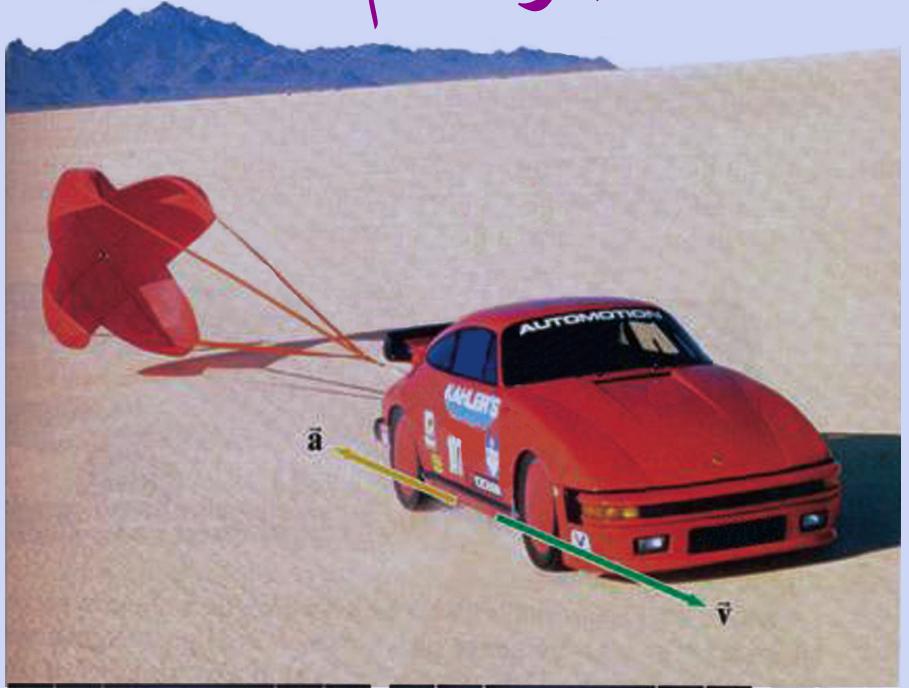


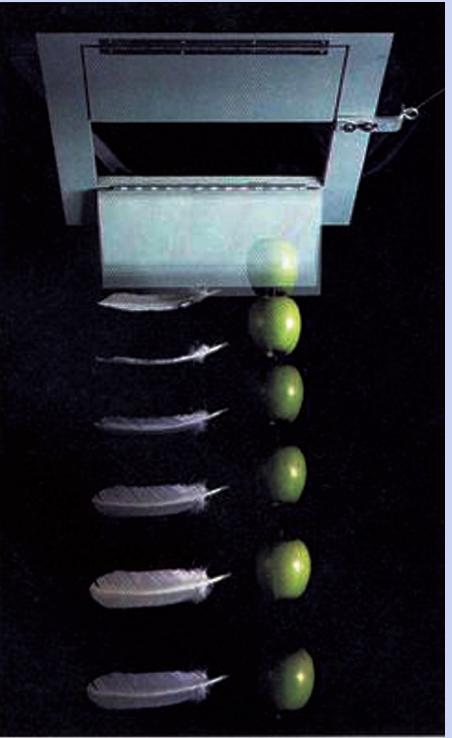
فزیک

صنف یازدهم



سال چاپ: ۱۳۹۸ ه. ش.

صف یازدهم





سرود ملی

دا عزت د هر افغان دی	دا وطن افغانستان دی
هر بچی یې قهرمان دی	کور د سولې کور د توري
د بلوڅو د ازبکو	دا وطن د ټولو کور دی
د ترکمنو د تاجکو	د پښتون او هزاره وو
پامیریان، نورستانیان	ورسره عرب، گوجردی
هم ایماق، هم پše ٻان	براھوی دی، ڦزلباش دی
لکه لمر پرشنه آسمان	دا هېواد به تل ځلیږي
لکه زره وي جاویدان	په سینه کې د آسیا به
وايوالله اکبر وايوالله اکبر	نوم د حق مودی رهبر

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



فُزِيک

Physics

صنف یازدهم

سال چاپ: ۱۳۹۹ ه. ش.



مشخصات کتاب

مضمون: فریک

مؤلفان: گروه مؤلفان کتاب‌های درسی بخش فزیک نصاب تعلیمی

ویراستاران: اعضای دیپارتمنت ویراستاری و ایدیت زبان دری

صنف: یازدهم

زبان متن: دری

انکشاف دهنده: ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

ناشر: ریاست ارتباط و آگاهی عامه وزارت معارف

سال چاپ: ۱۳۹۹ هجری شمسی

ایمیل آدرس: curriculum@moe.gov.af

حق طبع، توزیع و فروش کتاب‌های درسی برای وزارت معارف جمهوری اسلامی
افغانستان محفوظ است. خرید و فروش آن در بازار ممنوع بوده و با متخلفان برخورد
قانونی صورت می‌گیرد.

پیام وزیر معارف

اقرأ باسم ربک

سپاس و حمد بیکران آفریدگار یکتایی را که بر ما هستی بخشد و ما را از نعمت بزرگ خواندن و نوشتمن برخوردار ساخت، و درود بی پایان بر رسول خاتم - حضرت محمد مصطفی ﷺ که نخستین پیام الهی بر ایشان «خواندن» است.

چنانچه بر همه گان هویدادست، سال ۱۳۹۷ خورشیدی، به نام سال معارف مسمی گردید. بدین ملحوظ نظام تعلیم و تربیت در کشور عزیز ما شاهد تحولات و تغییرات بنیادینی در عرصه های مختلف خواهد بود؛ معلم، متعلم، کتاب، مکتب، اداره و شوراهای والدین، از عناصر شش گانه و اساسی نظام معارف افغانستان به شمار می روند که در توسعه و انکشاف آموزش و پژوهش کشور نقش مهمی را ایفا می نمایند. در چنین برهه سرنوشت ساز، رهبری و خانواده بزرگ معارف افغانستان، متعهد به ایجاد تحول بنیادی در روند رشد و توسعه نظام معاصر تعلیم و تربیت کشور می باشد.

از همین رو، اصلاح و انکشاف نصاب تعلیمی از اولویت های مهم وزارت معارف پنداشته می شود. در همین راستا، توجه به کیفیت، محتوا و فرایند توزیع کتاب های درسی در مکاتب، مدارس و سایر نهادهای تعلیمی دولتی و خصوصی در صدر برنامه های وزارت معارف قرار دارد. ما باور داریم، بدون داشتن کتاب درسی باکیفیت، به اهداف پایدار تعلیمی در کشور دست نخواهیم یافت.

برای دستیابی به اهداف ذکر شده و نیل به یک نظام آموزشی کارآمد، از آموزگاران و مدرسان دلسوز و مدیران فرهیخته به عنوان تربیت کننده گان نسل آینده، در سراسر کشور احترامانه تقاضا می گردد تا در روند آموزش این کتاب درسی و انتقال محتوای آن به فرزندان عزیز ما، از هیچ نوع تلاشی دریغ نورزیده و در تربیت و پژوهش نسل فعال و آگاه با ارزش های دینی، ملی و تفکر انتقادی بکوشند. هر روز علاوه بر تجدید تعهد و حس مسؤولیت پذیری، با این نیت تدریس را آغاز کنند، که در آینده نزدیک شاگردان عزیز، شهر و ندان مؤثر، متمن و معماران افغانستان توسعه یافته و شکوفا خواهند شد.

همچنین از دانش آموزان خوب و دوست داشتنی به مثابه ارشمندترین سرمایه های فردای کشور می خواهیم تا از فرصت ها غافل نبوده و در کمال ادب، احترام و البته کنجکاوی علمی از درس معلمان گرامی استفاده بهتر کنند و خوش چن دانش و علم استادان گرامی خود باشند.

در پایان، از تمام کارشناسان آموزشی، دانشمندان تعلیم و تربیت و همکاران فنی بخش نصاب تعلیمی کشور که در تهیی و تدوین این کتاب درسی مجданه شبانه روز تلاش نمودند، ابراز قدردانی کرده و از بارگاه الهی برای آنها در این راه مقدس و انسان ساز موققیت استدعا دارم. با آرزوی دستیابی به یک نظام معارف معیاری و توسعه یافته، و نیل به یک افغانستان آباد و مترقی دارای شهر و ندان آزاد، آگاه و مرفة.

دکتور محمد میرویس بلخی

وزیر معارف

پیشگفتار

عصر ما عصر انکشافات و تحولات سریع ساینس و تکنالوژی است و بر طبق تخمین دانشمندان، در سالیان بعد حجم آگاهی های علمی حتا در هر چند ماه دو برابر خواهد شد. واضح است که هم گام با این تحولات، شیوه های زنده گی ما و نیازهای نسل جوان فردای ما، از جمله شیوه های آموزش علوم (فزیک) نیز در تغییر خواهد بود. در این شیوه ها تأکید بر آن است تا شاگردان به آسانی و به طور سریع بیاموزند و بتوانند مهارت های لازم را در مراحل آموزش و حل مسئله ها به کار ببرند.

در این کتاب درسی سعی به عمل آمده است تا محتویات آن بر اساس روش آموزش فعال تألیف گردد. سه هدف دانشی، مهارتی و ذهنی در متن هر درس در محراق توجه مؤلفین قرار داشته و افزون برآن حجم عناوین و محتویات کتاب بر مبنای پالیسی های تعلیمی و تربیتی دولت، پلان تعلیمی زمانی و مفردات طرح شده با معیارهای عمومی محتوایی و نگارشی قبول شده برای کتب درسی دوره ثانوی افغانستان تنظیم و تدوین گردیده است. تلاش شده تا مطالب به گونه ساده و روان مطرح شود و با ادامه فعالیت ها و ذکر مثال ها و سوال ها، مطالعه آن به شاگردان آسان تر گردد.

از معلمان گرانقدر انتظار می رود تا با تجارت و توانایی های غنی که دارند، در طراحی فعالیت های ابتکاری که می تواند در آموزش بیشتر شاگردان مدد واقع گردد و هم چنان از ابراز پیشنهادات سازنده برای بهبود کیفی کتاب از هیچ گونه تلاش دریغ ننموده، ما را یاری رسانند. اطمینان می دهیم که انشا الله از نظرهای ارزشمند و اصلاحی شان برای رفع نواقص و اشتباہات احتمالی در چاپ بعدی این کتاب به گرمی استقبال خواهد شد.

در پایان از استادان محترمی که در نقد و اصلاح این کتاب زحمت کشیده اند سپاس گذاریم و از مسئلان و کارکنان محترم کمپیوتر که در کار نگارش، دیزاین و صفحه آرایی کتاب، ما را هم کاری مزید نموده اند، ممنون و متشرکیم.

دیپارتمنت فزیک

ریاست عمومی اندکشاپ نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

فهرست



فصل اول:	تعادل میخانیکی
۱	تعادل میخانیکی
۲	قوه، قوه به حیث و کتور
۶	قوه‌های متلاقی و غیر متلاقی
۱۴	تعادل کتله نقطه‌یی
۲۱	مومنت قوه (تور ک)
۲۹	قوه‌های موازی
۳۴	زوج قوه
۳۶	شرایط عمومی تعادل
فصل دوم:	حرکت یک بعدی
۵۱	حرکت یک بعدی
۵۲	موقعیت و تغییر مکان
۵۴	سرعت متوسط
۵۸	گراف موقعیت- زمان
۶۰	شتاب
۶۱	گراف سرعت - زمان
۶۳	حرکت یکنواخت
۶۶	سقوط آزاد
فصل سوم:	حرکت‌های دو بعدی
۷۴	حرکت‌های دو بعدی
۷۵	تغییر مکان و سرعت متوسط
۷۸	شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی
۸۱	حرکت‌های پرتابی
۸۳	پرتاب مایل
۸۷	حرکت دایره‌یی
۸۹	حرکت دایره‌یی یکنواخت
۹۳	شتاب در حرکت دایره‌یی یکنواخت

فهرست



صفحه

فصل چهارم: قوانین حرکت نیوتن (قانون اول نیوتن)	۱۰۰
قانون دوم نیوتن	۱۰۲
قانون سوم نیوتن	۱۰۳
تطبیق قوانین نیوتن	۱۰۷
قوه اصطکاک	۱۱۲
قانون جاذبی نیوتن	۱۱۶
لفت	۱۲۲
مدارهای دایره‌بی حرکت اقمار مصنوعی	۱۲۴
فصل پنجم: کار، انرژی میخانیکی و طاقت	۱۳۰
کار و انرژی حرکی	۱۳۴
کاری که به وسیله فن بالای کتله انجام می‌شود	۱۳۸
قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی	۱۴۰
تحفظ انرژی میخانیکی	۱۴۱
توان (طاقت)	۱۴۳
فصل ششم: مومنتم خطی و امپولس	۱۴۸
حرکت مستقیم الخط و امپولس	۱۴۹
مومنتم	۱۵۱
قوه و مومنتم	۱۵۶
ضریبه و تحفظ مومنتم خطی	۱۵۹
تصادم ارتجاعی	۱۶۲
تصادم غیر ارتجاعی	۱۶۴
مرکز ثقل	۱۶۴

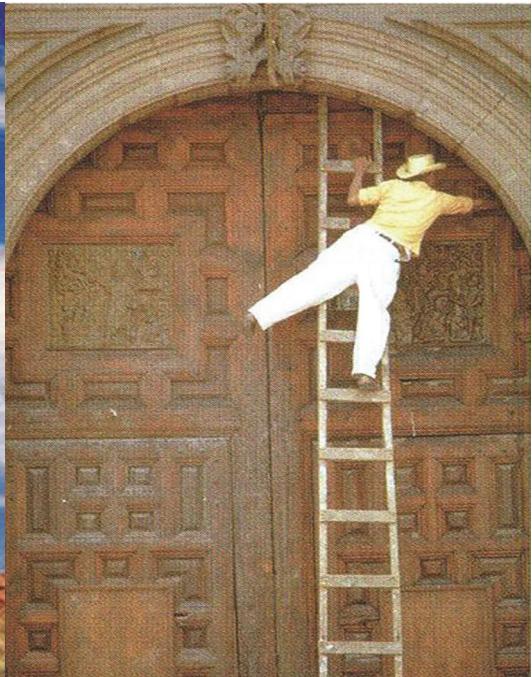
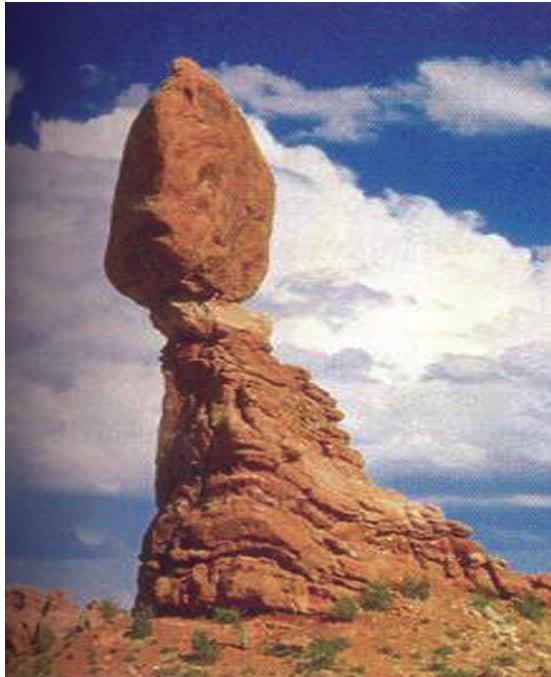
فهرست



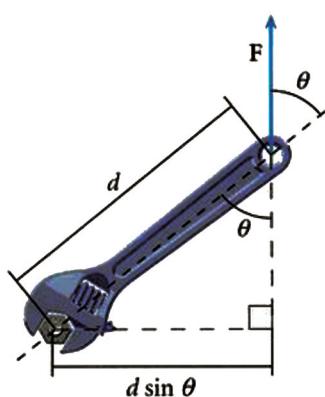
صفحه

۱۷۰ فصل هفتم: سکون نسبی سیال‌ها
۱۷۱سیال‌ها - فشار سیال‌ها
۱۷۲اندازه‌گیری فشار مایع
۱۷۵فشار اتموسفری
۱۷۸اندازه‌گیری فشار در مایعات محصور شده
۱۸۰انتقال فشار در سیال‌ها - شکنجه آبی
۱۸۳قانون ارشمیدس
۱۹۲ فصل هشتم: سیال‌های ت متحرکت - سیالات خیالی
۱۹۴معادله متmadیت
۱۹۵معادله برنولی
۱۹۹تطبیقات قانون برنولی
۲۰۱تیوپ وینتوری - اندازه‌گیری سرعت جریان
۲۰۲اتومایزر - بال‌های طیاره و قوه محرکه بلند کننده
۲۰۴لزوجیت - مفهوم لزوجیت - اندازه ضریب لزوجیت
۲۰۸پدیده جریان توفانی

تعادل میخانیکی



تعادل میخانیکی از مباحث مهم فیزیک میخانیک است. موضوعات مورد مطالعه در این بحث هم در ساحة نظری و هم در انکشاف ماشین آلات و تکنالوژی مورد نیاز در عرصه های گوناگون اقتصادی که موارد استعمال وسیع در حیات روزمره جامعه ما دارد تهداب مهمی را می گذارد. مسایلی مانند: مطالعه قوه ها، چگونه گی تأثیرات آن ها بر اجسام، کاربرد اثرات قوه ها و پدیده های مرتبط به آن ها در طرح و ساختمان ماشین های ساده مانند رافعه ها و وسایط ساختمانی اعم از تراکتورها - بلدوزرها، جرثقیل ها و همچنان ساختمان ماشین ها برای زراعت، صنایع، ترانسپورت زمینی و هوایی و استخراج معادن، همه و همه بر قواعدی بنیاد گذاشته شده اند که فریک میخانیک و از جمله تیوری های مبنی بر تعادل میخانیکی آن ها را مورد مطالعه قرار می دهد. تعادل میخانیکی یکی از رمزهای عمیق طبیعی در زنده گی انسان ها و حیوانات می باشد که سبب ایجاد شرایط مناسب برای استوار نگهداشتمن و ادامه حیات آن ها در روی کره زمین گردیده است. از حرکت انسان های روی کره زمین تا پرواز سفینه ها و گردش سیاره ها و نفوذ در اعماق زمین و ابحار همه از جمله دستاوردهای علمی و تکنالوژی است که نقش مبحث تعادل میخانیکی در آن ها بارز و برجسته است. محتویات این فصل بر اساس و ادامه مطالبی تهیه شده که شما آن هارا در سال های قبل فرا گرفته اید و قوه هم که یکی از مباحث درس های قبلی فیزیک بوده، در این فصل نیز بر آن مروری صورت می گیرد.



در شکل دیده می‌شود که سمت بازوی رافعه همیشه بر سمت قوه تطبیق شده عمود است.

تا اساس را برای ورود به مباحثی مانند قوه‌ها یا تأثیرات متقابل (عمل و عکس العمل) و بحث تعادل، فراهم کند. مطالعهٔ تبارز قوه‌ها، چه به شکل قوه‌های متلاقی و یا به شکل قوه‌های موازی و همچنان دانستن تجزیهٔ قوه‌ها، زمینه‌هایی را برای شناخت مفاهیمی مانند مومنت قوه و یا مومنت دوران، قوهٔ زوج و شرایط عمومی تعادل مساعد می‌سازد. باید توجه کرد که قوه به حیث یک شاخص مهم در سرتاسر این فصل به کار رفته است. برای فهم خوب‌تر مباحث مندرج این فصل، سعی شده است تا مفاهیم و موضوعات با ارایهٔ مثال‌ها و تمرینات، مورد مناقشه و تغیر شاگردان قرار داده شود.

انتظار می‌رود که در پایان این فصل شاگردان بتوانند با انجام کارهای گروهی و حل پرسش‌ها و تمرین‌ها مفاهیم فزیکی این بحث را در ذهن شان تحکیم و تعمیق بخشیده و در نتیجه به پرسش‌های مانند:

چرا قوه وکتور است؟ چه چیز سبب شتاب حرکت جسم می‌گردد؟ وقتی توسط چکش بالای یک میخ قوه عمل می‌کند، آیا میخ هم در مقابل بالای چکش قوه وارد می‌کند؟ چگونه و چرا؟، حدثه دوران جسم به حول یک محور چیست؟ و مانند این پرسش‌ها، پاسخ‌های لازم ارایه نمایند.

1-1: قوه

قوه‌یی که همهٔ ما آن را می‌شناسیم، قوهٔ جاذبهٔ زمین یا وزن جسم است. در زنده‌گی روزمره در تحقیک، با تعداد زیادی از قوه‌ها آشناشی داریم. همچنان شما سال‌های گذشته دانستید که قوه‌ها را می‌توان از روی تأثیرات آن‌ها شناخت. یک قوه می‌تواند یک جسم را به حرکت بیاورد و سبب زیاد شدن و یا کم شدن سرعت جسم و یا سبب تغییر شکل و سمت حرکت جسم گردد. این تغییرات گاهی بسیار کوچک می‌باشد که تنها با اندازه‌گیری‌های بسیار دقیق تشخیص شده می‌توانند. سرعت جسم و سمت حرکت جسم دو مشخصه‌اند که حالت حرکت جسم را معین کرده و با استفاده از این مشخصه‌ها قوه را این طور تعریف می‌کنند: قوهٔ عاملی است که سبب تغییر شکل و یا حالت جسم می‌گردد.

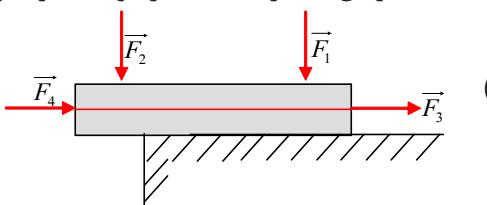
قوه به حیث وکتور

یک جسم همیشه خودش را به سمتی به حرکت در آورده می‌تواند و یا سرعت خود را در سمتی تغییر می‌دهد، که قوه عامل بر جسم در همان سمت تأثیر می‌کند. همچنان تأثیر قوه می‌تواند سبب تغییر شکل در جسم گردد. این موضوع در یک میله آهنی به خوبی به مشاهده می‌رسد، چنان‌چه هنگامی که میله تحت تأثیر یک قوه واقع شود، خم می‌گردد. می‌توان نتیجه گرفت که قوه یک وکتور است و برای توضیح آن، به شناخت مقدار و سمت آن ضرورت است. قوه را به حیث وکتور توسط یک تیر نمایش می‌دهند. در شکل (1-1) به نام گذاری‌های زیر توجه کنید:

نقطه A نقطه تأثیر، طول تیر (AB) مقدار یا بزرگی قوه، سمت تیر \overrightarrow{AB} سمت یا جهت قوه و مستقیم D خط تأثیر یا استقامت قوه را نشان می‌دهند.

شکل (1-1)

تأثیر یک قوه بر یک جسم، به طور عموم به موقعیت نقطه تأثیر قوه بر همان جسم ارتباط دارد. در شکل (1-2) دیده می‌شود که بالای جسم، دو قوه F_1 و F_2 که با هم مساوی هستند عمل می‌کنند. طوری که قوه F_1 جسم را به طرف سطح زیرین می‌فشارد و قوه F_2 می‌تواند آن را به طرف پایین کچ بسازد. بر عکس قوه‌های مساوی F_4 و F_3 که بر عین خط تأثیر بر جسم عمل می‌کنند، تأثیر مساوی را بر جسم وارد می‌کنند که در نتیجه می‌توان گفت: اگر موقعیت نقطه تأثیر یک قوه بالای خط تأثیر آن تغییر کند، تأثیر قوه تغییر نمی‌یابد.



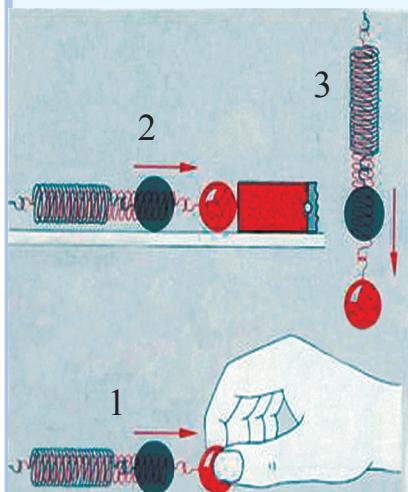
شکل (1-2)

حال چند مثال از قوه‌های مختلف را به بررسی می‌کیریم:

یکی از قوه‌ها، قوه عضلات است. ما به وسیله این قوه نیز می‌توانیم سرعت اجسام را کم یا زیاد کنیم و یا شکل آن‌ها را تغییر دهیم. قوه عضلات برای اجرای تجرب فزیکی کمتر مساعد است، زیرا به مشکل اندازه‌گیری می‌شود. چنان‌که از گذشته می‌دانید، قوه وزن یکی از قوه‌های دیگری است که در عین محل با کتله جسم و یا با مقدار ماده‌یی که در جسم وجود دارد، یک راست متناسب است. قوه وزن جسم، همیشه طور عمودی به طرف مرکز ثقل زمین عمل می‌کند. با استفاده از یک تار که از روی یک چرخ عبور داده می‌شود، تأثیر قوه وزن را، بدون آن که در مقدار آن تغییر پیش آید، می‌توان به سمت‌های دیگر موجه ساخت. قوه اصطکاک یک نوع دیگر قوه است.

هرگاه دو جسم با هم در تماس بوده و در حالت حرکت متقابل قرار بگیرند، در بین آن‌ها قوه اصطکاک به وجود می‌آید. ما در خانه، مکتب، بازار، میدان‌های سپورت و در بسیاری جاهای دیگر در جریان زنده‌گی روزمره خود تأثیرات قوه‌های گوناگون مانند قوه مغناطیسی، قوه برقی و غیره را بر اجسام می‌بینیم. برای این که تأثیرات قوه را بهوضاحت بیشتر دیده بتوانیم و مثال‌های دیگری از قوه‌ها را معرفی کرده بتوانیم، به انجام فعالیت‌های زیر می‌پردازیم:

فعالیت



شکل (1-3)

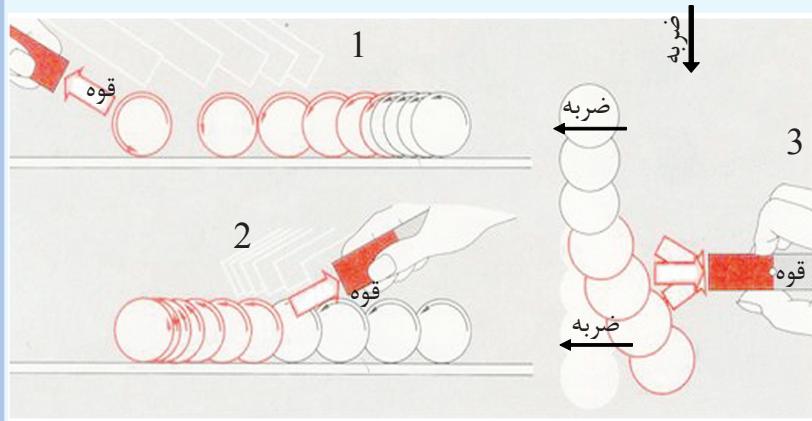
به شکل‌های (1-3) توجه نمایید. چه واقع خواهد شد، اگر فنر را با دست کش کنیم (حالت ۱) و یا مغناطیس را به آن نزدیک سازیم (حالت ۲). این کار را عملی کنید و نتیجه مشاهدات خود را در هر گروه گزارش دهید. این بار فنر را به طور عمودی با گلوله مطابق شکل (حالت ۳) آویزان کنید چه چیز را مشاهده خواهید کرد؟ آیا باز هم فنر تحت تأثیر وزن گلوله دراز خواهد شد؟ اگر تجربه را درست انجام داده باشید، می‌بینید که مغناطیس و وزن گلوله نیز مانند قوه عضلات دست، سبب تغییر شکل فنر می‌گردند. پس به نتیجه می‌رسیم که: قوه می‌تواند باعث تغییر شکل جسم شود و یا بر عکس هر تغییر شکل، معلول تأثیر یک قوه است.

از موارد دیگری که می‌توان اثرات قوه عضلات را در آن‌ها به آسانی مشاهده کرد، ورزش‌های گوناگون می‌باشد از جمله بازی‌های و الیال و باسکتبال که خود شما در جریان این بازی‌ها می‌توانید به صورت تجربی اثرات قوه عضلات دست تان را احساس کنید. در این بازی‌ها، قوه عضلات دست شما به توب سرعت می‌دهد و یا توب را که در حالت حرکت است متوقف ساخته و یا هم سمت حرکت آن را تغییر می‌دهد. آیا آن چه گفته شد، در مورد قوه مغناطیس هم صدق می‌کند؟ آیا قوه مغناطیس باعث زیاد شدن و یا کم شدن سرعت یک جسم شده می‌تواند. تأثیرات قوه مغناطیس را ضمن اجرای فعالیت زیر مشاهده می‌توانیم:

فعالیت



به حالاتی که در شکل‌های (1-4) ارایه شده است توجه کنید: حالت ۱، به یک گلوله کوچک آهنی، که روی میز قرار دارد، ضربه وارد می‌کنیم. گلوله به اثر ضربه بر روی میز به طور آهسته لول می‌خورد. در حالت عادی، گلوله با سرعت ثابت حرکت می‌کند و اگر یک میله مقناطیسی به گلوله از پیش روی نزدیک شود، چه حادثه دیده خواهدشد؟ چه تغییری در سرعت حرکت گلوله دیده می‌شود؟



شکل (1-4)

مشابه به همین حالت، یک گلوله‌یی که ساکن است، می‌تواند به حرکت در آید (حالت ۲). گلوله‌های آهنی را بار دیگر ببروی میز طور لولان رها می‌کنیم، ولی این بار آن را با میله مقناطیسی مطابق حالت (۲) تعقیب می‌نماییم، یعنی میله مقناطیسی را از مخالف سمت حرکت به گلوله نزدیک می‌سازیم. چه تغییری در سرعت حرکت گلوله می‌بینید و چرا؟ در حالت (۳) که میله مقناطیسی از یک جانب به گلوله آهنی لولان نزدیک می‌شود، شما چه تغییری مشاهده می‌کنید؟ نتیجه‌یی را که از دریافت پاسخ پرسش‌های بالا در تجربه‌یی که به دست آورده اید، در یک کار گروهی با هم در میان بگذارید.

- با اجرای تمرین‌های زیر در رابطه به چگونه‌گی اثرات قوه بر یک جسم در بین اعضای گروه مباحثه نموده و نتایج را با دیگران در میان بگذارید:
- (a) گفته شده است که قوه یک کمیت وکتوری است آیا می‌توانید خصوصیات یک کمیت وکتوری را توضیح کنید؟
 - (b) آیا به غیر از کمیت وکتوری، کمیت دیگری را هم می‌شناسید؟ اگر پاسخ بلی باشد، آن کمیت کدام است؟ آن کمیت و خصوصیات آن را توضیح دارید.

c) قوه یک جسم را که ساکن است به حرکت می‌آورد. می‌توانید این گفته را با تجربه به اثبات برسانید؟

d) قوه؛ چگونه باعث توقف یک جسمی که در حال حرکت است، می‌گردد؟

e) جسمی که به یک جهت معین در حالت حرکت است، قوه‌یی از یک سمت کیفی از یک جانب بر آن اثر می‌کند، چه واقع می‌شود؟ توسط یک شکل نشان دهید. از این عمل چه نتیجه می‌گیرید؟

f) در اثر عمل قوه بر یک جسم، ممکن است که شکل آن جسم تغییر کند. آیا این تغییر شکل در جسم را با یک رسم نشان داده می‌توانید؟

سؤالات

درباره واحدهای اندازه‌گیری قوه‌ها در سال‌های پیش، خواننده‌اید. با ارایه جواب به سوالات ذیل معلومات قبلی را به طور فشرده تکرار نمایید:

1. واحدهای اساسی در سیستم بین المللی (SI) کدامها اند؟ توضیح و تعریف کنید.

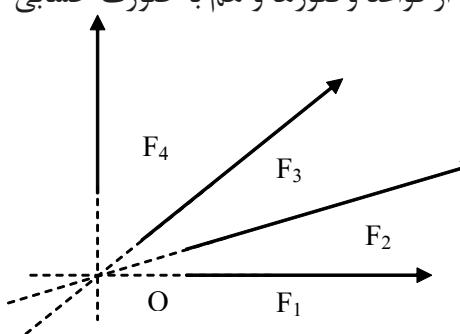
2. در سیستم (SI)، واحد قوه کدام است؟ آن را تعریف کنید.

3. واحد قوه در سیستم بین المللی (SI)، یک واحد اساسی است یا یک واحد فرعی و چرا؟

1-2: قوه‌های متلاقي (غير موازي)

(هرگاه بالای یک جسم، دو یا بيشتر از دو قوه تأثیر کند طوری که خطوط تأثیر آنها با هم موازی نبوده و در یک نقطه هم‌دیگر را قطع نمایند، این قوه‌ها را قوه‌های متلاقي می‌گويند). به طور مثال، در شکل (1-5) دیده می‌شود که خطوط تأثیر قوه‌های F_1 , F_2 , F_3 و F_4 در نقطه O یک‌دیگر را قطع می‌کنند. پس نقطه O نقطه تأثیر مشترک این قوه‌ها می‌باشد و قوه‌های F_1 , F_2 , F_3 و F_4 قوه‌های متلاقي گفته می‌شوند.

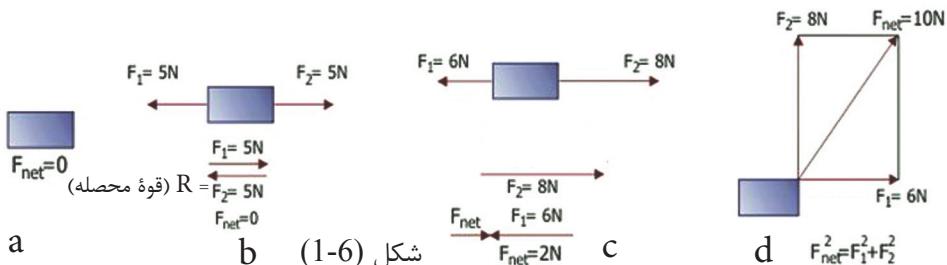
هرگاه چند قوه متلاقي بر یک جسم عمل نمایند، یک قوه محصله را به وجود می‌آورند که مقدار و سمت این قوه به صورت هندسي با استفاده از قواعد وکتورها و هم به صورت حسابي با استفاده از قواعد الجبری به دست می‌آيد.



شکل (1-5)

محصلة قوه‌ها

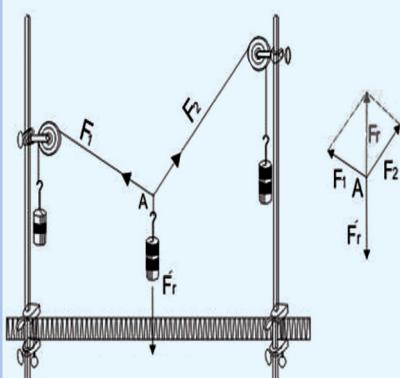
هرگاه در عین وقت، بیشتر از یک قوه، بر جسمی وارد شود. در این حالت یک سیستم قوه‌ها بر جسم عمل می‌کند که بر حالت حرکت جسم تأثیر وارد می‌کند و جمع وکتوری همه قوه‌های مؤثر بر جسم را قوه محصلة می‌نامند و آن را به R نشان می‌دهند. می‌دانیم که قوه‌ها بر اساس قوانین وکتورها جمع می‌شوند شکل‌های زیر نمایانگر این ادعایی ماست. باید به خاطرداشت که قوه محصلة، همیشه معادل به مجموع قوه‌های که بالای جسم عمل می‌کند، شده نمی‌تواند؛ یعنی این مجموع را در هر حالت با قوه محصلة آن‌ها عوض کرده نمی‌توانیم، بلکه صرف در حالتی این کار امکان پذیر است که قوه‌ها با هم موازی باشند.



محصلة قوه‌ها، جمع وکتوری قوه‌هایی است که بر یک جسم عمل می‌کند. باید گفت که در حل پرسش‌ها به جای $\sum F$ سمبول \vec{R} را نیز به کار می‌برند و هم قوه محصلة R را به نشان می‌دهیم.

دریافت محصلة قوه‌های متلاقي به صورت هندسي
برای دریافت محصلة قوه‌های متلاقي فعالیت زیر را اجرا می‌کنیم:

فعالیت



شکل (1-7)

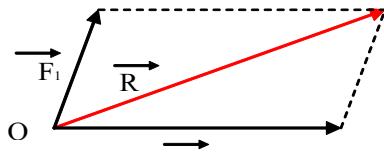
در یک تجربه، مطابق شکل مقابل دو قوه \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به صورت مایل، در سمت‌های مختلف به طرف بالا و قوه \vec{F}_r عمود به طرف پایین عمل می‌کنند. مقدار قوه‌ها، توسط وزن‌های که آویزان شده‌اند، تعیین گردیده است. اگر قوه‌ها را به حیث تیرها رسم کنیم، یک هم آهنگی ساده هندسی به دست می‌آوریم.

چون نقطه A در حالت سکون است، پس باید \vec{F}_r که محصلة \vec{F}_1 و \vec{F}_2 است با قوه مساوی ولی سمت مخالف داشته باشد. اگر در رسم، وکتور \vec{F}_r را در جهت مخالف و مساوی به طول خودش ادامه دهیم، \vec{F}_r را می‌دهد. از این جا دیده می‌شود که وکتورهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 متوازی الاضلاعی را تعیین می‌کنند که \vec{F}_r وتر آن است.

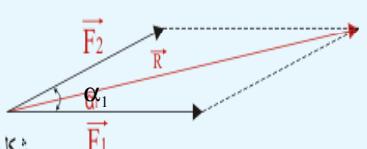
با استفاده از نتیجه فعالیت بالا، محصلة دو قوه غیر موازی را به صورت هندسی که بهنام قاعده متوازی الاصلان قوه‌ها یاد شده است چنین بیان می‌کنیم:

قاعده: محصلة دو قوه غیر موازی (متلاقي) که یک زاويه بالاي يك جسم اثر می‌کنند از مقدار و سمت وتر متوازی الاصلان بهدست می‌آيد که توسط اين دو قوه رسم می‌شوند. اگر ما زاويه‌يی را که بين دو قوه وجود دارد، تغيير بدھيم، مقدار قوه محصلة نيز تغيير می‌کند. از اين گفته، قاعده دیگري را بهدست آورده و آنرا چنین بیان می‌داريم:

قاعده: مقدار قوه محصلة نه تنها به مقدار دو قوه؛ بلکه به وسعت زاويه‌يی که بين خطوط تأثير آن دو قوه، موجود است، نيز ارتباط دارد. ارتباطی را که بين مقدار قوه محصلة و وسعت زاويه بين دو قوه وجود دارد، در فعالیت زير تshireح و مشاهده می‌توانیم.



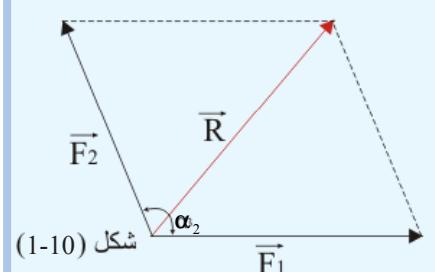
شكل (1-8)



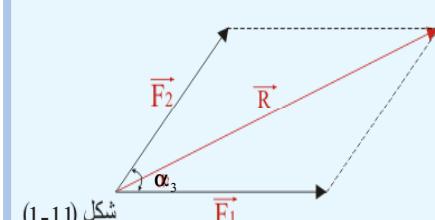
شكل (1-9)

در بالا گفته شد که مقدار قوه محصلة دو قوه‌يی که بر يك جسم عمل می‌کنند، نه تنها به مقدار دو قوه؛ بلکه به وسعت زاويه‌يی که بين قوه‌ها وجود دارد؛ نيز ارتباط دارد. اين يك قاعده است و ما آنرا در اين فعالیت به صورت ترسیمی به اثبات رسانیده، مشاهده می‌کنیم.

در شکل‌های (1-9)، (1-10) و (1-11) دو قوه \vec{F}_1 و \vec{F}_2 در سه حالت، تحت زوایای α_1 , α_2 و α_3 بالاي يك جسم عمل می‌کنند. برای هر يکی از حالات فوق، در حالی که قوه‌ها دارای عین مقدار بوده و بزرگی زاويه بين آن‌ها تفاوت می‌کند، يك قوه محصلة را با استفاده از شیوه تكميل متوازی الاصلان بهدست می‌آوریم. وتر اين متوازي الاصلان که مقدار قوه محصلة را می‌دهد، اندازه می‌کنیم و تر با وکتور قوه‌يی \vec{F}_1 , \vec{F}_2 دارای مبدا مشترك بوده و جهت آن از مبدا به طرف انجام است. در شکل‌ها ملاحظه می‌کنید که مقدار محصلة \vec{R} در هر يکی از شکل‌ها نظر به زاویه α که قوه‌ها باهم می‌سازند، متفاوت است. طوری که می‌بینیم، هر قدر زاويه بين دو وکتور قوه کوچک باشد محصلة آن‌ها بزرگ‌تر و بر عکس هر قدر زاويه بين آن‌ها بزرگ باشد، محصلة شان کوچک‌تر است. اين فعالیت را هر گروه به طور جداگانه انجام داده و نتایج کار را به هم‌صنفان خود گزارش دهد.



شكل (1-10)

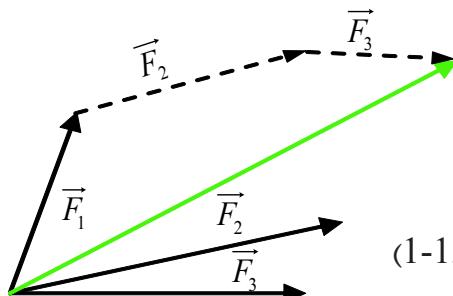


شكل (1-11)



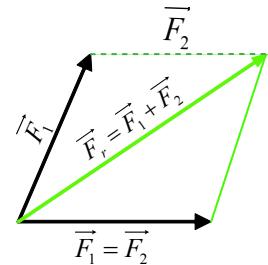
باید گفت که می‌توان همین نتیجه را، با استفاده از قاعدة جمع وکتورها (طریقۀ انتقال وکتورها) نیز، به دست آورد. اینک در شکل‌های (1-12) و (1-13) محصلة قوه‌های را که به صورت متقابله بریک جسم عمل نموده‌اند، با استفاده از روش انتقال وکتور قوه‌ها چنین به دست می‌آوریم:

به انجام وکتور قوه اولی \vec{F}_1 ، یک خط موازی را هم استقامت با خط تأثیر قوه \vec{F}_2 رسم می‌کنیم. سپس بروی این خط، قطعه خطی را مساوی به طول وکتور قوه \vec{F}_2 جدا و نشانی می‌کنیم و سپس از انجام \vec{F}_2 موازی و مساوی به قوه \vec{F}_3 خطی را رسم می‌نماییم. اگر انجام \vec{F}_3 این قطعه خط را به نقطه آغاز \vec{F}_1 وصل کنیم، خطی که به وجود می‌آید محصلة قوه‌های F_3 و F_2 ، F_1 می‌باشد. شکل (1-13) به خاطر باید داشت که قاعدة متوازی‌الاضلاع و قاعدة جمع وکتورها برای دریافت قوه محصلة دارای همان نتیجه می‌باشد.



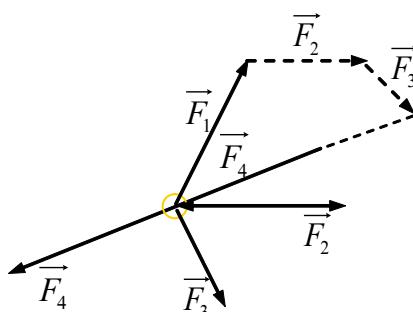
شکل (1-13)

شکل (1-12)



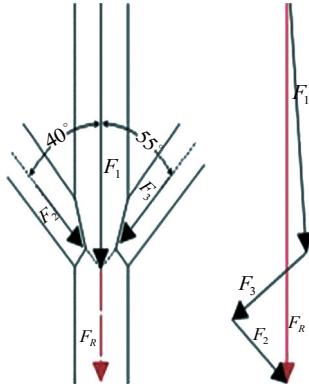
اگر جسم در حال تعادل قرار داده شود، محصلة قوه‌ها مساوی به صفر است و در نتیجه مضلع قوه‌ها یک مضلع بسته است، شکل (1-14). در مضلع بسته انجام قوه آخری با نقطۀ تأثیر آن قوه منطبق می‌گردد، یعنی: $\sum F = o$ و $R = o$

$$\sum F = o \text{ و } R = o$$



شکل (1-14)

مثال



شکل (1-15)

یک ستون، یک وزن $F_1 = 3600N$ را می‌بردارد. در حین زمان بر این ستون، دو قوه که یکی آن $F_2 = 1200N$ تحت زاویه 40° با \vec{F}_1 و قوه $F_3 = 1440N$ مطابق شکل تحت زاویه 55° با \vec{F}_1 فشار وارد می‌کنند حال مقدار و سمت قوه محصله را دریافت می‌نماییم.

حل: در نخست یک واحد مقیاسی طول برای قوه انتخاب می کنیم. به طور مثال $N = 1000$ را قبول می کنیم. سپس قوه های F_1 و F_2 را بر اساس واحد مقیاسی که قبول کرده ایم، با رعایت سمت و مقدار شان، در یک مضلع قوه ها انتقال می دهیم. طول محصلة قوه ها از روی شکل مساوی به 5.3cm است، پس با استفاده از مقیاسی که در بالا پذیرفته شد، داریم که:

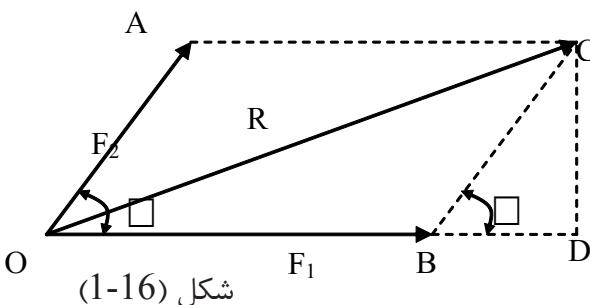
$$R : 1000\text{ N} = 5.3\text{ cm} : 1\text{ cm}, R = 5300\text{ N}$$

$$R : 1000 N = 5.3 cm : 1 cm, R = 5300 N$$

و زاویه‌یی که محصله با افق می‌سازد، عبارت از 86° می‌باشد.

دریافت محصلة قوه‌های متناظر به صورت الجبری

هرگاه دو قوه F_1 و F_2 بریک جسم طوری عمل کنند که خطوط تأثیر شان با هم زاویه α را بسازند شکل (16-1). در این صورت برای دریافت بزرگی یا مقدار محصله و سمت آن، متوازی الاضلاع وکتورهای آن دو قوه را تکمیل نموده و از روی آن محصله را سنجش می‌کنیم:



شکل (1-16)

در مثلث قائم الزاویه \hat{ODC} دیده می‌شود که:

$$OB = F_1 \quad , \quad OD = OB + BD = F_1 + BD$$

حالا اگر قیمت (OD) را در رابطه 1 بگذاریم پس داریم که:

$$R^2 = (F_1 + BD)^2 + DC^2$$

از مثلث قائم الزاویة \hat{BDC} چنین می‌توان نوشت:

$$BC^2 = F^2_2 = BD^2 + DC^2$$

حال به عوض $BD^2 + DC^2$ مقدار مساوی آن یعنی (F_2^2) را در رابطه 2 می‌گذاریم:

از مثلث BDC مقدار \hat{BDC} را دریافت نموده و در رابطه ۳ وضع می‌کنیم:

$$BD = \vec{F}_2 \cdot \cos \hat{\alpha}$$

$$\vec{R}^2 = (\vec{F}_1^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \cos \alpha + \vec{F}_2^2)$$

$$\vec{R} = \sqrt{{F_1}^2 + {F^2}_2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \hat{\alpha}}$$

ما گفتیم که مقدار قوّه محصله به بزرگی زاویه‌ای که بین دو قوه وجود دارد، ارتباط دارد.
حالا قیمت محصله R را نظر به قیمت $\hat{\alpha}$ موردناقشه قرار می‌دهیم:

۱. اگر $\hat{\alpha} = 90^\circ$ باشد، پس $\cos 90^\circ = 0$ بوده و داریم که:

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2} \times 0$$

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2}$$

$$\vec{R}^2 = \vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2$$

2. اگر $180^\circ = \alpha$ باشد، پس $\cos 180^\circ = -1$ بوده و می توانیم بنویسیم:

$$R = \sqrt{F^2_1 + F^2_2 + 2F_1 \cdot F_2 (-1)}$$

$$R = \sqrt{F^2_1 + F^2_2 - 2F_1 \cdot F_2}$$

$$R = \sqrt{(F_1 - F_2)^2}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

3. هرگاه $\alpha = 0^\circ$ باشد در آن صورت $\cos 0^\circ = 1$ بوده و داریم که:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 (+1)}$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2}$$

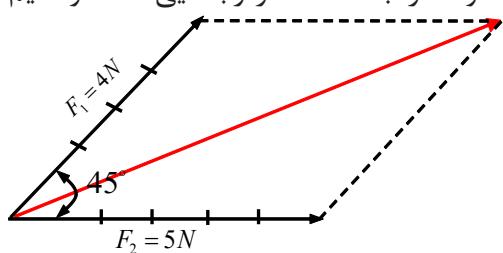
$$R = \sqrt{(F_1 + F_2)^2}$$

$$R = F_1 + F_2$$

مثال: شکل زیر را در نظر می‌گیریم، محصلة قوه‌ها را با استفاده از رابطه‌ی که آموختیم

محاسبه می‌کنیم:

حل:



$$\vec{F}_1 = 4N$$

$$\vec{F}_2 = 5N$$

$$\hat{\alpha} = 45^\circ$$

$$\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین داریم که:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos\alpha}$$

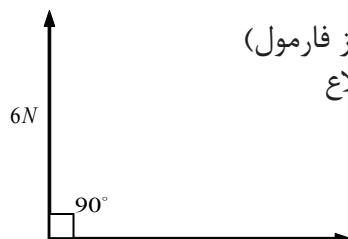
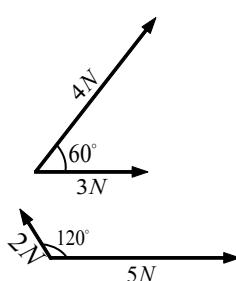
$$= \sqrt{(4^2) + (5^2) + 2 \times 4 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$R = \sqrt{16 + 25 + 20\sqrt{2}} = \sqrt{41 + 20\sqrt{2}}$$

$$R = \sqrt{41 + 20 \times 1.414} = \sqrt{41 + 28.28} = \sqrt{69.28} = 8.32N$$

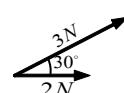
سؤال

شکل‌های زیر را در نظر بگیرید که در آن‌ها قوه‌ها به مقدارهایی که داده شده است، زیر زاویه‌های مختلف بر جسم عمل می‌کنند. مقدار و سمت محصلة قوه‌ها را به دو شیوه زیر به دست آرید:



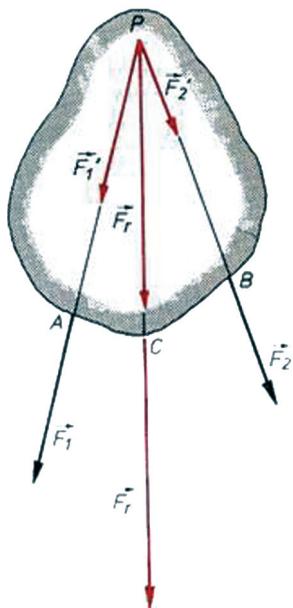
1 - طریق محاسبه‌ی (استفاده از فارمول)

2 - طریق تکمیل متوازی الاضلاع



قوه‌های که بر نقاط مختلف یک جسم تأثیر می‌کنند

ما در درس پیشتر تأثیرات قوه‌های متلاقی را که در وضعیت‌های مختلف بر جسم عمل می‌کنند، مطالعه کردیم. همچنان با شیوه‌های دریافت محصلة آنها از نظر ترسیمی و هم محاسبوی آشنایی حاصل کردیم.



