

Sammanfattning av SH1014 Modern fysik

Yashar Honarmandi
yasharh@kth.se

2 november 2018

Sammanfattning

Detta är en sammanfattning av kursen SH1014 Modern fysik.

Innehåll

1	Speciell relativitet	1
---	----------------------	---

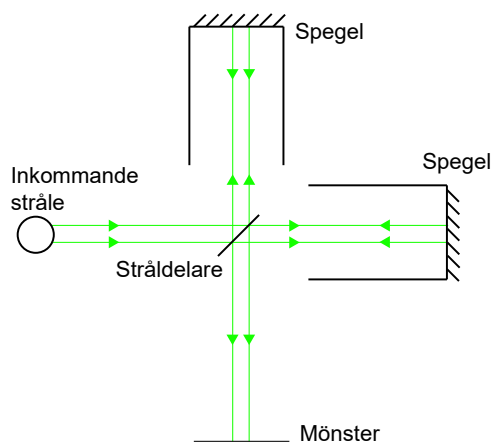
1 Speciell relativitet

Galileitransformationen Betrakta en statisk ram S och en ram S' som rör sig med konstant hastighet \mathbf{u} . Galileitransformen är den klassiska transformen av hastigheter och accelerationer mellan dessa system och ger

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= \mathbf{u}t + \mathbf{r}', \\ \mathbf{v} &= \mathbf{u} + \mathbf{v}', \\ \mathbf{a} &= \mathbf{a}'.\end{aligned}$$

Michelson-Morleys experiment Michelson-Morleys experiment visade att ljus omöjligt kunde propageras genom den postulerade etern.

Uppställningen som användes är (en mer avancerad variant av) Michelson-Morley-interferometern, som illustreras i figur 1.



Figur 1:

Ideen bakom experimentet var att de två ”ärmarna” i uppställningen skulle röra sig med olika hastigheter relativt etern eftersom Jorden rör sig relativt Solen.

Om nu varje arm har längd L och etern rör sig med en hastighet u åt höger, tar ljuset tiden

$$\begin{aligned}t_{\text{höger}} &= \frac{L}{c+u} + \frac{L}{c-u} \\ &= L \frac{c-u+c+u}{c^2-u^2} \\ &= \frac{2cL}{c^2-u^2} \\ &= \frac{2L}{c} \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}}\end{aligned}$$

att röra sig till och från stråldelaren åt höger och tiden

$$\begin{aligned} t_{\text{upp}} &= \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} \\ &= \frac{2L}{c} \frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u^2}{c^2}}, \end{aligned}$$

ty ljuset måste röra sig uppåt och motriktad hastigheten mot höger för att återvända till samma position i stråldelaren. Alltså borde skillnaden mellan tiden det tar för ljuset att röra sig de två vägarna ges av

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

För Michelson och Morleys fal förutspådde de att de skulle se 0.4 fransar i interferensmönstret, men de observerade < 0.01 fransar. Efter att ha upprepats sitt experiment ett halvår senare för att utesluta påverkan från Jordens position, konkluderade de med att det inte kunde finnas någon eter.

Einsteins postulat Baserad på Michelson-Morleys experiment, kom Einstein med följande postulat:

- Fysikens lagar är de samma i alla inertialsystem.
- Ljushastigheten i vakuum har samma värde c i alla inertialsystem.

Lorentztransformationen Lorentztransformationen är en transformation för att byta mellan olika referensramar. Den skiljer sig från Galileitransformationer, som inte är tillräcklig för att beskriva denna nya fysiken.

För att härleda Lorentztransformationen, betrakta två referensramar som sammanfaller vid $t = 0$ där den ena rör sig med en hastighet v i x -riktning. För att beskriva transformationen, ansätter vi

$$x' = k_i x_i,$$

där det summeras över alla rymdliga koordinater och tiden. Vi ansätter linjaritet eftersom det annars skulle kunna uppkomma accelererande rörelse i ett system utan att det är acceleration i ett annat, vilket skulle vara konstigt. Vidare antar vi att x' ej beror av andra rymdliga koordinater, men att den kan bero av origos rörelse, och ansätter

$$x' = k_1(x - vt).$$

Antag nu att vi skickar ut en ljuspuls från origo vid $t = 0$. Vågfrontens avstånd från origo kommer beskrivas av

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2, x'^2 + y^2 + z^2 = c^2 t'^2,$$

eftersom ljuset skall ha samma fart i båda referensramer. Vi använder nu vår ansats för att transformera den andra ekvationen tillbaka, och får

$$k_1^2 x^2 + y^2 + z^2 + k_1^2 (v^2 t^2 - 2xvt) = c^2 t'^2.$$

Om vi sätter $t = t'$, får vi nu andra termer, och transformationen mislyckades. Vi åtgärder detta vid att ansätta

$$t' = k_{t,1}x + k_{t,2}t.$$

Detta ger

$$k_1^2 x^2 + y^2 + z^2 + k_1^2 (v^2 t^2 - 2xvt) = c^2 (k_{t,1}^2 x^2 + k_{t,2}^2 t^2 + 2k_{t,1}k_{t,2}xt).$$

För att transformationen skall lyckas, ger detta

$$\begin{aligned} k_1^2 - c^2 k_{t,1}^2 &= 1, \\ vk_1^2 + k_{t,1}k_{t,2}c^2 &= 0, \\ c^2 k_{t,2}^2 - k_1^2 v^2 &= 0. \end{aligned}$$

Vid att införa

$$\beta = \frac{v}{c}, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

kan lösningarna skrivas som

$$k_1 = k_{t,2} = \gamma, k_{t,1} = -\frac{\beta\gamma}{c}.$$

Lorentztransformationerna ges då av

$$x' = \gamma(x - vt), t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right).$$

Den inversa Lorentztransformationen fås vid att lösa ut ekvationerna för x och t , och ges av

$$x = \gamma(x' + vt'), t = \gamma\left(t' + \frac{\beta}{c}x'\right).$$

Med de givna skalfaktorerna ser vi att för små hastigheter går detta över i Galileitransformer, medan inga hastigheter över c tillåts.

Samtidighet Betrakta två händelser som inträffar vid olika tidpunkter och positioner. Lorentztransformationen ger

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' + \frac{\beta}{c}\Delta x').$$

Detta implicerar att om händelserna är simultana i en referensram, är de inte nödvändigtvis det i den andra.

Tidsdilation Betrakta två händelser som inträffar vid samma position i den rörliga ramen. Lorentztransformationen ger

$$\Delta t = \gamma \Delta t',$$

och det mäts en längre tidsskillnad mellan händelserna i inertialramen.

Längdkontraktion Betrakta två händelser som inträffar vid samma tidspunkt i inertialramen. Lorentztransformationen ger

$$\Delta x = \frac{1}{\gamma} \Delta x',$$

och det mäts ett kortare avstånd mellan händelserna i inertialramen.