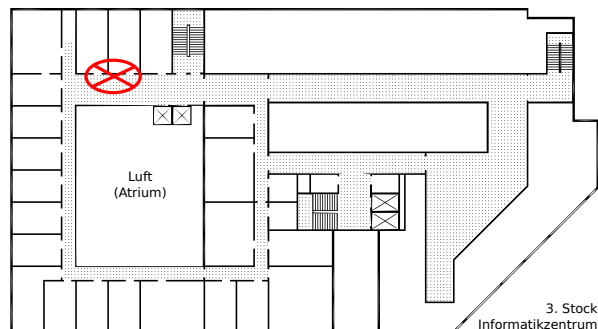


Hausaufgabenblatt 6

Abgabe der Lösungen bis zum 19.07.2023 um 13:30 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet. **Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit Namen, Matrikel-, Übungs- und Gruppennummer versehen!**

Achtung: Durch das Ende der Vorlesungszeit gibt es nur eine Woche Bearbeitungszeit. Alle Punkte sind Bo-

nuspunkte (sie gehen in die Hausaufgabenbewertung ein, aber nicht in die 50%-Bestehensgrenze)!



Hausaufgabe 1 (Hashing):

$((5 + 2 + 3) \cdot \text{Punkte})$

- a) Betrachte ein Array A der Größe $m = 11$ mit Speicherzellen $A[0], \dots, A[10]$. Das Array enthält zu Beginn keine Elemente. In diesem Array führen wir Hashing mit offener Adressierung mit der folgenden Hash-/Sondierungsfunktion durch:

$$h(x, i) = (h_1(x) + i \cdot h_2(x)) \bmod m, \text{ mit } h_1(x) = 3 \cdot (x + 1)$$

$$\text{und } h_2(x) = ((x^2 + 7) \bmod m - 1) + 1.$$

Dabei ist x ein Schlüssel und i die Nummer des Versuchs, x in eine unbesetzte Speicherzelle des Arrays einzufügen, beginnend bei $i = 0$. Berechne zu jedem der folgenden Schlüssel die Position, die er in A bekommt:

5, 16, 7, 8, 17

Dabei sollen die Schlüssel in der gegebenen Reihenfolge eingefügt werden und der Rechenweg soll klar erkennbar sein. Gib insbesondere alle berechneten Werte von $h(x, i)$ mit Rechenweg an. Gib außerdem den Endzustand des Arrays in einer Tabelle mit dem folgenden Format an.

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A[j]$											

- b) Wie ist der Belegungsfaktor β für eine Hashtabelle der Größe m mit n eingefügten Schlüsseln definiert? Wie groß ist β für die Hashtabelle aus Aufgabenteil a), nachdem die fünf Schlüssel eingefügt wurden?
- c) Nimm an, wir nutzen Hashing mit offener Adressierung und Löschoperationen mittels den in der Vorlesung vorgestellten *lazy deletions*, also mit den Markierungen der Felder als *besetzt*, *noch nie besetzt*, oder *wieder frei*.

Beschreibe kurz (in Fließtext oder Pseudocode), wie ein Element in einer Hashtabelle mit offener Adressierung gesucht wird. Gehe insbesondere darauf ein, wann man keine weiteren Versuche mehr betrachten muss.

Blatt 6

① a) $h(x, i) = (3x + 3 + i \cdot h_2(x)) \bmod 11$

$$h_2(x) = (x^2 + 7 \bmod 10) + 1$$

$$h(5, 0) = 18 \bmod 11 \\ = 7$$

$$h(16, 0) = 51 \bmod 11 = 7 \quad \text{Kollision.}$$

$$\hookrightarrow h(16, 1) = 51 + 1 \cdot ((263 \bmod 10) + 1) \bmod 11 \\ = 55 \bmod 11 \\ = 0$$

j	A[j]
0	16
1	
2	7
3	
4	
5	8
6	
7	5
8	
9	
10	17

$$h(7, 0) = 3 \cdot 7 + 3 \bmod 11 \\ = 24 \bmod 11 \\ = 2$$

$$h(8, 0) = 3 \cdot 8 + 3 \bmod 11 \\ = 5$$

$$h(17, 0) = 54 \bmod 11 \\ = 10$$

b) $\beta \geq \frac{n}{m}$

$$\beta \geq \frac{5}{11}$$

c) Berechne $j := h(x)$. Suche x an den Position $t(0, j) \dots t(m-1, j)$.

Brich ab, falls x oder eine freie Stelle gefunden wurde.

Im letzteren Fall gibt es kein Datum mit dem Schlüssel x .