شکل (1-17)

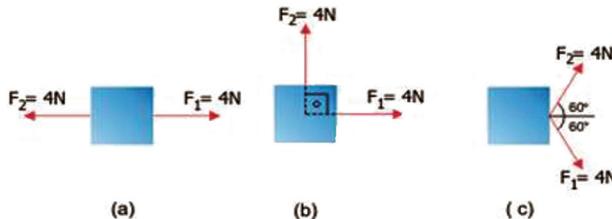
یکی از حالات دیگری که بیشتر در حوادث تختنیکی پیش می‌آید، حالتی است که اگر دو قوه بر دو نقطه یک جسم عمل کنند، چگونه می‌توان محصلة آنها را به صورت هندسی به دست آورد؟ در شکل (1-17) دیده می‌شود که دو قوه \vec{F}_1 و \vec{F}_2 بر دو نقطه A و B یک جسم اثر می‌کنند. این دو نقطه، موقعیت‌های مختلف دارند. چگونه می‌توان محصلة این دو قوه را به دست آورد؟ از درس‌های پیشتر آموختیم که یک قوه را می‌توان بر روی خط تأثیر آن تغییر مکان داد، طوری که در سمت و مقدار آن هیچ تغییری به وجود نیاید. با استفاده از همین قاعده، خطوط تأثیر هر دو قوه را تا نقطه P امتداد می‌دهیم تا هم‌دیگر را قطع کنند. از نقطه P بر روی خطوط تأثیر هر یک از قوه‌ها، قوه‌های مساوی به آنها را جدا می‌کنیم.

که عبارتند از \vec{F}_1 و \vec{F}_2 برای دریافت قوه محصلة از قاعدة متوازی الاضلاع استفاده می‌کنیم که قوه محصلة \vec{F} به دست می‌آید. این محصلة دارای خط تأثیر \overline{PC} است و نقطه تأثیر محصلة را می‌توان طور کیفی بر روی خط تأثیر آن مثلاً در نقطه C انتخاب کرد. طوری که در شکل، محصلة را ارایه می‌کند.

از این عملیه، این نتیجه هم به دست می‌آید که قوه محصلة دارای همان مقدار و همان جهت می‌بود، اگر قوه‌های جزء (مرکبه‌ها) بر جسم، در عین نقطه تأثیر می‌کردند.

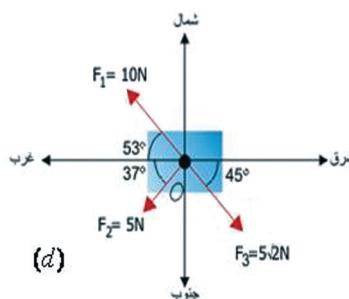
تمرین‌ها

- 1 - محصلة قوه‌ها چیست؟ برای تشکیل یک محصلة، موجودیت چند قوه حداقل ضروری است. از نظر ریاضی محصلة را چگونه علامت گذاری کردہ‌اند؟
- 2 - بزرگی و جهت تعدادی از قوه‌ها که بالای یک جسمی بدون اصطکاک عمل می‌کنند در شکل‌های a، b و c داده شده است. قوه محصلة را برای هر یک از حالات داده شده پیدا کنید.



- 3 - در دیاگرام (d) سه قوه بر یک جسم عمل می‌کنند. قوه محصلة را که بر جسم وارد می‌شود به دست آورید.

$$\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8, \sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6, \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



1-3: تعادل کتله نقطه‌یی

پیش از آن که درباره تعادل صحبت کنیم، لازم است که در باره کتله نقطه‌یی توضیح‌های داشته باشیم. ما از درس‌های گذشته، کتله یک جسم را می‌شناسیم و می‌دانیم که کتله عبارت از مقدار موادی است که در جسم، جابجا شده است و واحد اندازه‌گیری آن کیلوگرام است، که در عمل یک کیلوگرام کتله را، کتله یک لیتر آب خالص در درجه حرارت 4°C قبول نموده‌اند. اصطلاح دیگری که در موارد معین در علم فزیک به کار برده می‌شود، عبارت از کتله نقطه‌یی است که به منظور، ایجاد سهولت در حل مسایل علم فزیک از آن استفاده می‌شود.

- کتله نقطه‌یی عبارت از کتله یک جسم اید آلی است که گویا تمام موادی که در ساختمان آن جسم به کار رفته است، در یک نقطه متمرکز شده باشد.

از این تعریف معلوم می‌شود که کتله نقطه‌یی موجودیت واقعی ندارد و صرف برای انجام محاسبات و حل مسایل به صورت فرضی پذیرفته شده است. پس این پرسش به وجود می‌آید که در عمل چگونه یک کتله نقطه‌یی را می‌توان تجسم کرد و نقش کتله نقطه‌یی در حل مسایل فزیکی در چیست؟ هر جسم حقیقی که جسامت (بزرگی) و شکل آن، هنگام مطالعه یک مسئله میخانیکی نقشی نداشته و قابل صرف نظر باشد، می‌تواند به حیث یک جسم یا کتله نقطه‌یی قبول گردد. مثال‌های زیر موضوع راوضاحت بیشتر می‌دهد:

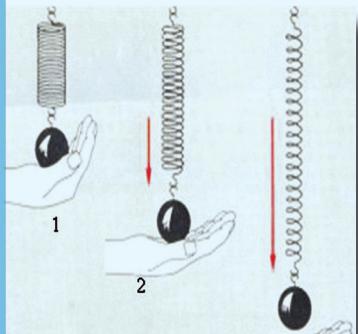
1 - هنگام محاسبه حرکت سیارات به دور آفتاب، می‌توان سیارات را کتله‌های نقطه‌یی قبول کرد.

2 - برای محاسبه مدار پرواز یک توپ تینس، توپ را می‌توان به حیث یک کتله نقطه‌یی پذیرفت.

3 - در مدل ساده اتم‌هایdroجن، الکترون و پروتون را می‌توان به حیث کتله‌های نقطه‌یی قبول کرد. باید گفت که ما در عمل با سیستم‌هایی از کتله‌های نقطه‌یی سر و کار داریم، که هر سیستم دارای تعداد زیادی از کتله‌های نقطه‌یی هستند، به طور نمونه گازها، مایعات، اجسام ارتجاعی (الاستیکی)، اجسام جامد، اتم‌ها، مالیکول‌ها، سیستم سیارات، همه این‌ها در موارد معینی به حیث کتله‌های نقطه‌یی قبول شده می‌توانند.

تعادل عکس العمل یک جسم در برابر تأثیر یک قوه: پیش از این در مورد قوه، تأثیرات و انواع آن صحبت کردیم و گفتیم که قوه عاملی است که هر گاه بر یک جسم تأثیر کند، می‌تواند در حالت حرکت جسم تغییر وارد کند، یعنی سمت و سرعت حرکت جسم را تغییر دهد و یا باعث تغییر شکل جسم شود. ما از تأثیرات قوه بر جسم صحبت کردیم ولی از عکس العمل جسم در برابر تأثیر قوه تا حال چیزی نگفته‌ایم. ما این پرسش را تا حال پاسخ نداده‌ایم که اگر یک قوه بر یک جسم عمل کند، آیا جسم در برابر تأثیر آن قوه، از خود چه عکس العمل نشان می‌دهد؟ ویا وقتی که یک جسم در حالت سکون قرار دارد، به این معناست که هیچ قوه‌یی بر آن تأثیر نکرده است؟ شما می‌دانید که، هر جسم دارای وزن است که آنرا قوه ثقل نام داده‌اند، پرسش دیگر این است که آیا می‌توان تأثیر قوه وزن یک جسم را بالای آن جسم از بین برد؟ برای پاسخ دادن به این پرسش‌ها، فعالیت‌های زیر را انجام می‌دهیم:

فعالیت



شکل (1-18)

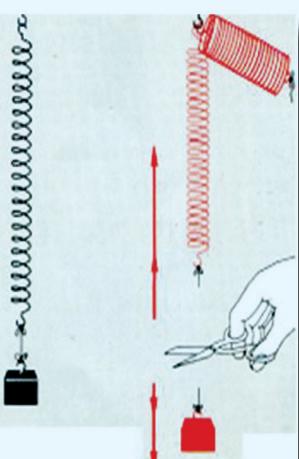
- 1 - یک جسم را از یک فنر آویزان می‌کنیم، طوری که با قرار دادن دست خود در زیر آن قوه وزن جسم را احساس کنیم (حالت ۱).
- 2 - با آهسته‌گی دست خود را به طرف پایین می‌کشانیم، یک کمی احساس سبکی می‌کنیم و در عین وقت فنر به اثر قوه وزن جسم دراز می‌شود (حالت ۲).
- 3 - فنر با رسیدن به یک موقعیت معین، دیگر دراز نمی‌شود و جسم به حالت آزاد به فنر آویزان می‌ماند (حالت ۳).
چرا جسم، دیگر قادر نیست که فنر را به طرف پایین بکشاند؟ برای پاسخ دادن به این پرسش فعالیت دومی زیر را انجام می‌دهیم.

فعالیت



یک جسم (وزن کوچک) را به وسیله تار به فنر آویزان می‌کنیم. دیده می‌شود که فنر به اثر وزن جسم کش و دراز می‌شود و بعد در یک موقعیت معین به وضعیت آرامش یعنی سکون می‌رسد.
در این حالت که جسم در حالت سکون قرار می‌گیرد، به زودی تار را با یک قیچی مطابق شکل قطع می‌کنیم. چه رخ می‌دهد؟ دو تأثیر قوه به مشاهده می‌رسد:

- 1 - وزنه کوچک به زمین سقوط می‌کند.
- 2 - فنر به سرعت به طرف بالا خود را جمع می‌کند و به حالت اولی بر می‌گردد. از این وضعیت می‌توان نتیجه گرفت که باید دو قوه در کار دخیل بوده باشد.
(a) قوه وزن وزنه کوچک که در فنر آویزان شده است.
(b) قوه‌بی که توانسته است فنر را دوباره به حالت اولی آن بر گرداند که به این قوه، قوه برگرداننده نام می‌دهیم.



شکل (1-19)

اکنون به پرسش بالا که چرا فنر در مرحله آخر فعالیت قبلی به اثر تأثیر وزن، دیگر دراز نشد، جواب داده می‌توانیم و به نتیجه می‌رسیم که هر قدر با تأثیر وزن جسم به درازی فنر افزوده می‌شود، به همان اندازه، فنر قوه بر گرداننده بیشتر را در خود انکشاف می‌دهد که این قوه برگرداننده با وزن وزنه کوچک در سمت مخالف قرار دارد. در صورتی که هر دو قوه یعنی وزن وزنه و قوه برگرداننده فنر با هم مساوی شوند. در این حالت فنر دیگر دراز نشده و حالت سکون مسلط می‌گردد. در این حالت می‌توان گفت که: قوه وزن جسم مساوی به قوه برگرداننده فنر است و چون قوه بر گرداننده فنر در جهت مقابل قوه وزن وزنه کوچک به حیث یک قوه مقابل عمل می‌کند. پس می‌توان گفت که:

$$\text{قوه وزن} = \text{قوه مقابل}$$

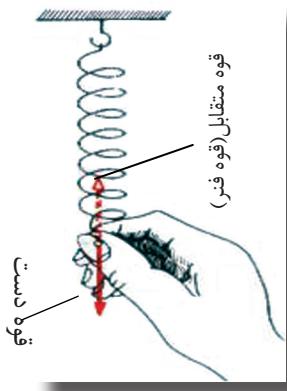
قوهٔ متقابل

شما از تجارب بالا با مفهوم قوهٔ متقابل (عكس العمل) آشنا شدید و حالا می‌دانید که این قوه در به وجود آوردن حالت تعادل مؤثر است.

اگر یک جسم در استقامت خط تأثیر قوه‌یی که بر آن عمل کرده است، حرکت نکند، در این حالت، قوهٔ صرف سبب تغییر شکل در جسم می‌شود. پس از آن که تغییر شکل در جسم صورت گرفت، جسم بار دیگر حتاً اگر تأثیر قوهٔ هم ادامه داشته باشد، به حالت اولی یعنی به حالت آرامش بر می‌گردد و این قوه که از خارج بر جسم اثر کرده است، دیگر نمی‌تواند سبب تأثیر جدیدی بر جسم شود، زیرا یک قوهٔ دیگر که از محل اتصال جسم مقابل، مثلًاً دیوار، میز وغیره بر جسم عمل می‌کند، تأثیر قوهٔ خارجی را خنثی می‌کند، یعنی آن را در تعادل می‌آورد.

قوه‌یی که تأثیر قوهٔ اثر کننده را بر جسم خنثی ساخته و سبب تعادل و یا توازن در جسم می‌گردد، به نام قوهٔ متقابل یاد می‌شود.

در شکل دیده می‌شود که قوهٔ عاملی که توسط دست به وجود آمده با قوهٔ متقابل فنر خنثی می‌شود و فنر را در حالت تعادل قرار می‌دهد. در این نمایش و در تجربهٔ بعدی می‌توان قوهٔ متقابل را با دست احساس کرد. قوهٔ عامل و قوهٔ متقابل با هم مساوی؛ ولی دارای سمت‌های متقابل هستند. قوهٔ عامل و یا قوه‌یی که از خارج بر جسم وارد شده است، دیگر نمی‌تواند سبب تأثیر گردد. زیرا اثر آن توسط قوهٔ متقابل که توسط جسم سخت و محکم عمل می‌کند، خنثی شده و باعث تعادل آن می‌گردد.

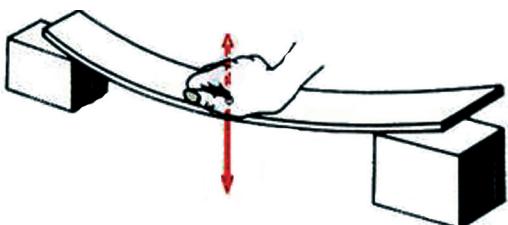


شکل (1-20)



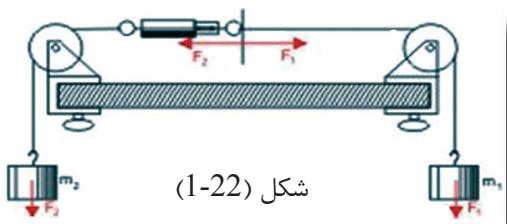
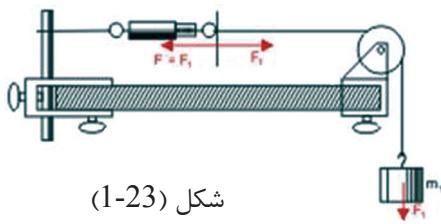
بحث کنید

یک تختهٔ چوبی که قرار شکل (21) از دو انجام بر روی جسمی تکیه داده شده و توسط دست در قسمت وسط آن قوهٔ وارد شده است، دیده می‌شود که تخته با خمیده گی که به اثر قوهٔ دست حاصل کرده است، مقابله می‌کند تا به حالت اولی برگردد. چرا چنین واقع می‌شود؟ در مورد با اعضای گروه خود مناقشه نموده نتایج مباحث خود را به مقابله صنف گزارش دهید.



شکل (1-21)

قوه متقابل یا عکس العمل (reaction force) همیشه مساوی با قوه عمل (force) است، ولی در جهت مخالف. باید گفت که هرگاه جسمی را در یک نقطه محکم بسته کنیم، قوه عکس العمل در نقطه اتصال، خود به خود به وجود می آید. به این معنی که تأثیر یک قوه بدون پیدایش قوه عکس العمل ناممکن است. وضاحت این موضوع را در حالت‌های اول و دوم تجربه‌های زیر به خوبی دیده می‌توانید.



حالت دوم

قوه کشش بالای تار توسط دو وزن آویزان شده

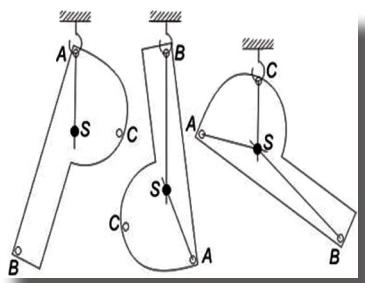
حالت اول

قوه کشش بالای تار توسط دو وزن آویزان شده

در حالت اولی هم قوه عمل، وهم قوه عکس العمل (F_1 و F_2) هر دو به وسیله دو وزنی که آویزان شده‌اند، به وجود می‌آید. در حالت دومی، قوه که به اثر اتصال میله به وجود می‌آید، توسط قوه عکس العملی که توسط وزن آویزان شده (F_2) به وجود آمده است، وزنه را در تعادل قرار داده است. از نتیجهٔ شرح دادن بالا مفهوم تعادل را می‌توان چنین خلاصه کرد: هرگاه یک قوه بر جسمی که در یک نقطه محکم بسته شده باشد، تأثیر کند، این جسم تنها زیر تأثیر این قوه قرار نداشته، بلکه قوه دیگری هم بر آن تأثیر دارد، که آن عبارت از قوه متقابل است. چون این هر دو قوه تأثیرات یکدیگر را برابر هم از بین می‌برند، بنابر این حرکتی به وجود نمی‌آید و صرف به سبب به وجود آمدن قوه متقابل، تغییری در شکل جسم پدیدار می‌گردد. اگر قوه عامل و قوه متقابل که آن‌ها را عمل و عکس العمل هم می‌گویند، دارای مقدارهای مساوی ولی سمت‌های مخالف باشند، هر دو قوه می‌توانند سبب تغییر شکل جسم شوند، ولی حالت حرکت جسم را تغییر داده نمی‌توانند و جسم در حالت سکون می‌ماند که به عبارهٔ دیگر می‌گویند، قوه‌ها در تعادل هستند. عین قانون‌مندی در حالت عملکرد دو قوه یا بیشتر از دو قوه نیز صدق می‌کند، به این معنی که هرگاه دو یا بیشتر از دو قوه بر یک جسم اثر کنند و سبب تغییر در حالت حرکت جسم نشوند، یا این که قوه‌های عامل بر جسم، تأثیرات یکدیگر را خنثی سازند، در این صورت گفته می‌شود که جسم یا قوه‌ها در حالت تعادل قرار دارند. باید توجه کرد، همه اشیاء و اجسامی که در محیط ماحصل ما هستند، تاحدی همه در حالت سکون قرار دارند. بودن آن‌ها در حالت سکون، به سببی نیست که گویا قوه‌یی بر آن‌ها اثر نمی‌کند، بلکه دلیل سکون آن‌ها این است، که همه این قوه‌ها تأثیرات یکدیگر را بر طرف ساخته و اجسام را در حالت تعادل قرار داده‌اند.

حالات تعادل در اجسام و پایداری

پیش از این که، درباره انواع حالات تعادل و پایداری چیزی بگوییم، لازم است به یاد بیاوریم که در درس‌های از این پیش درباره مرکز ثقل در اجسام مطالبی را آموخته بودیم. اکنون برای درک بیشتر مفهوم تعادل و انواع آن و همچنان شناخت حالات پایداری اجسام، لازم است به طور فشرده بر موضوع مرکز ثقل مرور دوباره کنیم. اگر یک جسم را مطابق شکل (24-1) از نقاط مختلف آن (A، B، C) آویزان کنیم، مشاهده خواهید کرد که جسم پس از یک حرکت نوسانی کوتاه به یک حالت معینی قرار می‌گیرد. توجه نمایید که در روی جسم یک نقطه ثابتی (نقطه S) وجود دارد که موقعیت خود را در هر حالت تغییر نمی‌دهد. این نقطه ثابت S نقطه تأثیر محصلة قوه‌های ثقل همه ذرات جسم است، زیرا در جسم صرف یک نقطه با این خاصیت وجود دارد که جسم در هر موقعیت توسط مومنت دوران قوه ثقل، در یک موقعیت عمودی که در زیر نقطه تأثیر قوه‌یی که در آن آویخته شده است، قرار می‌گیرد.



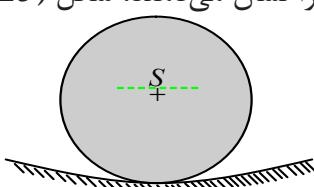
چون در این نقطه مجموع قوه‌های ثقل کل جسم تأثیر می‌کند، این نقطه را مرکز ثقل جسم می‌نامند و خطوطی که از این نقطه عبور می‌کند به نام خطوط ثقل یاد می‌شوند. می‌توان چنین فکر کرد که تمام کتله جسم در مرکز ثقل آن جسم، متتمرکز شده است.

شکل (24-1) تعیین مرکز ثقل یک جسم

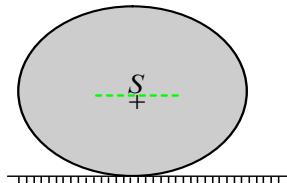
حالات تعادل: شناخت مرکز ثقل ما را کمک می‌کند که حالات تعادل را به ساده‌گی مورد مطالعه قرار دهیم. یک جسم وقتی در حالت تعادل است که با وجود تأثیر قوه‌ها بالای آن باز هم در حالت سکون قرار داشته باشد. چون در هر جسم قوه ثقل یا قوه جاذبه زمین به مرکز ثقل آن عمل می‌کند و جسم را به طرف پایین می‌کشاند، بنابرآن حالت تعادل وقتی برقرار بوده می‌تواند که مرکز ثقل نتواند به طرف پایین حرکت کند. اگر یک جسم به نقطه‌یی بسته نشده باشد، بلکه بر روی سطح پایینی خود قرار داشته باشد، برای حرکت‌های ممکنۀ این جسم، سه حالت زیر را مطالعه و از هم تفکیک کرده می‌توانیم:

حالت اول— وقتی که جسم از اثر یک قوه از حالت تعادل خارج ساخته شود و پس از آن که از قید تأثیر قوه آزاد شود، بتواند پس به حالت اولی خویش برگردد. مخروطی که از قاعده بر سطح زمین یا روی میز گذاشته شده است ویا جسم کره‌یی که در بین یک ظرف مکعب قرار گرفته باشد، مثال‌های از این حالت را نشان می‌دهند، شکل (25-1).

شکل (25-1) تعادل پایدار



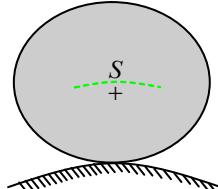
این نوع تعادل را تعادل پایدار (stable) می‌نامند. این نوع تعادل، در همهٔ حالاتی به کار می‌رود که ضرورت است، اشیاء در وضع مطمئن سکون قرار داده شوند.



شکل (1-26) تعادل بی تفاوت

حالت دوم - در همهٔ حرکت‌هایی که ارتفاع مرکز نقل جسم در هنگام حرکت از سطح قاعده آن تغییر نکند و جسم در موقعیت نو خویش باز هم در حالت تعادل قرار بگیرد؛ یعنی حالت تعادل خویش را حفظ کند؛ مانند: یک توپ یا مخروطی که بالای سطح جانبی اش روی میز قرار داده شود. این نوع تعادل را تعادل بی تفاوت یا (indifferent) می‌گویند. از این گونه حالت تعادل وقتی استفاده می‌شود که ضرورت است، اشیایی متحرک باشد، به طور نمونه در وسایط ترانسپورتی و یا در محورهای دورانی، شکل (1-26).

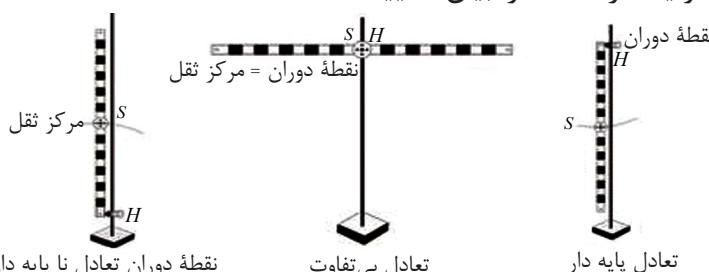
حالت سوم - اگر جسم با اندک حرکت، از حالت تعادل بیجا شود و نتواند دوباره به حالت اولی خود برگردد، تعادل را نا پایدار گویند. به طور مثال اگر یک کره کوچک در بلندترین نقطهٔ یک جسمی با سطح فوقانی محدب قرار داده شود و یا مخروطی که از رأس آن روی زمین تکیه کرده باشد، این اجسام مطابق شکل (1-27) با اندک تکان یا لرزش از وضع تعادل خارج می‌شوند. از همین جهت است که حالات تعادل ناپایدار از لحاظ تختنیکی مورد استعمال ندارند.



شکل (1-27) تعادل ناپایدار

سؤال

یک خط کش در سه حالت (a,b,c) مطابق شکل از نقاط مختلف بر یک پایه آویزان شده است. خط کش در وضعیت‌های بالا در حالت‌های پایدار، بی تفاوت و ناپایدار دیده می‌شود. خصوصیت هر یک از حالات را بیان نمایید.



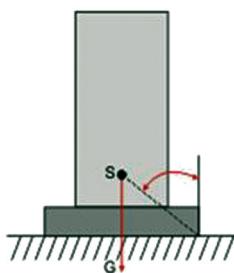
پایداری

اجسامی که مرکز ثقل آن‌ها بالاتر از سطح زیرین اتکای شان قرار داشته و خط عمود از مرکز ثقل از سطح اتکای شان خارج نشود، در حالت تعادل پایدار قرار دارند؛ زیرا در اثنای چیزی شدن مرکز ثقل آن‌ها تغییر موقعیت داده بالا می‌رود. پایداری در یک جسم همیشه دارای همان قیمت نمی‌باشد. یک جسم (مکعب مستطیل) اگر بر سطح جانبی بزرگ‌تر خویش اتکاء داشته باشد، دارای یک قیمت پایداری است، در حالی که اگر بر سطح جانبی کوچک‌ترش اتکاء داشته باشد، پایداری آن قیمت دیگر را خواهد گرفت.

(هر قدری که مرکز ثقل جسم پایین‌تر، وزن جسم بیشتر و سطح اتکای جسم بزرگ‌تر باشد،

پایداری آن جسم بیشتر می‌باشد.) از سه شرطی که در بالا گفته‌یم، بیشتر برای زیاد ساختن پایداری جسم استفاده می‌کنند. چنانکه اگر به سطح پایینی یک جسم مطابق شکل (۱-۲۸) پایه سنگین و عربیضی اضافه کنیم، موقعیت مرکز ثقل جسم پایین می‌افتد، وزن جسم زیاد می‌شود و در نتیجه پایداری جسم ارتقا می‌یابد.

شکل (۱-۲۸)



۱-۴: مومنت قوه (تورک)

ما می‌دانیم که قوه‌ها، به شکل‌های مختلف می‌توانند بر اجسام، تأثیر کنند؛ به طور مثال قوه‌های متلاطی که از این پیش محصله آن‌ها را به صورت هندسی و هم به صورت محاسبی پیدا کردیم و دانستیم که مقدار قوه محصله دو یا بیشتر از دو قوه متلاطی بسته‌گی به اندازه زاویه‌یی دارد که بین خطوط تأثیر این قوه‌ها تشکیل می‌شود. ما دیدیم که اگر یک قوه بر جسم تأثیر کند، جسم در برابر آن قوه عکس العمل نشان می‌دهد و از این جا به موجودیت قوه متقابل پی بردیم و نقش قوه متقابل را در پیدایش حالت تعادل دانستیم. از آن‌چه که گفته شد، واضح می‌گردد که قوه در هر یک از حالات بالا، اثرات معینی را بر جسم وارد می‌کند. در بیشتر حالات وقتی که قوه بر جسم اثر می‌کند، می‌تواند سبب حرکت جسم در امتداد یک فاصله شود. اما تأثیرات قوه می‌تواند، بر جسم نوع دیگر حرکت را نیز تولید کند.

به طور مثال جسمی را در نظر بگیرید که به یک محور اتکاء داشته باشد. هنگامی که قوه بر آن تأثیر کند، در این حالت، قوه، جسم را به حول محور، به حرکت دورانی می‌چرخاند.

اثری را که توسط قوه در حرکت دورانی بروز می‌کند، به نام مومنت قوه یا مومنت دوران و یا هم تورک می‌نامند. مومنت قوه را به M و تورک را به حرف یونانی (τ) نشان می‌دهند.

با ارایه مثال زیر درباره مفهوم مومنت قوه وضاحت بیشتر می‌دهیم:
مشکل است یک پیچ را با دست، خوب محکم کرد. در حالی که آن را می‌توان با یک رنج به آسانی محکم نمود. سبب آن این است که رنج، یک اثر دورانی بزرگ را تولید می‌کند، شکل (۱-۲۹).

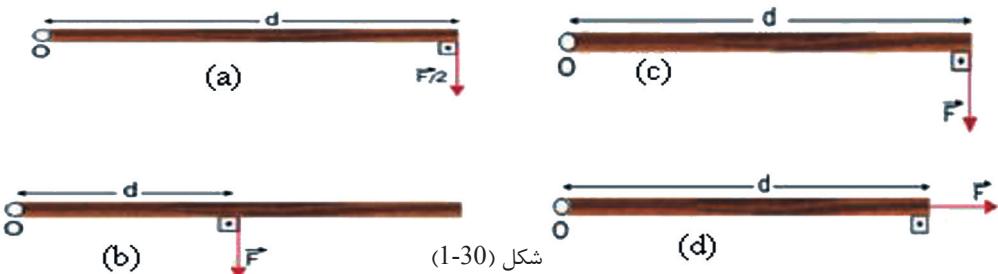
نقطه‌یی که قوه، جسمی را به گردآگرد آن به دوران می‌آورد. بهنام نقطه دوران یاد می‌شود. در شکل، رنج پیچ را به دوران می‌آورد.



شکل (1-29) محکم کردن پیچ توسط رنج

یک قوه می‌تواند مومنت‌های مختلفی را که به موقعیت نقطه تأثیر و سمت آن قوه ارتباط دارد بر یک جسم وارد کند. ما در شکل ذیل چهار حالت را دیده می‌توانیم. در هر یکی از حالات چهارگانه، میله طور آزادانه به حول نقطه O دوران می‌تواند.

مومنتی که در حالت A عمل می‌کند، بزرگ‌تر است از مومنتی که بر میله در حالت B عمل می‌نماید، در حالی که در هر دو حالت مقدار قوه مساوی است.



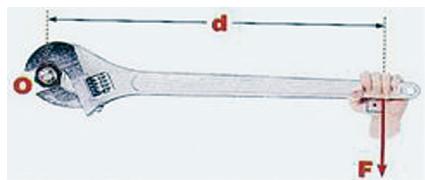
شکل (1-30)

در شکل‌های A و C که قوه‌ها در همان نقطه عمل می‌کنند، چون مقدار قوه‌ها از هم متفاوت می‌باشد، حادثه دوران نیز از هم متفاوت است. مومنتی که در جسم در حالت D عمل می‌کند، مساوی به 0 است؛ زیرا در این حالت قوه به فاصله و زاویه صفر بر جسم عمل می‌کند و سر انجام می‌توان گفت که اثر یا مومنتی را که یک قوه در حادثه دوران تولید می‌کند، به سه پارامتر ارتباط دارد:

1. مقدار قوه
2. فاصله بین نقطه تأثیر قوه و محور دوران و یا خطی که جسم به گردآگر آن دور می‌زند و به حرف (D) نشان داده شده است.
3. زاویه‌یی (θ) که بین وکتور قوه و خطی که محور را با نقطه تأثیر قوه وصل می‌کند، قرار دارد.

اگر یک قوه مطابق شکل (1-31) بالا طور عمودی بر خط ارتباطی نقطه دوران و نقطه تأثیر قوه بر یک جسم عمل کند، یعنی $d \perp F$ باشد، در این حالت مومنتی که این قوه تولید می‌کند، دارای قیمت اعظمی می‌باشد که این مومنت را به ریاضی چنین افاده می‌کنند:

$$M = F \cdot d \dots\dots\dots (F \perp d)$$



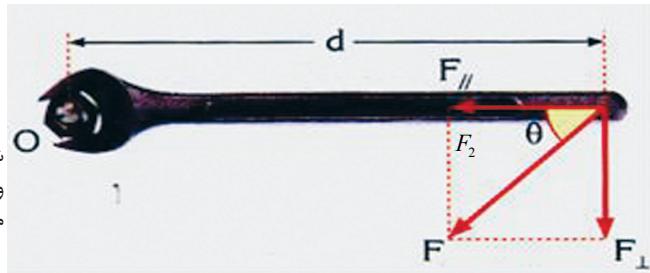
شکل (1-31) مومنت صفر است، زیرا خط تأثیر قوه از نقطه دوران عبور می‌کند.

اگر قوه بر جسم موازی با خطی که نقطه تأثیر قوه را با نقطه دوران وصل می‌کند، عمل کند، یعنی ($F \parallel d$) باشد، در آن صورت مومنتی را که این قوه تولید می‌کند، مساوی به صفر است، یعنی: $M = 0$ شکل (1-32).



شکل (1-32)

به صورت عموم، یک قوه همیشه به دو مرکبۀ خود تجزیه شده می‌تواند که یکی آن موازی و دیگری عمود بر خطی است که نقطه دوران را با نقطه تأثیر قوه وصل می‌کند.



شکل (1-33) وقتی که قوه بر جسم عمل کند و خط تأثیر قوه بر محور دوران عمود باشد. مومنتی که قوه وارد می‌کند، اعظمی است.

چنانکه در شکل (1-33) دیده می‌شود، مومنتی که توسط قوه \vec{F} تولید می‌شود، مساوی به مومنتی است که مرکبۀ عمودی همین قوه (F_1) که بر فاصله نقطه تأثیر قوه از محور دوران عمود می‌باشد، به وجود آورده است. زیرا مومنت مرکبۀ دومی (F_2) که با خط اتصال موازی می‌باشد، صفر است یعنی: $M_2 = F_2 \cdot 0 = 0$ در صورتی که:

$$M = M_1 = F_{\perp} \cdot d$$

$$M = (F \sin \theta) \cdot d \quad M = \vec{F} \cdot d \sin \hat{\theta}$$

در رابطه بالا، θ زاویه بین قوه و خطی است که نقطه دوران را با نقطه تأثیر قوه وصل می‌کند.

مثال

قوه $15N$ بر میله‌یی که 0.2 متر طول دارد، مطابق شکل عمل می‌کند. حال مومنتی را دریافت می‌کنیم که این قوه تولید می‌کند. $(\cos 37^\circ = 0.8$ و $\sin 37^\circ = 0.6$) است.

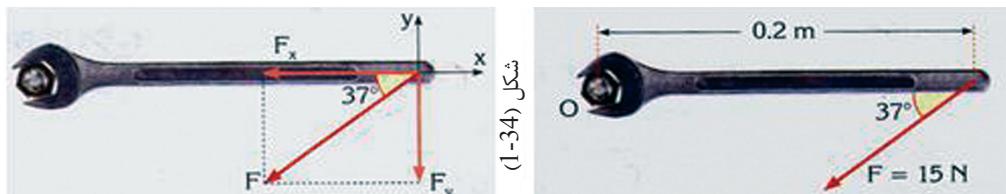
حل

قوه مركبه F_x سبب توليد مومنت نمي شود. قوه مركبه به امتداد محور y (F_y) را که بر رنج عمود است و حرکت دوراني را در جهت عقرب ساعت به وجود مي آورد، چنین به دست مي آورييم:

$$F_y = F \cdot \sin 37^\circ \rightarrow F_y = (15N) \times 0.6 = 9N$$

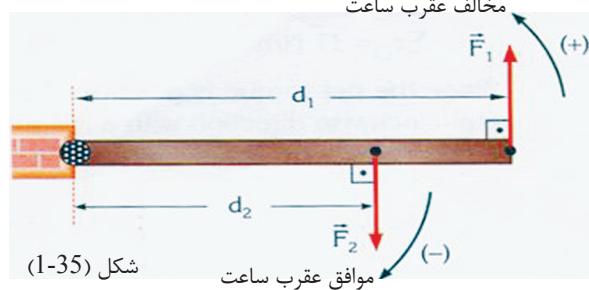
$$M = F_y \cdot d$$

$$M = (9N)(0.2m) = 1.8Nm$$



تورك (مومنت) محصله و جهت دوران

اگر تعدادی از قوه ها بر يک جسم تأثير کنند، حاصل جمع مومنت هایی که از تأثير هر يکی از قوه ها نظر به عین نقطه دوران به وجود می آيد، مجموعه یا حاصل جمع تمام مومنت ها می باشد.



در شکل (1-35) دو قوه F_1 و F_2 را می بینیم که بر يک دروازه عمل نموده و سبب دوران آن در جهت مخالف می شوند. اگر جهت مخالف حرکت عقرب ساعت را مثبت و سمت حرکت عقرب ساعت را منفی بپذیریم، مومنتی که هر دو قوه به وجود می آورد، عبارت از مومنت محصله بر دروازه است که چنین حساب می شود.

$$M_1 = F_1 d_1 \quad \text{و} \quad M_2 = -F_2 d_2$$

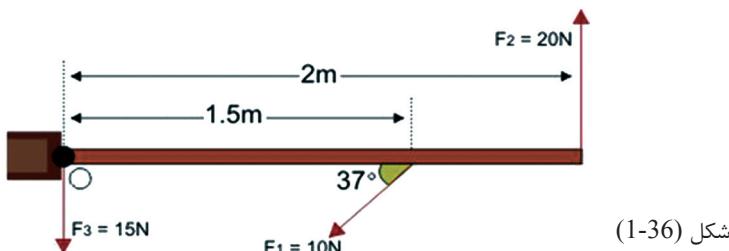
$$M = M_1 + M_2 = F_1 d_1 + (-F_2 d_2)$$

حالا یک جسم ساکن را در نظر می‌گیریم:

اگر مومنت محصله بر جسم مثبت باشد، پس جسم به جهت مثبت به دوران آغاز می‌کند، و اگر مومنت محصله بر جسم منفی باشد، جسم به جهت منفی به دوران آغاز می‌کند. در حالت خاص اگر مومنت به علت عمل قوه‌ها صفر باشد، یعنی مومنت محصله در جهت گردش عقربه ساعت مساوی با مومنت مخالف عقربه ساعت (از نظر مقدار) باشد، در آن صورت جسم به دوران شروع نمی‌کند.

مثال

سه قوه قرار شکل (1-36) مقابله بر یک دروازه عمل می‌کند:



شکل (1-36)

- الف) مومنت محصله را که بر دروازه عمل می‌کند، دریافت می‌کنیم.
ب) قیمت اصغری قوه چهارم را سنجش می‌نماییم که بتواند از دوران دروازه جلوگیری کند، سمت و نقطه تأثیر آن را مشخص می‌نماییم.

$$(\cos 37^\circ = 0,8 \quad \sin 37^\circ = 0,6)$$

حل

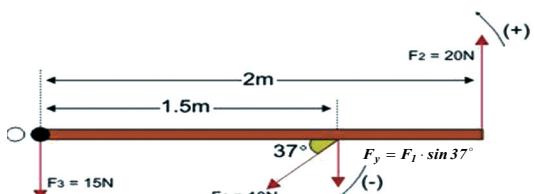
الف) مرکبۀ عمودی قوه F_1 یک دوران موافق به عقربه ساعت (-) و قوه F_2 یک دوران مخالف عقربه ساعت (+) را به وجود می‌آورند. قوه F_3 هیچ دورانی را به وجود نمی‌آورد؛ زیرا قوه در نقطه دوران عمل می‌کند، بنابر آن می‌توانیم بنویسیم:

$$M_1 = -F_{1y}d_1 = -F_1 d_1 \cdot \sin\theta$$

$$M_1 = -(10N)(1.5m)0.6$$

$$M_1 = -9 Nm$$

$$M_2 = F_2 \cdot d_2 = (20N)(2m) = 40Nm$$



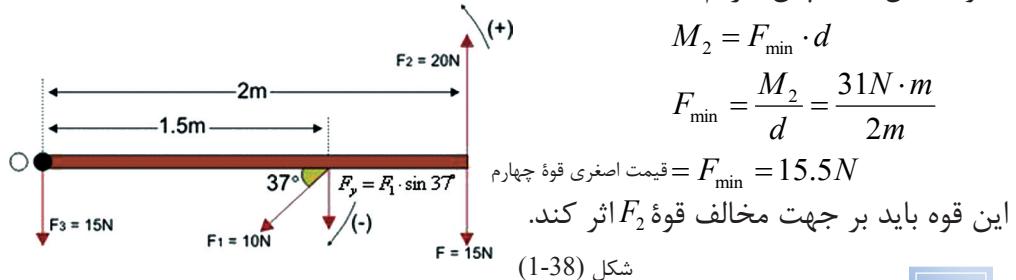
شکل (1-37)

بنابر این مومنت محصله در گردابگر نقطه O عبارت است از:

$$\sum M = -M_1 + M_2 = -9 Nm + 40 Nm = 31 Nm$$

چون در اینجا، مومنت محصله، مثبت به دست آمده است، بنابر این دروازه به جهت مخالف عقریه ساعت چرخ می خورد که قیمت مومنت آن $31Nm$ است.

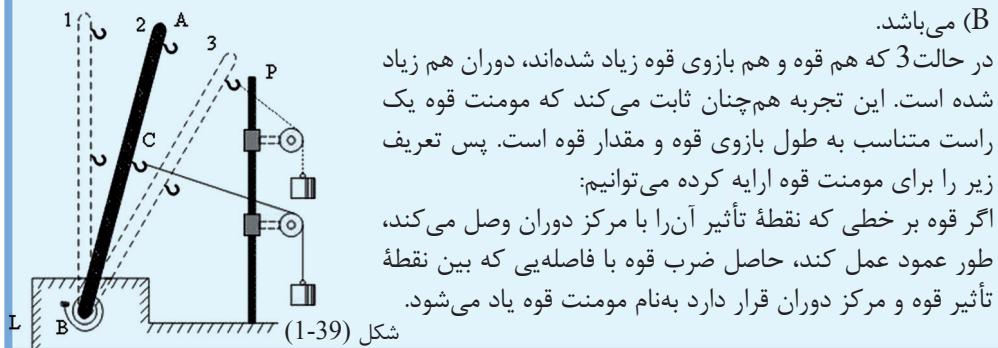
(ب) چون مومنت محصله مخالف عقریه ساعت است و مقدار آن $31Nm$ می باشد، این گفته چنین معنی می دهد که برای این که دروازه دوران نتواند، باید یک مومنت موافق به جهت عقریه ساعت به کمیت $31Nm$ بر آن تأثیر کند. قوه اصغری که این مومنت را تولید کرده می تواند، باید بر دورترین نقطه از محور دوران یعنی به فاصله دو متر دورتر از نقطه تأثیر عموداً عمل کند، پس داریم که:



تجربه

یک میله فلزی AB را طوری در نظر می گیریم که یک طرف آن در نقطه B محور L توسط یک فنر مارپیچ اتصال داده شده است. در این میله چنگک هایی تعییه شده که با تار وصل هستند و این تار از روی چرخ ثابتی عبور می کند که بر پایه P محکم شده است. در انجام دیگر تار می توان قوه ها (وزان) را آویزان کرد. در شکل مقابل که میله در حالت 1 قرار دارد، هیچ قوه وی بر آن تأثیر نکرده و دوران هم به وجود نیامده است.

در حالت 2، قوه به چنگک وسطی بر میله تأثیر می کند، و در این حالت میله یک دوران را در شکل نشان می دهد. بازوی قوه، عبارت از فاصله بین نقطه اتصال قوه با میله (نقطه C) تا مرکز دوران (نقطه B) می باشد.



تجربه

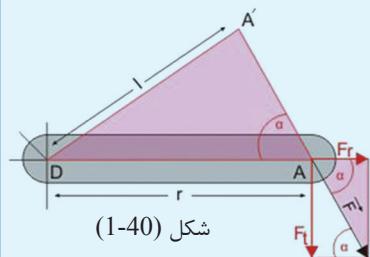
اگنون حالتی را در نظر می‌گیریم که در شکل (1-40) نشان داده شده است. در این شکل می‌بینیم که قوه F به طور مایل بر خطی اثر می‌نماید که آن خط، نقطه تأثیر A را با نقطه دوران D وصل می‌کند، در این حالت قوه نمی‌تواند به طور کامل اثر خویش را ظاهر سازد، زیرا نقطه تأثیر قوه بر یک خط دایره‌یی به حول نقطه دوران حرکت می‌کند، پس در این حالت، تنها قوه مرکبۀ مماسی (تangential force)، F_t دارد، و مرکبۀ شعاعی F_r اثر یک قوه کشش بر محور را دارد و مومنت قوه عبارت است از: $M = F_t \cdot r$. اگر قوه را بر استقامت خط تأثیرش تا نقطۀ تغییر موقعیت بدھیم که بر DA' عمود واقع شود، پس در این صورت مومنت قوه توسط رابطۀ زیر افاده شده می‌تواند: $M = F \cdot l$.

در افادۀ اخیر (l) عبارت از طول عمودی است که از نقطه دوران بر خط تأثیر قوه کشیده می‌شود. چون هر دو مومنت با هم مساوی هستند و هم از تشابه دو مثلث نشانی شده به دست می‌آید که:

$$F : F_t = r : l \quad F \cdot l = F_t \cdot r$$

در صورتی که به جای بازوی دوران، عمود l را به کار ببریم، باز هم تعریفی را که از این پیش از مومنت قوه شده بود، در این حالت هم به دست می‌آوریم.

بازوی قوه (بازوی دوران)، عبارت از طول خط عمودی است که از مرکز دوران بر خط تأثیر قوه کشیده می‌شود. و این تعریف در همه حالات صدق می‌کند.



شکل (1-40)

واحد مومنت

اگر قوه را به نیوتون (N) و فاصله را به متر (m) اندازه کنیم، واحد اندازه‌گیری مومنت قوه عبارت از نیوتون متر است که این طور ارایه می‌گردد:

$$[M] = F \cdot L = [N \cdot m]$$

اگر قوه را به داین (dyne) و فاصله را به سانتی متر (cm) اندازه کنیم، واحد اندازه‌گیری مومنت قوه عبارت از $dyne \cdot cm$ می‌باشد.

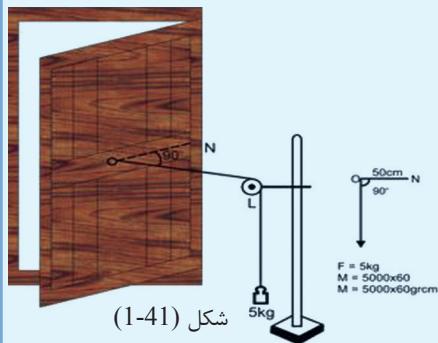


برای این که اثر مومنت قوه را مشاهده کرده وهم به اثبات بر سانیم که مومنت قوه، مساوی به حاصل ضرب قوه با فاصله‌یی است که نقطه تأثیر قوه از مرکز دوران دارد، تجربه ساده زیر را در گروه‌ها عملی می‌کنیم که با یک پلۀ دروازه صورت می‌گیرد.

یک پلۀ تاحدی سنتگین دروازه بر روی یک لخک استوار بوده و با چوکات اتصال دارد. در قسمتی از چوکات وسطی این پله، یک چنگک نصب شده است و این چنگک با تار وصل است و تار از روی یک چرخ ثابت (پلی) عبور می‌کند، طوری که انجام تار با یک کفه ترازو در ارتباط می‌باشد. مومنت چرخ را طوری انتخاب می‌کنیم که تار بر پلۀ دروازه عمود واقع شود. اگر چرخ در نقطه L قرار داشته باشد و نقطه اتصال تار را با چوکات وسطی دروازه با O و نقطه تقاطع خطی که نقطه O را به چوکات جانبی (لخک) دروازه وصل می‌کند با N نشان داده شوند، زاویه $\angle LON = 90^\circ$ می‌باشد.

حالا در کفه ترازو تا وقتی وزنهای را می‌گذاریم که دروازه شروع به حرکت کند. وقتی که دروازه به حرکت می‌آید به معنای این است که وزن (قوه) سبب تولید یک مومنت شده است. سپس وزن را از کفه ترازو بر می‌داریم و مقدار وزن و طول فاصله ON را پادداشت می‌کنیم. در این حال، اگر قوه را F_1 و فاصله ON

را d_1 بگوییم، مومنت قوه طور زیر افاده می شود: ۱



(1-

دروازه را واپس به حالت اولی اش می‌آوریم. این بار چنگک را از جای اولی اش کشیده و به یک نقطه دیگر دروازه که با چوکات (لخت) و چپراس نزدیک تر است، نصب می‌کنیم. در این حالت نیز چرخ را به موقعیتی قرار می‌دهیم که تار به دروازه عمود واقع شود. سپس به پله ترازو، وزن می‌گذاریم، تا آن که دروازه به حرکت شروع کند. بعد وزن را از کفه ترازو بر می‌داریم. مقدار وزن F_2 را با طول ON که این بار به d_2 ارایه می‌شود، اندازه می‌کنیم:

دیده می شود که در این دفعه برای به حرکت در آوردن دروازه (تولید مومنت قوه) وزن بیشتر از وزن بار اول به کار رفته است یعنی: $M_2 = F_2 \times d_2$2

این کار، را بار سوم زیر همان شرایط تکرار می کنیم و موقعیت نقطه O را با چیزی داشت که در این کار از آن استفاده ننمودیم. باز هم از اندازه گیری وزن (قوه) F_3 و فاصله نتیجه به دست می آید که در بار سوم برای به حرکت در آوردن دروازه به قوه بیشتر از حالت

برای نتیجه گیری، اگر حاصل ضرب قوه با فاصله را که برای هر بار به دست آمده است، با هم مقایسه کنیم، دیده می شود که دارای قیمت های مساوی می باشند، یعنی:

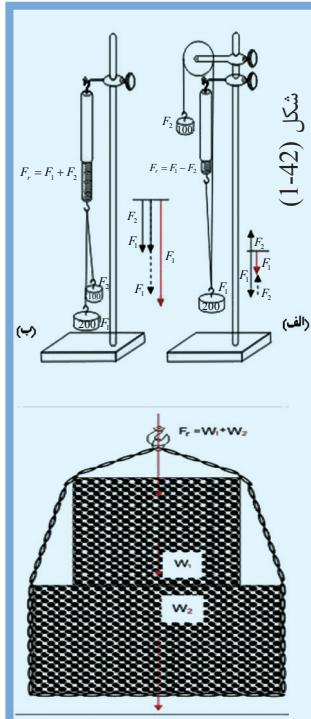
$$F_1 \times d_1 = F_2 \times d_2 = F_3 \times d_3$$

$$M_1 = M_2 = M_3$$

لازم است نتایج کار گروهی خود را برای مباحثه بیشتر به هم‌صنفان تان ارایه نمایید.

۱-۵: قوههای موازی

در این درس مطالعه خواهیم کرد که دو قوههای موازی بر یک جسم چگونه تأثیر می‌کنند و چطور می‌توانیم محصلة آنها را به دست آوریم، برای این منظور فعالیت‌های زیر را انجام می‌دهیم.



فعالیت الف

دو قوههای F_1 و F_2 را به طور موازی و در جهت مخالف، بر چنگک یک قوهه سنج مطابق شکل (الف، ۱-۴۲) آویزان می‌کنیم. طول قوهه سنج به سبب تأثیر قوهه مجموعی F_r طویل گردیده و نشان می‌دهد که:

$$F_r = F_1 \times F_2$$

فعالیت ب

دستگاه تجربی را مطابق شکل (ب، ۱-۴۲) تغییر می‌دهیم، طوری که قوههای F_1 و F_2 به طور موازی و هم جهت با هم قرار گیرند. در این حالت قوهه سنج، قوهه محصلة F_r را در عمل چنین نشان می‌دهد:

$$F_r = F_1 + F_2$$

فعالیت ج

دو جسمی را که دارای وزن‌های معلوم w_1 و w_2 می‌باشند، مطابق شکل (۱-۴۳) روی هم قرار داده و هر دو را ذریعه یک چنگک به قوهه سنج آویزان می‌کنیم. هنگام تعادل وزن‌ها در قوهه سنج، دیده می‌شود که قوهه سنج، قوهه مجموعی وزن‌های هر دو جسم را نشان می‌دهد. یعنی:

$$F_r = W_1 + W_2$$

شکل (۱-۴۳)

از مشاهده تجربه‌های بالا می‌توان به نتیجه رسید که: هرگاه قوههای موازی به یک نقطه یک جسم عمل کنند، اگر این قوههای هم جهت باشند، محصلة آنها عبارت از حاصل جمع قوههای مذکور می‌باشد و اگر قوههای دارای جهت‌های مخالف باشند، محصلة قوههای مساوی به حاصل تفاضل آنها است.

از بحث بالا می‌توان نتیجه گرفت که دو قوهه زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌توانند که محصلة آنها مساوی به صفر یعنی $\sum F = 0$ گردد و این در حالتی ممکن است که مقدار هر دو قوهه با هم مساوی ولی جهت‌های آنها مخالف باشند.

