $(V_a B N - 1/\tau_c) > 0$. В этом случае генерация возникнет, если инверсия населенностей N достигает некоторого критического значения N_c , определяемого выражением

$$N_c = \frac{1}{V_a B \tau_c} = \frac{\gamma}{\sigma l}, \quad (7.3)$$

где σ – сечение перехода генерации (*эффективное сечение перехода генерации для ИАГ:Nd³⁺* $\sigma = 3.5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$), γ – суммарные потери в резонаторе за проход в одном направлении, определяемые ниже.

Таким образом, критическая (пороговая) скорость накачки соответствует ситуации, когда полная скорость накачки уровней $W_{cp} (N_t - N_c)$ уравнивает скорость N_c/τ спонтанных переходов с рабочего уровня:

$$W_{cp} = \frac{N_c}{(N_t - N_c)\tau}. \quad (7.4)$$

В итоге пороговую скорость накачки уровней можно записать как

$$W_{cp} = \frac{1}{\tau(\tau_c V_a B N_t - 1)}. \quad (7.5)$$

Если $W_p > W_{cp}$, то число фотонов q будет возрастать от начальной величины, определяемой спонтанным излучением, и если W_p не зависит от времени, то в конце концов достигнет некоторого постоянного значения q_0 . Это стационарное значение и соответствующее ему стационарное значение инверсии N_0 получаются из уравнений (7.2а, 7.2б), если в них положить $\dot{N} = \dot{q} = 0$.

$$N_0 = \frac{1}{V_a B \tau_c} = N_c, \quad (7.6)$$

$$q_0 = V_a \tau_c \left[W_p (N_t - N_0) - \frac{N_0}{\tau} \right].$$

Полученные уравнения описывают непрерывный режим работы четырехуровневого лазера. При $W_p = W_{cp}$ имеем, $N = N_c$ и $q_0 = 0$. Заметим, что при накачке ниже пороговой $q = 0$, и получаем $N_0 = W_p \frac{N_t \tau}{1 + W_p \tau}$. Но поскольку обычно выполняется условие $N_0 = N_c \ll N_t$, из формулы (7.5) находим, что $W_{cp} \tau \ll 1$, т.е. $W_p \tau \ll 1$, и N увеличивается с W_p практически линейно. Число фотонов в резонаторе, определяемое в (7.6), можно записать в эквивалентном виде:

$$q_0 = (V_a N_c)(\tau_c/\tau)(x - 1), \quad (7.7)$$

где

$$x = W_p / W_{cp} \quad (7.8)$$

и x – относительное *превышение скорости накачки над пороговой*. Как для оптической, так и для электрической накачки, можно записать

$$x = P_p / P_{\text{пор}}, \quad (7.8а)$$

где P_p – мощность электрической накачки (приложенная к лампе или к разряду), а $P_{\text{пор}}$ – ее пороговое значение. Таким образом, если выбрать $P_p/P_{\text{пор}} = 1.1$, то количество фотонов в резонаторе будет около 10^{10} .

Если считать основными потерями в резонаторе выход излучения через зеркала, то суммарная мощность излучения, выходящего через оба зеркала:

$$P = \frac{q_0 \hbar \omega}{\tau_0}, \quad (7.9)$$

где τ_0 – время жизни фотонов резонаторе, определяемое как

$$\frac{1}{\tau_0} = -\frac{c}{2L} \ln(1-T), \quad (7.10)$$

где T – коэффициент пропускания выходного зеркала.

За обход резонатора интенсивность излучения изменяется на величину

$$\Delta I = I(1-a)^2(1-T_1)(1-T_2)(1-T_i)^2 \exp\{2\sigma Nl\} - I, \quad (7.11)$$

здесь, a – относительный коэффициент потерь на зеркале, T_1, T_2 – коэффициенты пропускания двух зеркал по мощности ($T_1 = 1 - R_1, T_2 = 1 - R_2$), T_i – внутренние потери за проход излучения в резонаторе. Введем величины

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= -\ln(1-T_1), \\ \gamma_2 &= -\ln(1-T_2), \\ \gamma_i &= -\ln(1-a) - \ln(1-T_i), \end{aligned} \quad (7.12)$$

где γ_1, γ_2 – *логарифмические потери* за полный проход резонатора, обусловленные пропусканием зеркала, γ_i – внутренние логарифмические потери за проход резонатора в одном направлении.

