Blatt2 - Einführung in die Logik

Viradia, Yash - Informatik - 5275038 - Gruppe 01
y.viradia@tu-braunschweig.de

08.05.2023

HA 3

1) Z: $\{\neg, \wedge\}$ ist funktional vollständig.

Sei $A, B \in F[A]$.

A	B	$\neg A$	$\wedge B$	$\neg(B$	$\rightarrow A)$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1

$\{\neg, \wedge\} \models\!\dashv \{\neg, \rightarrow\}$

2) Z: $\{\vee, \wedge\}$ ist funktional vollständig.

Sei $A, B \in F[A]$

A	B	$\neg(A$	$\vee B)$	~~$A \wedge B$~~	$\neg A \wedge \neg B$
0	0	1	0		1
0	1	0	1		0
1	0	0	1		0
1	1	0	1		0

$\{\vee, \wedge\} \cancel{\models\!\dashv} \{\neg, \vee\} \models\!\dashv \{\neg, \wedge\}$.

3) Z: $\{\neg, \bot\}$ ist funktional vollständig.

$\{\neg, \bot\} \cancel{\models\!\dashv} \{\top\}$.

HA 4

Z: $\mathcal{F}$ ist Theorem $\Leftrightarrow$ sie einen „kurzen Beweis" hat.

„$\Leftarrow$" Durch die Definition von „kurzen Beweis" ist klar,

$A \in \mathcal{F}$ aus $\Gamma' \subseteq \mathcal{F}$

Es existiert $\Gamma' \vdash_K A$, wo $\Gamma' = \emptyset$.

D.h. ein Wert A besteht aus den Konklusion von Regeln ohne Prämisse.

Unter Anwendung von Regeln wird $\mathcal{F}$ ein Theorem geliefert.

„$\Rightarrow$" Mithilfe der Definition von Theorem ist klar. Die Menge von Axiome also $Ax(K) \subseteq \mathcal{F}$,

d.h. sie besteht aus den Konklusionen von Regeln ohne Prämisse.

Das entspricht genau $\Gamma' \longrightarrow_K A$ wenn $\Gamma' = \emptyset$.

4

HA5

1)

0	$A \to B$	Ann.
1	$B \to C$	Ann.
2	A	Ann.
3	B	MP, 2, 0
4	C	MP, 3, 1
5.	$A \to C$	(DT, 2, 4)
6.	$(B \to C) \to (A \to C)$	(DT, 1, 5)
7.	$(A \to B) \to (B \to C) \to (A \to C)$	(DT, 0, 6)

~~2) $\vdash \neg(A \to B) \to (B \to A)$~~

$\neg(A \to B) \to B \to A$

~~0. $\neg(A \to B)$ Ann.~~

~~B Ann.~~

~~$\neg(A \to B) \to B$~~

~~$\neg(A \to B) \to B \to A \to \neg(A \to B) \to B$~~

~~$A \to \neg(A \to B) \to A$~~

~~$A \to (\neg(A \to B) \to A \to \neg(A \to B) \to B \to A$~~

~~$(\neg(A \to B) \to B \to A \to B) \to (\neg(A \to B) \to B \to A \to \neg B)$~~

~~$\neg(\neg(A \to B) \to B \to A)$~~

2)

0.	$\neg(A \to B)$	Ann.
1.	B	Ann.
2.	$\neg A$	Ann.
3	A	Ann.
4.	$\bot$	2, 3
5.	B	
6.	$A \to B$	
7.	$\bot$	0, 6
8.	$\neg\neg A$	
9.	A	
10.	$B \to A$	DT, 0, 9
11.	$\neg(A \to B) \to B \to A$	DT, 0, 10.