چون نقطه تأثیر یک قوه را می‌توان طور کیفی روی خط تأثیر آن قوه تغییر مکان داد و این قاعده برای همه قوه‌های موازی که در یک نقطه ویا روی عین خط تأثیر می‌کنند، تطبیق می‌شود، بنابر آن می‌توان ادعا کرد که:

هرگاه دو قوه در عین نقطه یا در عین خط تأثیر کنند، زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌توانند که دارای مقدارهای مساوی بوده و سمت‌های مخالف داشته باشند.

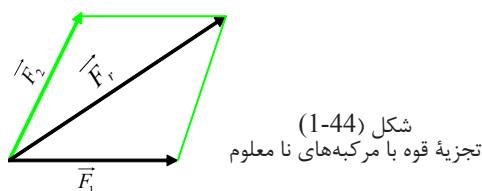
تجزیه یک قوه

چنانکه پیش از این مطالعه نمودیم، ما به حالت‌های روبرو می‌شویم که چندین قوه بر یک جسم تأثیر می‌کنند و ما ضرورت داریم تا محصله یا نتیجه قوه‌ها را بشناسیم، یعنی هم سمت محصله را بشناسیم و هم مقدار آن را دریافت کرده بتوانیم. از جانب دیگر گفته می‌توانیم که هر قوه‌یی که ما به آن سروکار داریم، می‌تواند خودش یک قوه محصله باشد که از ترکیب دو و یا بیشتر از دو قوه به دست آمده باشد.

در حوداث فزیکی و تختنیکی بیشتر ما به چنین مسایل برمی‌خوریم که ناگزیریم برای اجرای محاسبات، اجزای یک قوه را بشناسیم. یعنی همان طوری که دریافت محصله قوه‌ها موضوع با اهمیتی است، دریافت اجزای یک قوه یا به عباره دیگر مرکبه‌های قوه که باعث ترکیب قوه شده‌اند، نیز به همان اندازه اهمیت دارد. در چنین حالات‌ها بیشتر جهت‌ها یا سمت‌های قوه‌های جزء (مرکبه‌ها) داده می‌شوند و مقدار (بزرگی) آن‌ها دریافت می‌گردد.

برای دریافت مرکبه‌ها به طریق هندسی چنین عمل می‌شود:

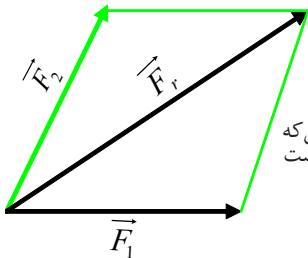
از انجام قوه محصله، موازی‌ها به خطوطی کشیده می‌شود که جهت‌های قوه‌های مرکبه را نشان می‌دهند، و در نتیجه یک متوازی الاضلاع به وجود می‌آید که اضلاع آن، قوه‌های مرکبه را نشان می‌دهد، شکل (1-44).



تجزیه قوه با مرکبه‌های نا معلوم
شکل (1-44)

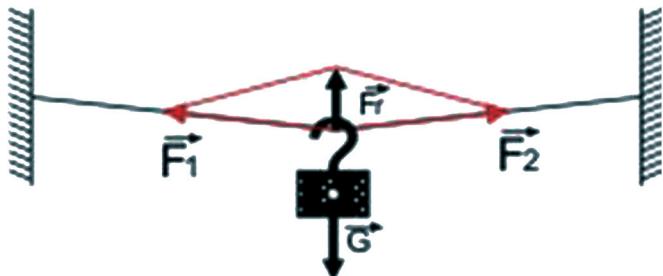
در شکل (1-44) تجزیه قوه با یک مرکب نا معلوم، و در

شکل (1-45) تجزیه قوه در صورتی که جهت‌ها داده شده است، نشان داده شده‌اند.



شکل (1-45)
تجزیه قوه در صورتی که
جهت‌ها داده شده است

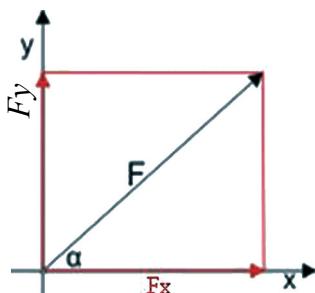
شکل (1-46) مثال دیگری، از تجزیه قوه در حالت آویزان بودن یک جسم بالای یک ریسمان را نشان می‌دهد و گروپ‌های تزیینی برق یک جاده نیز می‌توانند مثال خوبی از این قبیل باشد.



شکل (1-46)
تجزیه قوه در حالت آویزان بودن
یک جسم

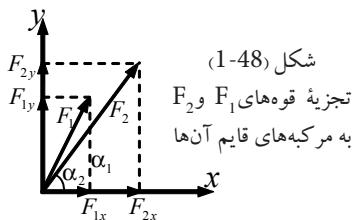
محاسبه الجبری قوه محصله چندین قوه

برای به دست آوردن محصله چندین قوه به طریق محاسبه‌یی، نخست همه قوه‌ها را در یک سیستم مختصات قایم به مرکب‌های (x, y) تجزیه می‌کنیم، به طور مثال شکل (1-47) قوه F را نشان می‌دهد که به مرکب‌های $F_x = F \cos \hat{\alpha}$ و $F_y = F \sin \hat{\alpha}$ تجزیه شده است.



شکل (1-47)
تجزیه قوه F به مرکب‌های قایم آن

به اساس قاعده بالا، قوههای F_1 و F_2 را در نظر گرفته مركبهای آنها را چنین می‌توان نوشت:



$$F_{1x} = F_1 \cos \hat{\alpha}_1$$

$$F_{1y} = F_1 \sin \hat{\alpha}_1$$

$$F_{2x} = F_2 \cos \hat{\alpha}_2$$

$$F_{2y} = F_2 \sin \hat{\alpha}_2$$

$$F_{rx} = F_1 x + F_2 x + \dots$$

$$F_{ry} = F_1 y + F_2 y + \dots$$

$$F_{rx} = \sum F_x$$

$$F_{ry} = \sum F_y$$

با استفاده از مركبهای قوهها می‌توانیم قوه محصله و زاویه‌یی را که با محور X می‌سازد، چنین حساب نماییم:

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} \quad , \quad \tan \hat{\alpha}_r = F_{ry} / F_{rx}$$

در صورتی که تعادل برقرار باشد، پس باید محصله مساوی به صفر باشد، این موضوع زمانی ممکن است که مجموع هر یک از مركبهای قوه محصله مساوی به صفر شود یعنی:

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots = 0 \quad \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots = 0$$

باید توجه کرد که برای حل حسابی یک مساله مربوط به تجزیه قوهها، شیوه‌هایی که مورد استفاده قرار می‌گیرد، بر اساس کیمتهای داده شده متفاوت می‌باشد. بیشتر می‌توان قوههای مطلوب را با استفاده از قواعد مثلثات از روی مضلع قوهها محاسبه کرد. در سایر حالات، می‌توان تشابه مضلع قوه را با یک مثلث معلوم و یا در صورت شکل‌های دارای زوایای قایمه از قانون فیثاغورث استفاده کرد.

مثال

۱. در یک گولاپی سرک که در آن یک موتور برقی حرکت می‌کند، سه کیبل هوایی برای محکم گرفتن کیبل بالایی موتور برقی، در یک نقطه A یک عمارت بسته شده است. مقدار و سمت قوههای کشش، در شکل نشان داده شده است. سمت و مقدار قوه مجموعی را محاسبه $F_1 = 1050N$ می‌نماییم.

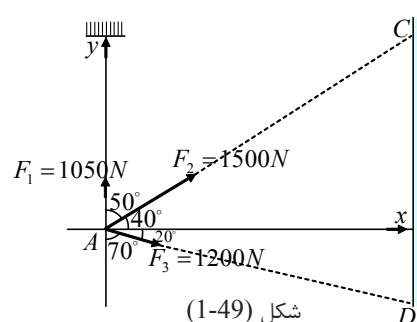
$$F_2 = 1500N$$

$$F_3 = 1200N$$

$$\hat{\alpha}_1 = 90^\circ \begin{cases} \sin 90^\circ = 1 \\ \cos 90^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\hat{\alpha}_2 = 40^\circ \begin{cases} \sin 40^\circ = 0.6428 \\ \cos 40^\circ = 0.7660 \end{cases}$$

$$\hat{\alpha}_3 = -20^\circ \begin{cases} \sin 20^\circ = 0.3420 \\ \cos 20^\circ = 0.9397 \end{cases}$$



$$F_{1x} = F_1 \cos 90^\circ = 1050 \times 0 = 0$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 40^\circ = 1500 \times 0.766 = 1149 N$$

$$F_{3x} = F_3 \cos -20^\circ = 1200 \times 0.9397 = 1127 N$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 90^\circ = 1050 \times 1 = 1050 N$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 40^\circ = 1500 \times 0.642 = 963 N$$

$$F_{3y} = F_3 \sin -20^\circ = 1200 \times -0.342 = -410 N$$

$$F_{rx} = 2276 N$$

$$F_{ry} = 1603 N$$

از شکل دیده می‌شود که مرکبۀ F_{3x} روی قسمت (+) محور (X) ولی مرکبۀ F_{3y} روی جهت منفی محور (Y) قرار دارد؛ بنابر این علامه‌های آن به ترتیب (+) و (-) در نظر گرفته شده‌اند. برای دریافت سمت و مقدار قوۀ مجموعی (محصله) داریم که:

$$\tan \alpha = \frac{F_{ry}}{F_{rx}} = \frac{1603 N}{2276 N} = 0.7043 \Rightarrow \hat{\alpha} = (35.2)^\circ$$

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(2276 N)^2 + (1603 N)^2}$$

به همین ترتیب:

$$F_r = \sqrt{5180176 N^2 + 2569609 N^2} = \sqrt{7749785 N^2} = 2783.843 N$$

مثال دوم

یک زینه پایه فولادی روی یک سطح میلان دار قرار دارد. قوۀ وزن $W = 700 N$ یک شخصی که بر نقطۀ بالایی زینه ایستاده شده باشد، چگونگی تقسیم آن را برو پایه زینه نشان می‌دهیم؟

حل

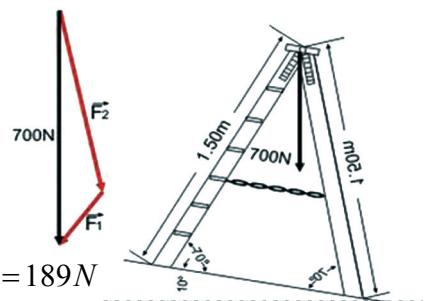
از زاویه‌های که در نتیجه ترسیم‌ها به دست می‌آیند، یک مضلع قووهای با زاویه‌های 10° ، 30° و 140° حاصل می‌شود. با استفاده از قاعده ساین می‌توان نوشت:

$$\frac{700 N}{\sin 140^\circ} = \frac{F_1}{\sin 10^\circ} = \frac{F_2}{\sin 30^\circ}$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{700 N \times \sin 10^\circ}{\sin 140^\circ} = \frac{700 \times 0.1736}{0.6428} = \frac{121.52}{0.6428} = 189 N$$

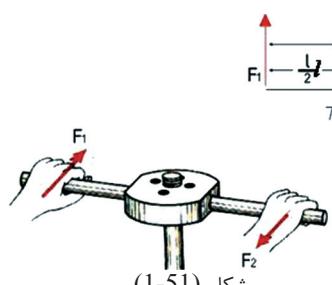
$$F_2 = \frac{700 N \times \sin 30^\circ}{\sin 140^\circ} = \frac{700 \times 0.5}{0.6428} = \frac{350}{0.6428} = 544.492 \approx 544 N$$

شکل (1-50)



1-6: زوج قوه

هر قوه‌یی که بر یک جسم اثر کند و جسم قابلیت دوران داشته باشد، این قوه به حیث یک قوه کشش و یا قوه فشار، بر محور دوران جسم عمل می‌کند. از این سبب است که این قوه در نقاطی که محور دوران به آن‌ها اتکاء و یا اتصال دارد، قوه عکس العمل را به وجود می‌آورد و در نتیجه این قوه به صورت عموم یک مومنت دوران را تولید می‌کند. اگر موقعیت محور تغییر داده شود، بیشتر بازوی قوه و مومنت دورانی که قوه به وجود می‌آورد نیز تغییر می‌خورد. بر عکس هرگاه دو قوه مساوی و موازی که دارای جهت‌های متقابله باشند، عموداً بر یک محور و بر دو نقطه متفاوت یک جسم اثر کنند، آن‌ها را زوج قوه‌ها می‌گویند. در یک زوج قوه، هر دو قوه تأثیرات هم‌دیگر را بر محور از بین می‌برند.



شکل (1-51) زوج قوه‌ها در یک دستگاه چوری کشی

مومنت دوران یک زوج قوه، صرف نظر از این که محور دوران در کدام موقعیت قرار داشته باشد، همیشه عین قیمت را دارد. مومنت دوران در یک زوج قوه برای قوه‌های $F_1 = F_2 = F$ با فاصله متقابله l بین خطوط تأثیر آن‌ها دارای قیمت ذیل است:

$$\text{مومنت دوران یک زوج قوه} = M = F \cdot l$$

از روی شکل می‌توان گفت که اگر محور دوران از یکی از دو خط تأثیر عبور نموده؛ ولی نقطه دوران (D_1) خارج از آن‌ها قرار داشته باشد، در آن صورت مومنت دوران چنین ارایه شده می‌تواند:

$$M = F_1(l + S_1) - F_2S_2 = F \cdot l$$

اگر محور دوران بین F_1 و F_2 مثلاً در موقعیت D_2 واقع شده باشد، مومنت را چنین می‌نویسیم:

$$M = F_1S_2 + F_2(l - S_2) = F \cdot l$$

چون ($F_1 = F_2 = F$) (اند، بنابر این در صورت که نقطه دوران، D_1 باشد:

$$M = F_1(L + S_1) - F_2S_1 \quad (\text{علامه به علی منفی است که طرف } D_2 \text{ به طرف } D_1 \text{ وهم مخالف } F_1 \text{ است})$$

$$M = F_1L + F_1S_1 - F_2S_1$$

$$M = FL + (F - F)S_1 = FL + 0 = F \cdot L$$

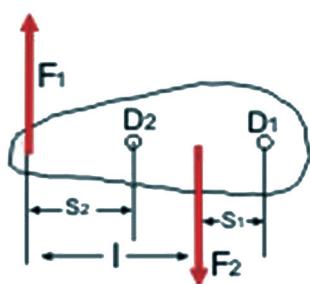
و در صورتی که نقطه دوران، D_2 باشد داریم که:

$$M = F_1 \cdot S_2 + F_2(L - S_2)$$

$$= F_1S_2 + F_2L - F_2S_2$$

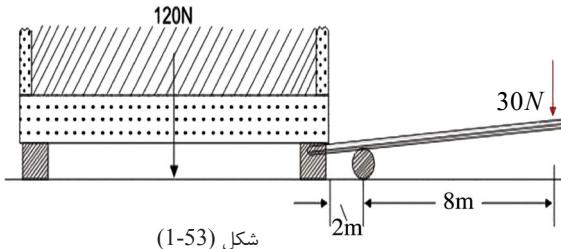
$$M = FS_2 + FL - FS_2 = F \cdot L$$

مومنت دوران یک زوج قوه به موقعیت مرکز دوران ارتباط ندارد

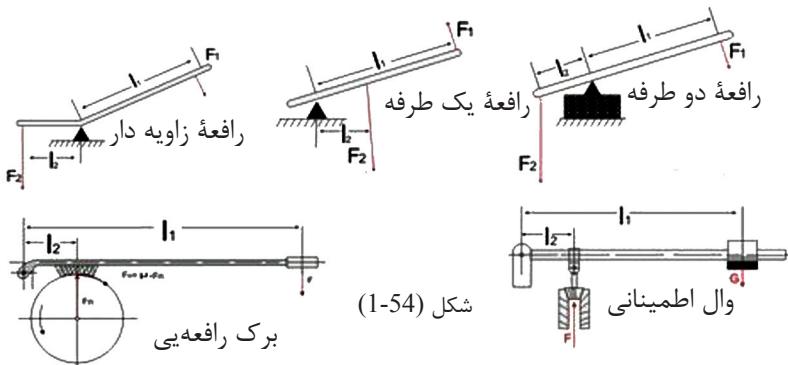


شکل (1-52)

پس با نظر داشت توضیح‌های یاد شده، مومنت را می‌توان چنین بیان کرد: یک زوج قوه بدون در نظرداشت موقعیت مرکز دوران (نقطه دوران)، همیشه دارای عین مومنت دوران می‌باشد. در تحقیک، رافعه‌ها بر اساس پرنسیب زوج قوه‌ها کار می‌نمایند و آن‌ها را بیشتر به شکل یک میله مستقیم یا یک میله زاویه دار می‌سازند.



در یک رافعه‌یی که به شکل میله است، اگر مرکز دوران آن در یک انجام میله قرار داشته باشد، این میله را رافعه یک طرفه نام می‌دهند و اگر مرکز دوران در انجام‌ها قرار نداشته باشد، رافعه را رافعه دو طرفه می‌نامند و همچنان رافعه‌ای که شکل یک میله زاویه را دارد، آن را رافعه زاویه دار می‌نامند. در شکل‌های (1-54) زیر شما انواع مختلف رافعه‌ها را دیده می‌توانید.



قانون رافعه این امکان را برای ما می‌دهد که در یک طرف رافعه، با تطبیق یک مقدار کوچک قوه که بر یک بازوی دراز اثر می‌کند، در طرف دیگر رافعه با بازوی کوچک (کوتاه)، قوه‌یی را با مقدار بزرگ‌تر به دست آوریم. از همین لحاظ است که رافعه‌ها در زندگی روزمره و در تحقیک موارد استعمال زیاد دارند. یعنی در یک طرف رافعه مقدار کم قوه را به کار می‌بریم و در آن طرف دیگر رافعه مقدار بیشتر قوه را به دست می‌آوریم، یعنی در قوه فایده می‌کنیم. به همین ترتیب با استعمال رافعه، در فاصله هم می‌توان امتیاز حاصل کرد. چنانچه اگر یک قوه با بازوی کوچک در یک طرف رافعه عمل کند، در طرف دیگر رافعه قوه‌یی که عمل خواهد کرد، دارای یک بازوی بزرگ است. دست انسان و ماشین تایپ مثال‌های دیگر مربوط به این بحث بوده می‌توانند.

۱-۷: شرایط عمومی تعادل

هرگاه چندین قوه بر نقاط مختلف یک جسم عمل کند و جسم در حالت تعادل قرار داشته باشد، این معنی را می‌دهد که محصلة تمام قوه‌های مؤثر بر جسم مساوی به صفر می‌باشد، و بر عکس اگر این شرط تحقق نیابد، قوه محصله باعث تولید تعجیل یا شتاب در جسم گردیده و این تعجیل، جسم را در یک حرکت انتقالی قرار می‌دهد. جسمی که در حالت تعادل قرار دارد، نباید دوران داشته باشد و برای تتحقق این مطلب لازمی است که مجموع مومنت‌های دوران به گردآگرد یک نقطه کیفی دوران، نیز مساوی به صفر شود، و اگر این شرط تتحقق نیابد، مومنت محصله، جسم را به یک حرکت دورانی و می‌دارد.

هر دو شرط بالا را شرایط عمومی تعادل قبول کرده‌اند.

پس در صورتی که چند قوه در نقاط مختلف و کیفی یک جسم عمل کنند، این جسم وقتی در حالت تعادل قرار می‌گیرد که دو شرط زیر در آن تحقق یابد:

شرط اول: محصلة قوه‌های عامل بر آن باید مساوی به صفر باشد.

شرط دوم: مجموعه تمام مومنت‌های دوران، به گردآگرد یک نقطه کیفی دوران در جسم باید مساوی به صفر باشد. در بسیاری از مسایل و حالاتی که پیش می‌آید، قوه‌ها در یک مستوی قرار می‌داشته باشند، در غیر آن مسئله را می‌توان به اجزای متعددی طوری تجزیه کرد، که همه قوه‌های موجود، در یک مستوی واقع شوند. برای این‌که شرایط تعادل را توسطه فارموله‌ای ریاضی بیان کرده بتوانیم، در همان مستوی که قوه‌ها قرار دارند، یک سیستم کمیات وضعیه را بر قرار می‌سازیم و قوه‌های وارد را به F_1, F_2, \dots علامه گزاری می‌کنیم و همچنان مرکبه‌های قوه‌ها را به F_1x, F_2x, \dots علامه گزاری می‌نماییم. داده و بازوهای قوه را نظر به یک نقطه کیفی دوران را با L_1, L_2, \dots علامه گزاری می‌نماییم. که در نتیجه آن معادله‌های زیر به دست می‌آینند:

۱ - مجموع قوه‌های که افقی عمل می‌کنند مساوی به صفر است. یعنی:

$$F_1x + F_2x + F_3x + \dots = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0$$

۲ - مجموع قوه‌های که عمودی عمل می‌کنند مساوی به صفر است.

$$F_1y + F_2y + F_3y + \dots = 0 \Rightarrow \sum F_y = 0$$

۳ - مجموعه مومنت‌های دوران مساوی به صفر است.

$$F_1l_1 + F_2l_2 + F_3l_3 + \dots = 0 \Rightarrow \sum M = 0$$

با آن‌چه درباره شرایط تعادل گفتیم، اینک در ابتداء بر شرط اول تعادل دوباره مرور نموده، مسایل و تمرین‌ها را درباره آن حل می‌کنیم:

شرط اول تعادل

هر جسمی که در حالت تعادل است، قوه محصله (جمع وکتوری همه قوه ها بر جسم) باید

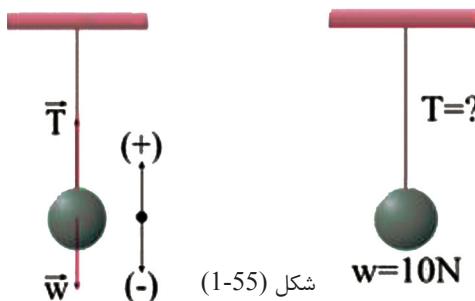
$$\sum F = 0 \quad \text{یا} \quad \vec{R} = 0$$

و اگر به تعداد (n) قوه بر جسم عمل کند، داریم که:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = 0$$

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = 0$$



مثال

یک گروپ برق به وزن $10N$ توسط یک سیم به سقف خانه آویزان شده و به حالت سکون قرار دارد. قوه کشش سیم (T) را محاسبه می نماییم:

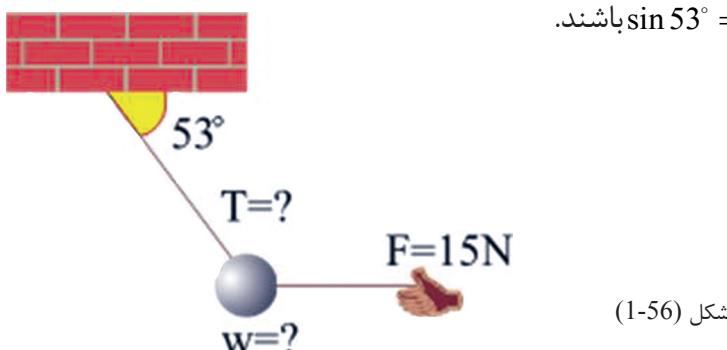
حل

چون جسم به حالت سکون است، پس قوه های عامل بر آن به حالت تعادل هستند. یعنی:

$$\sum F = 0 \Rightarrow T + (-W) = 0, \quad T - W = 0, \quad T = w, \quad T = 10N$$

مثال

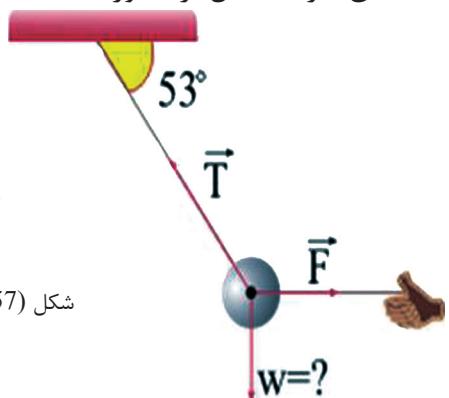
جسمی که توسط یک تار آویزان شده است، توسط یک قوه $15N$ به طور افقی عمل نموده و مطابق شکل جسم را در تعادل نگهداشته است، کشیده می شود قوه کشش را که بر تار عمل می کند محاسبه نموده و هم وزن جسم را به دست می آوریم، در حالی که $\sin 53^\circ = 0.8$ و $\cos 53^\circ = 0.6$ باشند.



شکل (1-56)

حل

در اینجا سه قوه که در حال تعادل هستند، بر جسم تأثیر می‌کنند. این سه قوه عبارتند از:
 ۱- قوه وزن جسم (W)
 ۲- قوه واردہ (F) که بر جسم عمل می‌کند و ۳- قوه کشش (T) که بر تار عمل می‌کند. نخست این سه قوه را به یک سیستم مختصات قایم انتقال می‌دهیم.
 سپس شرط اول تعادل را در هر دو محور X و Y بر جسم تطبیق می‌کنیم.
 - تطبیق شرط تعادل بر محور X :

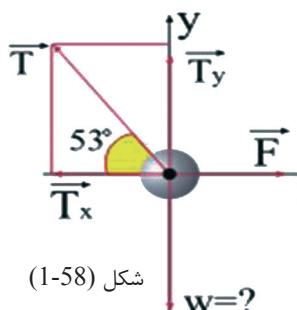


شکل (1-57)

$$\sum F_x = 0$$

$$F - T_x = 0, \quad T_x = F$$

$$T \cdot \cos 53^\circ = 15N \rightarrow T \times 0.6 = 15N \Rightarrow T = 25N$$



شکل (1-58)

- حالا شرط اول تعادل را بر محور Y تطبیق می‌نماییم:

$$\sum F_r = 0$$

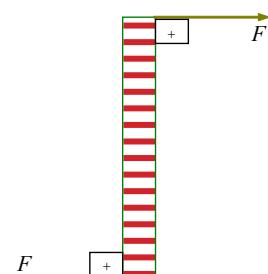
$$T_r - W = 0 \Rightarrow T_r = W$$

$$W = T \cdot \sin 53^\circ = 25N \times 0.8$$

$$W = 20N$$

شرط دوم تعادل

یک جسم با آن که شرط اول تعادل را پوره کرده است، با آن هم می‌تواند در حالت تعادل قرار نداشته باشد. به شکل (1-59) توجه نمایید. قوه محصله بر جسم مساوی به صفر است، ولی جسم به حالت سکون باقی مانده نمی‌تواند. از اینجا می‌توان گفت: برای جسمی که در حالت تعادل قرار داشته باشد، شرط دیگری هم ضرورت است.



شکل (1-59)

پس شرط دوم برای این‌که یک جسم در حالت تعادل باشد، این است که باید محصلة مومنت‌ها (مجموعه تورک‌ها) که بر جسم عمل می‌کند، مساوی به صفر باشد. یعنی:

$$\sum M = 0$$

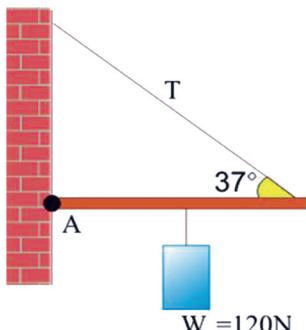
اگر به تعداد (n) قوه بر جسم، مومنت تولید کند، داریم:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0$$

اگر $\sum M \neq 0$ ولی $\sum F \neq 0$ باشد، در این حال جسم در حالت تعادل انتقالی قرار دارد و در این حال، جسم شتاب نمی‌گیرد؛ بلکه شروع به دوران می‌کند. و اگر $\sum F \neq 0$ ولی $\sum M = 0$ باشد. جسم در حالت تعادل دورانی است، یعنی که جسم شروع به دوران نمی‌کند؛ بلکه شتاب دارد.

مثال

یک انجام یک دستک چوبی بسیار سبک که فرض می‌کنیم دارای وزن نیست، در نقطه A و انجام دیگر آن به وسیله یک ریسمان به دیواری وصل گردیده. یک جسم به وزن $120N$ مطابق شکل از نقطه وسطی دستک آویزان شده است.



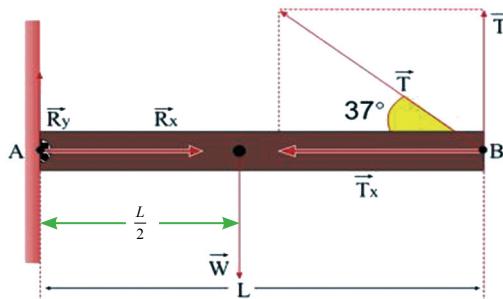
شکل (1-60)

1. قوه کشش (T) را در ریسمان دریافت می‌نماییم.
2. قوه عکس العمل (R) که دیوار بر دستک در نقطه A عمل می‌کند چند است به دست می‌آوریم.
در صورتی که $(\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6 \text{ و } \sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8)$ باشند.

حل

قوه‌هایی که بر جسم عمل می‌کند، در شکل نشان داده شده است. R_x و R_y مرکبه‌های قوه‌یی است که دیوار بر دستک چوبی وارد می‌کند. مومنت‌های (تورک‌ها) که R_x و R_y به وجود می‌آورند، مساوی به صفر هستند، زیرا این دو قوه در نقطه دوران بر دستک عمل می‌کنند. با تطبیق شرط دوم تعادل بر دستک برای نقطه A داریم که:

$$\sum M_A = 0 = \text{مومنت محصلة} \text{ که توسط قوه‌های } T \text{ و } W \text{ تولید می‌شود}$$



شکل (1-61)

$$\begin{aligned} T_y \times L - w(L/2) &= 0 \\ (T \sin 37^\circ)L - 120(L/2) &= 0 \\ T \cdot 0,6 - 60 &= 0 \\ T \cdot 0,6 &= 60 \\ T &= 100N \end{aligned}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$R_x - T_x = 0$$

از شرط اول تعادل داریم:

$$R_x - 100 \cdot \cos 37^\circ = 0 \Rightarrow R_x = 100 \times \cos 37^\circ = 100 \times 0.8$$

$$R_x = 80N$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_y + T_y - w = 0$$

$$R_y + 100 \sin 37^\circ - 120 = 0$$

قوه عکس العمل از قاعده فیثاغورث چنین محاسبه می‌شود:

$$R_y = 120 - 100 \times 0.6$$

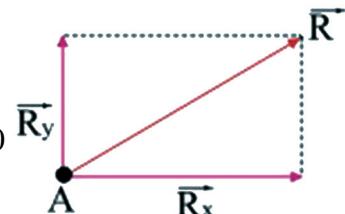
$$R_y = 120 - 60 = 60N$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R^2 = 80^2 + 60^2 = 6400 + 3600$$

$$R = \sqrt{10000} \Rightarrow R = 100N$$

$$R = 100N$$



شکل (1-621)

تبییر دیگری از فارمول مومنت

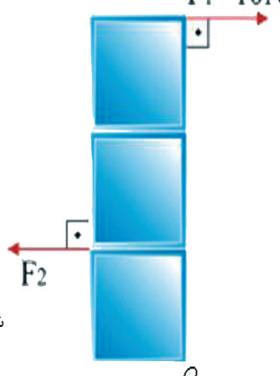
ما داریم که: $M = F \cdot d \sin\theta$

افاده بالا را می‌توان چنین همنوشت: $M = F(d \cdot \sin\theta)$
در افاده بالا ($d \cdot \sin\theta$), فاصله عمودی بین نقطه دوران و خط تأثیر قوه است.

مثال

یک بکس را که فرض می‌شود بدون وزن است و به گردابگر نقطه O آزادانه دوران می‌کند، در نظر بگیرید، شکل (1-63) اگر $F_1 = 10N$ بوده و هر ضلع مربع 1 متر باشد، مقدار قوه F_2 که صندوق را به تعادل می‌آورد، محاسبه می‌نماییم.

حل: برای حالت تعادل نوشته می‌توانیم که:



شکل (1-63)

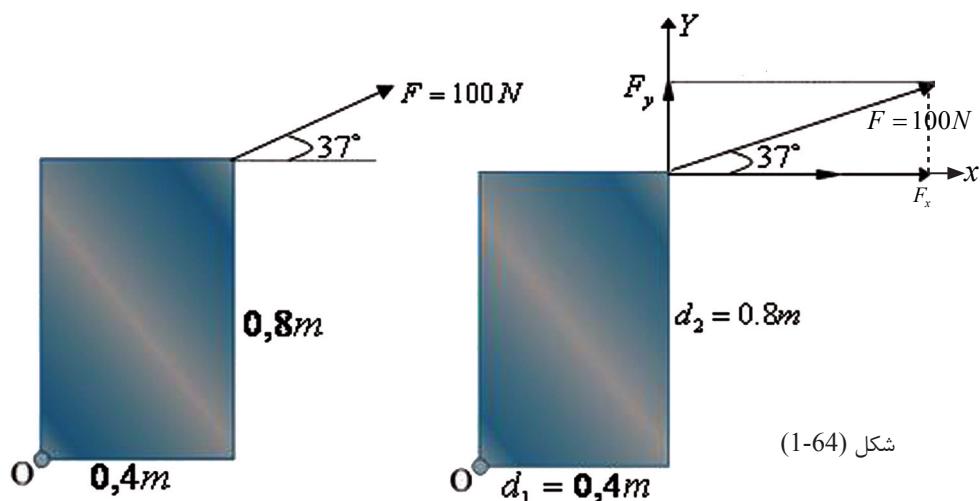
$$\sum M = 0$$

$$F_2 d_2 - F_1 d_1 = 0$$

$$F_2(1m) - (10N)(3m) = 0$$

$$F_2 = 30N$$

مومنت را به تعبیرهای زیر می‌توان چنین افاده کرد:
 مومنت مساوی است به قوه‌عمودی ضرب فاصله از محور دوران و یا مومنت مساوی است به قوه ضرب فاصله عمودی از محور دوران.
 در بیشتر از حالات عمومی هم از مرکبه قوه و هم از مرکبه فاصله، یعنی از مرکبه‌های هر دوکه با هم جمع می‌شوند، برای دریافت مرکبه مومنت استفاده می‌شود.
مثال: در شکل زیر، مومنتی را که به گرداگر نقطه O به وجود می‌آید محاسبه می‌نماییم.



شکل (1-64)

حل: برای حالت تعادل می‌توان نوشت:

$$M = (Fy)(0,4) - (Fx)(0,8)$$

$$M = (F \cdot \sin 37^\circ)(0,4) - (\vec{F} \cos 37^\circ)(0,8)$$

$$M = (100N \times 0.6)(0.4m) - (100N \times 0.8)(0.8m)$$

$$M = 60 \times 0.4N \cdot m - 80 \times 0.8N \cdot m$$

$$M = 24.0N \cdot m - 64.0N \cdot m$$

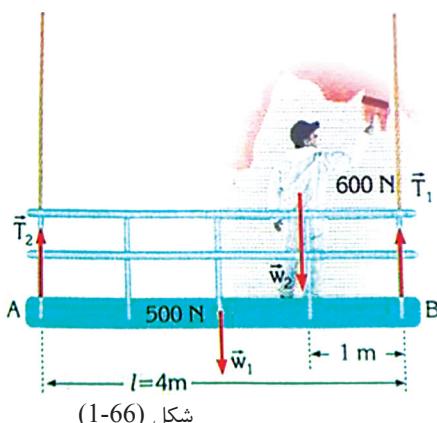
$$M = -40N \cdot m$$

انتخاب موقعیت نقطه دوران

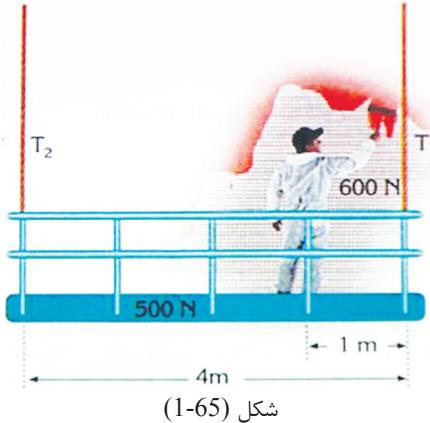
هرگاه یک جسم در حالت تعادل باشد، مومنت مجموعی آن جسم، صرف نظر از آن که نقطه دوران در کجا موقعیت دارد. مساوی به صفر است. بنابر این موقعیت نقطه دوران، در هر محل که برای حل مسئله‌ها مناسب باشد، انتخاب شده می‌تواند.

مثال

یک رنگمال که 600 نیوتون وزن دارد، مطابق شکل در موقعیت معینی بر روی یک خوازه چوبی که وزن آن 500 نیوتون بوده و به یک ریسمان آویزان شده است، ایستاده و دیواری را رنگ می‌کند. مقدار قوه‌های کشش (T_1) و (T_2) را که بر ریسمان عمل می‌کنند، به دست می‌آوریم. (از سایر وزن‌ها در سیستم صرف نظر می‌شود).



شکل (1-66)



شکل (1-65)

حل

نخست سکیج قوه‌هایی را که در سیستم عمل می‌کنند، رسم می‌کنیم.

چون سیستم در حالت تعادل است، پس می‌توان اصل تعادل مومنت‌ها را به کار برد. برای محاسبه قوه‌های T_1 و T_2 اولاً نقطه A یعنی نقطه تأثیر قوه T_2 و سپس نقطه تأثیر قوه T_1 یعنی B را انتخاب می‌کنیم.

$$\sum M_A = 0$$

$$T_2 x_0 + T_1 \times 4 - 500 \times 2 - 600 \times 3 = 0$$

$$4T_1 - 100 - 1800 = 0$$

$$4T_1 = 2800 \Rightarrow T_1 = \frac{2800 \text{ N} \cdot \text{m}}{4\text{m}}$$

$$T_1 = 700 \text{ N}$$

ویا

ویا

$$\sum M_B = 0 \quad \text{همچنان}$$

$$T_1 \times 0 + T_2 \times 4 - w_2 \times 1 - w_1 \times 2 = 0$$

$$4T_2 = 600 \times 1 + 500 \times 2$$

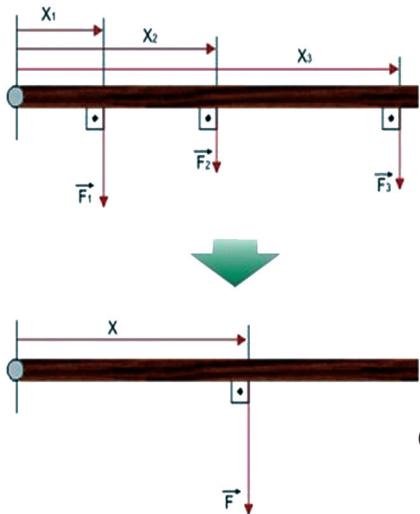
$$4T_2 = 600 + 100 = 1600$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{1600}{4} = 400 N \quad \text{پس}$$

توجه باید کرد که تعادل قوه‌های $F_y = 0$ را نمی‌توان برای محاسبه قوه‌های T_1 و T_2 به کار برد. برای حل این نوع دشواری‌ها، شرط تعادل مومنت‌ها را بشتر برای محاسبه قیمت‌های نامعلوم به کار می‌برند.

مثال: یک سیم بدون وزن را تصور کنید که سه قوه موازی باهم، در نقاط مختلف بر آن، عمل می‌کنند.

شکل (1-67)



اگر این سه قوه با یک قوه طوری تعویض شود که قوه محصله و مومنت محصله بر این جسم، صرف نظر از موقعیت مرکز دوران، ثابت بماند. مقدار این قوه محصله و موقعیت نقطه تأثیر آن را محاسبه می‌نماییم.

حل: چون قوه محصله ثابت باقی می‌ماند، پس داریم:

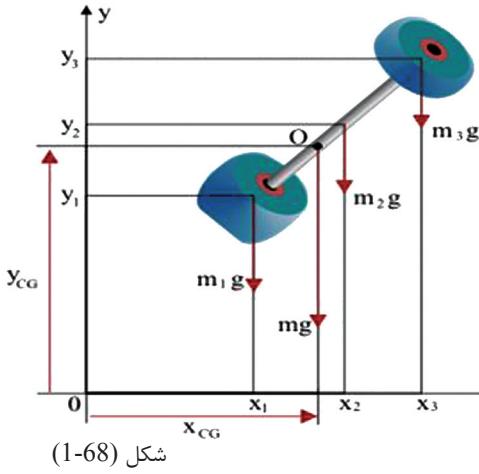
اکنون فاصله مرکز دوران را از اصل تعادل مومنت‌ها چنین به دست می‌آوریم:

$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$(F_1 + F_2 + F_3) \cdot X = F_1 X_1 + F_2 X_2 + F_3 X_3$$

$$X = (F_1 X_1 + F_2 X_2 + F_3 X_3) / (F_1 + F_2 + F_3)$$

چون تأثیر قوه ثقل بالای همه اجزای جسم بوده و جهت آن همیشه به طرف مرکز کره زمین است، پس طوری که در شکل دیده می‌شود، قوه‌ها همه به یک سمت و به‌طور موازی با هم عمل می‌کنند.



شکل (1-68)

محصلة این قوه‌ها وزن جسم را تشکیل می‌دهد و نقطه تأثیراین قوه را به نام «مرکز ثقل جسم» یاد می‌کنند و به CG نمایش می‌دهند. یک میله وزنه برداری با دو وزن مختلف به انجام‌های آن را در سیستم مختصات قایم طوری در نظر می‌گیریم که گویا از سه بخش یعنی دو وزن در دو انجام و یک میله وسطی ساخته شده باشد. وزن هر یکی از این قسمت‌ها عبارت است از: وزن $m_1 g$ و $m_2 g$ و $m_3 g$ مجموعی میله عبارت از: نقطه $mg = m_1 g + m_2 g + m_3 g$ نقطه O تأثیر قوه mg است.

معادله مومنت را می‌توان چنین نوشت:

$$(m_1 g + m_2 g + m_3 g) X_{CG} = m_1 \cdot g \cdot x_1 + m_2 \cdot g \cdot x_2 + m_3 \cdot g \cdot x_3$$

چون $m_1 + m_2 + m_3$ عبارت از کتله مجموعی جسم است، پس معادله فوق را می‌توان چنین مرتب کرد:

$$X_{CG} = (m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3) g / (m_1 + m_2 + m_3) g$$

بعد از ساده ساختن داریم که:
برای محور X داریم که:

$$Y_{CG} = (m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3) g / (m_1 + m_2 + m_3) g$$

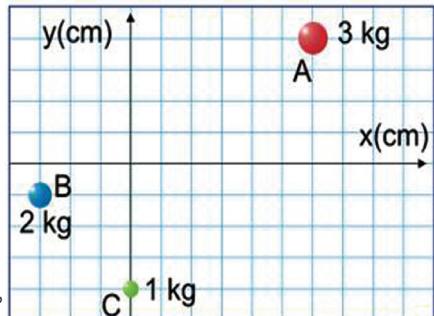
$$Y_{CG} = \frac{\sum (my)}{\sum m}$$

(نقطه‌یی که فرض می‌شود، همه کتله یک جسم در آن نقطه متمرکز شده است، به نام مرکز کتلوی آن جسم گفته می‌شود. X_{cm} و Y_{cm} عبارت از مختصات مرکز کتله یی جسم می‌باشند. در یک محیطی که ساحة ثقل متجانس باشد، مرکز ثقل و مرکز کتله یی عین نقطه می‌باشند و در محیطی که ثقل یا (جادبه) وجود نداشته باشد، در ان جا وزن موجود نیست و صرف کتله وجود دارد).

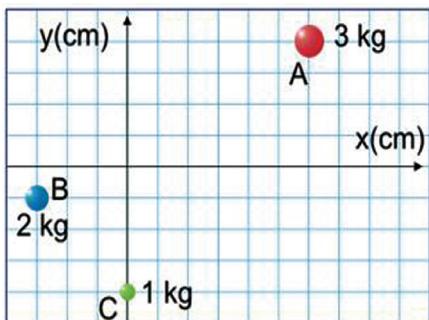
مثال

اجسام A, B و C طوری که در شکل دیده می‌شوند به روی سیستم مختصات موقعیت دارند. کتله‌های این اجسام به ترتیب 3 kg , 2 kg , 1 kg استند، مختصات مرکز کتله‌یی سیستمی را که این سه جسم ساخته است، در می‌یابیم.

شکل (1-69)



حل: مختصات کتله‌ها و موقعیت‌های جسم‌ها عبارتند از:



شکل (1-70)

(3kg) مختصات کتله A ($6\text{cm}, 4\text{cm}$)

(2kg) مختصات کتله B ($-3\text{cm}, -1\text{cm}$)

(1kg) مختصات کتله C ($0\text{cm}, -4\text{cm}$)

مختصات مرکز کتلولی (cm) عبارت است از:

$$\begin{aligned} X_{CM} &= \sum (m \cdot X) / \sum m = (m_A \cdot X_A + m_B \cdot X_B + m_C \cdot X_C) / (m_A + m_B + m_C) \\ &= (3\text{kg})(6\text{cm}) + (2\text{kg})(-3\text{cm}) + (1\text{kg})(0\text{cm}) / (3\text{kg} + 2\text{kg} + 1\text{kg}) \\ &= \frac{18\text{kg}\text{cm} - 6\text{kg}\text{cm}}{6\text{kg}} = \frac{12\text{kg} \cdot \text{cm}}{6\text{kg}} = 2\text{cm} \quad \text{بعد از ساده ساختن داریم:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{CM} &= \sum (m \cdot y) / \sum m = (m_A Y_A + m_B Y_B + m_C Y_C) / (m_A + m_B + m_C) \\ &= (3\text{kg})(4\text{cm}) + (2\text{kg})(-1\text{cm}) + (1\text{kg})(-4\text{cm}) / (3\text{kg} + 2\text{kg} + 1\text{kg}) \end{aligned}$$

$$Y_{CM} = \frac{12\text{kg}\text{cm} - 2\text{kg}\text{cm} - 4\text{kg}\text{cm}}{6\text{kg}} = \frac{6\text{kg}\text{cm}}{6\text{kg}} = 1\text{cm} \quad \text{بعد از ساده ساختن داریم:}$$

خلاصه فصل اول



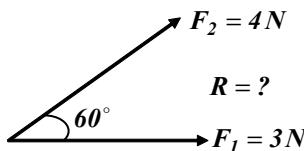
- قوه، عاملی است که سبب تغییر شکل و یا حالت در جسم می‌گردد و واحدهای اساسی آن در سیستم بین المللی (SI) داین و نیوتن است.
 - هرگاه چند قوه متقابلی بر یک جسم عمل نمایند، یک قوه محصله را به وجود می‌آورند که مقدار و سمت این قوه به صورت هندسی با استفاده از قواعد وکتورها و هم به صورت حسابی با استفاده از قواعد الجبری به دست می‌آید.
 - کتله نقطه‌بی عبارت از کتله یک جسم ایده‌آلی است که تمام موادی که در ساختمان آن جسم به کار رفته است، در یک نقطه متمرکز شده باشد.
 - دو قوه زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌توانند که محصله آن‌ها مساوی به صفر، یعنی $\sum F = 0$ گردد و این در حالتی ممکن است که مقدار هر دو قوه باهم مساوی ولی جهت‌های آن‌ها مخالف باشند.
 - برای به دست آوردن محصله چندین قوه به طریق محاسبه‌بی، نخست همه قوه‌ها را در یک سیستم مختصات قایم به مرکبهای تجزیه می‌نماییم و بعد با استفاده از مرکبهای قوه‌ها، قوه‌های محصله و زاویه‌هایی را که با محورهای X و Y می‌سازند، حساب شده می‌تواند. هرگاه مجموعه‌هر یک از مرکبهای قوه محصله را مساوی به صفر قرار دهیم، در آن صورت تعادل برقرار گردیده و محصله چندین قوه حاصل می‌گردد.
 - هرگاه دو قوه مساوی و موازی که دارای جهت‌های متقابل باشند، به شکل عمود بر یک محور و بر دو نقطه متفاوت یک جسم اثر کنند، آن‌ها را زوج قوه‌ها می‌گویند.
 - یک زوج قوه بدون در نظر داشت موقعیت مرکز دوران (نقطه دوران)، همیشه دارای عین مومنت دوران می‌باشد.
 - یک جسم که در حالت سکون است و یا این که در حالت سکون باقی می‌ماند، گفته می‌شود که در حالت تعادل ستاتیک قرار دارد. اما جسمی که با یک سرعت ثابت در حالت حرکت و یا در حالت دوران باشد، گویند که آن جسم در حالت تعادل دینامیک است.
 - برای این که جسم در حالت تعادل باشد، دو شرط زیر باید صدق کند:
 - قوه محصله (جمع وکتوری) همه قوه‌های عامل برآن باید مساوی به صفر باشد، یعنی: $\sum F = 0$
 - مومنت محصله (جمع مومنت‌ها که بر جسم تأثیر دارند)، باید مساوی به صفر باشد، یعنی: $\sum M = 0$

اثر دورانی قوه را مومنت(تورک) می‌نامند. که آن را ما به M نشان می‌دهیم و به حرف یونانی (τ) هم نشان داده شده است که: $M = F \cdot d \sin \theta$

 - مومنت در جهت عقرب ساعت و یا در جهت مخالف آن عمل کرده می‌تواند.
 - یک جسم، با آن که شرط اول تعادل را پوره کرده است، با آنهم می‌تواند در حالت تعادل قرار نداشته باشد، یعنی مقدار قوه محصله بر جسم، می‌تواند صفر باشد، اما جسم در حالت سکون قرار ندارد.
 - مختصات مرکز ثقل یک جسم در سیستم کمیات وضعیه قایم، از معادلات زیر به دست می‌آید:
- $$X_{CG} = \sum(mx) / \sum m \quad Y_{CG} = \sum(my) / \sum m$$

سوال‌های فصل اول

- 1 - قوه را تعریف کنید و واحدهای اساسی آن را در سیستم بین المللی (SI) بیان دارید.
- 2 - چرا قوه یک مقدار وکتوری است؟
- 3 - دو قوه غیر موازی کیفی را انتخاب نموده و محصلة آنها را به طریقہ قاعده متوازی الاضلاع قوه‌ها ترسیم نمایید.
- 4 - شکل زیر را در نظر گرفته محصلة قوه‌ها را به طریقہ الجبری محاسبه نمایید.

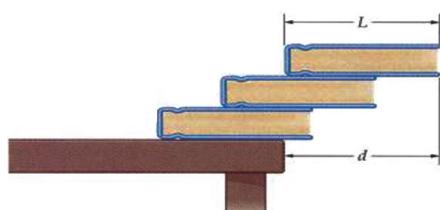


- 5 - کتله نقطه‌یی را تعریف نمایید و سه مثال از کتله نقطه‌یی ارایه دارید.
- 6 - قوه عمل همیشه با قوه مساوی ولی دارای متقابل می‌باشد.
- 7 - اجسامی که آنها بالاتر از زیرین اتکای شان قرار داشته باشد، در حالت تعادل قرار دارند.
- 8 - مومنتی را که یک قوه در حادثه دوران تولید می‌کند به کدام سه پارامتر ارتباط دارد؟ توضیح و تحریر دارید.
- 9 - مومنتی را که توسط قوه $25N$ بر میله‌یی که دارای طول $0.5m$ است تولید می‌شود، محاسبه نمایید.
- 10 - مرکبۀ‌های هر یک از قوه‌های محصلة زیر را به طریقۀ هندسی ترسیم نمایید.



- 11 - رابطه ریاضی مومنت دوران در یک زوج قوه را برای قوه‌ای $F = F_1 = F_2$ با فاصله متقابل L بین خطوط تأثیر آنها بنویسید.
- 12 - اگر محور دوران از یکی از دو خط تأثیر عبور نموده، ولی خارج از آنها قرار داشته باشد، در آن صورت مومنت دوران چگونه ارایه می‌شود؟ رابطه ریاضی آن را بنویسید.
- 13 - مقدار تورکی را که توسط تأثیر قوه $3N$ بالای یک دروازه به فاصله عمودی $0.25m$ از محور دوران آن تولید می‌شود، محاسبه کنید.
- 14 - یک رقصۀ ساده که با کتله نقطه‌یی $3kg$ در انجام تار نازک به طول $2m$ آویزان شده به یک نقطه محور وصل شده است.

