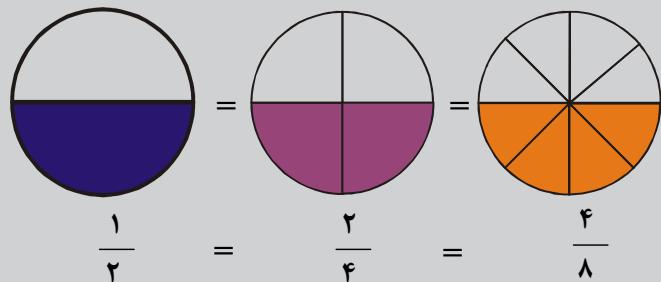




وزارت معارف

ریاضی

صنف پنجم





سرود ملي

دا عزت د هر افغان دی	دا وطن افغانستان دی
هر بچی یې قهرمان دی	کور د سولې کور د توري
د بلوڅو د ازبکو	دا وطن د ټولو کوردي
د ترکمنو د تاجکو	د پښتون او هزاره وو
پامیریان، نورستانیان	ورسره عرب، گوجردی
هم ايماق، هم پشه ېان	براھوي دي، قزلباش دي
لکه لمر پرشنه آسمان	دا هېواد به تل حليري
لکه زره وي جاويдан	په سينه کې د آسيا به
وايو الله اکبر وايو الله اکبر	نوم د حق مودي رهبر

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



وزارت معارف

ریاضی

صنف پنجم

سال چاپ: ۱۳۹۸ هـ ش.

الف

مشخصات کتاب

مضمون: ریاضی

مؤلفان: گروه مؤلفان کتاب‌های درسی دیپارتمنت ریاضی نصاب تعلیمی

ویراستاران: اعضای دیپارتمنت ویراستاری و ایدیت زبان دری

صنف: پنجم

زبان متن: دری

انکشاف‌دهنده: ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

ناشر: ریاست ارتباط و آگاهی عامه وزارت معارف

سال چاپ: ۱۳۹۸ هجری شمسی

ایمیل آدرس: curriculum@moe.gov.af

حق طبع، توزیع و فروش کتاب‌های درسی برای وزارت معارف جمهوری اسلامی
افغانستان محفوظ است. خرید و فروش آن در بازار ممنوع بوده و با متخلفان برخورد
قانونی صورت می‌گیرد.

پیام وزیر معارف

اقرأ باسم ربک

سپاس و حمد بیکران آفریدگار یکتاوی را که بر ما هستی بخشدید و ما را از نعمت بزرگ خواندن و نوشتن برخوردار ساخت، و درود بی پایان بر رسول خاتم - حضرت محمد مصطفی علیه السلام که نخستین پیام الهی بر ایشان «خواندن» است.

چنانچه بر همه گان هویداست، سال ۱۳۹۷ خورشیدی، به نام سال معارف مسمی گردید. بدین ملحوظ نظام تعلیم و تربیت در کشور عزیز ما شاهد تحولات و تغییرات بنیادینی در عرصه‌های مختلف خواهد بود؛ معلم، مکتب، اداره و شوراهای والدین، از عناصر شش گانه و اساسی نظام معارف افغانستان به شمار می‌روند که در توسعه و انکشاف آموزش و پرورش کشور نقش مهمی را ایفا می‌نمایند. در چنین برهه سرنوشت‌ساز، رهبری و خانواده بزرگ معارف افغانستان، متوجه به ایجاد تحول بنیادی در روند رشد و توسعه نظام معاصر تعلیم و تربیت کشور می‌باشد.

از همین‌رو، اصلاح و انکشاف نصاب تعلیمی از اولویت‌های مهم وزارت معارف پنداشته می‌شود. در همین راستا، توجه به کیفیت، محتوا و فرایند توزیع کتاب‌های درسی در مکاتب، مدارس و سایر نهادهای تعلیمی دولتی و خصوصی در صدر برنامه‌های وزارت معارف قرار دارد. ما باور داریم، بدون داشتن کتاب درسی باکیفیت، به اهداف پایدار تعلیمی در کشور دست نخواهیم یافت.

برای دستیابی به اهداف ذکر شده و نیل به یک نظام آموزشی کارآمد، از آموزگاران و مدرسان دلسوز و مدیران فرهیخته به عنوان تربیت کننده گان نسل آینده، در سراسر کشور احترامانه تقاضا می‌گردد تا در روند آموزش این کتاب درسی و انتقال محتوای آن به فرزندان عزیز ما، از هر نوع تلاشی دریغ نورزیده و در تربیت و پرورش نسل فعال و آگاه با ارزش‌های دینی، ملی و تفکر انتقادی بکوشند. هر روز علاوه بر تجدید تعهد و حس مسؤولیت پذیری، با این نیت تدریس را آغاز کنند، که در آینده نزدیک شاگردان عزیز، شهروندان مؤثر، متمن و معماران افغانستان توسعه یافته و شکوفا خواهند شد.

همچنین از دانش آموزان خوب و دوست داشتنی به مثابه ارزشمندترین سرمایه‌های فردای کشور می‌خواهم تا از فرصت‌ها غافل نبوده و در کمال ادب، احترام و البته کنجکاوی علمی از درس معلمان گرامی استفاده بهتر کنند و خوش چین دانش و علم استادان گرامی خود باشند.

در پایان، از تمام کارشناسان آموزشی، دانشمندان تعلیم و تربیت و همکاران فنی بخش نصاب تعلیمی کشور که در تهیه و تدوین این کتاب درسی مجده اش شبانه روز تلاش نمودند، ابراز قدردانی کرده و از بارگاه الهی برای آن‌ها در این راه مقدس و انسان‌ساز موقیت استدعا دارم. با آرزوی دستیابی به یک نظام معارف معیاری و توسعه یافته، و نیل به یک افغانستان آباد و مترقی دارای شهروندان آزاد، آگاه و مرفه.

دکتور محمد میرویس بلخی

وزیر معارف

فهرست

صفحه	عنوان	شماره
فصل اول: عملیه‌های جمع و تفریق اعداد چند رقمی		
۱	جمع	۱
۲	تمرین	۲
۳	سوال‌های عبارتی	۳
۴	تفریق	۴
۶	سوال‌های عبارتی	۵
۷	امتحان عملیه جمع	۶
۸	امتحان عملیه تفریق	۷
۱۰	تمرین	۸
۱۱	سوال‌های عبارتی	۹
۱۲	خاصیت تبدیلی، اتحادی و صفر در عملیه جمع	۱۰
۱۷	تمرین	۱۱
فصل دوم: عملیه‌های ضرب، تقسیم و خواص عملیه ضرب		
۱۸	ضرب	۱۲
۲۱	ضرب اعداد صفردار	۱۳
۲۳	تقسیم	۱۴
۲۶	تقسیم اعداد چند رقمی به اعداد بالاتر از سه رقمی	۱۵
۲۸	امتحان عملیه ضرب	۱۶
۲۹	امتحان عملیه تقسیم	۱۷
۳۱	تمرین	۱۸
۳۲	خاصیت یک و صفر در عملیه ضرب	۱۹
۳۳	خاصیت تبدیلی و اتحادی در عملیه ضرب و خاصیت توزیعی	۲۰
۳۹	تمرین	۲۱
فصل سوم: مبحث هندسه		
۴۲	خط و انواع آن	۲۲
۴۴	وضعیت خط مستقیم	۲۳
۴۶	وضعیت دو خط مستقیم نظر به یکدیگر	۲۴
۴۸	اقسام خط	۲۵
۵۱	زاویه	۲۶
۵۳	واحد اندازه‌گیری زاویه	۲۷
۵۵	اقسام زاویه	۲۸
۵۷	تمرین	۲۹
۵۹	زاویه‌های مجاوره	۳۰
۶۰	زاویه‌های مکمله و مجاوره مکمله	۳۱
۶۲	زاویه‌های متممه و مجاوره متممه	۳۲
۶۳	زاویه‌های متقابل به رأس	۳۳
۶۴	زاویه مستقیمه	۳۴
۶۵	مثلث	۳۵
۶۷	اقسام مثلث از لحاظ زاویه	۳۶
۷۰	اقسام مثلث از لحاظ اضلاع	۳۷
۷۴	مضلع	۳۸
۷۶	مستطیل	۳۹
۷۷	مربع	۴۰
۷۹	دایره	۴۱
۸۳	تمرین	۴۲
فصل چهارم: بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک		

۸۵	قابلیت تقسیم به ۳، ۲ و ۶	۴۳
۸۷	تمرین	۴۴
۸۸	قابلیت تقسیم به ۵ و ۱۰	۴۵
۸۹	تمرین	۴۶
۹۰	مفاهیم قاسم و مضرب	۴۷
۹۲	تمرین	۴۸
۹۴	اعداد اولیه و غیر اولیه (مرکب)	۴۹
۹۶	تمرین	۵۰
۹۹	قاسم‌های مشترک و تعیین بزرگترین قاسم...	۵۱
۱۰۰	تمرین	۵۲
۱۰۱	مضرب‌های مشترک و تعیین کوچکترین مضرب...	۵۳
۱۰۲	تمرین	۵۴
۱۰۲	دربافت کوچکترین مضرب مشترک به واسطه تجزیه	۵۵
۱۰۴	تمرین	۵۶
فصل پنجم: کسر ها و عملیه‌های چهار گانه آن		
۱۰۵	کسرها	۵۷
۱۰۷	کسرهای مساوی به صفر	۵۸
۱۱۰	کسرهای بزرگتر از واحد	۵۹
۱۱۲	کسرهای واقعی و غیر واقعی	۶۰
۱۱۶	تمرین	۶۱
۱۱۸	کسرهای معادل	۶۲
۱۲۳	تمرین	۶۳
۱۲۴	اختصار (ساده ساختن) کسرها	۶۴
۱۳۰	تمرین	۶۵
۱۳۲	مقایسه کسرها	۶۶
۱۳۸	تمرین	۶۷
۱۴۰	تصحیح کسر عام	۶۸
۱۴۲	غیرواجب کسرها	۶۹
۱۴۴	تمرین	۷۰
۱۴۵	جمع کسرهایی که مخرج‌های مختلف داشته باشند	۷۱
۱۴۷	تمرین	۷۲
۱۴۸	جمع کسرهایی که مخرج‌هایی متشابه باشند	۷۳
۱۵۱	جمع کسرهایی مخلوط	۷۴
۱۵۴	تمرین	۷۵
۱۵۷	تفريق کسرهایی که مخرج‌های مختلف داشته باشند	۷۶
۱۶۰	تمرین	۷۷
۱۶۱	تفريق کسرهای مخلوط	۷۸
۱۶۴	تمرین	۷۹
۱۶۷	ضرب عدد صحیح در کسر و ضرب کسر در عدد صحیح	۸۰
۱۷۱	تمرین	۸۱
۱۷۲	ضرب کسر در کسر	۸۲
۱۷۷	ضرب کسرهایی مخلوط	۸۳
۱۷۹	تمرین	۸۴
۱۸۲	تقسیم کسر به عدد صحیح و تقسیم عدد ...	۸۵
۱۸۷	تقسیم کسر بر کسر	۸۶
۱۹۰	تمرین	۸۷
۱۹۲	کسرالکسر	۸۸
۱۹۵	تمرین	۸۹

فصل اول

عملیه‌های جمع و تفریق اعداد چند رقمی

جمع



- ۰ اگر در عملیه جمع، ارقام در مرتبه‌ها زیر هم نوشته نشوند، چی مشکلاتی را بار خواهد آورد؟

جمع اعداد را در صنف‌های قبلی آموخته‌اید و همیشه دیده‌اید که در عملیه جمع رقم یک‌ها زیر یک‌ها، ده‌ها زیر ده‌ها، ... و میلیارد‌ها زیر میلیارد‌ها نوشته شده و با هم جمع می‌گردید.

مانند مثال‌های زیر:

مثال اول

$$\begin{array}{r} \text{_____} & 1011 \\ \text{_____} & 867542 \\ + & 249763 \\ \hline \text{_____} & 1117305 \end{array}$$

جزء اول جمع ←
جزء دوم جمع ←
حاصل جمع ←

مثال دوم

$$\begin{array}{r} \text{_____} & 10711 \\ \text{_____} & 423891 \\ + & 189320 \\ \hline \text{_____} & 621626 \end{array}$$

فعالیت

ارقام اعداد ۱۰۷۰۶۴۲ و ۸۷۶۴۲۳۱ را در جدول زیر به مرتبه‌ها و طبقه‌های مربوطه آن بنویسید.

طبقه میلاردها			طبقه میلونها			طبقه هزارها			طبقه یکها		
صد میلاردها	ده میلاردها	میلاردها	صد میلونها	ده میلونها	میلونها	صد هزارها	ده هزار ها	یک هزارها	صدها	دهها	یکها



تمرین

۱- اعداد زیر را جمع کنید:

$$\begin{array}{r}
 & & 7 & 6 & 0 & 0 & 9 & 3 \\
 1 & 2 & 7 & 6 & 4 & & & \\
 & 9 & 0 & 9 & 9 & 0 & 8 & \\
 9 & 0 & 8 & 6 & 5 & & & \\
 + & 1 & 3 & 2 & 6 & & & \\
 \hline
 & & 9 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 5 \\
 & & 3 & 2 & 5 & 4 & 2 & \\
 & & 1 & 1 & 7 & 0 & \\
 + & & 1 & 7 & 6 & 4 & \\
 \hline
 & & 2 & 5 & 0 & 6 & 8 & 0
 \end{array}$$

۲- خانه‌های خالی زیر را با ارقام مناسب پر کنید.

$$\begin{array}{r}
 4 \square \square 7 2 \\
 + 1 5 3 \square 8 \\
 \hline
 \square 8 4 5 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \square 4 3 7 \\
 + 8 9 6 \square 8 \\
 \hline
 1 \square 0 1 0 5
 \end{array}$$

۳- اعداد زیر را با درنظر داشت مرتبه‌ها و طبقه‌ها با هم جمع کنید.

- | | | |
|------|--------|---|
| الف) | ۳۲۹۶۰۱ | و |
| ب) | ۱۳۲۵۱ | و |
| ج) | ۹۰۰۰۶۴ | و |
| د) | ۶۴۲۵۳۷ | و |
- ۲۸۰۶۲ و ۵۰۰۸۹ و ۸۷۶۴۲ و ۶۸۷۵۳ و

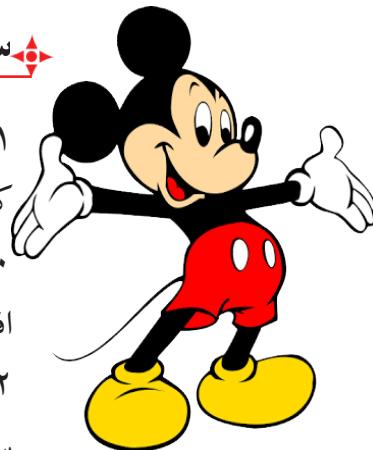


اعداد زیر را جمع و خانه‌های خالی را با ارقام مناسب پر کنید.

$$\begin{array}{r}
 & 1 & 5 & 3 \\
 + & 8 & 0 & 8 & 1 & 8 \\
 \hline
 & 0 & 3 & 2 & 1 & 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 & 7 & 6 & 5 \\
 + & 9 & 0 & 8 & 4 & 7 & 6 \\
 \hline
 & 6 & 0 & 4 & 8
 \end{array}$$

سوال‌های عبارتی



۱- فرهاد یک پایه تلویزیون را به ۸۰۷۰۷۰ افغانی و یک پایه کمپیوتر را به ۷۵۶۰ افغانی و یک عراده موتور سایکل را به ۱۲۳۰۰ افغانی خرید، معلوم کنید که فرهاد در مجموع چند افغانی را خرید نموده است.

۲- اگر طول سرک کندهار الی هرات ۵۸۸ کیلومتر و طول سرک کابل الی کندهار ۵۵۰ کیلومتر باشد، طول سرک کابل الی هرات را معلوم کنید.

۳- اگر نفوس ولایت بلخ ۲۳۴۵۱۳۰ نفر، نفوس ولایت هرات ۱۴۰۷۳۰۲ نفر و نفوس کابل ۳۴۰۰۸۰۰ نفر باشد، مجموع نفوس هر سه ولایت را پیدا کنید.

۴- اگر مصرف سالانه تیل دیزل در ولایت ننگرهار ۸۷۶۴۳۰۰ لیتر، در ولایت بغلان ۶۸۶۴۲۳۵ لیتر و در ولایت کابل ۶۴۳۰۲۰۰ لیتر باشد، مجموع مصرف تیل سالانه هر سه ولایت را معلوم کنید.

فعالیت



شکل فوق را در نظر بگیرید؛ سپس برای آن یک عبارت بسازید و فاصله بین کابل و بلخ را معلوم کنید.



۴ عدد مسلسل ۴ رقمی را نوشه، بعد از آن حاصل جمع هر ۴ عدد را معلوم کنید.

تفريق

۰۱۰ اگر در عملیه تفريقي، ارقام در مرتبه‌ها زير يكديگر جا به جا نشوند، نتيجه عملیه تفريقي چي خواهد بود؟



در عملیه تفريقي ارزش مقامي اعداد باید در نظر گرفته شود. اعدادي که داراي عين مرتبه‌ها اند زير يكديگر قرار گيرند و بعد از آن عملیه تفريقي انجام داده شود.

طور زیر:

$$\begin{array}{r} \text{مفرق منه} \leftarrow & 846 & 7008 & 486764 \\ \text{مفرق} \leftarrow & -353 & -6852 & -389857 \\ \text{حاصل تفریق} \leftarrow & \hline 493 & \hline 156 & \hline 96907 \end{array}$$

فعالیت

۱- عدد ۷۸۶۴ را با عدد ۹۶۴۳۲ طوری بنویسید که عملیه تفریق انجام شده بتواند؛ سپس مفرق منه، مفرق و حاصل تفریق را نشان دهید.

۲- سوال‌های زیر را در کتابچه‌های خود حل کنید بعد از آن به سه گروه تقسیم شده حاصل تفریق به دست آمده را در گروه‌ها مقایسه نمایید، بینید، کسانی که اشتباه نموده اند، اشتباه خود را با همکاری اعضای گروه رفع کنند.

$$\begin{array}{r} 964322 & 864291 \\ - 14808 & - 317628 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17649762 & 6010234 \\ - 8642531 & - 1879321 \\ \hline \end{array}$$

۳- در خانه‌های خالی زیر، یکی از علامت‌های $<$ و $=$ را مطابق نمونه بنویسید.

$$\boxed{167 - 68} < \boxed{304 - 25}$$

99 279

$$89 - 36 = \boxed{76 - 27}$$

$$6743 - 1567 = \boxed{196 - 20}$$

$$3721 - 864 = \boxed{778 - 64}$$

کار خانه‌گی



۱- اگر مفروق ۸۶۷۴۱۴۶ و مفروق منه ۹۱۱۱۱۱۱ باشد، حاصل تفریق را به دست آورید.

۲- آیا از عدد کوچک عدد بزرگ را تفریق کرده می‌توانیم؟ اگر نمی‌توانید چرا؟

سؤالهای عبارتی



۱- مزمل ۲۷۶۳ افغانی داشت. می‌خواست یک عراده بایسکل بخرد، در صورتی که قیمت یک عراده بایسکل مبلغ (۳۷۲۰) افغانی باشد، مزمل چند افغانی دیگر ضرورت دارد تا بایسکل را خریده بتواند؟

۲- باغبانی از فروش حاصلات باغ خود مبلغ (۱۷۴۴۲۰) افغانی به دست آورد. اگر مبلغ (۹۷۶۴۱) افغانی را مصرف کود، ادویه و بیل نموده باشد، مفاد باغبان مذکور را معلوم کنید.

۳- سرمایه دو نفر تاجر مبلغ ۸۹۷۶۴۲۳۷ افغانی است. اگر سرمایه یک نفر

- آن مبلغ ۸۷۶۳۲۵۷ افغانی باشد، سرمایه نفر دومی را معلوم کنید.
- ۴- مليحه مبلغ (۳۷۸۹۶) افغانی بیشتر از کریمه دارد، اگر کریمه مبلغ (۱۳۲۴۶) افغانی داشته باشد، پول مليحه را معلوم کنید.
- ۵- فاروق در اعمار تعمیر خود مبلغ ۳۴۷۶۱۲۰ افغانی مصرف نموده است، اگر تعمیر مذکور را به مبلغ ۲۳۸۴۶۵۰ افغانی بفروشد، معلوم کنید که فاروق چند افغانی نقص نکرده است؟



کدام عدد از عدد ۶۸۹۷۶ کم شود تا عدد ۱۷۸۴۱ باقی بماند؟

امتحان عملیه جمع

- چرا عملیه جمع را امتحان می کنیم؟
- آیا تنها اجرای عملیه جمع، ما را از حل درست سؤال اطمینان می دهد؟
به مثال زیر توجه کنید:



$$\begin{array}{r}
 \text{|||||} \quad \text{|||||} \quad + \quad \text{|||} \quad = \quad \text{|||||} \quad \text{|||||} \\
 16 \quad + \quad 4 \quad = \quad 20
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{|||||} \quad \text{|||||} \quad \text{X} \quad = \quad \text{|||||} \quad \text{|||} \\
 20 \quad - \quad 4 \quad = \quad 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{X} \quad \text{|||||} \quad \text{X} \quad = \quad \text{|||} \\
 20 \quad - \quad 16 \quad = \quad 4
 \end{array}$$

از حل مثال فوق چنین نتیجه حاصل می‌شود که:

برای این که بدانیم، عملیه جمع را درست انجام داده ایم یا خیر؟
از حاصل جمع یک جزء جمع را تفریق می‌کنیم، اگر حاصل تفریق
مساوی به جزء دیگر جمع باشد، عملیه صحیح است.

فعالیت

سؤالهای زیر را جمع نموده بعد از آن امتحان کنید.

$$\underline{45}$$

$$\underline{126}$$

$$\underline{3456}$$

$$\underline{9764002}$$

$$+ \underline{65}$$

$$+ \underline{210}$$

$$+ \underline{1675}$$

$$+ \underline{10875}$$

کار خانه‌گی



بزرگترین عدد دو رقمی را با کوچکترین عدد دو رقمی جمع نمایید و بعد از آن امتحان کنید.

$$\begin{array}{r} 789102 \\ + 164005 \\ \hline \end{array}$$

اعداد مقابل را جمع و امتحان کنید.

امتحان عملیه تفریق

- چطور عملیه اجرا شده تفریق را امتحان می‌کنید؟
- با اجرای کدام عملیه می‌توان از حل درست سؤال تفریق مطمئن گردید؟



مثال

$$19 - 13 = 6$$

امتحان:

$$6 + 13 = 19$$

ویا:

حاصل تفریق	مفروق	مفروق منه
6	+ 13	= 19
مفروق منه	حاصل تفریق	مفروق
19	- 6	= 13

از مثال‌های فوق چنین نتیجه حاصل می‌گردد که:
برای این که بدانیم عملیه تفریق را صحیح انجام داده ایم یا خیر به دو شکل
زیر آن را امتحان می‌کنیم:

- ۱- حاصل تفریق را با مفروق جمع می‌کنیم، اگر حاصل جمع مساوی به مفروق منه بود عملیه تفریق صحیح انجام یافته است.
- ۲- از مفروق منه حاصل تفریق را تفریق می‌کنیم، اگر حاصل تفریق مساوی به مفروق بود عملیه تفریق صحیح انجام یافته است.

فعالیت

سؤال‌های زیر را در گروه‌ها حل و بعد امتحان نمایید:

 35
 $- 18$
 674
 $- 185$
 100000
 $- 212349$
 76430105
 $- 9870706$
 76543213
 $- 1234567$

کار خانه‌گی



سؤال زیر را در کتابچه‌های خود حل و امتحان کنید.

$$\begin{array}{r} 7642 \\ - 6805 \\ \hline \end{array}$$

تمرین



۱- سوال‌های زیر را حل و امتحان کنید:

$$\begin{array}{r} 674302 \\ + 178600 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9764321 \\ + 1050208 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 151617180 \\ - 98764293 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10000000 \\ - 9876421 \\ \hline \end{array}$$

۲- خانه‌های خالی را توسط یکی از علامت‌های <، > و یا = خانه پری کنید.

$1916 - 120$



$989 + 876$

$764 + 325$



$9999 - 684$

$68423 - 0$



$48423 + 20000$

۳- به هر سؤال چهار جواب داده شده است، جواب صحیح آن را در کتابچه‌های خود بنویسید.

اگر مفروق را با حاصل تفریق جمع نمایید چی حاصل می‌شود؟

ب) مفروق

د) هیچ کدام

الف) حاصل جمع

ج) مفروق منه

اگر از حاصل جمع، یک جزء جمع تفریق گردد چی حاصل می شود؟

- الف) مفروق حاصل می شود.
ب) مفروق منه حاصل می شود.
ج) حاصل تفریق حاصل می شود
د) جزء دیگر عملیه جمع حاصل می شود.



سؤال زیر را حل و امتحان کنید.

$$\begin{array}{r} 87642301 \\ - 9878992 \\ \hline \end{array}$$

سؤال‌های عبارتی

۱- در یک باغ ۱۸۶۷۴ اصله نهال سیب غرس گردیده است.

نسبت بی پرواپی باغبان یک تعداد نهال‌ها خشک گردید.

اکنون در باغ مذکور ۹۶۷۲ اصله نهال باقی مانده است، معلوم

کنید که چند اصله نهال خشک گردیده است؟

۲- کوچکترین عددی را که از ارقام ۶، ۵، ۳ و ۷ به وجود

می‌آید، از بزرگترین عددی که از رقمهای مذکور حاصل

می‌شود، تفریق کنید.

۳- کدام عدد از عدد ۷۸۹۶ تفریق شود تا عدد ۳۸۶۴ باقی بماند؟

۴- از چهار رقم ۳، ۴، ۶ و ۵ بزرگترین و کوچکترین عدد چهار رقمی

بسازید و یکی را از دیگری تفریق نموده، حاصل تفریق را معلوم کنید.

کار خانه‌گی



اعداد داخل چوکات را پیدا نمایید.

$$167423 - \boxed{} = 97423$$

$$99687001 - \boxed{} = 89010105$$

خاصیت تبدیلی، اتحادی و صفر در عملیه جمع

- آیا در عملیه جمع، جاهای اجزای آن را تبدیل کرده می‌توانیم؟
- چطور می‌توانیم که بیشتر از دو عدد را با هم جمع کنیم؟



الف) خاصیت تبدیلی در عملیه جمع

به مثال‌های زیر متوجه شوید:

$$12 + 9 = 21$$

اول:

$$9 + 12 = 21$$

یا:

$$12 + 9 = 9 + 12 = 21$$

بنابر آن می‌توانیم بنویسیم که:

$$327 + 85 = 412$$

دوم:

$$85 + 327 = 412$$

یا:

$$327 + 85 = 85 + 327 = 412$$

بنابر آن:

از حل مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که:

اگر در یک عملیه جمع جاهای اجزای جمع با یکدیگر تبدیل شود. در

حاصل جمع کدام تغییری به میان نمی‌آید، این خاصیت به نام خاصیت تبدیلی در عملیه جمع نامیده می‌شود.

فعالیت

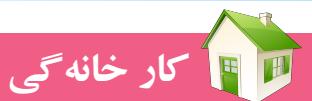
- ۱- به رویت شکل زیر افاده جمع را بنویسید و خاصیت تبدیلی را در آن تطبیق کنید.



- ۲- با استفاده از خاصیت تبدیلی در عملیه جمع، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$659 + 68 = 68 + \boxed{} , \quad \boxed{} + 763 = \boxed{} + 315$$

$$\boxed{} + 328 = \boxed{} + 98 , \quad 898 + \boxed{} = 215 + \boxed{}$$



سؤال‌های زیر را در کتابچه‌های خود نقل و با در نظر داشت خاصیت تبدیلی جمع، خانه‌های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

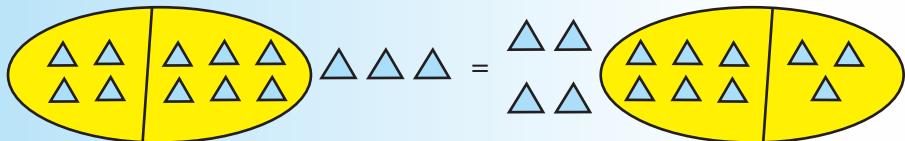
$$627 + \boxed{} = 312 + \boxed{}$$

$$\boxed{} + 327 = \boxed{} + 136$$

ب) خاصیت اتحادی در عملیهٔ جمع



۱- به شکل زیر متوجه شوید:



$$\begin{aligned} 10+3 &= 4+9 \\ 13 &= 13 \end{aligned}$$

حل:

مثال حل شدهٔ بالا را چنین نیز نوشه می‌توانیم:

$$(4+3)+6 = 7+6 = 13$$

۲- می‌خواهیم اعداد ۵، ۶ و ۱۴ را با هم جمع کنیم.

$$\begin{aligned} 14 + (6+5) &= 6 + (14+5) &= 5 + (14+6) \\ 14 + 11 &= 6 + 19 &= 5 + 20 \\ 25 &= 25 &= 25 \end{aligned}$$

۳- می‌خواهیم اعداد ۶۷، ۸۵ و ۱۰۲ را با هم جمع کنیم.

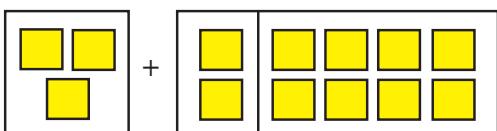
$$\begin{aligned} (67+85)+102 &= 67+(85+102) = 85+(67+102) \\ 152 + 102 &= 67 + 187 = 85 + 169 \\ 254 &= 254 = 254 \end{aligned}$$

از حل مثال‌های فوق نتیجه زیر را بیان کرده می‌توانیم:

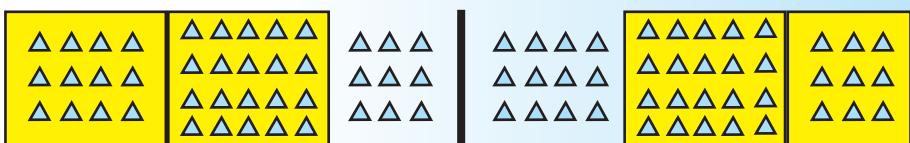
اگر در عملیه جمع، اجزای جمع زیادتر از دو جزء باشند، می‌توانیم طور دلخواه هر دو عدد را با هم جمع کرده، بعد حاصل جمع را با جزء دیگر جمع، جمع نماییم، این خاصیت را در عملیه جمع خاصیت اتحادی جمع می‌گویند.

فعالیت

۱- افاده شکل‌های زیر را نوشه و خاصیت اتحادی را در آن تطبیق نمایید.



۲- با در نظرداشت خاصیت اتحادی در عملیه جمع و استفاده از اشکال زیر، افاده آنها را ترتیب داده، ساده بسازید.



۳- افاده اتحادی زیر را در شکل نشان دهید.

$$(4 + 5) + 6 = 4 + (5 + 6)$$



با در نظرداشت خاصیت اتحادی در عملیه جمع، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$524 + (127 + \boxed{}) = (\boxed{} + \boxed{}) + 353$$

$$(\boxed{} + 4372) + 6721 = 243 + (\boxed{} + \boxed{})$$

ج) خاصیت صفر در عملیه جمع

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$0 + 17 = 17$$

,

$$327 + 0 = 327$$

$$95 + 0 = 95$$

,

$$0 + 624 = 624$$

با توجه به مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که:
هرگاه صفر را با یک عدد و یا یک عدد را با صفر جمع کنیم، حاصل جمع خود همان عدد است و این خاصیت را، خاصیت صفر در عملیه جمع می‌گویند.

فعالیت

شکل‌های زیر را به دقت ببینید و افاده آن را بنویسید.



کار خانه‌گی

سؤال‌های زیر را در کتابچه‌های خود حل کنید.

- ۱) + ۲۱۵ = ۲۱۵
- ۲) ۵۸۷ + = ۵۸۷
- ۳) ۳۲۸ + ۰ =



۱- در جاهای خالی سؤال‌های زیر، اعداد مناسب را بنویسید.

$$\begin{aligned}
 (20 + \boxed{}) + 62 &= \boxed{} + (38 + 62) \\
 (\boxed{} + 43) + 17 &= 35 + (43 + \boxed{}) \\
 (\boxed{} + 53) + 91 &= 28 + (53 + \boxed{}) \\
 (88 + 93) + \boxed{} &= 88 + (\boxed{} + 68) \\
 (325 + \boxed{}) + 215 &= 325 + (43 + \boxed{})
 \end{aligned}$$

۲- با در نظرداشت خاصیت اتحادی در عملیهٔ جمع، از روی اشکال زیر، افادهٔ آن را ترتیب و حل کنید.



۳- با در نظرداشت خاصیت اتحادی در عملیهٔ جمع، افاده‌های داده شدهٔ زیر را در شکل نشان دهید.

$$(6+7)+4 = 6+(7+4)$$

$$3+(7+2) = (3+7)+2$$

فصل دوم

عملیه‌های ضرب، تقسیم و خواص عملیه ضرب

۱- ضرب

• چه وقت عملیه ضرب را به کار می‌بریم؟

• ضرب اعداد چند رقمی به اعداد چند رقمی را چگونه به دست می‌آورید؟

به مثال‌های زیر توجه کنید:

مثال اول: مرحله (۱)، رقم یک‌های

$$\begin{array}{r} \text{جزء اول ضرب} \\ \longrightarrow \\ 63 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \text{جزء دوم ضرب} \\ \longrightarrow \\ \times 42 \\ \hline \text{جزء اول ضرب می‌نماییم و حاصل } 2 \times 63 = 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{آن را زیر خط می‌نویسیم.} \\ \longrightarrow + 252 \\ \hline \text{مرحله (۲)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{مرحله (۲)، رقم دههای جزء دوم } 2646 \\ \longrightarrow \text{حاصل ضرب} \end{array}$$

ضرب را ضرب تمام ارقام جزء اول

ضرب نموده، به زیر مرتبه

دها به ترتیب نوشته بعد از آن حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می‌کنیم،

حاصل ضرب اعداد دو رقمی به دو رقمی حاصل می‌شود.