При малых значениях коэффициента пропускания T можно считать $\gamma \approx T$. Для *суммарных потерь при проходе в одном направлении* запишем следующее выражение:

$$\gamma = \gamma_i + \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \right). \quad (7.13)$$

Если в выражение (7.11) поставить величины (7.12) и (7.13) и, кроме того, предположить, что

$$\sigma Nl - \gamma \ll 1, \quad (7.14)$$

то в выражении (7.11) экспоненциальную функцию можно разложить в ряд по степеням, что дает

$$\Delta I \approx 2(\sigma Nl - \gamma)I. \quad (7.15)$$

Если обе части этого выражения разделить на время $\Delta t = 2L'/c$, за которое излучение делает полный обход резонатора, и воспользоваться приближением $\Delta I/\Delta t \approx dI/dt$, то получим

$$\frac{dI}{dt} = \left[\frac{\sigma lcN}{L'} - \frac{\gamma c}{L'} \right]. \quad (7.16)$$

Поскольку число фотонов q в резонаторе пропорционально I , то, сравнивая (7.16) с (7.2б), получаем выражения для введенных величин B и τ_c через известные параметры лазера:

$$B = \frac{\sigma lc}{V_a L'} = \frac{\sigma c}{V}, \quad \tau_c = \frac{L'}{c\gamma}, \quad (7.17)$$

где $V = \pi\omega_0^2 L'/4$ – объем моды в резонаторе.

Работа лазера в нестационарных режимах генерации при ступенчатом включении импульса накачки

Рассмотрим работу лазера при нестационарной накачке. Для данной временной зависимости скорости накачки $W_p(t)$ можно найти временную зависимость $q(t)$ и $N(t)$, если заданы начальные условия.

В случае, когда скорость накачки описывается ступенчатой функцией, будем считать, что скорость накачки имеет следующую временную зависимость: $W_p = 0$ при $t < 0$ и $W_p(t) = W_p$ (с независящей от времени величиной W_p) при $t > 0$. При небольших колебаниях инверсии и количества фотонов около стационарных значений N_0 и q_0 , можно записать

$$\begin{cases} N(t) = N_0 + \delta N, \\ q(t) = q_0 + \delta q, \end{cases} \quad (7.18)$$

где $\delta N \ll N_0$ и $\delta q \ll q_0$ (так что произведениями типа $\delta N \delta q$ в (7.2) можно пренебречь). Тогда из уравнений (7.2) получаем систему

$$\begin{cases} \delta \dot{N} = -\delta N \left(W_p + \frac{1}{\tau} \right) - B(q_0 \delta N + N_0 \delta q), \end{cases} \quad (7.19a)$$

$$\delta \dot{q} = B q_0 V_a \delta N. \quad (7.19б)$$

Подстановка уравнения (7.19б) в уравнение (7.19a) с учетом $B V_a N - \frac{1}{\tau_c} = 0$ дает уравнение колебаний:

$$\delta \ddot{q} + \left[W_p + (1/\tau) + B q_0 \right] \delta \dot{q} + (B^2 N_0 q_0 V_a) \delta q = 0,$$

решение которого имеет вид

$$\delta q = \delta q_0 \exp\{st\}.$$

В этом случае получаем уравнение на параметр s :

$$s^2 + (2/t_0)s + \omega^2 = 0,$$

где

$$\omega^2 = B^2 n_0 q_0 V_a, \quad \frac{1}{t_0} = \frac{1}{2} (W_p + (1/\tau) + Bq_0).$$

Решение квадратного уравнения будет

$$s = -1/t_0 \pm \left[(1/t_0)^2 - \omega^2 \right]^{1/2}.$$

Для случая $(1/t_0) < \omega$ получаем

$$s = -(1/t_0) \pm i\omega', \quad \text{где } \omega' = \left[\omega^2 - (1/t_0)^2 \right]^{1/2}.$$

В этом случае решение будет представлять собой затухающее гармоническое колебание:

$$\delta q = C \exp\{-t/t_0\} \sin(\omega' t + \phi), \quad (7.20)$$

где константы C и ϕ определяются начальными условиями. Для изменения инверсии в случае $(1/t_0) \ll \omega'$ получаем

$$\delta N = (\omega' C / Bq_0 V_a) \exp\{-t/t_0\} \sin(\omega' t + \phi).$$

С учетом (7.6) и считая, что $N_0 \ll N_t$, выражения для t_0 и ω можно записать в более простом виде:

$$t_0 = 2\tau / x, \quad \omega = \left(\frac{x-1}{\tau_0 \tau} \right)^{1/2}, \quad (7.22)$$