- a- تورک تولید شده (توسط قوه جاذبہ زمین) را در اطراف این نقطه محور حساب کنید، در صورتی که زاویه 5° را عموداً با محور بسازد.
- b- این محاسبه را برای زاویه 15° محاسبه کنید.
- 15 - مقدار تورک لازم برای باز کردن یک پیچ روی ویل یک موتور 40 Nm است. کمترین قوهی که باید یک میخانیک به انجام یک رنچ 3 cm برای باز کردن پیچ وارد نماید، چند است؟
- 16 - با تعقیب نمودن جهت‌ها در یک نقشه برای پیدا کردن یک گنج، یک راه‌بلد اولاً 45 m به سمت شمال می‌رود و بعد دور خورده 7.5 m به طرف شرق قدم می‌زند. برای رسیدن به گنج، راه بلد چقدر فاصله را باید به طور مستقیم طی کند؟ موقعیت گنج را در سیستم کمیت‌های وضعیه نشان دهید.
- 17 - یک لاری در یک تپه دارای نسبی 15° حرکت می‌کند. اگر لاری 22 m/s سرعت ثابت داشته باشد، مرکبه‌های عمودی و افقی سرعت لاری را به دست آرید.
- 18 - مرکبه‌های عمودی و افقی فاصله طی شده توسط یک پشک را که به اندازه 5 m عموداً به یک درخت بالا شده است، به دست آرید.
- 19 - یک طیاره موازی با سطح زمین اولاً فاصله 75 Km را با زاویه 30° به سمت شمال غرب و فاصله دومی 155 Km را با زاویه 60° به سمت شمال شرق پرواز می‌کند. فاصله مجموعی طی شده توسط طیاره چند است؟
- 20 - اندازه و جهت وکتور سرعت منتجه را در سرعت‌های زیر که باهم عمود اند، دریافت کنید:
- a- یک ماهی نسبت به آب به استقامت دریایی که به سرعت 5 m/s در حرکت است، به سرعت 3 m/s شنا می‌کند.
- b- یک موج ساحلی نسبت به آب به استقامت یک موجی که به سرعت 6 m/s حرکت می‌کند به پیش می‌رود.
- 21 - سه کتاب هم شکل و هم وزن به طول L مطابق شکل روی هم قرار داده شده‌اند. فاصله اعظمی پیش آمده‌گی d شکل را که در آن کتاب‌ها در تعادل بوده و سقوط نکنند دریابید.



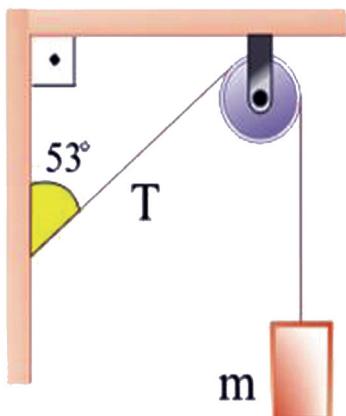
22 - یک میله متجانس به طول $4.25m$ و کتله $47Kg$ که با یک محور در یک انجامش به یک دیوار تکیه دارد، به طور افقی توسط یک سیم به انجام دیگر ش بسته شده است. سیم زاویه 30° را با افق می‌سازد و راست بالای محور میله نصب شده است، اگر سیم بتواند در مقابل قوّه کشش N_{1400} قبل از این که بگسلد مقاومت کند. به کدام فاصله از دیواری که شخص

به کتله $68Kg$ می‌تواند روی میله بنشیند تا سیم بگسلد؟

23 - قوّه کشش T در ریسمان $30N$ است و طوری که در شکل می‌بینید، جسم در حالت تعادل قرار دارد. مقدار کتله را به kg حساب کنید، در حالی که:

$$\sin 53^\circ = 0,8 \quad \cos 53^\circ = 0,6$$

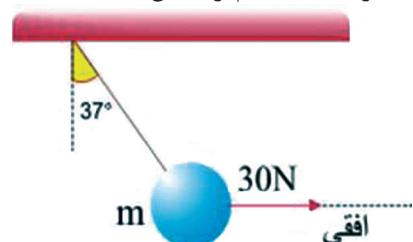
$$g = 10N/kg$$



24 - یک جسم با کتله m مطابق شکل به کمک قوّه افقی $30N$ در حالت تعادل است. مقدار کتله جسم را به kg محاسبه نمایید. طوری که:

$$\sin 37^\circ = 0,6 \quad \cos 37^\circ = 0,8$$

$$g = 10N/kg$$



25 - طوری که در شکل می‌بینید، جسمی به وزن $80N$ به وسیله ریسمانی آویزان شده و توسط یک قوّه افقی (F) کش می‌شود.



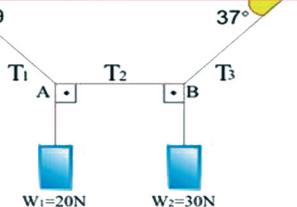
a - قوّه کشش را در ریسمان دریافت کنید.

b - قوّه F را محاسبه نمایید.

$$\cos 53^\circ = 0,6 \quad \sin 53^\circ = 0,8$$



26 - سیستمی را که در شکل مشاهده می‌کنید، در آن دو جسم به وزن‌های $W_1 = 20N$ و $W_2 = 30N$ از سقف توسط ریسمان‌های جداگانه آویزان شده‌اند و به حالت تعادل آورده شده‌اند.



اگر ریسمان AB افقی باشد، قوه‌های کش T_3, T_2, T_1 را محاسبه نمایید و همچنان قیمت زاویه θ را به دست آرید.

$$\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6 \quad \sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8$$

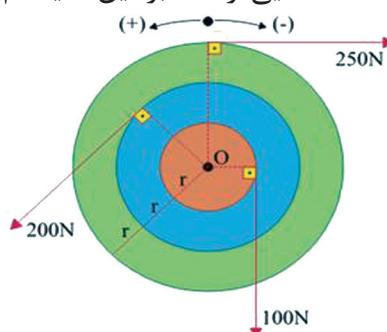
27 - یک دریور، یک قوه F را بر چرخ اشترنگ موتور با دستهای خود آنطوری که در شکل دیده می‌شود وارد می‌کند اگر چرخ اشترنگ دارای شعاع d باشد. دریابید:

(a) قوه محصله را.

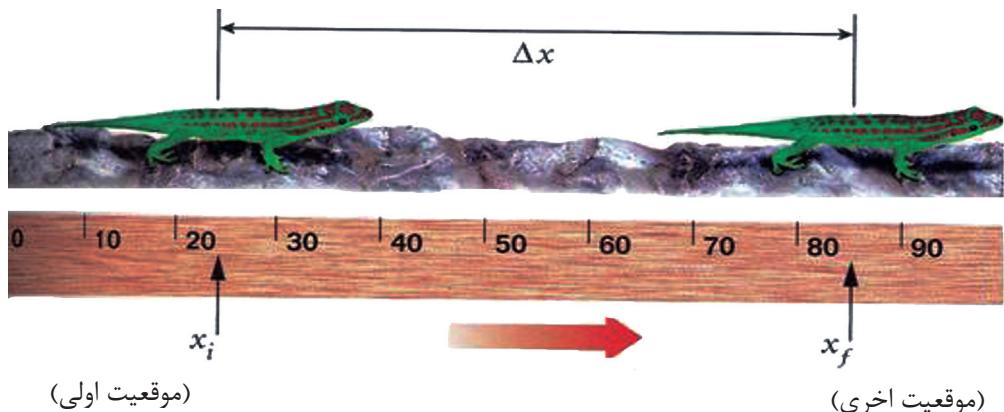
(b) مومنت محصله را که بر چرخ اشترنگ عمل می‌کند.



28 - سه دسک، اولی با شعاع r، دومی با شعاع $2r$ و سومی با شعاع $3r$ به هم طوری وصل شده‌اند که همه آن‌ها به گردان نقطه O بیافتد. قوه‌های 250N, 100N و 200N دوران می‌کنند. اگر شعاع $r = 0.1m$ باشد مومنت محصله یی را که بر این سیستم عمل می‌کند، دریافت کنید.



حرکت یک بعدی



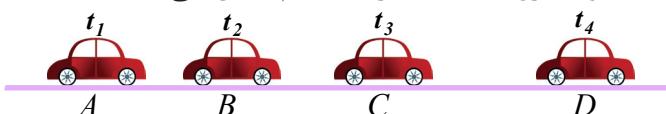
همان طوری که می‌دانیم، جهان و هرچه در آن است، حتا جسم‌هایی که به ظاهر ساکن هم به نظر می‌رسند؛ مانند، سرک، درختان و یا افتادن برگ درختان همه در حال حرکت‌اند. وقتی در راه مكتب به اطراف خود نگاه می‌کنید، انواع مختلف حرکت‌ها را مشاهده می‌کنید. برای بررسی این نوع حرکت‌ها از چه علمی باید استفاده کرد؟ همان‌طوری که می‌دانید، دینامیک بخشی از میخانیک را تشکیل می‌دهد که به مطالعه حرکت اجسام و رابطه حرکت با مفاهیم فزیکی مانند قوه و کتله می‌پردازد. ما در این فصل حرکت اجسام را با استفاده از مفاهیم موقعیت (مکان) و زمان بدون در نظر گرفتن قوه‌های واردہ بر اجسام مطالعه می‌کنیم، که این بخش از میخانیک را سینماتیک می‌نامند.

شما در پایان این فصل در باره اینواع حرکت‌ها بیشتر خواهید آموخت و تصویر مکمل چنین حرکت‌ها را در ذهن تان ترسیم خواهید کرد و به پرسش‌هایی مانند حرکت به امتداد خط مستقیم چیست؟ موقعیت و تغییر مکان یک جسم متحرک چیست؟ و امثال آن‌ها پاسخ خواهید داد.

همچنان در ختم این فصل به تعریف و تشریح مفاهیم سینماتیک، سرعت متوسط و رابطه آن در حرکت یک بعدی، تشریح اصطلاحات موقعیت، تغییر موقعیت و معادلات حرکت و تحلیل گراف‌های $(x-t)$ و $(V-t)$ ، تعریف و تشریح سرعت لحظه‌بی، شتاب متوسط و شتاب لحظه‌بی و به دست آوردن معادله‌های آن‌ها، تشریح حرکت یک بعدی با شتاب ثابت، به دست آوردن معادلات حرکت با شتاب ثابت و تحلیل و بررسی سقوط آزاد اجسام به عنوان نمونه‌بی از حرکت با شتاب ثابت وغیره مفاهیم آشنایی حاصل خواهید کرد.

1-2: حرکت به امتداد خط مستقیم

حرکت به امتداد خط مستقیم را حرکت یک بعدی نیز می‌گویند که در آن مسیر حرکت، خط مستقیم است. مثال زیر نمونه خوبی برای درک بهتر این نوع حرکت می‌باشد: یک جسم متحرک مانند یک موتر را در نظر بگیرید که در مسیر خط مستقیم در حرکت است. شکل (2-1) موقعیت‌های این موتر را در لحظه‌های زمانی t_1, t_2, t_3 و t_4 به ترتیب در مکان‌های A، B، C و D روی یک مسیر مستقیم نشان می‌دهد.



شکل (2-1) حرکت به امتداد خط مستقیم

در حرکت به امتداد خط مستقیم اگر مبدأ را روی مسیر اختیار کنیم، وکتورهای موقعیت و وکتورهای تغییر مکان هم جهت هستند و این سبب می‌شود که محاسبه بر روی این وکتورها به ساده‌گی انجام پذیرد.



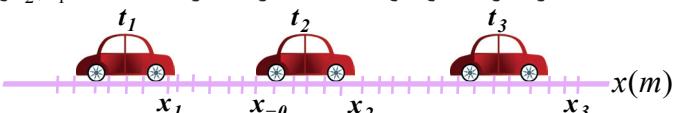
متحرکی مانند یک موتر تیز رفتار را در نظر بگیرید که ببروی سرک راست در حرکت است.

نوع حرکت این موتر را در صنف با گروه‌های مربوط بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.

اگر یکی از محورهای مختصات کمیات وضعیه (OX و OY) را به حیث مسیر حرکت در نظر بگیرید، می‌توانید موقعیت جسم متحرک را در هر لحظه به وسیله مختصه آن (مثلاً مختصه X) که می‌تواند عدد مثبت یا منفی باشد، تشخیص کنید.

در شکل (2-2)، مسیر حرکت و موقعیت متحرک در لحظه‌های t_1, t_2 و t_3 نشان داده شده است.

شکل (2-2)



همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، در لحظه‌های t_1, t_2 و t_3 موقعیت‌های جسم متحرک به ترتیب $x_3 = 9m$ و $x_2 = +3m$ و $x_1 = -3m$ است.

2-2: موقعیت و تغییر مکان

موقعیت و تغییر مکان اجسام را چگونه می‌توان بررسی کرد؟ برای توصیف و بررسی حرکت یک جسم چه باید کرد؟

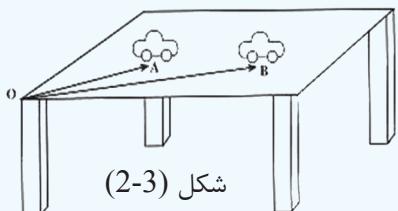
برای این‌که موقعیت و تغییر مکان را تعریف کرده بتوانید، فعالیت ذیل را انجام دهید:

فعالیت



مواد ضروری: موترک بازی (لابراتواری)، خط کش، میز طرز العمل

- 1 - موترک را در یک موقعیت مشخص در روی میز قرار دهید و فاصله آن را از یکی از گوشهای میز (مبدأ) توسط خط کش اندازه‌گیری نمایید و با وکتور \vec{OA} نمایش دهید.
- 2 - موترک را مطابق شکل از موقعیت اولی بی‌جا نموده و در یک موقعیت دیگر قرار دهید و سپس دوباره از همان گوشة میز که در مرحله اول اندازه‌گیری نمودید (مبادله اولی)، موقعیت دومی موتر را توسط خط کش اندازه‌گیری نموده و با وکتور \vec{OB} نمایش دهید:



- اگرچه به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:
- 1 - آیا موقعیت موترک در دو مرحله یکسان بوده؟
 - 2 - موترک به چه اندازه تغییر موقعیت داده است؟
 - 3 - کدام چیز مشترک را در بین هر دو حالت مشاهده کردید؟ توضیح دهید.

بی‌گمان موترکی که بر روی میز حرکت می‌کند، در لحظه t_1 در موقعیت A و در لحظه t_2 در موقعیت B قرار داد.

پس موقعیت موتر در هر دو مرحله یکسان نخواهد بود.

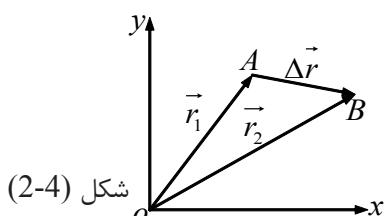
در فعالیت بالا، عنصر مشترکی که بین دو موقعیت A و B موتر وجود دارد، عبارت از مبدأ می‌باشد. و کتورهای \vec{OA} و \vec{OB} را به ترتیب وکتورهای موقعیت (مکان) در لحظه‌های t_1 و t_2 می‌گوییم. از فعالیت بالا می‌توان به نتیجه زیر رسید:

1 - وکتور موقعیت، وکتوری است که موقعیت جسم را در هر لحظه مشخص می‌کند، که ابتدای این وکتور، مبدأ کمیات وضعیه و انجام آن موقعیت جسم است و به طور معمول آن را با حرف r نمایش می‌دهند.

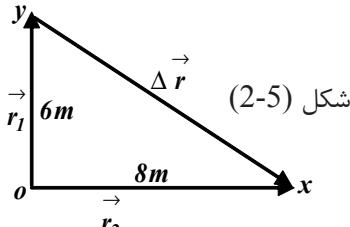
2 - تغییر موقعیت یک متحرک بین دو لحظه t_1 و t_2 ، وکتوری است که ابتدای آن موقعیت متحرک در لحظه t_1 و انجام آن موقعیت متحرک در لحظه t_2 می‌باشد.

از گذشته می‌دانیم که در شکل زیر وکتور \vec{AB} عبارت از تفاضل دو وکتور \vec{OA} و \vec{OB} است یعنی:

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

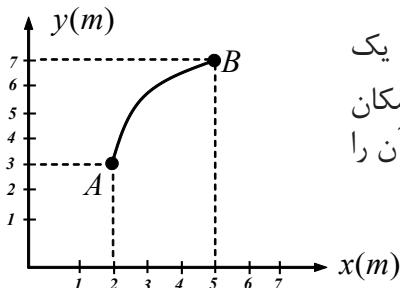


مثال: موقعیت متحرکی در دو لحظه t_1 و t_2 به ترتیب r_1 و r_2 است. اگر اندازه هریک از وکتورها به ترتیب $6m$ و $8m$ و زاویه بین آنها 90° باشد، اندازه تغییر مکان بین این دو لحظه را به دست آورید؟



حل: با توجه به شکل، وکتور تغییر موقعیت، یعنی $\vec{\Delta r}$ عبارت از وتر مثلث قائم الزاویه است که اضلاع آن $8m$ و $6m$ است. بنا بر این مقدار تغییر مکان (موقعیت)

$$\vec{\Delta r} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100m^2} = 10m$$



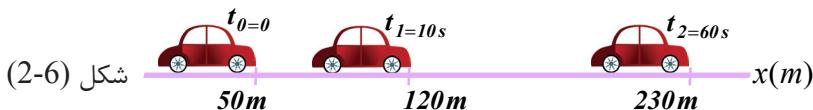
تمرین: در شکل زیر، مسیر حرکت متحرکی روی یک منحنی \hat{AB} نشان داده شده است. وکتور تغییر مکان (موقعیت) بین دو نقطه A و B را رسم کنید و قیمت آن را به دست آورید.

2-3: سرعت متوسط

همان طوری که در فیزیک صنف نهم خواندیم، جسم متحرک نسبت به عوامل مختلف نمی‌تواند فواصل مساوی را در اوقات مساوی طی نماید، در این صورت برای تشریح خصوصیت حرکت جسم به مسیر خط مستقیم، از اصطلاح سرعت متوسط استفاده می‌نماییم.

برای درک بهتر از اصطلاح سرعت متوسط، به مثال زیر توجه نمایید:

مثال: شکل (2-6) موقعیت موتوری را که در حال حرکت است، در زمان‌های متفاوت نشان می‌دهد.



(الف) اندازه تغییر موقعیت را در مقطع‌های زمانی $t_0 - t_1$ و $t_1 - t_2$ را به دست آورید؟
 (ب) در هر یک از این مقطع‌های (انتروال‌های) زمانی، موتور به طور متوسط در هر ثانیه تغییر موقعیت آن را به دست آورید؟

حل: (الف) تغییر موقعیت در انتروال زمانی $\Delta t = t_1 - t_0 = 10s$ برابر است با $\Delta x = x_1 - x_0 = 120 - 50 = 70m$
 $\Delta t = t_2 - t_1 = 50s$ و تغییر موقعیت در انتروال زمانی $\Delta x = x_2 - x_1 = 230 - 120 = 110m$ مساوی است با

ب) با تقسیم هر یک از فاصله‌های طی شده در انتروال زمانی مربوط به آن، معلوم می‌شود که متحرک به طور متوسط در هر ثانیه چقدر تغییر موقعیت داده است. یعنی:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{70}{10} = 7 \text{ m/s}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{110}{50} = 2.2 \text{ m/s}$$

به این ترتیب می‌توان با معلوم بودن تغییر مکان در یک انتروال زمانی، اوسط تغییر مکان در هر ثانیه را در آن انتروال به دست آورد، که آن را سرعت متوسط در آن انتروال زمانی می‌نامند. سرعت متوسط را با علامه \bar{V} نشان می‌دهیم و داریم که:

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \dots \dots \dots (2-1)$$

که در سیستم SI واحد اندازه‌گیری سرعت متوسط m/s است. سرعت متوسط کمیت وکتوری است که با وکتور تغییر مکان هم جهت است.

فعالیت



مواد ضروری: مترنواری، زمان سنج (ستاپ واج)

طرز العمل: از یکی از اعضای گروپ خود بخواهید که در صنف به امتداد خط مستقیم راه ببرد.

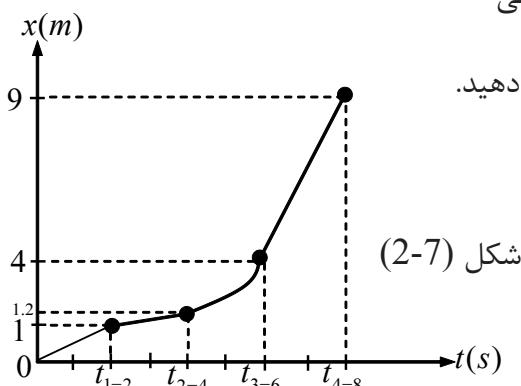
سپس شما توسط متر نواری فاصله X و توسط زمان سنج، زمان t را به دست آورید و در نتیجه سرعت متوسط حرکت وی را حساب کنید.

مثال: در شکل (2-7)، گراف $(x-t)$ متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، نشان داده شده است.

(a) در یک جدول هر یک از انتروال‌های زمانی صفر تا $2s$, $2s$ تا $4s$, $4s$ تا $6s$, $6s$ تا $8s$ و

تغییر مکان مربوط به هر انتروال را نشان دهید.

(b) در هر یک از این انتروال‌های زمانی، سرعت متوسط متحرک چقدر است؟



حل جزء a) قیمت‌های Δx و Δt در جدول زیر محاسبه شده‌اند.

$\Delta x(m)$	$\Delta t(s)$
$\Delta x_1 = x_1 - x_0 = 1 - 0 = 1$	$t_1 - t_0 = 2 - 0 = 2$
$x_2 - x_1 = 1.2 - 1 = 0.2$	$t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2$
$x_3 - x_2 = 4 - 1.2 = 2.8$	$t_3 - t_2 = 6 - 4 = 2$
$x_4 - x_3 = 9 - 4 = 5$	$t_4 - t_3 = 8 - 6 = 2$

حل جزء b)

$$\overline{V}_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{1}{2} \text{ m/s}$$

$$\overline{V}_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0.2}{2} = \frac{1}{10} \text{ m/s}$$

$$\overline{V}_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{2.8}{2} = 1.4 \text{ m/s}$$

$$\overline{V}_4 = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m/s}$$

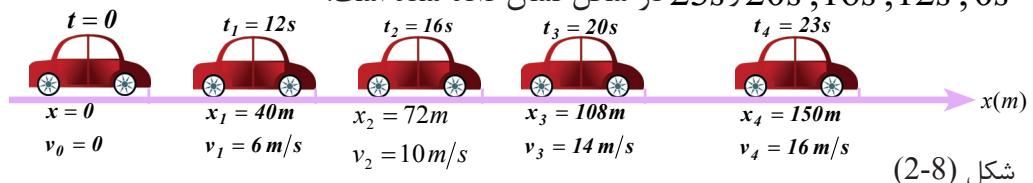
- تمرين:** معادله حرکت جسمی در سیستم SI با رابطه $x = 2t^2 + 1$ داده شده است. سرعت متوسط آن را در انتروال‌های زمانی
- (a) 1 تا 2 ثانیه،
 - (b) 1 تا 1.1 ثانیه،
 - (c) 1 تا 1.01 ثانیه
 - (d) 1 تا 1.001 ثانیه به دست آورید.

سرعت لحظه‌یی

سرعت لحظه‌یی چیست؟ چه تفاوتی بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی وجود دارد؟ هنگامی که یک موتور در حال حرکت است، اگر به سرعت سنج آن نگاه کنیم، می‌بینیم که عقریه سرعت سنج در هر لحظه‌اندازه مشخصی را نشان می‌دهد. اگر سرعت موتور زیاد شود، عقریه، اندازه بیشتری را نشان می‌دهد.

رابطه بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی چیست؟ برای پاسخ دادن به این پرسش به مثال زیر توجه کنید؟

مثال: شکل (2-8) موتوری را که در مسیر مستقیم در حال حرکت است، در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. موقعیت و فوایدی که سرعت سنج موتور نشان می‌دهد، در لحظه‌های 23s، 20s، 16s، 12s، 0s در شکل نشان داده شده است.



شکل (2-8)

الف) در یک جدول، انتروال‌های زمانی $t_1 - t_2$ ، $t_2 - t_3$ ، $t_3 - t_4$ و $t_4 - t_1$ ، تغییر موقعیت‌ها و سرعت‌های متوسط را بنویسید.

ب) در کدام انتروال زمانی، سرعت متوسط به اندازه سرعتی که سرعت سنج موتور در لحظه t_1 نشان می‌دهد نزدیک‌تر است؟

حل: الف)

$\Delta t(s)$	$\Delta x(m)$	$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} (m/s)$
$t_4 - t_1 = 23 - 12 = 11$	$x_4 - x_1 = 150 - 40 = 110$	10
$t_3 - t_1 = 20 - 12 = 8$	$x_3 - x_1 = 108 - 40 = 68$	8.5
$t_2 - t_1 = 16 - 12 = 4$	$x_2 - x_1 = 72 - 40 = 32$	8

ب) همان‌طوری که در جدول دیده می‌شود سرعت متوسط در انتروال زمانی $t_1 - t_2$ کوچک‌تر از انتروال‌های زمانی $t_1 - t_3$ و $t_3 - t_4$ است.

از مقایسه جواب‌های قسمت (الف) مثال بالا می‌توان نتیجه گرفت که هر قدر انتروال‌های زمانی کوچک‌تر باشد، سرعت متوسط به سرعتی که سرعت سنج موتور نشان می‌دهد، نزدیک‌تر خواهد بود. سرعت متوسط در حدی که انتروال زمانی بسیار کوچک می‌شود، سرعت لحظه‌یی نامیده می‌شود. به طور دقیق می‌توان گفت: وقتی که t_1 به t_2 نزدیک می‌شود، یعنی وقتی قیمت Δt به صفر تقریب می‌کند. نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت لحظه‌یی جسم را در زمان t_1 نشان می‌دهد، و می‌توان نوشت که سرعت لحظه‌یی عبارت از لیمیت سرعت متوسط است؛ وقتی که Δt به طرف صفر تقریب کند. یعنی: (2-2)

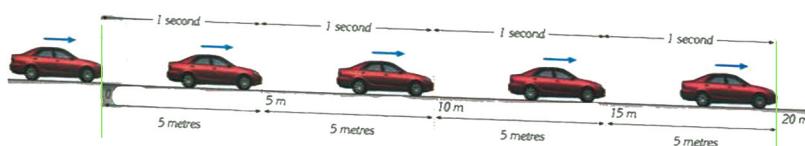
$$V_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \dots \dots \dots (2-2)$$

تحقیق کنید

در مورد این که چگونه می‌توان با استفاده از گراف ($x-t$)، سرعت لحظه‌یی متحرکی را به دست آورد، به گروه‌های جداگانه تحقیق نموده و نتیجه را گزارش دهید.

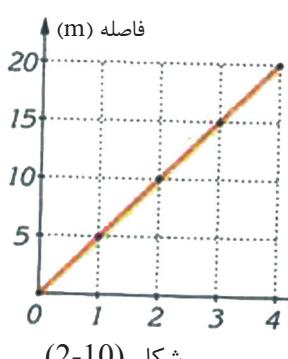
2-4: گراف موقعیت - زمان ($x-t$)

موتوری را در نظر بگیرید که به ترتیب در انتروال‌های زمانی $t_4 = 4s$, $t_3 = 3s$, $t_1 = 1s$, $t_2 = 2s$ و مطابق شکل ذیل (2-9) در موقعیت‌های $x_4 = 20m$, $x_3 = 15m$, $x_2 = 10m$, $x_1 = 5m$ قرار دارد.



شکل (2-9)

برای توصیف حرکت این متحرک (موتور) از کدام نوع گراف باید استفاده کرد، تا بتواند در زمان‌های مختلف، موقعیت جسم را به خوبی نمایش دهد؟ استفاده از گراف موقعیت - زمان ($x-t$) پاسخ این پرسش خواهد بود. در بسیاری از موارد رسم این گراف برای بررسی حرکت بسیار مناسب است. برای ترسیم این گراف، بیشتر زمان t را روی محور افقی و موقعیت x را روی محور قائم مشخص می‌کنیم.



در نتیجه، گراف ($x-t$) برای موtor مذکور به شکل زیر خواهد بود.

همان‌طوری که در گراف دیده می‌شود، متوجه (موتور) در هر ثانیه، فاصله‌های یکسان را طی می‌کند. با استفاده از این گراف می‌توان به آسانی در یافت که متوجه در هر لحظه در چه موقعیتی قرار دارد و تغییر مکان آن بین هر دو لحظه چقدر است.

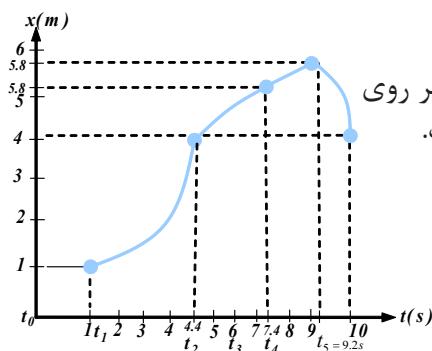
به‌طور مثال در گراف دیده می‌شود که متوجه در لحظه $t_2 = 2s$ در $x = 3m$ مبدأ بوده است و یا در انتروال $\Delta t = 1s$ ، تغییر مکان آن $\Delta x = 5m$ است. برای شناخت بهتر این نوع گراف، فعالیت زیر را به صورت گروهی در صنف تمرین نمایید.

فعالیت



جدول زیر فاصله جسم متوجه را تامباً در لحظه‌های داده شده نشان می‌دهد. گراف ($x-t$) این متوجه رارسم کنید.

$t(s)$	0	1	2	3	4	5
$x(m)$	0	1.5	3	5.5	8	11.5



تمرین: در شکل ذیل گراف ($x-t$) متوجه کی که بر روی خط مستقیم در حرکت است، نشان داده شده است.

- الف) در هریک از انتروال‌های زمانی $t_0 - t_1$ ، $t_1 - t_2$ و $t_2 - t_3$ ، تغییر موقعیت متوجه چقدر است؟
- ب) اعظمی‌ترین فاصله متوجه تا مبدا چقدر است و متوجه در چه لحظه زمانی در این فاصله قرار دارد؟
- ج) در لحظه زمانی t_4 تا t_5 ، تغییر موقعیت چقدر و در چه جهتی است؟

2-5: تعجیل یا شتاب

تعجیل یا شتاب چیست؟ چه تفاوتی میان شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی وجود دارد؟ همان‌طوری که در فزیک صنف نهم خواندید، زمانی که متحرک فاصله‌های مساوی را در زمان‌های مساوی طی ننماید. به این نوع حرکت، حرکت تعجیلی، یا شتابی، می‌گویند.

هنگامی که موتوری از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، سرعت سنج موتر نشان می‌دهد که سرعت آن به تدریج افزایش می‌یابد و بر عکس در هنگام برک گرفتن، سرعت آن به آهسته آهسته کاهش می‌یابد. در هر دو مورد بالا، چون سرعت متحرک تغییر می‌کند بنابرآن حرکت متحرک یک حرکت شتابی یا غیر یکنواخت است. شتاب متوسط عبارت از تغییر سرعت فی واحد وقت است. اگر تغییر سرعت در انتروال زمانی Δt برابر Δv باشد، داریم که:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \dots (2-5)$$

از معادله بالا می‌توان به راحتی واحد شتاب را که عبارت از $\frac{m}{s^2}$ می‌باشد، به دست آورد.

مثال: سرعت متحرکی در لحظه $t_1 = 20\text{ s}$ برابر به $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و در لحظه $t_2 = 45\text{ s}$ برابر به $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، شتاب متوسط آن بین دو لحظه t_1 و t_2 چقدر است؟

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \bar{a} = \frac{20 - 10}{45 - 20} = \frac{10}{25} = 0.4 \text{ m/s}^2$$

حل:

شتاب لحظہ پی

در حرکت شتابدار نیز می‌توان گفت که متحرک در هر لحظه دارای شتابی است که آن را شتاب لحظه‌یی می‌نامیم. همان‌طوری که در سرعت لحظه‌یی دیدیم، در این جا نیز اگر در رابطه

$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ بسیار کوچک شود، شتاب متوسط خیلی نزدیک به شتاب لحظه‌یی می‌شود.

اکنون می‌توان شتاب لحظه‌یی را مانند سرعت لحظه‌یی به طور دقیق تعریف کرد:

«شتاب لحظه‌یی، عبارت از لمت شتاب متوسط است، هنگامی که Δt به طرف صفر نزدیک نماید».

اگر شتاب لحظه‌یی را با a_x نشان دهیم . به اساس تعریف بالا می‌توانیم بنویسیم:

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \dots \dots \dots (2-4)$$

گراف سرعت- زمان ($v-t$)

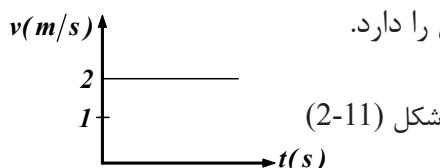
چنانکه از این پیش مطالعه کردیم، از گراف مکان- زمان ($x-t$)، می‌توان آگاهی‌هایی در مورد حرکت جسم، مثال سرعت یا مکان متحرک و سرعت متوسط آن به دست آورد. به همین ترتیب از گراف سرعت- زمان ($v-t$) نیز می‌توانیم آگاهی‌هایی در بارهٔ حرکت جسم به دست آوریم. برای ترسیم گراف سرعت- زمان ($v-t$) در سیستم مختصات کمیات وضعیه، محور قائم y را برای سرعت و محور افقی X را برای زمان اختیار می‌کنیم و به همان ترتیبی که برای گراف موقعیت- زمان ($x-t$) عمل کردیم، این گراف را نیز ترسیم می‌نماییم.

مثال: متحرکی با سرعت ثابت روی مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظه $t_1 = 2s$ فاصله 5 متری و در لحظه $t_2 = 12s$ ، در فاصله 25 متری از مبدأ موقعیت دارد. گراف ($v-t$) آن را رسم کنید.

حل: در حرکتی دارای سرعت ثابت می‌توانیم بنویسیم :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25 - 5}{12 - 2} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m/s}$$

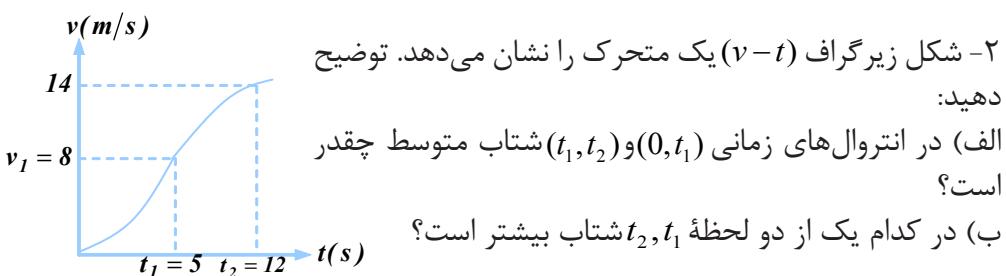
چون در حرکت یکنواخت، سرعت ثابت است، بنابران گراف سرعت- زمان ($v-t$) شکل یک خط راست موازی با محور زمان را دارد.



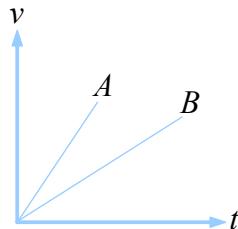
تمرین‌ها

۱- در جدول زیر سرعت متحرکی که بروی خط راست در حرکت است، در چند لحظه زمانی مشخص شده است. گراف ($v-t$) آن را رسم کنید.

$t(s)$	0	0.5	2.5	1.5	2	3
$v(m/s)$	0	2	1	3.5	3.75	4



۳- گراف $(v-t)$ ، دو متحرک A,B در شکل ذیل نشان داده شده است. شتاب این دو متحرک را با هم مقایسه کنید.

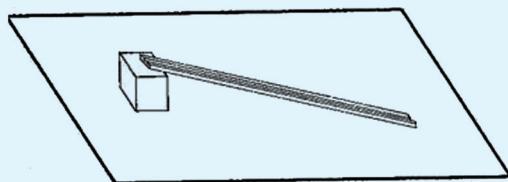


فعالیت



وسایل مورد ضرورت

- 1 - تخته جریدار یا میله‌های چوب پرده به طول دو متر
- 2 - مکعب‌های چوبی به ضخامت‌های 4cm
- 3 - گلوله‌های شیشه‌بی یا ساچمه‌های فلزی
- 4 - زمان سنج (کرونومتر)
- 5 - متر نواری



شکل (2-12)

طرز العمل

یک سر میله چوب پرده را مطابق شکل (2-12)، بالای یکی از مکعب‌های چوبی قرار دهید. یکی از گلوله‌های شیشه‌بی را از فاصله نیم متری انتهای میله‌بی که آن را پیش از این بالای یکی از مکعب‌ها قرار داده اید، رها کنید و در این لحظه کرونومتر را به کار اندازید. می‌توانید لحظه‌بی که گلوله بالای مکعب، به انتهای مسیر بر خورد می‌کند، کرونومتر را متوقف کنید. آزمایش را برای فواصل 1m و 1.5m تکرار کنید. نتیجه را در جدول زیر بنویسید و گراف x بر حسب t را رسم کنید.

نتیجه آزمایش شده را تجزیه و تحلیل کنید.

$\frac{x}{t^2}$	t^2	زمان t به ثانیه	طول به متر	دفعات
			0.5	1
			1	2
			1.5	3
			2	4

2-6: حرکت یکنواخت

هر گاه سرعت لحظه‌یی جسم متحرک که بروی خط مستقیم حرکت کند، در تمام لحظه‌ها یکسان باشد، حرکت آن یکنواخت نامیده می‌شود. در این نوع حرکت گراف موقعیت-زمان، یک خط مستقیم است و در نتیجه، سرعت متوسط بین دو لحظه برابر با سرعت لحظه‌یی می‌شود، و بنابراین چنین می‌توان نوشت:

$$\bar{v} = v \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t$$

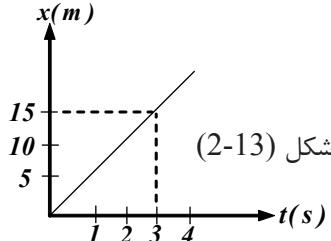
هر گاه فاصله جسم متحرک تا مبدا در لحظه $t = 0$ برابر با x_0 و فاصله آن تا مبدا در لحظه t برابر با x باشد، در آن صورت، $x = vt + x_0$ یا $x - x_0 = v(t - 0)$. (2-5)

معادله بالا عبارت از معادله حرکت یکنواخت می‌باشد که در آن فاصله x تا مبدا بر اساس متر، v سرعت لحظه‌یی بر اساس متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$ ، زمان بر اساس ثانیه (t) ، فاصله تا مبدا در لحظه صفر بر اساس متر می‌باشد.

با توجه به آن چه پیش از این گفته شد، ممکن است موقعیت جسم مثبت یا منفی باشد. سرعت هم در صورتی که هم جهت محور X یا y باشد مثبت، و در غیر آن صورت منفی است. در حرکت یکنواخت، گراف موقعیت-زمان $(x-t)$ یک خط مستقیم و در نتیجه سرعت متوسط بین دو لحظه، برابر با سرعت لحظه‌یی می‌شود.

مثال

شکل (2-13) گراف $(x-t)$ متحرکی را نشان می‌دهد که بروی خط مستقیم حرکت می‌کند.



الف) آیا سرعت این حرکت ثابت است؟ اندازه سرعت را دریابید.

ب) فاصله آن را از مبدا در لحظه صفر و معادله حرکت و تغییر مکان آن را بین دو لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ می‌آوریم.

حل: الف) چون گراف $(x-t)$ عبارت از یک خط مستقیم است، پس حرکت جسم عبارت از حرکت یکنواخت می‌باشد و میل گراف برابر با سرعت متحرک می‌باشد. با توجه به شکل،

میل گراف $5 = \frac{15}{3}$ می‌باشد. پس $v = 5 \frac{m}{s}$ است.

ب) در لحظه $t = 0$ ، $x = 0$ و $x_0 = 0$ است و در نتیجه: معادله حرکت، $x_1 = 5 \times 2 = 10m$ و $x_2 = 5 \times 5 = 25m$ تغییر مکان بین دو لحظه،

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 25m - 10m = 15m$$

تمرین: جسمی با سرعت v بروی مسیر مستقیم در حرکت است. اگردر لحظه $t_1 = 5s$ فاصله آن از مبدأ، $6m$ و در لحظه $t_2 = 20s$ فاصله آن از مبدأ $24m$ باشد، سرعت و فاصله آن تا مبدأ در لحظه $t = 0$ چقدر است؟ معادله $(x - t)$ را به دست آورید و گراف $(x - t)$ جسم متحرک را رسم کنید.

حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت

هرگاه در حرکتی، شتاب در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، آن را حرکتی با شتاب ثابت می‌نامیم. در این نوع حرکت، گراف $(v - t)$ به صورت یک خط مستقیم است و در چنین حرکتی، شتاب متوسط بین هر لحظه دلخواه با شتاب متحرک در هر لحظه برابر می‌شود.

$$\bar{a} = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

اگر در رابطه بالا $t_1 = 0$ و $t_2 = t$ باشد، در این صورت v_1 سرعت در لحظه صفر به v_0 و سرعت در لحظه t به v نشان داده می‌شود و می‌توان نوشت:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = at + v_0 \dots \dots \dots \quad (2-6)$$

در حرکتی با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظه، نصف مجموع سرعت‌های آن دو لحظه تعريف شده است. یعنی:

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

تحقیق کنید



در گروه‌های مختلف به پرسش‌های زیر پاسخ داده و نتیجه را به همصنفی‌های اثان گزارش دهید. چرا در حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت، گراف $(v - t)$ عبارت از یک خط مستقیم است؟

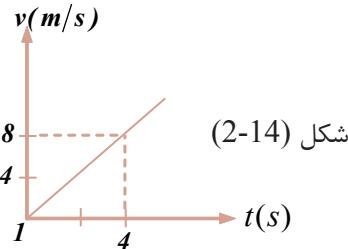
مثال: متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $2m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. سرعت آن را در لحظه $t_1 = 4s$ و $t_2 = 12s$ به دست آورید، و گراف $(v - t)$ آن را رسم کنید.

حل: چون متحرک از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، پس:

$$v_0 = 0$$

$$v_1 = 0 + 2 \times 4 = 8m/s \quad \wedge \quad v_2 = 0 + 2 \times 12 = 24m/s$$

چون شتاب ثابت است، گراف $(v-t)$ ، یک خط مستقیم می‌باشد. بنابراین برای ترسیم آن مشخص نمودن دو نقطه گراف کافی است.



$t(s)$	0	4
$v(m/s)$	0	8

تمرین: سرعت متحرکی در لحظه $t_1 = 4s$ برابر به $5m/s$ و سرعت آن در لحظه $t_2 = 12s$ برابر به $11m/s$ است. در صورتی که شتاب ثابت باشد، سرعت آن را در لحظه $t_0 = 0$ بدست آورید و گراف $(v-t)$ آن رارسم کنید.

معادله $(x-t)$ در حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت

بر اساس رابطه‌های $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ و $\Delta x = \frac{\Delta t}{\Delta t}$ در حرکتی با شتاب ثابت می‌توان نوشت که:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t$$

در این رابطه، Δx تغییر موقعیت در انتروال زمانی $v_1, \Delta t$ سرعت در لحظه t_1 و v_2 سرعت در لحظه t_2 است. اگر $t_1 = 0$ و $t_2 = t$ ، سرعت متحرک در این لحظه‌ها به ترتیب v, v_0 و موقعیت متحرک در این لحظه‌ها x_0 و x باشد. در این صورت، $\Delta t = t - 0 = t$ و $\Delta x = x - x_0$ بوده و با وضع نمودن قیمت‌ها می‌توان نوشت:

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} t$$

$$v = at + v_0 \quad \text{و چون}$$

پس با وضع نمودن قیمت v داریم که:

$$x - x_0 = \frac{at + v_0 + v_0}{2} t \quad \text{در نتیجه:}$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \dots \dots \dots (2-8)$$

رابطه اخیر معادله $(x - t)$ حرکت بروی خط مستقیم با شتاب ثابت را افاده می‌کند.
اگر از رابطه $v = at + v_0$ زمان را به دست آورده و در معادله حرکت $(2-8)$ قرار دهیم، در نتیجه رابطه بین موقعیت و سرعت را به دست خواهیم آورد که مستقل از زمان می‌باشد، یعنی:

$$t = \frac{v - v_0}{a} \Rightarrow x = \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + x_0$$

باساده کردن این رابطه داریم: $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ (2-9)

مثال: متحرکی با شتاب ثابت $\frac{1}{2} m/s^2$ از حال سکون بروی خط مستقیم شروع به حرکت می‌کند. تغییر موقعیت و سرعت متحرک را پس از $25s$ به دست آرید.

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 0, x_0 = 0 \\ t = 25s \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} a) \Delta x = x - x_0 = x = ? \\ b) v = ? \end{array} \right\}$$

$$x = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = \frac{a}{2} t^2 + 0 + 0$$

$$x = \frac{1/2}{2} (25)^2 = \frac{1}{4} \times 625$$

$$x = 156.25m$$

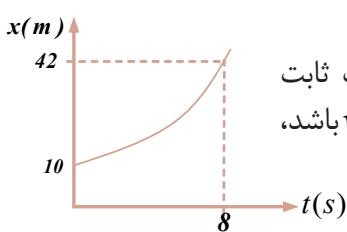
ویا حل مثال به شکل ساده:
از معادله سرعت:

$$v = at + v_0 = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \cdot 25s + 0 = 12.5 \frac{m}{s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow v^2 = 2ax$$

$$v^2 = 2 \times \frac{1}{2} \times 156.25 = 156.25 \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = \sqrt{156.25 \left(\frac{m}{s} \right)^2} = 12.5 \frac{m}{s}$$



تمرین: شکل زیر گراف $(x-t)$ متحرکی است، که با شتاب ثابت بروی خط مستقیم در حرکت است. فرض کنید $v_0 = 2 \frac{m}{s}$ باشد، گراف $(v-t)$ را ترسیم کنید.

7-2: سقوط آزاد (مفهوم ساحة جاذبه)

آیا تا به حال از درختی سیب چیده اید؟ چرا وقتی که سیب از دستان شما رها می‌شود، به طرف پایین (سطح زمین) سقوط می‌کند؟ به نظر شما علت سقوط سیب به طرف سطح زمین چیست؟ پدیده سقوط آزاد اجسام را چگونه می‌توان با زبان ریاضی بیان کرد؟ این‌ها همه پرسش‌های هستند که شما در ختم این درس به آن‌ها پاسخ خواهید داد.
برای این‌که پدیده سقوط آزاد اجسام را بهتر درک کرده بتوانید، فعالیت زیر را انجام دهید.

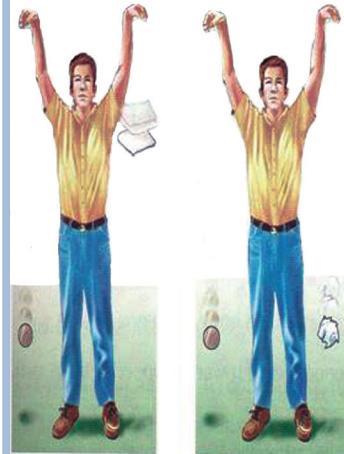
فعالیت



یک ورق کاغذ فشرده نشده (ورق باز) و یک عدد سکه را بگیرید و آنها را هم زمان از یک ارتفاع معینی رها کنید، در مرحله دوم همان ورق کاغذ فشرده (کلوله) کرده و با سکه از همان ارتفاع رها نمایید و در مرتبه سوم دو سکه را از همان ارتفاع رها نمایید و در مورد چگونه‌گی زمان رسیدن آنها به سطح زمین با اعضا گروه خود بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید و در اخیر به پرسش‌های زیر پاسخ دهیم:

- 1 - آیا ورق کاغذ و سکه هم زمان به سطح زمین رسیدند؟
- 2 - آیا هر دو ورقه کاغذ هم زمان به سطح زمین رسیدند؟
- 3 - کدام عامل باعث این شده است که ورق کاغذ و سکه به طرف زمین سقوط کنند؟

شکل (2-15)



سقوط آزاد، نمونه طبیعی حرکت باشتаб ثابت است. در این نوع حرکت، مسیر حرکت مستقیم است و در هنگام سقوط یگانه قوه وارده بر جسم همانا وزن آن است. اگر یک سکه و یک ورق کاغذ را از ارتفاع معین رها کنیم، به طور هم زمان به زمین نمی‌رسند. اما اگر همین تجربه را در خلاء انجام دهیم، سکه و ورق کاغذ هم زمان به زمین می‌رسند.

به طور مثال سقوط یک جسم در خلا و یا سقوط گلوله کوچک فلزی در هوا را (با تقریب مناسب) می‌توان سقوط فرض کرد. شکل (2-16) حرکت یک ساقمه را هنگام سقوط آزاد نشان می‌دهد که در وقفه‌های زمانی متوالی $t_1 = 1/30\text{ s}$ از آن عکاسی شده است. بنابر این اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم. تمام اجسام در نزدیکی سطح زمین، تقریباً با شتاب ثابت سقوط می‌کنند. که این همان شتاب جاذبه زمین است که با حرف g نمایش داده می‌شود. حرکت با شتاب g را سقوط آزاد می‌نامند. که جهت این شتاب همیشه به طرف پایین (مرکز زمین) است. اندازه شتاب g بر حسب عرض البلد جغرافیایی، اندکی تغییر می‌کند و با افزایش ارتفاع از سطح زمین کاهش می‌یابد.

اندازه این شتاب در نزدیکی سطح زمین نزدیک به 9.8 m/s^2 است. اما گاهی برای سهولت محاسبه 10 m/s^2 فرض می‌شود.

معادله‌های حرکت و سرعت در سقوط آزاد همان معادله‌های حرکت با شتاب ثابت است. در سقوط آزاد، تغییر مکان در امتداد قایم است،



شکل (2-16)

و موقعیت متحرک به طور معمول با y یا h نشان داده می‌شود و مبدأ حرکت نقطه‌یی است که سقوط از آن شروع می‌شود. اگر سمت مثبت را به طرف پایین اختیار کنیم، معادله حرکت و سرعت چنین خواهد بود:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \dots \dots \dots \quad (2-10) \quad \text{معادله حرکت}$$

$$v = gt + v_0 \dots \dots \dots \quad (2-11) \quad \text{معادله سرعت}$$

چون در سقوط آزاد همیشه سرعت اولی v_0 مساوی به صفر می‌باشد، پس روابط (2-10) و

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \dots \dots \dots \quad (2-12) \quad \text{به شکل زیر نوشته می‌شوند:}$$

$$v = gt \dots \dots \dots \quad (2-13)$$

قیمت g در یک نقطه مشخص زمین برای تمام اجسام یکسان است، اما قیمت آن در نقاط مختلف سطح زمین متفاوت است. حال از معادله (2-12)، زمان t را به دست می‌آوریم و در

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \dots \dots \dots \quad (2-14) \quad \text{رابطه (2-13) قرار می‌دهیم:}$$

$$v = g\left(\sqrt{\frac{2y}{g}}\right) = \sqrt{g^2} \times \left(\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{g}}\right)$$

$$v = \sqrt{2gy} \dots \dots \dots \quad (2-15)$$

از رابطه اخیر می‌توانیم سرعت جسم سقوط کننده را بعد از این که فاصله y را طی نماید، دریافت کنیم.

مثال: یک سنگ کوچک از ارتفاع 4.9 متری زمین رها می‌شود.

a) $t = ?$ الف) پس از چند ثانیه به زمین می‌رسد؟

b) $v = ?$ ب) سرعت آن هنگام رسیدن به زمین چقدر است؟ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ فرض شود

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_0 = 0, \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$4.9 = \frac{1}{2} \times 9.8 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{9.8}{9.8} \Rightarrow t = 1\text{s}$$

سنگ پس از 1 ثانیه به سطح زمین می‌رسد.

$$v = g \cdot t \Rightarrow v = 9.8 \times 1 = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{ب)$$

سرعت سنگ هنگام رسیدن به سطح زمین 9.8 m/s است.

تمرین:

دو جسم A و B به ترتیب از ارتفاع‌های 20 متری و 45 متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه به طور آزاد سقوط می‌کنند. زمان سقوط هر کدام چقدر است؟ و جسم B چند ثانیه بعد ویا قبل از جسم A به زمین می‌رسد، و سرعت هر یک از آن‌ها در لحظه رسیدن به زمین چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ فرض شود).