مثال دوم

مطابق مثال اول عمل کرده تمام رقم‌های مرتبه‌های جزء دوم ضرب را به جزء اول ضرب، ضرب نموده، حاصل ضرب هر مرتبه را به زیر همان مرتبه ضرب شده به ترتیب نوشته بعد از آن حاصل ضرب هارا باهم جمع می‌کنیم.

$$\text{جزء اول ضرب} \longrightarrow 364$$

$$\text{جزء دوم ضرب} \longrightarrow \times 622$$

$$(1) \quad 2 \times 364 \longrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \quad - \text{ مرحله}$$

$$(2) \quad 2 \times 364 \longrightarrow 728 \quad - \text{ مرحله}$$

$$(3) \quad 6 \times 364 \longrightarrow + 2184 \quad - \text{ مرحله}$$

$$364 \times 622 \longrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \quad 226408 \quad \text{حاصل ضرب}$$

فعالیت

با استفاده از مثال‌های فوق سؤال‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 65 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 464 \\ \times 102 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 312 \\ \times 213 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 762 \\ \times 105 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 106 \\ \times 709 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 \\ \times 70 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 973 \\ \times 100 \\ \hline \end{array}$$

سؤالهای زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{r} ۴۳۲ \\ \times ۱۲۳ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۲۳ \\ \times ۱۵ \\ \hline \end{array}$$

ضرب اعداد چند رقمی به اعداد چند رقمی

مثال

$$\begin{array}{r}
 4023 \\
 \times 7105 \\
 \hline
 20115 \\
 0000 \\
 4023 \\
 + 28161 \\
 \hline
 28583415
 \end{array}$$

حاصل ضرب

← 5×4023 — (۱)

← 0×4023 — (۲)

← 1×4023 — (۳)

← 7×4023 — (۴)

از حل مثال فوق چنین نتیجه حاصل می‌شود که:
در ضرب اعداد چند رقمی به چند رقمی، هر رقم جزء دوم ضرب را در تمام ارقام جزء اول ضرب، ضرب می‌کنیم بعد از آن حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می‌نماییم.

فعالیت

حاصل ضرب اعداد زیر را دریافت کنید:

$$\begin{array}{r} 7642 \\ \times 1074 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30506 \\ \times 2713 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7106 \\ \times 957 \\ \hline \end{array}$$

کار خانه‌گی



حاصل ضرب اعداد داده شده را معلوم کنید.

$$\begin{array}{r} 30706 \\ \times 4123 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7432 \\ \times 1705 \\ \hline \end{array}$$

ضرب اعداد صفردار

• به نظر شما، ضرب اعداد صفر دار، آسانتر است یا ضرب اعداد غیر صفر

دار؟ چگونه؟

مثال اول



$$\begin{array}{r} 70 \\ \times 60 \\ \hline 00 \end{array}$$

مرحله اول $70 \times 0 = 0$

$$\begin{array}{r} + 420 \\ \hline 4200 \end{array}$$

در مرحله دوم چون ۶ در مرتبه دهها قرار دارد ۶ را ضرب نموده به زیر مرتبه دهها می‌نویسیم: $70 \times 6 = 420$

حاصل ضرب

اگر به حاصل ضرب دقت کنیم، دیده می‌شود که (7×6) شده و به طرف راست حاصل ضرب (6×7) به تعداد صفرهای جزء اول و دوم ضرب صفر نوشته شده است که می‌توان مثال بالا را این طور نیز خلاصه کرد.

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 6 \\ \hline 42 \end{array}$$

در این مثال در مرحله اول ۷ و ۶ با هم ضرب شده که حاصل ضرب آن ۴۲ می‌شود، سپس دو صفر جزء اول و دوم ضرب به طرف راست ۴۲ نوشته شده است، که در حقیقت ۴۲۰۰ حاصل ضرب ۷۰ و ۶۰ می‌باشد.

از حل مثال فوق می‌توانیم بنویسیم که:

اگر به طرف راست جزء اول ضرب و جزء دوم ضرب و یا یکی از آنها به تعداد یک یا چند صفر وجود داشته باشد، باید ابتدا اعداد غیر صفری را با هم ضرب نموده و به طرف راست حاصل ضرب اعداد غیر صفری، به تعداد صفرهای جزء اول و جزء دوم ضرب صفر گذاشته می‌شود.

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 40 \\ \hline 520 \end{array} \quad \text{مثال دوم}$$



حاصل ضرب اعداد زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 84000 \\ \times 9000 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4000 \\ \times 5000 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3500 \\ \times 4000 \\ \hline \end{array}$$

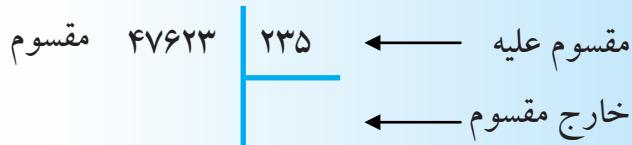
۲- تقسیم

تقسیم اعداد چند رقمی به اعداد سه رقمی

- آیا می توانید یک عدد را که تعداد ارقام آن بیشتر از سه رقم باشد به یک عدد سه رقمی تقسیم کنید؟



مثال اول: عدد ۴۷۶۲۳ را به عدد ۲۳۵ چنین تقسیم می کنیم.



در مرحله اول سه رقم طرف چپ مقسوم را با مقسوم علیه مقایسه می کنیم. دیده می شود که سه رقم طرف چپ مقسوم نسبت به مقسوم علیه بزرگتر بوده و تخمین می کنیم که عدد ۲۳۵ چند مرتبه در عدد ۴۷۶ شامل است. به طور فرضی تخمین کردیم که ۲ مرتبه شامل است. عدد ۲ را در خارج قسمت می نویسیم و به عدد ۲۳۵ ضرب می نماییم و حاصل آن را به زیر عدد ۴۷۶ نوشته و از ۴۷۶ تفریق می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 47623 \\
 -470 \downarrow \\
 \hline
 0062
 \end{array}$$

دیده می شود که حاصل تفریق عدد ۶ است. عدد قبل از ۶ یعنی ۲ را پایین می کنیم عدد ۶۲ به دست می آید که کمتر از مقسوم علیه می باشد. بعد یک صفر به خارج قسمت گذاشته عدد بعدی^(۳) را پایین می کنیم. عدد ۶۲۳ حاصل می شود.

$$\begin{array}{r}
 47623 \\
 - 470 \\
 \hline
 00623
 \end{array}
 \quad | \quad \begin{array}{r}
 235 \\
 20 \\
 \hline
 \end{array}$$

حال تخمین می کنیم که عدد ۲۳۵ چند مرتبه در ۶۲۳ شامل است. به طور فرضی عدد ۳ را تخمین کردیم و قتنی عملیه ضرب را انجام دهیم ۷۰۵ به دست می آید که از مقسوم بزرگتر است، پس بهتر است آن را با عدد (۲) ضرب کنیم و عملیه تفریق را انجام دهیم که در نتیجه حاصل تفریق ۱۵۳ می شود، چون از مقسوم علیه کوچکتر است، پس ۱۵۳ باقیمانده می باشد. به شکل زیر:

$$\begin{array}{r}
 47623 \\
 - 470 \\
 \hline
 623
 \end{array}
 \quad | \quad \begin{array}{r}
 235 \\
 202 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -470 \\
 \hline
 153
 \end{array}
 \quad \leftarrow \text{باقیمانده}$$

مثال دوم

$$\begin{array}{r}
 176432 \\
 \hline
 305
 \end{array}
 \quad \leftarrow \text{مقسوم علیه} \\
 \quad \leftarrow \text{خارج مقسوم}$$

اگر به مثال دوم دقت کنید دیده می‌شود که سه رقم طرف چپ مقسوم نسبت به مقسوم علیه کوچکتر است، در این صورت باید چهار رقم طرف چپ مقسوم را در نظر گرفته عملیه تقسیم را مانند مثال اول ادامه دهیم.

$$\begin{array}{r}
 176432 \\
 - 1525 \\
 \hline
 2393 \\
 - 2135 \\
 \hline
 2582 \\
 - 2440 \\
 \hline
 142
 \end{array}
 \quad \text{باقیمانده} \leftarrow$$

۳۰۵

۵۷۸

فعالیت

با استفاده از مثال‌های فوق عملیه تقسیم را در گروه‌ها انجام داده، خارج قسمت و باقیمانده را معلوم کنید.

7642350	864751
$\overline{102}$	$\overline{111}$
120764200	786423124
$\overline{700}$	$\overline{687}$

عملیه تقسیم را انجام دهید.

$$1) \quad 6423 \div 122 = ?$$

$$2) \quad 76425 \div 200 = ?$$

تقسیم اعداد چند رقمی به اعداد بالاتر از اعداد سه رقمی

- کی اجزای عملیه تقسیم را نام‌گرفته می‌تواند؟
 - از عملیه تقسیم در حیات روزمره چی استفاده می‌شود؟
- به مثال زیر توجه کنید:



$$\begin{array}{r}
 43250 \\
 \underline{-} 4082 \\
 \hline
 2430 \\
 - 2041 \\
 \hline
 389
 \end{array}$$

فعالیت

در گروههای کوچک تقسیم شوید و با استفاده از مثال فوق، سوالهای زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{r}
 9417 \\
 \underline{-} 7008 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 42135 \\
 \underline{-} 205 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 891052 \\
 \underline{-} 2222 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2988614 \\
 \underline{-} 3012 \\
 \hline
 \end{array}$$



کار خانه‌گی

عدد ۳۸۴ را با عدد ۸۹ ضرب کنید، حاصل ضرب را تقسیم ۳۸۴ نمایید؛ سپس خارج قسمت را با ۸۹ مقایسه کنید و نتیجه حاصل تقسیم را در کتابچه‌های خود بنویسید.
سؤالهای زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{r} 7256 \\ \times 225 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1825705 \\ \times 8010 \\ \hline \end{array}$$

امتحان عملیه ضرب



برای مطمین شدن از درست بودن اجرای عملیه ضرب چی باید کرد؟ برای این که بدانیم عملیه ضرب را درست انجام داده ایم یا خیر حاصل ضرب را بالای یکی از اجزای ضرب تقسیم می کنیم، در این صورت جزء دیگر ضرب حاصل می شود. مانند مثال زیر:

$\begin{array}{r} 14580 \\ - 1296 \\ \hline 1620 \end{array}$	 	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: right; width: 50%;">۳۲۴</td> <td style="text-align: left; width: 50%;">امتحان</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;">×</td> <td style="text-align: left; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;">۴۵</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-bottom: 1px solid black;">+ ۱۲۹۶</td> <td style="text-align: left; border-bottom: 1px solid black;">۱۶۲۰</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-bottom: 1px solid black;">۱۴۵۸۰</td> <td style="text-align: left; border-bottom: 1px solid black;"></td> </tr> </table>	۳۲۴	امتحان	×	۴۵	+ ۱۲۹۶	۱۶۲۰	۱۴۵۸۰	
۳۲۴	امتحان									
×	۴۵									
+ ۱۲۹۶	۱۶۲۰									
۱۴۵۸۰										
.....										

درمثال فوق حاصل ضرب (۱۴۵۸۰) بوده بالای جزء اول ضرب (۳۲۴) تقسیم گردیده خارج قسمت حاصل شده، جزء دوم ضرب می باشد، به صورت عموم چنین نوشته می توانیم:

$$\begin{aligned} \text{حاصل ضرب} &= \text{جزء دوم ضرب} \times \text{جزء اول ضرب} \\ \text{جزء دوم ضرب} &= \text{جزء اول ضرب} \div \text{حاصل ضرب} \\ \text{جزء اول ضرب} &= \text{جزء دوم ضرب} \div \text{حاصل ضرب} \end{aligned}$$

فعالیت

- ۱- اگر حاصل ضرب ۱۲۸۷۵۰ و یک جزء ضرب آن ۱۲۵ باشد، جزء دیگر ضرب را معلوم کنید.
- ۲- اگر جزء اول ضرب ۲۶۵ و جزء دوم ضرب ۱۷۵ باشد، حاصل ضرب را معلوم کرده، امتحان کنید.



اگر جزء دوم ضرب ۹۶ و حاصل ضرب ۱۲۶۷۲ باشد، جزء اول ضرب را معلوم کنید.

امتحان عملیه تقسیم

- برای مطمین شدن از درست بودن اجرای عملیه تقسیم چی باید کرد؟
برای این که بدانیم عملیه تقسیم را درست انجام داده ایم یا خیر مقسوم عليه را ضرب خارج قسمت کرده و بعد از آن باقیمانده را با آن جمع می‌کنیم، اگر عدد حاصله مساوی به مقسوم بود، عملیه صحیح است.



$$\begin{array}{r}
 762 \\
 \times 408 \\
 \hline
 6096 \\
 \dots \\
 +3048 \\
 \hline
 310896
 \end{array}$$

امتحان:

$$\begin{array}{r}
 310896 \\
 - 3048 \downarrow \downarrow \\
 \hline
 006096 \\
 - 6096 \\
 \hline
 \dots\dots
 \end{array}$$

مثال:

در مثال فوق مقسوم عليه ۷۶۲، خارج قسمت ۴۰۸، حاصل ضرب آنها مساوی به ۳۱۰۸۹۶ و عدد حاصله مساوی به مقسوم است؛ بنابر آن عملیه تقسیم صحیح اجرا گردیده است.

$$\begin{aligned} \text{خارج قسمت} &= \text{مقسوم عليه} \div \text{مقسوم} \\ \text{مقسوم} &= \text{باقيمانده} + \text{خارج قسمت} \times \text{مقسوم عليه} \end{aligned}$$

فعالیت

اگر مقسوم (۶۷۴۲۱)، مقسوم عليه (۱۰۳) باشد، خارج قسمت را معلوم نموده امتحان کنید.

اگر مقسوم عليه (۶۴۵)، خارج قسمت (۱۹۸) و باقیمانده (۲۰۳) باشد، مقسوم را معلوم کنید.



- ۱- برای امتحان عملیه تقسیم چی باید کرد؟
- ۲- اگر در یک عملیه تقسیم باقیمانده ۳۱، مقسوم عليه ۱۲۶ و خارج قسمت ۵۸ باشد، مقسوم را معلوم کنید؟



سؤالهای زیر را حل و امتحان کنید.

$$9138 \times 210 = ? \quad -1$$

$$730 \times 2450 = ? \quad -2$$

$$456 \times \boxed{} = 560.88 \quad -3$$

$$89762 \div 135 = ? \quad -4$$

$$970.432 \div 204 = ? \quad -5$$

$$730.041 \div 4140 = ? \quad -6$$

$$\boxed{} \times 258 = 9520.2 \quad -7$$

$$8425 \times 479 = ? \quad -8$$

$$\boxed{} \div 225 = 674 \quad -9$$

$$241110 \div \boxed{} = 705 \quad -10$$

۱۱- اگر قیمت ۱۲ دانه قلم ۱۲۰ افغانی باشد، قیمت ۱۵ دانه قلم چند افغانی است؟

۱۲- اگر قیمت یک جریب زمین ۳۵۰۰۰۰ افغانی باشد، قیمت ۱۰۶ جریب زمین را معلوم کنید.

۱۳- اگر یک موتر فاصله ۲۳۷۱۴ کیلومتر راه را در ۱۶۷ ساعت پیموده باشد، موتر مذکور در یک ساعت چند کیلومتر راه را پیموده است؟

۱۴- اگر برای یک شاگرد ۱۳ جلد کتاب ضرورت باشد، برای ۱۳۴۵۱۰۰ شاگرد چند جلد کتاب ضرورت است؟

۱۵- اگر مصرف برق یک شهر در یک شبانه روز ۵۰۳۰ کیلو وات باشد، مصرف برق یک ماهه شهر مذکور چند کیلووات خواهد بود؟

خاصیت یک و صفر در عملیه ضرب

۰ اگر (۱) در یک عدد و یا یک عدد در (۱) ضرب شود، حاصل ضرب مساوی به چی می‌شود؟

۰ اگر (۰) در یک عدد و یا یک عدد در (۰) ضرب شود، حاصل ضرب آن مساوی به چی می‌شود؟



الف) خاصیت عدد (۱) در ضرب

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$$

$$6 \times 1 = 6$$

$$1 \times 6 = 6$$

ب) خاصیت صفر در ضرب

$$0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$6 \times 0 = 0$$

$$0 \times 6 = 0$$

فعالیت

۱- خانه‌های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
.	.				.				.			
۱	۱				۵				۹			

۲- در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$3764 \times 1 = \boxed{\quad}$$

$$1 \times 73415 = \boxed{\quad}$$

$$9400 \times \boxed{\quad} = 9400$$

$$\boxed{\quad} \times 7621 = 7621$$

$$\boxed{\quad} \times 9321 = 0$$

$$6754 \times \boxed{\quad} = 0$$

$$94761 \times 0 = \boxed{\quad}$$

$$\boxed{\quad} \times 17642 = 0$$

کار خانه‌گی

افاده‌های جمع را به ضرب تبدیل و حاصل آن را به دست آورید.

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = \text{---} \times \text{---} = \text{---}$$

$$0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = \text{---} \times \text{---} = \text{---}$$

خاصیت تبدیلی و اتحادی در عملیه ضرب و خاصیت توزیعی
ضرب در عملیه جمع

الف) خاصیت تبدیلی در ضرب



• آیا در عملیه ضرب جاهای اجزای ضرب را تبدیل کرده می‌توانیم؟

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$12 \times 5 = 60 \quad -1$$

$$5 \times 12 = 60$$

$$12 \times 5 = 5 \times 12 = 60$$

بنابرآن:

$$105 \times 6 = 630 \quad -2$$

$$6 \times 105 = 630$$

$$105 \times 6 = 6 \times 105 = 630$$

بنابرآن:

با توجه به مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که: هرگاه در یک عملیه ضرب، جاهای اجزای ضربی تبدیل شود در حاصل ضرب کدام تغییری نمی‌آید و این خاصیت را به نام خاصیت تبدیلی در عملیه ضرب یاد می‌کنند.

فعالیت

با استفاده از خاصیت تبدیلی در ضرب، خانه‌های خالی زیر را با اعداد مناسب پر کنید.

$$\begin{array}{rcl} 64 \times \boxed{} = 6 \times \boxed{} = 384 & & -1 \\ \boxed{} \times 9 = 72 \times \boxed{} = 648 & & -2 \\ \boxed{} \times 706 = 8 \times \boxed{} = 5648 & & -3 \end{array}$$



خانه‌های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

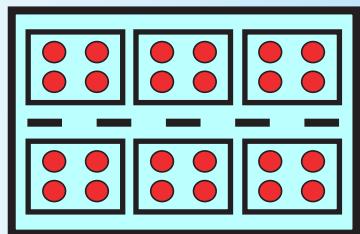
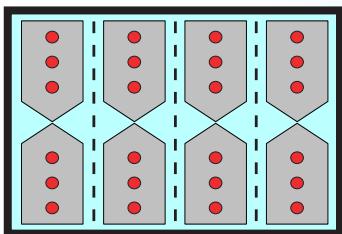
$$23 \times 7 = \boxed{} \quad 7 \times 23 = \boxed{}$$

$$23 \times \boxed{} = 7 \times \boxed{} = 161 \quad \text{یا}$$

ب) خاصیت اتحادی در عملیه ضرب

- اگر در عملیه ضرب اجزای ضربی بیشتر از دو جز باشد، عملیه ضرب را چطور انجام می‌دهید؟

مثال اول: به اشکال زیر توجه کنید:



طوری که در شکل دیده می‌شود:

$$(3 \times 2) \times 4$$

$$6 \times 4 = 24$$

,

,

$$2 \times (4 \times 3) =$$

$$2 \times 12 = 24$$

بنابرآن می‌توانیم بنویسیم که:

$$(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (4 \times 3) = 24$$

مثال دوم: اعداد ۸، ۶ و ۹ را چنین ضرب می‌کنیم:

$$(8 \times 6) \times 9 = 48 \times 9 = 432$$

$$8 \times (6 \times 9) = 8 \times 54 = 432$$

$$6 \times (8 \times 9) = 6 \times 72 = 432$$

بنابرآن:

$$(8 \times 6) \times 9 = 8 \times (6 \times 9) = 6 \times (8 \times 9) = 432$$

از حل مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که:

در ضرب سه عدد، نخست عدد اول و دوم را با هم ضرب نموده و بعد حاصل ضرب را با عدد سوم ضرب می‌نماییم یا در اول عدد دوم و سوم را با هم ضرب نموده و بعد حاصل ضرب را با عدد اول ضرب می‌نماییم،

همچنان می‌توانیم ابتدا عدد اول و سوم را با هم ضرب نموده و بعد حاصل ضرب را با عدد دوم ضرب نماییم. در هر سه صورت حاصل ضرب آن‌ها عین عدد است. این خاصیت را به نام خاصیت اتحادی در عملیه ضرب یاد می‌کنند.

فعالیت

با استفاده از خاصیت اتحادی در عملیه ضرب، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$5 \times 4 \times 3 = \boxed{} \times (4 \times 3) = \boxed{} \times (5 \times 3) = (\boxed{} \times 5) \times 3$$

$$(6 \times 7) \times 9 = 6 \times (7 \times \boxed{}) = 7 \times (\boxed{} \times 9)$$

کار خانه‌گی

در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

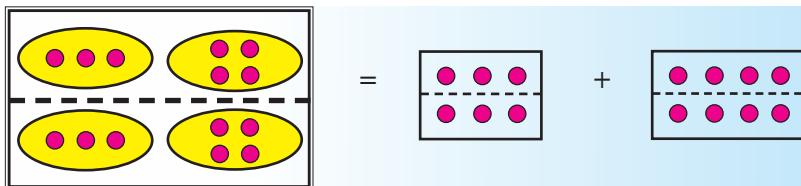
$$1) 8 \times 9 \times 10 = 10 \times (\boxed{} \times 8) = (10 \times 9) \times \boxed{} = \boxed{} \times (10 \times 8)$$

$$2) (6 \times 8) \times 10 = 6 \times (\boxed{} \times 10)$$

$$3) (\boxed{} \times 17) \times 9 = \boxed{} \times (17 \times 5)$$

ج) خاصیت توزیعی عملیه ضرب بالای عملیه جمع

• آیا حاصل ضرب یک عدد را با مجموع دو یا چند عدد به دست آورده می‌توانید؟
به اشکال زیر متوجه شوید:



$$2 \times (3 + 4) = \\ 2 \times 7 = 14$$

$$(2 \times 3) + (2 \times 4) = \\ 6 + 8 = 14$$

$$2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4) = 14 \quad \text{بنابرآن:}$$

مثال اول: حاصل جمع $(7 + 4)$ را طور زیر ضرب عدد ۵ می‌نماییم:

$$\begin{aligned} 5 \times (7 + 4) &= 5 \times 11 = 55 \\ 5 \times 7 + 5 \times 4 &= 35 + 20 = 55 \\ 5 \times (7 + 4) &= 5 \times 7 + 5 \times 4 = 55 \end{aligned}$$

حل:
یا:
بنابرآن:

مثال دوم: حاصل جمع $(150 + 60)$ را طور زیر ضرب عدد ۲۰ می‌نماییم.

$$\begin{aligned} 20 \times (150 + 60) &= 20 \times 210 = 4200 \\ 20 \times 150 + 20 \times 60 &= 3000 + 1200 = 4200 \\ 20 \times (150 + 60) &= 20 \times 150 + 20 \times 60 = 4200 \end{aligned}$$

حل:
یا
بنابرآن:

مثال سوم: حاصل جمع $(15 + 12)$ را طور زیر ضرب عدد ۲۲ می‌نماییم.

$$22 \times (15 + 12) = 22 \times 27 = 594$$

$$22 \times 15 + 22 \times 12 = 330 + 264 = 594$$

$$22 \times (15 + 12) = 22 \times 15 + 22 \times 12 = 594$$

حل:

یا

بنابر آن

از مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که: هرگاه یک مجموع را ضرب عدد سومی نماییم اجزای جمع مذکور را با هم جمع و حاصل جمع را ضرب عدد سومی می‌نماییم.

و یا این که هر یک از اجزای جمع را ضرب عدد سومی می‌کنیم و حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می‌نماییم. در هر دو صورت عین عدد حاصل می‌شود. این خاصیت را به نام خاصیت توزیعی ضرب، بالای عملیه جمع یاد می‌کند.

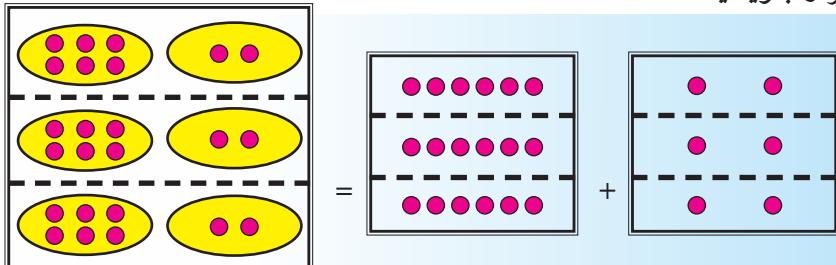
فعالیت

با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب بالای عملیه جمع، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$3 \times (4 + 20) = 3 \times \boxed{} + \boxed{} \times 20$$

$$5 \times (3 + 4) = \boxed{} \times 3 + 5 \times \boxed{}$$

با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب بالای عملیه جمع و شکل زیر، افاده شکل زیر را بنویسید.



کار خانه‌گی

با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب بالای عملیه جمع در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$30 \times (5 + 4) = (30 \times 5) + (30 \times \boxed{\quad})$$

$$8 \times (50 + 9) = (8 \times \boxed{\quad}) + (8 \times \boxed{\quad})$$



۱- با استفاده از خاصیت تبدیلی در ضرب، اعداد مناسب را در خانه‌های خالی بنویسید.

$$104 \times \boxed{\quad} = 63 \times \boxed{\quad}$$

$$\boxed{\quad} \times 25 = 25 \times \boxed{\quad}$$

۲- با استفاده از خاصیت اتحادی ضرب، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$(12 \times \boxed{}) \times 14 = 12 \times (\boxed{} \times 14) = \boxed{} \times (12 \times 14)$$

$$(6 \times 5) \times 14 = \boxed{} \times (5 \times \boxed{}) = 14 \times (\boxed{} \times 6)$$

$$(\boxed{} \times 17) \times 10 = \boxed{} \times (17 \times 10) = 17 \times (\boxed{} \times 10)$$

$$(7 \times \boxed{}) \times 9 = 7 \times (\boxed{} \times 15) = \boxed{} \times (7 \times 9)$$

$$(\boxed{} \times \boxed{}) \times 6 = \boxed{} \times (\boxed{} \times 6) = \boxed{} \times (\boxed{} \times \boxed{})$$

- سوالهای زیر را با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب بالای عملیه جمع، حل کنید.

$$(100 + 20) \times 5 = ?$$

$$(10 + 6) \times 3 = ?$$

$$(10 + 8) \times 2 = ?$$

$$(500 + 50) \times 10 = ?$$

$$(200 + 5) \times 5 = ?$$

$$1 \times (1000 + 10) = ?$$

$$4 \times (1000 + 5) = ?$$

۴- با استفاده از خاصیت توزیعی ضرب در عملیه جمع، در خانه‌های خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$(20 + 4) \times \boxed{} = \boxed{} \times 10 + \boxed{} \times 10$$

$$(30 + \boxed{}) \times 50 = 30 \times \boxed{} + 20 \times \boxed{}$$

$$9 \times (\boxed{} + 70) = \boxed{} \times 60 + 9 \times \boxed{}$$

فصل سوم

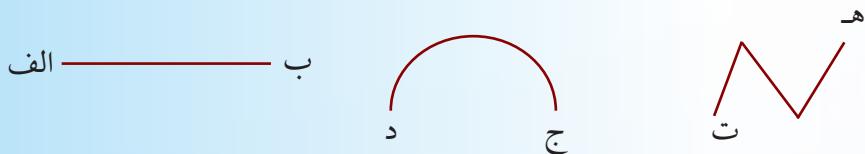
مبحث هندسه

خط و انواع آن

- اگر نوک قلم را روی کاغذ بگذاریم چه نوع شکل به وجود می‌آید؟
- کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه به نام چی یاد می‌شود؟

نقطه: نشانه است که از گذاشتن نوک باریک پنسل به روی صفحه کاغذ به میان می‌آید و توسط یک حرف نشان داده می‌شود، مانند: نقطه «الف»

خط: خط عبارت از آن طول است که از حرکت نقطه‌ها به روی کاغذ به وجود می‌آید و به دو حرف نشان داده می‌شود، مانند: خط‌های (الف ب)، (د ج)، (ت ه) و غیره.



خط مستقیم: کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه را خط مستقیم گوید که به دو سمت امتداد یافته می‌تواند و طول آن قابل اندازه‌گیری نباشد، مانند: خط مستقیم زیر که توسط (الف ب) نشان داده می‌شود.



قطعه خط: خط مستقیم که از هر دو جهت محدود باشد، به نام قطعه خط یاد می‌شود. به طور مثال: قطعه خط (الف ب) که در آن نقطه (الف) را مبدا و نقطه (ب) را انجام می‌گویند.



فعالیت

۱- دو نقطه را طور دلخواه به روی کاغذ بگذارید، این دو نقطه را با استفاده از خط‌کش و قلم پنسل با هم وصل کنید و به سؤال‌های زیر جواب دهید:

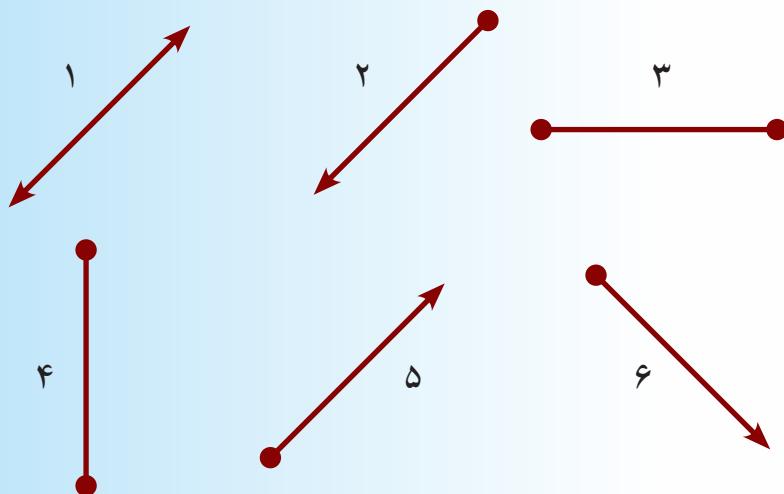
- الف) شکلی که حاصل می‌شود، چه نام دارد؟
- ب) آیا مبدا و انجام دارد؟
- ج) چطور نمایش داده می‌شود؟
- د) آیا قطعه خط حاصل شده قابل اندازه‌گیری است؟

نیم خط (شعاع): خط مستقیمی که از یک طرف محدود (بسته) و از طرف دیگر غیرمحدود (باز) باشد و به هر اندازه که بخواهیم به استقامت باز آن را امتداد داده بتوانیم، نیم خط (شعاع) نامیده می‌شود و به شکل (ب الف) نمایش داده می‌شود، مانند شکل زیر:



فعالیت

خطهای زیر را مشاهده نموده و در کتابچه خود مقابل شماره هر خط نام آن را بنویسید.



یک خط مستقیم رسم کنید و در روی آن قطعه خط، نیم خط و خط مستقیم را توسط دو حرف نشان دهید.

وضعیت خط مستقیم

- خط مستقیم را در محیط و ماحول خویش به چند وضعیت دیده می‌توانید؟
نام بگیرید.

خط مستقیم دارای سه وضعیت می‌باشد:

۱- خط افقی

۲- خط عمود یا قایم

۳- خط مایل

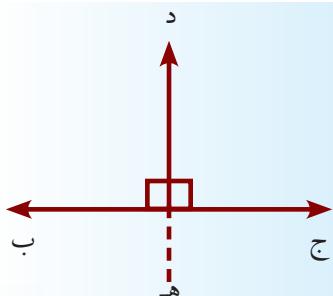
خط افقی

خط افقی، خطی را گویند که به امتداد سطح آب ایستاده باشد، مانند: کنار سقف خانه، کنار فرش، کنار زیر دروازه و خط (ج ب) به روی کاغذ.



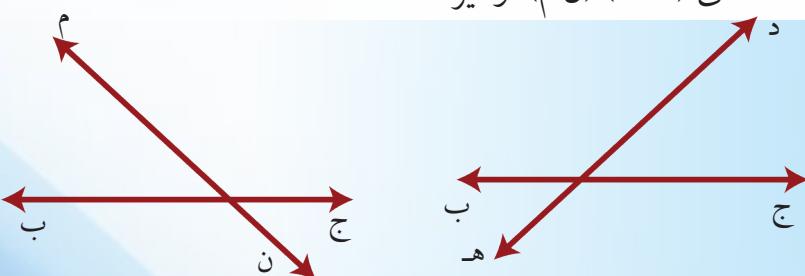
خط عمود و یا قایم

خطی که بالای خط افقی دو زاویه قایمه را بسازد، خط عمود گفته می‌شود.
مانند: خط (هـ د) بالای خط (ج ب)، همچنان بازوها و یا پایه‌های دروازه، میز و چوکی هر یک خط عمودی را نشان می‌دهد.



خط مایل

خطی که نه عمودی باشد و نه افقی، به نام خط مایل یاد می‌شود.
مانند: خط‌های (د هـ) (ن م) وغیره.



فعالیت

در گروه‌ها، انواع خطوطی را که در صنف و یا در اشیا می‌بینید، نشان دهید.



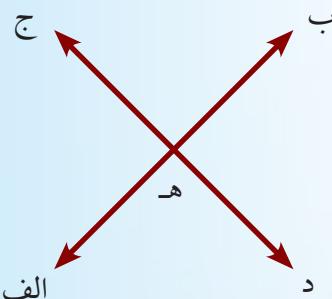
نام اشکال و اشیایی را که خط افقی، عمودی و مایل را نشان داده بتوانند، در کتابچه‌های تان بنویسید.

وضعیت دو خط مستقیم نظر به یکدیگر

- در محیط اطراف خود، خطوطی را نشان دهید که فقط یک نقطه مشترک داشته باشند.
- در محیط اطراف خود، خطوطی را نشان دهید که هیچ نقطه مشترک نداشته باشند.

۱- خطوط متقطع

اگر دو خط مستقیم یک نقطه مشترک داشته باشند، خطوط متقطع گفته می‌شوند، مانند: خطوط متقطع (الف ب) و (د ج) که نقطه (ه) نقطه مشترک آن‌ها است.



۲- خطوط موازی

خطوط مستقیمی که هیچ نقطه مشترک نداشته باشند و امتداد آنها یک دیگر را قطع نکند، خطوط موازی گفته می‌شوند، مانند: خطوط مستقیم (الف ب) و (ج د).



۳- خطوط منطبق

اگر دو خط مستقیم دو نقطه مشترک داشته باشند، خطوط منطبق گفته می‌شوند، مانند: قطعه خط‌های (ج الف) و (د ب).



فعالیت

- ۱- اشیا و وسایل صنف تان را به دقت بینید و خط‌های موازی، متقطع و منطبق را در آن نشان دهید.
- ۲- توسط دو دانه چوبیک حالت‌های موازی، متقطع و منطبق بودن دو خط را نشان دهید.



- ۱- دو خط نظر به یکدیگر چند حالت دارند؟
- ۲- خطوط موازی چگونه خطوطی اند؟

- ۳- خطوط متقارع چند نقطه مشترک دارند؟
- ۴- اگر دو خط دو نقطه مشترک داشته باشند، آیا این خطوط می‌توانند که سه نقطه مشترک داشته باشند؟
- ۵- دو خطی که هیچ نقطه مشترک نداشته باشند، به نام چی یاد می‌شوند؟

اقسام خط

- دندانه اره چی نوع خط است؟
- ماه نو چی نوع خط است؟

خط به سه قسم است: خط مستقیم، خط منكسر و خط منحنی.

