1. TM-Konstruktion

10 Punkte

Betrachten Sie die Sprache $\mathcal{L} = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{Es gibt } n \in \mathbb{N} \text{ mit: } |w| = 2^n\}$. Beachten Sie, dass $0 \in \mathbb{N}$ gilt.

Konstruieren Sie eine DTM M, die diese Sprache akzeptiert.

- Erklären Sie die Arbeitsweise der Maschine ausführlich. Geben Sie insbesondere die Aufgabe jedes Kontrollzustands der Maschine an.
- Geben Sie die Transitionen der Maschine explizit an, z.B. in Form einer Tabelle oder als Zustandsgraph.
- Sie können wahlweise annehmen, dass das Band auf beiden Seiten der Eingabe mit ␣-Symbolen gefüllt ist, oder dass das Band auf der linken Seite durch ein \$-Symbol beschränkt ist. Geben Sie an, wofür Sie sich entschieden haben und geben Sie an, auf welches Symbol der Lese-/Schreibkopf initial zeigt.

Hinweis: Benutzen Sie 2 Bänder.

SS 2021

① $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists n \in \mathbb{N} : |w| = 2^n\}$ hier $0 \in \mathbb{N}$.

Arbeitsweise: Mehrband TM

1) Mit zwei Bänder in dieser TM märkiert das erste Band „a" und das zweite „b".

2) Aber wenn alle „a" und „b" in den beiden Bändern markiert sind, ~~reicht~~ bleibt es jetzt, die Länge des Wortes zu rechnen.

3) Diese DTM akzeptiert Wort w auch, wenn entweder „a" oder „b" nicht da ist.

4) Wie wird die Länge des Wortes wie 1, 2, 4, 8, usw. berechnet?

1. TM-Konstruktion

$7 + 1 + 2 = 10$ Punkte

Betrachten Sie die folgende Sprache

$$L = \left\{ w \in \{a, b\}^* \;\middle|\; \exists k \in \mathbb{N} \colon |w|_a = k|w|_b \right\} .$$

Hierbei bezeichnen $|w|_a$ die Anzahl der as und $|w|_b$ die Anzahl der bs in w.

a) Konstruieren Sie eine deterministische Turingmaschine M, die L akzeptiert. Beschreiben Sie die Funktionsweise Ihrer Turingmaschine.

b) Geben Sie eine möglichst genaue Platzschranke f für Ihre Turingmaschine M an, sodass $\mathrm{Space}_M(n) \in \mathcal{O}(f(n))$ gilt.

c) Finden Sie eine möglichst genaue Platzschranke g mit $L \in \mathrm{DSPACE}(\mathcal{O}(g(n)))$. Vergleichen Sie g mit der Platzschranke f Ihrer Turingmaschine M.

SS22

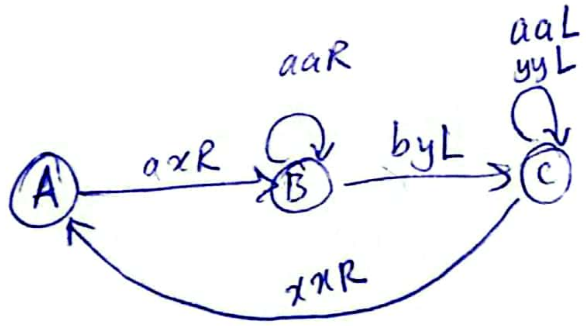
① $L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists k \in \mathbb{N} : |w|_a = k |w|_b \}$

d.h. eine DTM akzeptiert ab, aab, aaaabb, usw. aber nicht Wörter wie abb, aabbbb, usw.

Funktionsweise

1) Zuerst schauet der Kopfzeiger ob „a" im Wert überhaupt existiert.
2) Wenn nein, dann REJECT, sonst ersetzen wir „a" mit „x".
3) Dann werden alle andere Symbole übersprungen bis „b" existiert.
4) Existiert „b", wird es dann mit „y" ersetzt.
5) Am Ende stellt die Maschine sicher, dan zuerst alle „a" mit „x" markiert sind und dann alle „b" mit „y".

DTM



Aber bei B steht zwei Möglichkeiten yyL oder yyR ?!

1. TM-Konstruktion

10 Punkte

Betrachten Sie die Sprache $\mathcal{L} = \{w.u.w \in \{a,b\}^* \mid w,u \in \{a,b\}^*, |w| > 0\}$.

Konstruieren Sie eine NTM M, die diese Sprache akzeptiert.

- Erklären Sie die Arbeitsweise der Maschine ausführlich. Geben Sie insbesondere die Aufgabe jedes Kontrollzustands der Maschine an.
- Geben Sie die Transitionen der Maschine explizit an, z.B. in Form einer Tabelle oder als Zustandsgraph.
- Sie können wahlweise annehmen, dass das Band auf beiden Seiten der Eingabe mit ␣-Symbolen gefüllt ist, oder dass das Band auf der linken Seite durch ein \$-Symbol beschränkt ist. Geben Sie an, wofür Sie sich entschieden haben und geben Sie an, auf welches Symbol der Lese-/Schreibkopf initial zeigt.

Hinweise: Machen Sie von Nichtdeterminismus Gebrauch. Sie dürfen auch mehrere Bänder verwenden.

WS 2020/21

① Konstruiere eine NTM M
für $L = \{w \cdot u \cdot w \in \{a,b\}^* \mid w, u \in \{a,b\}^*, |w| > 0\}$

Wie konstruiert man eine NTM?

