

Reduktion

2-3 Aufgaben in Klausur!

Unentscheidbarkeit und Reduktion.

(SS18)

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \exists x \in \{0,1\}^* : \\ |x| \text{ gerade und } x \in L(M_w)\}$$

L ist semi-entscheidbar: (teste alle geraden Wörter durch)

Trick: verschiedene Wörter bis zur gewissen Länge testen.

① Input: Kodierung w einer TM

• for $K = 1$ to ∞

• for $x \in \{0,1\}^K$, $|x|$ gerade

• Simuliere M_w auf x für K Schritte.

↳ Falls M_w akzeptiert;
return true

Reduktion

Sei $A \subseteq \Sigma_1^*$ $B \subseteq \Sigma_2^*$

$f: \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$ heißt

Many-One-Reduktion von A auf B wenn

f ^① total und ^② berechenbar ist.

③ Äquivalenz $\forall x \in \Sigma_1^*$
 $x \in A$ gdw. $f(x) \in B$ gilt.

Wie akzeptiert TM gerade Anzahl von

② Wie zeigt man die Unentscheidbarkeit?

$ACCEPT_E$: Sprache von TM, die auch E akzeptiert.

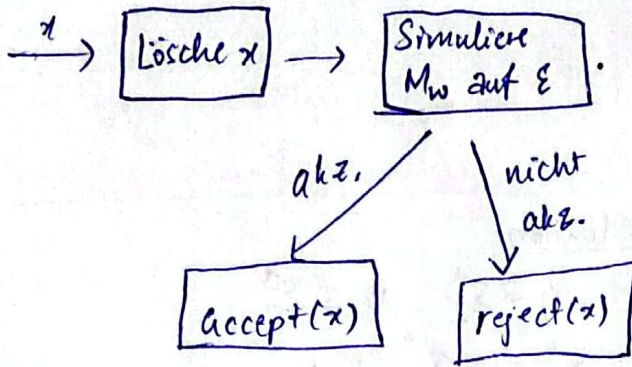
$\bar{E}: ACCEPT_E \leq L$

Gesucht: Reduktion $f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$
(ACCEPT)
(L)

sodass

$w \in ACCEPT_E \Leftrightarrow f(w) \in L$.

Skizze $M_f(w)$:



Beweis:

$$w \in \text{ACCEPT}_\varepsilon \Rightarrow L(M_f(w)) = \Sigma^* \\ \Rightarrow f(w) \in L$$

$$w \notin \text{ACCEPT}_\varepsilon \Rightarrow L(M_f(w)) = \emptyset \\ \Rightarrow f(w) \notin L.$$

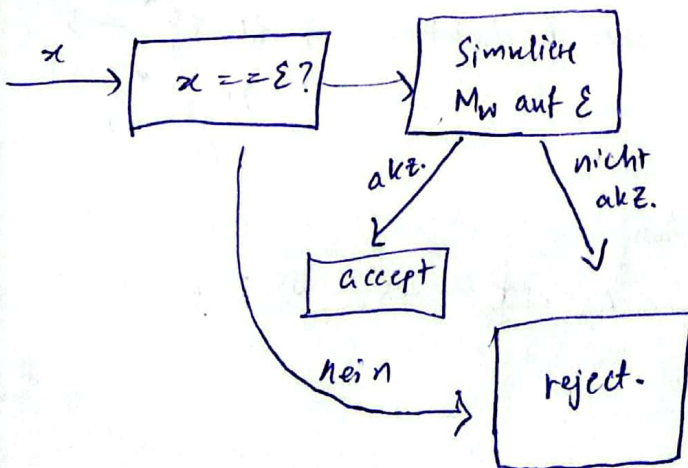
(WS17/18)

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \exists x \in \{0,1\}^* : \\ L(M_w) = \{x\}\}$$

- L nicht semi-entscheidbar.
- L nicht co-semi-entscheidbar.

Reduktion: $\text{ACCEPT}_\varepsilon \leq L$

Skizze $M_f(w)$



Ist das semi oder co-semi-entscheidbar?
- gilt beides nicht.

Gute Übung - Wann ist etwas co-semi-entscheidbar oder Semi-entscheidbar?

Beweis:

$$w \in \text{ACCEPT}_E \Rightarrow L(M_f(w)) = \{\epsilon\} \\ \Rightarrow f(w) \in L.$$

$$w \notin \text{ACCEPT}_E \Rightarrow L(M_f(w)) = \emptyset \\ \Rightarrow f(w) \notin L$$

(SS18)

$$L = \{ w \# q \mid w, q \in \{0,1\}^*, q \text{ ist} \\ \text{nützlich in TM } M_w \}$$

Def: q ist nützlich, falls es eine Berechnung gibt, die q erreicht (in M)

Bem: L ist semi-entscheidbar.

Beobachtung: $w \# q_{\text{acc}} \in L \Leftrightarrow$
 $L(M_w) \neq \emptyset \quad (w \in \overline{\text{EMPTY}})$

Reduktion: $\overline{\text{EMPTY}} \leq L$
 $f(w) = w \# q_{\text{acc}}.$

How come

ACCEPT_E semi-entscheidbar?

Wann ist eine Sprache L
semi-entscheidbar oder
co-semi-entscheidbar?

Was ist mit EMPTY ?

EMPTY ist nicht semi-entscheidbar.

EMPTY ist co-semi-entscheidbar.

$\hookrightarrow \overline{\text{EMPTY}}$ ist semi-entscheidbar.