

Sammanfatning av SI1121 Termodynamik

Yashar Honarmandi

21 oktober 2017

Sammanfattning

Denna sammanfattning samlar kanske centrala ekvationer användt i KTH:s kurs SI1121 Termodynamik någon gång. Den inkluderar även lite snygg information om enheter.

Innehåll

1	Enheter	1
2	Konstanter	1
3	Ekvationer	1
3.1	Allmänna ekvationer	2
3.2	Termodynamikens huvudsatser	2
3.3	Potensialer, derivator och annat skit	2
3.4	Gaser	3

1 Enheter

Enheterna i denna tabell kan vara bra att ha när man ska göra dimensionsanalys.

Storhet	SI-enhet	Uttryck i fundamentala enheter
Kraft	N	kg m s^{-2}
Energi	J	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
Tryck	Pa	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$

2 Konstanter

I följande tabell finns konstanter som kommer användas när ekvationer diskuteras.

Konstant	Symbol	Värde
Allmänna gaskonstanten	R	$8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Avogadros tal	N_A	$6.022 14 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmanns konstant	k	$1.380 65 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

3 Ekvationer

Om inte annat specificeras, kommer alla ekvationer följa symbolkonvention enligt denna tabellen.

Storhet	Symbol
Tryck	p
Volym	V
Temperatur	T
Antal partiklar	N
Antal mol	ν
Inre energi	U
Värme	Q
Arbete	W

3.1 Allmänna ekvationer

Konversion mellan m , ν och N

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$$

M är gasens molara massa, massan per mol partiklar. Flera relationer kan härledas vid att använda $R = N_A k$.

Täthet

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Tätheten av en substans kan även definieras som

$$n = \frac{N}{V}$$

3.2 Termodynamikens huvudsatser

Första huvudsatsen

$$dU = dQ - dW$$

Vid att definiera första huvudsatsen så, definieras arbete gjort på systemet implisitt som positivt. Arbetet ges av

$$dW = -p dV$$

Andra huvudsatsen

$$dS = \frac{dQ}{T} \geq 0$$

Likheten gäller för reversibla processer, och olikheten gäller för andra processer.

Tredje huvudsatsen

$$S(T = 0) = 0$$

3.3 Potensialer, derivator och annat skit

Inre energiens differentiel Vid att kombinera termodynamikens första och andra huvudsats får man

$$dU = T dS - p dV$$

Fri energi

$$F = U - TS$$

$$dF = -S dT - p dV$$

Vid isoterma processer är $dW = dF$.

Entalpi

$$H = U + pV$$

$$dH = T dS + V dp$$

Ej kontinuerlig vid fasövergång.

Fri entalpi

$$G = H - TS$$

$$dG = -S dT + V dp$$

Kontinuerlig vid fasövergång.

Uppvärmning av ett ämne

$$dQ = mc dT$$

c är ämnets specifika värmekapacitet.

Molara värmekapaciteter När man värmer upp ett ämne, ger värmekapaciteten information om hur mycket temperaturen ökar när en given mängd värme tillförs. Den molara värmekapaciteten är värmekapaciteten per stoffmängd av ämnet, och är den samma för samma

substansen. Molar värme­kapaciteter är definierade som

$$C_V = \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V,$$

$$C_p = \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p.$$

C_V är den molar värme­kapaciteten när värme tillförs vid konstant colym, och C_p är den molar värme­kapaciteten när värme tillförs vid konstant tryck.

Utvidgning Kroppar kan utvidga sig vid ändringar i omgivningarna. Utvidgningen relativt till originalvolymen kan kvantiseras vid att definiera relativa utvidgningskoefficienter som

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T,$$

$$\alpha_V = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P.$$

Vid att addera sådana ändringar kan man få den totala relativa volymändringen vid en given process enligt

$$\frac{dV}{V} = -\kappa dp + \alpha_V dT$$

Molar värme­kapacitet för fasta ämnen

$$C = 3R$$

3.4 Gaser

Ideala gaslagen

$$pV = \nu RT = NkT.$$

N är antalet partiklar i gasen och ν är antalet mol partiklar i gasen.

van der Waals' tillståndsekvation

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - a \left(\frac{N}{V} \right)^2$$

$$\left(p + \frac{a_0}{v^2} \right) (v - b_0) = RT$$

Dessa är båda ekvivalenta versioner av van der Waals' tillståndsekvation, var man introduserar $a_0 = aN_A^2$, $b_0 = bN_A$ och $v = \frac{V}{\nu}$. a innehåller information om växelverkan mellan partiklarna och b innehåller information om partiklarnas volym.

Maxwell-Boltzmann-fördelningen

Partiklarna i en ideal gas har olik fart. Antalet partiklar med en given fart v per volym är fördelad enligt

$$n(v) = C v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

var m är en partikels massa. Vi kräver att fördelningen är normaliserad, dvs.

$$\int_0^\infty dv n(v) = \frac{N}{V},$$

som ger

$$K = 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Från detta kan man räkna ut en mest sannolik fart v_p , en förväntad fart $\langle v \rangle$ och en RMS-fart v_{RMS} . Dessa är

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$v_p = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Man kan även räkna ut en medelenergi per partikel, som är

$$\langle E \rangle = \frac{n}{2} kT,$$

var n är antalet kvadratiska frihetsgrader per partikel. För en enatomig ideal gas är det

$$\langle E \rangle = \frac{3kT}{2}.$$

Det följer även att

$$U = NE = N \frac{n}{2} kT$$

$$pV = \frac{2}{n} U$$

för en enatomig gas,

$$C_V = \frac{5}{2} R$$

för en tvåatomig gas och

$$C_V = \frac{n}{2} R$$

för en gas var partiklerna har n kvadratiska frihetsgrader. Man kan även visa att generellt för ideala gaser är

$$C_p = C_V + R$$

Medelfri väg Medelavståndet mellan två kollisioner i en ideal gas är

$$l = \frac{kT}{p\pi d^2 \sqrt{2}} = \frac{1}{n\pi d^2 \sqrt{2}}$$

var n är partikeltätheten och d är partiklernas diameter.

Stöttal Stöttalet är antalet partikler som kolliderar med en yta per enhet area och tid, och fås som

$$\nu_* = \frac{1}{4} n \langle v \rangle = \frac{p}{\sqrt{2\pi m kT}}$$

var n är partikeltätheten.

Molara värmekapaciteter för ideala gaser Vid att använda definitionerna av molara värmekapaciteter och uttrycket för indre energin till en ideal gas kan man visa att den molara värmekapaciteten är

$$C_V = \frac{3}{2} R$$