خلاصه فصل دوم

• وکتور موقعیت، وکتوری است که موقعیت جسم را در هر لحظه مشخص می‌کند. ابتدای این وکتور، مبدأ کمیات وضعیه و انجام آن موقعیت جسم است و با حرف r نشان داده می‌شود.

• تغییر موقعیت یک متحرک بین دو لحظه t_1 و t_2 عبارت از وکتوری است که ابتدای آن موقعیت متحرک در لحظه t_1 و انجام آن موقعیت متحرک در لحظه t_2 می‌باشد.

• واحد اندازه‌گیری موقعیت و تغییر موقعیت در سیستم SI، عبارت از متر(m) است

• سرعت متوسط (V_{av}) عبارت از تغییر موقعیت بر زمان است یا $V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

• در گراف (X-t)، سرعت متوسط بین دو نقطه عبارت از میل دو نقطه‌یی است که توسط یک قطعه خط به یکدیگر وصل شده باشند.

• واحد اندازه‌گیری سرعت در سیستم SI، عبارت از $\frac{m}{s}$ می‌باشد.

• سرعت لحظه‌یی عبارت از لمح سرعت متوسط است، زمانی که Δt به طرف صفر نزدیک

$$V_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

سرعت لحظه‌یی می‌تواند که مثبت، منفی و یا صفر باشد.

• در گراف (X-t)، سرعت لحظه‌یی در زمان t ، عبارت از میل (تانجانت) قطعه خط در زمان t است.

• شتاب متوسط عبارت از تغییر سرعت فی واحد وقت است. اگر تغییر سرعت در انtrapول زمانی Δt برابر به Δv باشد، داریم که:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

شتاب متوسط مثبت است در صورتی که $v_1 > v_2$ و می‌تواند منفی باشد اگر $v_1 < v_2$ و صفر است زمانی که $v_1 = v_2$ باشد.

- شتاب لحظه‌یی، عبارت از لیمیت شتاب متوسط است، زمانی که $t\Delta$ به طرف صفر نزدیک

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

نماید، یعنی:

سرعت لحظه‌یی می‌تواند قیمت‌های مثبت، منفی و یا صفر را اختیار کند.

- زمانی که شتاب ثابت باشد، در آن صورت شتاب لحظه‌یی مساوی به شتاب متوسط خواهد بود.

- در گراف ($v-t$) شتاب لحظه‌یی، عبارت از میل (تانجانت) قطعه خط در زمان مشخص t است.

• واحد اندازه‌گیری شتاب در سیستم SI، عبارت از متر بر ثانیه مربع ($\frac{m}{s^2}$) است.

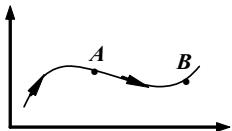
- معادلات حرکت مختلفی وجود دارد که حرکت اجسام را با شتاب ثابت می‌توان توسط آن‌ها بررسی کرد. هر معادله حرکت دارای تغییرهای مختلفی می‌باشد، مانند:

سرعت v به عنوان تابعی از زمان: $v = v_0 + at$ و سرعت متوسط، $\bar{v} = \frac{v_0 + at}{2}$ است.

موقعیت به عنوان تابعی از زمان $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ و سرعت مستقل از زمان (سرعت به عنوان تابعی از موقعیت)، $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ می‌باشند.

سوال‌های فصل‌هشتم

- 1 - وکتور موقعیت (مکان) را تعریف کنید.
- 2 - وکتور تغییر مکان را (بین دو لحظه t_2, t_1) تعریف کنید.
- 3 - در شکل روبرو مسیر حرکت جسمی را مشاهده می‌کنید. متحرک در لحظه t_1 در مکان A و در لحظه t_2 در مکان B قرار دارد. وکتورهای موقعیت جسم را در لحظه‌های t_1 و t_2 رسم کنید و وکتور تغییر موقعیت جسم را مشخص کنید.



- 4 - (a) موتری در یک مسیر دایره‌یی شکل با شعاع 100 متر حرکت می‌کند. مسافتی که موتر نیم دور را می‌پیماید چند متر است؟ (b) شکل مسیر حرکت موتر را رسم و وکتور تغییر موقعیت را بر روی شکل مشخص کنید و اندازه آن را به دست آورید. (c) اندازه تغییر موقعیت موتر را در چهارم حصة مسیر دایره‌یی به دست آورید.
- 5 - در چه صورتی وکتورهای موقعیت و وکتورهای تغییر موقعیت هم جهت هستند؟
- 6 - متحرکی که بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند، در لحظه t_1 در مکان $x_1 = 6m$ و در لحظه t_2 در مکان $x_2 = 7m$ قرار دارد. اندازه تغییر موقعیت جسم را بین دو لحظه t_1 و t_2 محاسبه کنید.
- 7 - گراف مکان-زمان ($x-t$) چیست؟
- 8 - فرق بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی چیست و در کدام حالت هر دو سرعت باهم مساوی اند؟

- 9 - دریوری فاصله بین دو شهر را به ترتیب ذیل می‌پیماید:
ابتدا به مدت یک ساعت با سرعت متوسط 15 m/s دریوری کرده و پس از آن به مدت 10 دقیقه توقف می‌کند. آنگاه با سرعت متوسط 20 m/s به مدت 30 دقیقه به دریوری ادامه می‌دهد و بقیه مسیر را تا مقصد به مدت یک ربع ساعت با سرعت متوسط 12 m/s دریوری می‌کند.

- a. فاصله بین دو شهر چند کیلو متر است؟
- b. سرعت متوسط آن در کل مسیر چند کیلو متر بر ساعت است؟
- c. سرعت متوسط آن در طول مدت دریوری چقدر است؟

10- سرعت یک موتور در مدت 20 ثانیه بروی یک مسیر مستقیم از 18 m/s می‌رسد.

(a) شتاب متوسط موتور در این مدت چقدر است؟

(b) اگر سرعت موتور با همین شتاب تغییر کند، پس از چه مدت سرعت آن به 1.8 کیلو متر بر ساعت می‌رسد؟

11- سرعت یک سفینه فضایی 30 ثانیه پس از شروع حرکت به 1200 km/h می‌رسد. شتاب متوسط آن چقدر است؟ این شتاب چند برابر به $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ است؟

12- موتوری در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و بعد از 20 ثانیه سرعتش به 36 hm/h می‌رسد. سپس با همین سرعت به مدت 10 ثانیه به حرکتش ادامه می‌دهد و پس از آن برک می‌کند و بعد از 5 ثانیه متوقف می‌شود. اگر در مدت برک کردن شتاب ثابت باشد:

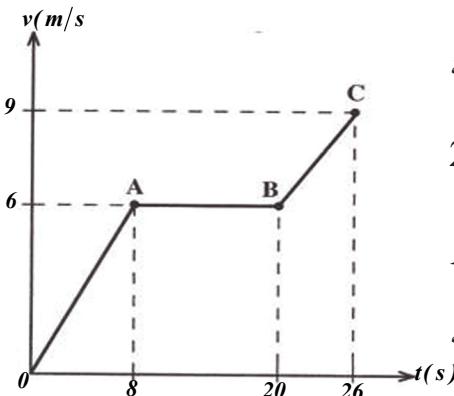
(a) جهت سرعت و شتاب حرکت را در هر مرحله معلوم کنید.

(b) گراف $(x-t)$ را از لحظه شروع حرکت تا لحظه توقف موتور سرمه کنید.

13- شکل ذیل گراف $(v-t)$ متحرکی را در 26 ثانیه نشان می‌دهد.

(a) شتاب هریک از مرحله‌های OA , AB , BC چقدر است؟

(b) شتاب متوسط در انtrapال زمانی صفر تا 26 ثانیه چقدر است؟



14- یک سنگ به طور عمود به طرف بالا پرتاب شده و زمان 10 ثانیه را برای بازگشت خود به زمین ضرورت دارد. این سنگ به چه ارتفاع با لا می‌رود؟

15- سرعت متوسط را چگونه با استفاده از گراف $(x-t)$ تعیین می‌کنند؟ از روی شکل توضیح دهید.

16- سرعت لحظه‌یی را تعریف کنید و واحد اندازه‌گیری را در SI ذکر کنید.

17- حرکت یک نواخت بروی خط مستقیم را تعریف کنید و معادله این حرکت را به دست آورید.

18- معادله حرکت جسمی که بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $x = 2t + 3$ است:

- (a) فاصله متحرک از مبدأ را در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 4s$ به دست آورید.
 (b) تغییر موقعیت جسم بین دو لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 4s$ بالا را محاسبه کنید.
 (c) سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟
- 19 - جسمی با سرعت ثابت v برروی مسیر مستقیمی در حرکت است. اگر در لحظه $t_1 = 2s$ فاصله آن تا مبدأ 11 متر و در لحظه $t_2 = 7s$ فاصله آن تا مبدأ 38.5 متر باشد:
 (a) سرعت متحرک و فاصله آن تا مبدأ در لحظه صفر ثانیه چقدر است?
 (b) رابطه $(x-t)$ یا معادله حرکت را بنویسید.
- 20 - گراف $(v-t)$ چگونه رسم می‌شود؟
- 21 - شتاب متوسط را تعریف و رابطه آن را بنویسید، و واحد اندازه‌گیری آن را در SI ذکر کنید.
- 22 - متحرکی برروی مسیر مستقیمی در حرکت است. سرعت آن در لحظه $t_1 = 7s$ برابر با $20 m/s$ و در لحظه $t_2 = 10s$ برابر به $32 m/s$ است، شتاب متوسط متحرک را بین دو لحظه t_1 و t_2 حساب کنید.
- 23 - شتاب لحظه‌یی را چگونه توسط گراف $(v-t)$ تعیین می‌کنند؟ از روی رسم توضیح دهید.
- 24 - یک جسم از ارتفاع 520 متری سطح زمین با سرعت اولیه $2 m/s$ در جهت عمود به سطح زمین رو به پایین پرتاپ می‌گردد.
 (a) زمان رسیدن جسم را به سطح زمین حساب کنید.
 (b) سرعت جسم را هنگام رسیدن به زمین محاسبه کنید.
- 25 - دو جسم A و B به ترتیب از بلندی‌های 500 متری و 320 متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه و همزمان رها می‌گردند.
 (a) جسم A چند ثانیه پس از جسم B به سطح زمین می‌رسد؟
 (b) سرعت هر یک را در موقع رسیدن به سطح زمین سنجش کنید.
- 26 - گلوله کوچکی از بالای ساختمان بلندی رها می‌شود. وقتی به ارتفاع 40 متری بالای زمین می‌رسد، سرعتش $10 m/s$ می‌شود.
 (a) سرعت جسم در لحظه رسیدن به زمین را حساب کنید.
 (b) ارتفاع ساختمان را به دست آورید.
 (c) سرعت متوسط گلوله را در مدت سقوط از ارتفاع (40m) ای سطح زمین) تعیین کنید.
 (d) گراف $(x-t)$ آن را رسم کنید.

حرکت‌های دو بُعدی

در فصل قبل تا اندازه‌یی حرکت در یک بُعد را مورد مطالعه قرار دادیم و با کمیت‌هایی مانند موقعیت، تغییر موقعیت، سرعت متوسط و... آشنا شدیم و حرکت‌های یکنواخت و دارای شتاب ثابت بروی یک خط مستقیم را بررسی کردیم. اما باید دانست که ما در زندگی روزمره بیشتر با حرکت‌هایی که در دو بُعد و سه بُعد انجام می‌شوند سرو کار داریم، و بررسی آن‌ها برای ما اهمیت بیشتری دارد.

حرکت یک سیاره به دور آفتاب و یا حرکت یک موتور در گولایی جاده و حرکت گلوله توپی که فیر می‌شود و... مثال‌هایی از حرکت دو بُعدی هستند.

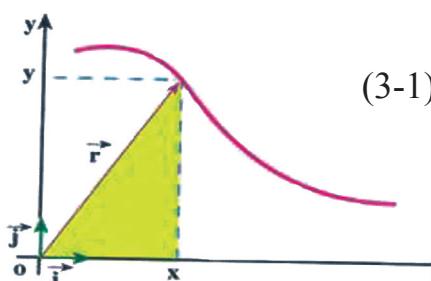
حرکت در دو بعد چیست؟ چگونه می‌توانیم حرکت‌های دو بعدی را تحلیل کنیم؟ حرکت‌های دو بعدی را چگونه می‌توانیم به زبان ریاضی بیان کنیم؟ از حرکت‌های دو بعدی در حیات روزمره چه استفاده‌هایی کرده می‌توانیم؟ و... این‌ها همه پرسش‌هایی هستند که توقع می‌رود شما در ختم این فصل به آن‌ها پاسخ داده بتوانید. از این پیش دیدیم که مکان جسم در یک سطح با وکتور \vec{r} نمایش داده می‌شود. این وکتور را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

که در آن \vec{i} و \vec{j} به ترتیب عبارت از وکتور واحدها در جهت‌های x و y هستند.

چون هنگام حرکت جسم، وکتور مکان آن تغییر می‌کند، برای مشخص کردن مکان جسم در حین حرکت، کافی است که مرکبه‌های x و y را به صورت تابع‌هایی از زمان داشته باشیم: $X = f(t)$ و $Y = g(t)$. (3-2)

رابطه‌های (3-2) معادله‌های حرکت یک جسم را در دو بعد نشان می‌دهند. واضح است که در حرکت دو بعدی، وکتور مکان نیز تابعی از زمان است. یعنی: $\vec{r} = f(t) \vec{i} + g(t) \vec{j}$ در واقع می‌توان گفت که حرکت در یک مستوی (صفحه)، ترکیب دو حرکت یک بعدی در امتدادهای x و y است، که با داشتن معادله‌های مربوط به آن، مکان (موقعیت) جسم در تمام لحظه‌ها معلوم و در نتیجه مسیر حرکت جسم مشخص می‌شود. مانند شکل (3-1):



شکل (3-1)

تحقیق کنید

فرض کنید در یک مدت کوتاه، معادله‌های حرکت سنگ پشت در سیستم SI به صورت $x = 10t$ و $y = -5t^2$ است. مختصات حرکت این سنگ پشت را در گروه‌های مختلف از طریق نقطه یابی در انtronوال زمانی ۰ تا ۵ ثانیه رسم کنید.

3-1: تغییر مکان و سرعت متوسط

تغییر مکان و سرعت متوسط در حرکت‌های دو بعدی را چگونه می‌توان بررسی کرد؟ چه تفاوت‌هایی بین تغییر مکان و سرعت متوسط در حالت‌های یک بعدی و دو بعدی وجود دارد؟ برای بررسی تغییر مکان و سرعت متوسط در حرکت‌های دو بعدی، فرض کنید که متحرک مطابق شکل (3-2) در لحظه t_1 در نقطه A (مکان \vec{r}_1) و در لحظه t_2 در نقطه B (مکان \vec{r}_2) قرار داشته باشد. همان‌طوری که در فصل دوم خواندیم، وکتوری که از A به B رسم می‌شود، تغییر مکان جسم را در انtronوال زمانی $t_2 - t_1 = \Delta t$ نمایش می‌دهد. این وکتور که در شکل (3-4) فصل دوم نیز رسم شده است از رابطه‌های زیر به دست می‌آید.

چون: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ است، پس

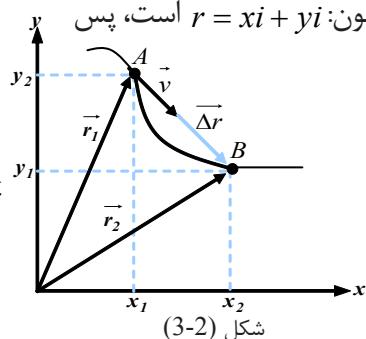
$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \dots \dots \dots (3-4)$$

$$\vec{\Delta r} = (x_2\vec{i} + y_2\vec{j}) - (x_1\vec{i} + y_1\vec{j})$$

$$\vec{\Delta r} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} - x_1\vec{i} - y_1\vec{j} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$$

$$\vec{\Delta r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j}$$

$$\vec{\Delta r} = (\Delta x)\vec{i} + (\Delta y)\vec{j} \dots \dots \dots (3-5)$$



وکتورهای سرعت متوسط و تغییر مکان هم جهت هستند.

سرعت متوسط جسم در یک انtronوال زمانی معین، مانند حالت یک بعدی، به صورت زیر

$$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} \dots \dots \dots (3-6)$$

با استفاده از رابطه (3-5)، سرعت متوسط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{v} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \vec{i} + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} \right) \vec{j} \dots \dots \dots (3-7)$$

اگر $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ را با V_y نشان دهیم، در نتیجه رابطه (3-7) را می‌توان به صورت زیر

$$\vec{v} = (V_x)\vec{i} + (V_y)\vec{j} \dots \dots \dots (3-8)$$

فعالیت



شکل (3-2) را در گروههای مختلف تحلیل نموده و بگویید که چرا وکتور سرعت متوسط و وکتور تغییر مکان هم جهت هستند و سپس نماینده هر گروه به صورت جدا گانه در صنف توضیحات دهد.

مثال: معادله‌های حرکت جسمی در دو بعد، با رابطه‌های زیر (در سیستم SI) داده شده است:

$$X = 2t \quad , \quad y = -t^2 + 4t$$

- (a) وکتور مکان (موقعیت) جسم را در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ به دست آورید؟
 (b) سرعت متوسط آن را در انتروال زمانی بین 1 و 2 ثانیه تعیین و اندازه آن را حساب کنید.

$$\text{حل: (a) در } t_1 = 1s \rightarrow y_1 = 3m \text{ و } t_2 = 2s \rightarrow y_2 = 4m \text{ و} \\ \vec{r}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

به همین ترتیب در $t_2 = 2s$

$$x_2 = 4m \quad y_2 = 4m \quad \text{و}$$

$$\vec{r}_2 = 4\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4 - 2 = 2m \quad \text{در انتروال زمانی بین 1 و 2 ثانیه:} \\ \Delta y = y_2 - y_1 = 4 - 3 = 1m$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 - 1 = 1s$$

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2m}{1s} = 2\frac{m}{s} = 2\dot{i}$$

$$\bar{V}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{1m}{1s} = 1\frac{m}{s}$$

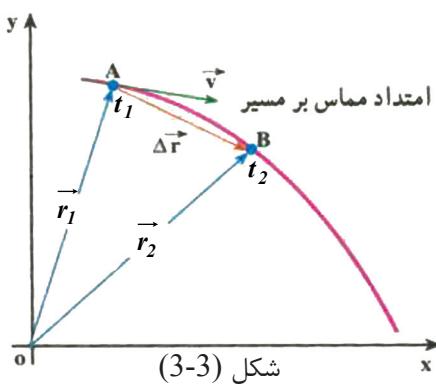
$$\vec{V} = \bar{V}_x + \bar{V}_y = 2\dot{i} + \dot{j}$$

$$(\bar{V})^2 = (\bar{V}_x)^2 + (\bar{V}_y)^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow \bar{V} = \sqrt{5} \approx 2.23 \frac{m}{s}$$

تمرین: فرض کنید در یک مدت کوتاه، معادله‌های حرکت یک خرگوش در سیستم SI به صورت $y = -2t^2$ و $x = 10t$ است، سرعت متوسط این خرگوش را در انتروال زمانی 0 تا 2 ثانیه به دست آورید.

سرعت لحظه‌یی

سرعت لحظه‌یی در حرکت‌های دو بعدی را چگونه می‌توان تحلیل و ارزیابی کرد؟ سرعت لحظه‌یی در حرکت دو بعدی و یک بعدی چه تفاوت‌هایی دارند؟ برای بررسی سرعت لحظه‌یی در دو بعد، شکل (3-3) را در نظر بگیرید. این شکل، حرکت جسم را روی یک مسیر خمیده (منحنی) نشان می‌دهد.



موقعیت جسم در دو لحظه t_1 و t_2 مشخص شده است. از این پرسش یاد آور شده بودیم که وکتور سرعت متوسط در یک انتروال زمانی با وکتور تغییر موقعیت مربوط به آن، هم جهت است. همان‌طوری که در فصل قبل در حرکت یک بعدی نیز گفته شد، هنگامی که انتروال زمانی Δt ، کوچک و کوچک‌تر شود، سرعت متوسط به سرعت لحظه‌یی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود، یعنی به زبان ریاضی، وکتور سرعت لحظه‌یی عبارت از لیمت سرعت متوسط است و قی که Δt به طرف صفر تقریب نماید، یعنی:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\vec{v}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad \dots \dots \dots (3-9)$$

به عبارت دیگر می‌توان گفت که «سرعت لحظه‌یی، مشتق وکتور مکان جسم نسبت به زمان است»، یعنی:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \dots \dots \dots (3-10)$$

بنابرآن در لیمیتی که Δt به طرف صفر تقریب می‌نماید، با استفاده از رابطه \vec{j} $\vec{r} = \vec{x} \cdot \vec{i} + \vec{y} \cdot \vec{j}$ می‌توان سرعت لحظه‌یی جسم را بر اساس مرکبه‌های آن در دو امتداد x و y به دست آورد،

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \left(\frac{dx}{dt} \right) \vec{i} + \left(\frac{dy}{dt} \right) \vec{j} \\ \vec{v} &= (v_x) \vec{i} + (v_y) \vec{j} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (3-11)$$

بنابراین، چون وکتور سرعت متوسط با وکتور تغییر مکان هم جهت است، پس در لیمیتی که Δt به طرف صفر تقریب می‌نماید، وکتور سرعت لحظه‌یی بر مسیر حرکت در نقطه A مماس خواهد شد. در نتیجه هنگامی که جسم روی یک مسیر خمیده (منحنی) حرکت می‌کند، جهت وکتور سرعت آن که همیشه بر مسیر حرکت مماس است، در هر لحظه تغییر می‌کند. بعد از این وکتور سرعت لحظه‌یی را، سرعت می‌نامیم.

مثال: موتری که در یک سطح افقی $y = 6t + 5$ حرکت می‌کند، معادله‌های حرکت آن در سیستم SI به صورت زیر است: $x = 4t^2$ و $y = 6t + 5$. سرعت موتر را در $t = 1\text{s}$ به دست آورید؟

حل: با استفاده از رابطه (3-11) مرکبه‌های سرعت به دست می‌آید:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = 6\text{ m/s} \quad V_y = \frac{dy}{dt} = 8\text{ m/s}$$

همان‌طوری که دیده می‌شود مرکبۀ افقی سرعت تابع زمان نیست و مقدار ثابتی دارد؛ ولی مرکبۀ قایم سرعت، تابع زمان است و اندازه آن در $t = 1\text{s}$ برابر است با: $v_y = 8\text{ m/s}$ پس اندازه سرعت در $t = 1\text{s}$ برابر است با: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{ m/s}$

3-2: شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی

از این پیش خواندیم که وقتی سرعت جسم تغییر کند، حرکت شتابدار است. تغییر سرعت می‌تواند به معنای تغییر در اندازه سرعت یا تغییر در جهت سرعت و یا هر دو باشد. دیدیم که وقتی حرکت جسم روی مسیر منحنی است، در حالی که سرعت جسم تغییر نمی‌کند، مگر جهت سرعت آن تغییر می‌کند. بنا بر آن اگر اندازه سرعت هم تغییر نکند، می‌تواند حرکت شتابدار باشد. مثال، حرکت برروی مسیر منحنی، که در آن محض جهت حرکت تغییر می‌کند، یک حرکت شتابدار است.

تحقیق کنید

در مورد دو مثال حرکت شتابدار تحقیق کنید که در آن‌ها، اندازه سرعت تغییر نکند.

در شکل (3-4-a) وکتورهای سرعت در دو لحظه t_1 و t_2 روی مسیر نشان داده شده است. برای محاسبه تغییر سرعت در انتروال زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ در شکل (3-4-b) از نقطه $'$ وکتورهای مساوی با v_1 و v_2 را رسم می‌کنیم Δv را به دست می‌آوریم. مانند حرکت یک بعدی، وکتور شتاب متوسط را در انتروال زمانی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

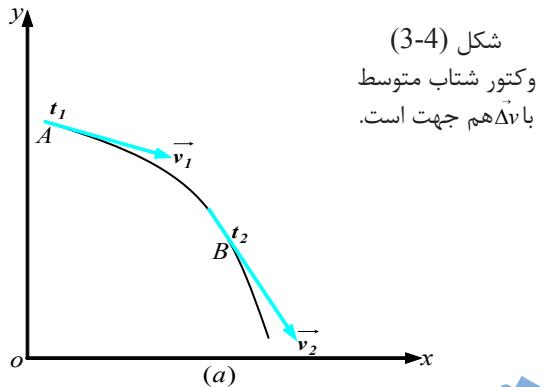
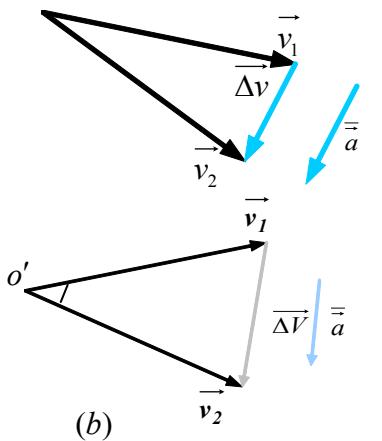
$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} \dots\dots\dots(3-12)$$

با استفاده از رابطه (3-11) داريم که:

$$\vec{a} = \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\right) \vec{i} + \left(\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right) \vec{j}$$

$$\vec{a} = (\bar{a}_x) \vec{i} + (\bar{a}_y) \vec{j} \dots\dots\dots(3-13)$$

ويا
 (شتاب متوسط)



شکل (3-4)
 وکتور شتاب متوسط
 با Δt هم جهت است.



بحث کنید

در گروههای مختلف صنفی در مورد این که چرا وکتور شتاب متوسط با ΔV هم جهت است. بحث کنید و نتیجه را در صفحه گزارش دهید.

همان طوری که می‌دانیم شتاب لحظه‌یی در لحظه t_1 را می‌توان به صورت لمت شتاب متوسط، وقتی که به طرف صفر تقریب نماید، نوشت، یعنی:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\vec{a}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} \right) \dots\dots(3-14)$$

را بطور لا را با توجه به مفهوم مشتق
 می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{a} = \frac{d^2(\vec{r})}{dt^2} \dots\dots\dots(3-16)$$

و به کمک رابطه (3-13) می‌توان بنویسیم که:

$$\vec{a} = \left(\frac{dv_x}{dt} \right) \vec{i} + \left(\frac{dv_y}{dt} \right) \vec{j} \dots\dots\dots(3-17)$$

که در آن $a_x = a_y$ و $\frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_y}{dt}$ عبارت از مركبهای شتاب لحظه‌یی می‌باشد.

$$\text{و در نتیجه: } \vec{a} = (a_x) \vec{i} + (a_y) \vec{j} \quad \dots\dots (3-18)$$

را بطة (3-12) نشان می‌دهد که \vec{a} هم جهت استند. ولی همان‌طوری که در شکل (3-4-a) نشان داده شد است، در حرکت روی مسیر منحنی، هیچ وقت وکتور شتاب متوسط (\vec{a}')، با وکتورهای سرعت (\vec{v}_1 و \vec{v}_2) هم جهت نیست. وقتی که به طرف صفر تقرب می‌کند و وکتور \vec{v}_2 به وکتور \vec{v}_1 بسیار نزدیک می‌شود، باز هم شتاب لحظه‌یی با سرعت لحظه‌یی هم جهت نخواهد بود.

فعالیت



در گروههای مختلف صنفی، بروی گراف نشان دهید که در حرکت دارای سرعت ثابت روی مسیر منحنی، وقتی به طرف صفر تقرب نماید، Δv بر Δt عمود است.

مثال: معادله حرکت دو بعدی جسمی در سیستم (SI) به صورت زیر است:

وکتورهای سرعت و شتاب آن را در $t = 1s$ به دست آورید که آیا این دو وکتور هم جهت اند؟

حل: برای تعیین وکتور سرعت، در مرحله اول مركبهای V_x و V_y را در $t = 1s$ چنین به دست

$$v_x = \frac{dx}{dt} \stackrel{t=1s}{=} 40t \Rightarrow v_x = 40 \frac{m}{s}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} \stackrel{t=1s}{=} -15t^2 \Rightarrow v_y = -15 \frac{m}{s}$$

در نتیجه وکتور سرعت لحظه‌یی در $t = 1s$ چنین خواهد بود:

برای تعیین وکتور شتاب نیز ابتدا مركبهای شتاب یعنی a_x و a_y را به دست می‌آوریم،

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -30t \qquad \qquad a_x = \frac{dv_x}{dt} = 40 \frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{t=1s} a_y = -30 \cdot 1 = -30 \frac{m}{s^2}$$

همان طور که می بینیم a_y تابع زمان (t) است و در $t = 1s$ برابر است با: $a_y = -30 m/s^2$ در نتیجه وکتور شتاب در $t = 1s$ چنین خواهد بود:

$$\vec{a} = 40 \vec{i} - 30 \vec{j}$$

با مقایسه وکتورهای \vec{a} و \vec{v} در زمان $t = 1s$ و می توان نتیجه گرفت که این دو وکتور با هم موازی نیستند:

3-3: حرکت‌های پرتابی

حرکت‌های پرتابی چگونه حرکت‌هایی هستند؟ حرکت‌های پرتابی چه مسیری را در فضای می کنند؟ جسم پرتاب شده و مسیری که در فضای می کند، نمونه‌یی از انواع مختلف حرکت است که هر انسان از آغاز کودکی، در عمل با آن سرو کار دارد.

حرکت پرتابی نوعی از حرکت دو بعدی است. برای مطالعه و تحلیل حرکت‌های دو بعدی در مرحله اول باید سه فرض زیر را در نظر بگیریم :

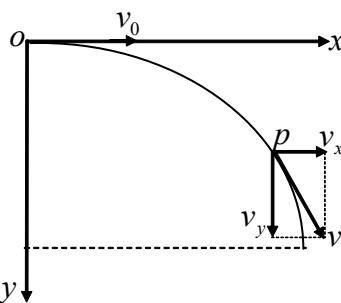
- 1 - شتاب جاذبه‌یی (g)، در محدوده حرکت جسم ثابت و جهتش به طرف پایین است.
- 2 - از تأثیر مقاومت هوا می توان صرف نظر کرد.
- 3 - چرخش زمین بر روی این حرکت تأثیری ندارد.

یکی از اصطلاحاتی که در حرکت‌های پرتابی با آن زیاد سروکار داریم، عبارت از جسم پرتاب شده است. جسم پرتاب شده، جسمی است که در آغاز با سرعت اولیه پرتاب و یا بر اثر ضربه در جهتی به حرکت درآید و سپس تحت تأثیر قوه جاذبه، حرکت شتابدار (حد اقل در امتداد یکی از محورهای کمیات وضعیه) داشته باشد. مرمی که از تفنج خارج می شود، سنگی که با یک زاویه پرتاب می شود، جریان آبی که از سوراخی فوران می کند، همه گی مثال‌هایی از حرکت پرتابی هستند که مسیر پارabol شکل را در فضامی پیمایند. سپس خواهیم دید که اثبات این مسئله که مسیر حرکت‌های پرتابی، پارabol است از طریق ریاضی، ساده می باشد.

پرتاب افقی

چی فکر می‌کنید که اگر جسمی را از بالای بر جی در امتداد افقی با سرعت اولیه v_0 پرتاب کنیم، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ مسیری را که جسم پرتاب شده طی می‌کند، چگونه مسیری خواهد بود؟ جسمی را از مبدأ سیستم مختصات قایم (x, y) با سرعت اولیه v_0 به صورت موازی به محور X مانند شکل زیر پرتاب می‌کنیم. دیده می‌شود که جسم پرتاب شده به حرکت خود به صورت افقی ادامه نداده بلکه آهسته آهسته به طرف پایین کشانیده می‌شود.

يعنى جسم پرتاب شده.



شکل (3-5)

لحظه به لحظه توسط تعجیل جاذبۀ زمین به طرف پایین کشانده می‌شود و بالآخره به زمین تصادم می‌کند. در این نوع حرکت می‌توان سرعت جسم پرتاب شده را از ترکیب دو وکتور(مرکبه‌های سرعت) v_x و v_y مورد مطالعه قرار داد. چون جسم پرتاب شده حرکت مستقیم الخط منظم را به امتداد محور X با سرعت اولی v_0 انجام می‌دهد و به امتداد محور y تحت تأثیر قوه جاذبۀ زمین می‌باشد، بنابرآن معادلات حرکت جسم پرتاب شده به جهت‌های محور X ، y عبارت اند از:

$$x = v_0 t \dots\dots\dots (3-19)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \dots\dots\dots (3-20)$$

اگر قیمت t را از رابطه (3-19) در یا فت نموده و در رابطه (3-20) وضع کنیم، می‌یابیم که:

$$y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \dots\dots\dots (3-21)$$

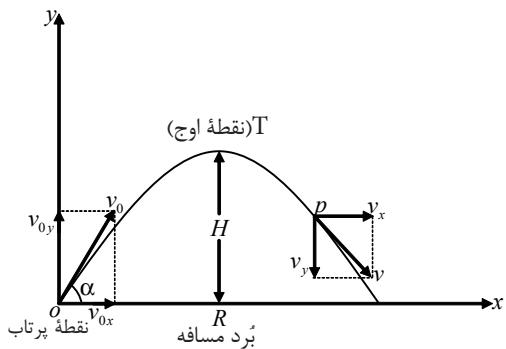
چون $\frac{g}{2v_0^2}$ یک کمیت ثابت است، آن را به c نشان داده، رابطه (3-21) شکل زیر را به خود می‌گیرد:

$$y = cx^2 \dots\dots\dots (3-22)$$

از معادله (3-22) نتیجه می‌شود که مسیر حرکت جسم پرتاب شده به صورت افقی عبارت از یک پارabol است. از رابطه (3-20) معلوم می‌شود که در پرتاب افقی وقتی را که جسم پرتاب شده در طی نمودن فاصله y به طرف پایین در بر می‌گیرد، برابر است به وقتی که جسم مذکور به طور آزاد سقوط نماید و همان فاصله y را عموداً طی کند.

3-4 مایل پرتاب

پرتاب مایل چگونه پرتابی است؟ چه تفاوتی بین پرتاب افقی و پرتاب مایل وجود دارد؟ در بخش ۳-۳، پرتاب در امتداد آفک مورد بحث واقع شد. در حالت پرتاب افقی، زاویه‌ی را که وکتور سرعت اولیه با جهت مثبت محور X تشکیل می‌داد صفر ($\alpha = 0^\circ$) بود. ولی در حالت پرتاب مایل زاویه‌ی پرتاب خلاف صفر می‌باشد ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).



در پرتاب مایل و کتور y_0 روی دو محور X و Y به مرکبهای آن تجزیه می‌کنیم. برای مطالعه دقیق این حرکت، سیستم مختصات کمیات وضیعه را مطابق شکل (3-6) در نظر می‌گیریم که مبدأ آن، محل اولیه پرتاب، محور X آن در جهت افقی و محور Y آن در جهت قایم و به طرف بالا باشد. با این انتخاب محورها، چون ستاب در جهت محور Y برابر با $(-g)$ و در جهت محور X صفر است، پس می‌توانیم بنویسیم که:

شكل (3-6) $a \equiv -\sigma$ (3-23)

$$q = 0 \dots (3-24)$$

جسم پرتاب شده در مبدأ زمان $t = 0$ با سرعت اولیه v_0 تحت زاویه α نسبت به افق پرتاب می‌شود. در این صورت مؤلفه‌های x و y سرعت اولیه عبارت انداز:

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha \dots \dots \dots \quad (3-25)$$

بنابراین معادله‌های حرکت و سرعت جسم پرتاب شده در جهت محور X به صورت زیر خواهد بود:

$$x = (v_0 \cos\alpha) t \dots \dots \dots \quad (3-27)$$

$$v_x = v_0 \cos\alpha = \text{const} \tan t \dots \quad (3-28)$$

همان طوری که گفته شد حرکت در جهت قایم z , یک حرکت با شتاب ثابت ($-g$) است. و با استفاده از رابطه های سقوط آزاد اجسام، معادله های حرکت جسم پرتاب شده در جهت y نیز به صورت زیر خواهد بود.

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t \dots\dots\dots(3-29)$$

چهار معادله (3-27) تا (3-30)، معادله‌های حرکت و سرعت به استقامت محورهای x و y جسم پرتاب شده را در هر لحظه t بر روی محورهای X و Y نشان می‌دهند. اگر در معادله‌های حرکت روی محورهای X و Y در حرکت دو بعدی، زمان t حذف شود، معادله مسیر حرکت به دست می‌آید. با استفاده از این روش، معادله مسیر حرکت پرتابی بر روی صفحه XOY چنین به دست می‌آید:

قيمت t را از رابطه (3-27) گرفته و به رابطه (3-29) وضع می‌کنيم.

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)$$

$$y = t g \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \quad \text{و یا} \quad y = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha \quad \dots \dots \dots \quad (3-31)$$

معادله (3-31) نشان می‌دهد که مسیر حرکت پرتابی، عبارت از پارabol می‌باشد. (چرا؟) فاصله افقی را که جسم پرتاب شده طی می‌کند تا دو باره به ارتفاع اولیه پرتاب ($y=0$) برگردد، رنج (Rang) جسم پرتاب شونده می‌نامند و آن را با حرف R نمایش می‌دهند.

مختصه‌های نقطه بر گشت به ارتفاع اولیه با توجه به شکل، به صورت $\begin{cases} X = R \\ Y = 0 \end{cases}$ است. با وضع نمودن این قيمتها در رابطه (3-31) می‌توانيم بوسیم که:

$$0 = \frac{-g(R)^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + (R) \tan \alpha \Rightarrow \frac{g(R)^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = R \tan \alpha$$

$$R = \frac{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha}{g \cdot \cos \alpha}$$

$$R = \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g \sin 2\alpha} = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

چون:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \dots \dots \quad (3-32)$$

پس:

بحث کنید

رابطه (3-31) را با معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ مقایسه نموده و در مورد مسیر حرکت آن‌ها با هم مناقشه کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.

فعالیت

مواد ضروری: نقاله، خط کش یا متر، تفنگچه بازی اطفال، گلوله‌های پلاستیکی، میز.

طرز العمل: شاگردان به سه گروه تقسیم شوند. گروپ اول از نقطه (O) تحت زاویه 25° ، گروه دوم از نقطه (O)، تحت زاویه 45° و گروپ سوم از نقطه (O) تحت زاویه 65° فیر نمایند. زمانی که گلوله به زمین اصابت نمود. فاصله بین نقطه فیر (O) و نقطه اصابت (x_{\max}) را توسط خط کش و یا متر یاداشت نمایند و سپس نماینده هر گروه نتیجه کار خود را با دیگران مقایسه و نتیجه کلی را در حضور معلم در صنف گزارش دهد.

بحث کنید

جسم پرتاپ شونده، تحت چه زاویه‌یی پرتاپ شود تارنج (فاصله افقی) اعظمی را طی کند؟ نقطه اوج (ارتفاع اعظمی) در حرکت پرتاپی، بالاترین نقطه‌یی است که جسم پرتاپ شونده به آن می‌رسد. در شکل (3-7)، ارتفاع نقطه اوج با H نشان داده شده است. سرعت در جهت محور y در نقطه اوج صفر است. (چرا؟)

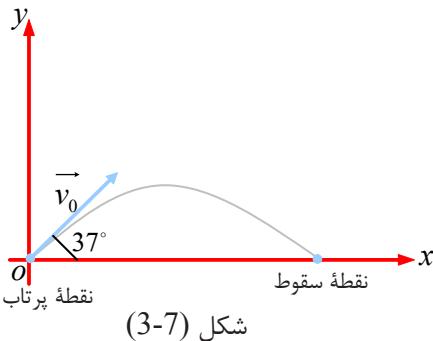
از رابطه (3-30) داریم که:

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad \dots \dots \dots (3-33)$$

با استفاده از این فورمول می‌توانیم زمان رسیدن جسم پرتاپ شده را به نقطه اوج به دست آوریم. با قرار دادن این زمان (t) در معادله (3-29) ارتفاع نقطه اوج به دست می‌آید.

$$H = -\frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 + (v_0 \sin \alpha) \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)$$
$$H = \frac{-v_0^2 \sin^2 \alpha + 2v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad \dots \dots \dots (3-34)$$



مثال: یک بازیکن فوتبال، توپی را تحت 37° زاویه نسبت به افق با سرعت اولیه 10 m/s ، شوت می کند.

با فرض این که توپ در صفحه xoy حرکت کند و مقاومت هوا ناچیز باشد:

(a) زمان رسیدن توپ به نقطه اوج را به دست آورید؟

(b) پس از چه زمانی توپ به زمین بر می گردد؟
 $(\sin 37^\circ = 0.6)$.

حل: (الف) در نقطه اوج مسیر داریم که:

$$v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$0 = -9.8t + 10 \times 0.6 \Rightarrow t = \frac{6}{9.8} \cong 0.6s$$

(b) در باز گشت به زمین $y = 0$ است، یعنی:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2(v_0 \sin \alpha)t \quad -4.9t_2 + 6 = 0$$

$$0 = -4.9t^2 + (10 \times 0.6)t \quad 4.9t_2 = 6 \Rightarrow t_2 = \frac{6}{4.9}$$

$$t(-4.9t + 6) = 0 \Rightarrow t_1 = 0, \quad t_2 = 1.2244 \Rightarrow t_2 = 1.2s$$

که در آن $t_1 = 0$ مربوط به لحظه پرتاب توپ و $t_2 = 1.2s$ مربوط به لحظه برخورد توپ به زمین (زمان کل حرکت) است.

تمرین

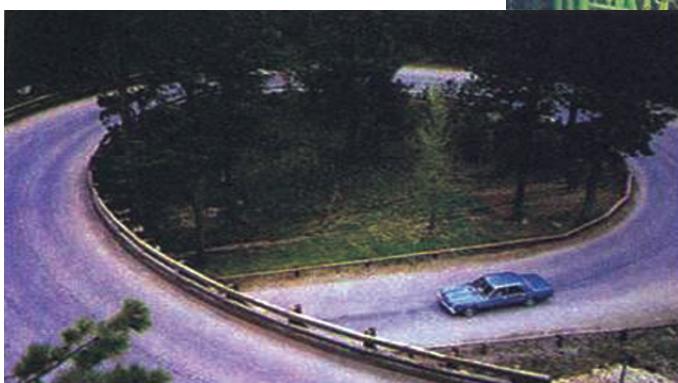
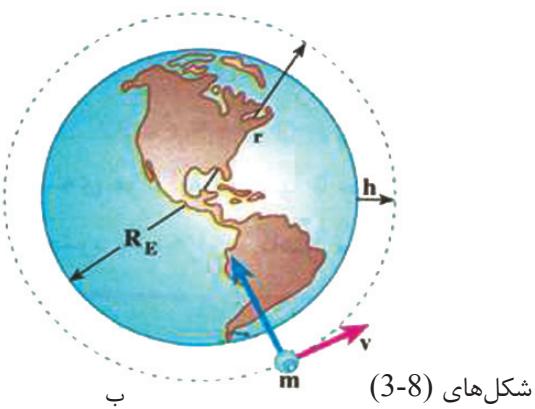
در حرکت پرتابی:

1 - دورترین فاصله جسم پرتاب شده از رابطه _____ به دست می آید.

2 - زمان رسیدن جسم پرتاب شده به نقطه اوج از رابطه _____ به دست می آید.

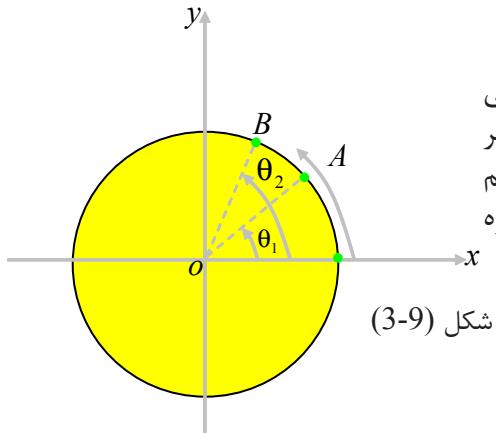
5-3: حرکت دایره‌بی

حرکت دایره‌بی چیست؟ حرکت‌های دایره‌بی چه کاربردهایی در زندگی روزمره دارند؟ آیا گاهی شما گازک‌های بازی اطفال و فلاخن را مشاهده کرده‌اید که چه نوع حرکت‌هایی را انجام می‌دهند؟ حرکت یک جسم در مسیر دایره‌بی، نمونهٔ دیگری از حرکت در دو بعد (سطح) است. نمونه‌های بسیاری از این حرکت‌ها را هر روزه مشاهده می‌کنیم. مسیر حرکت ماه به دور زمین، حرکت الکترون به دور هسته، و مسیر حرکت بعضی از ماهواره‌ها به دور زمین، نسبتاً از نوع حرکت دایره‌بی هستند. در بعضی از وسایل خانه‌گی؛ مانند: ماشین کالاشویی، ماشین آبمیوه کشی و...، اجسام در داخل آن‌ها در مسیر دایره‌بی حرکت می‌کنند. در تصویرهای زیر، نمونه‌هایی از حرکت اجسام برمسیر دایره‌بی را مشاهده می‌کنید.



سرعت زاویه‌یی

ذره‌یی را در نظر بگیرید که روی مسیر دایره‌یی در جهت عکس عقربه ساعت مانند شکل زیر در حرکت است. در اینجا منظور از ذره، جسم کوچکی است که ابعاد آن به مقایسه شعاع دایره ناچیز است.



شکل (3-9)

موقعیت ذره را روی دایره در هر لحظه می‌توان با زاویه θ نسبت به محور Ox نمایش داد. هنگامی که ذره در نقطه A قرار دارد موقعیت آن را با زاویه θ_1 و هنگامی که در نقطه B دارد، موقعیت آن را با زاویه θ_2 نشان می‌دهیم، و $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ را تغییر موقعیت (فاصله طی شده) زاویه‌یی ذره می‌نامیم. طبیعی است که سرعت زاویه‌یی متوسط ذره در حرکت دایره‌یی به صورت نسبت تغییر موقعیت زاویه‌یی بر زمان آن تعریف می‌شود، یعنی:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \dots \dots \dots \quad (3-35)$$

واحد اندازه‌گیری سرعت زاویه‌یی، رادیان بر ثانیه $\frac{rad}{sec}$ است.

تحقیق کنید



در مورد حرکت زمین به دور خورشید در گروههای مختلف تحقیق کنید و سرعت زاویه‌یی متوسط زمین به دور خورشید را محاسبه نمایید.

سؤال

- (a) از حرکت دایره‌یی در حیات روزمره چه استفاده‌ای صورت می‌گیرد؟
(b) چند و سیله را که اجزای داخلی آن‌ها دارای حرکت دایره‌یی باشد، نام ببرید.

سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی

سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی را مانند آن‌چه در مورد تعریف سرعت لحظه‌یی در درس (2-3) خواندیم. تعریف می‌کیم.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$
 ویا

تمرین

موقعیت زاویه‌یی ذره‌ای که روی مسیر دایره‌یی حرکت می‌کند با رابطه $\theta = 2t^2 + 6t$ داده شده است. (t بر حسب ثانیه و θ بر حسب رادیان)

الف) سرعت زاویه‌یی متوسط متحرک را در بین لحظه‌های $1s$ و $t_1 = 2s$ و $t_2 = 3s$ حساب کنید.
ب) سرعت لحظه‌یی متحرک را در لحظه $t_3 = 3s$ حساب کنید.

بحث کنید

جهت درک بهتر رابطه سرعت زاویه‌یی متوسط و سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی چند مثال طرح کرده و با هم صنفان خود بحث و گفتگو کنید و نتیجه را به حضور معلم در صنف توضیح دهید.

3-3: حرکت دایره‌یی یکنواخت

هرگاه سرعت زاویه‌یی ذره‌ای که برروی مسیر دایره‌یی در حرکت است، ثابت باقی بماند، می‌گوییم که ذره حرکت دایره‌یی یکنواخت دارد. در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌یی متوسط در هر وقفه زمانی با سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی ذره برابر است.

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - 0}$$

ویا

$$\theta = \omega t + \theta_0 \dots \dots \dots \quad (3-36)$$

برای بررسی حرکت دایره‌یی یکنواخت، در مرحله اول باید کمیت‌های ذیل را تعریف کنیم:

پریود: مدت زمانی که ذره بر روی مسیر دایره‌یی یک دور مکمل را طی می‌کند، پریود نامیده می‌شود. پریود را با حرف T نمایش می‌دهند و واحد اندازه‌گیری آن ثانیه است.

فریکونسی: تعداد دورهای ذره را در یک ثانیه فریکونسی می‌گویند. فریکونسی را با حرف ν لاتین نیو (v) نمایش می‌دهند. واحد اندازه‌گیری فریکونسی $\frac{1}{s}$ و یا هرتز Hz است.

$$T = \frac{1}{\nu} \quad (3-37)$$

چون ذره در هر دور، 2π رادیان را طی می‌کند. بنابر این سرعت زاویه‌یی آن برابر است با:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad ..(3-38)$$

فعالیت



در گروههای خود پریود و فریکونسی را با هم مقایسه نمایید و جدولی زیر را تکمیل کنید.

فریکونسی	پریود	متحرك
$10^{17} Hz$ دور فی ثانیه	10^{-17} ثانیه	الکترون به دور اтом‌های درون
$3.03 Hz$	0.33 ثانیه	توربین آب برای تولید برق
$1.157 \times 10^{-5} Hz$ دور فی ثانیه	86400s	زمین به دور محورش
$3.897 \times 10^{-7} Hz$	$29.7 = 2566080s$ روز	مهتاب به دور زمین
$3.17 \times 10^{-8} Hz$	31536000s	زمین به دور آفتاب

سرعت خطی در حرکت دایره‌یی

از این پیش دیدید که موقعیت متحرك را در سطح، وکتور مکان می‌توان مشخص کرد، شکل (3-2). اگر وکتور مکان ذره در لحظه t_1 و در لحظه t_2 باشد، تغییر موقعیت ذره در لحظه زمان $t_1 - t_2 = \Delta t$ ، برابر به $\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ خواهد بود. ذره در این لحظه زمان، قوس Δs را می‌پیماید. اگر لحظه زمان بسیار کوچک باشد، قوس Δs کوچک می‌شود و می‌توان طول قوس Δs را تقریباً با طول وتر مقابل آن یعنی ($\vec{\Delta r}$) برابر گرفت.

همچنان از این پیش دیدیم که سرعت متوسط متحرک را می‌توان از رابطه (3-32) به دست آورد و اندازه سرعت لحظه‌یی نیز را رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\left| \vec{v} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\left| \vec{\Delta r} \right|}{\Delta t} \quad \left| \vec{\Delta r} \right| = \Delta s$$

و از آن جایی که در حالت لیمت، انتخاب شده می‌تواند، پس داریم:

$$\left| \vec{v} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad \dots \dots \dots \quad (3-39)$$

در ریاضی خوانده اید که زاویه θ بر حسب رادیان برابر است با نسبت طول قوس مقابل آن زاویه بر شعاع دایره، یعنی: $s = r\theta$ (3-40) یا

بنا بر این با وضع نمودن قیمت Δs ، رابطه (3-39) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} r \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow = \frac{d(r\Delta\theta)}{dt} \\ \vec{v} &= r \frac{d\theta}{dt} \\ \vec{v} &= r \cdot \omega \end{aligned} \quad (3-41)$$

تحقیق کنید



استفاده کننده گان سرعت خطی در حرکت دایره‌یی چه کسانی اند و از آن در کدام موارد استفاده می‌کنند: در این باره در گروههای خود بحث نموده برای هم صنفان خود گزارش دهید.

مثال: یک چرخ بازی اطفال، افراد را در یک سطح افقی و در مسیر دایره‌یی می‌گرداند، طوری که هر فرد حرکت دایره‌یی یکنواخت دارد. اگر دوران کننده در هر 10 ثانیه یک دور بزند و شعاع چرخش برای هر نفر 5 متر باشد، سرعت زاویه‌یی و خطی هر شخص را در این دوران کننده محاسبه می‌نماییم.