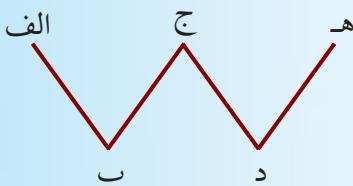


خط مستقیم

خط مستقیم خطی است که به دو سمت امتداد یافته و طول آن قابل اندازه گیری نمی‌باشد.

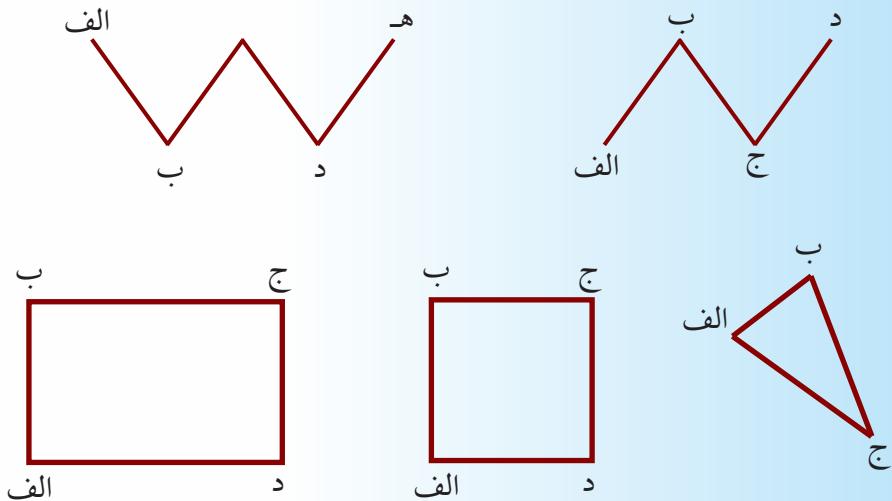
خط منكسر

قطعه خط‌هایی که به استقامت یک خط مستقیم نبوده؛ اما یکی با دیگر نقطه مشترک داشته باشند، خط منكسر نامیده می‌شوند، مانند: دندانه اره، کنار برگ بعضی از درختان و غیره.



فعالیت

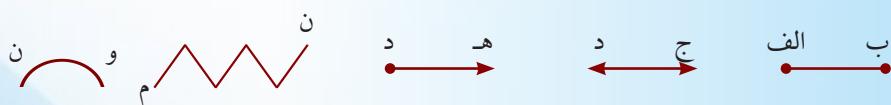
۱- به اشکال زیر توجه کرده، خطوط منكسر را نشان بدهید.



۲- یک شاخه باریک درخت را طوری بشکناید که خط منكسر را نشان دهد.

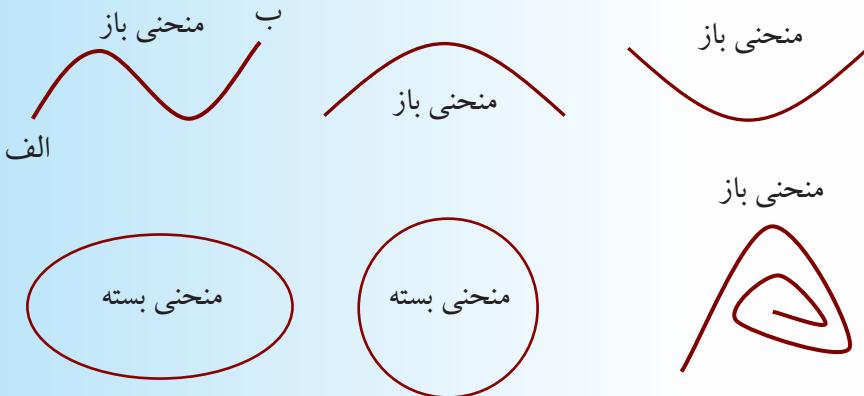
کار خانه‌گی

در اشکال زیر خط مستقیم و منكسر را نشان دهید و آن را در کتابچه‌های خویش رسم و نام آنها را مقابل آن بنویسید.



خط منحنی

خط منحنی، خطی را گویند که نه مستقیم باشد و نه منکسر، مانند: ماه نو، کمان ابرو و غیره. به خطوط منحنی زیر توجه کنید.

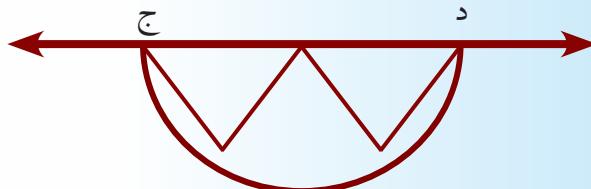


خطوط منحنی توسط دو حرف به شکل (الف ب) نمایش داده می‌شود.

فعالیت

- ۱- یک اندازه تار را به دو دست خود طوری بگیرید که اول خط مستقیم و بعد از آن خط منحنی را نمایش بدهد.
- ۲- دو نقطه را به روی صفحه کاغذ طوری با هم وصل کنید که: قطعه خط، خط منکسر و خط منحنی را نمایش دهد.

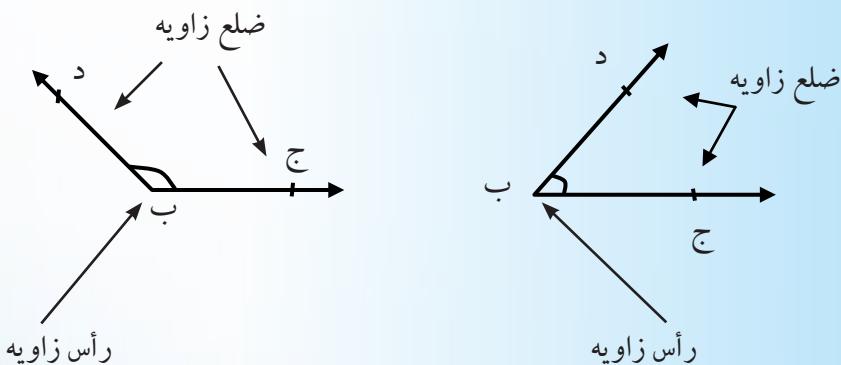
در شکل زیر، انواع خطوط را نشان دهید و هر نوع خط را با نام آن در کتابچه خود رسم کنید.



زاویه

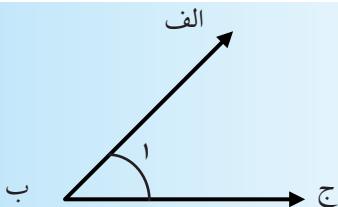
- در بین هر دو قطعه خط (شعاع) یک خط منكسر چی شکل را می‌بینید؟

و سعتی که توسط دو شعاع که مبدأی مشترک داشته باشند به وجود بیاید، زاویه گفته می‌شود. مبدأی مشترک هر دو شعاع را رأس زاویه و هر یک از شعاع‌ها را ضلع زاویه می‌نامند، مانند: زاویه ($\angle D B J$) که در اشکال زیر نشان داده شده است.



نمایش زاویه

زاویه را توسط سه حرف نمایش می‌دهند؛ طوری که حرف رأس آن در ترتیب نوشتن و خواندن در بین دو حرف دیگر قرار گیرد، مانند: زاویه (الف ب ج) یا (الف $\overset{\wedge}{ب}$ ج).



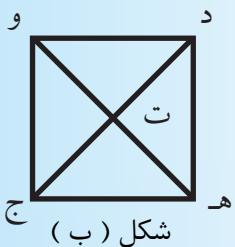
یادداشت: زاویه (الف ب ج) را به شکل زاویه (۱) یا زاویه ($\overset{\wedge}{ب}$) نیز نمایش می‌دهند.

فعالیت

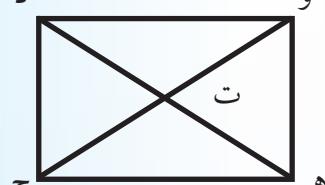
اشکال زیر را در گروه‌ها به دقت مشاهده و به سوال‌های زیر جواب دهید.

۱- زاویه‌های هر شکل را بشمارید.

۲- تمام زاویه‌های هر دو شکل را توسط حرف‌ها نشان دهید.



شكل (ب)



شكل (الف)

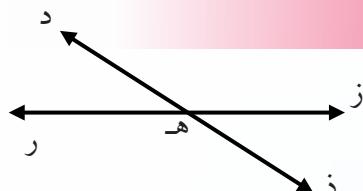
کار خانه‌گی

شکل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) خطوط را به کدام نام یاد می‌کنند؟

ب) چند زاویه را می‌بینید؟

ج) تمام زاویه‌های این شکل را توسط حرف‌ها نشان دهید.



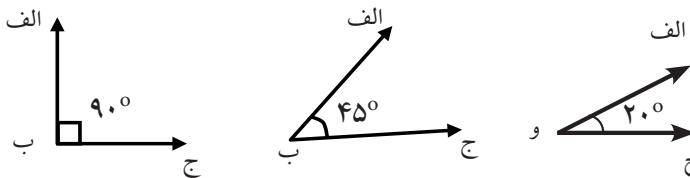
واحد اندازه گیری زاویه

• زاویه‌ها توسط چی اندازه می‌شوند؟

• واحد اندازه گیری وسعت زاویه چیست؟



واحد اندازه گیری زاویه درجه قبول شده است. درجه عبارت از $\frac{1}{90}$ حصة زاویه قایمه می‌باشد و یا به عبارت دیگر، اگر زاویه قایمه را به 90° مساوی جدا کنیم هر حصة آن را درجه می‌نامند. علامت درجه ($^\circ$) بوده و این گونه نشان داده می‌شود: 20° (یست درجه)، 45° (چهل و پنج درجه) 90° (نود درجه)

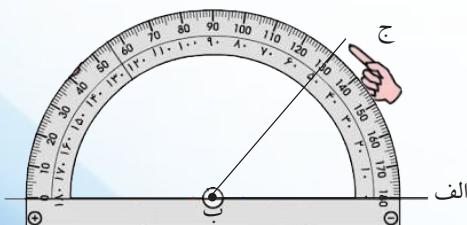


برای اندازه گیری زاویه، وسیله به نام نقاله به کار می‌رود.

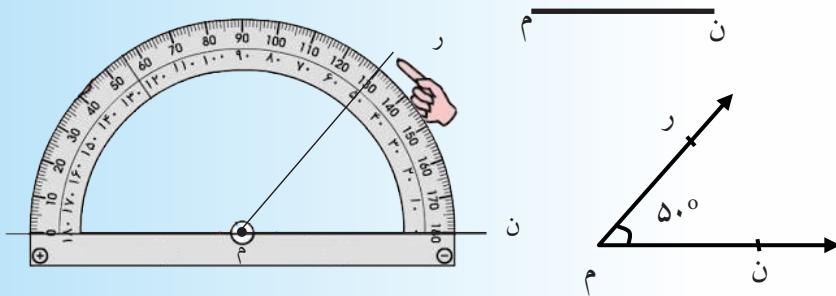
مقاله: نقاله نیم دایره بی است که محیط آن به 180° قسمت مساوی تقسیم شده است که هر قسمت آن یک درجه (1°) را نشان می‌دهد. در شکل زیر عدد ۵۰ نقاله به ضلع دومی زاویه (الف ب ج) تصادف می‌کند، پس می‌گوییم اندازه زاویه (الف ب ج) 50° درجه است.

حال اگر بخواهیم زاویه بی را به اندازه ۵۰ درجه رسم کنیم. اول یک قطعه خط رسم می‌کنیم، مانند قطعه خط (ن م).

بعد از آن نقاله را طوری بالای این قطعه خط قرار می‌دهیم که مرکز آن به نقطه (م) قطعه خط (ن م) منطبق شود. حال درجه ۵۰ نقاله را با یک نقطه



نشانی نموده و نقطه مذکور را (ر) می‌نامیم. نقطه (ر) را به نقطه (م) وصل می‌کنیم، زاویه رسم شده (نم ر) عبارت از زاویه مطلوب (50°) است.

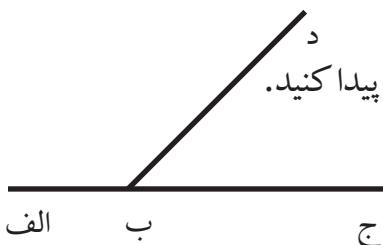


فعالیت

۱. اگر اندازه زاویه (دس م) 38 درجه باشد،
الف) اندازه زاویه‌های دیگر را توسط نقاطه معلوم کنید.
ب) مجموعه زاویه‌های (دس م) و (دس ن) چند درجه است؟
ج) مجموعه زاویه‌های (دس م) و (رس م) چند درجه است؟
د) اندازه زاویه (دس م) را با اندازه زاویه (رس ن) مقایسه کنید.
ه) در اندازه زاویه‌های (دس ن) و (رس م) چی ارتباط وجود دارد؟

در کتابچه‌های خویش یک زاویه اختیاری رسم و توسط نقاله اندازه آن را معلوم کنید.

اندازه هر یک از زاویه‌های زیر را توسط نقاله پیدا کنید.



- با استفاده از نقاله زاویه بی که وسعت آن (40°) باشد، رسم کنید.

اقسام زاویه

زاویه به سه قسم است.

۳- زاویه منفرجه

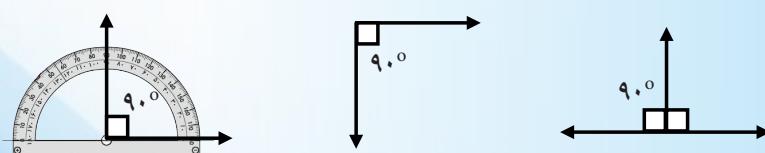
۲- زاویه حاده

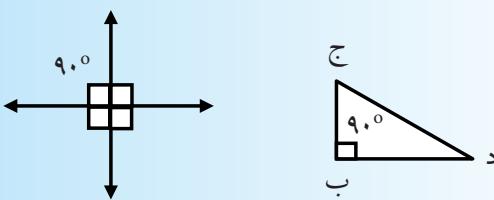
۱- زاویه قایمه

۱- زاویه قایمه

سال گذشته در مورد زاویه قایمه آشنایی حاصل نمودید و توسط پارچه از کاغذ زاویه قایمه را به شکل عملی تهیه نمودید؛ حال زاویه قایمه را چنین تعریف می کنیم.

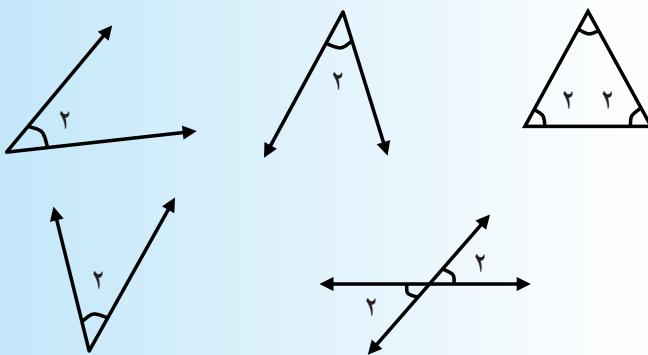
زاویه قایمه: زاویه بی است که وسعت آن 90° درجه باشد، مانند: زاویه‌های زیر:





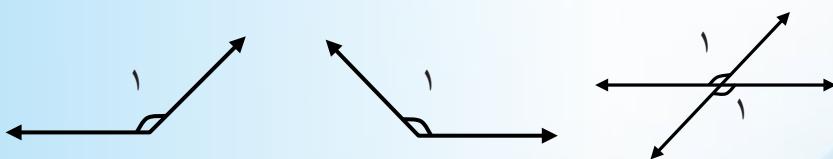
۲- زاویه حاده

زاویه یی که وسعت آن از زاویه قایمه خوردتر یا از 90° درجه کمتر باشد، زاویه حاده گفته می‌شود، مانند: زاویه‌های شماره ۲.



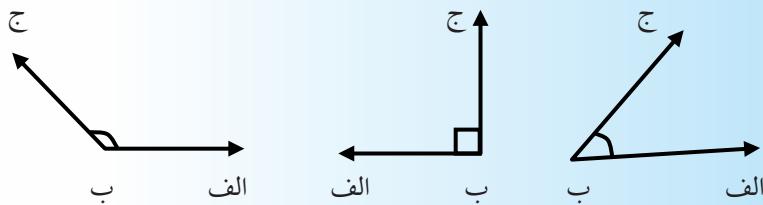
۳- زاویه منفرجه

زاویه یی که وسعت آن از زاویه قایمه بزرگتر یا از 90° درجه زیادتر باشد، زاویه یی منفرجه گفته می‌شود، مانند: زاویه‌های شماره ۱.

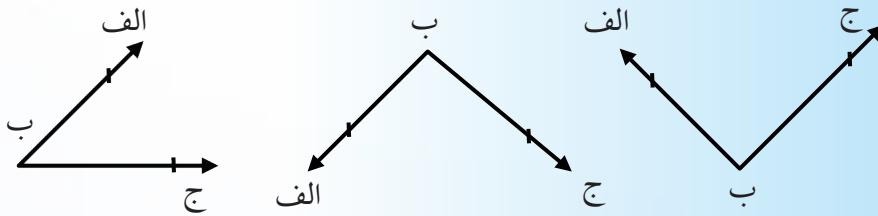


کار خانه‌گی

به کمک نقاله زاویه‌های زیر را در کتابچه‌های خود رسم و در کنار هر زاویه نام آن را بنویسید.



۱- اندازه هر یک از زاویه‌های زیر را توسط نقاله پیدا کنید.



۲- زاویه (الف د ج) را در نظر بگیرید.
به کمک خط‌کش ضلع (د الف) را به طرف چپ تا نقطه (ه) امتداد دهید، به شکلی که رسم کرده اید توجه نموده به سوال‌های زیر جواب دهید.
الف) زاویه‌های (الف د ج) و (ه د ج) را توسط نقاله اندازه کنید.

ب) مجموعه زاویه‌های (الف دج) و (هدج) چند درجه است؟

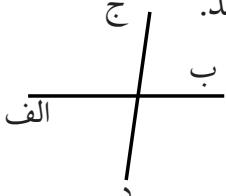
۳- زاویه که از 90° بزرگتر باشد، چی نامیده می‌شود؟

۴- زاویه که از 90° کوچکتر باشد، چی نامیده می‌شود؟

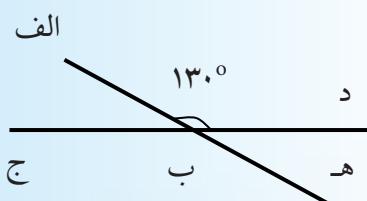
۵- زاویه 90° را به نام چی یاد می‌کنند؟

۶- در شکل مقابل چند زاویه را می‌بینید، هر کدام

را توسط نقاله اندازه نموده و مجموع آنها را معلوم کنید.



۷- اندازه زاویه‌ها را توسط نقاله معلوم کنید.

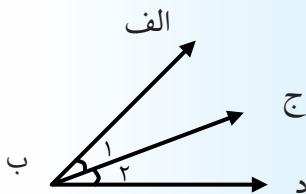


زاویه‌های مجاوره، مکمله، مجاوره مکمله، متممeh، مجاوره متممeh و متقابل به رأس

زاویه‌های مجاوره

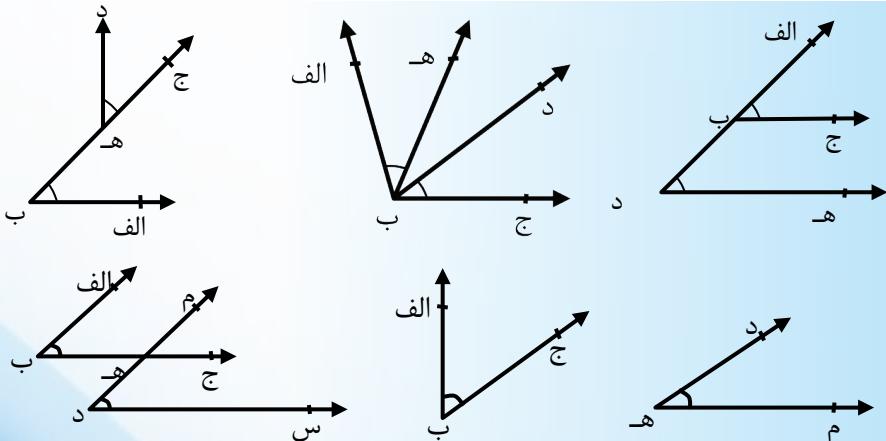
- دو زاویه که دارای رأس مشترک و یک ضلع مشترک باشند، به نام چی یاد می‌شود؟

دو زاویه که دارای رأس مشترک، ضلع مشترک بوده و به دو طرف ضلع مشترک واقع باشند، به نام زاویه‌های مجاوره یاد می‌شوند، مانند: زاویه‌های (۱) و (۲) که دارای رأس مشترک (ب) و ضلع مشترک (ب ج) می‌باشند.



فعالیت

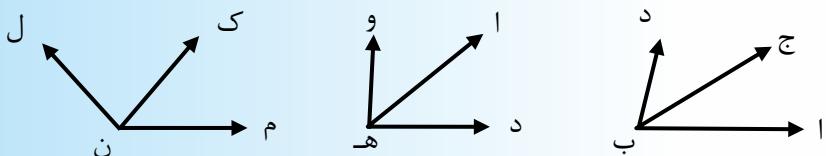
به اشکال زیر توجه کنید و به سؤال‌ها جواب دهید.



- کدام زاویه‌ها دارای رأس مشترک و ضلع مشترک نیستند؟
- کدام زاویه‌ها دارای رأس مشترک و ضلع مشترک هستند و به نام چی یاد می‌شوند؟
- کدام زاویه‌ها دارای ضلع مشترک هستند و دارای رأس مشترک نیستند؟



به کمک نقاله سه زاویه مجاوره زیر را در کتابچه‌های خود رسم و نام‌های اضلاع مشترک و رأس‌های مشترک آن‌ها را بنویسید.



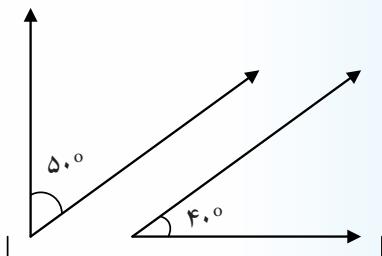
زاویه‌های مکمله و مجاوره مکمله

- دو زاویه غیر مجاور که مجموعه وسعت آن‌ها یک قایمه یا 90° باشد، به نام چی یاد می‌شود؟
- دو زاویه مجاور که مجموعه وسعت آن‌ها یک قایمه یا 90° باشد، به نام چی یاد می‌شود؟

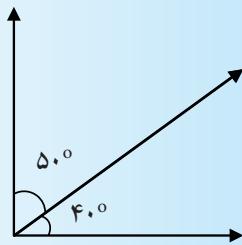


دو زاویه غیر مجاور که مجموع وسعت آن‌ها 90 درجه باشد، به نام زاویه‌های مکمله یاد می‌شوند.

دو زاویه مجاور که مجموع وسعت آن‌ها 90 درجه باشد، به نام زاویه‌های مجاوره مکمله یاد می‌شوند، مانند: زاویه‌های مکمله و مجاوره مکمله که در اشکال زیر نشان داده شده است.



زاویه مکمله



زاویه مجاوره مکمله

فعالیت

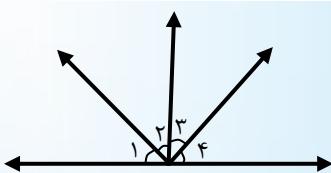
یک زاویه قایمه رسم کنید، توسط نقاله آن را به 20 درجه و 70 درجه تقسیم کنید و نام آن را (الف) بگذارید.

همچنان دو زاویه 20 درجه و 70 درجه را جدا جدا رسم کنید و نام آنها را (ب) بگذارید و به سوالهای زیر جواب دهید.

- ۱- مجموعه زاویه های (الف) و (ب) را به طور جداگانه معلوم کنید.
- ۲- زاویه های (الف) و (ب) به کدام نام یاد می شوند؟
- ۳- آیا زاویه های (الف) را زاویه های مجاوره مکمله گفته می توانید؟ چرا؟
- ۴- آیا زاویه های (ب) مجاوره مکمله هستند و یا مکمله؟



زاویه های شکل زیر را اندازه نموده، جوره های زاویه های مکمله را بنویسید.



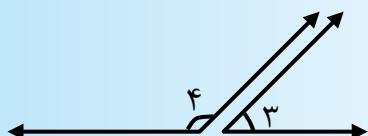
زاویه‌های متمم و مجاوره متممه



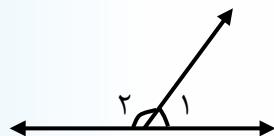
- دو زاویه غیر مجاور که مجموعه وسعت آنها دو قایمه یا 180 درجه باشد، به نام چی یاد می‌شود؟
- دو زاویه مجاور که مجموعه وسعت آنها دو قایمه یا 180 درجه باشد، به نام چی یاد می‌شود؟

دو زاویه که مجاوره نباشند، اما مجموع وسعت آنها 180 درجه باشد، به نام زاویه‌های متممه یاد می‌شوند.

دو زاویه مجاوره که مجموع وسعت آنها 180 درجه باشند، به نام زاویه‌های مجاوره متممه یاد می‌شوند، مانند: زاویه‌های زیر:

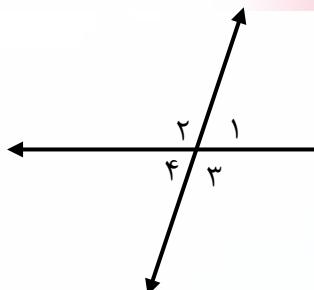


زاویه‌های ۳ و ۴ متممه



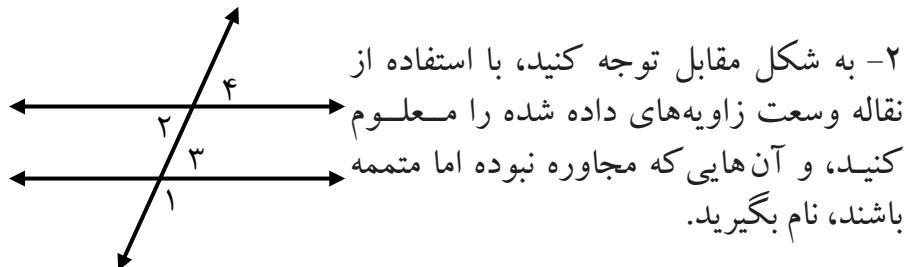
زاویه‌های ۱ و ۲ مجاوره متممه

فعالیت



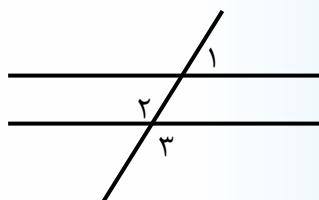
- شکل مقابل را در نظر بگیرید، با استفاده از نقاله و مطابق نمونه وسعت آن جوره زاویه‌هایی که اندازه شان 180 درجه بوده و هم مجاوره باشند را بنویسید.

$$\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$$



کار خانه‌گی

در شکل زیر زاویه‌های ۱، ۲ و ۳ را اندازه کنید و بگویید که کدام جوهره
آن‌ها متممه‌اند.

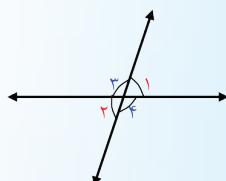


زاویه‌های متقابل به رأس

- در نتیجه تقاطع دو خط مستقیم، چند زاویه تشکیل می‌شود؟
- دو زاویه که از تقاطع دو خط مستقیم در مقابل هم‌دیگر حاصل می‌شوند،
به نام چی یاد می‌شوند؟

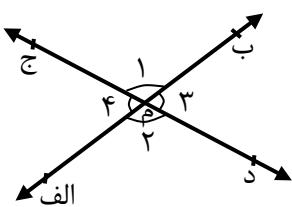


دو زاویه که دارای رأس مشترک بوده و اضلاعشان به امتداد یکدیگر
واقع باشند، زاویه‌های متقابل به رأس گفته می‌شوند، زاویه‌های متقابل
به رأس با هم مساوی‌اند، مانند: زاویه‌های (۱، ۲) و (۳، ۴) در شکل زیر:



فعالیت

به شکل زیر توجه کنید و سؤال‌های زیر را جواب بدهید.



۱- اندازه زاویه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ را توسط نقاله معلوم کنید.

۲- زاویه‌های (۱ و ۲)، (۳ و ۴) را به نام کدام زاویه‌ها یاد می‌کنند؟

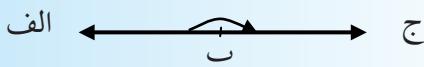
۳- بین زاویه‌های (۱ و ۲) و همچنان زاویه‌های (۳ و ۴) از نقطه نظر اندازه چی ارتباط وجود دارد؟

۴- مجموعه اندازه هر چهار زاویه را معلوم کنید.

۵- نقطه تقاطع خطوط (ب الف) و (د ج) کدام نقطه است؟

زاویه مستقیمه

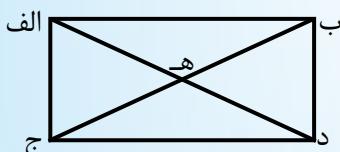
زاویه‌است که به یک طرف خط مستقیم قرار داشته و اندازه آن ۱۸۰ درجه باشد، مانند: زاویه (الف ب ج).



۱- دو خط متقاطع را طوری رسم کنید که تمام زاویه‌های آن قایمه باشند.
۲- توسط نقاله وسعت تمام زاویه‌های شکل زیر را معلوم کنید و به کمک وسعت زاویه‌ها به سوال‌های زیر جواب دهید.

الف) نام تمام زاویه‌های مجاوره مکمله را بنویسید.

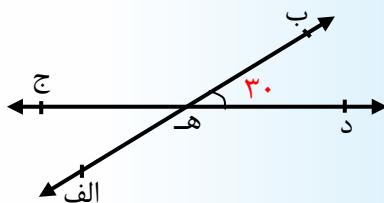
ب) نام تمام زاویه‌های مجاوره متمم‌هه را بنویسید.





تمرین

۱- در شکل زیر اندازه زاویه‌های مجاوره متمم، زاویه 30° درجه را پیدا کنید.



۲- در شکل بالا اندازه زاویه متقابل به رأس زاویه 30° درجه، چند درجه است؟

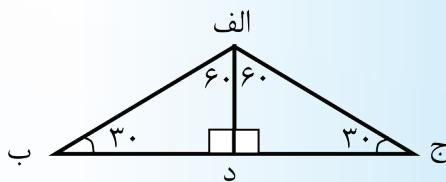
۳- زاویه مکمله هر یک از زاویه‌های زیر را بنویسید.

30° ، 60° ، 23° ، 64° ،

۴- زاویه متممه هر یک از زاویه‌های زیر را بنویسید.

130° ، 33° ، 110° ، 17°

۵- در شکل زیر زاویه‌های مکمله و زاویه‌های مجاوره متممه را نشان دهید.



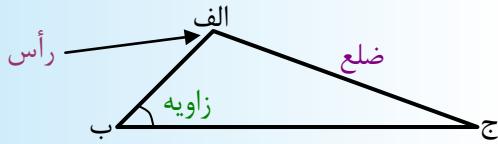
مثلث

۰- شکل بسته که توسط سه خط مستقیم به وجود می‌آید، به نام چی یاد می‌شود؟

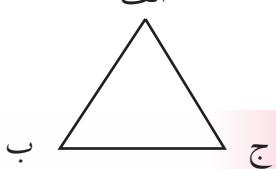
مثلث شکل بسته است که ذریعه سه قطعه خط به وجود می‌آید. هر یک از قطعه خط‌های مثلث را ضلع مثلث و نقطه اتصال هر دو ضلع را رأس مثلث



گویند. هر مثلث دارای سه ضلع، سه زاویه و سه رأس می‌باشد.



نمایش مثلث: مثلث را توسط سه حرف رأس آن نمایش می‌دهند، مانند:
مثلث (الف ب ج) و یا (\triangle الف ب ج)



با استفاده از خط کش و نقاله یک زاویه قایمه را به رأس (ب) رسم کنید، روی اضلاع قایم زاویه نقاط (ج) و (د) را به طول های ۳ سانتی متر و ۴ سانتی متر جدا کرده و با هم وصل کنید، به سؤال های زیر جواب دهید.

- ۱- شکل ترسیم شده، چند رأس دارد؟
- ۲- شکل ترسیم شده چی نام دارد؟
- ۳- زاویه های مثلث ترسیم شده را توسط نقاله اندازه نموده و مجموعه آنها را پیدا کنید.
- ۴- هر سه ضلع مثلث را توسط حروف ها نشان دهید و طول ضلع (د ج) را اندازه کنید.

کار خانه گی

یک زاویه منفرجه را به رأس (م) رسم کنید و روی اضلاع آن طور دلخواه دو نقطه (د) و (ج) را تعیین نموده با هم وصل کنید، وسعت هر یک از زاویه های مثلث را طور جداگانه اندازه نموده و مجموعه هر سه زاویه را معلوم کنید.

اقسام مثلث از لحاظ زاویه

- تا حال چند قسم زاویه را می‌شناسید؟



فعالیت

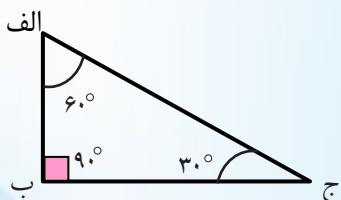
- زاویه قایمه (الف \hat{b} ج) را رسم کنید و نقاط (الف) و (ج) را با هم وصل کنید.
- زاویه منفرجه (د س \hat{r}) را رسم کنید و نقاط (د) و (ر) را با هم وصل کنید.
- زاویه حاده (ذ ش \hat{z}) را رسم کنید و نقاط (ذ) و (ز) را با هم وصل کنید.
- مثلث‌های رسم شده از هم‌دیگر چه تفاوت دارند؟

مثلث از نگاه زاویه به سه قسم است.

- ۱- مثلث قایم الزاویه ۲- مثلث حاده الزاویه ۳- مثلث منفرج الزاویه

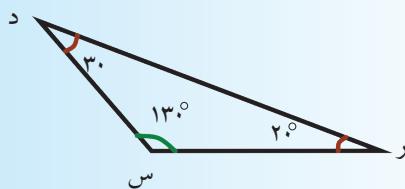
۱- مثلث قایم الزاویه

هر مثلثی که یک زاویه آن قایم باشد، آن را مثلث قایم الزاویه می‌گوید، مانند: مثلث (الف ب ج) که در آن زاویه (ب) قایم بوده و دو زاویه دیگر آن (الف) و (ج) حاده می‌باشند.



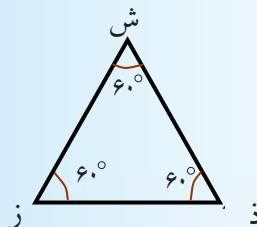
۲- مثلث منفرج الزاویه

هر مثلثی که یک زاویه آن منفرجه باشد، آن را مثلث منفرج الزاویه می‌گوید،
مانند: مثلث (د س ر) که زاویه \hat{S} آن منفرجه بوده و دو زاویه دیگر آن
 \hat{D} و \hat{R} حاده می‌باشند.



