Premier contrôle continu - Programmation linéaire

Durée: 1h30. Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1

Résoudre graphiquement le programme linéaire suivant, puis calculer les x^* et z^* optimaux.

$$\max z = x_1 + x_2$$

$$\begin{cases}
-x_1 & +3x_2 & \leq \frac{2}{3} \\
-2x_1 & +x_2 & \geq -8 \\
x_1 & +x_2 & \geq 2 \\
x_1, & x_2 & \geq 0.
\end{cases}$$

Exercice 2

Exprimer le problème suivant sous la forme d'un programme linéaire, qu'il ne sera pas utile de résoudre.

Une entreprise de construction d'automobiles possèdent 3 usines à Lille, Marseille et Toulouse. Elle a besoin d'acheminer les métaux nécessaires à partir de Bordeaux ou de La Rochelle. Chaque usine nécessite hebdomadairement 400t à Lille, 300t à Marseille et 200t à Toulouse. Les ports de Bordeaux et de La Rochelle peuvent fournir respectivement 550t et 350t.

Les coûts de transports entre ces villes sont donnés en milliers d'euros par tonne dans le tableau suivant.

| | Lille | Marseille | Toulouse |
|-------------|-------|-----------|----------|
| Bordeaux | 5 | 6 | 3 |
| La Rochelle | 3 | 5 | 4 |

L'entreprise cherche ici à minimiser ses coûts de transport en satisfaisant la demande.

Exercice 3

Résoudre le programme linéaire suivant en respectant les consignes suivantes.

- 1. Ne pas supprimer de variable à l'aide de la contrainte d'égalité.
- 2. Appliquer la règle du plus fort coefficient et du plus petit indice si plusieurs choix sont possibles.

$$\max z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$\sup \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 & \leq 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & \geq 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 & = 4 \\ x_1, & x_2, & x_3 & \geq 0. \end{cases}$$

Indiquer si la solution optimale est dégénérée ou non.