где $x = W_p / W_{cp}$ – превышение скорости накачки над пороговой. Таким образом, при ступенчатом включении накачки при генерации лазера происходят затухающие релаксационные колебания количества фотонов в резонаторе и, следовательно, выходной мощности с частотой ω' . Для ИАГ:Nd³⁺-лазера с превышением над порогом $x = 1.5$ и полными потерями $\gamma = 0.12$ постоянной времени резонатора $\tau_c = 14$ нс получаем время затухания $t_0 = 328$ мкс, а период релаксационных колебаний $T = 2\pi/\omega' \approx 2\pi/\omega \approx 16$ мкс.

Особенности генерации в режиме модуляции добротности

В режиме модуляции добротности лазер позволяет получать генерацию в виде импульсов с малой длительностью и высокой пиковой мощностью (гигантские импульсы). В случае если резонатор имеет низкую

добротность, когда модулятор перекрывает излучение, можно считать, что $q = 0$, поэтому из (7.2а) получаем уравнение:

$$\frac{dN}{dt} = W_p(N_t - N) - N/\tau. \quad (7.23)$$

Сделаем замену

$$x = W_p(N_t - N) - N/\tau, \quad dx = -(W_p + 1/\tau)dN.$$

В результате получаем уравнение

$$\frac{dx}{dt} = -x(W_p + 1/\tau).$$

Ищем решение уравнения в виде

$$x = C \exp\left\{-(W_p + 1/\tau)t\right\}. \quad (7.24)$$

При начальных условиях $t = 0$, $N = 0$ и W_p – константа получаем: $C = W_p N_t$.

Таким образом, изменение инверсии во времени при постоянной накачке и исключении влияния резонатора выражается следующей зависимостью:

$$N = \frac{W_p N_t}{W_p + 1/\tau} \left[1 - \exp\left\{-(W_p + 1/\tau)t\right\}\right]. \quad (7.25)$$

При длительной накачке ($t = \infty$) инверсия приближается к стационарному значению, практически линейно зависящему от уровня накачки

$$N_0 = \frac{W_p N_t}{W_p + 1/\tau}. \quad (7.26)$$

При высокой добротности резонатора, когда модулятор вносит малые потери – индуцированные переходы преобладают над спонтанными, а развитие импульса излучения происходит настолько быстро, что за это время влиянием изменения инверсии за счет накачки можно пренебречь. Поэтому уравнения (7.2) можно значительно упростить, поскольку изменение во времени величин $N(t)$ и $q(t)$ происходит за столь короткое время, что в уравнение (7.2) слагаемыми, описывающими процессы накачки $W_p(N_t - N)$ и релаксации N/τ , можно пренебречь. При этом уравнения (7.2) принимают вид

$$\begin{cases} \dot{n} = -BqN, \\ \dot{q} = [V_a BN - 1/\tau_c]q. \end{cases} \quad (7.27)$$

Полагая $\dot{q} = 0$, находим положение максимума импульса генерации (инверсию):

$$N = N_c = \frac{1}{V_a B \tau_c},$$

т.е. максимальное количество фотонов в резонаторе и соответственно мощность импульса достигается в момент, соответствующий критической инверсии.

Разделив нижнее уравнение в (7.27) на верхнее, получим

$$\frac{dq}{dN} = \frac{1}{\tau_c B N} - V_a = -V_a \left(1 - \frac{1}{\tau_c B N V_a} \right) = -V_a \left(1 - \frac{N_c}{N} \right),$$

$$dq = -V_a \left(1 - \frac{N_c}{N} \right) dN.$$

После интегрирования с начальными условиями при $(t = 0)$: $N(0) = N_0$ и $q(0) = 0$, получаем

$$q = -V_a (N - N_c \ln(N)) + C,$$

где

$$C = V_a (N_0 - N_c \ln(N_0)).$$

И окончательно зависимость числа фотонов от инверсии выражается следующим образом:

