Sammanfattning av SK1104

Yashar Honarmandi

15 januari 2018

Sammanfattning

Detta är en sammanfattning av SK1104, med viktigt skit.

Innehåll

1 Notation

Om inte annat specifieras, kommer alla ekvationer använda notationen som ges i denna tabellen.

Storhet	**Symbol**
Position	$\mathbf{r}$
Tid	t
Period	T
Frekvens	f
Vinkelfrekvens	ω
Våglängd	λ
Vågvektor	$\mathbf{k}$
Vågtal	k
Amplitud	A
Vågfart	c

2 Harmoniska vågor

Harmoniska vågor, även kallad plana vågor, är periodiska störningar i ett medium, och beskrivs typisk av en funktion på formen $e^{i\phi}$. För dessa kan man identifiera vissa storheter, somm vi kommer göra här.

Perioden Perioden är tiden det tar för en harmonisk våg att gå genom en cykel.

Frekvens och vinkelfrekvens Av större intresse är frekvens, som ges av

$$f = \frac{1}{T},$$

som då är antalet cykler vågen går genom per enhet tid. Av ännu större intresse är vinkelfrekvensen, som ges av

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T},$$

och ger antalet radianer vågen går genom per enhet tid.

Våglängd Våglängden är det minsta avståndet mellan två punkter som är i fas.

Vågvektor och vågtal För vågor i flera dimensioner är det smartare att använda en vågvektor. Denna har riktning motsvarande riktningen vågen propagerar i och längd

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

k kallas även vågtalet. Anledningen till att man heller använder vågvektorn är exakt den samma som att man heller använder frekvens än period.

Amplitud Harmoniska vågor representerar periodiska störningar. Denna störningen uppnår vid vissa tider ett maxvärde. Detta är vågens amplitud.

3 Klassiska vågor

3.1 Ekvationer

Vågekvationen

$$\nabla^2 s = \frac{1}{c^2}\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$$

Vågekvationen är fellesnämnaren för alla klassiska vågfenomen. Denna ekvation beskriver hur vågor med en väldefinierad fart c propagerar i rymden över tid. s är storheten som propagerar, t.ex. en tryckskillnad eller ett elektromagnetiskt fält.

Härledning Låt störningen vara någon $f(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r} - ct)$, der $\mathbf{n}$ är en enhetsvektor i samma riktning som vågens utbredning. f har denna formen eftersom vågen efter en tid t ser likadan ut om man beveger sig ett avstånd ct i riktning av vågens utbredning. Med $u = \mathbf{n}\cdot\mathbf{r} - ct$ får man

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}x^2} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = n_x^2\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}u^2}, \\
&\vdots \\
\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = c^2\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}.
\end{aligned}$$

Om man adderar derivatorna med avseende på rymdliga koordinater får man

$$\nabla^2 s = \sum\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}x_i^2} = \sum n_i^2\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}u^2} = \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}u^2}\sum n_i^2 = \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}u^2}$$

då $\mathbf{n}$ är en enhetsvektor. Detta ger då

$$\nabla^2 s = \frac{1}{c^2}\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}.$$

Dispersionsrelation för harmoniska vågor

$$\omega = ck$$

Härledning Ta en harmonisk våg i en dimension, på formen $Ae^{i(kx-\omega t)}$, och testa om den uppfyller vågekvationen. Då ser du att detta uppfylls under förutsättningen att dispersionsrelationen är uppfylld.

Harmoniska vågor En lösning till vågekvationen är

$$s = Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)},$$

och detta kommer vara basisen för vidare analys av vågfenomen. Merk att A kan vara komplex och innehålla information om fasförskjutningen till vågen.

Härledning s tillfredsställar vågekvationen om dispersionsrelationen är uppfylld. Under denna förutsettning, skriv

$$s = Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} = Ae^{ik(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}-ct)},$$

vilket är en funktion av $\mathbf{n}\cdot\mathbf{r} - ct$, som vi ville.

3.2 Principer

Superposition Eftersom vågekvationen är linjär, interagerar vågor vid att man adderar störningarna.

4 Teckenkonvention i optik

Utseendet till ekvationerna vi användar i optik ska beror på teckenkonventionen man användar. En möjlighet är att använda kartesisk teckenkonvention. Denna baseras på att

- allt ljus kommer från höger mot vänster.
- Koordinatsystemet definieras med origo i centrum av den optiska komponenten, x-axeln med positiv riktning mot höger och y-axeln med positiv riktning uppåt.

Detta implicerar följande konvention:

Alternativt kan man använda den så kallade Real Is Positive- konventionen (R.I.P) som används i kurslitteraturen. Denna definieras av följande tabell:

Varför en konvention är klart överlegen är triviellt och lämnas som en övning till läsaren.

	+	-
Objektavstånd	Objekt till höger om optisk objekt	Objekt till vänster om optisk objekt
Bildavstånd	Bild till höger om optisk objekt	Bild till bänster om optisk objekt
Fokallängd för lins	Samlar ljus till höger (konvex)	Samlar ljus till vänster (konkav)
Fokallängd för spegel	Centrum till höger (konvex)	Centrum till vänster (konkav)

	+	-
Objektavstånd för linser	Objekt till vänster om lins	Objekt till höger om lins
Bildavstånd för linser	Bild till höger om lins	Bild till vänster om lins
Fokallängd för lins	Samlar ljus till höger (konvex)	Samlar ljus till vänster (konkav)
Objektavstånd för speglar	Objekt till vänster om spegel	Objekt till höger om spegel
Bildavstånd för speglar	Bild till vänster om spegel	Bild till höger om spegel
Fokallängd för spegel	Centrum till vänster (konkav)	Centrum till höger (konvex)
Objektavstånd för sfärisk yta	Objekt till vänster om yta	Objekt till höger om yta
Bildavstånd för sfärisk yta	Bild till höger om spegel	Bild till vänster om yta
Krökningsradie för sfärisk yta	Centrum till höger	Centrum till vänster