Contrôle continu n°1 - Programmation linéaire

Exercice 1

Résoudre graphiquement le programme linéaire suivant, puis calculer les x^* et z^* optimaux.

$$\max z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\sup \begin{cases} x_1 & \leq 12 \\ x_1 + 3x_2 & \leq 45 \\ 2x_1 + x_2 & \leq 30 \\ x_1, & x_2 & \geq 0. \end{cases}$$

Exercice 2

Résoudre le programme linéaire suivant, en vérifiant si (0,0,0) est une solution réalisable ou non.

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$\begin{cases}
x_1 + x_2 + x_3 \leq 40 \\
2x_1 + x_2 - x_3 \geq 10 \\
- x_2 + x_3 \geq 10 \\
x_1, x_2, x_3, \geq 0.
\end{cases}$$

Exercice 3

Vérifier si $x^* = \left(0; \frac{52}{5}; 0; \frac{2}{5}\right)$ est une solution optimale du programme suivant :

$$\max z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4$$

$$\begin{cases}
3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 & \leq 12 \\
x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 & \leq 7 \\
2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 & \leq 10 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq 0.
\end{cases}$$

Exercice 4

Trouver le x^* et le z^* du programme suivant, et le y^* du dual :

$$\max z = 5x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$$\begin{cases}
2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5 \\
4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 11 \\
3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\
x_1, x_2, x_3, \geq 0.
\end{cases}$$

sachant que lors de la résolution nous trouvons le dictionnaire suivant :

$$z = 13 - 3x_2 - x_6 - x_4,$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 - 2x_2 - 2x_4 + x_6 \\ x_3 = 1 + x_2 + 3x_4 - 2x_6 \\ x_5 = 1 + 5x_2 + 2x_4. \end{cases}$$