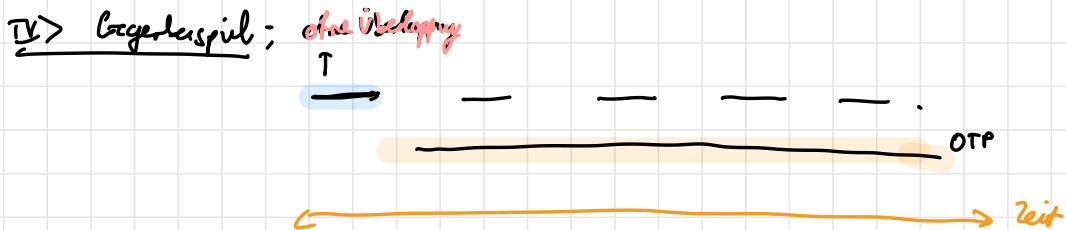
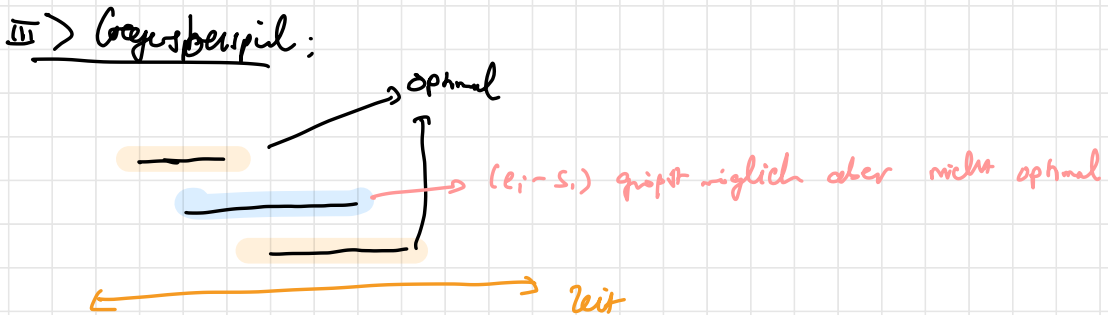
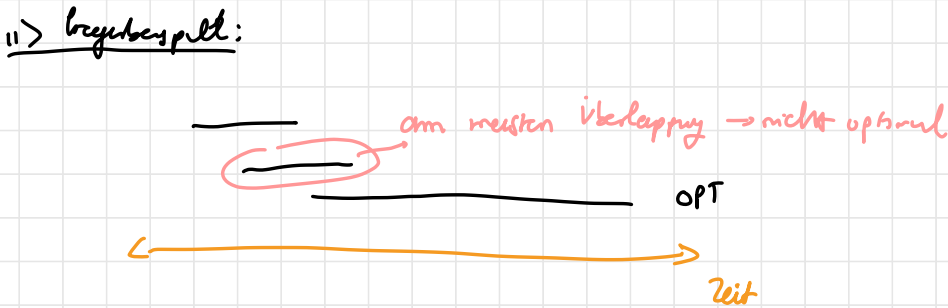



a) Zeige: Die folgenden Greedy-Strategien sind nicht optimal.

Wir wählen als nächstes Intervall das Intervall I_i mit...

- (i) ...dem frühesten Ende.
- (ii) ...den meisten Überlappungen.
- (iii) ... $(e_i - s_i)$ größtmöglich.
- (iv) ...den wenigsten Überlappungen.



- b) Eine Möglichkeit, dieses Problem zu lösen, ist dynamische Programmierung. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass die Intervalle bereits nach deren Ende sortiert sind.

Sei nun $\text{OPT}(i)$ der bestmögliche Wert, der mit den ersten i Intervallen erreicht werden kann. Um $\text{OPT}(i)$ zu berechnen, muss man zwei Fälle betrachten: (1) Intervall i wird nicht verwendet, (2) Intervall i wird verwendet.

- (i) Welchen Wert besitzt $\text{OPT}(i)$, wenn Intervall I_i nicht verwendet wird?
- (ii) Angenommen, Intervall I_i wird benutzt. Wir sind an dem Index des Intervalls interessiert, welches das letzte Intervall vor I_i ist, das nicht mit I_i überlappt. Den Index dieses Vorgängers von I_i bezeichnen wir als $\text{pred}(i)$. Sollte I_i keinen Vorgänger besitzen, gilt $\text{pred}(i) = 0$.

Gib einen mathematischen Ausdruck an, der $\text{pred}(i)$ für beliebiges $1 \leq i \leq n$ bestimmt.

$$\text{pred}(i) = \begin{cases} 0 & \text{falls } i = 1 \\ \text{pred}(i) & \text{sonst} \end{cases}$$

- (iii) Welchen Wert besitzt $\text{OPT}(i)$, wenn Intervall I_i verwendet wird?
- (iv) Stelle eine Rekursionsgleichung auf, die $\text{OPT}(i)$ für beliebiges $0 \leq i \leq n$ bestimmt.

i> Falls I_i nicht verwendet wird:

$$\text{OPT}(i) = \text{OPT}(i-1)$$

ii> $I_i = (s_i, e_i)$

$$\text{pred}(i) = \max \left\{ \underbrace{j \mid e_j \leq s_i}_{\text{entweder}} \right\}$$

$$\text{iii> : } \text{OPT}(i) = \text{OPT}(\text{pred}(i)) + (e_i - s_i)$$

um sicherzustellen gibt es keine Überlappung zwischen vorherigen Intervall und aktuellem Intervall

$$\text{iv> } \text{OPT}(i) = \begin{cases} 0 & \text{falls } i = 0 \\ \max \left\{ \underbrace{\text{OPT}(i-1) + (e_i - s_i)}_{i \text{ genommen}}; \underbrace{\text{OPT}(i-1)}_{i \text{ nicht genommen}} \right\} \end{cases}$$