۳- مثلث حاده الزاویه

مثلثی که هر سه زاویه آن حاده باشد، به نام مثلث حاده الزاویه یاد می‌شود،
مانند: مثلث (ذ ش ز) که هر سه زاویه آن \hat{Z} ، \hat{S} و \hat{Z} حاده می‌باشند.



فعالیت

- در گروه‌ها کار کنید.
- ۱- با استفاده از خط کش و نقاله مثلث‌های قائم الزاویه، منفرج الزاویه و حاده الزاویه رسم کنید.
 - ۲- با استفاده از نقاله وسعت تمام زاویه‌های هر مثلث را معلوم کنید.

- ۳- نام تمام زاویه‌های هر مثلث را نظر به وسعت آن بنویسید.
- ۴- مجموعه تمام زاویه‌های هر مثلث را حساب و با هم مقایسه کنید.
- ۵- آیا دو زاویه یک مثلث قایمه یا منفرجه شده می‌تواند؟
- ۶- آیا در هر نوع مثلث باید دو زاویه حاده موجود باشند؟



فرق بین مثلث‌های قایم الزاویه، حاده الزاویه و منفرج الزاویه را بنویسید و در اشکال نشان دهید.

اقسام مثلث از لحاظ اضلاع

۱۰ اگر تمام اضلاع مثلث طول‌های مختلف داشته باشند، مثلث به نام چی یاد می‌شود؟



۱۱ اگر طول تنها دو ضلع مثلث با هم مساوی باشند، مثلث به نام چی یاد می‌شود؟

۱۲ اگر طول تمام اضلاع مثلث با هم مساوی باشند، مثلث به نام چی یاد می‌شود؟

مثلث از لحاظ اضلاع به سه قسم است.

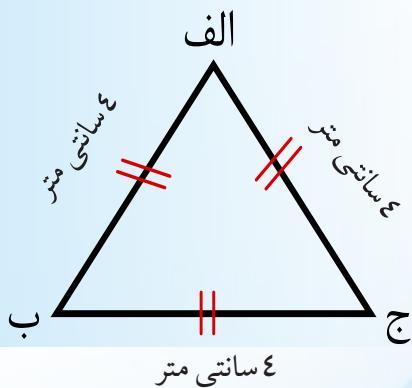
۱- مثلث متساوی الاضلاع

۲- مثلث متساوی الساقین

۳- مثلث مختلف الاضلاع

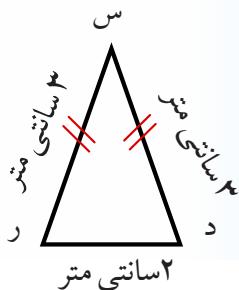
۱- مثلث متساوی الاضلاع

مثلثی را گویند که طول هر سه ضلع آن با هم مساوی باشند، مانند: مثلث (الف ب ج) که طول هر سه ضلع آن ۴ سانتی متر است.
 $4 \text{ سانتی متر} = \text{الف} = \text{ب} = \text{ج}$



۲- مثلث متساوی الساقین

مثلثی را می‌گویند که طول دو ضلع آن با هم مساوی باشند، مانند: مثلث (د س ر) که طول تنها دو ضلع آن با هم مساوی است.

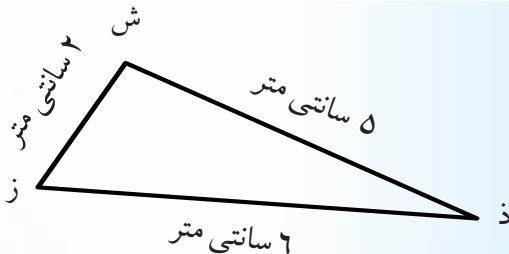


$$3 \text{ سانتی متر} = \underline{\text{رس}} = \underline{\text{دس}}$$

$$2 \text{ سانتی متر} = \underline{\text{در}}$$

۳- مثلث مختلف اضلاع

مثلثی را گویند که طول هر سه ضلع آن مختلف باشند، مانند: مثلث (ذ ش ز) که در شکل زیر با طول اضلاع مختلف نشان داده شده است.



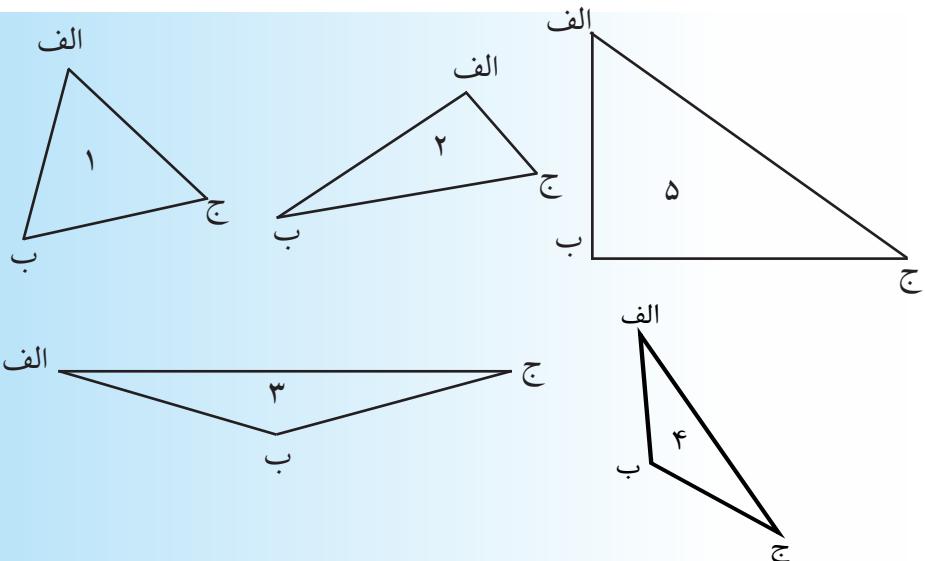
$$5 \text{ سانتی متر} = \underline{\text{ذش}}$$

$$2 \text{ سانتی متر} = \underline{\text{زش}}$$

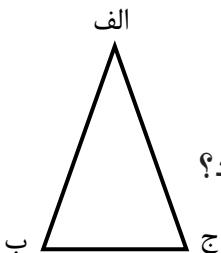
$$6 \text{ سانتی متر} = \underline{\text{ذز}}$$

فعالیت

- ۱- در گروه‌ها با هم کار کنید و به سؤال‌های زیر جواب دهید.
 - الف) با استفاده از خط‌کش طول اضلاع مثلث‌های زیر را اندازه کنید.
 - ب) با در نظر داشت طول اضلاع هر مثلث، نام آن‌ها را مقابل شماره آن، در کتابچه‌های خود بنویسید.



- ۲- آیا هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین هم می باشد؟
 ۳- اضلاع و زاویه های شکل زیر را اندازه نموده به سؤال های زیر جواب دهید.



الف) کدام اضلاع آن با هم مساوی است؟

ب) کدام زاویه های آن با هم مساوی است؟

ج) مثلث مذکور از لحاظ اضلاع به نام چی یاد می شود؟

د) مثلث مذکور از لحاظ زاویه چی نام دارد؟

- ۴- یک قطعه خط (ب الف) به طول ۴ سانتی متر رسم کنید، به نقطه (ب) آن یک زاویه قایمه رسم کنید، از ضلع دومی آن یک نقطه (ج) را به طول ۴ سانتی متر جدا کنید، بعد از آن نقطه (ج) را به (الف) وصل نموده و به سؤال های زیر جواب دهید.

الف) هر یک از زاویه های مثلث ترسیم شده را اندازه کنید.

- ب) طول ضلع (ج الف) مثلث را اندازه نموده، بنویسید که چند سانتی متر و چند ملی متر است؟

ج) مثلث ترسیم شده از لحاظ زاویه و اضلاع به نام چی یاد می شود؟

۵- یک زاویه قایمه به رأس (ب) رسم کنید؛ سپس روی هر دو ضلع قائم آن ۳ سانتی متر و ۴ سانتی متر دو نقطه (د) و (ج) را جدا و با هم وصل نمایید، طول ضلع سومی آن را اندازه کنید.

۶- آیا یک مثلث قایم الزاویه متساوی الاضلاع بوده می تواند؟ اگر نمی تواند، چرا؟

۷- یک زاویه به رأس (الف) به اندازه (60°) درجه رسم کنید، روی اضلاع زاویه نقاط (ب) و (ج) را به اندازه ۵، ۵ سانتی متر جدا نموده، نقاط (ب) و (ج) را با هم وصل کنید و با استفاده از خط کش و نقاله به سؤال های زیر جواب دهید.

الف) هر یک از زاویه های مثلث و مجموعه هر سه زاویه آن چند درجه است؟

ب) طول هر یک از اضلاع مثلث را اندازه گیری نموده، بنویسید.

ج) مثلث مذکور از لحاظ زاویه و اضلاع به نام چی یاد می شود؟

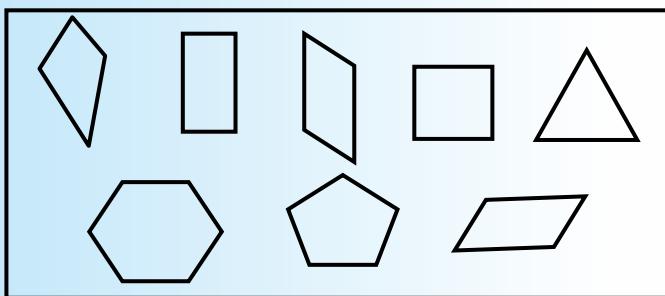


یک مثلث مختلف اضلاع و یک مثلث متساوی الساقین که یک یک زاویه آن 90° باشند را رسم کنید؛ سپس اضلاع و زوایای آن را اندازه کنید.

مضلع

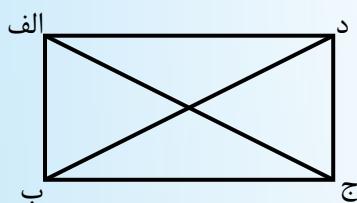
- شکل بسته که از سه و یا اضافه از سه قطعه خط ساخته شده باشد، به نام چی یاد می شود؟

شکل بسته که توسط سه قطعه خط و یا اضافه از سه قطعه خط ساخته شده باشد، مضلع نامیده می شود، هر یک از قطعه خط های مضلع را ضلع مضلع و نقطه یکجا شدن دو قطعه خط را رأس مضلع می گویند، مانند: اشکال زیر.



قطر مضلع

قطعه خطی که دو رأس غیرمجاور یک مضلع را با هم وصل می کند، قطر مضلع نامیده می شود، مانند: قطرهای (ج الف) و (دب).



فعالیت

۱- یک زاویه 30° درجه را به رأس (ب) رسم کنید، روی اضلاع آن به ترتیب دو نقطه (ج) و (د) را به طول ۳ سانتی متر مشخص کنید، بعد از آن یک نقطه کیفی (ه) را به فاصله ۴ سانتی متر از رأس (ب) در وسط زاویه مشخص نموده به نقاط (ج) و (د) وصل کنید و به سؤال های زیر جواب بدهید.

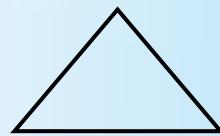
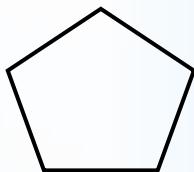
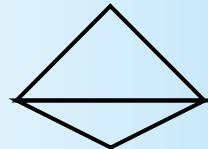
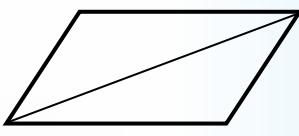
الف) شکل ترسیم شده به نام چی یاد می شود؟

ب) هر یک از زاویه های مضلع رسم شده را اندازه نموده، بنویسید.

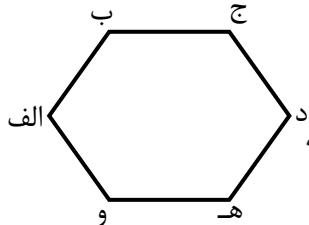
ج) مجموعه زاویه های مضلع رسم شده را معلوم کنید.

د) اگر نقطه (ه) را با نقطه (ب) وصل کنید، قطعه خط (ب ه) را به نام چی مضلع یاد می کنند؟

۲- در اشکال زیر بعضی قطرهای مضلعها ترسیم شده اند، قطرهای اشکال داده شده را تکمیل نموده، خانه های خالی جدول را پر کنید.



نام چند ضلعی	سه ضلعی یا مثلث	چهار ضلعی	پنج ضلعی
تعداد ضلع ها	۳		
تعداد قطرها	.		

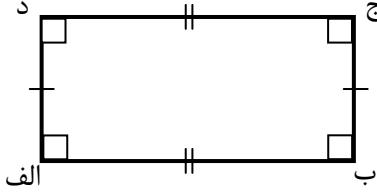


قطرهای شکل مقابل را رسم کنید.
بگویید که چند ضلع، چند رأس، چند زاویه
و چند قطر دارد؟

مستطیل

- چهار ضلعی را می‌شناسید که هر چهار زاویه آن قایمه باشد؟

چهار ضلعی بی که هر چهار زاویه آن قایمه و اضلاع مقابل آن دو به دو مساوی و موازی باشند، مستطیل نامیده ج می‌شود، مانند: مستطیل (الف ب ج د) که:



$$\begin{aligned} \text{الف } &= \text{ج} \\ \text{ب } &= \text{د} \\ \text{الف } &= \text{الف} \\ \text{ب } &= \text{ب} \\ \text{ج } &= \text{ج} \\ \text{د } &= \text{د} \\ \text{الف } &= \text{الف} \\ \text{ب } &= \text{ب} \\ \text{ج } &= \text{ج} \\ \text{د } &= \text{د} \end{aligned}$$



فعالیت

در گروههای کوچک تقسیم شوید و با استفاده از خط کش و نقاله فعالیت زیر را انجام دهید.

یک قطعه خط (الف ب) را به طول ۶ سانتی‌متر رسم کنید و در دو انجام آن دو زاویه قایمه رسم کنید، روی ضلع دومی زاویه‌های قایم، قطعه خطها را به طول ۲، ۲ سانتی‌متر در نقاط (ج) و (د) جدا کنید، نقاط (ج) و (د) را با هم وصل نموده، به سؤال‌های زیر جواب دهید.

۱- طول قطعه خط (ج د) چند سانتی‌متر است؟

۲- هر یک از زاویه‌های شکل رسم شده، چند درجه است؟

۳- شکل رسم شده چند رأس، چند زاویه و چند ضلع دارد، کدام اضلاع آن با هم مساوی اند؟

۴- اگر اصلاح (الف ب) و (د ج) به دو طرف امتداد داده شوند، یکدیگر را قطع می کنند، یا خیر؟

۵- اصلاح (الف ج) و (ب د) موازی هستند یا متقاطع؟

۶- شکل حاصله چی نام دارد؟



یک مستطیل رسم کنید که طول آن ۴ سانتی متر و عرض آن ۲ سانتی متر باشد.

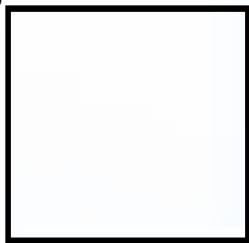
مربع

• شما شکل مربع را می شناسید، کی فرق مربع و مستطیل را گفته می تواند؟

چهار ضلعی یی که هر چهار زاویه آن قایمه و هر چهار ضلع آن با هم مساوی باشد مربع نامیده می شود، مانند: مربع (الف ب ج د).



الف



د

ج

ب

$$d = b = \hat{a} = \hat{c} = 90^\circ$$

$$\overline{a} = \overline{b} = \overline{c} = \overline{d} = \text{الف ب}$$

$$\overline{a} \parallel \overline{c}, \overline{b} \parallel \overline{d} = \text{الف ب}$$

فعالیت

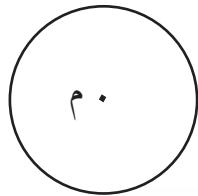
یک قطعه خط (الف ب) به طول ۵ سانتی متر رسم کنید، در انجام های قطعه خط مذکور دو زاویه قایمه رسم کنید. روی اصلاح دومی زاویه های مذکور به طول ۵ سانتی متر نقاط (ج) و (د) را نشانی کرده با هم وصل کنید. به شکل ترسیم شده دقت کنید، حدس بزنید که چی نام دارد؛ سپس به سوال های زیر جواب دهید.

- ۱- طول قطعه خط (ج د) چند سانتی متر است؟
- ۲- طول قطعه خطهای شکل ترسیم شده با هم چی ارتباط دارند؟
- ۳- دو زاویه رسم شده دیگر چند درجه اند و هر چهار زاویه با هم چی ارتباط دارند؟
- ۴- شکل ترسیم شده نظر به خصوصیات اضلاع و زاویه‌ها به نام چی یاد می‌شود؟
- ۵- بین اضلاع و زاویه‌های یک مربع چی ارتباط وجود دارد؟
- ۶- اگر نقطه (الف) را به (د) و (ج) را به (ب) وصل کنیم، قطعه خطهای (د الف) و (ب ج) را به نام چی یاد می‌کنند؟
- ۷- قطرهای مذکور را اندازه نموده، مقایسه کنید و بگویید که با هم چی ارتباط دارند.



یک مربع را با قطرهای آن رسم کنید که طول یک ضلع آن ۴ سانتی متر باشد. طول قطرهای مربع را توسط خط کش، اندازه کنید و بگویید این قطرها از لحاظ طول با هم چی ارتباط دارند؟

دایره



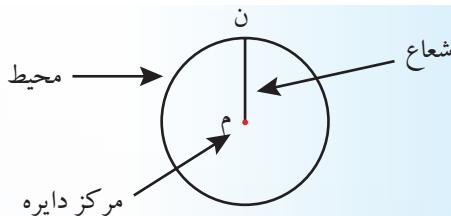
۴۰

- آیا می‌دانید شکل ذیل چی نام دارد؟
- برای این که شما یک دایره را رسم نمایید، چی می‌کنید؟



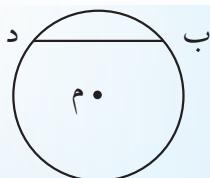
فعالیت

یک سر تار را به قلم پنسل بسته کنید و سر دیگر آن را به شکل یک حلقه گرمه بزنید بعد یک سنجاق را داخل حلقه نموده، سنجاق را روی کاغذ نصب کنید و دور آن، قلم پنسل را یک دور مکمل بدھید. منحنی بسته که از اثر نوک پنسل به روی صفحه کاغذ رسم می‌شود دایره می‌باشد؛ پس گفته می‌توانیم که : دایره منحنی بسته است که تمام نقاط آن از یک نقطه ثابت فاصله مساوی داشته باشد. منحنی بسته را محیط دایره، نقطه ثابت را به نام مرکز دایره و قطعه خطی که محیط دایره را به مرکز آن وصل می‌نماید، شعاع دایره نامیده می‌شود، مانند: دایره زیر که در آن محیط، مرکز و شعاع آن نشان داده شده است.



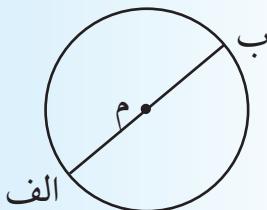
وتر دایره

قطعه خطی که دو نقطه محیط دایره را با هم وصل می‌کند، وتر دایره گفته می‌شود، مانند: وتر (د ب) در دایره زیر.



قطر دایره

قطعه خطی که از مرکز دایره گذشته و دو نقطه محيط را با هم وصل می کند، قطر دایره نامیده می شود، مانند: قطر (ب الف).



قطر دایره مساوی به دو چند شعاع آن است، یعنی: شعاع $\times 2 =$ قطر.

فعالیت

با استفاده از پر کار و خط کش یک دایره و سه وتر آن را طوری رسم کنید که یک وتر آن از مرکز دایره بگذرد. هر وتر را توسط دو حرف نشان دهید و به سؤال های زیر جواب دهید.

- ۱- طول هر وتر را اندازه کنید، طولترین وتر آن کدام است. و بگویید که به چی نام یاد می شود؟
- ۲- طول وتر طویل (قطر) را با شعاع همان دایره مقایسه کنید.
- ۳- به کمک خط کش ۳ قطر و ۳ وتر دیگر دایره را رسم کنید.
- ۴- در یک دایره چند وتر و چند قطر رسم کرده می توانید؟

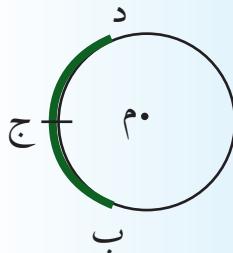


یک دایره رسم کنید و در آن مرکز، محيط، شعاع، قطر و وتر دایره را نشان دهید.

قوس دایره

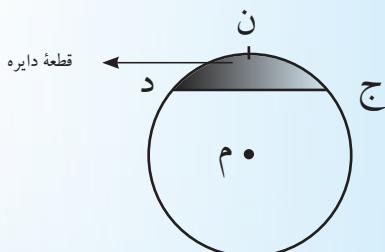
- قسمتی از محیط دایره، چه نوع خط را می‌سازد؟
- آن قسمت دایره که توسط وتر جدا می‌شود، به نام چی یاد می‌شود؟
- آن یک قسمت از دایره که توسط دو شعاع دایره جدا می‌شود، به نام چی یاد می‌شود؟

یک حصة از محیط دایره را قوس دایره می‌نامند، مانند: قوس (د ج ب) و این طور نشان داده می‌شود، قوس (د ج ب) یا $(\widehat{DJ})_B$.



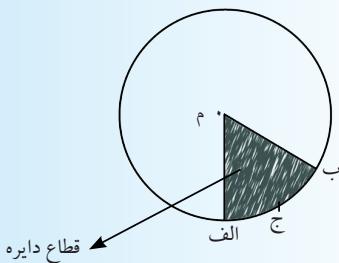
قطعه دایره

یک حصة از سطح دایره که توسط قوس دایره و وتر مربوط آن احاطه شده باشد، قطعه دایره نامیده می‌شود، مانند: ساحة که توسط قوس (ج ن د) و وتر (ج د) احاطه شده است.



قطاع دایره

یک حصة از سطح دایره که توسط دو شعاع و قوس مربوط آن احاطه شده باشد، قطاع دایره گفته می‌شود، مانند: ساحة پرداز شده که توسط شعاع‌های (الف م) و (ب م) و قوس (ب ج الف) احاطه شده است.



فعالیت

یک دایره رسم کنید، یک حصة محیط (قوس) آن را توسط (ق ج س) مشخص نموده و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

الف) اگر نقطه (ق) را به نقطه (س) وصل کنید، قطعه خط (س ق) به چی نام یاد می‌شود؟

ب) ساحة که توسط قوس (س ج ق) و وتر (س ق) احاطه شده، به نام چی یاد می‌شود؟

ج) اگر نقاط (ق) و (س) را به مرکز دایره وصل کنید، قسمتی که توسط این دو شعاع و قوس مربوط آن جدا می‌گردد، به نام چی یاد می‌شود؟



یک دایره رسم کنید و در آن مرکز، محیط، شعاع، وتر، قوس، قطر، قطعه و قطاع دایره را نشان دهید.

تمرین



با استفاده از پرکار یک دایره به شعاع ۵ سانتی‌متر رسم کنید و جواب سؤال های زیر را در آن نشان دهید.

الف) در یک دایره چند مرکز را دیده می‌توانید؟

ب) در یک دایره چند شعاع و چند وتر رسم کرده می‌توانید؟

ج) در یک دایره چند قطر رسم کرده می‌توانید؟

د) اگر بگوییم شعاع دایره نصف قطر آن است، آیا صحیح گفته ایم یا نه؟

ه) اگر بگوییم در یک دایره بزرگترین وتر، قطر آن است، آیا صحیح گفته ایم یا نه؟

و) دایره منحنی باز است یا بسته؟

ز) اگر بگوییم در مقابل عین قوس، قطعه دایره کوچکتر از قطاع آن است، آیا صحیح گفته ایم یا نه؟

۲- یک قطعه خط (\overline{dm}) رسم کنید، به نقطه (م) آن یک زاویه 60° درجه رسم نمایید، نقطه (م) را مرکز گرفته به شعاع (\overline{dm}) یک دایره رسم کنید، نقطه تقاطع محیط و ضلع دومی زاویه را (ج) بگوید و آن را به نقطه (د) وصل نموده و به سؤال‌های زیر جواب دهید.

الف) هر یک از زاویه‌های مثلث ترسیم شده را اندازه نمایید، بگویید مثلث از لحاظ زاویه به نام چی یاد می‌شود؟

ب) هر یک از اضلاع مثلث را اندازه نموده، بگویید مثلث از لحاظ اضلاع

به چی نام یاد می شود.

ج) شعاع ($\overset{\text{ه}}{d_m}$) را با وتر (د ج) مقایسه نموده، به خانهٔ خالی زیر یکی از علامه‌های (=، > و یا <) را بنویسید.
د ج d_m
د: رأس زاویه (d_m ج) به کدام حصهٔ دایره قرار دارد؟

فصل چهارم

بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک

برای این که بزرگترین قاسم مشترک و کوچکترین مضرب مشترک دو و یا چند عدد را دریافت کرده بتوانیم، لازم است که نخست قابلیت‌های تقسیم بر اعداد، مفاهیم قاسم و مضرب یک عدد و اعداد اولیه و غیر اولیه را بدانیم.

قابلیت تقسیم بر ۲، ۳، ۵ و ۶

- آیا عدد ۲۱۰ به اعداد ۲ و ۳ پوره قابل تقسیم است یا خیر؟
- آیا مجموعه ارقام عدد ۲۴۵۱ را پیدا کرده می‌توانید؟



قابلیت تقسیم بر ۲: هر عددی که رقم یک‌های آن جفت و یا صفر باشد، بر عدد ۲ پوره قابل تقسیم می‌باشد، مانند: اعداد ۶۳۴، ۳۴۲، ۷۹۰، ۵۹۸، ۳۲۷۲ بر عدد ۲ پوره قابل تقسیم اند؛ زیرا رقم یک‌های آن جفت یا صفر است.

برای امتحان: $634 \div 2 = 317$ ، $342 \div 2 = 171$

$$3272 \div 2 = 1636$$

قابلیت تقسیم بر ۳: هر عددی که مجموع ارقام آن بر ۳ پوره تقسیم شود، آن عدد بر ۳ پوره تقسیم می‌گردد، مانند: اعداد ۵۷۳، ۸۴۳، ۴۲۶، ۳۲۴۶ بر عدد ۳ پوره قابل تقسیم اند؛ زیرا حاصل جمع ارقام آن‌ها که بر عدد ۳ پوره تقسیم می‌شود، یعنی:

$$4 + 2 + 6 = 12$$

$$5 + 7 + 3 = 15$$

$$3 + 2 + 4 + 6 = 15$$

برای امتحان:

$$426 \div 3 = 142$$

$$843 \div 3 = 281$$

$$573 \div 3 = 191$$

$$3246 \div 3 = 1082$$



قابلیت تقسیم بر ۶: عددی که همزمان بر اعداد ۲ و ۳ پوره

قابل تقسیم باشد، بر عدد ۶ نیز پوره قابل تقسیم است، مانند: اعداد ۲۳۱۰، ۳۲۴۶، ۱۸، ۲۲۸ که بر عدد ۶ پوره قابل تقسیم اند؛ زیرا هر یک آن‌ها بر عدد ۲ و هم بر عدد ۳ پوره تقسیم می‌شوند، یعنی:

$$2310 \div 3 = 770 \quad \text{وهم}$$

$$2310 \div 2 = 1155$$

بنابرآن

$$3246 \div 3 = 1082 \quad \text{وهم}$$

$$3246 \div 2 = 1623$$

بنابرآن

$$18 \div 3 = 6$$

$$18 \div 2 = 9$$

بنابرآن

$$228 \div 3 = 76$$

$$228 \div 2 = 114$$

بنابرآن

$$228 \div 6 = 38$$

بنابرآن

فعالیت

در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

۱۲۹ ، ۳۰۰ ، ۴۸۳ ، ۵۴۲ ، ۳۹۶ ، ۶۹۳ ، ۳۰۴ ، ۸۲

اعدادی که بر ۲ پوره قابل تقسیم اند، عبارت اند از:

_____، _____، _____، _____، _____

اعدادی که بر ۳ پوره قابل تقسیم اند، عبارت اند از:

_____، _____، _____، _____، _____

اعدادی که بر ۶ پوره قابل تقسیم اند، عبارت اند از:

_____، _____، _____

کار خانه‌گی



سه عدد را بنویسید که همزمان بر (۲، ۳ و ۶) پوره قابل تقسیم باشند.



اعداد زیر را به دقت بخوانید و بگویید که کدام یک آن بر عدد ۲، کدام یک بر عدد ۳ و کدام یک آن بر عدد ۶ پوره قابل تقسیم است ۷۹۲، ۸۵۰، ۲۵۸، ۴۳۲۶، ۳۲۱، ۶۲۲، ۱۵۲۲، ۷۳۲۰.

۲- زیر اعدادی که بر ۲ پوره قابل تقسیم اند، خط بکشید.
۷۲۴، ۲۰۱۶، ۱۰۰۵، ۵۶۹۷، ۷۲۰۲۰، ۶۱۳۵، ۱۰۰۰.

۳- دور اعدادی را که بر ۳ پوره قابل تقسیم اند، حلقه نمایید.
۳۵۵، ۲۷۶۱، ۱۷۱۱۲، ۵۶۳۲، ۶۲۳۱۳، ۵۱۳۶، ۱۰۰۲

۴- با استفاده از رقم‌های ۳، ۴ و ۵، شش عدد سه رقمی‌یی بنویسید که بالای عدد ۳ پوره قابل تقسیم باشند.

۵- دور اعدادی را که بر ۶ پوره قابل تقسیم اند، حلقه نمایید.
۳۹۶، ۷۳۶۸، ۵۴۹، ۹۴۸۴، ۴۳۲۵، ۳۰۰، ۷۶۲۰

۶- تمام اعداد سه رقمی را بنویسید که فقط متشکل از ارقام ۰، ۲ و ۷ بوده باشد.

۷- عوض هر یک از ستاره‌های که در وسط یا اخیر اعداد قرار دارد کدام رقم نوشته شود، تا اعداد حاصله بر ۳ پوره تقسیم شود.

۱۴*، ۲*۵، ۲*۶ و ۶۴*

۸- سه عددی را پیدا کنید که فقط متشکل از رقم ۱ بوده و بر ۳ پوره قابل تقسیم باشد.

۹- عوض هر یک از ستاره‌های که در وسط، اول و ختم اعداد آمده است کدام رقم نوشته شود، تا اعداد حاصله بر ۶ پوره تقسیم شوند.
۶۰، ۴۲* و ۲*۶

قابلیت تقسیم بر ۵: اعدادی که رقم یک‌های آن صفر یا ۵ باشد، بر عدد ۵ پوره تقسیم می‌گردد، طور مثال: اعداد ۹۰۰۵

۸۱۷۰، ۱۲۴۵، ۱۰۰۰، ۳۱۰۵ بر عدد ۵ پوره تقسیم می‌گردد؛ زیرا رقم یک‌های آن‌ها صفر یا ۵ است.

$$\text{برای امتحان: } 8170 \div 5 = 1634, \quad 9005 \div 5 = 1801$$

$$3105 \div 5 = 621, \quad 1000 \div 5 = 200, \quad 1245 \div 5 = 249$$

قابلیت تقسیم بر ۱۰: عددی که رقم یک‌های آن صفر باشد،

بر عدد ۱۰ پوره تقسیم می‌گردد، طور مثال: اعداد ۲۷۰، ۱۸۹۰، ۳۵۶۰، ۱۰۰۰ بر عدد ۱۰ پوره تقسیم می‌شوند؛ زیرا رقم یک‌های آن‌ها صفر است.

$$3560 \div 10 = 356, \quad 270 \div 10 = 27$$

$$1890 \div 10 = 189, \quad 1000 \div 10 = 100$$

فعالیت

تمام اعداد را از ۱ الی ۳۰ به ترتیب بنویسید. با استفاده از قابلیت تقسیم بر ۵ و ۱۰، در جاهای خالی اعداد مناسب آن را بنویسید.
اعدادی که بر ۵ پوره قابل تقسیم می‌باشند، عبارت انداز:

_____، _____، _____، _____، _____، _____

اعدادی که بر ۱۰ پوره قابل تقسیم می‌باشند، عبارت انداز:
_____، _____، _____، _____

اعدادی که بر ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم می‌باشند، عبارت انداز:
_____، _____، _____

کدام یک از اعداد ذیل بر ۵ و کدام یک آنها بر ۱۰ پوره تقسیم می‌شود به طور جداگانه بنویسید.

۸۳۲۵، ۹۰۰، ۹۵۴۵، ۶۳۷۰، ۶۴۵۵



۱- عددهای زیر را به دقت بخوانید؛ سپس دور اعدادی که بر ۵ پوره قابل تقسیم اند، حلقه کنید.

۲۰۱۱۵، ۹۰۰۵، ۴۱۰۰۰، ۲۱۱۹، ۷۴۳۲۵، ۶۳۰، ۱۰۰۱۷، ۹۰۷۱، ۴۶۵۰

۲- اعداد ۹۰۰۱، ۶۰۰۰، ۵۱۵، ۷۱۰۰، ۱۰۰۰، ۸۰۳۵، ۷۶۵۳، ۶۰۰۲ را در نظر بگیرید و به سوالهای زیر جواب دهید.

الف) کدام اعداد بر ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم اند؟ چرا؟

ب) کدام اعداد بر ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم نیستند؟ چرا؟

۳- پنج عددی بنویسید، که بر ۵ پوره تقسیم شود.

۴- پنج عدد بنویسید که بر ۱۰ پوره تقسیم شود.

۵- پنج عددی را بنویسید، که بر ۵ و ۱۰ پوره تقسیم شود.

۶- اعداد سه رقمی را بنویسید، که فقط متشكل از ارقام ۱، ۰ و ۵ بوده و بر ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم باشد.

۷- دو عدد را بنویسید، که هم‌زمان بر ۲، ۳، ۵، ۶ و ۱۰ قابلیت تقسیم را داشته باشند.

مفاهیم قاسم و مضرب

اگر در یک عملیه تقسیم باقی‌مانده صفر شود، یعنی: مقسوم بر مقسوم علیه پوره تقسیم شود، در این صورت مقسوم و مقسوم علیه را به کدام نام یاد می‌کنند؟



برای شناختن مفهوم قاسم یک عدد، طور مثال عدد ۴ را در نظر می‌گیریم، عدد ۴ برابر عدد (۲) پوره تقسیم می‌شود. در اینجا عدد (۲) را قاسم عدد (۴) می‌گویند و از طرف دیگر عدد (۴) برابر عدد (۱) پوره تقسیم می‌شود که عدد (۱) را نیز قاسم عدد (۴) می‌گویند و همچنان عدد (۴) برابر عدد (۴) نیز پوره تقسیم می‌شود؛ پس عدد (۴) را هم قاسم عدد (۴) می‌نامند.

