

# Sammanfatning av SI1121 Termodynamik

Yashar Honarmandi

19 oktober 2017

## **Sammanfattning**

Denna sammanfattning samlar kanske centrala ekvationer användt i KTH:s kurs SI1121 Termodynamik någon gång. Den inkluderar även lite snygg information om enheter.

## Innehåll

<b>1</b>	<b>Enheter</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Konstanter</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Ekvationer</b>	<b>1</b>
3.1	Allmänna ekvationer . . . . .	2
3.2	Termodynamikens huvudsatser . . . . .	2
3.3	Gaser . . . . .	2

## 1 Enheter

Enheterna i denna tabell kan vara bra att ha när man ska göra dimensionsanalys.

Storhet	SI-enhet	Uttryck i fundamentala enheter
Kraft	N	$\text{kg m s}^{-2}$
Energi	J	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
Tryck	Pa	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$

## 2 Konstanter

I följande tabell finns konstanter som kommer användas när ekvationer diskuteras.

Konstant	Symbol	Värde
Allmänna gaskonstanten	$R$	$8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Avogadros tal	$N_A$	$6.022 14 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmanns konstant	$k$	$1.380 65 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

## 3 Ekvationer

Om inte annat specificeras, kommer alla ekvationer följa symbolkonvention enligt denna tabellen.

Storhet	Symbol
Tryck	$p$
Volym	$V$
Temperatur	$T$
Antal partiklar	$N$
Antal mol	$\nu$
Inre energi	$U$
Värme	$Q$
Arbete	$W$

### 3.1 Allmänna ekvationer

Konversion mellan  $m$ ,  $\nu$  och  $N$

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}.$$

$M$  är gasens molara massa, massan per mol partiklar. Flera relationer kan härledas vid att använda  $R = N_A k$ .

**Täthet**

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Tätheten av en substans kan även definieras som

$$n = \frac{N}{V}.$$

### 3.2 Termodynamikens huvudsatser

**Första huvudsatsen**

$$dU = dQ - dW$$

Vid att definiera första huvudsatsen så, definieras arbete gjort på systemet implisitt som positivt. Arbetet ges av

$$dW = -p dV$$

**Andra huvudsatsen**

$$dS = \frac{dQ}{T} \geq 0$$

Likheten gäller för reversibla processer, och olikheten gäller för andra processer.

**Tredje huvudsatsen**

$$S(T = 0) = 0$$

**Potentialer, derivator och annat skit**

**Inre energiens differentiel** Vid att kombinera termodynamikens första och andra huvudsats får man

$$dU = T dS - p dV$$

**Fri energi**

$$F = U - TS$$

$$dF = -S dT - p dV$$

Vid isoterma processer är  $dW = dF$ .

**Entalpi**

$$H = U + pV$$

$$dH = T dS + V dp$$

**Fri entalpi**

$$G = H - TS$$

$$dG = -S dT + V dp$$

### 3.3 Gaser

**Ideala gaslagen**

$$pV = \nu RT = NkT.$$

$N$  är antalet partiklar i gasen och  $\nu$  är antalet mol partiklar i gasen.

**van der Waals' tillståndsekvation**

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - a \left( \frac{N}{V} \right)^2$$
$$\left( p + \frac{a_0}{v^2} \right) (v - b_0) = RT$$

Dessa är båda ekvivalenta versioner av van der Waals' tillståndsekvation,

var man introduserar  $a_0 = aN_A^2$ ,  $b_0 = bN_A$  och  $v = \frac{V}{N}$ .  $a$  innehåller information om växelverkan mellan partiklarna och  $b$  innehåller information om partiklarnas volym.

Det följer även att

$$U = NE = N \frac{n}{2} kT$$

$$pV = \frac{2}{n} U$$

**Maxwell-Boltzmann-fördelningen**  
Partiklarna i en ideal gas har olika fart. Antalet partiklar med en given fart  $v$  per volym är fördelad enligt

$$n(v) = C v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

var  $m$  är en partikels massa. Vi kräver att fördelningen är normaliserad, dvs.

$$\int_0^\infty dv n(v) = \frac{N}{V},$$

som ger

$$K = 4\pi n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Från detta kan man räkna ut en mest sannolik fart  $v_p$ , en förväntad fart  $\langle v \rangle$  och en RMS-fart  $v_{\text{RMS}}$ . Dessa är

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$v_p = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Man kan även räkna ut en medelenergi per partikel, som är

$$\langle E \rangle = \frac{n}{2} kT,$$

var  $n$  är antalet kvadratiska frihetsgrader per partikel. För en enatomig ideal gas är det

$$\langle E \rangle = \frac{3kT}{2}.$$

**Medelfri väg** Medelavståndet mellan två kollisioner i en ideal gas är

$$l = \frac{kT}{p\pi d^2 \sqrt{2}} = \frac{1}{n\pi d^2 \sqrt{2}}$$

var  $n$  är partikeltätheten och  $d$  är partiklarnas diameter.

**Stöttal** Stötttalet är antalet partiklar som kolliderar med en yta per enhet area och tid, och fås som

$$\nu^* = \frac{1}{4} n \langle v \rangle = \frac{p}{\sqrt{2\pi m kT}}$$

var  $n$  är partikeltätheten.