حل: زمان دوره چرخش $T = 10s$ است. پس سرعت زاویه‌یی برابر است با:

$$T = 10s$$

$$r = 5m$$

$$\omega = ?$$

$$v = ?$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} rad/s$$

و سرعت خطی آن نیز برابر خواهد بود با:

$$v = r\omega = 5 \cdot \frac{\pi}{5} = 3.14 m/s$$

سؤال

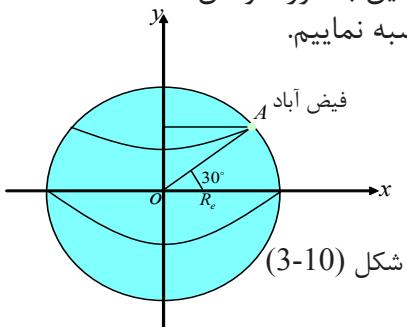
- 1 - طول عقربه‌های ساعت، دقیقه و ثانیه گرد یک ساعت دیواری به ترتیب 12cm , 8cm , 10cm است.
- سرعت خطی نوک هر یک از عقربه‌های این ساعت را سنجش کنید.
- 2 - متحرکی روی مسیر دایره‌بی شکل در مدت 4 دقیقه 600 دور می‌زند. سرعت زاویه‌بی، پریود و فریکونسی متحرک را حساب کنید.

فکر کنید

سرعت زاویه‌بی حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یکسان است یا خیر؟ (چرا؟)

مثال: شهر فیض آباد در مدار جغرافیایی 30° شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌بی و سرعت خطی شخص را که در این شهر زندگی می‌کند، حساب کنید و شاعع زمین را هم $R_e = 6.4 \cdot 10^6 \text{m}$ در نظر بگیرید.

حل: با توجه به این که مدت دوره مکمل چرخش زمین به دور خودش، 24 ساعت است، می‌توانیم سرعت زاویه‌بی هر نقطه روی زمین را محاسبه نماییم.



$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400 \text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{86400} = 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

فاصله فیض آباد از محور چرخش زمین، با توجه به شکل (3-10)، برابر است با:

$$r = R_e \cos 30^\circ \rightarrow \cos 30^\circ = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$r = 6.4 \times 10^6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5.53 \times 10^6 \text{m}$$

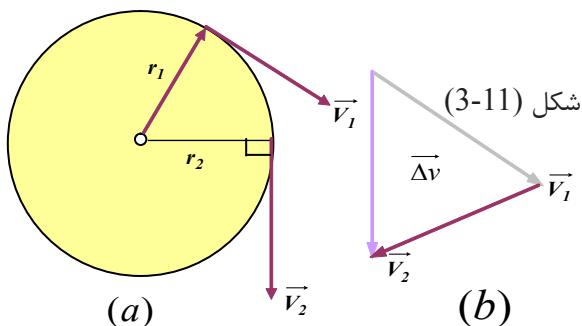
وسرعت خطی شخص در فیض آباد برابر است با:

$$v = r\omega = 5.53 \times 10^6 \times 7.27 \times 10^{-5} = 402.03 \text{ m/s}$$

7-3: شتاب در حرکت دایره‌یی یکنواخت

ذره‌یی را در نظر بگیرید که دارایی حرکت دایره‌یی یکنواخت است، شکل (3-11-a). از این پیش دیدیم که وکتور سرعت در هر لحظه مماس برمسیر دایره است. اگر مکان ذره در لحظه t_1 ، \vec{r}_1 و در لحظه t_2 ، \vec{r}_2 باشد وکتورهای سرعت متوجه در این نقاط به ترتیب بر \vec{v}_1 و \vec{v}_2 عمود اند. وکتور $\vec{\Delta v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ در شکل (3-11-b) رسم شده و دیده می‌شود. با وجود این که اندازه وکتور سرعت ثابت است، اما به علت تغییر جهت وکتور سرعت $\vec{\Delta v} \neq 0$ شتاب متوسط حرکت در این حالت را می‌توان با استفاده از رابطه $a = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$ به دست آورد.

هنگامی که طرف صفر تقریب می‌کند، شتاب حرکت از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$a = \frac{v^2}{r} \dots\dots\dots(3-42)$$

$$a = r\omega^2 \dots\dots\dots(3-43)$$

این شتاب را شتاب جذب به مرکز (Centripetal Acceleration) می‌گویند که جهت این شتاب به استقامت شعاع و متوجه مرکز دایره می‌باشد.

مثال: مهتاب تقریباً در مدت 29.7 روز، یک بار در مسیر تقریباً دایره‌یی به طور یکنواخت به دور زمین می‌گردد. شتاب جذب به مرکز مهتاب را به دست آورید. در صورتی که فاصله بین مرکز زمین و مهتاب $r = 3.84 \times 10^8 m$ باشد.

حل: با استفاده از رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، سرعت زاویه‌یی مهتاب عبارت است از:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{29.7 \times 24 \times 3600} = \frac{6.28 rad}{2566080 s} = 0.0000024473 = 2.44 \times 10^{-6} \frac{rad}{s}$$

به این ترتیب شتاب جذب به مرکز مهتاب برابر است با:

$$a = r\omega^2 = 3.84 \times 10^8 m \times (2.44 \times 10^{-6} \frac{rad}{s})^2 = 3.84 \times 10^8 m \times 5.9536 \times 10^{-12} \frac{rad}{s^2}$$

$$a = 22.861824 \times 10^{-4} \frac{m}{s^2} = 2.28 \times 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

فعالیت



با اعضای گروه خود سنگی را با تار محکمی وصل کنید و در یک سطح قایم به دور دست خود بچرخانید و در مورد عدم سقوط آن به زمین با هم بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید. وقتی کتله m با سرعت ثابت روی یک دایره حرکت می‌کند، شتاب پیدا می‌کند که سمت آن متوجه مرکز دایره است.

سؤال



- در فعالیت بالا، اگر از سنگینی وزنه و اثر مقاومت هوا صرف نظر گردد، چه پیش می‌شود؟
- هنگام اجرای فعالیت، اگر تار ناگهان کنده شود، چه حادثه رخ حواهد داد؟
- کرۀ زمین در هر 24 ساعت یک بار به دور محور خود می‌چرخد. سرعت خطی و شتاب جذب به مرکز در کدام نقاط سطح زمین بیشترین مقدار را دارد؟ اگر شعاع کرۀ زمین را 6400km در نظر بگیریم، بیشترین سرعت خطی و شتاب جذب به مرکز را حساب کنید.

دینامیک حرکت دایره‌یی یکنواخت

در بخش قبلی دیدیم که در حرکت دایره‌یی یکنواخت، شتاب جسم در استقامت شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. بنا بر قانون دوم نیوتون قوه و شتاب هم جهت اند، بنابراین در حرکت دایره‌یی یکنواخت، محصلة قوه‌های وارد بر جسم در استقامت شعاع و به طرف مرکز است که این قوه وارد بر جسم را در حرکت دایره‌یی قوه جذب به مرکز (centrifugal force) می‌نامند. با توجه به رابطه‌های قانون دوم نیوتون، این قوه در حرکت دایره‌یی یکنواخت بر حسب سرعت خطی به صورت ذیل در می‌آید.

$$F = \frac{mv^2}{r} \dots\dots\dots(3-44)$$

و بر حسب سرعت زاویه‌یی (3-45) $F = mr\omega^2$ مقدار محصلة قوه‌های وارد بر جسم در استقامت شعاع دایره است.

فعالیت



فلاخن را به دست خود بگیرید و در بین کاسهٔ فلاخن، سنگ کوچکی به کتله 4 الی 8 گرامه را بگذارید و به دور دست خود (در صحن مكتب) دوران بدهید. سپس در وقت دوران، یک دستهٔ فلاخن را رها سازید و با اعضای گروه خود در مورد علت فرار نمودن سنگ موصوف با هم بحث و نتیجه را به حضور معلم خود توضیح دهید.

مثال: مهره‌یی به کتله 20g را به نخ می‌بندیم و به انتهای دیگر نخ، حلقه کوچکی وصل می‌کنیم. سپس حلقه را مطابق شکل (3-12-a) با میخ کوتاهی در وسط یک میز نصب 25cm می‌کنیم. (از قوه اصطکاک مهره با میز صرف نظر شده است). فاصله مهره از میخ 25cm است.

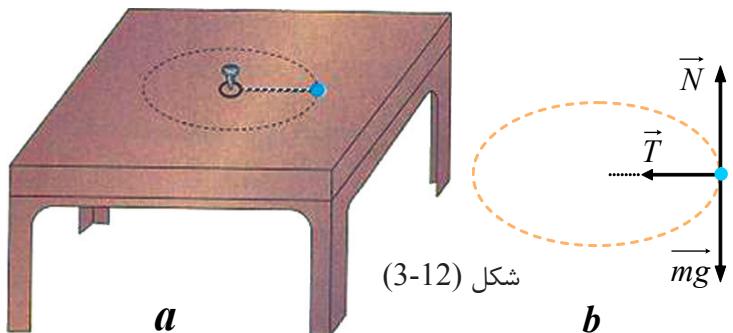
با یک ضربه که به مهره وارد می‌کنیم آن را روی مسیر دایره‌یی به حرکت در می‌آوریم. حال قوه‌های وارد بر مهره را با رسم یک شکل مشخص کنید.

اگر مهره در هر ثانیه یک دور بزند، اندازه قوه کشش نخ را حساب کنید.

حل: در شکل (3-12-b) قوه وزن وقوه عمودی بر تکیه‌گاه در جهت قایم بالای جسم اثرباری کنند که محصلة این دو قوه صفر است، یعنی:

$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$



شکل (3-12)

تنها قوه کشش نخ می‌ماند که در اینجا همان قوه جذب به مرکز یعنی $F = T = \frac{mv^2}{r}$ است.

$$\omega = 2\pi v = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$v = r\omega = 0.25 \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2} = 1.57 \text{ m/s}$$

$$\text{قوه کشش نخ} = T = m \frac{v^2}{r} = 20 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{1}{0.25} \cong 0.2N$$

سؤال

در هر یک از موارد زیر قوه جذب را مشخص کنید.

1 - در حرکت لباس‌هایی که در ماشین لباس شویی می‌چرخدند.

2 - در گردش الکترون به دور هسته.

3 - در گردش سیاره‌ها به دور آفتاب.



خلاصه فصل سوم

- موقعیت جسم در حرکت دو بعدی با وکتور \vec{r} نمایش داده می‌شود که می‌توان آن را به شکل زیر نوشت: $\vec{r} = f(t) \vec{i} + g(t) \vec{j}$

از رابطه دیده می‌شود که وکتور موقعیت تابعی از زمان t است.

- سرعت متوسط جسم در حرکت دو بعدی به صورت زیر می‌باشد: $\vec{v} = (\bar{v}_x) \vec{i} + (\bar{v}_y) \vec{j}$

- سرعت لحظه‌یی، عبارت از لیمت سرعت متوسط است وقتی که Δt به طرف صفر تقریب نماید یا به عبارت دیگر، سرعت لحظه‌یی، مشتق وکتور مکان جسم نسبت به زمان است.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\vec{v}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} \rightarrow \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = (v_x) \vec{i} + (v_y) \vec{j}$$

- وکتور شتاب متوسط را در انتروال زمانی Δt به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\vec{a} = (\bar{a}_x) \vec{i} + (\bar{a}_y) \vec{j}$$

- وکتور شتاب متوسط \vec{a} با Δv هم جهت است.

- شتاب لحظه‌یی در لحظه t_1 را می‌توان به صورت لیمت شتاب متوسط نوشت، وقتی که Δt

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\vec{a}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right)$$

- شتاب لحظه‌یی را با استفاده از مفهوم مشتق نیز چنین می‌توان نوشت:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = (a_x) \vec{i} + (a_y) \vec{j}$$

- در حرکت‌های پرتاتی، مسیر حرکت جسم پرتات شونده در فضای عبارت از یک پارabol می‌باشد.

- معادلات حرکت در پرتات افقی عبارت اند از:

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

- در پرتات مایل، مرکبه‌های شتاب به صورت زیر می‌باشد. $a_x = -g$ و $a_y = 0$

- معادلات x و y به عنوان تابعی از زمان t در حرکت‌های پرتاتی عبارت اند از:

$$x = (v_0 \cos \hat{\alpha}) t \quad y = \frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \hat{\alpha}) t$$

- فاصله افقی را که جسم پرتاب شده در پرتاب مایل طی می‌کند، تا دوباره به ارتفاع اولیه پرتاب برگردد عبارت از Range جسم پرتاب شونده می‌باشد و چنین افاده می‌شود:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\hat{\alpha}}{g}$$

- نقطه اوج (ارتفاع اعظمی) در حرکت پرتابی، بالاترین نقطه‌یی است که جسم پرتاب

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \hat{\alpha}}{2g}$$

$$t = \frac{v_0 \sin \hat{\alpha}}{g}$$

- سرعت زاویه‌یی متوسط ذره در حرکت دایره‌یی به صورت زیر با استفاده از مفهوم مشتق و لیمیت زمان آن تعریف می‌شود. یعنی:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

- سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی رامی‌توان به صورت زیر با استفاده از مفهوم مشتق و لیمیت

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \text{ و یا } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- در حرکت دایره‌یی یکنواخت، سرعت زاویه‌یی ذره‌یی که بر روی مسیر دایره حرکت می‌کند، ثابت باقی می‌ماند.

- پریود، عبارت از مدت زمانی است که در آن ذره بر روی مسیر دایره‌یی، یک دور مکمل را طی می‌کند و با حرف T نمایش داده می‌شود.

- فریکونسی، عبارت از تعداد دورهای ذره در واحد وقت است که با حرف لاتین v نمایش داده می‌شود و واحد اندازه‌گیری آن $\frac{1}{s}$ یا Hz (هرتز) می‌باشد.

- رابطه پریود (T) و فریکونسی (v) به صورت زیر می‌باشد:

$$T = \frac{1}{v}$$

سوال‌های فصل سوم

1 - معادله حرکت جسمی در سیستم SI به صورت $x = t^3 - 3t^2$ است. مطلوب است:

(a) اندازه سرعت متوسط جسم در انتروال زمان 1 تا 2 ثانیه

(b) اندازه سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$

(c) اندازه شتاب متوسط متحرک در انتروال زمانی 2 تا 5 ثانیه

(d) اندازه شتاب متحرک در لحظه $t = 4s$

2 - موتوری در مقابل چراغ سرخ ایستاده است. با سبز شدن چراغ، موتور با شتاب $\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه یک موتور لاری با سرعت ثابت $\frac{36km}{h}$ از کنار آن عبور می‌کند.

(a) گراف‌های $(x-t)$ و $(v-t)$ را برای موتور لاری رسم کنید.

(b) پس از چه مدتی، موتور به لاری می‌رسد؟

3 - وکتورهای موقعیت (مکان) متحرکی در لحظه‌های $t_1 = 5s$ و $t_2 = 25s$ به ترتیب $\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 14\vec{j}$ و $\vec{r}_2 = 8\vec{i} + 6\vec{j}$ است. اندازه سرعت متوسط ذره را بین دو لحظه t_1 و t_2 بدست آورید و با رسم یک گراف، جهت \vec{v} را نشان دهید.

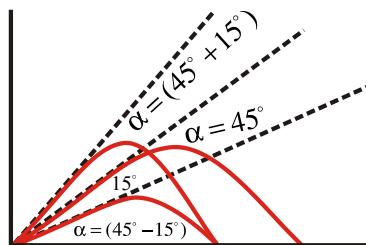
4 - معادله حرکت جسمی توسط دورابطه زیر در SI داده شده است.

$$y = 2t^2 + 1 \quad x = 6t \quad \text{و}$$

(a) معادله سرعت آن را بنویسید و اندازه سرعت را در $t = 2s$ بدست آورید.

(b) معادله مسیر حرکت را بدست آورید.

5 - گالیله در یکی از کتابهای خود می‌نویسد: «برای زاویه‌های پرتابی که به یک اندازه از زاویه 45° بیشتر یا کمتر است، رنج‌ها (بُردّها) مساوی اند...» آیا در شکل زیر، درستی این گفته را دیده می‌توانید؟ شما نیز با ترسیم زوایای پرتابی انتخابی دیگر درستی گفته را تحقیق کنید.



6 - از روی یک پل به ارتفاع 20 متر بالای سطح آب یک رود خانه، جسمی را به طور افقی با سرعت 30 m/s پرتاب می‌کنیم.

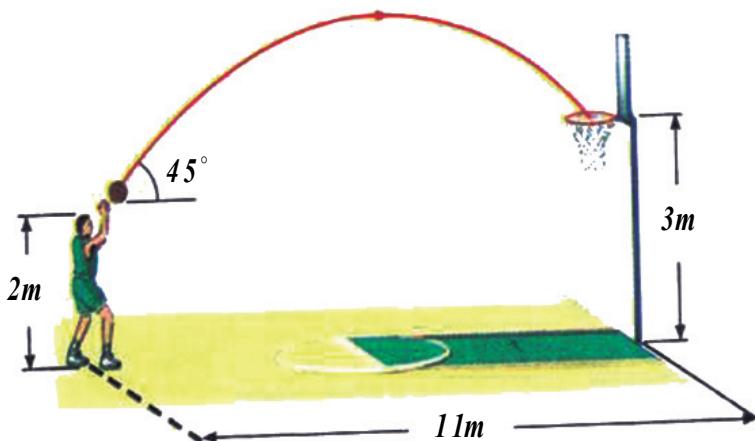
(a) چه مدت زمانی طول می‌کشد تا جسم به آب برخورد کند؟

(b) فاصله افقی نقطه برخورد به آب تا نقطه پرتاب چقدر است؟

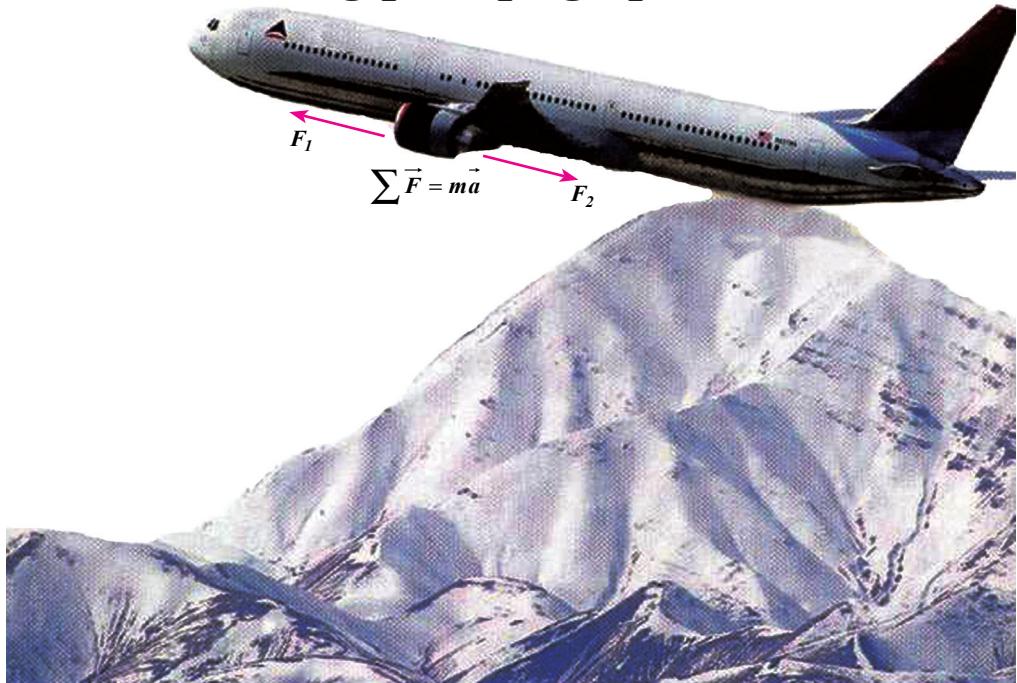
(c) اندازه سرعت برخورد با آب، چقدر است؟

7 - در شکل زیر، سرعت اولیه توپ را طوری حساب کنید که توپ داخل سبد بیفتد.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



قوانين حرکت نیوتن



در فصل دوم با کمیت‌هایی مانند موقعیت، تغییر موقعیت، سرعت، شتاب و ... آشنا شدیم و با تعریف این کمیت‌ها حرکت را توصیف کردیم. خواندیم که ممکن است حرکت با سرعت ثابت انجام شود و یا ممکن است حرکت جسم شتاب‌دار باشد و در نتیجه، سرعت تغییر کند. اما از طرح و پاسخ به پرسش‌هایی مانند: در چه صورتی یک جسم ساکن می‌ماند؟ چگونه می‌توان جسم ساکنی را به حرکت در آورد؟ چه عاملی باعث تغییر سرعت جسم می‌شود؟ چه عاملی باعث تغییر در حرکت و به طور کلی چه عاملی باعث تغییر در وضعیت جسم می‌شود؟ و ... خود داری کردیم. در این فصل به بررسی پرسش‌های بالا می‌پردازیم و به این منظور، قوانین حرکت نیوتن را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و سپس ساحه‌های تطبیق این قوانین را در زندگی روزمره مورد بررسی قرار می‌دهیم. توقع می‌رود که شما در ختم این فصل درباره موضوع‌های زیر معلومات لازم حاصل نمایید.

- قوانین سه گانه نیوتن
- انواع قوه اصطکاک و کار برد آن در زندگی روزمره
- قانون جاذبه نیوتن
- چگونه‌گی حرکت لفت
- مدار دایره‌یی حرکت اقمار مصنوعی

4-1: قانون اول نیوتن

عطالت (انرشیا)

از گذشته می‌دانیم که وقتی در موتور ساکنی نشسته اید و موتور ناگهان شروع به حرکت می‌کند، به عقب رانده می‌شوید و اگر در موتوری در حال حرکت نشسته باشید، در توقف ناگهان، به سمت جلو پرتاپ می‌شوید. آیا تا حال از خود پرسیده اید که دلیل و قوع این حادثه چیست؟ شما زمانی می‌توانید به این پرسش پاسخ بدهید که قبول نمایید هر جسم دارای عطالت (انرشیا) است. عطالت عبارت از مقاومتی است که یک جسم در مقابل هر حرکت به شمول حالت سکون از خود نشان می‌دهد، و یا به عباره دیگر، هیچ جسمی مایل نیست که حالت حرکت و یا سکون خود را تغییر دهد. هر گاه به جسمی هیچ نوع قوه خارجی اثر ننماید، جسم مذکور حالت خود را حفظ می‌کند، یعنی اگر جسم در حالت حرکت باشد به حرکت مستقیم الخط منظم خود ادامه می‌دهد و اگر در حالت سکون باشد، حالت سکون خود را حفظ می‌کند. حال با دانستن مفهوم عطالت به بررسی پرسشی که در ابتدای این درس به عمل آمد، می‌پردازیم. هر گاه شخصی در بین موتوری که در حالت سکون است، ایستاده باشد و موتور به یکباره گی شروع به حرکت نماید، شخص مذکور به طرف عقب پرتاپ می‌شود، زیرا پاهای شخص مذکور با موتور شروع به حرکت نموده، ولی بدن آن که به موتور تکیه ندارد نظر به خاصیت عطالت، میل دارد، حالت سکون خود را حفظ نماید. بعد از برقراری حالت تعادل یعنی زمانی که موتور حرکت یکنواخت مستقیم الخط را به خود اختیار نماید، دیگر شخص در بین موتور احساس حرکت نمی‌نماید، زیرا تمايل ندارد که به حرکتش توقف دهد. اگر موتور ناگهان بر ک بگیرد، دیده می‌شود که شخص به طرف جلو پرتاپ می‌شود و سبب آن این است که پاهای شخص تابع موتور ساکن و بدن آن نظر به خاصیت عطالت مایل است به حرکت خود ادامه دهد.

فعالیت



مواد ضروری: کاغذ (مقوای)، سکه، ظرف شیشه‌یی یا گیلاس

طرز العمل: کاغذ را روی ظرف شیشه‌یی قرار دهید و بروی کاغذ سکه را قرار دهید، سپس مراحل زیر را

اجام دهید:

1) کاغذ را موازی با مستوی آن با سرعت زیاد کش کنید.

2) کاغذ را موازی با مستوی آن با سرعت کم کش کنید.

در هر دو مرحله آن‌چه را که اتفاق افتاده است، یادداشت کنید و در گروههای مختلف صنفی بحث کنید، و

نتیجه را به صنف گزارش دهید.

حال که بیشتر به مفهوم عطالت (انرشیا) پی بودید، به مطالعه قانون اول نیوتن می‌پردازیم:
 نیو تن، دانشمند انگلیسی با آگاهی از نظریه های دانشمندان قبل از خود، موفق شد قانون های حرکت را که امروز به نام خود او (قانون های نیوتون درباره حرکت) یاد می شود، بیان نماید. وی قانون اول رادر کتاب خود چنین بیان کرده است:
 «یک جسم حالت سکون و یا حرکت یکنواخت روی خط مستقیم خود را حفظ می کند، مگر آن که تحت تأثیر قوه‌یی، مجور به تغییر حالت آن شود».

از قانون اول نتیجه می‌گیریم که اگر به جسمی قوه وارد نشود، چنانچه ساکن باشد، ساکن باقی می‌ماند و اگر در حرکت باشد به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد. با توجه به آن‌چه که گفته شد، به قانون اول نیوتون، قانون عطالت (انرشیا) نیز می‌گویند. به جسم‌های اطراف خود نگاه کنید، آیا می‌توانید جسمی را پیدا کنید که به آن قوه وارد نشود؟، تا بتوان قانون اول نیوتون را به طور کامل تطبیق کرد. چون به همه جسم‌ها قوه وزن وارد می‌شود، در نتیجه نمی‌توان جسمی را یافت که به آن قوه وارد نشود. امروزه دانشمندان از قانون اول نیوتون برای فرستادن ماهواره‌ها و سفینه‌های فضایی به خارج از زمین استفاده می‌کنند. وقتی سفینه به اندازه کافی از زمین دور می‌شود، با ماشین خاموش و با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. (چرا؟)

4-2: قانون دوم نیوتون

در قانون اول نیوتون خواندیم که جسم حالت سکون خود را حفظ می‌کند، در صورتی که بالای آن قوه‌یی عمل ننماید و یا بر عکس، اگر جسم در حرکت باشد و بالای آن قوه‌یی عمل ننماید، جسم حالت حرکت ثابت خود را ببروی خط مستقیم حفظ می‌کند. اما بین قوه وارد برجسم، کتله و شتاب حرکت چه رابطه‌ای وجود دارد؟ ما در حیات روزمره مشاهده می‌نماییم، که برای به حرکت در آوردن یک جسم بزرگ نسبت به یک جسم خورده به قوه بیشتری ضرورت است. همچنان می‌دانیم که به عین قوه می‌توان جسم کوچکی را نسبت به جسم بزرگی، سریع‌تر حرکت داد. از این‌جا نتیجه می‌شود که بین شتاب اجسام، کتله و قوه‌یی که بالای اجسام تطبیق می‌شود، ارتباط وجود دارد. رابطه بین قوه وارد برجسم، کتله و شتاب حرکت جسم موضوع قانون دوم نیوتون است. قانون دوم نیوتون بیان می‌دارد که «اگر به یک جسم قوه‌هایی وارد شود، جسم شتابی می‌گیرد که با محصلة قوه‌های وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و آن هم جهت است و با کتله جسم نسبت معکوس دارد». اگر کتله جسم، m و قوه‌های وارد برآن، \vec{F} باشد، قانون دوم نیوتون با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{و یا} \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

واحد اندازه‌گیری قوه، نیوتون (N) است که از رابطه بالا تعریف می‌شود. اگر در این رابطه، کتله بر حسب کیلوگرام (kg) و شتاب بر حسب متر بر مربع ثانیه (m/s^2) باشد، قوه بر حسب $kg \cdot m/s^2$ حساب می‌شود که آن را نیوتون (N) می‌نامیم. بنابراین «یک نیوتون، مقدار قوه‌یی است که اگر به جسمی با کتله یک کیلوگرام وارد شود، به آن شتابی برابر با یک متر فی ثانیه مربع می‌دهد».

مثال: جسمی دارای کتله 20kg با شتاب $1.5m/s^2$ در حرکت است. محصلة قوه‌های وارد بر جسم چند نیوتون است؟

$$a = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow 1.5 = \frac{F}{20} \Rightarrow F = 1.5 \times 20 = 30 \text{ N}$$

حل:

مثال: به هریک از کتله‌های $m_1 = 5 \text{ kg}$ و $m_2 = 12 \text{ kg}$ قوه $N = 15$ وارد می‌کنیم، شتاب هریک از دو کتله را حساب می‌نماییم.

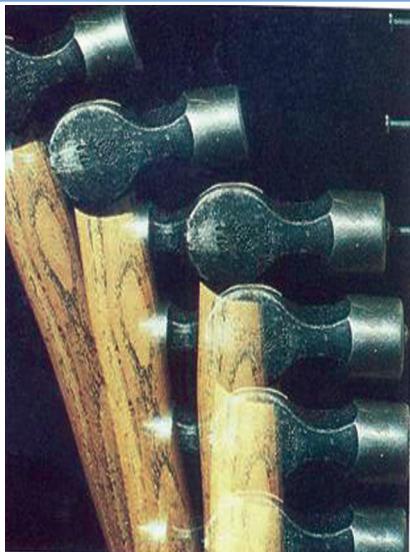
$$\rightarrow a = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$a_1 = \frac{15}{5} = 3 \text{ m/s}^2 \quad \text{و} \quad a_2 = \frac{15}{12} = 1.25 \text{ m/s}^2$$

حل:

سؤال

چه مقدار قوه لازم است تا موتری با کتله 1500 kg را که با سرعت 100 km/h در حرکت است، پس از طی مسافت 55 m متوقف کند؟

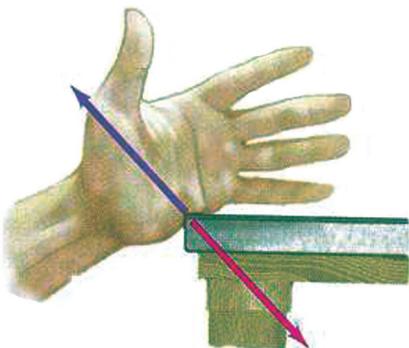


3-4: قانون سوم نیوتون

قانون اول نیوتون، وضعیت جسم را در عدم موجودیت قوه و قانون دوم، وضعیت آن را وقتی تحت تأثیر قوه است، توصیف می‌کند. اما این قانون‌ها مشخص نمی‌کنند که قوه وارد بر جسم از کجا به آن وارد می‌شود؟ قانون سوم نیوتون به بررسی همین مسئله می‌پردازد که قوه وارد به جسم از کجا به آن وارد می‌شود. اگر به فعالیت‌های روزمره خود به طور دقیق نگاه کنیم، می‌بینیم که هم‌واره یک جسم به جسم دیگر قوه وارد می‌کند.

شکل (4-1) چکش قوه‌ای را به میخ وارد می‌کند و میخ نیز در خلاف جهت قوه چکش، به چکش قوه وارد می‌کند.

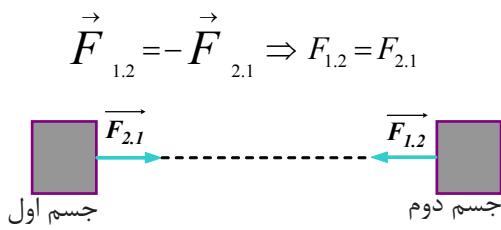
بازیکن فوتبال، با پا به توب ضربه می‌زند، یعنی با پا به توب قوه وارد می‌کند. شخصی که یک جسم را روی زمین می‌کشد، به آن قوه وارد می‌کند و یا چکشی که به میخ کوبیده می‌شود، بر میخ قوه وارد می‌کند و ... نیوتون با بیان قانون سوم، مشخص می‌کند که قوه برعیک جسم همیشه از طرف جسم دیگر وارد می‌گردد و علاوه بر آن معلوم می‌کند که وارد کردن قوه، عمل یک طرفه نیست؛ بلکه همواره عمل دو طرفه است.



شکل (4-2) اگر دست شما به لبّه میز قوه وارد کند، لبّه میز نیز به همان اندازه ولی در خلاف جهت به دست شما قوه وارد می‌کند.

قانون سوم نیوتون بیان می‌دارد که «هر گاه جسمی به جسم دیگر قوه وارد می‌کند، جسم دوم هم به جسم اولی قوه‌یی برابر (مساوی)، ولی در خلاف جهت به آن وارد می‌کند». اگر قوه‌یی را که جسم اول به جسم دوم وارد می‌کند، قوه (عمل) بنامیم، قوه جسم دوم که بر جسم اول وارد می‌شود، قوه (عکس العمل) خواهد بود.

در شکل (4-3) قوه $\vec{F}_{1,2}$ (قوه‌یی که جسم اول به دوم وارد می‌کند) قوه عمل و قوه $\vec{F}_{2,1}$ (قوه‌یی که جسم دوم به جسم اول وارد می‌کند) عکس العمل آن است.



شکل (4-3)

برای شناختن قوه‌های عمل و عکس العمل توجه کنید که : این دو قوه همواره هم اندازه و در جهت‌های مخالف یکدیگر اند.

بیشتر بدانید



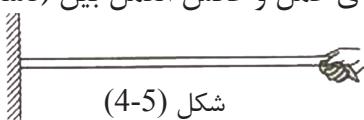
شکل (4-4)

یکی از کاربردهای مهم قانون سوم نیوتن عبارت از پرتاب سفینه‌های فضایی از سطح زمین به طرف فضا می‌باشد. سفینه‌ای فضایی توسط گازی که از ماشین آن خارج می‌شود، به طور عمود به سطح زمین قوه وارد می‌کند و بر اساس قانون سوم نیوتن، گاز خارج شده از ماشین سفینه نیز قوه‌یی هم اندازه ولی در خلاف جهت (به طرف بالا) به سفینه فضایی وارد می‌کند.



بحث کنید

در گروه‌های مختلف صنفی در مورد این که «چه دلیل باعث می‌شود تا موتور به سمت جلو حرکت کند» بحث کنید و نتیجه مباحثت خود را به صنف گزارش دهید.



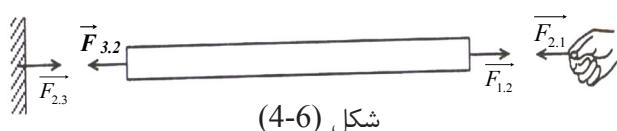
شکل (4-5)

حل:

در قسمت‌های مختلف شکل، قوه‌های بین دست، طناب و دیوار نشان داده شده است. در این شکل‌ها، دست را جسم 1، طناب را جسم 2 و دیوار را جسم 3 نام‌گذاری کرده‌ایم:

$$\vec{F}_{1.2} = -\vec{F}_{2.1} \Rightarrow \text{عمل و عکس العمل}$$

$$\vec{F}_{2.3} = -\vec{F}_{3.2} \Rightarrow \text{عمل و عکس العمل}$$



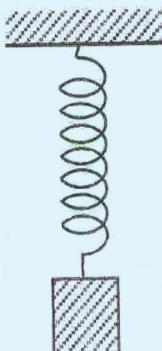
شکل (4-6)

فعالیت



جسمی را به یک سر فنری وصل کرده و فنر را از سر دیگر آن آویزان می‌کنیم، اگر سیستم (جسم - فنر) در حال سکون باشد:

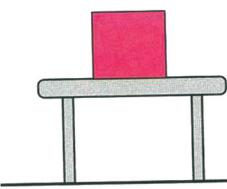
- (a) قوه‌های وارد بر جسم را مشخص کنید.
- (b) عکس العمل این قوه‌ها را مشخص کنید و توضیح دهید که هر کدام به چه جسمی وارد می‌شوند؟



شکل (4-7)

قوه عمودی تکیه گاه

جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل (4-8)، بر روی سطح افقی میزی به حال سکون قرار دارد، در این وضعیت چه قوه‌هایی به جسم وارد می‌شود؟



اگر کتله جسم برابر با m باشد، قوه وزن جسم $w = mg$ از طرف زمین به جسم وارد می‌شود و آن را به سوی پایین می‌کشد. پس چرا جسم به طرف پایین حرکت نمی‌کند؟

شکل (4-8)

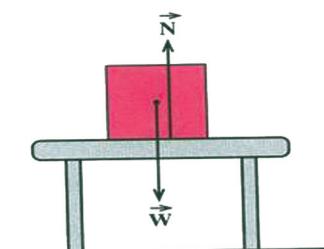
چون جسم ساکن است، شتاب حرکت آن صفر است؛ یعنی ($a = 0$). از قانون دوم نیوتون نتیجه می‌شود که محصله قوه‌های وارد بر جسم صفر است ($F = ma = 0$) در نتیجه، باید قوه‌بی مساوی با وزن جسم؛ اما در خلاف جهت به آن عمل کند تا با خنثی کردن قوه وزن، مانع از شتاب گرفتن جسم شود.

در شکل (4-9)، قوه‌های وارد بر جسم نشان داده شده‌اند. قوه N ، که از طرف میز بر جسم وارد می‌شود آن را «قوه عمودی تکیه‌گاه» می‌نامیم. که با استفاده از قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:

$$F = ma = 0$$

$$N - W = 0$$

$$N = W$$



شکل (4-9)

اکنون فرض کنید، مطابق شکل (4-10)، قوه‌بی به اندازه F را به طور عمود و به طرف پایین بر جسم وارد می‌کنیم. آیا قوه عمودی تکیه‌گاه که میز بر جسم وارد می‌کند، تغییر می‌کند؟

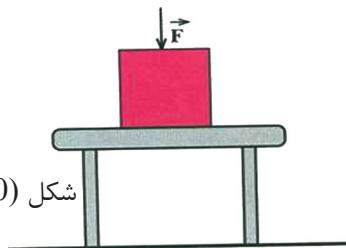
قوه‌های وارد بر جسم را در شکل (4-11) نشان داده‌ایم، چون شتاب جسم صفر است، در نتیجه بر اساس قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

$$F = ma = 0$$

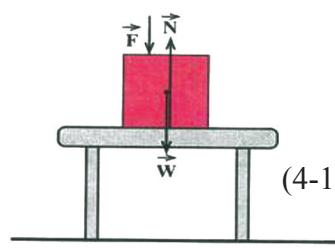
$$N - F - W = 0$$

$$N = F + W$$

شکل (4-10)



شکل (4-11)



بنا براین قوه عمودی تکیه‌گاه، به اندازه (F) افزایش یافته است.

فعالیت

- بر روی یک ترازوی فرنی ایستاد شوید و عددی را که ترازو در حالت‌های زیر نشان می‌دهد، بخوانید.
- a) ساکن روی ترازو ایستاده اید.
b) در حالی که روی ترازو ایستاده اید، با دست خود به میزی که در کنار تان است، تکیه می‌کنید.

4-4: تطبیق قوانین نیوتون



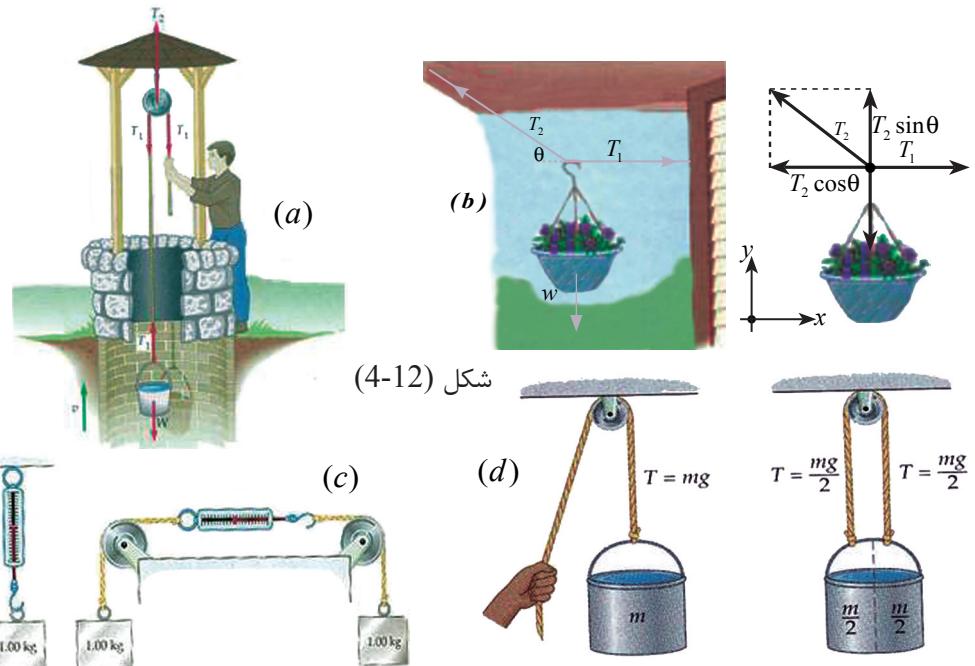
در تصویر، شخصی که به ریسمان آویزان شده است، ممکن هر گز درباره قوانین نیوتون فکر نکند، اما قوانین مذکور بالایش در هر لحظه از کوشش‌هایی که برای در تعادل نگذاشتن وجودش در ریسمان به کار می‌برد، دخیل و اثر گذار هستند. او بر قوه‌های که بالای ریسمان برای مقاومت کردن به مقابل وزنش عمل می‌کنند و هم چنان به آن قوه‌ها که توسط چرخ‌ها به سمت‌های مطلوب موجه شده‌اند باورمند است او می‌تواند ذهنش را در موجودیت قوه ذاتی اصطکاک ک که بین دستانش و ریسمان عمل می‌کند، انکشاف دهد.

ما با همهٔ حوادث در زنده‌گی روزمره، فهمیده یا نفهمیده تابع قوانین حرکت نیوتن هستیم. شما نمی‌توانید با سرپیچی از اصول این قوانین اعضای بدن خود را حرکت دهید، موتوری را برانید و یا توپی را بالا پرتاب نمایید و ... خلاصه این که تمام قوانین برای هستی ما توسط همین سه بیان اساسی که توضیح کننده سه قانون حرکت نیوتن و مربوط به ماده و حرکت آن می‌باشد، محصور شده است. قوانین نیوتن به طور شگفت‌آوری در کهکشان‌ها، سیاره‌ها و حتا در افتدان یک سبب از درخت همانا به طور ساده و طبیعی به نظر می‌خورند، در حالی که این قوانین در تمام حوادث زنده‌گی روزمرهٔ ما قابل تطبیق بوده و مطالعه عوامل حرکت پیچیده‌ترین اسرار عالم هستی را به ما می‌شناساند. امروز ما تا هنوز قوانین نیوتن را در تمام بخش‌های فریک، اساسی و ضروری می‌دانیم و بهتر است، بگوییم که این قوانین می‌توانند برای توضیح و تحلیل علم حرکت، عالی‌ترین مهر صحت بگذارند؛ ولی نه مکمل ترین. اگر چه در اوایل قرن بیستم فیزیکدان‌ها کشف کردند که قوانین نیوتن فقط برای اجسامی که سرعت آن‌ها کمتر و یا نزدیک به سرعت نور باشد و همچنان برای اجسامی که کتله‌های شان از لحاظ اندازه بزرگ‌تر و یا برابر به اтом‌ها باشند، قابل تطبیق است. ولی در تجربه‌های روزمره انسان‌ها تاکنون هم قوانین نیوتن حوزهٔ نهایت وسیعی برای تطبیق دارد. قوانین حرکت نیوتن بر انواع زیاد سیستم‌ها چنانکه در مباحث قبلی مطالعه کردید، تطبیق شده می‌تواند. در این بحث انواع قوه‌های جدید در سیستم‌های جدید را که قوانین نیوتن می‌تواند بالای جسم‌های در حال حرکت در مسیرهای مختلف قابل تطبیق باشد مطالعه خواهد کرد.

آن‌چه گفته شد نمونه مثال‌های محدودی از موارد بی‌شمار تطبیق قوانین نیوتن در جهان به حساب می‌آیند.

تطبیق قانون نیوتن در تعادل انتقالی جسم‌ها

وقتی می‌گوییم جسم در تعادل انتقالی است، معنای این را می‌دهد که محصلة قوه‌های واردہ بالای آن جسم صفر است، یعنی $\sum \vec{F} = 0$ از قانون دوم نیوتن بیانیه بالا معادل به این است که بگوییم شتاب جسم صفر است. در سیستم‌های دو بعدی تعادل انتقالی در دو بعد به طور مستقل تطبیق می‌شود، یعنی $\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 0$ چنانکه می‌دانید، اجسامی که دو نوع حرکت (خطی و دورانی) دارند، در آن‌ها تعادل دورانی به همان اندازه مهم است که تعادل انتقالی در آن‌ها حائز اهمیت است. حال وقتی از تعادل نام می‌بریم، منظور ما تعادل انتقالی است. شکل‌های زیر مثال‌های مختلفی را از تعادل انتقالی نشان می‌دهند.



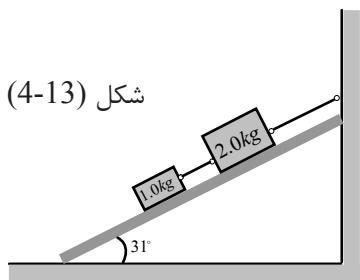
در شکل (4-13) تطبیق قانون نیوتن را در بحث تعادل انتقالی روی یک سطح مایل به حیث یک مثال عمومی مطالعه می‌کنیم. در این شکل دیده می‌شود که دو بلوک توسط یک تار باهم وصل شده‌اند و هر دو از انجام تار دیگر به دیوار بسته شده‌اند.

اکنون در این شکل با استفاده از قانون دوم نیوتن و شرط تعادل انتقالی، اگر کتله بلوک پایینی 1.0 kg و کتله بلوک بالایی 2.0 kg و زاویه 31° باشند، قوه کشش تار را در وضعیت‌های زیر به دست آرید.

a- کشش تاری که بین هر دو بلوک اتصال دارد.

b- کشش تاری که به دیوار بسته شده است.

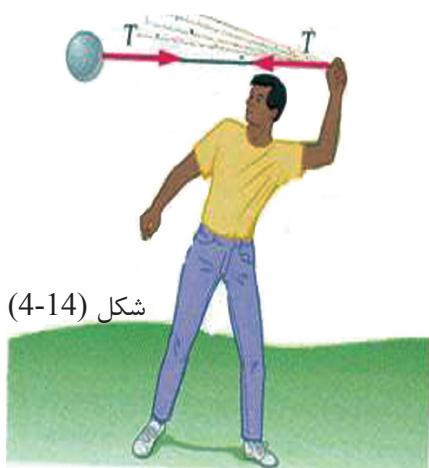
شکل (4-13)



تطبیق قانون دوم نیوتن در حرکت دایره‌بی

براساس قانون دوم نیوتن، اگر بالای یک جسم متحرک کدام قوه عمل نکند، جسم به سرعت و سمت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد، یعنی برای تغییر دادن سرعت و یا جهت حرکت یک جسم، یک قوه ضروری است. به طور مثال اگر موتوری را روی یک مسیر دایره‌بی با سرعت ثابت می‌رانیم، جهت حرکت موتور به طور دوامدار در هر لحظه تغییر می‌نماید. برای تغییر دادن این جهت، یک قوه باید بالای موتور عمل کند. ما می‌خواهیم دو چیز را درباره قوه‌یی که سبب حرکت دایری می‌گردد، مطالعه کنیم،

یکی سمت این قوه و دیگری مقدار آن. در نخست باید سمت این قوه را مطالعه کنیم. فرض می‌کنیم یک توپی که با یک تار بسته شده مطابق شکل (4-14) با حرکت دایره‌یی بالای سر ما می‌چرخد. وقتی که شما توپ را دور می‌دهید، یک قوه کشش را در تار احساس می‌کنید که دست شما را به سمت بیرون کش می‌کند. آشکارا در انجام دیگر تار که به توپ اتصال دارد این قوه کشش به سمت مخالف؛ یعنی به طرف مرکز دایره عمل می‌کند که به طور خلاصه چنین می‌توان گفت:

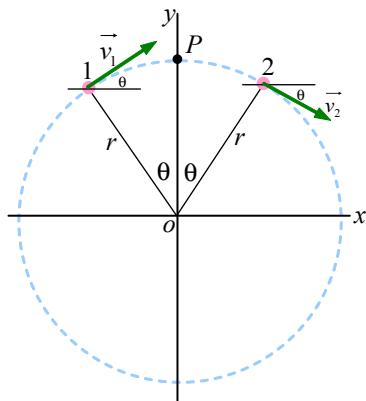


(برای این که یک جسم بتواند با سرعت ثابت روی یک دایره حرکت نماید، یک قوه‌یی که جهت آن متوجه مرکز دایره می‌باشد، باید بالای آن عمل کند تا جسم مذکور را به مرکز دایره کش نماید). چنانکه توپ به طرف مرکز دایره کش می‌شود، در نخست این عجیب و غیر عادی به نظر می‌رسد که چگونه توپی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، دارای شتاب است. پاسخ این است که شتاب زمانی به وجود می‌آید که سرعت و یا سمت حرکت تغییر نماید، در حرکت دایره‌یی جهت حرکت در هر لحظه تغییر می‌کند.

نتیجه شتاب به سوی مرکز را شتاب الی المرکز (Centripetal acceleration) می‌گویند که بعد از این آن را به (a_{cp}) نشان می‌دهیم. باید مقدار \vec{a}_{cp} را برای جسمی که با سرعت ثابت (V) روی یک سطح دایره‌یی به شعاع (r) دور می‌خورد محاسبه نماییم.

شکل (4-15)

یک ذره روی مسیر دایره‌یی با مرکز O در حرکت است. ذره ثابت است؛ اما سرعت آن به طور ثابت در حال تغییر است.



شکل (4-15) مسیر دایره‌یی را با مرکز دایره در مبدا کمیات وضعیه نشان می‌دهد. برای حساب کردن شتاب در نقطه P در بالای دایره، نخست شتاب متوسط (\vec{a}_{av}) را از نقطه 1 تا نقطه 2 چنین به دست می‌آوریم.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$$

شتاب لحظه‌یی در نقطه P عبارت از لیمیت $\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$ است، وقتی که نقاط 1 و 2 باهم بسیار نزدیک شوند. دوباره به شکل بالا ببینید، دیده می‌شود که \vec{v}_1 به زاویه θ بالای خط افقی و \vec{v}_2 به عین زاویه θ در تحت خط افقی قرار دارد. هر دو \vec{v}_1 و \vec{v}_2 دارای مقدار استند که قرار زیر هر دو وکتور سرعت را چنین می‌توان نوشت:

$$\vec{V}_1 = (v \cos \hat{\theta})x + (v \sin \hat{\theta})y$$

$$\vec{V}_2 = (v \cos \hat{\theta})x + (-v \sin \hat{\theta})y$$

از نتیجه تفاضل روابط بالا قیمت \vec{a}_{av} را چنین به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{-2v \sin \hat{\theta}}{\Delta t} y$$

به یاد داشته باشید که جهت \vec{a}_{av} در نقطه P به طرف مرکز دایره است. برای تکمیل محاسبه به Δt (زمانی که جسم از نقطه 1 به نقطه 2 می‌رود) ضرورت داریم. چون سرعت جسم، V و $(2\hat{\theta}) = d = r$ فاصله طی شده از نقطه 1 تا نقطه 2 است که در رابطه مذکور θ به رادیان اندازه می‌شود، با وضع نمودن d رابطه بالا، قیمت Δt را این‌طور به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{2r\hat{\theta}}{v}$$

از مقایسه Δt و قیمت \vec{a}_{av} که در بالا حاصل شده، داریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{-2v \sin \hat{\theta}}{(2r\hat{\theta}/v)} y = -\frac{v^2}{r} \left(\frac{\sin \hat{\theta}}{\hat{\theta}} \right) y$$

برای دریافت \vec{a} در نقطه P ، باید نقاط 1 و 2 را با نقطه P به حدی نزدیک سازیم که به صفر تقریب کند. (شما می‌دانید که وقتی زاویه θ به صفر تقریب کند، در آن صورت نسبت $\lim_{\hat{\theta} \rightarrow 0} \frac{\sin \hat{\theta}}{\hat{\theta}}$ به طرف (1) تقریب می‌کند) یعنی:

$$\lim_{\hat{\theta} \rightarrow 0} \frac{\sin \hat{\theta}}{\hat{\theta}} = 1$$

بالاخره شتاب لحظه‌یی در نقطه P عبارت است از:

چنانکه گفته شد، جهت شتاب به طرف مرکز دایره بوده و دیده می‌شود که مقدار آن $\frac{V^2}{r}$ می‌باشد. اکنون نتایج بالا را چنین خلاصه می‌کنیم:

وقتی که یک جسم به سرعت (V) روی مسیر یک دایره با شعاع (r) حرکت می‌کند، شتاب الى مرکز عبارت از $\frac{V^2}{r}$ می‌باشد. یک قوه باید بالای جسم عمل کند تا به جسم مذکور حرکت دایری بدهد. برای یک جسم دارای کتله m، مقدار قوه محصلة عامل بالای آن توسط رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$F_{cp} = ma_{cp} = m \frac{V^2}{r}$$

جهت این قوه به طرف مرکز دایره موجه است. باید دانست که قوه الى مرکز F_{cp} می‌تواند به یک تعداد طریقه‌های زیادی به وجود آید. به طور مثال F_{cp} ممکن است؛ مانند بالا کشش یک تار باشد، ممکن است از اثر اصطکاک بین سرک و تایرهای موتر به وجود آید (وقتی که موتر در یک سرک دور می‌خورد)، F_{cp} می‌تواند قوه جاذبه که سبب چرخش قمر مصنوعی و یا دوران مهتاب به دور زمین باشد. پس F_{cp} عبارت از قوه‌یی است که باید وجود داشته باشد تا سبب حرکت دایری بی گردد.