بنابراین می‌توانیم، بنویسیم که قاسم‌های عدد (۴) عبارت اند از ۱، ۲، ۴؛ اما عدد ۳ قاسم عدد (۴) نمی‌باشد؛ زیرا عدد (۴) بالای عدد (۳) پوره تقسیم نمی‌شود؛ لیکن اگر عدد (۶) برابر عدد ۳ تقسیم کنیم، پوره تقسیم می‌شود؛ پس عدد ۳ یک قاسم عدد ۶ می‌باشد؛ اما عدد ۵ قاسم ۶ نیست؛ زیرا عدد ۶ برابر عدد ۵ پوره تقسیم نمی‌شود؛

۶، ۳، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۶

بنابرآن:

حالا اگر عدد ۸ را در نظر بگیریم، قاسم‌های عدد ۸ عبارت اند از:
۸، ۴، ۲، ۱ = قاسم‌های عدد ۸

اما هیچ کدام از اعداد ۳، ۵ و ۷ قاسم عدد ۸ نیست.

برای شناختن مفهوم مضرب یک عدد، اگر یک عدد را به ترتیب در اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ... ضرب نماییم یک چند، دو چند، سه چند،

چهار چند، ... آن عدد به دست می‌آید، همین یک چند، دو چند، سه چند، چهار چند، ... آن عدد را مضرب‌های همان عدد گویند، طور مثال: اگر عدد ۲ را به ترتیب در اعداد ۱، ۳، ۲، ۴، ... ضرب نماییم، یک چند عدد ۲ ($1 \times 2 = 2$)، دو چند عدد ۲، ($2 \times 2 = 4$) سه چند عدد ۲، ($3 \times 2 = 6$)، چهار چند عدد ۲، ($4 \times 2 = 8$) به دست می‌آید که همین اعداد ۲، ۴، ۶، ۸، ... را مضرب‌های عدد ۲ می‌گویند، پس می‌توانیم بنویسیم که:

۲ = مضرب‌های عدد ۲، ۸، ۶، ۴، ...

فعالیت

- ۱- قاسم‌های هر عدد زیر را در جاهای خالی آن بنویسید.
 $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$ = قاسم‌های عدد ۹
 $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$ = قاسم‌های عدد ۱۰
- ۲- آیا عدد ۵ قاسم عدد ۴۵ است؟ چرا؟
 ۳- آیا ۱۶ قاسم عدد ۸ است؟ چرا؟
- ۴- در جاهای خالی سه مضرب دیگر عده‌های ۴، ۷ و ۹ را بنویسید.
 $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$ = مضرب‌های عدد ۴
 $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$ = مضرب‌های عدد ۷
 $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$, $\underline{\quad}$ = مضرب‌های عدد ۹
- ۵- با در نظر داشت فعالیت بالا کدام عدد هم مضرب ۴ و هم مضرب عدد ۷ است؟
 ۶- آیا عدد ۴۴ مضرب عدد ۱۱ است?
 ۷- سه مضرب عدد ۱۱ را بنویسید.

کار خانه‌گی



- ۱- تمام قاسم‌های عدد 30 را به ترتیب زیاد شدن بنویسید.
- ۲- از اعداد $75, 68, 63, 51, 34, 42, 21, 24, 16, 14$ اعدادی را انتخاب کیند که:
- الف) مضرب عدد 2 باشد.
 - ب) مضرب عدد 7 باشد.
 - ج) مضرب عدد 8 باشد.
 - د) مضرب عدد 17 باشد.

تمرین



- ۱- آیا عدد 7 قاسم عدد 28 است؟ چرا؟
 - ۲- آیا عدد 5 قاسم عدد 16 است؟ چرا؟
 - ۳- قاسم‌های عدد 12 را بنویسید.
 - ۴- آیا عدد 3 قاسم عدد 5 است؟ چرا؟
 - ۵- آیا عدد 45 مضرب عدد 9 است؟ چرا؟
 - ۶- آیا عدد 25 مضرب عدد 7 است؟ چرا؟
 - ۷- آیا عدد 56 مضرب عدد 8 است؟ چرا؟
 - ۸- آیا عدد 100 مضرب عدد 9 است؟ چرا؟
 - ۹- آیا عدد 35 بر عدد 5 پوره تقسیم می‌شود؟ عدد 5 به کدام نام و عدد 35 به کدام نام یاد می‌شود؟
 - ۱۰- از اعداد زیر، اول قاسم‌های اعداد 20 و 16 را و سپس مضرب‌های اعداد 4 و 3 را بنویسید.
- $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20$
- ۱۱- قاسم‌های عدد $9, 12, 25$ و 11 را بنویسید.
 - ۱۲- مضرب‌های دو رقمی اعداد 8 و 11 را طور جداگانه بنویسید.

۱۳- اعداد دو رقمی را بنویسید که:

الف) قاسم‌های ۱۰۰ باشند.

ب) مضرب‌های ۲۵ باشند.

۱۴- از جمله اعداد ۱۷۴، ۱۷۸، ۱۹۱، ۱۹۵، ۳۲۰، ۳۴۶، ۴۲۵، ۴۷۵ اعدادی

را دریابید که:

الف) مضرب ۲ باشند.

ب) مضرب ۵ باشند.

۱۵- از اعداد ۵۰، ۵۶، ۲۴، ۲۰، ۳۶، ۶، ۴، ۲ و ۱۲ قاسم‌های عدد ۱۲ را دریافت

نموده و بنویسید؛ سپس مضرب‌های عدد ۱۲ را نشانی نموده و بنویسید.

اعداد اولیه و غیر اولیه (مرکب)

- اعدادی که تنها دو قاسم دارند، به نام چی یاد می‌شوند؟
- اعدادی که بیشتر از دو قاسم دارند، به نام چی یاد می‌شوند؟
به اعداد زیر توجه کنید:



۲، ۳، ۴، ۶، ۷، ۸

بنابر معلومات قبلی می‌توانیم بنویسیم که:

۱ = قاسم‌های عدد ۲	۱ = قاسم‌های عدد ۳
۱ = قاسم‌های عدد ۴	۱ = قاسم‌های عدد ۶
۱ = قاسم‌های عدد ۷	۱ = قاسم‌های عدد ۸

هرگاه به قاسم‌های اعداد فوق دقت شود، دیده می‌شود که اعداد ۲، ۳ و ۷ هر یک دارای ۲ قاسم، یعنی: خود عدد و عدد یک و در اعداد ۴، ۶ و ۸ هر یک علاوه از دو قاسم، دارای قاسم‌های دیگر نیز می‌باشد.
بنابر آن اعداد، مانند: ۲، ۳ و ۷ را به نام اعداد اولیه و اعداد، مانند: ۴، ۶ و ۸ را به نام اعداد غیر اولیه (مرکب) یاد می‌کنند.

بنابر آن می‌توانیم بنویسیم که:

اعداد اولیه: اعدادی را گویند که فقط دارای دو قاسم که عبارت از خود عدد و عدد (۱) است، می‌باشد.

اعداد غیر اولیه (مرکب): اعدادی را گویند که بیش از ۲ قاسم داشته باشند، یعنی: غیر از یک و خودش به اعداد دیگر نیز پوره قابل تقسیم باشند.

خوردنترین عدد اولیه عبارت از ۲ است و این یگانه عدد اولیه است که جفت می‌باشد؛ اما تمام اعداد اولیه دیگر، طاق می‌باشند.
در بین اعداد، عددی هم وجود دارد که نه به اعداد اولیه و نه به اعداد غیر اولیه (مرکب) مربوط می‌شود، این عدد عبارت از عدد (۱) می‌باشد، زیرا عدد (۱) فقط دارای یک قاسم است و بس.

در جدول زیر دیده می شود که اعداد از ۱ الی ۱۰۰ به ترتیب نوشته شده اند، تمام اعدادی که به دور آن حلقه کشیده شده است، به نام اعداد اولیه یاد می شوند؛ زیرا این ها اعدادی اند که فقط به عدد (۱) و خود شان پوره قابل تقسیم می باشند.

۱	(۲)	(۳)	۴	(۵)	۶	(۷)	۸	(۹)	۱۰
(۱۱)	۱۲	(۱۳)	۱۴	۱۵	۱۶	(۱۷)	۱۸	(۱۹)	۲۰
۲۱	۲۲	(۲۳)	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	(۲۹)	۳۰
(۳۱)	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	(۳۷)	۳۸	۳۹	۴۰
(۴۱)	۴۲	(۴۳)	۴۴	۴۵	۴۶	(۴۷)	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	(۵۳)	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	(۵۹)	۶۰
(۶۱)	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	(۶۷)	۶۸	۶۹	۷۰
(۷۱)	۷۲	(۷۳)	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	(۷۹)	۸۰
۸۱	۸۲	(۸۳)	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	(۸۹)	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	(۹۷)	۹۸	۹۹	۱۰۰

فعالیت

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$\begin{array}{ccc} 2 \times 3 = 6 & , & 2 \times 2 \times 3 = 12 \\ 2 \times 3 \times 3 = 18 & , & 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36 \end{array}$$

دیده می‌شود که چگونه با استفاده از ضرب اعداد ۲ و ۳، اعداد زیادی ساخته می‌شوند.

به همین ترتیب ۴ عدد دیگر بنویسید که فقط از ضرب اعداد ۲ و ۳ حاصل شده باشند؛ همچنان ۴ عددی را بنویسید که فقط از ضرب اعداد ۲ و ۵ ساخته شوند.

عدد ۱۲، عدد اولیه نیست؛ زیرا قاسم‌های عدد ۱۲ عبارت اند از:
۱۲، ۲، ۱، ۶، ۳، ۴

در بین این اعداد ۲ و ۳، اعداد اولیه اند که قاسم‌های اولیه عدد ۱۲ نیز می‌باشند.

کار خانه‌گی



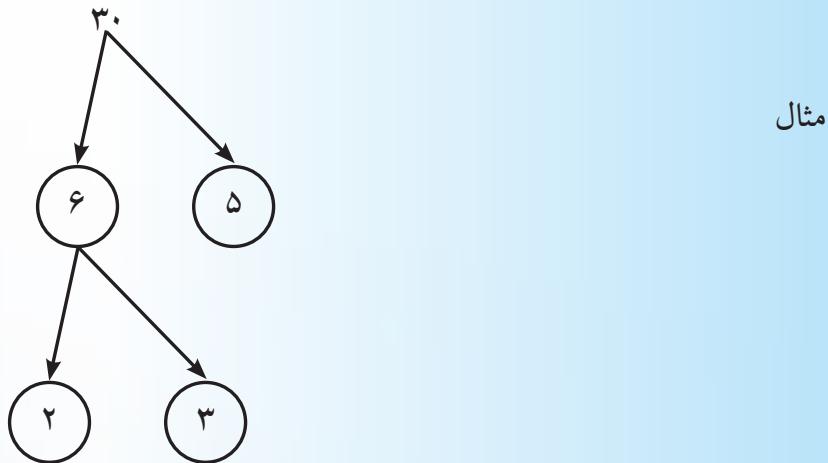
از جمله اعداد زیر کدام آن‌ها اولیه و کدام آن‌ها غیر اولیه اند؟ به طور جداگانه بنویسید.

۲۱۶، ۱۰۱، ۱۲۱، ۲۵۳، ۴۰۹، ۵۶۳، ۸۶۳، ۹۷۷ ۱۰۰، ۵۵

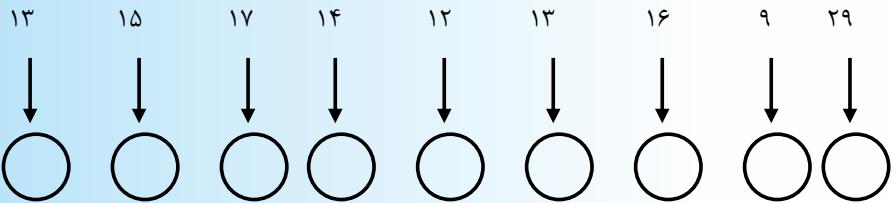
تمرین



- ۱- آیا حاصل ضرب دو عدد اولیه:
 الف) یک عدد اولیه است؟
 ب) یک عدد غیر اولیه است؟
- ۲- از جمله عددهای زیر کدام آن‌ها عددهای اولیه و کدام آن‌ها عددهای غیر اولیه اند؟
- ۳- نشان دهید، که عددهای ۲۹۶۸، ۳۶۰۰، ۸۸۸ و ۳۶۰، غیر اولیه اند.
- ۴- قاسم‌های عدد ۵۰ را پیدا کنید و از جمله آن‌ها عددهای اولیه را بنویسید.
- ۵- مانند مثال زیر عمل کنید و قاسم‌های اولیه اعداد ۴۲، ۲۱ و ۹۰ را پیدا کنید.



- ۶- در اعداد زیر، دور عددهای اولیه یک خط و دور عددهای غیر اولیه دو خط بکشید؛ سپس در دایره‌های مربوط هر عدد، یک قاسم آن را که عدد اولیه باشد، بنویسید.



۷- با در نظر داشت سؤال فوق، کدام یک از جمله های زیر صحیح و کدام یک آن غلط است؟ جمله صحیح را به علامت (✓) و جمله غلط را به علامت (✗) مشخص نموده علت صحیح بودن و غلط بودن آن را توضیح دهید.

الف) عدد ۱۲۹ اولیه است.

ب) عدد (۱)، عدد اولیه نیست.

ج) قاسم های عدد ۲۱، اعداد اولیه می باشند.

د) هر عدد کم از کم یک قاسم از اعداد اولیه دارد.

ه) اگر عدد جفت باشد، اولیه نیست.

و) عدد ۳۰ دارای سه قاسم اولیه است.

قاسم‌های مشترک و تعیین بزرگترین قاسم مشترک دو و یا چند عدد



• مفهوم قاسم یک عدد را بیان کنید؟
برای دریافت قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک،
مثال‌های زیر را در نظر می‌گیریم.

مثال اول: برای دریافت قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۶ و ۱۸ چنین عمل می‌کنیم.

$$6, 3, 2, 1 = \text{قاسم‌های عدد } 6$$

$$18, 9, 6, 3, 2, 1 = \text{قاسم‌های عدد } 18$$

$$1, 2, 3, 6 = \text{قاسم‌های مشترک اعداد } 6 \text{ و } 18$$

از جمله قاسم‌های مشترک (۱، ۲، ۳، ۶) بزرگترین آن‌ها، عدد ۶ می‌باشد. اگر عدد ۶ و ۱۸ را بر آن تقسیم کنیم، پوره تقسیم می‌شود، پس می‌توانیم بنویسیم که:

$6 = \text{بزرگترین قاسم مشترک عده‌های } 6 \text{ و } 18$
بنابرآن از جمله قاسم‌های مشترک دو یا زیاده از دو عدد همان قسمی که از همه بزرگتر است، بزرگترین قاسم مشترک آن‌ها می‌باشد.

مثال دوم: برای دریافت قاسم‌های مشترک و بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۱۲ و ۲۸ چنین عمل می‌کنیم:

$$12, 6, 4, 3, 2, 1 = \text{قاسم‌های عدد } 12$$

حل

$$28, 14, 7, 4, 2, 1 = \text{قاسم‌های عدد } 28$$

$$4, 2, 1 = \text{قاسم‌های مشترک اعداد } 12 \text{ و } 28$$

$$4 = \text{بزرگترین قاسم مشترک اعداد } 12 \text{ و } 28$$

فعالیت

قاسم‌های مشترک و بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد ۳۶ و ۵۴ را دریابید.



قاسم‌های مشترک و بزرگ‌ترین قاسم مشترک عده‌های ۱۴ و ۲۰ را دریابید.



قاسم‌های مشترک و بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد زیر را دریابید.

۱- $(30, 40)$

۲- $(40, 60)$

۳- $(24, 36)$

۴- $(56, 28)$

۵- $(56, 24)$

۶- $(44, 22, 34)$

۷- نشان دهید که عدد ۴ بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد ۱۶ و ۲۰ می‌باشد.

۸- نشان دهید که عدد ۳ بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد ۱۴ و ۲۶ نمی‌باشد.

مضرب‌های مشترک و تعیین کوچکترین مضرب مشترک دو و یا چند عدد

- مفهوم مضرب یک عدد را بیان کنید.



برای دریافت مضرب مشترک و کوچکترین مضرب مشترک، مثال‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

مثال اول: برای دریافت مضرب مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۲ و ۳ چنین عمل می‌کنیم:

حل: نظر به معلومات قبلی می‌توانیم بنویسیم که:

$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots = \text{مضرب‌های عدد } 2$$

$$3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, \dots = \text{مضرب‌های عدد } 3$$

طوری که دیده می‌شود، مضرب‌های مشترک اعداد ۲ و ۳ عبارت اند از: اعداد (۶، ۱۲، ۱۸، ۴۰۰).

از جمله این اعداد که هم بر عدد ۲ و هم بر عدد ۳ پوره قابل تقسیم اند کوچکترین آن‌ها عدد (۶) است که همین عدد ۶ را کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۲ و ۳ گویند.

مثال دوم: مضرب مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۴ و ۶ چنین دریافت می‌گردد:

حل: نظر به معلومات قبلی می‌توانیم بنویسیم که:

$$4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \dots = \text{مضرب‌های عدد } 4$$

$$6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots = \text{مضرب‌های عدد } 6$$

$$12, 24, 36, \dots = \text{مضرب‌های مشترک اعداد ۴ و ۶}$$

طوری که دیده می‌شود مضرب‌های مشترک اعداد ۴ و ۶ بسیار زیاد است، اما عدد ۱۲ کوچکترین مضرب مشترک این دو عدد است؛ یعنی: کوچکترین عددی است که اگر به دو عدد ۴ و ۶ تقسیم شود، باقیمانده ندارد.

لذا می‌توانیم، بنویسیم که:

$$12 = \text{کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۴ و ۶}$$

فعالیت

مضرب‌های مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۶ و ۹ را دریابید.

کار خانه‌گی



مضرب‌های مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۸ و ۱۲ را دریابید.

تمرین



کوچکترین مضرب مشترک اعداد زیر را دریافت کنید.

۱- (۴, ۸)

۲- (۵, ۱۰)

۳- (۴, ۶)

۴- (۱۰, ۱۵)

۵- (۶, ۹)

۶- (۳, ۵, ۷)

۷- (۲, ۶, ۸)

۸- آیا عدد ۳۰ کوچکترین مضرب مشترک عدهای (۵) و (۶) است یا خیر؟

۹- آیا عدد ۲۴ کوچکترین مضرب مشترک عدهای ۲ و ۸ است یا خیر؟

دريافت کوچکترین مضرب مشترک به واسطه تجزيه

۰ آیا کوچکترین مضرب مشترک دو یا چند عدد را دریافت نموده می‌توانید؟

در اين طريقه اعدادي را كه می‌خواهيم کوچکترین مضرب مشترک آنها را معلوم کنيم، آنها را در يك سطر جدا جدا می‌نويسيم؛



بعد از آن به طرف چپ اعداد داده شده یک خط عمودی را رسم می نماییم، به طرف چپ خط عمودی، از جمله عددهای اولیه، همان عدد را مقسوم علیه قرار می دهیم که حداقل در قسمت های دو عدد داده شده (مقسوم های داده شده) مشترک باشد؛ عمل تقسیم را انجام داده، هر خارج قسمت را پایین مقسوم های آن می نویسیم.

اعدادی را که پوره تقسیم نمی شوند در پایین به حالت خود شان می نویسیم؛ به همین ترتیب عمل تقسیم را تا وقتی ادامه می دهیم که در هیچ دو عدد از خارج قسمت های اخیر یا مقسوم های جدید، کدام قاسم مشترک پیدا شده نتواند.

در اخیر تمام اعداد خارج قسمت و تمام اعداد مقسوم علیه را با هم ضرب نموده کوچکترین مضرب مشترک حاصل می گردد.

2	4	5	8	
2	2	5	4	
	1	5	2	

مثال اول: کوچکترین مضرب مشترک اعداد (8) ، (5) و (4) را چنین دریافت می کنیم:

در نتیجه $40 = 2 \times 5 \times 1 \times 2 \times 2$ کوچکترین مضرب مشترک اعداد داده شده می باشد.

مثال دوم: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 5 ، 10 ، 12 و 15 را چنین دریافت می کنیم:

2	5	10	12	15	
3	5	5	6	15	
	5	5	2	5	
	1	1	2	1	

پس کوچکترین مضرب مشترک $2 \times 3 \times 5 = 60$ می باشد.

فعالیت

طور گروهی کار کنید و کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۶۰، ۹۰ و ۱۵۰ را به واسطه تجزیه به دست آورید.



کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۱۲۰، ۱۸۰ و ۳۰۰ را پیدا کنید.

تمرین



کوچکترین مضرب مشترک اعداد زیر را به واسطه تجزیه پیدا کنید.

- ۱- (۹، ۱۵، ۲۷)
- ۲- (۱۲، ۳۶، ۴۲)
- ۳- (۲۵، ۵۰، ۷۵)
- ۴- (۵۶، ۶۴، ۷۲)
- ۵- (۱۲، ۳۰، ۴۲)
- ۶- (۳۲، ۹۶، ۱۰۰، ۱۴۴)
- ۷- (۱۶، ۲۴، ۳۲، ۳۸)
- ۸- (۲۵، ۳۰، ۳۵، ۴۰)
- ۹- (۲۲، ۳۳، ۵۵، ۱۱۰)

فصل پنجم

کسرها و عملیه‌های چهارگانه آن

کسرها



- چهارم حصه یک شی را توسط عدد نشان دهد؟

در شکل زیر یک خربوزه به چهار حصه مساوی تقسیم شده است، یک حصه این خربوزه در یک بشقاب و $\frac{3}{4}$ حصه آن در بشقاب دیگر گذاشته شده است. گفته می‌شود که در بشقاب اول، یک چهارم و در بشقاب دوم، سه چهارم حصه خربوزه گذاشته شده است. مقدار خربوزه بشقاب اول را به $(\frac{1}{4})$ و از بشقاب دوم را به $(\frac{3}{4})$ نشان می‌دهیم.

اعداد $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ و مانند این‌ها را کسر عام می‌نامند.

در کسر $\frac{3}{4}$ عدد ۳ را صورت کسر و عدد ۴ را مخرج کسر می‌نامند. مخرج کسر نشان می‌دهد که خربوزه به چند حصه مساوی تقسیم شده و صورت آن نشان می‌دهد که چند حصه آن گرفته شده است.

$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{1}{4}$$



مثال‌ها

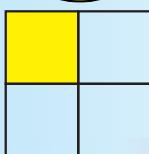
در اشکال زیر، قسمت‌های رنگ‌شده به کسر نشان داده شده است.



$\frac{1}{3}$ حصة شکل رنگ‌شده است.



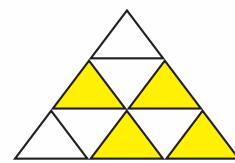
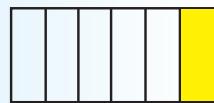
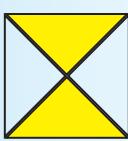
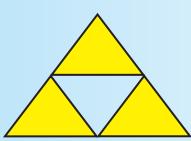
$\frac{2}{3}$ حصة دایره رنگ‌شده است.



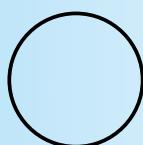
$\frac{1}{4}$ حصة مربع رنگ‌شده است.

فعالیت

۱- در هریک از شکل‌های زیر، کسر حصه‌های رنگ‌شده را بنویسید.

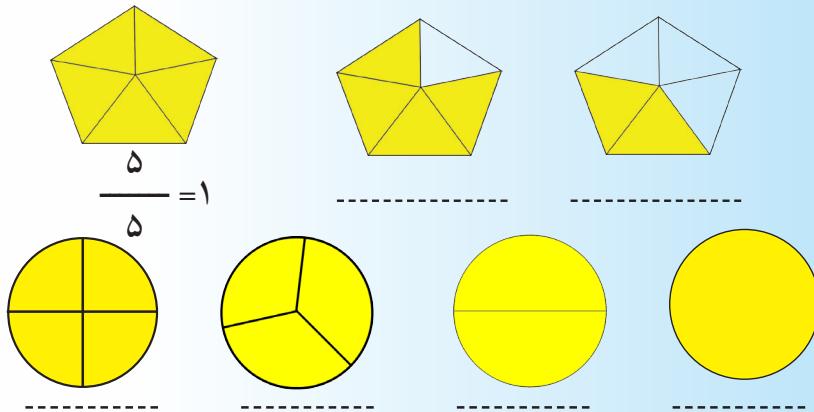


۲- در شکل‌های زیر $\frac{5}{6}$ حصة دایره، $\frac{1}{5}$ حصة قطعه خط، $\frac{2}{4}$ حصة مستطیل و $\frac{2}{3}$ حصة مربع را رنگ کنید.





جاهاي خالي را مانند مثال در کتابچه‌های خود تکمیل کنید.



کسرهای مساوی به صفر

• چه وقت یک کسر مساوی به صفر شده می‌تواند؟

به اشکال زیر متوجه شوید:



$$\frac{3}{3}$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{0}{3} = 0$$

کسر $\frac{3}{3}$ نشان می‌دهد که همه یا تمام شکل سیاه شده است.

کسر $\frac{2}{3}$ نشان می‌دهد که دو حصه از شکل سیاه شده است.

کسر $\frac{1}{3}$ نشان می‌دهد که یک حصه از شکل سیاه شده است.

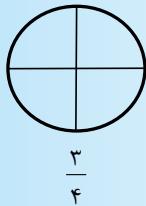
کسر $\frac{1}{3}$ نشان می‌دهد که هیچ حصه از شکل سیاه نشده است.

در کسرهای مساوی به صفر هیچ حصه از شکل رنگ شده نمی‌باشد.
صورت این نوع کسرها برای همیشه صفر است؛ مانند:

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \dots$$

فعالیت

۱- از هر شکل به اندازه کسر مربوط آن را رنگ کنید.



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{5}$$

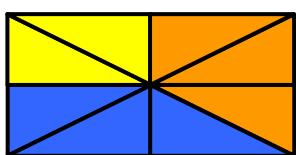


$$\frac{4}{4}$$



$$\frac{1}{3}$$

۲- به مستطیل زیر ببینید و در مقابل جمله‌های صحیح علامت / را بگذارید.



$\frac{1}{2}$ مستطیل آبی است.

$\frac{3}{4}$ مستطیل رنگ است.

$\frac{1}{8}$ مستطیل سبز است.

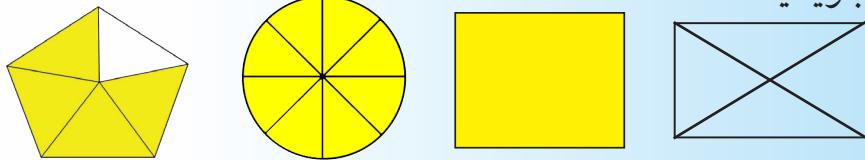
$\frac{1}{2}$ مستطیل سبز است.

$\frac{2}{8}$ مستطیل نارنجی است.

$\frac{1}{8}$ مستطیل زرد است.



به تصاویر متوجه شوید و کسر مربوط حصه‌های رنگ شده را بنویسید.



فعالیت

۱- به شکل زیر متوجه شوید.



چی کسری از شکل سبز رنگ است؟

چی کسری از شکل به رنگ سرخ است؟

چند تا $\frac{1}{5}$ شکل بالا رنگ شده است؟

چند تا $\frac{1}{5}$ ، $\frac{2}{5}$ می‌شود؟

چی کسری از شکل، رنگ شده است؟

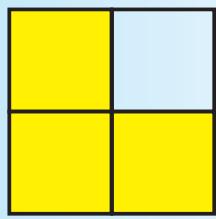
۲- با استفاده از فعالیت فوق در جاهای خالی عدد مناسب را بنویسید.

۲ تا $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ می‌شود. $\frac{1}{5}$ یعنی $\frac{4}{4}$ تا $\frac{1}{5}$ می‌شود.

۳ تا $\frac{1}{4}$ ، می‌شود. $\frac{2}{6}$ یعنی تا $\frac{1}{7}$ می‌شود.

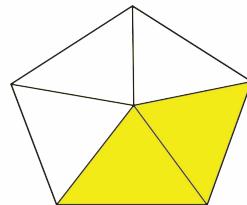
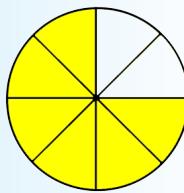
۳- در اشکال زیر با استفاده از مثال حل شده، کسر مربوط هر یک را بنویسید.

$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}$$

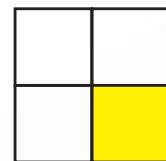
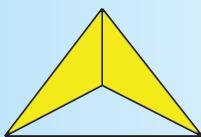


$\frac{3}{4}$ تا $\frac{1}{4}$ می شود.

کار خانه‌گی



با استفاده از مثال حل شده بالا، در اشکال زیر کسر مربوط هر یک را بنویسید.

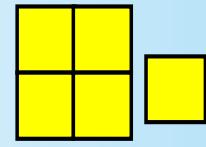
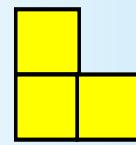
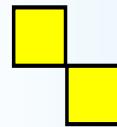
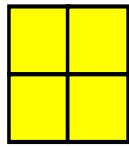


کسرهای بزرگتر از واحد

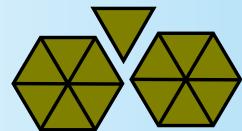
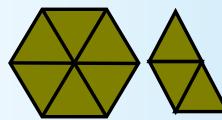
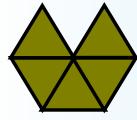
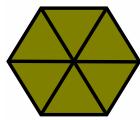
• با استفاده از دو ورق کاغذ یک واحد و چهارم حصة آن را نشان دهید.



در ستون طرف چپ، اشکال به عنوان واحد انتخاب شده است. به اشکال مربوطی که در مقابل هر واحد رسم شده است با استفاده از مثال حل شده، کسرهای مناسب آن را بنویسید.

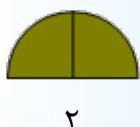
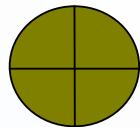


$\frac{2}{4}$ یعنی ۲ تا $\frac{1}{4}$ یعنی ۱ تا $\frac{3}{4}$ یعنی ۳ تا $\frac{5}{4}$ یعنی ۵ تا $\frac{1}{4}$

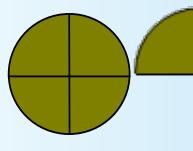


فعالیت

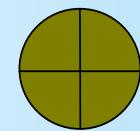
۱- با استفاده از ستون طرف چپ، کسرهای مربوط هر شکل را بنویسید.



$$\frac{2}{4}$$

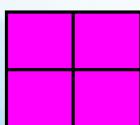


—



—

۲- با استفاده از ستون طرف چپ، شکل‌های مربوط هر کسر را رسم کنید و بگویید که به چه اندازه از یک واحد کوچکتر یا بزرگ‌تر است.



$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{6}{4}$$

$$\frac{7}{4}$$

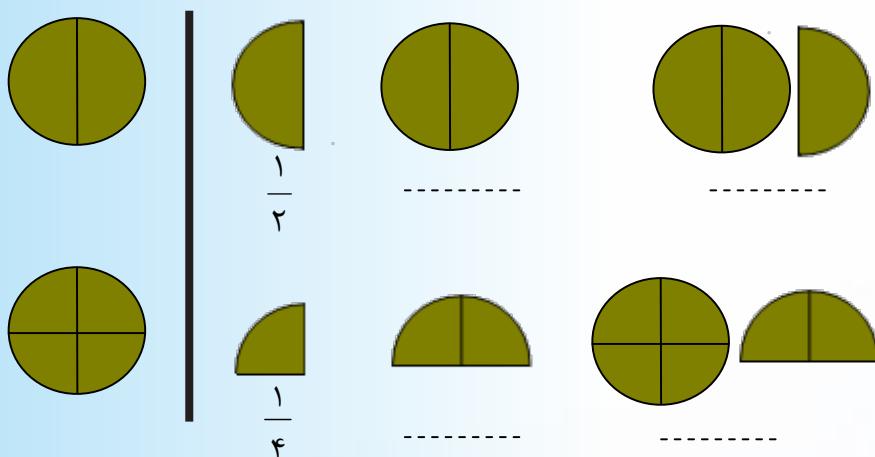
کسرهای بزرگتر از واحد، کسرهای اند که قیمت بیشتر از واحد (یک شی) را نشان می‌دهند و همیشه عدد صورت آنها نظر به عدد مخرج آنها بزرگتر می‌باشد، مانند: کسرهای

$$\frac{21}{4}, \frac{13}{2}, \frac{7}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2} \text{ وغیره}$$

کار خانه‌گی



با استفاده از ستون طرف چپ، کسر مربوط هر شکل را بنویسید و بگویید که کدام کسر از واحد بزرگتر است.



کسرهای واقعی و غیر واقعی

- کسر عامی که صورت آن بزرگتر از مخرجش باشد، به نام چی یاد می‌شود؟
 - کسر عامی که صورت آن کوچکتر از مخرجش باشد، به نام چی یاد می‌شود؟
- یک کیک را به ۸ حصة مساوی تقسیم کرده و سه حصة آن را



در بشقاب می‌گذاریم؛ بنابرآن در بشقاب $\frac{3}{8}$ حصه کیک قرار

دارد؛ هر گاه هر هشت حصه آن را در بشقاب بگذاریم در این صورت $\frac{8}{8}$ حصه کیک در بشقاب می‌باشد. حال اگر یک دانه کیک

دیگر مشابه به کیک اولی را گرفته و آن را نیز به ۸ حصه مساوی تقسیم کنیم، با گذاشتن ۳ حصه آن مامی توانیم ۱۱ حصه کیک را در بشقاب داشته باشیم؛ بنابرآن در بشقاب $\frac{11}{8}$ حصه کیک قرار خواهد داشت.

در کسر $\frac{3}{8}$ ، صورت کوچکتر از مخرج است؛ چنین یک کسر را

به نام کسر واقعی یاد می‌نمایند.
در کسرهای $\frac{11}{8}$ و $\frac{8}{8}$ صورت بزرگتر از مخرج و یا مساوی با مخرج است؛ چنین کسرها را به نام کسرهای غیر واقعی یاد می‌کنند.

از توضیحات فوق می‌توانیم بنویسیم که:

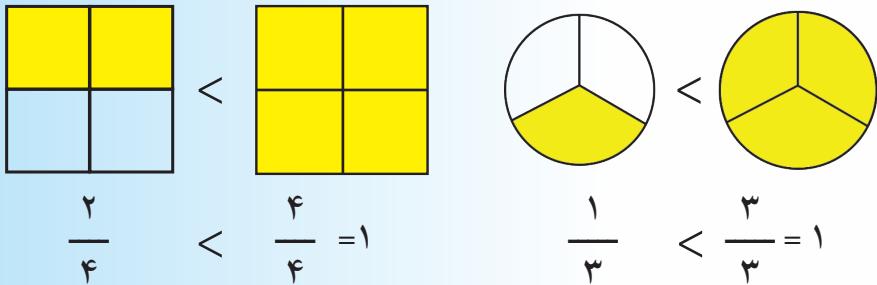
کسری که در آن، صورت کوچکتر از مخرج باشد، به نام کسر واقعی یاد می‌شود و کسری که در آن، صورت بزرگتر از مخرج و یا مساوی با آن باشد، به نام کسر غیر واقعی یاد می‌شود.