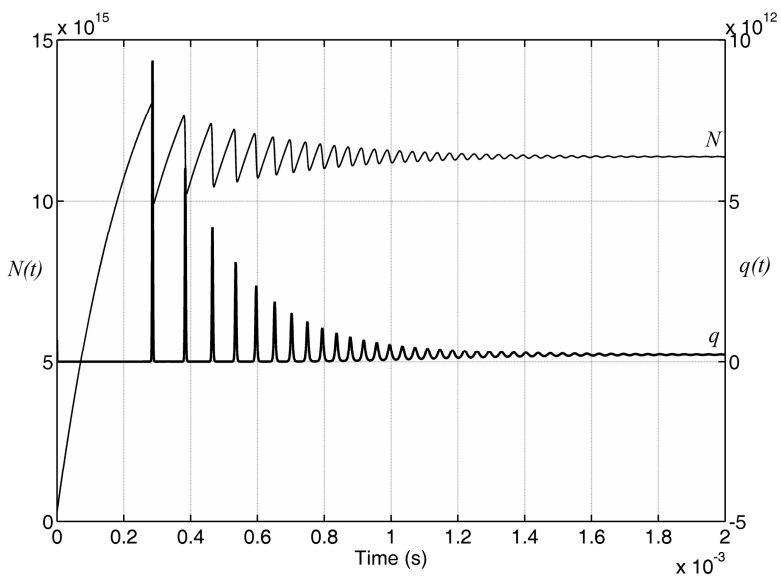
$$q = V_a (N_c \ln(N/N_0) + N_0 - N). \quad (7.28.a)$$

Таким образом, количество фотонов в резонаторе в момент максимума генерации импульса достигается при снижении инверсии до порогового значения $\left(N = N_c = \frac{1}{V_a B \tau_c} \right)$:

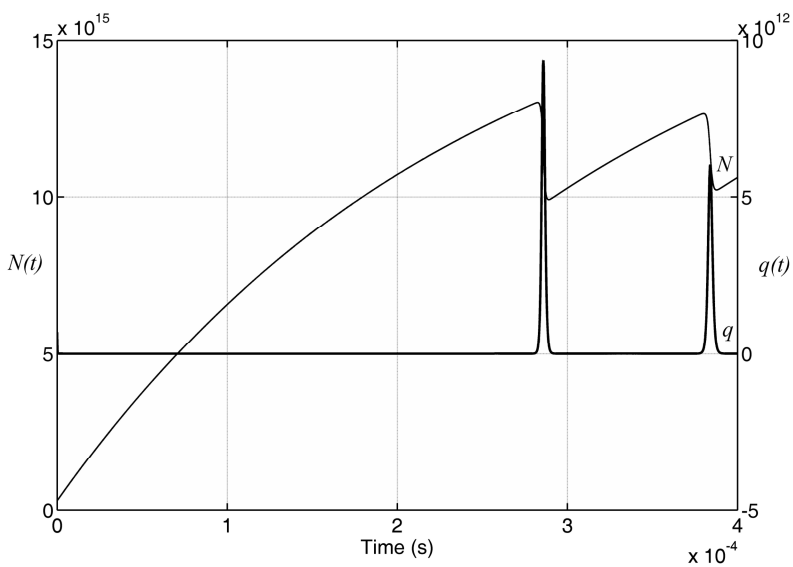
$$q_p = V_a (N_c \ln(N_c/N_0) + N_0 - N_c). \quad (7.28.b)$$

Проведенный анализ режимов работы лазера дает качественную картину динамики генерации лазера при постоянной накачке в режиме непрерывной генерации, в переходном режиме и в режиме модуляции добротности. Численное интегрирование системы уравнений (7.2) при расчете параметров генерации ИАГ:Nd³⁺-лазера показывает следующие зависимости (рис. 9) развития генерации от времени.

