

Sammanfatning av SI1121 Termodynamik

Yashar Honarmandi

18 oktober 2017

Sammanfattning

Denna sammanfattning samlar kanske centrala ekvationer användt i KTH:s kurs SI1121 Termodynamik någon gång. Den inkluderar även lite snygg information om enheter.

Innehåll

1	Enheter	1
2	Konstanter	1
3	Ekvationer	1
3.1	Allmänna ekvationer	2
3.2	Termodynamikens huvudsatser	2
3.3	Gaser	2

1 Enheter

Enheterna i denna tabell kan vara bra att ha när man ska göra dimensionsanalys.

Storhet	SI-enhet	Uttryck i fundamentala enheter
Kraft	N	kg m s^{-2}
Energi	J	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
Tryck	Pa	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$

2 Konstanter

I följande tabell finns konstanter som kommer användas när ekvationer diskuteras.

Konstant	Symbol	Värde
Allmänna gaskonstanten	R	$8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Avogadros tal	N_A	$6.022 14 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmanns konstant	k	$1.380 65 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

3 Ekvationer

Om inte annat specificeras, kommer alla ekvationer följa symbolkonvention enligt denna tabellen.

Storhet	Symbol
Tryck	p
Volym	V
Temperatur	T
Antal partiklar	N
Antal mol	ν
Inre energi	U
Värme	Q
Arbete	W

3.1 Allmänna ekvationer

Konversion mellan m , ν och N

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}.$$

M är gasens molara massa, massan per mol partiklar. Flera relationer kan härledas vid att använda $R = N_A k$.

Täthet

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Tätheten av en substans kan även definieras som

$$\rho = \frac{N}{V}.$$

3.2 Termodynamikens huvudsatser

Första huvudsatsen

$$dU = dQ - dW$$

Vid att definiera första huvudsatsen så, definieras arbete gjort på systemet implisitt som positivt. Arbetet ges av

$$dW = -p dV$$

Andra huvudsatsen

$$dS = \frac{dQ}{T} \geq 0$$

Likheten gäller för reversibla processer, och olikheten gäller för andra processer.

Tredje huvudsatsen

$$S(T = 0) = 0$$

Potentialer, derivator och annat skit

Inre energiens differentiel Vid att kombinera termodynamikens första och andra huvudsats får man

$$dU = T dS - p dV$$

Fri energi

$$F = U - TS$$

$$dF = -S dT - p dV$$

Vid isoterma processer är $dW = dF$.

Entalpi

$$H = U + pV$$

$$dH = T dS + V dp$$

Fri entalpi

$$G = H - TS$$

$$dG = -S dT + V dp$$

3.3 Gaser

Ideala gaslagen

$$pV = \nu RT = NkT.$$

N är antalet partiklar i gasen och ν är antalet mol partiklar i gasen.

van der Waals' tillståndsekvation

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - a \left(\frac{N}{V} \right)^2$$
$$\left(p + \frac{a_0}{v^2} \right) (v - b_0) = RT$$

Dessa är båda ekvivalenta versioner av van der Waals' tillståndsekvation,

var man introduserar $a_0 = aN_A^2$, $b_0 = bN_A$ och $v = \frac{V}{\nu}$. a innehåller information om växelverkan mellan partiklarna och b innehåller information om partiklarnas volym.

Maxwell-Boltzmann-fördelningen

Partiklarna i en ideal gas har olika fart. Antalet partiklar med en given fart v per volym är fördelad enligt

$$n(v) = Cv^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

var m är en partikels massa. Vi kräver att fördelningen är normaliserad, dvs.

$$\int_0^\infty dv n(v) = \frac{N}{V},$$

som ger

$$K = 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Från detta kan man räkna ut en mest sannolik fart v_p , en förväntad fart $\langle v \rangle$ och en RMS-fart v_{RMS} . Dessa är

$$\begin{aligned} v_p &= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \\ \langle v \rangle &= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \\ v_p &= \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \end{aligned}$$

Man kan även räkna ut en medelenergi per partikel, som är

$$\langle E \rangle = \frac{n}{2} kT,$$

var n är antalet kvadratiska frihetsgrader per partikel. För en enatomig ideal gas är det

$$\langle E \rangle = \frac{3kT}{2}.$$

Medelfri väg Medelavståndet mellan två kollisioner i en gas är

$$l = \frac{kT}{p\pi d^2 \sqrt{2}} = \frac{1}{n\pi d^2 \sqrt{2}}$$

var n är partikeltätheten och d är partiklarnas diameter.

Stöttal Stöttalet är antalet partiklar som kolliderar med en yta per enhet area och tid, och fås som

$$\nu^* = \frac{1}{4} n \langle v \rangle = \frac{p}{\sqrt{2\pi m kT}}$$

var n är partikeltätheten.