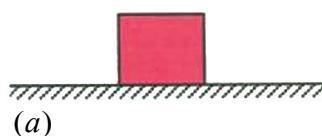
4-5: قوه اصطکاک

در در صنف‌های گذشته در مورد اصطکاک به طور فشرده آشنا شدید. تجارت روزمره نشان می‌دهد که اگر گلوله‌یی روی یک سطح افقی به حرکت بیاید، گلوله مذکور بعد از طی فاصله‌یی متوقف می‌گردد، در حالی که بر اساس قانون اول نیوتون باید این گلوله به حرکت مستقیم الخط منظم خود برای همیشه ادامه دهد، و یا اگر یک رقاشه به اهتزاز آورده شود، مشاهده می‌گردد که با گذشت زمان فاصله رقاشه از خط عمودی آهسته، آهسته کم گردیده و در نتیجه رقاشه ساکن می‌گردد. اما نظر به قانون تحفظ انرژی میخانیکی، به دلیل تبدیل شدن انرژی پتانسیل به انرژی حرکی و بر عکس آن، باید اهتزاز رقاشه مذکور باعین فاصله از خط عمودی به صورت متناوب برای همیشه تکرار شود و کاهش در این فاصله هر کزبه مشاهده نرسد. از ساکن شدن گلوله بالای سطح افقی و کاهش فاصله رقاشه از خط عمودی نتیجه می‌شود که به طور حتمی برخلاف جهت حرکت آن‌ها، قوه‌یی عمل نموده است، که این قوه را به نام «قوه اصطکاک» یاد می‌کنند. قوه اصطکاک وقتی به وجود می‌آید که یک جسم جامد بالای جسم جامد دیگر، در بین مایع و یا در بین گاز حرکت نماید. قوه اصطکاک را در دو حالت بررسی می‌کنیم.

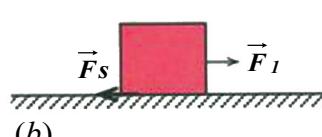
1 جسم نسبت به سطحی که بر روی آن قرار دارد، کش شده؛ ولی ساکن می‌ماند. در این حالت، قوه اصطکاک را به نام «قوه اصطکاک ستاتیکی (سکون)» یاد می‌کنند.

2 - جسم نسبت به سطحی که برآن قرار دارد، در حرکت می‌باشد. در این حالت، قوه اصطکاک را «قوه اصطکاک دینامیکی (حرکی)» می‌نامند. در زیر هر یک از حالت‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم:

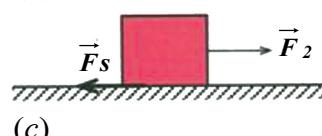
1 - قوه اصطکاک سکون (ستاتیکی): اصطکاک بین جامدات که با یکدیگر در تماس هستند، به علتی به وجود می‌آید که سطح تماس اجسام هیچ‌گاه هموار و مسطح نمی‌باشد. بنابراین وقتی که یک جسم جامد روی جسم جامد دیگری کشانده می‌شود. در این حالت سطوح اجسام مذکور بالای یکدیگر تولید اصطکاک می‌کنند.



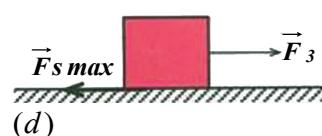
(a)



(b)



(c)



(d)

حال فرض کنید، جسمی مطابق شکل (a) روی یک سطح افقی به حالت سکون قرار دارد. به جسم قوه افقی \vec{F} را وارد می‌کنیم. در ابتدا اندازه این قوه را کوچک و برابر می‌گیریم، به طوری که جسم ساکن بماند.

شکل (b)، چون جسم ساکن است، بر اساس قانون دوم نیوتون باید محصلة قوه‌های واردہ بر جسم مساوی به صفر باشد. بنابراین باید قوه افقی مانند \vec{F}_1 به جسم وارد شده باشد تا با خنثی کردن اثر قوه \vec{F}_1 ، مانع شتاب گرفتن و حرکت جسم شده باشد.

شکل‌های (4-16)

قوه \vec{F}_s را سطح تکیه‌گاه به جسم وارد می‌کند که به این قوه، «قوه اصطکاک ستاتیکی» می‌گوییم.

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = 0$$

$$F_1 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = F_1$$

حال فرض کنید که اندازه قوه \vec{F}_1 را افزایش داده و به اندازه \vec{F}_2 می‌رسانیم. در این حالت، اگر جسم هم‌چنان ساکن باقی بماند، با استدلال شبیه بالا، نتیجه می‌گیریم که قوه اصطکاک ستاتیکی افزایش یافته و برابر \vec{F}_2 شده است. بنا بر این با افزایش قوه \vec{F} ، قوه اصطکاک ستاتیکی نیز افزایش می‌یابد.

اگر به همین ترتیب مقدار قوه \vec{F}_2 را افزایش دهیم و آن را با \vec{F}_3 نشان دهیم، جسم در اثنای حرکت قرار می‌گیرد. این بدان معناست که اگر اندازه قوه F_3 از مقدار f_s اندکی بیشتر شود، جسم ساکن نمانده و شروع به حرکت می‌کند. به قوه اصطکاک در این حالت «قوه اصطکاک در اثنای حرکت» گفته می‌شود و با $f_{s \max}$ نشان داده می‌شود. از قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که در حالت اخیر، $F_3 = f_{s \max}$ است و همچنین اندازه اصطکاک در اثنای حرکت را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$f_{s \max} = \mu_s \cdot N \dots (a)$$

در این رابطه، N قوه عمودی تکیه‌گاه است و ضریب اصطکاک ستاتیکی نام دارد که تابع نوعیت و طبیعت سطوحی که با یکدیگر در تماس هستند می‌باشد. μ_s یک کمیت فزیکی بدون واحد است. چرا؟

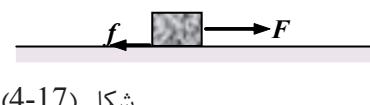
نوت: رابطه (a) بالا فقط در حالتی درست است که جسم در اثنای حرکت قرار داشته باشد.

بنابراین قوه اصطکاک ستاتیکی همواره از مقدار « $N \cdot \mu_s$ » کوچک‌تر، و حداقل (Maximum)

آن برابر با $N \cdot \mu_s$ یعنی $f_s \leq N \cdot \mu_s$ است.

مثال: جسمی با کتله 10kg را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک ستاتیکی $\mu_s = 0.4$ قرار داده و آن را با قوه افقی 25 نیوتن کش می‌کنیم، ولی قادر به تکان دادن آن نیستیم. اندازه قوه اصطکاک بر حسب نیوتن را دریابید.

$$\left. \begin{array}{l} m=10\text{kg} \\ \mu_s=0.4 \\ F=25\text{N} \\ V=0 \\ f_s=? \end{array} \right\}$$



شکل (4-17)

حل: چون با وارد کردن قوه F ، جسم حرکت نمی‌کند و ساکن باقی می‌ماند، به این معنی که مقدار قوه اصطکاک ستاتیکی جسم بزرگ‌تر از این قوه وارد است، یعنی:

$$F_s = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot m \cdot g = 0.4 \times 10\text{kg} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 40\text{N} > F$$

سؤال



در شکل مقابل جسمی با کتله 2kg روی سطح افقی قرار دارد و قوه‌های F_1 و F_2 که اندازه هر کدام 5 نیوتن است بر جسم عمل می‌کند. جسم در حال حرکت یکنواخت قرار دارد. ضریب اصطکاک ستاتیکی بین جسم و سطح افقی را به دست آورید.

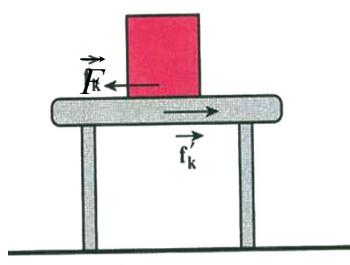
$$F = w = (10 \times 2)\text{N}$$

شکل (4-18)



2- قوه اصطکاک حرکی (دینامیکی): فرض کنید که صندوقی را روی یک سطح افقی کش می کنید. اگر صندوق را دیگر کش نکنید، می بینید که سرعت آن آهسته، آهسته کاهش می یابد و پس از لحظاتی می ایستد. اگر موتری را که روی یک سطح افقی در حال حرکت است، برک کنید، پس از مدتی موتر می ایستد. با توجه به این که قوه، عامل تغییر سرعت است، باید قوه‌یی بر خلاف جهت حرکت، به جسم وارد شده باشد. این قوه عبارت از قوه اصطکاک حرکی (دینامیکی) می باشد. هرگاه جسم جامدی روی سطح جسم جامددیگری حرکت کند، قوه‌یی موازی به سطح تماس به هریک از دو جسم، از طرف یک جسم به جسم دیگر، وارد می شود که قوه اصطکاک حرکی (دینامیکی) نام دارد. در این جا نیز مانند رابطه بالا معادله زیر صدق می کند:

$$F_k = \mu_k \cdot N$$



شکل (4-19)

عبارت از ضریب اصطکاک حرکی (دینامیکی) می باشد.



بحث کنید

در گروههای مختلف صنفی در مورد «تفاوت بین قوه اصطکاک سنتاتیکی و قوه اصطکاک حرکی» باهم بحث کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

مثال: جسمی با کتله 12kg را توسط طنابی که به آن وصل است، روی سطح افقی می کشیم، اگر جهت طناب افقی، ضریب اصطکاک حرکی بین سطح تماس دو جسم برابر به 0.25 باشد. قوه اصطکاک حرکی وارد بر جسم چند نیوتون خواهد بود؟ (g را برابر به 10m/s^2 فرض کنید). موضوع را در زیر مورد بررسی قرار می دهیم.

حل: قوه‌های وارده بر جسم در شکل زیر نشان داده شده است. چون جسم در امتداد سطح افقی حرکت می کند، از قانون دوم نیوتون نتیجه می شود که محصلة قوه‌های وارده بر جسم در جهت عمود صفر است:

$$N - W = 0$$

$$N = W = mg$$

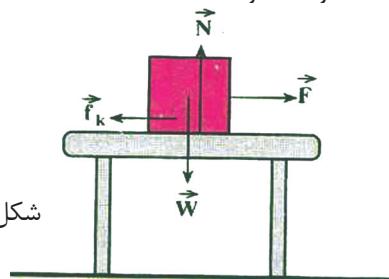
$$N = 120(\text{N})$$

$$f_k = \mu_k \cdot N$$

$$f_k = 0.25 \times 120$$

$$f_k = 30(\text{N})$$

شکل (4-20)



مثال: در مثال قبل، اگر طناب را با قوّه $F=36\text{ N}$ بکشیم، شتاب حرکت چقدر خواهد بود؟

حل: از قانون دوم نیوتون برای محاسبه شتاب استفاده می‌کنیم. محصلة قوه‌های واردہ بر

جسم برابر است با:

$$F - F_k = m \cdot a$$

$$\Rightarrow a = \frac{F - F_k}{m} = \frac{36 - 30}{12}$$

$$a = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

تمرین:

در شکل مقابل، جسم با شتاب $\frac{4m}{s^2}$ در حال حرکت است. اگر کتله جسم 20 kg باشد،



ضریب اصطکاک حرکی را به دست آورید.

4-6: قانون جاذبه نیوتون

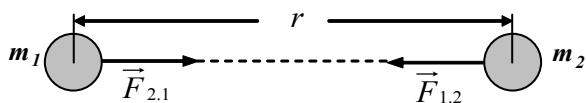
آیا تا کنون از خود پرسیده اید که چرا وقتی یک جسم را به طرف بالا پرتاپ می‌کنیم، پس از مدتی به پایین می‌افتد؟ و یا چرا آب در جویبارها به طرف پایین حرکت می‌کند؟ از زمان‌های قدیم، بشرمی دانست که زمین، جسم‌های مجاور خود را به سوی خود می‌کشد. به این قوه، قوه جاذبه گفته می‌شود. نیوتون دانشمند انگلیسی با بیان قانون جاذبه، نشان داد که قوه جاذبه میان هر دو جسم وجود دارد. بنا بر قانون جاذبه نیوتون، هر دو کتله، همواره یکدیگر راجذب می‌کنند. نیوتون قانون جاذبه را به صورت زیر بیان نمود:

«قوه جاذبه میان دو کتله با حاصل ضرب کتله‌ها نسبت مستقیم و با مربع فاصله آن‌ها از یکدیگر، نسبت معکوس دارد».

اگر کتله‌های m_1 و m_2 و فاصله میان آن‌ها مطابق شکل زیر برابر به r باشد، اندازه قوه جاذبه‌یی میان دو کتله (F) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\vec{F}_{1.2} = -\vec{F}_{2.1} \quad \text{عمل و عکس العمل} \Rightarrow F_{1.2} = F_{2.1} = F$$

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \dots \dots \dots (1)$$



شکل (4-21)

در این رابطه G ثابت جهانی جاذبه نام دارد. در سیستم SI واحد اندازه‌گیری کتله، کیلوگرام (kg)، واحد اندازه‌گیری قوه، نیوتن (N) و واحد اندازه‌گیری فاصله، متر (m) است، پس G

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

برابر است با:

مثال: دو جسم با کتله‌های $5kg$ و $12kg$ در فاصله یک متری از یکدیگر قرار دارند. قوه جاذبه‌یی میان آن‌ها را محاسبه نمایید.

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{5 \times 12}{1^2} \Rightarrow F = 4 \times 10^{-9} N$$

حل:

همان‌طور که مثال بالا نشان می‌دهد. قوه جاذبه‌یی میان جسم‌های با کتله‌هایی کوچک، قابل صرف نظر است.

سؤال

کتله زمین تقریباً $10^{24} kg$ و شعاع زمین تقریباً $6.4 \times 10^6 m$ است، قوه جاذبه‌یی زمین که به شما وارد می‌شود، حدود چند نیوتن است؟ (برای محاسبه این قوه، کتله زمین را متمرکز در مرکز زمین فرض کنید).

قوه وزن - شتاب جاذبه

در فصل دوم در بحث سقوط آزاد اجسام، دانستیید که شتاب در حرکت سقوط آزاد، برای تمام جسم‌ها یکسان و برابر به g است، قوه‌یی که با عث ایجاد این شتاب می‌شود از قانون دوم نیوتن چنین محاسبه می‌کنیم. (2)

$$F = ma, a = g \Rightarrow F = mg \dots \dots \dots (2)$$

از طرف دیگر می‌دانیم که قوه وزن، باعث سقوط جسم می‌شود. اگر قوه وزن را با حرف w نشان دهیم . با توجه به رابطه (2) خواهیم داشت: (3)

$$F = W \Rightarrow w = mg \dots \dots \dots (3)$$

قوه وزن، عبارت از قوه جاذبه‌یی است که زمین به جسم وارد می‌کند. اگر کتله و شعاع زمین را به ترتیب با M_e و R_e نشان دهیم، با استفاده از رابطه (1) نیز می‌توان وزن جسم، یعنی

$$W = F \Rightarrow W = G \frac{m \cdot M_e}{R_e^2} \dots \dots \dots (4)$$

$$m \cdot g = G \frac{m \cdot M_e}{R_e^2} \Rightarrow g = G \frac{M_e}{R_e^2} \dots \dots \dots (5)$$

نوت: هر قدر از سطح زمین دور شویم مقدار g کاهش می‌یابد. اگر در ارتفاع کیفی h از

$$g' = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

سطح زمین، g را برابر به g' فرض کنیم، خواهیم داشت:



تحقیق کنید

تحقیق کنید که ضریب ثابت جهانی جاذبه (G) نخستین بار توسط چه کسی محاسبه شده است، خلاصه روش کار او را به صفحه گزارش دهید.



سؤال

با توجه به این که مقدار متوسط g در سطح زمین در حدود 9.8 m/s^2 و شاعع زمین حدود $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ است، کتله زمین را حساب کنید



شکل (4-22)

پروژه

برای مطالعه حرکت پروژه لازم است، سقوط آزاد جسمی را که شتاب آن هنگام سقوط در جو زمین به نسبت موجودیت مقاومت هوا در تغییر است، مطالعه نماییم. یک هوا باز از پروژه به منظور کمایی کردن یک قوه بزرگ مقاومت هوا که بتواند موازنی را با قوه وزنش به وجود آورده و او را به طرف بالا کش کند، استفاده می کند (مقدار این قوه کش کننده حتا اگر پروژه بازهم نباشد قابل صرف نظر نیست و در چنین حالتی، هوا باز به سرعت زیاد سقوط خواهد کرد).

قوه مقاومت کش کننده به طرف بالا که بالای جسمی در حال سقوط در هوا وارد می شود (که بعد از این، این قوه F_d نشان خواهیم داد)، و با زیاد شدن سرعت جسم به طور اتوماتیک افزایش می یابد و مقدار آن متناسب با

$$\text{مربع سرعت جسم می باشد؛ یعنی: } F_d = bV^2$$

قیمت b ثابت بوده و به اندازه و شکل جسم مربوط می باشد و جهت قوه مقاومت مخالف جهت حرکت می باشد. چون با زیاد شدن سرعت، قوه مقاومت افزایش می یابد، پس وقتی که قوه مقاومت کش کننده با وزن جسم از نظر مقدار مساوی گردد، در چنین حالت خواه مخواه جسم سقوط کننده در وضعیت تعادل قرار خواهد گرفت.

سرعتی که در آن مقدار قوه مقاومت مساوی به وزن جسم می شود، به نام سرعت حدی جسم یاد می شود. وقتی که سرعت جسم به سرعت حدی نزدیک شده می رود، شتاب کوچک و کوچکتر می گردد. زمانی که جسم به سرعت حدی می رسد، شتاب آن صفر می گردد. اگر سرعت حدی را به V_t نشان دهیم، چون مقدار قوه مقاومت در این سرعت با وزن جسم مساوی است، پس می توانیم بنویسیم:

$$F_d = mg = bV_t^2 \Rightarrow b = mg/V_t^2$$

بنابرآن برای هر سرعت اختیاری می‌توان نوشت:

$$F_d = mg \frac{V^2}{V_t^2}$$

سرعت حدی جسم مربوط به اندازه، شکل و کتله آن می‌باشد. جدول زیر سرعت‌های حدی چند جسم را به طور نمونه نشان می‌دهد:

سرعت حدی (m/s)	جسم
0.5	پر مرغ
1	دانه برف
7	قطرۀ باران
5–9	هوایاز (با پراشوت باز)
50–60	عقاب پرنده
80	هوایاز (با پراشوت پرنده)
100	مرمی

مثال 1 - دو هوایاز دارای پراشوت‌های هم مانند بوده و کتلۀ‌های آن‌ها (به شمول پراشوت‌ها) 62.0Kg و 82.0Kg می‌باشد. کدام هوایاز سرعت حدی بیشتر دارد و نسبت سرعت‌های حدی شان را دریابید.

روهنمود برای حل مثال

چون پراشوت‌ها هم مانند استند، پس توقع این است که در یک سرعت معین باید مقدار قوه مقاومت کش کننده بالای هر دو پراشوت یکسان عمل نماید.

هوایاز سنگین‌تر باید برای این‌که قوه مقاومت برابر به وزنش باشد، سریع‌تر سقوط نماید، بنابرآن هوایاز 82.0Kg، باید سرعت حدی بزرگ‌تر داشته باشد.

برای تعیین نسبت سرعت‌های حدی، ابتدا می‌یابیم که چطور سرعت‌های حدی مربوط به کتلۀ می‌شوند، و سپس بالای این نسبت‌ها کار خواهیم کرد.

حل: در سرعت حدی V_t قوه مقاومت باید مساوی به وزن جسم باشد؛ یعنی:

$$mg = F_d = bV_t^2$$

چون پراشوت‌ها یکسان هستند، انتظار داریم که قیمت ثابت b برای هر دو پراشوت یکسان باشد، بنابرآن: چون $V_2 \propto \sqrt{m}$ ، پس هواباز سنگین‌تر سرعت حدی بزرگ‌تر داشته و او برای این که قوه مقاومت را با وزنش در توازن آورد، باید سریع‌تر حرکت کند. پس نسبت سرعت‌های حدی چنین خواهد بود:

$$\frac{V_{t2}}{V_{t1}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{82,0\text{Kg}}{62,0\text{Kg}}} = 1,15$$

سرعت حدی هواباز دارای وزن 82.0Kg است، برابر به 1,15 چند سرعت حدی هواباز کم وزن تر است یعنی 15% سریع‌تر حرکت نموده.

مباحثه: هواباز دارای وزن 82.0Kg، 32% سنگین‌تر است، زیرا: $\frac{82,0\text{Kg}}{62,0\text{Kg}} = 1,32$ اما سرعت

حدی آن فقط 15% زیاد‌تر است و سبب آن این است که قوه مقاومت یک راست متناسب با مربع سرعت است؛ یعنی همین 15% سرعت بیشتر، قوه مقاومت را 32% افزایش می‌دهد، یعنی: $(1 \cdot 15)^2 = 1 \cdot 32$

تمرین

یک پیلوت خود را با پراشوت از ارتفاع 2000m از سطح زمین از طیاره اش سقوط می‌دهد. اگر کتله مجموعی پیلوت و پراشوت 112kg باشد، قوه مقاومت هوا زمانی که پیلوت به سرعت حدی می‌رسد، چند است؟

مثال - یک توپ با سکتبال از بالای یک تعمیر مرتفع رها می‌شود.

a. شتاب اولی توپ در لحظه سقوط چند است؟

b. شتاب توپ را در لحظه‌یی که به سرعت حدی اش می‌رسد، حساب کنید.

c. شتاب توپ را در لحظه‌یی که سرعت آن به نصف سرعت حدی می‌رسد، دریابید.

رهنمود برای حل مثال

محور مثبت \vec{Y} را انتخاب می‌کنیم تا طبق معمول نقاط را روی آن به سمت بالا نشانی کنیم. چون توپ از حالت سکون پرتاب می‌شود، بنابرآن یگانه قوه‌یی که در لحظه اول پرتاب بالای آن عمل می‌کند، قوه جاذبه زمین است. در این لحظه چون سرعت صفر است، قوه مقاومت هوا هم صفر است. وقتی که توپ در حرکت است، قوه مقاومت در قوه منتجه واردہ برجسم سهیم می‌باشد.

حل:

a. چون قوه مقاومت صفر است، شتاب اولیه مساوی به شتاب سقوط آزاد است، یعنی:

$$(\vec{a} = \vec{g})$$

b. وقتی که توپ به سرعت حدی اش می‌رسد، مقدار قوه مقاومت مساوی به وزن توپ بوده؛ ولی به سمت مخالف عمل می‌کند، و چون در این حالت $\vec{a} = \vec{O}$ قوه منتجه بالای توپ صفر است، پس شتاب در سرعت حدی صفر می‌باشد، یعنی:

$$a = O$$

C وقتی که توپ به نصف سرعت حدی در حال سقوط است، قوه مقاومت مهم است، اما این قوه از وزن توپ کمتر است. قوه محصله به سمت پایین و بنابرآن شتاب نیز (هر چند با مقدار کمتر) به طرف پایین عمل می‌کند. می‌دانیم که قوه مقاومت در هر سرعت توسط رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$F_d = mg \frac{V^2}{V_t^2}$$

همچنان می‌دانیم که این قوه به سمت مخالف وزن به طرف بالا عمل می‌کند، پس قوه

$$\sum F_y = Fd - mg = mg \frac{V^2}{V_t^2} - mg = mg \left(\frac{V^2}{V_t^2} - 1 \right)$$

با تطبیق قانون دوم نیوتون داریم که: برای به دست آوردن قیمت شتاب حاصله می‌توان نوشت:

$$ma_y = mg \left(\frac{V^2}{V_t^2} - 1 \right) \Rightarrow a_y = g \left(\frac{V^2}{V_t^2} - 1 \right)$$

در لحظه‌ی سرعت مساوی به نصف سرعت حدی است، یعنی:

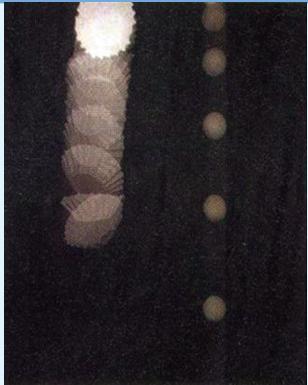
$$a_y = g \left(\frac{1}{4} - 1 \right) = -\frac{3}{4}g \rightarrow \text{پس شتاب توپ } a = -\frac{3}{4}g \rightarrow \text{بوده و جهتهای } a \text{ و } g \text{ هر دو به طرف پایین است.}$$

مباحثه: چطور می‌توانیم بدانیم که مقاومت هوا قابل صرف نظر است؟ اگر ما سرعت حدی جسم را به طور تخمین بدانیم، در آن صورت خواهیم دانست که به هر اندازه سرعت جسم به مقایسه سرعت حدی کوچک‌تر باشد، به همان اندازه مقاومت هوا زیادتر قابل صرف نظر می‌باشد.

فعالیت

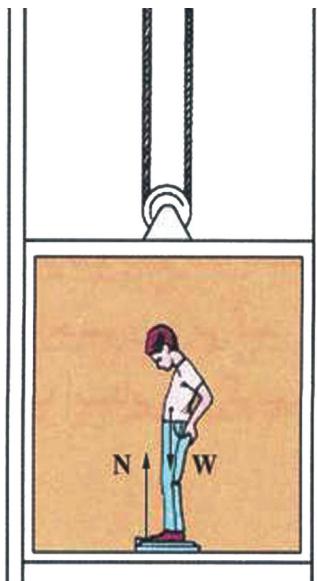


در یک لوژ یا محل بالا بروید و یا به یک زینه بالا شوید و از آن جا یک کاغذ سبد شکل یا جامک کاغذ کیک و یک سکه پنج افغانیکی را هم‌زمان رها کنید. مقاومت هوا در مقابل سکه کاغذ خیلی قابل ملاحظه است و سبد کم و ارتفاع بسیار بلند رها شود. در حالی که مقاومت هوا در مقابل سبد کاغذ خیلی قابل ملاحظه است و سبد کم و بیش به زودی به سرعت حدی اش می‌رسد. چند سبد کاغذی (از دو تا چهار عدد) را باهم یک‌جا نموده و آن‌ها را با سبد اولی هم‌زمان رها نمایید. چی را مشاهده خواهید کرد؟ آیا سرعت حدی بسته‌های کاغذ سبد بیشتر است؟ چرا؟ اکنون یک کاغذ سبد را کلوه کنید و بعد هم‌زمان آن را با سکه رها کنید. خواهید دید در حالی که مقاومت هوا اکنون تغییر نموده؛ ولی هنوز هم قابل ملاحظه است. چرا؟



دوباره، در گروههای باهم بحث کنید و شکل زیر را که یک تصویر ستروبوسکوپیک بود و سقوط دو جسم در هوا را با سرعتهای حدی بسیار متفاوت نشان می‌دهد، مشاهده کنید، و به کمک آن درباره فعالیتی که انجام داده اید، در گروههای باهم بحث و مناقشه بپردازید (تصویرها در وقفه‌های ثابت زمانی ۱,۱۵ عکاسی شده است).

شکل (4-23)



لفت: 4-7

لفت چیست؟ آیا تا به حال از خود پرسیده اید که لفت از نقطه نظر فزیک چگونه کار می‌کند؟ وقتی در داخل لفت قرار دارید و لفت با سرعت ثابت v به طرف بالا یا پایین حرکت می‌کند، چه اتفاقی می‌افتد؟ و یا اگر لفت با شتاب ثابت a شروع به حرکت کند، چه اتفاقی می‌افتد؟ و ... این‌ها همه پرسش‌هایی هستند که شما در ختم این درس توانایی پاسخ دادن به آن‌ها را حاصل خواهید کرد.

برای پاسخ دادن به پرسش‌هایی بالا به مثال زیر توجه کنید:
 فرض کنید که شخصی با کتلهٔ m در داخل لفت بروی یک ترازوی فنری قرار دارد. مقدار قوّه واردہ بر ترازوی فنری را که شخص بروی آن قرار دارد، در سه حالت زیر مورد مطالعه قرار می‌دهیم:

1- اگر لفت ساکن باشد: در این حالت چون لفت ساکن است، در نتیجه شتاب حرکت صفر خواهد بود، قوههای وارده بر شخص در شکل (4-24) نشان داده شده است، پس می‌توان بر اساس قانون دوم نیوتون نوشت که: $a = 0$

در این حالت می‌توان نتیجه گرفت که، وقتی شخصی در درون لفت قرار دارد و لفت دارای شتاب صفر است، ترازوی فنری تنها قوه وزن جسم یعنی $W = mg$ را نشان می‌دهد.

۲ - لفت با شتاب ثابت a به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند: در این حالت، شتاب حرکت به اندازه a به طرف بالا است و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم که:

$$\begin{aligned} F &= ma \\ N - W &= ma \\ N - mg &= ma \\ N &= ma + mg \\ N &= m(a + g) \dots \quad (2) \end{aligned}$$

۳ - لفت با شتاب ثابت a به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند: در این حالت نیز، شتاب حرکت به اندازه a به طرف پایین است (جهت حرکت روبه پایین را مثبت در نظر می‌گیریم) و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت که:

$$\begin{aligned} F &= ma \\ W - N &= ma \\ mg - N &= ma \\ N &= mg - ma \\ N &= m(g - a) \dots \quad (3) \end{aligned}$$

نوت: با توجه به سه حالت بالا می‌توان نتیجه گرفت: «زمانی که لفت ساکن است و یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند، عددی که ترازوی فرنگی نشان می‌دهد، برابر با وزن واقعی شخص، یعنی: $N = W$ » است. هنگامی که لفت با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت می‌کند، عددی را که ترازوی فرنگی نشان می‌دهد، از وزن واقعی شخص بزرگ‌تر است؛ یعنی: $(N > W)$ و زمانی که لفت با شتاب مثبت روبه پایین حرکت می‌کند، عددی که ترازوی فرنگی نشان می‌دهد، از وزن واقعی شخص کوچک‌تر؛ یعنی: $(N < W)$ می‌باشد.

مثال: شخصی با کتله 70 kg داخل لفت ایستاده است، قوه عمودی‌یی را که قاعده لفت به شخص وارد می‌کند، در حالت‌های زیر محاسبه کنید.
(a) لفت ساکن است.

(b) لفت با سرعت ثابت به طرف بالا در حرکت است.

(c) لفت با شتاب ثابت $\frac{2m}{s^2}$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند، ($g = 10\text{ m/s}^2$ فرض شود).

حل: (a) چون لفت ساکن است، شتاب حرکت صفر است و در نتیجه:

$$a = 0$$

$$F = N - W = mg$$

$$N = W = mg$$

$$N = 70 \times 10 = 700 \text{ N}$$

(b) در این حالت چون لفت با سرعت ثابت به طرف بالا در حرکت است، در نتیجه شتاب حرکت صفر است و با محاسبه مانند حالت a نتیجه می‌شود که $N = 700$ است.

(c) در این حالت، شتاب حرکت $\frac{2m}{s^2}$ و به طرف بالا است و با توجه به قانون دوم نیوتن خواهیم داشت:

$$F = m \cdot a$$

$$N - W = ma$$

$$N - 700 = 70 \times 2$$

$$N = 840 \text{ N}$$

سؤال

شخصی داخل لفت بروی یک ترازوی فنری قرار دارد. کتله شخص $kg 50$ است. در حالتهای زیر ترازوی فنری چه عددی را نشان می‌دهد:

(a) لفت با شتاب $\frac{2m}{s^2}$ به طرف بالا حرکت می‌کند.

(b) لفت با شتاب $\frac{2m}{s^2}$ به طرف پایین حرکت می‌کند.

(c) لفت با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

مدارهای دایره‌یی حرکت اقمار مصنوعی

همان‌طور که می‌دانیم، قمر مصنوعی به دور زمین بر روی یک مسیر تقریباً دایره‌یی حرکت می‌کند. حال فرض کنید، شخصی در داخل قمر مصنوعی قرار دارد. به نظر شما شخص مذکور حرکت خود را نسبت به زمین چگونه می‌بیند؟ چه قوه‌هایی با لای قمر مصنوعی عمل می‌نماید؟



شخصی که در قمر مصنوعی قرار دارد، مشاهده می‌کند که قمر مصنوعی همیشه عین فاصله را از زمین دارد (بهدلیل مسیر دایره‌یی اش). یا به عبارت دیگر این شخص مشاهده می‌کند که قمر مصنوعی نظر به زمین ساکن است. بنابراین شخص مذکور نتیجه می‌گیرد که هیچ قوه‌یی بالای قمر مصنوعی عمل نمی‌نماید.

شکل (4-25)

اما با توجه به آن‌چه که از این پیش در مورد حرکت‌های دایره‌بی خواندید، می‌توان گفت که بالای قمر مصنوعی دو قوه عمل می‌نماید. یکی قوه جاذبه mg و دیگری قوه فرار از مرکز $mR\omega^2$ ، که هردو قوه به جهت‌های مختلف از یکدیگر قرار دارند. چون قمر مصنوعی از نقطه نظر شخصی که در قمر مصنوعی قرار دارد، ساکن است. بنابراین می‌توان گفت که دو قوه بالا با یکدیگر در حالت توازن قرار دارند.

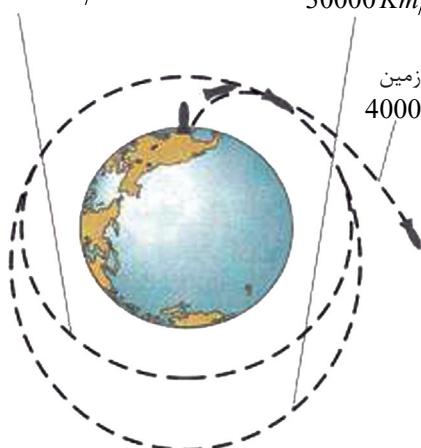
و یا به عبارت دیگر، این دو قوه با یکدیگر مساوی هستند یعنی:

$$m \cdot g = mR\omega^2 \dots \dots \quad (1)$$

$$g = R\omega^2$$

حرکت دایره‌بی به سرعت

27000 Km/h

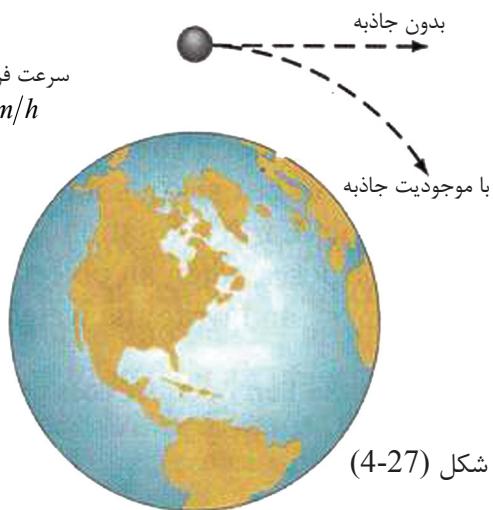


شکل (4-26)

حرکت بیضه‌بی به سرعت

30000 Km/h

سرعت فرار از زمین
 40000 Km/h



شکل (4-27)

$$\text{چون } \frac{V}{R} = \omega \text{ است و } V \text{ سرعت خطی قمر مصنوعی می‌باشد، پس با وضع نمودن قیمت} \\ \text{داریم که:} \quad g = \frac{V^2}{R} \dots \dots \quad (2)$$

از اینجا نتیجه می‌شود که شخص و اشیای دیگر در داخل قمر مصنوعی در اثنای حرکت بی وزن می‌گردند. زیرا بر اساس معادله (1)، وزن قمر مصنوعی مساوی به قوه فرار از مرکز بوده و محصلة آن‌ها صفر می‌باشد.



خلاصه فصل چهارم

- قوانین حرکت نیوتن، مهم‌ترین قوانین حرکت شناسی در فریک کلاسیک می‌باشد.
- قانون اول نیوتن (قانون عطالت یا انرشیا) بیان می‌دارد که: «یک جسم حالت سکون و یا حرکت یکنواخت روی خط راست خود را حفظ می‌کند، مگر آن که زیر تأثیر قوه‌یی، مجبور به تغییر حالت آن شود.»
- قمرهای مصنوعی که توسط بشر به فضا پرتاب می‌شوند، از قانون سوم نیوتن استفاده می‌کنند.
- قانون دوم نیوتن بیان می‌دارد که: «اگر به یک جسم قوه‌های وارد شود، جسم شتابی می‌گیرد که با محصلة قوه‌های وارد برآن، نسبت مستقیم و با آن هم جهت است و باکتله جسم نسبت معکوس دارد» که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{یا} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

- قانون سوم نیوتن بیان می‌دارد که: «هرگاه یک جسم به جسم دیگر قوه وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول قوه‌یی برابر به آن، ولی در جهت مخالف بر آن وارد می‌کند» که به صورت ذیل نوشته می‌شود.

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \dots \quad \begin{matrix} \text{از نقطه نظر وکتوری} \\ \text{از نقطه نظر سکالری} \end{matrix}$$

- به قانون سوم نیوتن قانون عمل و عکس العمل نیز می‌گویند. قوه عمودی تکیه گاه، یکی از قوه‌های است که برای آن قانون مشخصی وجود ندارد، یعنی رابطه‌یی وجودندارد تا به کمک آن بتوان اندازه این قوه را محاسبه کرد. اما همان‌طور که خواندید، اندازه این قوه را به کمک قانون دوم نیوتن محاسبه می‌کنیم.

- قوه اصطکاک ستاتیکی: جسم نسبت به سطحی که برروی آن قرار دارد، کشیده شده ولی، ساکن باقی می‌ماند. در این حالت، قوه اصطکاک را قوه اصطکاک ستاتیکی می‌نامیم. قوه اصطکاک ستاتیکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F_{S \max} = \mu_s \cdot N$$

- هنگامی که جسم نسبت به سطحی که بر روی آن قرار دارد در حرکت باشد، در این حالت، قوه اصطکاک را قوه اصطکاک حرکی (دینامیکی) می‌نامیم که به صورت زیر نوشته می‌شود :

$$f_k = \mu_k \cdot N$$

m_1 و m_2 به ترتیب عبارت از ضریب‌های اصطکاک ستاتیکی و حرکتی می‌باشند که دارای واحد اندازه‌گیری نمی‌باشند.

اگر دو کتله m_1 و m_2 باشند و فاصله میان آن‌ها برابر به r باشد. اندازه قوه جاذبه‌یی میان

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \text{دو کتله (F) از رابطه زیر به‌دست می‌آید:}$$

رابطه بالا عبارت از قانون جاذبه نیوتون می‌باشد که با حاصل ضرب دو کتله m_1 و m_2 رابطه مستقیم و با مربع فاصله میان این دو کتله رابطه معکوس دارد.

- قوه وزن، عبارت از قوه جاذبه‌یی است که زمین به جسم وارد می‌کند.

- مقدار قوه جاذبه زمین که بر جسم وارد می‌شود از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$W = G \frac{m \cdot M_e}{R_e^2}$$

- مقدار شتاب جاذبه زمین (g) از رابطه $g = G \frac{M_e}{R_e^2}$ به‌دست می‌آید.

- اگر جسم در ارتفاع h از سطح زمین قرار داشته باشد در نتیجه، رابطه بالا به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$g' = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

- هنگامی که لفت با سرعت ثابت حرکت کند، $N = W$ ، اگر لفت با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت کند، آنگاه $W < N$ و اگر لفت با شتاب ثابت به طرف پایین حرکت کند، در نتیجه $W < N$ می‌باشد.

- بالای اقمار مصنوعی دو قوه عمل می‌نماید. یکی قوه جاذبه (قوه جذب به مرکز)، و دومی قوه فرار از مرکز.

سوال‌های فصل چهارم

- 1 - قانون های حرکت نیوتون چه چیزی را بیان می کنند؟

2 - قانون اول نیوتون را تعریف کنید. از این قانون چه نتیجه هایی می گیریم؟

3 - عطالت یا انرشیا را تعریف کنید.

4 - قانون دوم نیوتون را بیان کنید و رابطه آن را با ذکر واحد های اندازه گیری آن بنویسید.

5 - قانون سوم نیوتون را تعریف کنید.

6 - چرا در جاده افقی که سطح آن یخ بندان است، موتر نمی تواند از گولاپی جاده تابعیت کند و در امتداد خط راست از جاده منحرف می شود؟

7 - سه مثال از قانون اول نیوتون بیان کنید.

8 - به جسمی با کتله 2kg ، قوه 20 N وارد می شود:

(a) شتاب حرکت جسم را حساب کنید.
(b) اگر قوه، 30 N نیوتون شود، در شتاب حرکت چه تغییری وارد می شود؟

9 - دو جسم با کتله های m_1 و m_2 که روی سطح افقی به حالت سکون قرار دارند، تحت تاثیر قوه های یکسان شروع به حرکت می کنند. اگر بعد از گذشت زمان t ، سرعت آن ها به ترتیب V_1 و V_2 شود، نسبت $\frac{V_1}{V_2}$ را محاسبه کنید.

10 - جسمی در حالت سقوط است (از مقاومت هوا صرف نظر کنید). چه قوه های بر آن وارد می شود؟ عکس العمل این قوه را مشخص کنید.

11 - قانون جاذبه نیوتون را بیان کنید و رابطه آن را بنویسید.

12 - دو جسم با کتله های 2kg و 5kg در فاصله $\sqrt{6.67}\text{ m}$ از هم دیگر قرار دارند، قوه جاذبه بیی میان آن ها را حساب کنید.

13 - در شکل های زیر قوه عمودی تکیه گاه را حساب کنید ($g = 10\text{ m/s}^2$ فرض شود).



- 14 - مطابق شکل، جسمی را به طنابی بسته و آن را در استقامت عمودی نگهداشته ایم:
 a) اگر دستگاه با شتاب s^2 ^{2m} به طرف با لا حرکت کند. قوه کشش طناب را حساب کنید.
 b) اگر دستگاه با شتاب s^2 ^{2m} به طرف پایین حرکت کند. قوه کشش طناب چند نیوتن خواهد بود؟



c) اگر دست‌گاه با سرعت ثابت حرکت کند، قوهٔ کشش طناب چقدر خواهد بود؟

15 - انواع قوه‌های اصطکاک را نام برد و توضیح دهید که این قوه‌ها چه وقت پدیدار می‌شوند؟

16 - جسمی با کتلهٔ 20 کیلو گرام را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک ستاتیکی $\mu_s = 0.5$ قرار داده و آن را با قوهٔ افقی 25 نیوتون کش می‌کنیم ولی قادر به تکان دادن آن نیستیم. قوهٔ اصطکاک بر حسب نیوتون چه اندازهٔ خواهد بود؟

17 - جسمی به انجمان فنری درون یک لفت آویزان است، کتلهٔ جسم 5kg و ثابت فنر N/m می‌باشد.

تغییر طول فنر را در حالت‌های ذیل حساب کنید:

a- لفت با شتاب $3m/s^2$ به طرف با لا شروع به حرکت می‌کند.

b- لفت با شتاب $3m/s^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند.

c- لفت با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

18 - می‌خواهیم به جسمی که کتلهٔ آن 10kg است شتاب $3m/s^2$ بدهیم. مقدار قوه‌یی را که باید به آن وارد کنیم در حالت‌های ذیل حساب کنید.

a- جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت می‌کند.

b- جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک حرکی 0.1 در حرکت می‌باشد.

c- جسم در راستای قایم به طرف با لا در حرکت می‌باشد.

d- جسم در راستای قایم به طرف پایین در حرکت می‌باشد.

19 - دو جسم m_1 و m_2 بر روی سطح افقی صاف و همواری قرار دارند. مقدار کتلهٔ m_1 برابر به 10kg و کتلهٔ m_2 برابر به 5kg است. قوهٔ افقی F که اندازهٔ آش 30N است، مطابق شکل به m_1 وارد می‌شود و آن‌ها را به حرکت شتابی در می‌آورد. تعیین کنید که چه قوه‌ای از m_1 به m_2 وارد می‌شود؟ شتاب مشترک کتله‌ها را حساب کنید.

$$F = 30N \rightarrow [m_1 \quad m_2]$$

20 - کتلهٔ کرهٔ زمین کم و بیش 10^{24} kg و کتلهٔ کرهٔ ماه نزدیک به 10^{22} kg و فاصلهٔ مرکز کرهٔ زمین از مرکز کرهٔ ماه کمابیش 10^5 km است:

a- قوهٔ جاذبه‌یی را که زمین بر ماه وارد می‌کند، محاسبه کنید و بگویید که این قوه چه شتابی به ماه می‌دهد؟

b- قوهٔ جاذبهٔ ماه بر زمین چه اندازه است؟ این قوه به زمین چه مقدار شتاب می‌دهد؟

کار، انرژی میخانیکی و طاقت



ورزشکار با تطبیق یک قوه بالای توپ بیسیال، آن را با سرعت بلند آماده شتاب گرفتن می‌سازد. او با تطبیق قوه‌یی که می‌تواند توپ را ممکن است به فاصله چندین متر تغییر موقعیت دهد، کاری را انجام خواهد داد که مجموع آن مساوی با انرژی حرکی ($\frac{1}{2}mv^2$) که برای سرعت دادن توپ لازم است، خواهد بود. همین نتیجه به دست آمده را قانون (کار- انرژی) می‌گویند.

تاکنون ما حرکت انتقالی یک جسم را از لحاظ سه قانون حرکت نیوتون مطالعه نمودیم. بر حسب قوانین بالا، قوه نقش مرکزی را به حیث کمیت تعیین کننده حرکت بازی می‌کرد. در این فصل و فصل بعدی ما با تحلیل‌های مختلفی از حرکت انتقالی اجسام از لحاظ کمیت‌های انرژی و مومنتوم بحث خواهیم کرد.

اهمیت اساسی انرژی و مومنتوم در خاصیت تحفظ آن‌ها است، یعنی آن‌هادر حالات عمومی ثابت باقی می‌مانند. وجود مقادیر تحفظی نه تنها قدرت دید عمیق بر طبیعت جهان را به ما می‌دهد، بلکه طریقه دیگر رسیدن به حل مسایل عملی را به ما نشان می‌دهد. قوانین تحفظ انرژی و مومنتوم به خصوص هنگام مطالعه سیستم‌های مختلف اجسام که با قوه‌های مختلف سروکار داشته و حل مسایل مربوط به آن‌ها دشوار و یا ناممکن به نظر می‌رسد بسیار با اهمیت است. این قوانین در ساحة وسیع پدیده‌ها و حوادث به شمول پدیده‌های جهان اatom و ذرات هسته‌یی که دیگر قوانین نیوتون در آن‌ها عملی نیست، قابل تطبیق می‌باشد. در این فصل شما درباره دو مفهوم بسیار مهم کار و انواع مختلف انرژی که با میخانیک سروکار دارند، معلومات حاصل خواهید کرد. این دو کمیت سکالری هستند و چون دارای جهت نیستند، مطالعه آن‌ها نسبت به مقادیر وکتوری آسان‌تر است. انرژی حرکی که با حرکت سروکار دارد و انرژی ذخیره‌یی که به موقعیت یک جسم ارتباط دارد، دو شکل انرژی هستند که در این فصل آن‌ها را مطالعه خواهید کرد. کار، انرژی و طاقت با هم دیگر در ارتباط اند، انواع ماشین‌ها که در زنده‌گی روزمره با آن‌ها سروکار داریم، بیشتر توسط اندازه کاری که توسط شان انجام شده می‌تواند و یا طاقتی که تولید می‌کنند، تشریح شده می‌توانند، که در پایان این فصل درباره مفاهیم ذکر شده معلومات و آشنایی لازم حاصل خواهید کرد.

کاری که توسط قوه ثابت اجرا می‌شود

مفهوم کار چیست؟ کاری که توسط قوه ثابت اجرا می‌شود چگونه است؟ چگونه می‌توان کار را از نگاه فزیک بررسی کرد؟ در فزیک صنف هفت تا اندازه‌بی با مفهوم کار آشنا شدید. برای یاد آوری از آن‌چه که در گذشته مطالعه کردید. فعالیت زیر را انجام دهید.



فعالیت

تعدادی از کارهایی را که در محیط و اطراف خود مشاهده می‌کنید و یا به آن‌ها مواجه می‌شوید، یاد داشت کرده و به صنف گزارش دهید.

در انجام دادن این کارها چه خصوصیات و عنصرهای مشترکی وجود دارد؟ این پرسش را در گروههای مختلف به بحث بگذارید و سپس به صنف گزارش دهید.

با توجه به فعالیتی که در بالا ذکر شد. در کارهایی که انجام می‌شوند دو عنصر مشترک وجود دارد.

۱ - به اجسام قوه وارد می‌شود.

۲ - بر اثر اعمال قوه به اجسام، آن‌ها تغییر حالت و موقعیت می‌کنند.

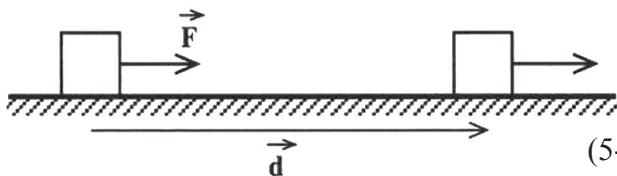


شکل (5-1)

همان‌طور که در شکل (5-1) می‌بینید، شخصی به جسم قوه وارد می‌کند و در نتیجه با عث تغییر مکان جسم می‌شود. با توجه به آن‌چه که گفته شد، می‌توان گفت که (حاصل ضرب مرکب) قوه به جهت تغییر مکان جسم و فاصله طی شده توسط آن عبارت از کار قوه عامل بالای جسم متحرک می‌باشد).

یعنی اگر مطابق شکل (5-2)، به جسم قوه‌یی به اندازه F وارد شود و آنرا به اندازه d بی‌جا کند، طبق تعریف، کار قوه ثابت، F عبارت است از، (1).....

$$W_f = F \cdot d \dots \dots \dots (1)$$



شکل (5-2)

واحد اندازه‌گیری کار در سیستم SI عبارت از $N \cdot m$ می‌باشد که «ژول» نامیده می‌شود و با علامه J نمایش داده می‌شود، یعنی:

$$1 N \cdot m = 1 J \dots\dots\dots(2)$$

در سیستم CGS، واحد اندازه‌گیری کار عبارت از ارگ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$1 erg = 1 dyne \cdot 1 cm \dots\dots\dots(3)$$

و در سیستم انگلیسی کار، توسط فت پوند (foot - pound) (اندازه‌گیری می‌گردد، که چنین تعریف می‌شود:

$$1 J = 10^7 erg = 0.7376 Lb \cdot ft \dots\dots\dots(4)$$



سؤال 1: رابطه (4) را در گروههای مختلف به کمک اعضای گروه در صنف به اثبات برسانید.

کار، عبارت از یک کمیت سکالاری است. به طور مثال اگر در شکل (5-2)، کار را با چند تغییر موقعیت پشت سر هم (متوالی) انجام دهیم، کار کل را می‌توان از جمع جبری کارهای انجام شده در هر کدام از تغییر موقعیت‌ها بدست آورد.

مثال: شخصی قوه افقی N 70 را بر جسمی وارد آورده و آن را به اندازه m 10 بی‌جا می‌کند، مقدار کار شخص را دریابید.

