CSL LBAs

Kontextsensitive Sprache:

$L = \{w\#w \mid w \in \{a,b\}^*\}$ nicht kontextfrei.

Grammatik (Typ 1) für L:

$S \to aSA \mid bSB \mid \#$

$\#A \to \#a$

$\#B \to \#b$

$aA \to Aa \qquad bA \to Ab$

$aB \to Ba \qquad bB \to Bb$

Beh: $ab\#ab \in L(S)$

$\underline{S} \to a\underline{S}A \to ab\underline{S}BA \to$
$ab\#\underline{B}A \to ab\#\underline{bA} \to$
$ab\#Ab \to ab\#ab$

Bsp: Was ist mit $L' = \{w \cdot w \mid w \in \{a,b\}^*\}$

Idee: Nehme Grammatik für L und füge

$\# \to \varepsilon$ (interpretiere # als NT)

Halt! $\# \to \varepsilon$ ist nicht erlaubt!

Idee 2: Benutze End-of-word-Marker $\#_a$ / $\#_b$, welche am Ende durch a bzw. b ersetzt werden.

$w \cdot w \leadsto \underbrace{w' \cdot x}_{w} \cdot \underbrace{w' \cdot x}_{w} = \underbrace{w' \cdot \#_x \cdot w'}_{\text{wie in } L} \cdot \#_x$

Was heißt aber kontextfrei?

Wie funktioniert die Ersetzung?

$abb\#BBA$

$\downarrow$ schieben 2 Schritte

$abb\#ABB$

$\downarrow$

$abb\#aBB$

- Zuerst S ersetzen.
Dann die Buchstaben an der rechten Seite.

Grammatik für L':

$S \to R_a \#_a \mid R_b \#_b$

$R_x \to a R_x A \mid b R_x B \mid \#_x$ $(x \in \{a,b\})$

$\#_x A \to \#_x a$, $\#_x B \to \#_x b$

$aA \to Aa$, $bA \to Ab$, $aB \to Ba$, $bB \to Bb$

Nun: Sprache L als LBA (Linear Bounded Automata)

Eingabe: $\$_L \cdot w \cdot \# \cdot w \cdot \$_R$

$\to \$_L \cdot \sqcup \cdot w' \# \sqcup \cdot w' \cdot \$_R$ $(w = x \cdot w')$

$\to^* \$_L \cdot \sqcup \cdot {*} \# \sqcup^* \$_R$

$\to$ Accept.

LBA:

$(q_0, \$_L) \to (q_0, \$_L, R)$

$(q_0, \sqcup) \to (q_0, \sqcup, R)$

$(q_0, \#) \to (q_{check}, R)$

$(q_{check}, \sqcup) \to (q_{check}, \sqcup, R)$

$(q_{check}, \$_R) \to (q_{acc}, \$_R, N)$

Bemerkung zur Laufzeit $O(n^2)$

- mindestens die Halbe des Worts laufen.
- Mit 2 Bändern geht es in $O(n)$.

Was ist LBA?

Linear Bounded Automata.

Welche Arten von LBA?

Graphisch

tabellerisch

Aber was wenn wir nicht fertig sind?

$(q_0, x) \to (q_x, \sqcup, R)$

$(q_x, y) \to (q_x, y, R)$

$(q_x, \#) \to (q_x', \#, R)$

$(q_x', \sqcup) \to (q_x', \sqcup, R)$

$(q_x', y) \to \begin{cases} (q_{rej}, y, N), & \text{falls } y \neq K \\ (q_{reset}, \sqcup, L) \end{cases}$

Wie funktioniert q_{reset}?

(q_{reset}, X)

$\to \begin{cases} (q_{reset}, X, L), & \text{falls } X \neq \$_L \\ (q_0, \$_L, R) \end{cases}$

Nach Immerman-Szelepcsényi lässt sich L komplementieren.

→ Nehme LBA und tauschen q_{acc} und q_{rej}.

Achtung: Dies geht nur, weil unser LBA deterministisch ist.

ABER: ~~Wie sieht ein~~

Weiteres Bsp:

$L_{MUL} = \{a^m \cdot b^n \cdot c^{m \cdot n} \mid n, m \geq 1\}$

Bem: $L_{ADD} = \{a^m \cdot b^n \cdot c^{m+n} \mid n, m \geq 1\}$ ist kontextfrei.

Idee:

$A \cdot bbb \cdot c^*$

$\to a\,C' \cdot bbb \cdot c^*$

$\to a \cdot b \cdot C'C\,bb\,c^*$

$\to^* a \cdot bbb\,C'CCC\,c^* \to$

$a \cdot bbb \cdot CCC \cdot c^*$

$S \to Sb \mid Ab$

$A \to aAC' \mid aC'$

$C'b \to bC''$

$C''b \to bC''C$

$Cb \to bC$

$C \to c$ $\qquad C'' \to c$

Problem: Die C's können frühzeitig ersetzt werden.

Was ist dieser Satz?

Wie sieht Grammatik aus?

Unklar!

Aber Komplement ist kontextfrei.

Was kann man noch mit der kontextsensitiven Sprache machen?

Was läuft's beim "Weiteres Bsp"?

→ Soweit keine Ahnung.