کسر واقعی کوچکتر از (۱) و کسر غیر واقعی بزرگتر یا مساوی با (۱) می‌باشد.

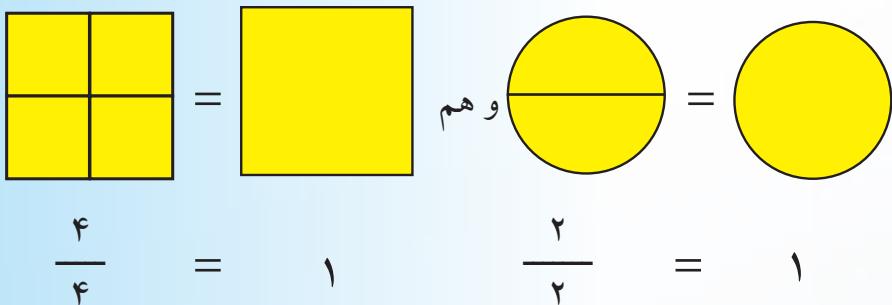
مثال اول

اشکال زیر کسرهایی را نشان می‌دهند که صورت آنها از مخرج

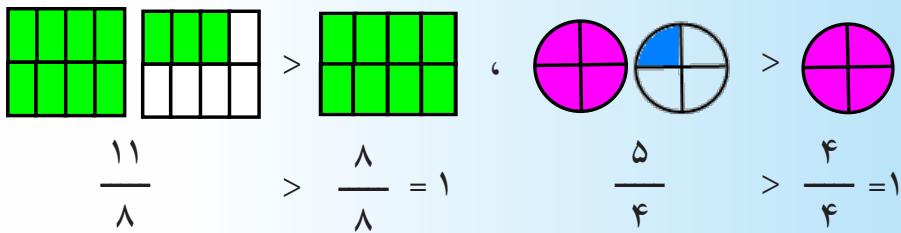
شان کوچکتر (مخرج $>$ صورت) است؛ این نوع کسرها کوچکتر از واحد (۱) بوده و آنها را کسرهای واقعی می‌گویند.



مثال دوم: اشکال زیر کسرهایی را نشان می‌دهند که صورت و مخرج آنها با هم مساوی (مخرج = صورت) اند؛ این نوع کسرها مساوی به واحد (۱) بوده و آنها را کسرهای غیر واقعی می‌گویند.



مثال سوم: اشکال زیر کسرهایی را نشان می‌دهند که صورت آنها از مخرج شان بزرگتر (مخرج $<$ صورت) است، این نوع کسرهای بزرگتر از واحد (۱) را کسرهای غیرواقعی می‌گویند.



فعالیت

۱- سه کسر بعدی کسرهای واقعی زیر را دریافت کنید.

$$\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}$$

۲- چهار کسر مسلسل بعدی کسرهای غیر واقعی زیر را دریافت کنید.

$$\frac{9}{9}, \frac{10}{9}, \frac{11}{9}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}$$

۳- با درنظرداشت کسرهای زیر، کسرهای واقعی و غیر واقعی را در جاهای خالی آنها بنویسید.

$$\frac{11}{8}, \frac{12}{16}, \frac{19}{20}, \frac{42}{47}, \frac{98}{99}, \frac{172}{372}, \frac{245}{1982}, \frac{1741}{1861}$$

، ، ، ، ، ، ، : کسرهای واقعی

، ، ، ، ، ، ، ، ، : کسرهای غیر واقعی

کار خانه‌گی

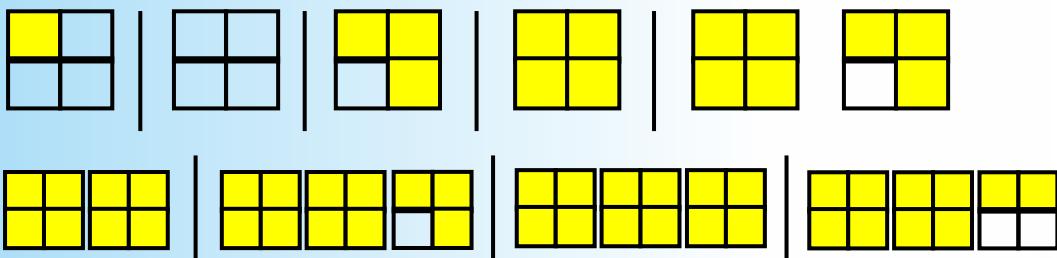


- ۱- پنج کسری را بنویسید که صورت‌های آن از مخرج‌های آن ۳ واحد کوچکتر باشد.
- ۲- چهار کسری را بنویسید که مخرج‌های آن‌ها از صورت‌های آن‌ها ۲ واحد کوچکتر باشد.

تمرین



- ۱- حصه‌های سیاهشده کدام یک از اشکال زیر، کسر واقعی و کدام یک کسر غیر واقعی را نشان می‌دهند؟



- ۲- کسرهای زیر را توسط علامت‌های ($<$, $>$, $=$) نشان دهید که کدام‌ها از واحد بزرگتر، کدام‌ها از واحد کوچکتر و کدام‌ها مساوی به واحد‌اند؟

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{7}, \frac{2}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{7}, \frac{7}{4}, \frac{8}{5}, \frac{6}{6}, \frac{6}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{9}, \frac{9}{8}$$

- ۳- از کسرهای زیر، کسرهای واقعی و غیر واقعی را جدا جدا نوشته کنید.

$$\frac{28}{29}, \frac{35}{35}, \frac{67}{60}, \frac{39}{56}, \frac{46}{80}, \frac{65}{70}, \frac{214}{251}, \frac{318}{215}, \frac{300}{300}, \frac{215}{401}$$

$$\frac{99}{99}, \frac{91}{100}, \frac{76}{86}, \frac{42}{46}, \frac{31}{46}, \frac{25}{21}, \frac{60}{120}, \frac{100}{100}, \frac{67}{37}, \frac{25}{19}$$

-۴

الف) یک دایره رسم کنید؛ آن را به دو حصة مساوی تقسیم نماید و توسط قسمت‌های سیاهشده، کسر غیر واقعی $\frac{2}{2}$ را نشان دهید.

ب) یک دایره رسم نماید؛ آن را به هشت حصة مساوی تقسیم کنید و توسط قسمت‌های سیاهشده، کسر واقعی $\frac{7}{8}$ را نشان دهید.

ج) سه دایره رسم نماید؛ هر یک را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید و توسط قسمت‌های سیاهشده، کسر غیر واقعی $\frac{11}{4}$ را نشان دهید.

۵- هر یک از کسرهای $\frac{0}{2}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}$ را توسط قسمت‌های سیاهشده در دایره‌ها نشان دهید.

۶- کسرهای واقعی‌یی را بنویسید که مخرج‌های آن‌ها عدد ۶ باشد.

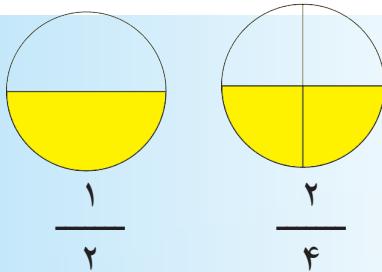
۷- کسرهای غیر واقعی‌یی را بنویسید که صورت‌های آن‌ها عدد ۵ باشد.

کسرهای معادل

- صورت و مخرج کسر $\frac{3}{4}$ را به عدد ۲ ضرب کنید.
- کسرهای $\frac{3}{4}$ و $\frac{6}{8}$ را در شکل نمایش دهید.
- آیا این دو شکل حاصله با هم عین مقدار را نشان می‌دهند؟
به مثال‌های زیر توجه کنید.



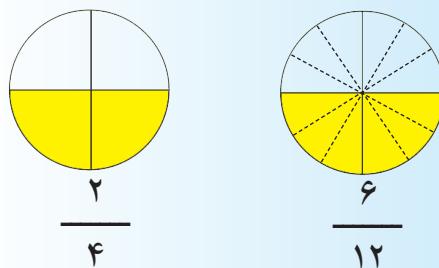
مثال اول: طوری که در شکل زیر دیده می‌شود، سطح دایره به چهار حصة مساوی تقسیم گردیده و دو حصة آن سیاه شده است، این دو حصة سیاه شده، عبارت از: $\frac{2}{4}$ حصة سطح دایره است، چنانچه دیده می‌شود در حقیقت نصف یا $\frac{1}{2}$ حصة دایره سیاه شده است؛ بنابر آن $\frac{2}{4}$ حصة سطح دایره مساوی به $\frac{1}{2}$ حصة سطح دایره می‌باشد.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

قیمت کسرهای $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{4}$ با هم مساوی اند و به آنها کسرهای معادل نیز گفته می‌شود.

به همین ترتیب اگر هر چهارم حصة سطح دایره را به سه حصة مساوی، طوری که در شکل دیده می‌شود، تقسیم کنیم، در آن صورت تمام سطح دایره به ۱۲ حصة مساوی تقسیم گردیده که ۶ حصة آن سیاه شده است. نظر به شکل می‌توان نوشت:



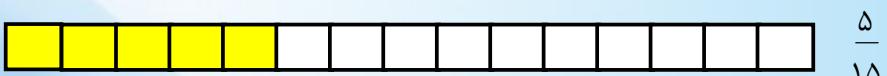
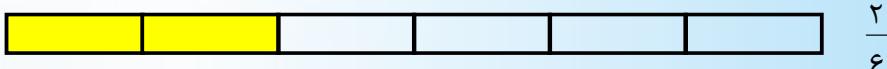
$$\frac{2}{4} = \frac{6}{12}$$

قیمت کسرهای $\frac{2}{4}$ و $\frac{6}{12}$ با هم مساوی اند و به آنها کسرهای معادل نیز گفته می‌شود.

همچنان می‌توان از ضرب کردن صورت و مخرج کسر $\frac{2}{4}$ در عدد ۳، کسر معادل کسر مذکور را به دست آورد، یعنی:

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \times 3}{4 \times 3} = \frac{6}{12}$$

مثال دوم: به کسرهای زیر که قسمت‌های آبی شده را در اشکال نشان می‌دهند متوجه شوید:



طوری که در کسرهای $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{6}$ ، $\frac{4}{12}$ و $\frac{5}{15}$ دیده می‌شود، صورت‌ها و مخرج‌های آن‌ها با هم مختلف‌اند؛ اما هر کدام آن‌ها اندازه‌های آبی شده مساوی را نشان می‌دهند؛ سپس قیمت تمام کسرهای ذکر شده با هم مساوی‌اند و به آن‌ها کسرهای معادل نیز گفته می‌شود

کسرهایی که اعداد صورت و مخرج آن‌ها با هم مختلف؛ ولی قیمت آن‌ها با هم مساوی باشند، به نام کسرهای معادل یاد می‌شوند؛ مانند: کسرهای مثال اول و دوم.

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{2} & = & \frac{2}{4} = \frac{6}{12} \\ \frac{1}{3} & = & \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} \end{array}$$

برای به دست آوردن کسرهای معادل یک کسر، صورت و مخرج همان کسر را ضرب یا تقسیم عین عدد (خلاف صفر) می‌کنیم.

مثال سوم: چهار کسر معادل کسر $\frac{3}{5}$ را به دست آورید.

برای به دست آوردن کسرهای معادل $\frac{3}{5}$ اعداد $2, 3, 4, 5, 6, \dots$ را در صورت و مخرج کسر $\frac{3}{5}$ ضرب می‌نماییم که در

نتیجه ضرب کردن هر یک از اعداد فوق در صورت و مخرج کسر $\frac{3}{5}$ ، بک کسر معادل آن به دست می‌آید، یعنی:

$$\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$$

$$\frac{3 \times 5}{5 \times 5} = \frac{15}{25}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25}$$

بنابرآن می توانیم بنویسیم که:

مثال چهارم: دو کسر معادل کسر $\frac{3}{7}$ را دریافت کنید.

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{6}{14}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{9}{21}$$

پس کسر $\frac{3}{7}$ با کسرهای $\frac{6}{14}$ و $\frac{9}{21}$ معادل است.

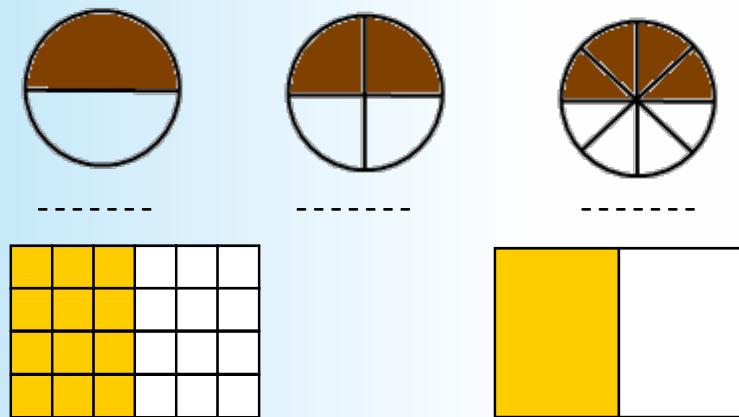
$$\frac{6}{14} = \frac{6 \div 2}{14 \div 2} = \frac{3}{7}$$

زیرا:

$$\frac{9}{21} = \frac{9 \div 3}{21 \div 3} = \frac{3}{7}$$

فعالیت

– کسرهای مربوط به هر شکل را بنویسید.



با ضرب نمودن صورت و مخرج کسر $\frac{3}{4}$ در یک عدد، دو کسر معادل آن را دریافت نمایید.

با تقسیم نمودن صورت و مخرج کسر $\frac{8}{12}$ بر یک عدد، دو کسر معادل آن را دریافت کنید.

کار خانه‌گی

با ضرب نمودن صورت و مخرج کسر در یک عدد، سه کسر معادل $\frac{5}{6}$ را دریابید.

با تقسیم نمودن صورت و مخرج کسر بر یک عدد، دو کسر معادل $\frac{45}{60}$ را دریافت نمایید.

تمرین



- ۱- صورت و مخرج هر یک از کسرهای $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{25}{40}$, $\frac{38}{40}$ را ضرب عدد ۵ نموده و کسرهای معادلی را که حاصل می‌شوند، بنویسید.
- ۲- صورت و مخرج هر یک از کسرهای $\frac{6}{9}$, $\frac{15}{21}$, $\frac{3}{6}$ را تقسیم ۳ نموده و کسرهای معادلی را که حاصل می‌شوند، بنویسید.
- ۳- بگویید، هر یک از تساوی‌های زیر چرا درست است؟

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

$$\frac{44}{100} = \frac{11}{25}$$

۴- کسر معادل $\frac{11}{99}$ را بنویسید که مخرج آن ۲۹۷ باشد.

۵- کسر معادل $\frac{12}{13}$ را بنویسید که مخرج آن ۶۵ باشد.

۶- کسر معادل $\frac{5}{6}$ را به مخرج ۲۴ بنویسید.

اختصار (ساده ساختن) کسرها

- صورت و مخرج کسر $\frac{2}{4}$ را تقسیم عدد ۲ نمایید.
- کسر $\frac{1}{2}$ را در شکل نمایش دهید و آن را با شکل کسر $\frac{2}{4}$ مقایسه کنید؟



به کسر $\frac{15}{20}$ توجه کنید

چون عدد ۵ قاسم مشترک عدهای ۱۵ و ۲۰ است؛ بنابر آن صورت و مخرج کسر $\frac{15}{20}$ را می‌توانیم بر قاسم مشترک آن‌ها که ۵ است، تقسیم کنیم.

$$\frac{15}{20} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$$

در نتیجه کسر $\frac{3}{4}$ ، معادل کسر $\frac{15}{20}$ حاصل می‌شود و یا ساده‌ترین شکل کسر $\frac{15}{20}$ می‌باشد؛ بنابر آن گفته می‌توانیم که صورت و مخرج یک کسر ساده بدون عدد (۱)، قاسم مشترک ندارد.

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

عملیه تقسیم صورت و مخرج یک کسر بر قاسم مشترک آنها (که خلاف یک باشد) به نام اختصار کسر یاد می‌شود.

بزرگترین عددی که توسط آن می‌توانیم یک کسر را اختصار کنیم، به نام بزرگترین قاسم مشترک صورت و مخرج یاد می‌شود.

طور مثال: $\frac{30}{45}$ را می‌توانیم با اعدادهای ۳، ۵ و ۱۵ اختصار کنیم؛ اما

بزرگترین آنها عدد ۱۵ است؛ بنابر آن بزرگترین قاسم مشترک ۳۰ و ۴۵ مساوی به ۱۵ می‌باشد؛ هرگاه صورت و مخرج یک کسر را بر یک عدد تقسیم کنیم، می‌گوییم که آن کسر را اختصار (ساده) کرده ایم؛ پس برای اختصار کسر، عددی را پیدا می‌کنیم که صورت و مخرج آن کسر بالای عدد مذکور پوره تقسیم شوند؛ بنابرآن در هنگام اختصار کسر، از قابلیت تقسیم اعداد استفاده می‌کنیم.

مثال اول: کسر $\frac{3}{6}$ را چنین اختصار می‌کنیم:

حل: عددی که صورت و مخرج کسر $\frac{3}{6}$ بالای آن پوره تقسیم می‌گردد، عدد (۳) می‌باشد؛ پس صورت و مخرج کسر $\frac{3}{6}$ را بالای عدد (۳) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2} \quad \text{بنابرآن:}$$

کسر $\frac{1}{2}$ شکل اختصار شده کسر $\frac{3}{6}$ می‌باشد، یعنی:

مثال دوم: کسر $\frac{10}{30}$ را چنین اختصار می‌نماییم:

حل: در کسر فوق دیده می‌شود که صورت و مخرج آن بر اعداد ۲، ۵ و ۱۰ پوره قابل تقسیم است؛ بنابرآن می‌توانیم آن را به چند طریق ساده سازیم.

طریق اول: صورت و مخرج کسر $\frac{10}{30}$ را بالای عدد (۱۰) تقسیم می‌نماییم.

$$\frac{10}{30} = \frac{10 \div 10}{30 \div 10} = \frac{1}{3}$$

کسر $\frac{1}{3}$ ساده‌ترین شکل کسر $\frac{10}{30}$ می‌باشد؛ زیرا صورت و مخرج کسر $\frac{1}{3}$ بدون یک به عدد دیگری پوره قابل تقسیم نیست.

همچنان می‌توانیم که صورت و مخرج کسر $\frac{10}{30}$ را بالای عدد (۵) تقسیم کنیم.

$$\frac{10}{30} = \frac{10 \div 5}{30 \div 5} = \frac{2}{6}$$

کسر $\frac{2}{6}$ ساده‌ترین شکل کسر $\frac{10}{30}$ نیست؛ زیرا صورت و مخرج آن باز هم بالای عدد (۲) پوره قابل تقسیم است.

$$\frac{2}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$$

کسر $\frac{1}{3}$ ساده‌ترین شکل کسر $\frac{10}{30}$ است.

همچنان کسر $\frac{10}{30}$ را به شکل‌های زیر نیز می‌توانیم اختصار کنیم.
صورت و مخرج کسر $\frac{10}{30}$ را بالای عدد (۲) تقسیم می‌نماییم.

$$\frac{10}{30} = \frac{10 \div 2}{30 \div 2} = \frac{5}{15}$$

اکنون صورت و مخرج کسر $\frac{5}{15}$ را بالای عدد (۵) تقسیم می‌نماییم.

$$\frac{5}{15} = \frac{5 \div 5}{15 \div 5} = \frac{1}{3}$$

کسر $\frac{1}{3}$ ساده‌ترین شکل کسر $\frac{10}{30}$ است.

کار خانه‌گی



کسرهای $\frac{15}{25}$ ، $\frac{4}{16}$ ، $\frac{7}{21}$ و $\frac{27}{81}$ را در کتابچه‌های خویش اختصار نموده، با خود بیاورید.

طریقه دوم: در این طریقه می توانیم یک و یا چند صفر صورت را با یک و یا چند صفر مخرج طوری اختصار نماییم که تعداد صفرهای اختصار شده صورت با تعداد صفرهای اختصار شده مخرج مساوی باشند؛ مانند:

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

در مثال فوق از راههای مختلف ساده‌ترین شکل کسر $\frac{10}{30}$ ، یعنی: $\frac{1}{3}$ را به دست آوردیم.

در حساب به شکل عموم عملیه اختصار را طوری نشان می‌دهند که: از عملیه تقسیم صورت و مخرج به شکل نوشتاری صرف نظر می‌کنند و در عوض، تنها خارج قسمت صورت و مخرج را بالا و پایین آن نوشه و بالای صورت و مخرج کسر، یک خط باریک می‌کشند.

طورمثال: کسر $\frac{10}{15}$ را چنین اختصار می‌نماییم.

$$\frac{2}{10} = \frac{2}{15}$$

در اول دیدیم که صورت و مخرج کسر $\frac{10}{15}$ ، هر کدام بر (۵) پوره تقسیم می‌شود؛ پس در صورت بالای (۱۰) یک خط باریک کشیدیم و خارج قسمت ($10 \div 5$) را که عدد (۲) است، بالای عدد (۱۰) نوشتیم و به همین ترتیب در مخرج بالای عدد (۱۵) نیز یک خط باریک کشیدیم و خارج قسمت ($15 \div 5$) را که (۳) است، پایین عدد (۱۵) نوشتیم و کسر $\frac{2}{3}$ به دست آمد.

در اختصار، بعضی اوقات ساده‌ترین شکل یک کسر بعد از چند مرحله تقسیم به دست می‌آید؛ طور مثال: کسر $\frac{3}{5}$ که ساده‌ترین شکل کسر $\frac{180}{300}$ است بعد از چند مرحله تقسیم که در زیر نشان داده شده است، به دست می‌آید:

$$\frac{\begin{array}{r} 3 \\ 9 \\ \hline 18 \end{array}}{\begin{array}{r} 30 \\ 5 \\ \hline 15 \\ 5 \end{array}} = \frac{3}{5}$$

به صورت عموم ساده‌ترین شکل یک کسر، کسری است که صورت و مخرج آن به جز عدد (۱) بر کدام عدد دیگر پوره قابل تقسیم نباشد.

فعالیت

با در نظرداشت اختصار کسر، در جاهای خالی اعداد مناسب را بنویسید.

$$\frac{4}{16} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{30}{50} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{15}{20} = \underline{\quad}$$

$$\frac{40}{70} = \underline{\quad}$$

$$\frac{18}{24} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{15}{60} = \underline{\quad}$$

کار خانه‌گی



آیا کسرهای زیر در ساده‌ترین شکل خود قرار دارند؟ اگر ندارند آن‌ها را اختصار کنید.

$$\frac{15}{63}, \frac{9}{45}, \frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{100}{200}, \frac{9}{11}$$

تمرین



۱- ساده‌ترین شکل کسرهای زیر را دریافت کنید.

$$\frac{4}{5}, \frac{15}{25}, \frac{10}{30}, \frac{7}{28}, \frac{16}{18}, \frac{54}{72}, \frac{32}{81}, \frac{180}{39}, \frac{100}{200}$$

۲- در جاهای خالی () کسرهای زیر، اعداد مناسب را بنویسید.

$$\frac{6 \div \boxed{}}{10 \div \boxed{}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{20 \div \boxed{}}{30 \div \boxed{}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{24 \div \boxed{}}{32 \div \boxed{}} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{10}{20} = \frac{5}{\boxed{}}$$

$$\frac{35 \div \boxed{}}{42 \div \boxed{}} = \frac{5}{\boxed{}}$$

$$\frac{8}{32} = \frac{\boxed{}}{8}$$

۳- در جاهای خالی صورت یا مخرج کسرها زیر، اعداد مناسب را بنویسید.

$$\frac{2}{7} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{21}, \quad \frac{9}{15} = \frac{3}{\underline{\hspace{1cm}}}, \quad \frac{2}{5} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{5}$$

$$\frac{36}{42} = \frac{6}{\underline{\hspace{1cm}}}, \quad \frac{27}{45} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{5}, \quad \frac{20}{12} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{24}$$

$$\frac{36}{9} = \frac{4}{\underline{\hspace{1cm}}}, \quad \frac{42}{6} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{1}, \quad \frac{10}{2} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{5}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{6}, \quad \frac{16}{12} = \frac{4}{\underline{\hspace{1cm}}}, \quad \frac{8}{4} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{2}$$

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{\underline{\hspace{1cm}}}, \quad 7 = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{1} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{4}, \quad 5 = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{1} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{5}$$

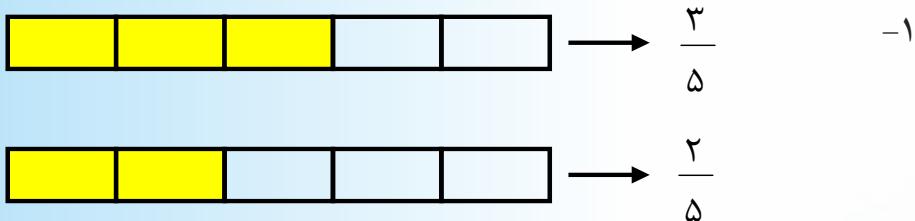
مقایسه کسرها



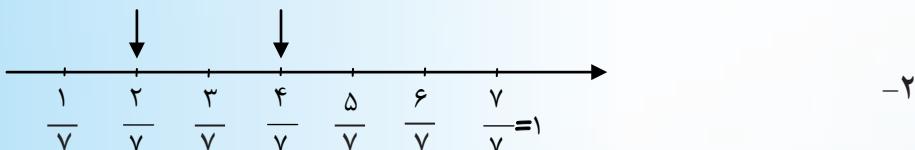
- برای این که دانست در بین دو کسر کدام یکی بزرگتر است، چه باید کرد؟
- کسرهایی که مخرج‌های مساوی داشته باشند را چطور مقایسه می‌کنیم؟

کسرها را در سه حالت زیر مقایسه می‌کنیم.

الف) مقایسه کسرها با مخرج‌های مساوی
به اشکال زیر متوجه شوید.



$$\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$$



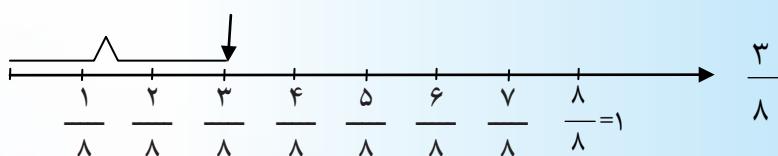
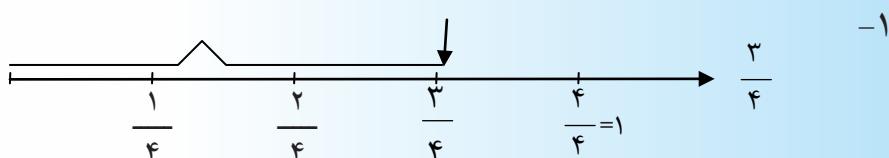
از مشاهده اشکال بالا نتیجه زیر را می‌توانیم بنویسیم:

نتیجه: کسرهایی که دارای مخرج های مساوی و صورت های مختلف اند، بزرگترین آنها همان کسری است که دارای بزرگترین صورت باشد.

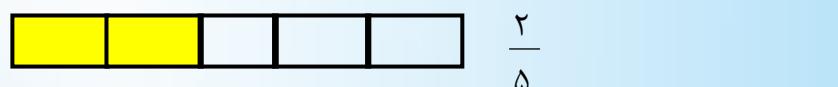
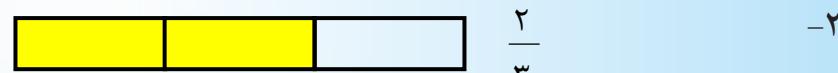
ب : مقایسه کسرها با صورت های مساوی

• کسرهایی که صورت های مساوی داشته باشند را چطور مقایسه می کنیم؟

به اشکال زیر توجه کنید:



$$\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$$



$$\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$$

از مشاهده اشکال فوق نتیجه زیر را می توانیم بنویسیم:

نتیجه: کسرهایی که دارای صورت‌های مساوی و مخرج‌های مختلف‌اند، بزرگترین آنها کسری است که دارای کوچکترین مخرج باشد.

کار خانه‌گی



کسرهای $(\frac{13}{21} \text{ و } \frac{14}{21})$ و $(\frac{120}{1000} \text{ و } \frac{120}{21})$ را در کتابچه‌های خویش بنویسید و مقایسه کنید.

ج: مقایسه کسرها با صورت‌ها و مخرج‌های مختلف

- کسرهایی که صورت‌ها و مخرج‌های آنها مختلف باشند را چطور مقایسه می‌کنیم؟
کسرهایی که صورت‌ها و مخرج‌های شان مختلف‌اند را به دو طریق زیر مقایسه می‌کنیم:
طریقه اول

در ابتدا کسرهای مذکور را هم مخرج ساخته، بعد آنها را مانند کسرهای هم مخرج مقایسه می‌نماییم.
مثال: کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{7}$ را چنین مقایسه می‌کنیم:

حل: کسرهای مذکور را هم مخرج می‌سازیم، یعنی صورت و مخرج کسر اولی را ضرب ۵ (مخرج کسر دومی) و صورت و مخرج کسر دومی را ضرب ۷ (مخرج کسر اولی) می‌کنیم.

در این صورت هر دو کسر دارای مخرج ۳۵ می‌شوند.

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{15}{35} > \frac{14}{35}$$

از طرف دیگر چون:

$$\frac{3}{7} = \frac{15}{35} \quad \frac{2}{5} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$$

در نتیجه:

در صورتی که مخرج یک کسر بر مخرج کسر دیگر قابل تقسیم باشد، مقایسه چنین کسرها آسانتر است؛ زیرا در این صورت به آسانی کسر دومی را به کسر معادل آن تبدیل کرده می‌توانیم.

مثال: دو کسر $\frac{5}{8}$ و $\frac{3}{4}$ را با هم مقایسه می‌کنیم؛ چون مخرج کسر

$\frac{5}{8}$ یعنی ۸ برابر مخرج کسر $\frac{3}{4}$ یعنی ۴ قابل تقسیم است؛ پس داریم

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \quad \text{که:}$$

اکنون می‌توانیم دو کسر $\frac{5}{8}$ و $\frac{6}{8}$ را با هم مقایسه کنیم.

$$\frac{5}{8} < \frac{6}{8}$$

بنابرآن:

$$\frac{5}{8} < \frac{3}{4}$$

پس:

طریقه دوم

برای مقایسه کسرها با صورت‌ها و مخرج‌های مختلف، کسرهای مذکور را به کسرهایی که دارای صورت‌های مساوی باشند، تبدیل نموده، بعد آن‌ها را مانند کسرهای که صورت‌های آن‌ها با هم مساوی می‌باشند، مقایسه می‌نماییم.

مثال: دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ را چنین مقایسه می‌کنیم.

حل: در ابتدا کسرهای مذکور را به کسرهایی که دارای صورت‌های مساوی باشند تبدیل می‌کنیم، یعنی صورت و مخرج کسر اولی را ضرب ۴ (صورت کسر دومی) و صورت و مخرج کسر دومی را ضرب ۲ (صورت کسر اولی) می‌کنیم.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$$

چون صورت‌های کسرهای $\frac{8}{10}$ و $\frac{8}{12}$ با هم مساوی می‌باشند؛ بنابرآن:

$$\frac{8}{10} > \frac{8}{12}$$

از طرف دیگر چون $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ و $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ است؛ در نتیجه:

$$\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$$

فعالیت

۱- کسرهای زیر را با گذاشتن یکی از علامت‌های ($>$, $<$ و $=$) مقایسه کنید.

$$\frac{5}{9} \boxed{} \frac{2}{9}, \quad \frac{8}{12} \boxed{} \frac{8}{12}, \quad \frac{6}{18} \boxed{} \frac{6}{25}$$

۲- کسرهای زیر را با مساوی ساختن مخرج‌ها، مقایسه کنید.

$$\frac{1}{3} \boxed{} \frac{6}{9}, \quad \frac{4}{6} \boxed{} \frac{7}{12}, \quad \frac{3}{5} \boxed{} \frac{4}{7}$$



کسرهای زیر را با گذاشتن علامت‌های ($>$, $<$ و $=$) در جاهای خالی مقایسه کنید.

$$\frac{3}{7} \boxed{} \frac{3}{8}, \quad \frac{7}{16} \boxed{} \frac{3}{16}, \quad \frac{6}{6} \boxed{} \frac{12}{12}$$

$\frac{9}{15} \bigg[\text{Yellow Box} \bigg] \frac{5}{12}$

$\frac{4}{18} \bigg[\text{Yellow Box} \bigg] \frac{5}{16}$

$\frac{4}{6} \bigg[\text{Yellow Box} \bigg] \frac{7}{12}$

تمرین



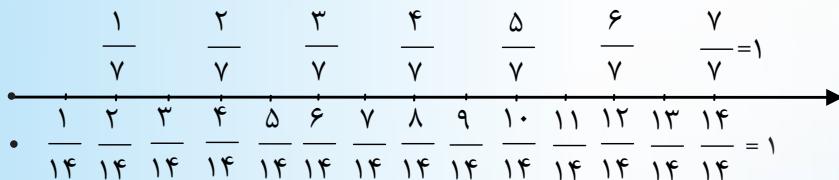
۱- هر جوره از کسرهای زیر را مقایسه کنید و نتیجه را توسط علامت (<) یا (>) نشان دهید.

$\frac{20}{8} \text{ و } \frac{7}{8}, \quad \frac{3}{9} \text{ و } \frac{3}{7}, \quad \frac{6}{10} \text{ و } \frac{9}{10}, \quad \frac{7}{20} \text{ و } \frac{12}{20}$

$\frac{23}{75} \text{ و } \frac{23}{68}, \quad \frac{7}{16} \text{ و } \frac{10}{16}, \quad \frac{16}{32} \text{ و } \frac{22}{32}, \quad \frac{15}{40} \text{ و } \frac{15}{48}$

$\frac{14}{18} \text{ و } \frac{11}{18}, \quad \frac{17}{49} \text{ و } \frac{17}{85}, \quad \frac{168}{27} \text{ و } \frac{168}{200}, \quad \frac{1002}{1001} \text{ و } \frac{10001}{10001}$

۲- با استفاده از محور اعداد، در خانه‌های خالی (○) زیر، علامت مناسب (<) یا (>) را در بین هر جوره از کسرها بگذارید.



$\frac{5}{7} \bigg[\text{Yellow Circle} \bigg] \frac{13}{14}$

$\frac{13}{14} \bigg[\text{Yellow Circle} \bigg] \frac{4}{7}$

$\frac{6}{7} \bigg[\text{Yellow Circle} \bigg] \frac{1}{7}$

$\frac{11}{14} \bigg[\text{Yellow Circle} \bigg] \frac{6}{7}$

$\frac{3}{14} \bigcirc \frac{4}{7}$

$\frac{\cdot}{7} \bigcirc \frac{2}{7}$

$\frac{2}{7} \bigcirc \frac{9}{14}$

$\frac{5}{14} \bigcirc \frac{3}{7}$

۳- با استفاده از هم مخرج ساختن، هر جوره از کسرهای زیر را مقایسه نمایید.