1. TM-Konstruktion

10 Punkte

Betrachten Sie die Sprache $\mathcal{L} = \{a^n.b^m.c^k \mid n, m, k > 0 \text{ und } n - m \leqslant k < n + m\} \subseteq \{a, b, c\}^*$.

Konstruieren Sie eine DTM M, die diese Sprache akzeptiert.

- Erklären Sie die Arbeitsweise der Maschine ausführlich. Geben Sie insbesondere die Aufgabe jedes Kontrollzustands der Maschine an.
- Geben Sie die Transitionen der Maschine explizit an, z.B. in Form einer Tabelle oder als Zustandsgraph.
- Sie können wahlweise annehmen, dass das Band auf beiden Seiten der Eingabe mit ␣-Symbolen gefüllt ist, oder dass das Band auf der linken Seite durch ein \$-Symbol beschränkt ist. Geben Sie an, wofür Sie sich entschieden haben und geben Sie an, auf welches Symbol der Lese-/Schreibkopf initial zeigt.

Hinweis: Sie dürfen auch mehrere Bänder verwenden.

WS 2021/22

① $L = \{a^n \cdot b^m \cdot c^k \mid n, m, k > 0 \text{ und } n-m \leq k < n+m\} \subseteq \{a,b,c\}^*$

Arbeitsweise

1) Diese TM akzeptiert kein leeres Wort.

2)

1. Konstruktion einer DTM

10 Punkte

Konstruieren Sie eine **deterministische** Turingmaschine M, welche die Sprache

$$L = \left\{ a^m b^n \;\middle|\; m, n > 0 \text{ UND } m^2 < 3n \right\}$$

entscheidet. Beispielsweise sind $ab, aabb \in L$, aber $aab, aaabbb \notin L$.

- Erklären Sie die Arbeitsweise der Maschine ausführlich. Geben Sie insbesondere die Aufgabe jedes Kontrollzustands der Maschine an.
- Geben Sie die Transitionen der Maschine explizit an, z.B. in Form einer Tabelle oder als Zustandsgraph. Im Zustandsgraphen brauchen Sie Transitionen nach q_{rej} nicht zu zeichnen.
- Sie können wahlweise annehmen, dass das Band auf beiden Seiten der Eingabe mit ␣-Symbolen gefüllt ist, oder dass das Band auf der linken Seite durch ein \$-Symbol beschränkt ist. Geben Sie an, wofür Sie sich entschieden haben und geben Sie an, auf welches Symbol der Lese-/Schreibkopf initial zeigt.

Hinweis: Die Turingmaschine darf mehrere Bänder verwenden.

Mockexam SS22

① **Arbeitsweise:**

1) Zuerst schaut der Kopfzeiger ob „a" im gegebenen Wort überhaupt existiert.

2) Wenn „a" existiert, dann ersetze das mit „x"

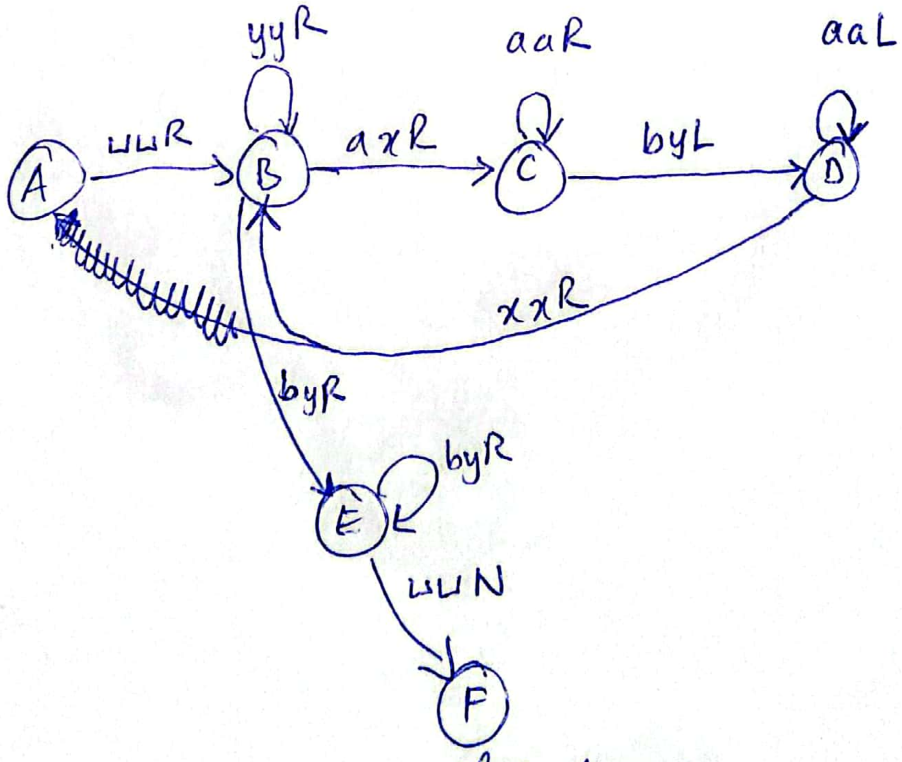
3) Dann überspringe alle andere Buchstaben bis „b" gefunden wird.

4) Wenn ~~"b"~~ „b" nicht existiert, dann einfach REJECT.

5) Existiert „b", dann ersetze das mit „y".

6) Dieser Prozess läuft fort, bis zuerst alle „a" markiert sind und dann alle „b"s.

Zustandsgraph: Nehme an, Band ist an der beiden Seite mit „⊔"-Symbolen gefüllt ist.



also, Accept!