Таким образом, при генерации лазера могут наблюдаться релаксационные колебания мощности генерации (рис. 9), с частотой, определяемой параметрами лазерной системы. **В стационарном режиме генерации инверсия устанавливается на уровне пороговой.**



а



б

Рис. 9. Зависимость инверсии населенности $N(t)$ и полного числа фотонов в резонаторе $q(t)$ от времени при ступенчатом включении накачки (а и б – показано в разных временных масштабах)

§ 8. Экспериментальная часть

Блок-схема экспериментальной установки представлена на рис. 10. Перед включением блока питания лазера необходимо включить систему водяного охлаждения лампы-вспышки и активного элемента лазера, состоящую из внутреннего контура, в котором дистиллированная вода прокачивается через лазерную головку, и внешнего контура, в котором холодная водопроводная вода охлаждает внутренний контур. **Внимание!** Так как используемая система охлаждения предназначена для работы лазера в режиме малой частоты повторения импульсов, **запрещается работа лазера с частотой следования импульсов более 12.5 Гц.** Для включения блока питания лазера необходимо включить соответствующий тумблер на стенде, затем, нажав на кнопку «Пуск» на блоке, подожечь разряд в лампе-вспышке, который поддерживается пропуском через лампу слабого тока. После подачи силового питания (происходит автоматически, после поджога дуги), на конденсаторах-накопителях емкостью $C = 100$ мкф (для МИЛ-31 – $C = 75$ мкф) накапливается энергия. **При нажатии на красную кнопку «Запуск одиноч.» накопленная электрическая энергия разряжается на лампе-вспышке, излучая при этом большой поток световой энергии. Энергия накачки определяется напряжением на конденсаторах – накопителях, устанавливаемого с помощью верньера на лицевой панели.** Для измерения энергии излучения лазера используется измеритель энергии излучения лазера **ИМО-2Н.** Принцип работы этого прибора состоит в преобразовании энергии лазерного излучения, поглощенной измерительной головкой, в тепловую. Эта тепловая энергия с помощью чувствительных элементов (проволочные термометры-сопротивления) преобразуется в электрический сигнал, который отклоняет стрелку прибора, откалиброванного по энергии или мощности. Для наблюдения временной структуры излучения лазера, работающего в режиме свободной генерации и в режиме модулированной добротности, используется кремниевый PIN фотодиод BPW24R и осциллограф. Следует отметить, что т.к. временное разрешение ограничивается быстродействием осциллографа и используемого фотоприемника, на экране осциллографа наблюдается качественная картина временной формы импульсов.

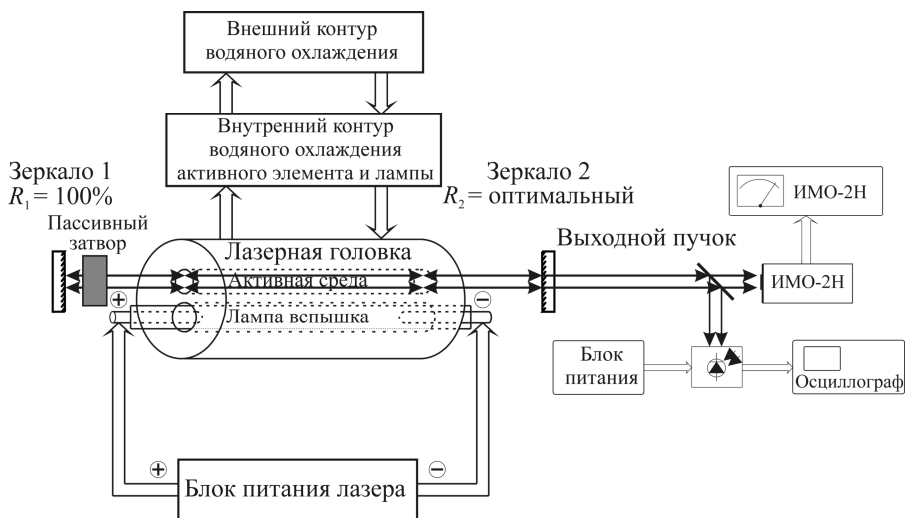


Рис. 10. Блок-схема экспериментальной установки (измеритель энергии ИМО-2Н, делительная пластинка, фотодетектор BPW24R, осциллограф, источник питания фотодетектора)

В работе необходимо

1. Пронаблюдать на экране осциллографа импульсы генерации лазера, работающего в 2-х режимах, зарисовать в тетрадь (сфотографировать).
2. Определить с помощью фотодиода порог генерации лазера, работающего в режиме свободной генерации и в режиме модулированной добротности резонатора.
3. Снять зависимость энергии излучения лазера от энергии накачки, занося данные в таблицу, построить соответствующие экспериментальные графики зависимости $E_{\text{ген}} = f(E_{\text{накачки}})$.