$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{4}{5}, \quad \frac{6}{7} \text{ و } \frac{8}{9}, \quad \frac{5}{6} \text{ و } \frac{7}{8}$

$\frac{5}{6} \text{ و } \frac{3}{4}, \quad \frac{3}{7} \text{ و } \frac{15}{14}, \quad \frac{4}{15} \text{ و } \frac{3}{5}$

۴- با گذاشتن یکی از علامت‌های ($<$ ، $>$ و یا $=$)، کسرهای زیر را مقایسه کنید.

$\frac{2}{9} \bigcirc \frac{5}{9}, \quad \frac{32}{40} \bigcirc \frac{23}{40}$

$\frac{10}{12} \bigcirc \frac{11}{12}, \quad \frac{7}{18} \bigcirc \frac{5}{18}$

$\frac{9}{14} \bigcirc \frac{3}{4}, \quad \frac{2}{3} \bigcirc \frac{7}{12}$

$\frac{8}{12} \bigcirc \frac{8}{12}, \quad \frac{15}{30} \bigcirc \frac{15}{30}$

تصحیح و غیرواجب کردن کسرها

الف) تصحیح کسرها

• کسرهای $\frac{7}{2}$ و $\frac{1}{3}$ را در شکل نشان دهید؟

• آیا کسر $\frac{7}{2}$ را به کسر $\frac{1}{3}$ تبدیل کرده توانید؟

یک کسر بزرگتر از واحد (کسر غیر واقعی) دارای دو شکل می‌باشد.
شکل کسری و شکل کسر مخلوط، طور مثال: کسر غیر واقعی $\frac{7}{2}$ دارای دو شکل زیر می‌باشد.

$$\frac{1}{2} \text{ و } \frac{7}{2}$$

$\frac{7}{2}$ را شکل کسری و $\frac{1}{3}$ را شکل کسر مخلوط می‌گویند و آن را چنین می‌خوانند: سه صحیح یک بردو.

بعضی این نوع کسرها را ($\frac{1}{3}$) به نام کسرهایی که دارای عدد صحیح اند، نیز یاد می‌کنند.



برای تبدیل کردن شکل کسری، یک کسر به شکل کسر مخلوط به مثال‌های زیر متوجه شوید.

۱- شکل کسری، کسر $\frac{12}{7}$ را به شکل کسر مخلوط چنین تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 12 \\ -7 \\ \hline 5 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} 7 \\ \hline 1 \end{array} \right. \quad \frac{12}{7} = 1 \frac{5}{7} \quad \text{در نتیجه:}$$

۲- شکل کسری، کسر $\frac{29}{13}$ را به شکل کسر مخلوط چنین تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 29 \\ -26 \\ \hline 3 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} 13 \\ \hline 2 \end{array} \right. \quad \frac{29}{13} = 2 \frac{3}{13} \quad \text{در نتیجه:}$$

تبدیل کردن شکل کسری یک کسر را به شکل کسر مخلوط تصحیح کسر عام می‌گویند. در تبدیل کردن شکل کسری یک کسر به شکل کسر مخلوط، صورت کسر را تقسیم مخرج آن نموده، خارج قسمت را عدد صحیح و باقیمانده را در صورت بر همان مخرج اولی می‌نویسیم.

مثال: کسر $\frac{31}{14}$ را این طور تصحیح می‌نماییم:

$$\begin{array}{r} 31 \\ -28 \\ \hline 3 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} 14 \\ \hline 2 \end{array} \right. \quad \frac{31}{14} = 2 \frac{3}{14} \quad \text{در نتیجه:}$$

فعالیت

- کسرهای $\frac{32}{5}$, $\frac{45}{4}$ و $\frac{52}{9}$ را تصحیح نمایید.

کار خانه‌گی



کسرهای $\frac{73}{23}$ و $\frac{82}{18}$ را تصحیح کنید.

ب) غیرواجب کسرها

۰ آیا کسر $\frac{1}{3}$ را به شکل کسر $\frac{7}{2}$ تبدیل کرده می‌توانید؟

چنانکه یک کسر غیر واقعی را از شکل کسری به شکل کسر مخلوط تبدیل کردیم، می‌توانیم شکل کسر مخلوط یک کسر را به شکل کسری آن نیز تبدیل نماییم.

مثال‌ها

۱- کسر مخلوط $2\frac{3}{5}$ را به شکل کسری چنین تبدیل می‌نماییم:

$$2\frac{3}{5} = \frac{2 \times 5 + 3}{5} = \frac{10 + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

پس:

۲- کسر مخلوط $\frac{2}{7}$ به شکل کسری آن چنین تبدیل می‌گردد:

$$6\frac{2}{7} = \frac{6 \times 7 + 2}{7} = \frac{42 + 2}{7} = \frac{44}{7}$$

$$6\frac{2}{7} = \frac{44}{7} \quad \text{پس:}$$

تبدیل کردن یک کسر مخلوط به شکل کسری به نام غیرواجب کردن کسر یاد می‌شود. در تبدیل کردن شکل کسر مخلوط به شکل کسری، عدد صحیح را در مخرج کسر ضرب نموده، حاصل ضرب را با صورت جمع می‌کنیم و در صورت می‌نویسیم و در مخرج، همان مخرج قبلی را می‌نویسیم.

مثال: کسر $\frac{6}{8}$ را طور زیر غیرواجب می‌کنیم.

$$8\frac{6}{7} = \frac{8 \times 7 + 6}{7} = \frac{56 + 6}{7} = \frac{62}{7}$$

$$8\frac{6}{7} = \frac{62}{7} \quad \text{پس:}$$

فعالیت

- کسرهای مخلوط ($\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{6}{15}$) را غیرواجب نمایید.

کار خانه‌گی



- کسرهای مخلوط ($\frac{5}{14}$ و $\frac{15}{23}$) را غیرواجب کنید.

تمرین



۱- کسرهای زیر را تصحیح نمایید.

$$\frac{27}{5}, \quad \frac{18}{4}, \quad \frac{29}{6}, \quad \frac{41}{9}, \quad \frac{62}{7}$$

$$\frac{27}{3}, \quad \frac{24}{7}, \quad \frac{45}{8}, \quad \frac{31}{8}, \quad \frac{314}{7}$$

۲- کسرهای زیر را که به شکل کسر مخلوط نوشته شده اند، غیرواجب نمایید.

$$3\frac{2}{5}, \quad 6\frac{1}{4}, \quad 7\frac{4}{7}, \quad 8\frac{2}{9}, \quad 25\frac{1}{3}, \quad 32\frac{5}{8}$$

$$19\frac{7}{8}, \quad 98\frac{5}{6}, \quad 99\frac{8}{9}, \quad 905\frac{3}{11}, \quad 115\frac{28}{30}, \quad 7\frac{35}{47}$$

جمع کسرها

جمع کسرهایی که مخرج‌های مختلف داشته باشند



• آیا کسرهایی را که مخرج‌های مساوی داشته باشند، با هم جمع نموده می‌توانید؟



• آیا کسرهایی را که در مخرج‌های آن‌ها، مضرب تمام مخرج‌ها موجود باشد، با هم جمع نموده می‌توانید؟

• آیا کسرهایی را که مخرج‌های مختلف داشته باشند، با هم جمع نموده می‌توانید؟

کسرهایی را که می‌خواهیم با هم جمع نماییم، در اول می‌بینیم که هم مخرج‌اند یا خیر؛ در صورتی که هم مخرج باشند؛ چنانچه می‌دانیم از جمله مخرج‌های مساوی یک مخرج را به حیث مخرج مشترک کسرها در نظر می‌گیریم و بعد صورت‌های کسرهای مذکور را با هم جمع نموده، و در صورت کسر حاصله می‌نویسیم؛ طور زیر:

$$1- \quad \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3+4}{5} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$$

$$2- \quad \frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+3}{7} = \frac{4}{7}$$

$$3- \quad \frac{4}{15} + \frac{9}{15} = \frac{4+9}{15} = \frac{13}{15}$$

در صورتی که کسرها هم مخرج نباشند، اول آنها را هم مخرج نموده؛ سپس آنها را با هم جمع می‌کنیم؛ چنانچه قبل از مطالعه نمودیم که اگر صورت و مخرج یک کسر در عین عدد غیر از صفر ضرب شود، کسر معادل آن به دست می‌آید.

بنابراین برای هم مخرج ساختن کسرهایی که دارای عین مخرج نباشند، صورت و مخرج کسر اولی را در مخرج کسر دومی و صورت و مخرج کسر دومی را در مخرج کسر اولی ضرب می‌نماییم و کسرهای معادل آنها را که هم مخرج اند، حاصل می‌نماییم.

مثال‌ها:

$$1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$$

$$2 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} + \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{12}{18} + \frac{15}{18} = \frac{12+15}{18} = \frac{27}{18}$$

$$3 - \frac{4}{9} + \frac{5}{12} = \frac{4 \times 12}{9 \times 12} + \frac{5 \times 9}{12 \times 9} = \frac{48}{108} + \frac{45}{108} = \frac{48+45}{108} = \frac{93}{108}$$

در صورتی که یکی از مخرج‌ها، مضرب تمام مخرج‌ها باشد، مضرب تمامی مخرج‌ها را به حیث مخرج مشترک انتخاب نمود، بعد از آن عملیه جمع را چنین انجام می‌دهیم:

$$4 - \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{(8 \div 4) \times 3 + (8 \div 8) \times 5}{8} = \frac{2 \times 3 + 1 \times 5}{8} = \frac{6+5}{8} = \frac{11}{8} = 1 \frac{3}{8}$$

فعالیت

کسرهای زیر را با در نظر داشت مثالهای حل شده فوق، جمع نمایید.

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{6} = , \quad \frac{4}{14} + \frac{5}{9} = , \quad \frac{7}{12} + \frac{4}{6} =$$



کسرهای زیر را جمع کنید.

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = , \quad \frac{9}{12} + \frac{5}{11} = , \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$$



۱- کسرهای زیر را جمع کنید.

$$\frac{6}{8} + \frac{7}{8} = , \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = , \quad \frac{6}{32} + \frac{14}{32} = , \quad \frac{4}{11} + \frac{11}{5} =$$

۲- مجموع طول دو درازچوکی را معلوم کنید که طول یکی آن $\frac{3}{8}$ متر و طول دیگر آن $\frac{4}{8}$ متر است.

- ۳- داود $\frac{1}{5}$ حصه نان و فهیمه $\frac{3}{5}$ حصه نان را خورده است، معلوم کنید که هر دوی شان در مجموع چقدر نان را خورده اند؟
- ۴- یک شاگرد $\frac{1}{5}$ حصه کتاب ریاضی خود را در یک روز و $\frac{2}{7}$ حصه آن را روز بعد تکرار نموده است، معلوم کنید که شاگرد موصوف چندم حصه کتاب خود را در دو روز تکرار کرده است؟
- ۵- یک دهقان $\frac{1}{3}$ حصه زمین خود را دیروز و $\frac{1}{4}$ حصه آن را امروز قلبه نموده است، معلوم کنید که وی در دو روز چقدر زمین را قلبه نموده است؟

جمع کسرها به کمک کوچکترین مضرب مشترک

۰ آیا در جمع کسرها با مخرج‌های مختلف می‌توان مخرج مشترک را کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها تعیین نمود؟

به مثال‌های زیر توجه کنید.

۱- کسرهای $\frac{5}{12}$ و $\frac{7}{8}$ را طور زیر جمع می‌نماییم:



حل: اول کوچکترین مضرب مشترک مخرج ها (۱۲ و ۸) را دریافت می‌کنیم.

	۲	۸	۱۲
۲		۴	۶
	۲		۳

$$\text{کوچکترین مضرب مشترک مخرج ها } 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

حالا عدد ۲۴ را مخرج مشترک کسرهای $\frac{5}{12}$ و $\frac{7}{8}$ قرار می‌دهیم
 مخرج مشترک (۲۴) را بر هر یک از مخرج ها، تقسیم و حاصل تقسیم را در صورت هر یک از کسرها ضرب نموده، حاصل آنها را با هم جمع می‌کنیم و در صورت می‌نویسیم

$$\begin{aligned} \frac{5}{12} + \frac{7}{8} &= \frac{(24 \div 8) \times 5 + (24 \div 12) \times 7}{24} \\ &= \frac{(3 \times 5) + (2 \times 7)}{24} = \frac{15 + 14}{24} = \frac{29}{24} = 1 \frac{5}{24} \end{aligned}$$

۲- کسرهای $\frac{7}{27}$ و $\frac{4}{18}$ را طور زیر جمع می‌نماییم:

	۳	۱۸	۲۷
۳		۶	۹
	۲		۳

حل: کوچکترین مضرب مشترک مخرج ها (۱۸ و ۲۷) را چنین دریافت می‌داریم.

بنابرآن کوچکترین مضرب مشترک مخرج ها $3 \times 2 \times 3 \times 3 = 54$ عبارت است از: (۱۸ و ۲۷)

: پس

$$\frac{7}{18} + \frac{4}{27} = \frac{(54 \div 18) \times 7 + (54 \div 27) \times 4}{54} = \frac{(3 \times 7) + (2 \times 4)}{54} = \frac{21 + 8}{54} = \frac{29}{54}$$

فعالیت

کسرهای زیر را به واسطه کوچکترین مضرب مشترک، هم مخرج نموده و با هم جمع نمایید.

$$1 - \frac{7}{15} + \frac{5}{18} = ?$$

$$2 - \frac{9}{24} + \frac{11}{32} = ?$$

کار خانه‌گی



کسرهای زیر را به واسطه کوچکترین مضرب مشترک، هم مخرج نموده و با هم جمع کنید.

$$\frac{4}{6} + \frac{7}{12} =$$

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{7} =$$

$$\frac{11}{18} + \frac{9}{16} =$$

جمع کسرهای مخلوط

- جمع کسرهای دارای عدد صحیح با جمع کسرهای بدون عدد صحیح چی تفاوت دارد؟



کسرهای مخلوط با مخرج های مساوی طور زیر جمع می گردند.

- کسرهای $(\frac{1}{8} \text{ و } \frac{3}{8})$ را چنین جمع می کنیم:

طریقه اول

$$2 \quad \frac{3}{8} + 3 \frac{1}{8} = \frac{19}{8} + \frac{25}{8} = \frac{19+25}{8} = \frac{44}{8} = \frac{11}{2} = 5 \frac{1}{2}$$



طریقه دوم



$$2 \quad \frac{3}{8} + 3 \frac{1}{8} = (2+3) + (\frac{3}{8} + \frac{1}{8}) = 5 + (\frac{3+1}{8}) = 5 + \frac{4}{8} = 5 \frac{1}{2}$$

کسرهای مخلوط با مخرج های مختلف طور زیر جمع می شوند.

- کسرهای $(\frac{1}{4} \text{ و } \frac{2}{3})$ را چنین جمع می کنیم:

طریقه اول

$$\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} = \frac{17}{4} + \frac{5}{3}$$

۱۲= کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۴ و ۳)

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} &= \frac{17}{4} + \frac{5}{3} = \frac{(12 \div 4) \times 17 + (12 \div 3) \times 5}{12} \\ &= \frac{(3 \times 17) + (4 \times 5)}{12} = \frac{51 + 20}{12} = \frac{71}{12} = 5\frac{11}{12}\end{aligned}$$

طریقه دوم

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} &= (4+1) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right) = 5 + \left(\frac{(12 \div 4) \times 1 + (12 \div 3) \times 2}{12} \right) \\ 5 + \left(\frac{(3 \times 1) + (4 \times 2)}{12} \right) &= 5 + \left(\frac{3+8}{12} \right) = 5 + \frac{11}{12} = 5\frac{11}{12}\end{aligned}$$

- زلمی توسط موترسایکل از خانه به طرف باع خود حرکت کرد. در ساعت اول $\frac{3}{4}$ کیلومتر، در ساعت دوم $\frac{4}{5}$ کیلومتر و در ساعت سوم $\frac{1}{3}$ کیلومتر راه را طی نموده و به باع رسید؛ معلوم کنید که وی در مجموع چند کیلومتر مسافت را پیموده است؟

حل

$$4 \frac{3}{5} + 3 \frac{4}{7} + 3 \frac{1}{5} = \frac{23}{5} + \frac{25}{7} + \frac{16}{5}$$

۳۵ = کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۵ و ۷)

$$\frac{23}{5} + \frac{25}{7} + \frac{16}{5} = \frac{(35 \div 5) \times 23 + (35 \div 7) \times 25 + (35 \div 5) \times 16}{35}$$

$$= \frac{(7 \times 23) + (5 \times 25) + (7 \times 16)}{35}$$

$$= \frac{161 + 125 + 112}{35} = \frac{398}{35} = 11 \frac{13}{35}$$

فعالیت

۱- کسرهای زیر را غیرواجب نموده؛ سپس با هم جمع کنید.

$$9 \frac{3}{11} + 3 \frac{6}{12} =$$

۲- در کسرهای زیر، اعداد صحیح و کسرها را جدا جدا جمع کنید.

$$2 \frac{5}{12} + 6 \frac{3}{28} =$$

کار خانه‌گی



کسرهای زیر را با هم جمع کنید.

$$7 \frac{1}{2} + 15 \frac{1}{2} + 42 \frac{3}{4} =$$

$$4 \frac{9}{16} + 3 \frac{5}{36}$$

تمرین



۱- کسرهای زیر را با هم جمع کنید.

$$\frac{6}{8} + \frac{7}{8} =$$

$$, \quad \frac{6}{31} + \frac{14}{32} =$$

$$, \quad \frac{11}{5} + \frac{44}{11} =$$

$$\frac{1}{17} + \frac{78}{12} =$$

$$, \quad \frac{25}{100} + \frac{125}{100} =$$

$$, \quad \frac{178}{8} + \frac{112}{6} =$$

۲- کسرهای زیر را توسط دریافت کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها، هم‌خرج سازید و با هم جمع نمایید.

$$\frac{5}{36} + \frac{3}{48} =$$

$$, \quad \frac{6}{9} + \frac{7}{18} =$$

$$, \quad \frac{1}{3} + \frac{6}{7} + \frac{12}{21} =$$

$$\frac{8}{13} + \frac{25}{11} =$$

$$, \quad \frac{17}{36} + \frac{98}{108} =$$

$$, \quad \frac{50}{80} + \frac{17}{24} + \frac{13}{20} =$$

۳- کسرهای زیر را با هم جمع کنید.

$$1 \frac{4}{9} + 2 \frac{1}{9} = , \quad 9 \frac{3}{11} + 3 \frac{6}{12} = , \quad 3 \frac{4}{5} + 1 \frac{3}{7} + 6 \frac{1}{14} =$$

$$7 \frac{3}{8} + 5 \frac{1}{8} = , \quad 8 \frac{12}{50} + 25 \frac{6}{51} = , \quad \frac{8}{9} + 9 \frac{3}{4} + 7 \frac{3}{10} =$$

۴- قیمت یک دانه قلم $\frac{1}{5}$ افغانی و قیمت یک جلد کتابچه

$\frac{3}{4}$ افغانی است، مجموع قیمت قلم و کتابچه را معلوم کنید.

۵- عارف $\frac{3}{4}$ حصة پول خود را برای خرید کتابچه مصرف

نموده و $\frac{1}{7}$ حصة پول خود را یک قلم خودرنگ خریده است،
معلوم کنید که چندم حصة پول خود را مصرف کرده است.

۶- جمیله $\frac{1}{3}$ حصة کیک را روز دوشنبه و $\frac{2}{6}$ حصة آن را

روز سه شنبه خورده است، معلوم کنید در مجموع چندم حصة کیک
را در دو روز خورده است.

۷- در یک مسابقه دوش سلما $\frac{1}{4}$ دور و شایسته $\frac{2}{5}$ دور

دویده است، معلوم کنید که آنها در مجموع چند دور دویده اند.

۸- گلالی برای ساختن کیک، $\frac{2}{7}$ پیاله آرد و برای پختن نان

$\frac{1}{14}$ پیاله آرد را مصرف کرده است، معلوم کنید که وی در مجموع
چند پیاله آرد مصرف نموده است.

۹- خرم به مدت $\frac{1}{2}$ ساعت از یک قریه سفر کرده بعد از یک

توقف، مدت $\frac{1}{4}$ ساعت دیگر سفر می‌کند تا به کابل می‌رسد؛ معلوم
کنید که وی در مجموع چند ساعت سفر نموده است.

۱۰- احمد $\frac{3}{4}$ حصة پول جیب خود را برای خرید کیک و $\frac{1}{8}$
حصة آن را برای خرید شیرینی مصرف کرده است؛ معلوم کنید که
وی کدام کسر پول خود را مصرف کرده است.

تفریق کسرها

تفریق کسرهایی که مخرج‌های مختلف داشته باشند



- تفریق کسرها با جمع کسرها چی تفاوت دارد؟
- آیا در عملیه تفریق کسرها برای دریافت مخرج مشترک از کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها استفاده می‌شود؟ چطور؟



کسرهایی را که می‌خواهیم تفریق نماییم، مانند جمع اول می‌بینیم که هم مخرج‌اند و یا خیر؛ چنانچه می‌دانید، در صورتی که هم مخرج باشند یکی از مخرج‌های مساوی را در مخرج کسر قرار داده، صورت‌ها را از یکدیگر تفریق می‌کنیم و در صورت کسر می‌نویسیم.
مثال‌ها

$$1- \quad \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5-3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$2- \quad \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

در صورتی که کسرها هم مخرج نباشند اول مانند جمع آن‌ها را هم مخرج نموده، بعد از همدیگر تفریق می‌کنیم.
مثال‌ها

$$3- \quad \frac{4}{5} - \frac{2}{7} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} - \frac{2 \times 5}{7 \times 5} = \frac{28}{35} - \frac{10}{35} = \frac{28-10}{35} = \frac{18}{35}$$

$$4- \quad \frac{3}{7} - \frac{1}{9} = \frac{3 \times 9}{7 \times 9} - \frac{1 \times 7}{9 \times 7} = \frac{27}{63} - \frac{7}{63} = \frac{27-7}{63} = \frac{20}{63}$$

تفریق کسرها به کمک کوچکترین مضرب مشترک

برای تفریق کسرهایی که هم مخرج نباشند علاوه بر طریقه قبلی می‌توانیم مانند جمع به کمک دریافت کوچکترین مضرب مشترک کسرها نیز آن‌ها را هم مخرج ساخته و از هم تفریق نماییم.

مثال اول: کسر $\frac{5}{15}$ از کسر $\frac{11}{12}$ چنین تفریق می‌گردد.

حل: اول کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها را دریافت می‌کنیم؛ بعد از آن مانند جمع، کوچکترین مضرب مشترک را به مخرج هر کسر تقسیم می‌کنیم و حاصل تقسیم را در صورت همان کسر ضرب کرده، از هم تفریق می‌نماییم.

$$\begin{array}{r} & 12 & 15 \\ \hline 3 & | & \\ & 4 & 5 \\ \hline & & \end{array} \quad 5 \times 4 \times 3 = 60$$

چون کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۱۲ و ۱۵) عدد ۶۰ می‌باشد؛ پس:

$$\begin{aligned} \frac{11}{15} - \frac{5}{12} &= \frac{(60 \div 15) \times 11 - (60 \div 12) \times 5}{60} = \frac{4 \times 11 - 5 \times 5}{60} \\ &= \frac{44 - 25}{60} = \frac{19}{60} \end{aligned}$$

مثال دوم: کسر $\frac{4}{15}$ از کسر $\frac{13}{18}$ چنین تفریق می‌گردد:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 18 & 15 \\ \hline 6 & 5 \end{array} \quad 5 \times 6 \times 3 = 90$$

چون کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۱۵ و ۱۸) عدد ۹۰ می‌باشد؛ پس:

$$\begin{aligned} \frac{13}{18} - \frac{4}{15} &= \frac{(90 \div 18) \times 13 - (90 \div 15) \times 4}{90} = \frac{(5 \times 13) - (6 \times 4)}{90} \\ &= \frac{65 - 24}{90} = \frac{41}{90} \end{aligned}$$

فعالیت

با مساوی ساختن مخرج‌ها، کسرهای داده شده زیر را از هم تفریق کنید.

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{8} =$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} =$$

مخرج مشترک کسرهای زیر را به کمک کوچکترین مضرب مشترک دریافت نموده، عملیه تفریق را انجام دهید.

$$\frac{5}{16} - \frac{7}{28} =$$

$$\frac{12}{18} - \frac{9}{27} =$$

کار خانه‌گی



۱- با مساوی ساختن مخرج‌ها، کسر $\frac{2}{3}$ را از کسر $\frac{10}{12}$ تفريط کنید.

۲- مخرج مشترک کسرهای زیر را به کمک کوچکترین مضرب مشترک دریافت کرده، عملیهٔ تفريط را انجام دهید.

$$\frac{9}{14} - \frac{7}{18} =$$

تمرین



۱- کسرهای زیر را از هم تفريط نمایید.

$$\frac{8}{10} - \frac{4}{6}$$

,

$$\frac{5}{9} - \frac{3}{8}$$

$$\frac{6}{12} - \frac{1}{4}$$

,

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{12}$$

۲- کسرهای زیر را به کمک دریافت کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها، هم‌مخرج ساخته، از هم تفريط نمایید.

$$\frac{9}{16} - \frac{8}{24}$$

,

$$\frac{18}{24} - \frac{6}{18}$$

,

$$\frac{24}{30} - \frac{12}{18}$$

تفریق کسرهای مخلوط

- تفریق کسرهایی که عدد صحیح دارند با تفریق کسرهایی که عدد صحیح ندارند، چی تفاوت دارد؟



به مثال‌های زیر توجه کنید.

مثال اول: کسر $\frac{2}{7}$ را از کسر $\frac{3}{7}$ و چنین تفریق می‌نماییم:

حل: اول کسرها را غیرواجب نموده، بعد از آن عملیه تفریق را اجرا می‌نماییم.

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} - \frac{2}{7} &= \frac{(7 \times 6) + 3}{7} - \frac{(7 \times 5) + 2}{7} = \frac{42 + 3}{7} - \frac{35 + 2}{7} = \frac{45}{7} - \frac{37}{7} \\ &= \frac{45 - 37}{7} = \frac{8}{7} = 1 \frac{1}{7} \end{aligned}$$

مثال دوم: کسر $\frac{5}{12}$ را از کسر $\frac{4}{9}$ طور زیر تفریق می‌گردد:

$$\frac{5}{12} - \frac{4}{9} = \frac{10}{12} - \frac{58}{9}$$

حل:

$36 =$ کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۹ و ۱۲)

پس:

$$\begin{aligned} \frac{5}{12} - \frac{4}{9} &= \frac{10}{12} - \frac{58}{9} = \frac{(3 \times 10) - (4 \times 58)}{36} \\ &= \frac{30 - 232}{36} = \frac{71}{36} = 1 \frac{35}{36} \end{aligned}$$

مثال سوم: فاصله بین دو قریه $\frac{6}{7}$ کیلومتر است. یک نفر توسط اسپ از یک قریه به سوی قریه دیگر حرکت کرده است، در صورتی که نفر مذکور $\frac{4}{5}$ کیلومتر فاصله را طی کرده باشد، معلوم کنید که چند کیلومتر راه باقی مانده است تا به قریه دیگر برسد.

حل:

$$\begin{aligned} 12 \frac{6}{7} - 6 \frac{4}{5} &= \frac{(7 \times 12) + 6}{7} - \frac{(5 \times 6) + 4}{5} \\ &= \frac{84 + 6}{7} - \frac{30 + 4}{5} = \frac{90}{7} - \frac{34}{5} \end{aligned}$$

۳۵ کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها (۵ و ۷) است.

$$\frac{90}{7} - \frac{34}{5} = \frac{(5 \times 90) - (7 \times 34)}{35} = \frac{450 - 238}{35} = \frac{212}{35} \quad \text{پس:}$$

$$12 \frac{6}{7} - 6 \frac{4}{5} = \frac{212}{35} = 6 \frac{2}{35}$$

بنابر آن:

و یا در تفرييق کسرهایی که دارای عدد صحیح‌اند، اول مخرج مشترک را پیدا می‌نماییم؛ اگر کسر مفروق منه از کسر مفروق کوچکتر باشد، از عدد صحیح کسر مفروق منه یک واحد گرفته و آن را به کسر تبدیل می‌نماییم؛ بعد آن را با کسر مفروق منه جمع می‌کنیم و سپس عدد صحیح را از عدد صحیح و قسمت کسری را از قسمت کسری تفرييق می‌نماییم.

مثال چهارم:

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{4}$$

طوری که دیده می شود قسمت کسری مفروق منه ($\frac{1}{3}$) کوچکتر از قسمت کسری مفروق ($\frac{3}{4}$) است؛ پس نخست از عدد صحیح مفروق منه (۳) یک واحد را با قسمت کسری آن جمع نموده، بعد

عملیه تفریق را انجام می دهیم:

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{4} =$$

$$\text{کسر } \frac{1}{3} \text{ را می توان به این طریق نیز نوشت: } 2 + \left(1 + \frac{1}{3} \right)$$

$$2 + \left(1 + \frac{1}{3} \right) - 1 \frac{3}{4} = 2 + \left(1 + \frac{1}{3} \right)$$

$$2 + \left(\frac{3}{3} + \frac{1}{3} \right) - 1 \frac{3}{4} = 2 + \frac{4}{3} - 1 \frac{3}{4} =$$

$$2 \frac{4}{3} - 1 \frac{3}{4} =$$

$$(2-1) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4} \right) = \text{کوچکترین مضرب مشترک مخرج ها}$$

(۴، ۳) عدد ۱۲ است؛ پس:

$$1 + \frac{16-9}{12} =$$

$$1 + \frac{7}{12} = 1 \frac{7}{12}$$

فعالیت

کسرهای زیر را از هم تفریق نمایید.

$$5 \frac{1}{2} - 1 \frac{3}{4} =$$

$$8 \frac{3}{8} - 3 \frac{1}{4} =$$

کار خانه‌گی



کسرهای زیر را از هم تفریق کنید.

$$6 \frac{9}{10} - 2 \frac{3}{5} =$$

$$3 \frac{3}{4} - 2 \frac{1}{3} =$$

تمرین



۱- کسرهای زیر را از هم تفریق کنید.

$$\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$$

,

$$\frac{28}{45} - \frac{21}{45}$$

,

$$\frac{11}{15} - \frac{8}{18}$$

$$\frac{9}{15} - \frac{6}{15}$$

,

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{12}$$

,

$$\frac{125}{12} - \frac{98}{36}$$

$$\frac{13}{21} - \frac{6}{21}$$

,

$$\frac{9}{5} - \frac{9}{6}$$

,

$$\frac{30}{8} - \frac{7}{20}$$

۲- کسرهای زیر را به کمک دریافت کوچکترین مضرب مشترک
مخرج‌ها، هم مخرج ساخته و از هم تفریق نمایید.

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{9}$$

,

$$\frac{12}{18} - \frac{9}{27}$$

,

$$\frac{19}{35} - \frac{11}{40}$$

۳- کسرهای زیر را از هم تفریق نمایید.

$$8 \frac{5}{9} - 4 \frac{7}{9}$$

,

$$35 \frac{9}{12} - 18 \frac{6}{24}$$

$$24 \frac{6}{13} - 21 \frac{8}{13}$$

,

$$128 \frac{21}{48} - 111 \frac{11}{58}$$

۴- معلم دری از $\frac{2}{4}$ صفحه کتاب دری به تعداد $\frac{18}{5}$ صفحه آن را به شاگردان تدریس نموده است، معلوم کنید که چند صفحه کتاب باقی مانده است.

۵- یک مسلمان در یک شبانه‌روز مدت $\frac{2}{3}$ ساعت را صرف ادای نماز و تلاوت قرآن کریم می‌نماید؛ معلوم کنید چند ساعت دیگر آن برای تهیه نفقة، خدمت به مردم و استراحت باقی می‌ماند.

۶- دو قالین که یکی آن $\frac{2}{3}$ متر مربع اتاق را و دیگر آن $\frac{1}{2}$ متر مربع اتاق را می‌پوشاند، معلوم کنید که قالین اول نسبت به قالین دوم چند متر مربع بزرگتر است.

- ۷- یک دهقان از جمله $\frac{1}{2}$ ۱۲۵ سیر گندم که آن را برای کشت آماده کرده بود، مقدار $\frac{3}{4}$ ۶۵ سیر آن را کشت نموده است؛ معلوم نمایید که چند سیر آن باقی مانده است.
- ۸- یک ادویه فروش از جمله $\frac{3}{4}$ ۶۲۵ افغانی، $\frac{1}{2}$ ۴۱۲ افغانی را ادویه و پول متباقی را سیروم خریداری نموده است؛ معلوم کنید که چند افغانی را در خرید سیروم به مصرف رسانیده است.

ضرب کسرها

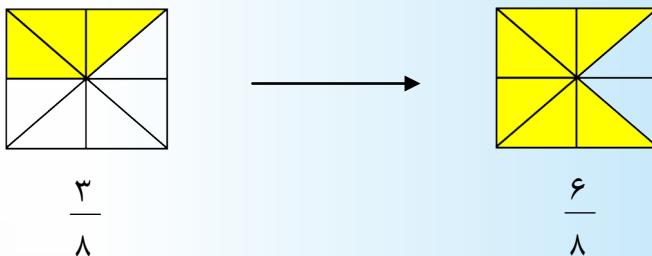
ضرب عدد صحیح در کسر و ضرب کسر در عدد صحیح

• حاصل جمع $(\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7})$ را به شکل حاصل ضرب تبدیل نموده می‌توانید؟

الف: ضرب عدد صحیح در کسر

به اشکال زیر متوجه شوید.

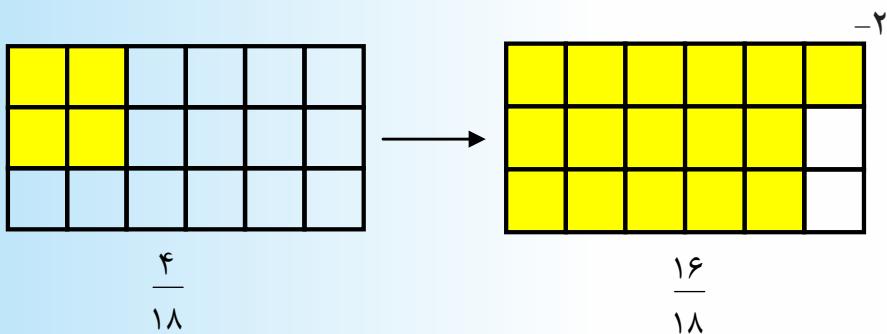
- ۱



در شکل طرف چپ دیده می‌شود که $\frac{3}{8}$ حصه شکل رنگ شده است، اگر ۲ تا $\frac{3}{8}$ حصه از این شکل رنگ شود، $\frac{6}{8}$ حصه آن رنگ می‌شود.