Таблица 1

$U_{\text{накоп}}^{(B)}$	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900
$E_{\text{накач.}}^{\text{Дж}}$											
$E_{\text{своб. ген.}}^{\text{мДж}}$											
$E_{\text{гигант. ген.}}^{\text{мДж}}$											

4. Для сдачи лабораторной работы необходимо знать ответы на вопросы и решения задач.

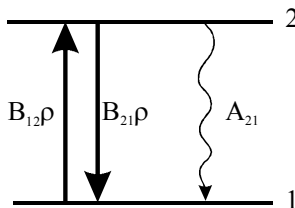
§ 9. Вопросы и задачи

1. Определить условия стационарной генерации, т.е. необходимую инверсную населенность активных центров ($N = n_2 - n_1$) при условии, что даны коэффициенты отражения зеркал R_1 , R_2 и коэффициент вредных потерь χ_2 . Коэффициент усиления $\langle \chi_1 \rangle$ можно считать усредненным по длине активной среды, а сечение вынужденных переходов между рабочими уровнями σ .

2. Определить долю генерируемой за двойной проход в активной среде световой мощности, определяемую коэффициентом усиления, которая покидает среду в виде лазерного излучения, если известно, что коэффициенты отражения зеркал R_1 , R_2 , длина активной среды L , коэффициент вредных потерь χ_2 .

3. Определить (см. рис. 2б) зависимость инверсной населенности ($n_3 - n_2$) в зависимости от плотности фотонов накачки $\rho(\nu_{14})$, где $\nu_{14} = \frac{E_4 - E_1}{\hbar}$, считая заданными коэффициенты B_{14} , B_{32} , ω_{43} , ω_{32} , ω_{21} . Коэффициентами ω_{42} , ω_{31} , ω_{12} пренебречь.

4. Возможно ли создание инверсной населенности в 2-х уровневой схеме в нестационарном случае в приближении балансных уравнений? Определить при заданной мощности накачки $B_{12}\rho$ время τ , через которое $N_1/N_2 = e = 2.718...$ (считать $E_{21} > 10 kT$).



5. Пусть соотношение населенностей N_1/N_2 двух уровней, находящихся в термодинамическом равновесии при $T = 300$ К, равняется e . Вычислить частоту и длину волны излучения, соответствующую переходу между этими уровнями. В какую область спектра попадает излучение с этой длиной волны?

6. Какова должна быть температура кристалла АИГ: Nd^{3+} , чтобы можно было считать, что лазер работает по трехуровневой схеме

(необходимые данные можно использовать из описания работы либо из др. справочного материала)?

7. Сколько продольных мод может генерировать лазер на АИГ: Nd^{3+} с резонатором длиной 1 м (ширина спектра люминесценции составляет 190 ГГц)?

8. Уметь выводить связь между коэффициентами спонтанного и вынужденного переходов Эйнштейна $(A_{ij} = f(B_{ij}))$. Для вывода соотношения составить физическую модель.

9. Условия генерации лазера, виды потерь в резонаторе.

10. Знать принципы работы методов модуляции добротности резонатора (электрооптический, акустооптический, оптико-механический, пассивный).

11. В каком режиме работы (модуляция добротности, свободная генерация) эффективность лазера выше и почему?

12. Какова роль резонатора в лазере?

13. Вычислить величину максимальной спектральной плотности излучения абсолютно черного тела, соответствующую частоту и длину волны излучения при температуре жидкого Гелия, комнатной и при температуре солнца. Определить степень монохроматичности этого излучения по уровню 0.5, $1/e$, 0.1.

14. Сравнить вероятности индуцированных переходов в единицу времени под действием излучения абсолютно черного тела с температурой солнца и излучения стандартного гелий-неонового лазера (средняя мощность излучения порядка 10 милливатт).

15. Определить температуру, при которой сравниваются между собой вероятности спонтанных и индуцированных переходов в единицу времени для рентгеновского (единицы ангстремов), ультрафиолетового (100 нм), инфракрасного (10 мкм), миллиметрового (1 мм) диапазонов длин волн.

16. Рассчитать спектральную ширину резонанса и добротность «холодного» резонатора, если длина резонатора $L = 90$ см, а коэффициенты отражения зеркал $R_1 = R_2 = 98\%$.

17. Рассчитать пороговую инверсию и пороговую мощность накачки для лазера, используемого в работе (коэффициент отражения зеркал $R_1 = 100\%$, $R_2 = 50\%$).