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{3+3}{8} = \frac{6}{8}$$

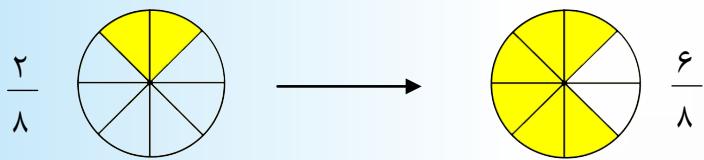
$$\frac{3}{8} = 2 \times \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$$



در شکل طرف چپ دیده می‌شود که $\frac{4}{18}$ حصه شکل رنگ شده است، اگر ۴ تا $\frac{4}{18}$ حصه این شکل رنگ شود، $\frac{16}{18}$ حصه آن شکل رنگ می‌شود؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$4 \times \frac{4}{18} = \frac{16}{18}$$

-۳



در شکل طرف چپ دیده می‌شود که $\frac{2}{8}$ حصه دایره رنگ شده است،

اگر ۳ تا $\frac{2}{8}$ حصه این دایره رنگ شود، $\frac{6}{8}$ حصه آن رنگ

می‌شود؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

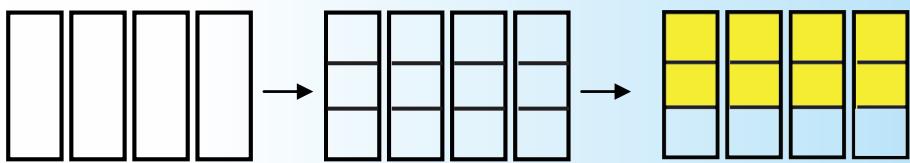
$$3 \times \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$$

ب: ضرب کسر در عدد صحیح

به مثال‌های زیر متوجه شوید.

$$1 - \text{کسر } \frac{2}{3} \text{، ۴ دفعه چند می‌شود؟} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{3} \times 4 = ?$$

کسر $\frac{2}{3}$ ، ۴ دفعه، یعنی ابتدا هر یک از ۴ واحد را به سه حصة مساوی تقسیم نموده، بعد دو حصة هر واحد را رنگ می‌کنیم، یعنی:



$$\frac{8}{3}$$

طوری که در شکل‌های بالا دیده می‌شود، $\frac{2}{3}$ چهارتا، $\frac{8}{3}$ می‌شود.

$$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$$

بنابر آن:

$$2 - \text{کسر } \frac{3}{4} \text{، ۵ دفعه چند می‌شود؟} \quad \text{یا} \quad \frac{3}{4} \times 5 = ?$$

کسر $\frac{3}{4}$ ، ۵ دفعه، یعنی اول هر یک از ۵ واحد را به چهار حصة مساوی

تقسیم نموده، بعد سه حصة هر واحد را رنگ می‌کنیم، یعنی:



در شکل‌های بالا دیده می‌شود که $\frac{3}{4}$ پنج تا، $\frac{15}{4}$ می‌شود.

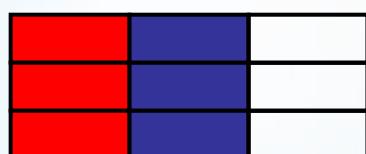
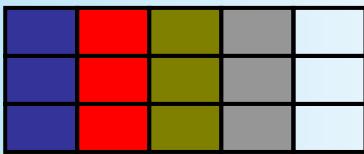
بنابرآن:

$$\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

از حل مثال‌های فوق می‌توانیم بنویسیم که: هر گاه یک عدد صحیح در کسر و یا کسر در عدد صحیح ضرب شود، عدد صحیح تنها در صورت کسر ضرب گردیده و بر مخرج اولی نوشته می‌شود.

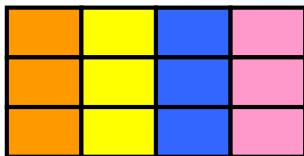
فعالیت

در مورد هر یک از شکل‌های زیر، مانند مثال حل شده عمل کنید.



$$\frac{12}{15} \text{ تا } \frac{3}{4} \text{ می‌شود.}$$

$$\text{پس: } 4 \times \frac{3}{15} = \frac{12}{15}$$



کار خانه‌گی

سوال‌های زیر را ضرب نمایید.

$$1 - \quad 5 \times \frac{3}{4} =$$

$$3 - \quad \frac{9}{11} \times 8 =$$

$$2 - \quad 2 \times \frac{6}{7} =$$

$$4 - \quad \frac{4}{6} \times 4 =$$

تمرین



مانند مثال حل شده، سوال‌های زیر را ضرب نمایید.

$$5 \times \frac{3}{16} = \frac{15}{16} \quad , \quad 2 \times \frac{5}{12} = \frac{10}{12} \quad , \quad 4 \times \frac{3}{15} = \frac{12}{15} \quad , \quad 3 \times \frac{2}{11} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{2}{4} \times 5 = \frac{10}{4} \quad , \quad \frac{4}{6} \times 7 = \frac{28}{6} \quad , \quad \frac{3}{5} \times 4 = \frac{12}{5} \quad , \quad \frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7}$$

$$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} \quad , \quad \frac{3}{5} \times 8 = \frac{24}{5} \quad , \quad \frac{3}{7} \times 2 = \frac{6}{7} \quad , \quad \frac{2}{4} \times 7 = \frac{14}{4}$$

ضرب کسر در کسر

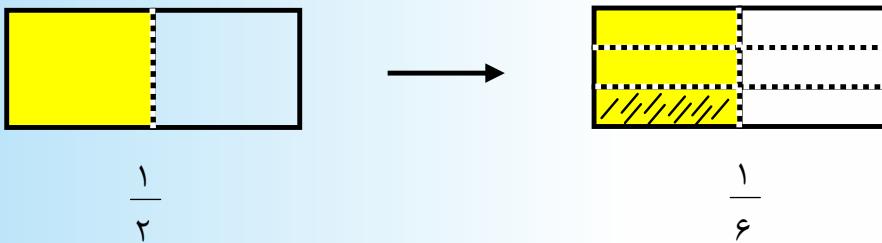


دو کسر دلخواه خود را بنویسید.

آیا می توانید این دو کسر را با هم ضرب کنید؟

به اشکال زیر متوجه شوید.

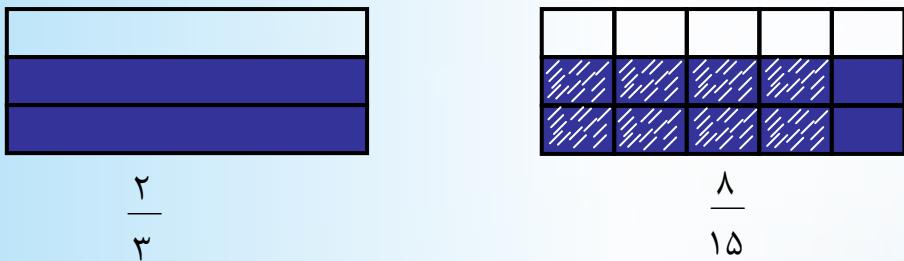
-1



طوری که در شکل طرف چپ دیده می شود، $\frac{1}{2}$ حصة شکل رنگ شده است، اگر یک سوم حصة این $\frac{1}{3}$ را در شکل مقابل آن در نظر بگیریم، $\frac{1}{6}$ حصة تمام شکل می شود؛ بنابر آن می توانیم بنویسیم که:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

-2



$\frac{2}{3}$ شکل طرف چپ رنگ گردیده است و در شکل مقابل آن $\frac{4}{5}$ از این $\frac{2}{3}$ مشخص گردیده است.

طوری که دیده می‌شود، $\frac{4}{5}$ این $\frac{2}{3}$ مساوی با $\frac{8}{15}$ است؛ و یا:

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

مثال اول: کسر $\frac{3}{4}$ در کسر $\frac{2}{5}$ چنین ضرب می‌گردد:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$$

مثال دوم: کسر $\frac{2}{9}$ در کسر $\frac{4}{5}$ چنین ضرب می‌گردد:

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{2 \times 4}{5 \times 9} = \frac{8}{45}$$

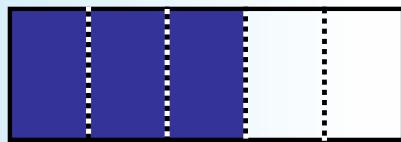
از مثال‌های حل شده بالا می‌توانیم بنویسیم که:

$$\frac{\text{صورت کسر دوم} \times \text{صورت کسر اول}}{\text{مخرج کسر دوم} \times \text{مخرج کسر اول}} = \text{کسر} \times \text{کسر}$$

فعالیت ها

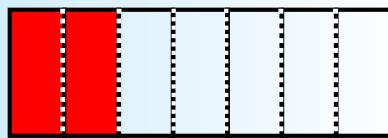
۱- در شکل زیر $\frac{3}{5}$ حصة آن رنگ گردیده است، $\frac{1}{2}$ این $\frac{3}{5}$ را

مشخص کنید و بگویید که $\frac{1}{2}$ حصة شکل $\frac{3}{5}$ ، کدام کسری از شکل است.



$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \dots$$

۲- در شکل زیر $\frac{2}{7}$ حصة آن رنگ گردیده است، $\frac{1}{3}$ حصة این $\frac{2}{7}$ را مشخص کرده و بگویید که $\frac{1}{3}$ حصة شکل $\frac{2}{7}$ کدام $\frac{7}{7}$ کسری از شکل است.



$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \dots$$

کار خانه‌گی

کسرهای زیر را ضرب کنید.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \quad , \quad \frac{7}{8} \times \frac{4}{6} = \quad , \quad \frac{5}{9} \times \frac{3}{8} =$$

یادداشت

۱- هر عدد صحیح دارای مخرج (۱) است؛ طور مثال: (۱، ۲، ۳، ۴...) دارای مخرج (۱) می‌باشند و به شکل زیر آنها را می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{1}{1}, \quad \frac{2}{1}, \quad \frac{3}{1}, \quad \frac{4}{1}, \quad \dots$$

۲- معکوس (سرچه) کردن: نوشتن صورت به جای مخرج و مخرج به جای صورت کسر را معکوس (سرچه) می‌گویند.

$$\text{طور مثال: معکوس } \frac{9}{8}, \frac{4}{7}, \frac{2}{3}$$

$$\text{عبارت است از: } \frac{1}{\frac{9}{8}}, \frac{1}{\frac{4}{7}}, \frac{1}{\frac{2}{3}}$$

۳- اگر حاصل ضرب دو کسر (۱) باشد، می‌گوییم هر یک از کسرها

معکوس یکدیگر اند، طور مثال: عدد ۶ معکوس $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{6}$ معکوس عدد ۶ است؛ همچنان $\frac{3}{4}$ معکوس $\frac{4}{3}$ و $\frac{4}{3}$ معکوس $\frac{3}{4}$

است، زیرا:

$$6 \times \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{1}{6} \times 6 = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{12} = 1$$

۴- در ضرب کردن کسرها، می‌توان اول کسرها را توسط اختصار، ساده نمود و بعد از آن عملیه ضرب را انجام داد.

مثال‌ها:

$$\frac{3}{9} \times \frac{4}{16} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{9}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{16}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{5}{25} \times \frac{7}{9} = \frac{\cancel{5}}{\cancel{25}} \times \frac{7}{\cancel{9}} = \frac{1}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{1 \times 7}{5 \times 9} = \frac{7}{45}$$

همچنین در ضرب کسرها، می‌توانیم صورت یک کسر را با مخرج هر کسر دیگر اختصار نماییم و بعد آن‌ها را با هم ضرب کنیم.

مثال‌ها:

$$\frac{1}{27} \times \frac{9}{40} = \frac{\cancel{1}}{\cancel{27}} \times \frac{\cancel{9}}{\cancel{40}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1}{3 \times 5} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{12}{45} \times \frac{7}{72} = \frac{\cancel{12}}{\cancel{45}} \times \frac{\cancel{7}}{\cancel{72}} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1 \times 7}{45 \times 6} = \frac{7}{270}$$

۵- در ضرب کسرها، اگر جاهای کسرها تبدیل شود در حاصل ضرب کسر، تغییر رخ نمی‌دهد، این خاصیت را به نام خاصیت تبدیلی عملیه ضرب کسرها می‌نامند.

مثال:

$$\frac{7}{9} \times \frac{8}{11} = \frac{7 \times 8}{9 \times 11} = \frac{56}{99}$$

یا:

$$\frac{8}{11} \times \frac{7}{9} = \frac{8 \times 7}{11 \times 9} = \frac{56}{99}$$

۶- خاصیت اتحادی نیز در عملیه ضرب کسرها مانند دیگر اعداد صدق می‌کند.

مثال:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{7}{8} \right) = \frac{3}{4} \times \frac{7}{40} = \frac{21}{160}$$

یا:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{7}{8} = \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \right) \times \frac{7}{8} = \frac{3}{20} \times \frac{7}{8} = \frac{21}{160}$$

یا:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{7}{8} = \left(\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} \right) \times \frac{1}{5} = \frac{21}{32} \times \frac{1}{5} = \frac{21}{160}$$

دیده می‌شود که کسرهای $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{7}{8}$ به سه شکل با هم ضرب شده و حاصل ضرب آنها با هم مساوی است؛ پس می‌توان گفت که عملیه ضرب کسرها خاصیت اتحادی را صدق می‌کند.

ضرب کسرهای مخلوط

- ضرب کسرهای دارای عدد صحیح با ضرب کسرهای بدون عدد صحیح چی تفاوت دارد؟



- آیا در ضرب کسرهای دارای عدد صحیح، اعداد را با هم و کسرها را با هم به صورت جداگانه ضرب نموده می‌توانیم؟

در ضرب کسرهای مخلوط، ابتدا شکل کسر مخلوط را به شکل کسری تبدیل نموده، بعد از آن عملیه ضرب را انجام می‌دهیم.

به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$1 - \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{11}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{11 \times 7}{4 \times 5} = \frac{77}{20} = 3\frac{17}{20}$$

$$2 - \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5}{6} \times \frac{31}{8} = \frac{5 \times 31}{6 \times 8} = \frac{155}{48} = 3\frac{11}{48}$$

$$3 - \frac{12 \times 6}{13} \times \frac{11}{1} = \frac{12}{1} \times \frac{6}{13} \times \frac{11}{1} = \frac{12}{1} \times \frac{89}{13} = \frac{12 \times 89}{1 \times 13} = \frac{1068}{13} = 82\frac{2}{13}$$

۴- اگر یک نفر به طور اوسط در یک ساعت $\frac{3}{4}$ کیلومتر مسافت را طی کند، معلوم کنید در $\frac{1}{2}$ ساعت چند کیلومتر مسافت را طی می‌کند.

$$\text{حل: } \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{15 \times 1}{4 \times 2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

پس در $\frac{1}{2}$ ساعت، $1\frac{7}{8}$ کیلومتر مسافت را طی می‌کند.

۵- $\frac{2}{3}$ حصة وزن بدن انسان را آب تشکیل داده است، در صورتی که وزن بدن یک نفر $\frac{2}{7} ۶۴$ کیلوگرام باشد، وزن آب در بدن او چند کیلوگرام خواهد بود؟

۳۰۰

$$\text{حل: } \frac{2}{3} \times \frac{64}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{450}{7} = \frac{2 \times 450}{3 \times 7} = \frac{900}{21} = \frac{300}{7} = 42\frac{6}{7}$$

فعالیت

۱- کسرهای زیر را با هم ضرب نمایید.

$$\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{5} = , \quad 4 \times 2\frac{1}{3} =$$

۲- اگر قیمت یک عدد پنسل $\frac{1}{2}$ افغانی باشد، قیمت ۸ عدد پنسل چند افغانی می‌شود؟



عمر فاطمه (۳۰) سال است و تا حال $\frac{3}{5}$ حصة عمر خود را صرف تحصیل نموده است، معلوم کنید که چند سال از عمر خود را صرف تحصیل نموده است.



۱- کسرهای زیر را اول اختصار کرده، بعد با هم ضرب نمایید.

$$\frac{4}{5} \times \frac{7}{3} , \quad \frac{7}{2} \times \frac{5}{2} , \quad \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} , \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{8}{14}$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} , \quad \frac{8}{4} \times \frac{10}{12} , \quad \frac{14}{17} \times \frac{34}{30} , \quad \frac{7}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{8}$$

۲- حاصل ضرب کسرهای زیر را معلوم کنید.

$$\frac{3}{8} \times \frac{6}{7} = ? \quad , \quad \frac{7}{8} \times \frac{3}{4} = ? \quad , \quad \frac{3}{4} \times \frac{7}{8} = ? \quad , \quad \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} = ?$$

$$\frac{9}{11} \times \frac{17}{18} = ? \quad , \quad 2 \times \frac{4}{9} = ? \quad , \quad \frac{4}{9} \times 2 = ? \quad , \quad \frac{17}{18} \times \frac{9}{11} = ?$$

۳- در خالیگاههای زیر عدد مناسب آن را بنویسید.

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \boxed{} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{1}{\boxed{}} \times \boxed{} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{8}{6} \times \frac{3}{2} = \boxed{} \times \frac{1}{6} \times \boxed{} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{7}{13} = \boxed{} \times \frac{1}{19} \times \boxed{} \times \frac{1}{13}$$

۴- نظر به خاصیت اتحادی عملیه ضرب، سؤالهای زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{8} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{13} = ?$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{7} \times \frac{2}{12} = ?$$

$$\frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{13} = ?$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{7}{8} = ?$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{6}{7} \times \frac{4}{11} = ?$$

$$\frac{12}{15} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} = ?$$

۵- کسرهای زیر را با هم ضرب نمایید.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{10} = ? , \quad \frac{1}{4} \times \frac{6}{20} = ? , \quad \frac{1}{7} \times \frac{2}{3} = ?$$

$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{11} = ? , \quad \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = ? , \quad \frac{4}{3} \times \frac{7}{5} \times 50 = ?$$

۶- یک تاجر 100 قوطی روغن خریده و $\frac{4}{5}$ حصة آن را فروخته است،

معلوم کنید که چند قوطی روغن را فروخته است.

۷- فاصله بین خانه توریالی و مکتب $\frac{4}{5}$ کیلومتر است، اگر

توریالی بعد از (20) دقیقه $\frac{5}{17}$ حصة این فاصله را طی نموده باشد،

معلوم کنید که چند کیلومتر راه را طی کرده است.

۸- یک نجار از تخته چوبی که مساحت آن 900 متر مربع بود،

13 میز ساخت؛ بعد از ساختن میزها $\frac{1}{9}$ حصة تخته باقی ماند، معلوم

کنید که چند متر مربع تخته چوب باقی مانده است.

۹- شخصی 720 کیلوگرام گندم داشت، $\frac{5}{9}$ حصة آن را به شریف

داد و شریف $\frac{3}{4}$ حصة گندم خود را به نذیر داد، معلوم کنید که

به نذیر چند کیلوگرام گندم رسیده است.

تقسیم کسرها

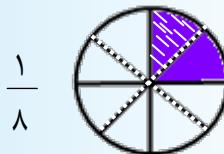
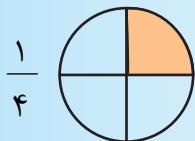
تقسیم کسر بر عدد صحیح و تقسیم عدد صحیح بر کسر

• حاصل ضرب $(\frac{1}{2} \times 4)$ را با کسر $\frac{4}{2}$ مقایسه کنید.

• حاصل های $(4 \div 2)$ و $\frac{1}{2} \times 4$ را با هم مقایسه کنید.

الف: تقسیم کسر بر عدد صحیح

به اشکال زیر متوجه شوید.



-1

دیده می شود که $\frac{1}{4}$ حصة شکل به دو حصة مساوی تقسیم گردیده است و یک حصة آن خط خطا شده است، یعنی $\frac{1}{8}$ حصة تمام شکل خط خطا شده است.

$$\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$$

یا

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{8}$$

یا:

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

از طرف دیگر می دانیم که:

$$\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

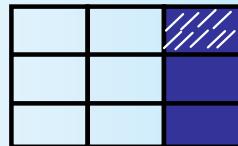
بنابر آن:

۲- در شکل زیر $\frac{1}{3}$ حصه شکل به سه حصه مساوی تقسیم و یک حصه آن خط زده شده است، یعنی $\frac{1}{9}$ حصه تمام شکل خط زده شده است.

$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{9}$$



یا

از طرف دیگر می‌دانیم که:

بنابرآن:

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \div 3 &= \frac{1}{9} \\ \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} &= \frac{1}{9} \\ \frac{1}{3} \div 3 &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}\end{aligned}$$

مثال‌ها:

معکوس یکدیگر

$$\frac{1}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{5 \times 2} = \frac{1}{10}$$

معکوس یکدیگر

$$\frac{1}{3} \div \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \div \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$$

از حل مثال‌های بالا می‌توان نتیجه زیر را نوشت:

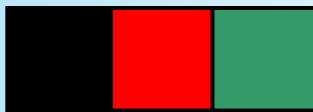
$$\text{معکوس عدد صحیح} \times \text{کسر} = \text{عدد صحیح} \div \text{کسر}$$

ب: تقسیم عدد صحیح بر کسر

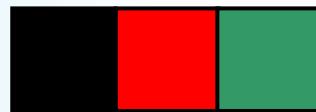


به اشکال زیر متوجه شوید.

-1



$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$$

در اشکال بالا دیده می‌شود که در ۲ شکل کسر $\frac{1}{3}$ ، ۶ بار شامل است.

$$2 \div \frac{1}{3} = 6$$

سپس می‌توانیم بنویسیم که:

$$2 \times \frac{3}{1} = 6$$

از طرف دیگر می‌دانیم که:

$$2 \div \frac{1}{3} = 2 \times \frac{3}{1} = 6$$

بنابرآن:

-2



$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$$

طوری که در اشکال بالا دیده می‌شود کسر $\frac{1}{4}$ در ۳ شکل، ۱۲ بار شامل است.

یا :

$$3 \div \frac{1}{4} = 12$$

$$3 \times \frac{4}{1} = 12$$

$$3 \div \frac{1}{4} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$$

از طرف دیگر:

بنابرآن:

مثال‌ها

۱- چند مرتبه $\frac{2}{3}$ در ۵ شامل است؟

$$5 \div \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{1 \times 2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$$

حل:

۲- چند مرتبه $\frac{4}{5}$ در ۹ شامل است؟

$$9 \div \frac{4}{5} = \frac{9}{1} \div \frac{4}{5} = \frac{9}{1} \times \frac{5}{4} = \frac{9 \times 5}{1 \times 4} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}$$

حل:

از حل مثال‌های بالا می‌توان نتیجهٔ زیر را نوشت:

معکوس کسر \times عدد صحیح = کسر \div عدد صحیح

فعالیت

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$\frac{1}{6} \div 2 = , \quad \frac{3}{4} \div 5 = , \quad \frac{5}{6} \div 3 =$$

$$6 \div \frac{2}{3} = , \quad 8 \div \frac{5}{4} = , \quad 4 \div \frac{1}{4} =$$



تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$\frac{1}{2} \div 7 = ? , \quad 9 \div \frac{3}{4} = ? , \quad \frac{1}{6} \div 8 = ? , \quad 22 \div \frac{6}{8} = ?$$



تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$\frac{4}{9} \div 6 = , \quad \frac{5}{6} \div 3 = , \quad \frac{6}{7} \div 11 =$$

$$2 \div \frac{1}{5} = , \quad 3 \div \frac{1}{2} = , \quad 12 \div \frac{1}{6} =$$

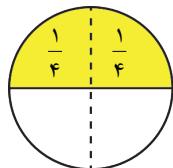
$$15 \div \frac{3}{4} = , \quad \frac{2}{3} \div 3 = , \quad 18 \div \frac{2}{5} =$$

تقسیم کسر بر کسر

- تقسیم کسرها با ضرب کسرها چی تفاوت دارد؟



۱- به شکل مقابل متوجه شوید.



طوری که در شکل دیده می‌شود در کسر $\frac{1}{4}$ ، کسر $\frac{1}{2}$ دو بار شامل است.

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$$

یا:

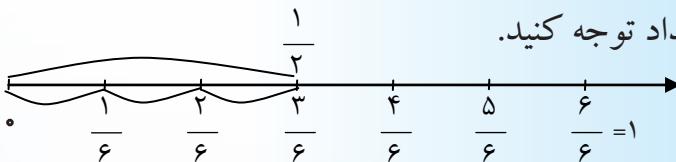
$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{1 \times 4}{2 \times 1} = \frac{4}{2} = 2$$

از طرف دیگر می‌دانیم که:

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{1 \times 4}{2 \times 1} = \frac{4}{2} = 2$$

بنابرآن:

۲- به محور اعداد متوجه کنید.



طوری که در محور اعداد دیده می‌شود در کسر $\frac{1}{2}$ ، کسر $\frac{1}{6}$ سه بار شامل است، یعنی:

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = 3$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = \frac{1 \times 6}{2 \times 1} = \frac{6}{2} = 3$$

از طرف دیگر:

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{2} = 3$$

بنابرآن:

مثال‌ها

۱- چند مرتبه $\frac{1}{4}$ در $\frac{3}{4}$ شامل است؟

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{1} = \frac{3 \times 4}{4 \times 1} = \frac{12}{4} = 3$$

حل:

۲- چند مرتبه $\frac{1}{2}$ در $\frac{3}{4}$ شامل است؟

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{27}{4} \div \frac{17}{8} = \frac{27}{4} \times \frac{8}{17} = \frac{27 \times 2}{1 \times 17} = \frac{54}{17} = 3\frac{3}{17}$$

۳- یک شخص $\frac{1}{4}$ کیلومتر مسافت را در $\frac{1}{2}$ ساعت طی کرده است، معلوم کنید که در یک ساعت چند کیلومتر را طی کرده است.

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{25}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{25}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{5 \times 1}{2 \times 1} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

حل:

از حل مثال‌های بالا می‌توان نتیجهٔ زیر را نوشت:

معکوس کسر دوم \times کسر اول = کسر دوم \div کسر اول

یا:

معکوس کسر مقسوم علیه \times کسر مقسوم = کسر مقسوم علیه \div کسر مقسوم



یادداشت: مثال زیر را در نظر می‌گیریم.

$$24 \div 12 = 24 \times \frac{1}{12} = \frac{24}{1} \times \frac{1}{12} = \frac{24}{12}$$

در این مثال دیده می‌شود که هر کسر، نشان دهنده تقسیم صورت بر مخرج آن نیز است، یعنی: کسر $\frac{7}{4}$ معنای $7 \div 4$ و کسر $\frac{3}{8}$ معنای $3 \div 8$ را دارد.

فعالیت

۱- با استفاده از مثال‌های حل شده بالا تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \quad , \quad \frac{8}{9} \div \frac{11}{19} = \quad , \quad \frac{16}{24} \div \frac{3}{5} =$$

۲- حاصل ضرب دو کسر $\frac{1}{4} \times \frac{3}{8}$ است، اگر یک کسر آن باشد کسر دومی آن کدام است؟



کار خانه‌گی

کسرهای زیر را تقسیم کنید.

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = ?$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = ?$$

- یک قوطی $\frac{1}{4}$ کیلوگرام بوره می‌گیرد، برای $\frac{1}{2}$ کیلوگرام بوره چند قوطی ضرورت است؟

تمرین



۱- در سؤال‌های زیر عدد صحیح را تقسیم کسر نمایید.

$$5 \div \frac{1}{7}, \quad 9 \div \frac{2}{18}, \quad 16 \div \frac{8}{32}, \quad 58 \div \frac{1}{50}$$

۲- در سؤال‌های زیر کسر را تقسیم عدد صحیح نمایید.

$$\begin{array}{lll} \frac{12}{11} \div 8 & , & \frac{3}{34} \div 9 \\ \frac{7}{25} \div 7 & , & \frac{44}{9} \div 44 \end{array}, \quad \begin{array}{lll} \frac{24}{36} \div 12 & , & \frac{32}{33} \div 62 \\ \frac{248}{124} \div 124 & , & \frac{11}{45} \div 56 \end{array}$$

۳- کسرهای زیر را تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{lll} \frac{13}{9} \div \frac{3}{36} & , & \frac{20}{19} \div \frac{40}{19} \\ \frac{7}{16} \div \frac{49}{8} & , & 1 \frac{5}{6} \div \frac{2}{7} \end{array}, \quad \begin{array}{lll} \frac{5}{6} \div \frac{7}{9} & , & 1 \frac{7}{16} \div \frac{49}{8} \end{array}$$

۴- سؤال‌های زیر را به کمک اشکال حل کنید.

- چند مرتبه کسر $\frac{1}{2}$ در عدد ۳ شامل است؟

- چند مرتبه کسر $\frac{1}{9}$ در عدد ۲ شامل است؟

- چند مرتبه کسر $\frac{1}{8}$ در کسر $\frac{1}{6}$ شامل است؟

- چند مرتبه کسر $\frac{1}{4}$ در کسر $\frac{1}{2}$ ۳ شامل است؟

- چند مرتبه کسر $\frac{1}{3}$ در کسر $\frac{2}{3}$ شامل است؟

۵- از ۶ قرص نان چند پارچه $\frac{1}{2}$ ساخته می شود؟

۶- عارفه نیم دانه کیک داشت و آن را برای ۴ برادر خود تقسیم نمود، معلوم کنید که هر کدام چقدر کیک گرفته اند.

۷- طول یک ریسمان $\frac{4}{5}$ متر است، اگر آن را به ۶ حصة مساوی تقسیم کنیم، طول هر حصه چقدر خواهد بود؟

۸- اگر قیمت $\frac{1}{2}$ سیر گندم ۹۰۰ افغانی باشد، قیمت یک سیر آن چند افغانی می شود؟

۹- قیمت یک کیلوگرام انگور $\frac{1}{2}$ افغانی است؛ با $\frac{1}{2}$ ۹۴ افغانی چند کیلوگرام انگور می توان خرید؟

۱۰- حبیبه $\frac{1}{2}$ متر تکه دارد؛ او برای ساختن یک جوره لباس $\frac{1}{2}$ متر تکه ضرورت دارد؛ معلوم کنید که حبیبه از تکه مذکور چند جوره لباس ساخته می تواند.

كسر الكسر

اگر صورت یا مخرج کسر و یا هر دوی آنها خود کسرها باشند، این نوع کسرها به کدام نام یاد می‌شوند؟



به اشکال مثال‌های زیر متوجه شوید.

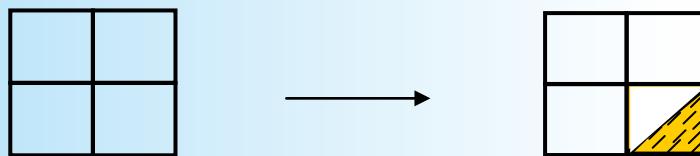
مثال اول:



$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{2}$$

مثال دوم:



$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{2}$$

— در مثال اول دیده می‌شود که یک مستطیل به سه حصه مساوی تقسیم گردیده؛ بعد نصف یک حصه آن رنگ شده و حصه رنگ شده به کسر چنین نشان داده شده است:

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{2}$$

— در مثال دوم دیده می‌شود که یک مربع به چهار حصه مساوی تقسیم گردیده؛ بعد $\frac{1}{4}$ حصه آن به دو حصه مساوی تقسیم و یک

حصه آن رنگ شده است که حصه رنگ شده به کسر چنین نشان

$$\text{داده می شود: } \frac{1}{\frac{4}{2}}$$

در کسر $\frac{1}{\frac{4}{2}}$ ، صورت $(\frac{1}{4})$ ، یک کسر است و مخرج آن (۲)

که آن را به شکل $(\frac{2}{1})$ نوشته می توانیم که یک کسرالکسر را تشکیل می دهد، مانند کسرالکسرهای زیر.

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}, \quad \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{7}}, \quad \frac{\frac{9}{11}}{\frac{4}{1}}, \quad \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{8}}$$

تبديل کسرالکسر به کسر ساده

به مثال زیر توجه کنید.

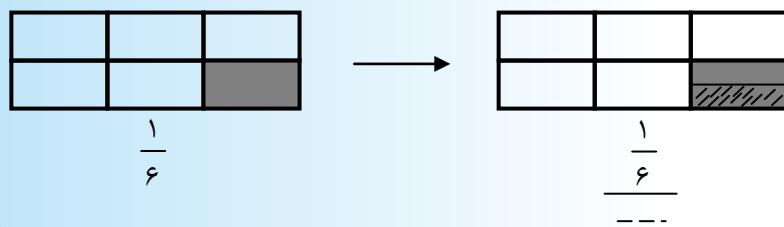
۱- کسرالکسر $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ به کسر ساده طور زیر تبدیل می گردد.
حل:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{1 \times 4}{2 \times 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

برای ساده ساختن کسرالکسر، کسر صورت را به کسر مخرج تقسیم می نماییم و با استفاده از عملیه تقسیم یک کسر به کسر دیگر، مقسوم علیه را معکوس و علامت تقسیم را به ضرب تبدیل و بعد از اختصار، صورت ضرب در صورت و مخرج ضرب در مخرج شده، در نتیجه کسرالکسر به شکل ساده حاصل می شود.

فعالیت

۱- مستطیل زیر به ۶ حصة مساوی تقسیم شده و $\frac{1}{6}$ حصة آن سیاه گردیده است؛ بعد همان $\frac{1}{6}$ حصه به دو قسمت مساوی تقسیم گردیده است. با در نظرداشت این تقسیمات در جاهای خالی زیر اعداد مناسب را بنویسید.



۲- با در نظرداشت تبدیل کسرالکسر به کسر ساده، در جاهای خالی کسرهای زیر اعداد مناسب را بنویسید.

$$\frac{\frac{7}{8}}{\frac{7}{9}} = \frac{7}{8} \div \frac{7}{9} = \frac{7}{8} \times \frac{9}{7} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{\frac{10}{12}}{\frac{4}{14}} = \frac{10}{12} \div \frac{4}{14} = \frac{10}{12} \times \frac{14}{4} = \frac{10 \times 14}{12 \times 4} = \frac{140}{48} = 2\frac{1}{2}$$



کسرالکسرهای زیر را ساده سازید.

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{5}} = , \quad \frac{\frac{25}{30}}{\frac{5}{15}} = , \quad \frac{\frac{12}{14}}{\frac{6}{18}} =$$



کسرالکسرهای زیر را ساده سازید:

$$\frac{\frac{12}{13}}{\frac{6}{13}} = , \quad \frac{\frac{20}{22}}{\frac{10}{11}} = , \quad \frac{\frac{8}{9}}{\frac{2}{3}} =$$

$$\frac{\frac{48}{50}}{\frac{8}{10}} = , \quad \frac{\frac{115}{120}}{\frac{45}{6}} = , \quad \frac{\frac{900}{1000}}{\frac{300}{500}} =$$

$$\frac{\frac{3}{7}}{\frac{12}{14}} = , \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{5}} = , \quad \frac{\frac{4}{12}}{\frac{5}{6}} =$$