18. Рассчитать период релаксационных колебаний и их время затухания для лазера, используемого в работе для случая максимальной накачки (1000 В, при пороге 250 В).

§ 10. Дополнительные вопросы

1. Возможна ли в режиме модуляции добротности генерация нескольких импульсов?

2. С чем связана нерегулярность пиков выходного излучения твердотельного лазера?

3. Почему пороговая энергия накачки для рубинового лазера на порядок выше, чем для лазера на гранате с неодимом тех же размеров?

4. Эффективность работы лазера в режиме модуляции добротности, как правило, ниже, чем в режиме свободной генерации, определить потери, связанные с переходом генерации лазера из режима свободной генерации в режим модуляции добротности и приводящие к уменьшению КПД лазера. Считать, что модулятор идеальный и не вносит потерь в открытом состоянии, а в закрытом перекрывает все излучение.

5. Формула Планка для излучения черного тела может быть записана через длину волны и через частоту. Эквивалентно ли использование этих формул для расчета длины волны, при которой будет максимальной спектральная плотность излучения солнца?

6. Чем определяется длительность импульсов при модуляции добротности? Какие конструктивные параметры лазера необходимо изменить и в какую сторону, чтобы уменьшить длительность импульсов?

7. Какие конкурирующие процессы приводят к существованию максимума в зависимости выходной мощности лазера от пропускания выходного зеркала?

8. Чем отличается режим работы лазера с синхронизированными модами от режима модуляции добротности? Возможна ли одновременная модуляция добротности и синхронизация продольных мод?

Литература

1. *Maiman T. H.* Stimulated optical radiation in ruby // *Nature*. 1960. V. 187. № 4736.
2. *Звельо О.* Принципы лазеров. – СПб.: Издательство «Лань», 2008.
3. *Зверев Г.М., Голяев Ю.Д., Шалаев Е.А., Шокин А.А.* Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом. – М.: Радио и связь, 1985.
4. *Карлов Н.В.* Лекции по квантовой электронике. – М.: Наука, 1988.
5. *Мэйтланд А., Данн М.* Введение в физику лазеров. М.: Мир, 1978.
6. *Ярив А.* Квантовая электроника. – 2 е изд. – М.: Сов. радио, 1980.
7. *Микаэлян А.Л., Тер-Микаэлян М.Л., Турков Ю.Г.* Оптические генераторы на твердом теле. – М.: Сов. радио, 1967.
8. *Страховский Г.М., Успенский А.В.* Основы квантовой электроники. – М.: Высш. школа, 1979.
9. *Тарасов Л.В.* Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения. – М.: Сов. радио, 1981.
10. *Успенский А.В.* Сборник задач по квантовой электронике. – М.: Высшая школа, 1976. С. 176.
11. *Ахманов С.А.* *Физическая оптика*. – М.: Издательство МГУ, 2004.
12. *Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В.* Прикладная нелинейная оптика. – М.: Физматлит, 2004.
13. *Цернике Ф., Мидвинтер Дж.* Прикладная нелинейная оптика. – М.: Мир, 1976.
14. *Херман И., Вильгельми Б.* Лазеры сверхкоротких световых импульсов. – М.: Мир, 1986.
15. *Желтиков А.М.* Сверхкороткие импульсы и методы нелинейной оптики. – М.: Физматлит, 2006.
16. *Салех Б., Тейх М.* Оптика и фотоника. Принципы и применения. – Долгопрудный: Изд. Дом «Интеллект», 2012.

Учебное издание

Твердотельный лазер на YAG:Nd³⁺

Лабораторная работа № 28

по курсам:

Квантовая электроника

Физические основы фотоники и нанофотоники

Составители:

Брославец Юрий Юрьевич

Лохныгин Владимир Дмитриевич

Якшин Михаил Алексеевич

Редактор *О. П. Котова*. Корректор *И. А. Волкова*

Компьютерная верстка *Е. А. Казённова*

Подписано в печать 15.01.2018. Формат 60×84¹/₁₆. Усл. печ. л. 2,5.
Уч.-изд. л. 2,3. Тираж 200 экз. Заказ № 314.

Федеральное государственное автономное образовательное
Учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. (495) 408-58-22, e-mail: rio@mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. (495) 408-84-30, e-mail: polygraph@mipt.ru