حل: بر طبق رابطه (1) داریم که:

$$w = F \cdot d$$

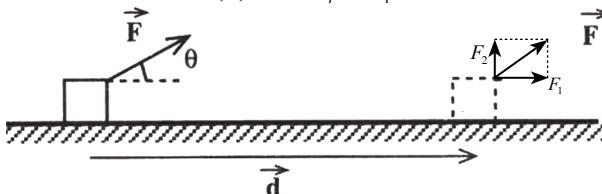
$$w = (70N)(10m) = 700J$$



سؤال 2: اگر شخصی قوه‌یی برابر با N 30 را به جسمی وارد کند. آن را به اندازه $0.5m$ بالا برده، شخص مذکور چه مقدار کار انجام می‌دهد؟

با توجه به شکل (ج، 5-1)، اگر بین قوه واردۀ F و تغییر موقعیت d ، زاویه θ وجود داشته باشد. کار را چگونه می‌توان تعریف کرد؟ برای این منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم. فرض کنید که قوه واردۀ به جسم مطابق شکل (5-3) با وکتور تغییر موقعیت، زاویه θ را می‌سازد. در این حالت کار قوه ثابت F به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$w_f = F \cdot d \cos\theta \dots\dots\dots(5) \quad \text{و یا} \quad w_f = F_i \times d = F \cos\theta \cdot d$$



شکل (5-3)

نوت: اگر در رابطه $(5), \theta = 0^\circ$ شود، در نتیجه، رابطه (1) به دست خواهد آمد.

مثال: قوه $10N$ را تحت زاویه 60° به جسمی وارد می کنیم، کار قوه F را در فاصله 6 متری

تغییر مکان حساب کنید:

$$W_f = F \cdot d \cos \theta$$

حل: بر طبق رابطه (5) داریم که:

$$W_f = (10N)(6m) \cos 60^\circ = 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{60}{2} = 30 J$$

قوه می تواند بر جسمی عمل نماید، ولی هیچ کاری انجام نشود. به طور مثال، شما بکس مکتب تان را در دست خود می گیرید و حرکت نمی کنید، در این حالت شما کاری انجام نمی دهید. چرا؟

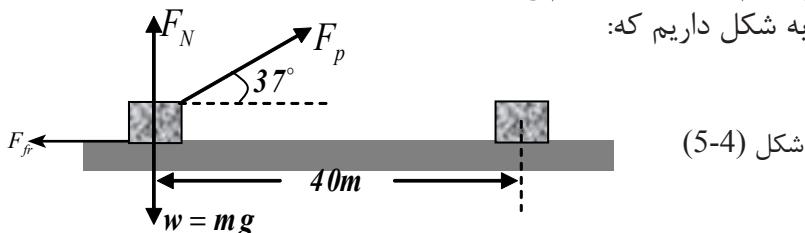
مثال: شخصی با قوه ثابت $N = 100$ ، جسم $50kg$ را به اندازه $40m$ بیجا می نماید. اگر

زاویه وکتور قوه و وکتور تغییر موقعیت 37° و قوه اصطکاک $50N$ باشد.

(a) کار هر کدام از قوه هایی را که بالای جسم عمل می کنند، به دست آورید.

(b) مجموع کار انجام شده بالای جسم را حساب کنید.

حل: با توجه به شکل داریم که:



شکل (5-4)

(a) کار انجام شده توسط قوه های W و F_N ، مساوی به صفر است، زیرا:

$$W_g = m \cdot g \cdot d \cos 90^\circ = mgd \times 0 = 0$$

$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = F_N d \times 0 = 0$$

کاری که توسط قوه F_p اجرا می شود، مساوی است با:

$$W_p = F_p d \cos \theta = (100N)(40m) \cos 37^\circ = 3200 J$$

$$= 100N \times 40m \times 0.8 = 3200 J$$

کاری که توسط قوه اصطکاک انجام می شود:

$$W_{fr} = F_{fr} \cdot d \cos 180^\circ = (50N)(40m)(-1) = -2000 J$$

(b) مجموع کار انجام شده (W_{net}) عبارت است از:

$$W_{net} = W_g + W_N + W_p + W_{fr} = 0 + 0 + 3200 J - 2000 J = 1200 J$$

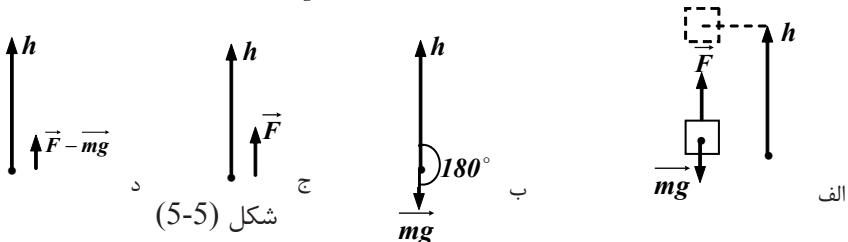
مثال: جسمی با کتله m را مطابق شکل (5-5) به اندازه h بالا می‌بریم، کار قوه وزن را دریابید؟

حل: در این حالت زاویه بین وزن و وکتور تغییر موقعیت 180° است.

$$W_{mg} = m \cdot g \cdot h \cdot \cos 180^\circ = mgh \quad (-1)$$

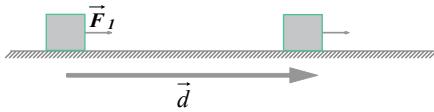
$$\Rightarrow W_{mg} = -mgh$$

در نتیجه:



تمرین: در شکل، قوه ثابت F در امتداد افق به جسمی با کتله m وارد می‌شود و آن را در روی سطحی با ضریب اصطکاک حرکتی μ_k بی جا می‌سازد. مطلوب است:

- (a) کار قوه F
- (b) کار قوه اصطکاک
- (c) کار قوه عکس العمل
- (d) کار قوه وزن
- (e) کار محصلة قوه‌ها



5-2: کار و انرژی حرکی

از معلومات گذشته می‌دانیم که انرژی حرکی جسمی را با کتله m و سرعت v توسط رابطه $K_E = \frac{1}{2}mv^2$ نشان داده می‌شود.

هنگامی که توپی را در ابتدا عموداً به هوا پرتاب می‌کنیم، سرعت توپ به تدریج کاهش می‌یابد. این بدین معنا می‌باشد که انرژی حرکی توپ در اثنای بالا رفتن کاهش می‌یابد. بر عکس اگر توپ را از حالت سکون از یک بلندی رها کنیم، در نتیجه، انرژی حرکی توپ در اثنای پایین آمدن افزایش می‌یابد.

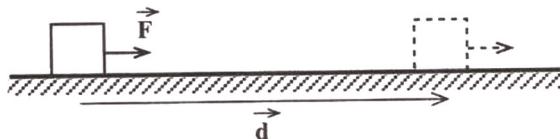
ما در زنده‌گی روزانه، شاهد تغییر انرژی اجسام در محیط اطراف خود هستیم، انرژی حرکی موتوری که برک کرده است، کاهش می‌یابد و ...

فعالیت



مثال‌های دیگری را که درمورد تغییر انرژی حرکی اجسام در اطراف خود می‌بینید، یادداشت کرده و به صنف گزارش دهید.

برای بررسی بهتر را بطةً بین کار و انرژی حرکی، جسمی با کتلهٔ m را مطابق شکل (5-6) در نظر بگیرید که محصلةٌ قوه‌های وارد بر آن ثابت و برابر با \vec{F} است و جسم تحت تأثیر این قوهٔ بهاندازهٔ d بر روی یک سطح افقی تغییر مکان می‌کند.



شکل (5-6)

همان‌طور که می‌دانیم کار قوهٔ F با رابطهٔ زیر حساب می‌شود:

از طرف دیگر با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم که:

در اثر اعمال قوهٔ F ، سرعت جسم از مقدار v_1 در نقطه (1) به مقدار v_2 در نقطه (2) تغییر

می‌کند، و چنانکه از گذشته می‌دانیم: (1)

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad \quad \dots \quad \text{و یا} \\ a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}$$

با قرار دادن این رابطه در رابطه $w = F \cdot d$ داریم که:

$$W = F \cdot d = m \cdot a \cdot d = m \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \right) d = m \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \dots \quad (2)$$

حد اول طرف راست این رابطه، انرژی حرکی جسم در نقطه (2)، و حد دوم آن، انرژی حرکی جسم در نقطه (1) می‌باشد.

در نتیجه اگر دو انرژی حرکی را به ترتیب با k_1 و k_2 نشان دهیم، رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$W = k_2 - k_1 \quad \text{و یا} \quad (3) \quad \text{و یا}$$

رابطهٔ (3) قضیهٔ کار و انرژی نامیده می‌شود و بر طبق این قضیه، «کار محصلةٌ قوه‌های وارد شده بر یک جسم در یک تغییر مکان، برابر است با تغییر انرژی حرکی جسم در آن تغییرمکان» به اساس این قضیه اگر کار محصلةٌ قوه‌ها ثابت باشد، $k_2 - k_1$ است و انرژی حرکی کاهش می‌یابد و همین طور اگر کار محصلةٌ قوه‌ها صفر باشد، $k_2 - k_1$ است و انرژی حرکی جسم تغییر نمی‌کند.



سؤال: مفهومی: در انرژی حرکی اجسام

(a) اگر کتله جسم دو برابر باشد، انرژی حرکی به چه مقدار تغییر خواهد کرد؟

(b) اگر سرعت جسم دو برابر شود، انرژی حرکی جسم به چه مقدار تغییر خواهد کرد؟ (در صنف بحث کنید).

مثال: جسمی با کتله 1kg را از ارتفاع 10m رها می کنیم . با استفاده از قضیه کار و انرژی هنگامی که جسم به زمین می رسد، انرژی حرکی آن چقدر است؟ تعیین می نماییم.
 $(10\text{m})\cdot g = 10\text{m/s}^2$ فرض شود.

حل: در این مثال تنها قوه داده شده به جسم، قوه وزن است و کار این قوه برابر است با:

$$W = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = m \cdot g \cdot h \cos 0^\circ = (1\text{kg})(10\text{m/s}^2)(10\text{m}) = 100\text{ J}$$

چون انرژی حرکی اولیه جسم صفر است، پس می توانیم بنویسیم:
 $W = k_2 - k_1$
 $100 = k_2 - 0 \Rightarrow k_2 = 100\text{ J}$

مثال: موتوری با کتله 1500kg با سرعت 72km/h در حرکت است. اگر درایور برک بگیرد، موتور پس از طی مسافتی ایستاد می شود. کار قوه اصطکاک و یا کار قوه برک بالای موتور را به دست آورید؟

حل: سرعت موتور قبل از برک کردن برابر است با:
 $V_1 = \frac{72.1000}{3600} = 20\text{m/s}$

و انرژی حرکی آن قبل از برک کردن مساوی است با:

$$k_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} (1500\text{kg}) (20\text{m/s})^2 = 300.000\text{ J}$$

چون موتور بعد از برک کردن متوقف می شود، $k_2 = 0$ است. از طرف دیگر قوه اصطکاک، قوه عمودی تکیه گاه و قوه وزن، قوه هایی هستند که بر جسم اثر می کنند و در نتیجه:

ولی کار قوه عمودی تکیه گاه و قوه وزن برابر به صفر است (چرا؟). در نتیجه:

$$W_{net} = W_f = k_2 - k_1 = 0 - 300.000 = -300.000\text{ J}$$

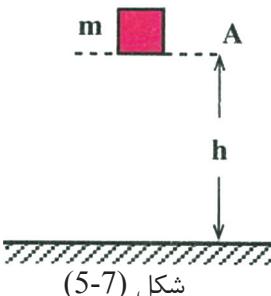
تمرین 1: موتوری با کتله 1 تن با سرعت 36km/h در حرکت است. درایور موتورناگهان برک می کند . اگر ضریب اصطکاک حرکی بین جاده و تایرهای موتور 0.5 باشد. موتور پس از طی چه مسافتی متوقف می شود؟ ($10\text{m/s}^2 = g$ فرض شود).

تمرین 2: جسمی را از ارتفاع h رها می کنیم . با استفاده از قضیه کار و انرژی سرعت آن را در ارتفاع $\frac{3}{4}h$ به دست آورید. (از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

تمرین 3: چه مقدار کار لازم است تا سرعت موتوری با کتله 1000kg از 20m/s به 30m/s برسد؟

کار و انرژی پتانسیل

در درس گذشته در مورد کار و انرژی حرکی موضوعاتی را آموختیم و رابطه بین کار و انرژی حرکی را به دست آوردیم . حال به بررسی این پرسش می‌پردازیم که رابطه بین کار و انرژی پوتانسیل چگونه است؟ همان طور که می‌دانیم انرژی پوتانسیل جاذبه‌یی آن انرژی است که جسم به علت ارتفاعش از سطح زمین دارد. یعنی اگر جسم مطابق شکل (5-7) در ارتفاع h از سطح زمین قرار داشته باشد، دارای انرژی پوتانسیل جاذبه‌یی است. برای بالابردن جسم از سطح زمین تا ارتفاع h باید کار انجام دهیم . چون با انجام این کار، جسم انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را کسب کرده است، پس گفته می‌توانیم که کار انجام شده به صورت انرژی پتانسیل در جسم ذخیره می‌شود.



شکل (5-7)

در این درس این انرژی را به صورت کمی تعریف کرده و رابطه آن را با کار به دست خواهیم آورد.

با توجه به شکل (5-7)، کاری که توسط قوه F انجام می‌شود تا کتله m را به بلندی h بالا ببرد، عبارت است از:

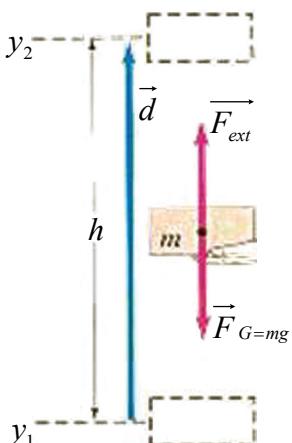
$$W_p = F \cdot d \cos\theta = m \cdot g \cdot h \cos 0^\circ = mg(h_2 - h_1)$$

در نتیجه می‌توان نوشت که: $W_p = mgh_2 - mgh_1 = \Delta p$

یعنی کاری که توسط قوه F برای بالابردن کتله m از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 مصرف می‌شود عبارت از تفاضل انرژی پوتانسیل

$$u = W_p = \Delta p$$

در آن می‌باشد، یعنی: با توجه به نکات فوق انرژی پوتانسیل جاذبه‌یی را می‌توان به صورت ذیل تعریف کرد: «انرژی پوتانسیل جاذبه‌یی یک جسم در یک نقطه نسبت به زمین برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا جسم را با سرعت ثابت از سطح زمین تا نقطه یاد شده منتقل کنیم.»



شکل (5-8)

بحث کنید



در گروههای مختلف صنفی، با توجه به شکل (5-8)، کار قوه جاذبه را به دست آورید. و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

فعالیت

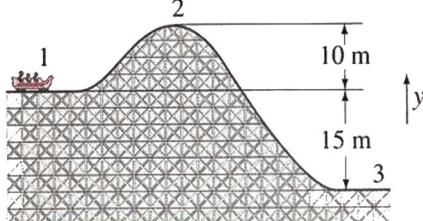


در گروه‌های مختلف صنفی جدول زیر را برای بلندی‌های یادشده تکمیل کنید، و نتیجه را به صنف گزارش دهید:

بلندی	انرژی حرکی	انرژی پتانسیل	مجموع انرژی‌های حرکی و پتانسیل
h			
$\frac{1}{2}h$			
$\frac{1}{4}h$			
0			

نوت: لازم به تذکر است که اگر شرط با سرعت ثابت در تعریف انرژی پتانسیل ذکر نمی‌شد، و مثلاً سرعت جسم افزایش می‌یافتد، مقداری از کار صرف افزایش انرژی حرکی جسم می‌گردد.

تمرين: شکل ۵-۹ نشان می‌دهد که متحرکی با کتله ۱۰۰۰ kg از نقطه ۱ شروع به حرکت می‌کند و از نقاط ۲ و ۳ می‌گذرد.



(a) انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را در نقطه‌های ۱ و ۲ به دست آورید.

(b) تفاوت انرژی پتانسیل بین نقطه‌های ۲ و ۳ را حساب کنید.

شکل (5-9)

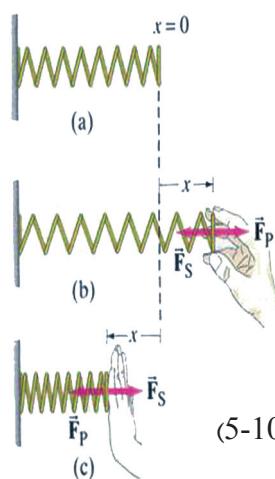
۵-۳: کاری که به وسیله فنر بالای کتله انجام می‌شود

چگونه می‌توان کاری را که توسط یک فنر بالای کتله ای انجام می‌شود اندازه‌گیری کرد؟

برای بررسی این موضوع فنری را مانند شکل زیر در نظر بگیرید.

اگر فنر مذکور را توسط قوه عضلاتی به اندازه d_x کش نماییم، در این صورت قوه عضلاتی، کار $(d_x) \cdot d_y = F \cdot d_x$ را انجام می‌دهد.

اگر توسط دست خویش بالای فنر قوه F را وارد نماییم و فنر را به اندازه X کش یا فشرده سازیم، مقدار این قوه با مقدار فاصله فنر را بطة یک راست دارد. بنابراین:



شکل (5-10)

$$F_p \alpha X \Rightarrow F_p = KX \dots\dots\dots(1)$$

در این رابطه، k ضریب ثابت فنر است. فنر کش شده و یا فشرده شده نیز قوه‌یی بر خلاف جهت قوه F_p بالای دست وارد می‌سازد. چرا؟ (توضیح دهید).

پس می‌توان نوشت که: (2) $F_s = -kx \dots \dots \dots$ (قوه ارجاعی فنر)

علامه منفی در این رابطه نشان می‌دهد که F_p خلاف جهت x عمل می‌نماید و دو قوه F_p و F_s در خلاف جهت یکدیگر اند. همان‌طور که می‌دانیم، رابطه (2) قانون هوک را ارایه می‌دارد. و در نتیجه می‌توان نوشت: (3) $F_p = -F_s \dots \dots \dots$

کاری که توسط قوه F_p انجام می‌گردد عبارت است از:

$$\Rightarrow dw = \vec{kx} \cdot \vec{dx} \quad \text{با استفاده از رابطه (2)، } F_p = kx \quad \text{داریم که:}$$

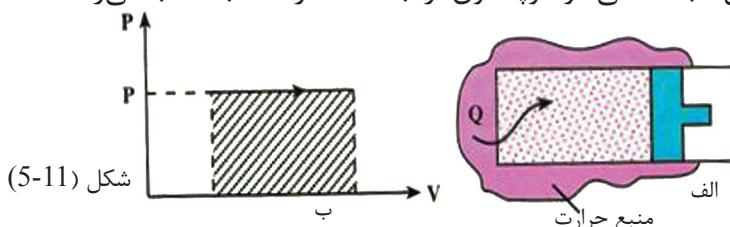
چون F_p از موقعیت تعادل $X_1 = 0$ تا هر موقعیت بعدی X تحول خطی دارد، بنابرآن قوه متوسط \bar{F} عبارت از، $(\bar{F} = \frac{1}{2}(0 + kX) = \frac{1}{2}kX)$ و کار مجموعی انجام شده $(W = \bar{F}X = \frac{1}{2}kX \times X = \frac{1}{2}kX^2)$ می‌باشد، که این کار را به نام انرژی پوتانشیل فنر نیز یاد می‌کنند.

مثال: ضریب ثابت فنر $405 N/m$ است. مقدار کار فنر را به اندازه 3cm که تغییر طول دهد، دریابید؟

$$\text{حل: } w = \frac{1}{2} (405 N/m) (0.03m)^2 = 0.182 J$$

کاری که به وسیله گاز با فشار ثابت بالای پستون اجرا می‌شود

برای بررسی کاری که به وسیله گاز بالای پستون اجرا می‌شود، گازی را مطابق شکل (الف، 5-11) در داخل پستونی که بایک منبع حرارت در تماس است در نظر بگیرید. گاز ابتدا در فشار P و حجم V_1 در حالت تعادل قرار دارد. (فرض کنید اصطکاک بین پستون و استوانه قابل صرف نظر باشد) در این صورت، فشار گاز با فشار محیط برابر است. چرا؟ به علت اختلاف حرارت بین منبع و سیستم، مقدار کمی از حرارت به گاز منتقل می‌شود که در نتیجه، گاز کمی منبسط می‌شود و پستون، را به سمت راست به عقب می‌راند.



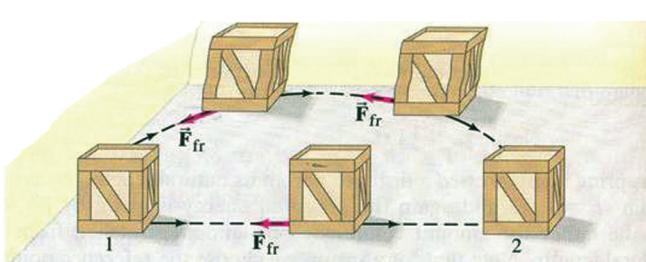
اگر حرارت دادن به گاز را به همین ترتیب به صورت آهسته ادامه دهیم، گاز به کندی منبسط می‌شود و پستون بسیار آهسته به طرف راست حرکت می‌کند. در این حالت، شتاب حرکت پستون بسیار کوچک خواهد بود. در نتیجه، قوه‌یی که گاز به پستون وارد می‌کند باید با قوه‌یی که محیط به پستون وارد می‌کند، برابر باشد. بنابر این، می‌توان گفت که در اثنای حرارت دادن، همواره فشار گاز با فشار محیط برابر است، یعنی در اثنای این عمل، فشار گاز ثابت باقی می‌ماند. گراف فشار- حجم (p - V) در این عملیه در شکل (ب، ۵-۱۱) نشان داده شده است. در این عمل، هم حرارت و هم کار مبادله می‌شوند. در ابتدا کار را محاسبه می‌کنیم. اگر فشار گاز P باشد، گاز در اثنای عملیه، قوه $F = P \cdot A$ را به پستون وارد می‌کند که در آن A عبارت از مساحت پستون است. اگر تغییر مکان پستون برابر با d باشد، کار W که سیستم برروی محیط انجام می‌دهد از رابطه $W = F \cdot d = (P \cdot A) d$ به دست می‌آید:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \quad \text{ولی } Ad \quad \text{عبارت از تغییر حجم استوانه است که برابر است با} \\ W = P \Delta V \quad \text{در نتیجه: (4)}$$

رابطه (4) اخیر عبارت از کاری است که پستون برروی محیط انجام می‌دهد.

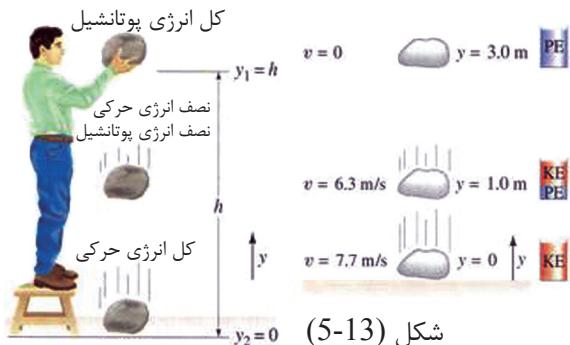
5-4: قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی

قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی چگونه قوه‌هایی هستند؟ چه تفاوتی میان این دو قوه وجود دارد؟ همان‌طور که می‌دانیم اگر بخواهیم جسمی را از ارتفاع h_1 به بلندی h_2 بالا ببریم باید انرژی مصرف کنیم و کار انجام دهیم. در این حالت کار انجام داده شده به مسیر راه بسته‌گی ندارد؛ بلکه تنها به نقطه آغاز و انجام بسته‌گی دارد. به چنین قوه‌هایی، قوه‌های تحفظی گویند. قوه جاذبه زمین نمونه خوبی از قوه‌های تحفظی می‌باشد. در صورتی که کار انجام شده توسط قوه F ، به مسیر راه بسته‌گی داشته باشد، در این صورت به این نوع قوه‌ها، قوه‌های غیر تحفظی می‌گویند. نمونه خوبی از این قوه‌ها، عبارت از قوه اصطکاک می‌باشد. همان‌طور که در شکل (5-12) می‌بینید، زمانی که جسم از یک نقطه به نقطه دیگر حرکت داده می‌شود. کاری که انجام شود بسته‌گی به مسیر پیموده شده توسط جسم دارد. چنانکه در شکل دیده می‌شود، جسم از موقعیت ۱ تا موقعیت ۲ از طریق دو مسیر حرکت کرده می‌تواند. ۱) مسیر مستقیم ۲) مسیر منحنی.



اگر جسم از موقعیت ۱ تا موقعیت ۲ از مسیری منحنی حرکت کند، کار قوه اصطکاک بیشتر از کار قوه اصطکاکی است که همان جسم از مسیر مستقیم حرکت می‌کند.
شکل (5-12)

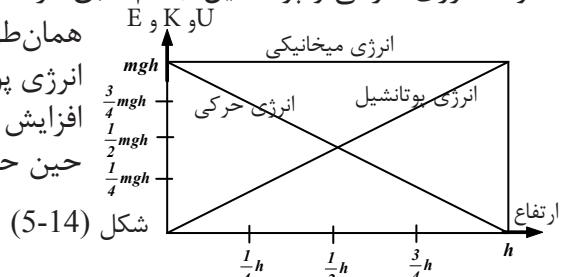
۵-۵: تحفظ انرژی میخانیکی



تحفظ انرژی میخانیکی چیست؟ هنگامی که جسمی را با کتله m از ارتفاع h رها کنیم، انرژی پوتانشیل و انرژی حرکی رابطه‌ی بین انرژی حرکی و پوتانشیل وجود دارد؟ در صورتی که تنها قوه‌های تحفظی بالای جسم عمل کند، ما به یک نتیجه بسیار ساده و زیبا می‌رسیم.

برای توضیح این نتیجه و پاسخ به پرسش‌های بالا جسمی را که دارای کتله m است در نظر بگیرید که به فاصله y از سطح زمین رها شده است (شکل روپرو). دیده می‌شود که در نتیجه سقوط، انرژی حرکی و پوتانشیل جسم طبق گراف شکل زیر تغییر می‌کند.

همان‌طور که دیده می‌شود، در حین سقوط، انرژی پوتانشیل جسم کاهش و انرژی حرکی آن افزایش می‌یابد. ولی مجموع این دو انرژی در حین حرکت در هر لحظه ثابت باقی می‌ماند.



با دانستن مفاهیم بالا، حال به بررسی کمیت جدیدی به نام انرژی میخانیکی (E) می‌پردازیم که عبارت از مجموع انرژی حرکی و پوتانشیل می‌باشد، و همان‌طور که در مثال بالا دیدید، مقدار این کمیت در سقوط آزاد جسم همیشه ثابت باقی می‌ماند، یعنی با زیاد شدن انرژی پوتانشیل مقدار انرژی حرکی کم می‌شود و برعکس، با کم شدن انرژی پوتانشیل مقدار انرژی حرکی هر چند تحفظ انرژی میخانیکی در مورد مثال بالا نشان داده شده است، ولی می‌توان نشان داد که با قوه‌هایی مانند کشش فنر، قوه برقی و ... نیز انرژی میخانیکی ثابت باقی می‌ماند. از معادله فوق نتیجه می‌شود که در یک سیستمی که قوه‌های خارجی بالای آن عمل ننماید، مجموع انرژی پوتانشیل و حرکی ثابت می‌باشد که این قانون به نام قانون تحفظ انرژی میخانیکی یاد می‌گردد.

مثال: جسمی با کتله 0.5kg را از ارتفاع 2m با سرعت 10m/s به بالا پرتاب می‌کنیم. بالا رفتن جسم را در حد اکثر دریابید. ($g = 10\text{m/s}^2$) فرض می‌شود و از مقاومت هم صرف نظر شود)

حل: انرژی حرکی جسم در نقطه پرتاب برابر است با: $J = \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{1}{2}(0.5)(10)^2 = 25J$
 و انرژی پوتانشیل آن در همین نقطه برابر است با: $P_{E_1} = u_1 = mgh_1 = 0.5 \times 10 \times 2 = 10J$
 همچنان انرژی حرکی جسم در بالاترین نقطه، $K_2 = 0$ است و انرژی پوتانشیل جاذبه‌ی آن در این نقطه برابر است با: $P_{E_2} = u_2 = mgh_2 = 0.5 \times 10 \times h_2 = 5h_2$
 براساس تحفظ انرژی میخانیکی می‌توان نوشت که:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$10 + 25 = 5h_2 + 0$$

$$\Rightarrow 35 = 5h_2 \Leftrightarrow h_2 = 7m$$

کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی

در دورس قبلی با قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی آشنا شدید و همچنین با کار انجام شده توسط قوه‌های تحفظی نیز آشنایی حاصل کردید. اما آیا تا به حال از خود پرسیده اید که کار قوه‌های غیر تحفظی چگونه است؟ آیا کاری که توسط قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی اجرا می‌شوند پکسان هستند؟ چرا؟

مثال: با توجه به آموخته‌های قبلی، چند مثال از قوه‌های غیر تحفظی می‌آوریم و در مورد آن بحث می‌کنیم.

حل: کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی به مسیر راه بسته‌گی دارد، یک نمونه خوب از این نوع قوه‌ها عبارت از قوه اصطکاک می‌باشد. به طور مثال اگر شما جسمی را که بر روی سطح زمین قرار دارد به صورت‌های مختلف تغییر مکان دهید، (به صورت منحنی، خط مستقیم و یا به حالت منکسر یا زیگزاکی) در هر یک از این تغییر مکان‌ها، کار انجام داده شده توسط قوه اصطکاک از یک دیگر فرق می‌کند.



ش کنید

در گروههای مختلف صنفی در مورد این که چرا انرژی پوتانشیل تنها برای قوه‌های تحفظی تعریف شده می‌تواند؟
بحث کنید و نتیجه را به صفت گزارش دهید.

حال با استفاده از قضیه کار و انرژی ($w_{net} = \Delta k$) به بررسی دقیق‌تر کار انجام داده شده توسط قوه‌های غیر تحفظی می‌پردازیم که در بر دارنده انرژی پوتانشیل نیز می‌باشد. فرض کنید که چندین قوه بالای یک جسم عمل می‌کند و جسم زیر تأثیر این قوه‌ها تغییر مکان می‌کند، و فرض کنید که فقط تعدادی از این قوه‌ها تحفظی و باقی مانده قوه‌های غیر تحفظی می‌باشند. در این حالت، کار مجموعی انجام داده شده توسط این دو نوع قوه را

می‌توان این گونه نوشت: $W_{net} = W_c + W_{Nc}$ (1)
 W_c کاری است که توسط قوهای تحفظی، و W_{Nc} کاری است که توسط قوهای غیر تحفظی، انجام می‌شود.

حال با استفاده از قضیه کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$\rightarrow W_c + W_{Nc} = \Delta k \quad , \quad \Delta k = k_2 - k_1$$

$$\rightarrow W_{Nc} = \Delta k - W_c \dots \dots \dots (2)$$

کاری که توسط قوه‌های تحفظی انجام می‌شود را می‌توان به شکل انرژی پوتانشیل نوشت.
همان‌طور که از دروس قبلی آموختید: (3).....

حال با تعویض W_c از رابطه (3) در رابطه (2) می‌توان نوشت که:

$$W_{Nc} = \Delta k - (-\Delta u)$$

$$\rightarrow (W_{Nc} = \Delta k + \Delta u).....(4)$$

رابطه (4) یک رابطه کلی برای کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی می‌باشد.

5-5: توان (طاقت)

توان چیست؟ توان، کار و زمان چه رابطه‌یی با یکدیگر دارند؟

در فزیک صنف هفت، در باره توان آگاهی‌هایی حاصل نمودید. همچنان در درس‌های گذشته در مورد محاسبه کار انجام شده بحث شد. ولی در مورد زمانی که این کار انجام می‌شود، صحبتی به عمل نیامد. کار می‌تواند کند و یا سریع‌تر انجام شود، یک جسم را می‌توانیم در 10 یا 15 ثانیه به یک ارتفاع معین بالا ببریم. در هر دو مورد کار انجام شده یکسان است، ولی در مورد اول کار سریع‌تر انجام شده است. برای در نظر گرفتن زمان انجام کار، کمیت مناسبی را به نام توان تعریف می‌کنیم. همان‌طور که در فزیک صنف هفتم نیز خواندید. کار W که در زمان t انجام می‌شود، توسط توان (P) به صورت کار انجام شده در واحد زمان تعریف می‌شود. یعنی:

$$P = \frac{W}{t}(5-18)$$

واحد اندازه‌گیری توان در سیستم SI، ژول بر ثانیه (J/s) است. که به افتخار کارهای علمی جیمز وات، وات (W) نامیده می‌شود و همچنان توان (P) از جنس قوه و سرعت از رابطه زیر نیز

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = F \cdot v$$

فعالیت

$W(J)$	$t(s)$	$P = \frac{W}{t}$ (watt)
10	2	?
10	1	?
20	$\frac{1}{2}$?
80	$\frac{1}{4}$?

در گروههای مختلف صنفی جدول رابطه بین کار، زمان، و توان را در زیر خانه پری کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

مثال: کوهنوردی با کتله $kg 60$ در مدت 4 ثانیه از تفاضل $4.5m$ را طی می‌کند. توان کوهنورد را به دست آورید. ($m/s^2 = 9.8$ فرض شود).

حل: ابتداً کار انجام شده توسط کوهنورد را به دست می‌آوریم:

$$w = m \cdot g \cdot h = (60 \text{ kg}) (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (4.5 \text{ m}) = 2646 \text{ J}$$

$$P = \frac{w}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{2646 \text{ J}}{4 \text{ s}} = 661.5 \text{ W}$$

هر وسیله‌یی مانند موتور، جاروب برقی، لفت وغیره که کاری انجام می‌دهد، انرژی مصرف می‌کند. برای استفاده از این وسیله‌ها باید به آن‌ها انرژی داد. این انرژی را انرژی ورودی یا مصرفی می‌نامند. از آنجا که مقداری از این انرژی به علت اصطکاک تلف و یا صرف حرکت دادن اجزای وسیله می‌شود، بنا بر آن کار یا انرژی مفید خروجی وسیله با انرژی ورودی آن برابر نیست. در نتیجه، فقط مقداری از انرژی ورودی قابل استفاده است. این مقدار بیشتر به صورت فیصدی بیان می‌شود و با زده یا مؤثریت نامیده می‌شود.

$$\frac{\text{کار خروجی}}{\text{کار ورودی}} \times 100 = \text{مؤثریت (بازده)}$$



خلاصه فصل پنجم

- حاصل ضرب مرکب‌ه قوه به جهت تغییر مکان و فاصله طی شده توسط آن، کار قوه عامل بالای جسم متحرک نامیده می‌شود و می‌توان به ساده‌گی گفت که : کار عبارت از حاصل

$$W = F \cdot d$$

- هرگاه قوه تحت یک زاویه معین (θ) به جسم وارد شود و جسم را به اندازه d بی‌جا

$$w = (F \cos \theta) d = F d \cos \theta$$

- کار انجام شده توسط قوه F ، منفی خواهد بود، در صورتی که $\theta > 90^\circ$ باشد.

- در صورتی که بیش از یک قوه بالای جسم عمل نماید، کار مجموعی عبارت از حاصل جمع

$$W_{total} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

ویا کار مجموعی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$W_{total} = (F_{total} \cos \theta) d = F_{total} d \cos \theta$$

- واحد اندازه‌گیری کار در سیستم SI، عبارت از ژول (J) است.

- کار انجام داده شده توسط فنری که به اندازه X فشرده و یا کشیده شده است، عبارت است از:

$$W = \frac{1}{2} kx^2$$

- هرگاه کار انجام شده توسط قوه F به مسیر راه بسته‌گی نداشته، بلکه تنها به نقطه آغاز و انجام بسته‌گی داشته باشد، به چنین قوه‌ها، قوه‌های تحفظی گویند و بر عکس در صورتی که کار انجام شده به مسیر بسته‌گی داشته باشد، به این نوع قوه‌ها، قوه‌های غیر تحفظی می‌گویند.
- کار مجموعی، عبارت از تفاصل انرژی حرکی در دو نقطه 1 و 2 است، یعنی:

$$W_{total} = \Delta k = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2$$

نوت: انرژی حرکی همیشه یا مثبت است و یا صفر.

- قانون تحفظ انرژی بیان می‌نماید که: انرژی می‌تواند از یک حالت به حالت دیگر تبدیل شود، اما انرژی مجموعی همیشه ثابت باقی می‌ماند.

$$K + U = \cos \tan t = E$$

- کاری که به وسیله گاز بالای پستون اجرامی شود عبارت است از:

$$W = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$$

- طاقت، عبارت است از کار انجام داده شده بر مقدار زمان مصرف شده برای انجام آن کار یعنی:

$$p = \frac{w}{t}$$

و هم‌چنین طاقت را می‌توان این‌گونه نوشت: $P = \frac{F \cdot d}{t} = F \cdot V$

- واحد اندازه‌گیری طاقت در SI عبارت از وات (W) است:

$$1 W = 1 J/s$$

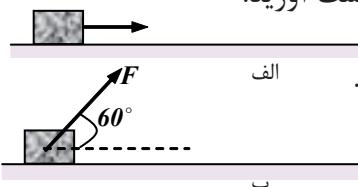
$$746 W = 1 hp$$

سؤالهای فصل پنجم

1 - کار را تعریف کنید، واحد اندازه‌گیری آن را در سیستم SI نام بده و نوع این کمیت (وکتوری یا سکالری) را مشخص کنید.

2 - به جسمی قوه $F = 100\text{ N}$ وارد می‌شود و آن را در جهت افقی به اندازه 20 m تغییر مکان می‌دهد. کار انجام شده توسط این قوه را در موارد ذیل به دست آورید:

(a) قوه به صورت افقی بر جسم وارد شود.
 (b) قوه تحت زاویه $\theta = 60^\circ$ نسبت به افق، بر جسم وارد شود.



3 - به جسمی با کتله $m = 3\text{ kg}$ ، قوه $F = 3\text{ kg}$ مطابق شکل ذیل وارد می‌شود و آن را در جهت قایم (عمودی) بالا می‌برد. با صرف نظر از مقاومت هوا:

(a) شتاب حرکت جسم را به دست آورید.

(b) کار قوه F را در بالا بردن جسم به ارتفاع 10 m حساب کنید.

(c) کار قوه وزن W را در بالا بردن جسم تعیین کنید.

(d) کار قوه محصلة را مشخص کنید.



4 - جسمی با کتله m از سطح زمین به طرف بالا به طور قایم پرتاپ می‌شود و تا ارتفاع h بالا می‌رود. کار قوه وزن را در این ارتفاع (فاصله عمودی) به دست آورید.

5 - توضیح دهید که در کدام یک از دو حالت ذیل، کار مساوی به صفر است؟ چرا؟

(a) اگر شخصی، جسمی را در دست نگهدارد (با آن که شخص خسته می‌شود).

(b) اگر شخصی، جسمی را بادست نگه داشته و آن را با سرعت ثابت دراستقامت افقی تغییر موقعیت دهد.

6 - مطابق شکل، به جسمی با کتله $m = 10\text{ kg}$ ، قوه افقی $F = 200\text{ N}$ وارد می‌شود و جسم را به اندازه 20 m در استقامت افقی تغییر موقعیت می‌دهد. (قوه اصطکاک حرکی برابر 20 N است):

(a) در یک رسم تمام قوه‌های واردہ بر جسم رانشان دهید.



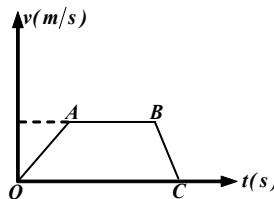
(b) کار هریک از قوه‌ها را به صورت جداگانه حساب کنید.

(c) جمع جبری تمام کارها را به دست آورید.

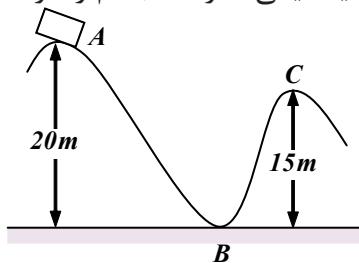
7 - علامه کار انجام شده توسط یک قوه را تحت زوایه‌های مختلف بررسی کنید.

8 - انرژی حرکی را تعریف کنید و را بطله آن را ثبوت کنید.

- 9 - قضیه کار و انرژی را بیان کنید و رابطه آن را بنویسید.
- 10 - با توجه به قضیه کار و انرژی توضیح دهید که:
- چه موقع انرژی حرکی جسم افزایش می‌یابد؟
 - چه موقع انرژی حرکی جسم کاهش می‌یابد؟
 - چه موقع انرژی حرکی جسم تغییر نمی‌یابد؟
- 11 - جسمی با کتله 20kg را از ارتفاع 45m از سطح زمین رها می‌کنیم . با صرف نظر از مقاومت هوا و با استفاده از قضیه کار و انرژی، انرژی حرکی جسم و سرعت آن را در لحظه رسیدن به سطح زمین حساب کنید.
- 12 - در شکل روپرتو علامه کار محصلة قوه‌های وارد بر جسم را در هریک از مراحل حرکت با ذکر دلیل مشخص کنید.



- 13 - انرژی پتانسیل را تعریف کنید و سه نوع آن را نام ببرید.
- 14 - انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را تعریف کنید و رابطه آن را بنویسید.
- 15 - انرژی پتانسیل فنر از چه طریقی بوجود آمده و در آن ذخیره شده است؟
- 16 - قانون تحفظ انرژی میکانیکی را بیان کنید.
- 17 - جسمی از نقطه A بدون سرعت اولیه روی سطح بدون اصطکاک رها می‌شود، با استفاده از قانون تحفظ انرژی میکانیکی، سرعت جسم را در نقاط B و C پیدا کنید.



- 18 - جسمی با کتله 2kg را با سرعت ثابت به فاصله 1m در مدت 0.2 ثانیه با لا می‌بریم. این کار با چه طاقتی صورت می‌گیرد؟
- 19 - انرژی ورودی یا مصرفی چیست؟ توضیح دهید.
- 20 - بازده یا مؤثریت را تعریف کنید و رابطه آن را بنویسید.

مومنت خطي و امپولس



در این فصل برای توسعه بیشتر علم میخانیک با معرفی دو کمیت دیگر به نام‌های ضربه (impulse) و مومنت (momentum) به بحث خود ادامه خواهیم داد.

وقتی یک قوه بالای یک جسم در فاصله زمان معین عمل می‌کند، قوه مذکور یک تغییر سرعت را در جسم به وجود می‌آورد. امپولس این قوه (برای قوه ثابت) عبارت از حاصل ضرب قوه و زمانی است که در آن قوه عمل می‌کند و یا به عباره دیگر می‌توانیم بگوییم که مساحت تحت منحنی (قوه-زمان)، (برای زمانی که قوه در حال تغییر است) عبارت از امپولس است. همین طور تغییر در سرعت جسم نیز به حیث امپولس قوه‌یی که بالای جسم عمل می‌کند، تعریف شده است. و همچنان حاصل ضرب کتله جسم در سرعت آن را به نام مومنت که یک کمیت بسیار مهم فزیکی است و به سمبل M نمایش داده می‌شود، یاد می‌کنند. امپولس و مومنت هر دو کمیت‌های فزیکی وکتوری هستند. در این فصل ما دو اصل مهم را مطالعه خواهیم کرد. یکی اصل امپولس-مومنت و دومی اصل تحفظ مومنت خطي. در ارایه محتویات این فصل، مهم است بدانیم که هر دو اصل ذکر شده (که گاهی هم به نام قوانین و یا قاعده‌های اساسی یاد شده‌اند)، در حقیقت ادامه بحث قوانین نیوتون است که در فصل قبلی مطالعه نمودید. به این معنی که این دو قاعده اساسی، توسعه قوانین نیوتون هستند که در واقع با شناسایی مقادیر فزیکی امپولس و مومنت تکمیل شده‌اند.

در این فصل مطالب زیر را پیرامون این مبحث مطالعه خواهیم کرد:

- موقعیت و سرعت یک جسم می‌تواند با تطبیق یک قوه تغییر کند.

- بیان کردن رابطه بین قوه‌یی که بر کتله معین یک جسم عمل می‌کند و درجه تغییر سرعت آن جسم، (قانون دوم نیوتون).

- تعریف کردن امپولس یک قوه و مومنت.

- شرح تحفظ مومنت در تصادم دو جسمی که روی یک خط مستقیم در حرکت اند.

- توضیح مثال‌هایی از طبیعت تحفظ مومنت خطي.

- تعریف و توضیح مفاهیم تصادم‌های ارجاعی و غیر ارجاعی.

حرکت مستقیم الخط و امپولس (ضربه)

(۱-۶) امپولس (ضربه): آیا تا به حال از خود پرسیده اید که ضربه چیست؟ هنگامی که به جسمی ضربه وارد می‌کنید، چه اتفاقی می‌افتد؟

قرار تعریف ضربه یا امپولس عبارت از حاصل ضرب قوّه F و زمان t است. یعنی: همان طور که از رابطه بالا دیده می‌شود، امپولس را با حرف I نمایش می‌دهند. $I = F \cdot t$. قوه و زمان رابطه مستقیم دارد. امپولس و مومنتم دارای واحد اندازه‌گیری یکسان می‌باشند. چرا؟ در بسیاری از حالت‌ها زمان تأثیر قوه بالای یک جسم نقطه‌یی چنان کوتاه می‌باشد که ما مجبور می‌شویم از مفاهیم مشتق و انتیگرال استفاده کنیم که شما در ریاضی صنف دوازدهم خواهید آموخت. حال فرض می‌کنیم که قوّه F در مدت زمان Δt بالای یک جسم عمل می‌کند. در این صورت ضربه قوّه F را در زمان Δt با $\Delta I = F \cdot \Delta t$ نشان می‌دهیم: در زنده‌گی روزمره مشاهده می‌کنیم که ما برای تغییر دادن موقعیت و یا سرعت یک جسم، باید قوه‌یی را بر آن جسم وارد کنیم. در مباحث قبلی، در آغاز قوانین حرکت نیوتن درباره قوه و اثرات آن و هم‌چنان تعریف واحدهای قوه (نیوتن و داین) معلومات حاصل نمودید. در شکل (۱-۶) جسمی با کتله m در موقعیت x_1 و سرعت v_1 در زمان t_1 روی محور X توسط قوّه ثابت F در حرکت است. ما چنین حرکتی را از این پیش خوانده بودیم، ولی برای تکرار و توسعه معلومات قبلی باز از آن یاد آور می‌شویم. به منظور آسانی کار مطالعات خود را به حرکت روی محور X ویا موازی به آن محدود می‌سازیم. در زمان t_2 ، جسم در موقعیت x_2 دارای سرعت v_2 است. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x = (x_2 - x_1) \quad m$$

$$\Delta v = (v_2 - v_1) \text{ m/s}$$

$$\Delta t = (t_2 - t_1) \text{ s}$$

شتاب حرکت در فاصله زمانی Δt با شتاب ثابت a چنین افاده می‌شود.

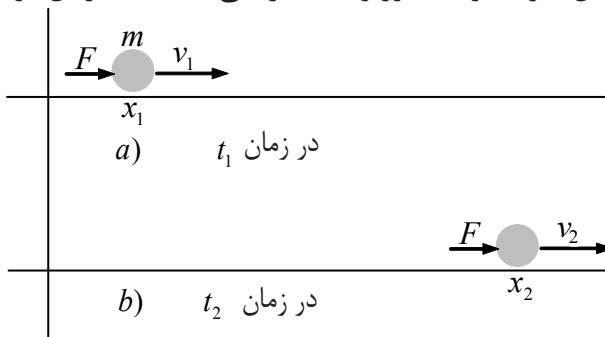
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ m/s}^2$$

در قانون دوم نیوتن، شتاب همان نسبت قوه و کتله تعریف شده است که عبارت است از، $a = \frac{F}{m}$ ، از قمیت‌های شتاب a در رابطه بالا می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\frac{F}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ویا}$$

$$F \Delta t = m \Delta v$$

افاده اخیر اساس کلی بحث ما را در این فصل تشکیل می‌دهد و چنانکه در مقدمه این فصل یاد آوری شد، اکنون امپولس را می‌توان چنین تعریف کرد: امپولس یک قوه ثابت، عبارت از حاصل ضرب قوه مذکور و فاصله زمانی است که در آن قوه عمل می‌کند.

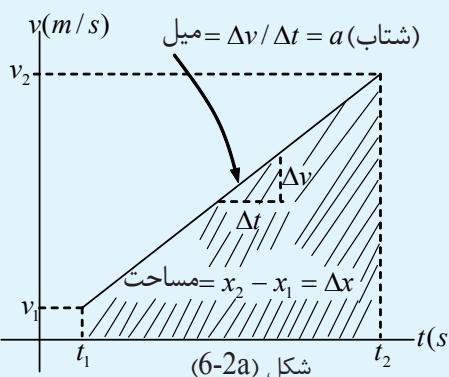


شکل (6-1) تغییر سرعت و موقعیت یک جسم در نتیجه تطبیق یک قوه برآن

فعالیت



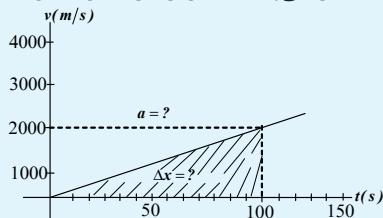
گراف (سرعت - زمان) برای جسم شکل (6-1) در شکل (6-2a) نشان داده شده است. باید توجه کرد که میل منحنی (سرعت - زمان) عبارت از شتاب ثابت و مساحت بین این منحنی و محور زمان عبارت از تغییر مکان Δx است. در این فعالیت شاگردان در گروههای مربوط، به کمک معلم با هم روی تفصیلات شکل (6-2a) و خصوصیات آن بحث نموده و نتایج را به هم صنفی‌های خود گزارش دهند.



شاگردان در گروههای مختلف به کمک گراف (سرعت-زمان) که برای حرکت یک سفینه فضایی در شکل (6-2b) نشان داده شده به پرسش‌های زیر پاسخ تهیه داشته و به مقابل صنف ارایه دارند:

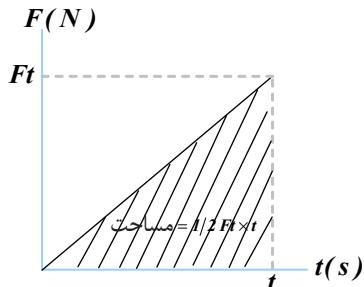
- سفینه در 100 ثانیه اول حرکت شتابی‌اش چقدر فاصله را می‌پیماید؟ آن را در شکل نشان دهید.
- شتاب سفینه را حساب کنید.
- سرعت سفینه در زمان $t = 150\text{s}$ چند است؟

فعالیت



شکل (6-2b) گراف سرعت زمان سفینه فضایی

تمرینات:



به پرسش‌های زیر پاسخ ارایه دارید.

1 - یک قوه ثابت $3,7N$ در فاصله زمانی $100s$ عمل

می‌کند. امپولس این قوه را حساب کنید.

2 - در شکل مقابل، قوه $F_1 = 2,2N$ داده شده. امپولس این

قوه را در انتروال زمانی $t = 30s$ از $t = 0$ دریافت کنید.

3 - اگر در شکل داده شده بالا، $F_0 = 55\text{dyne}$ ، $t_1 = 10s$ و $t_2 = 18s$ باشند. امپولس این قوه را تعیین کنید.

4 - یک قوه ثابت $F_1 = 5N$ در انتروال زمانی ($t = 3s$ تا $t = 1s$) و یک قوه ثابت دومی $F_2 = 2N$ در انتروال زمانی ($t = 10s$ تا $t = 5s$) عمل می‌کنند. امپولس‌های هر یک از این دو قوه را حساب و باهم مقایسه کنید.

6-2: مومنت

مومنت چیست؟ بین یک موتزلاری و یک موتر تیزرفتار در حال حرکت از نقطه نظر مومنت چه فرقی وجود دارد؟

قانون دوم حرکت نیوتون را چگونه می‌توان از نقطه نظر مومنت تعریف کرد؟ و یا به طور ساده «چه رابطه‌یی بین مومنت و قانون دوم حرکت نیوتون وجود دارد؟».



فکر کنید

دو توپ را که دارای کتله‌های یکسان m می‌باشند با یکدیگر تصادم دهید، چه اتفاقی خواهد افتاد. به دقت در مورد این مسئله در گروههای مختلف بحث کنید و نتیجه را به صفحه گزارش دهید.

در مبحث گذشته به کمک قانون نیوتون دریافتیم که: $F\Delta t = m\Delta v$ و مقدار طرف چپ معادله را به نام امپولس یاد نمودیم. اکنون توجه خود را به طرف راست معادله معطوف می‌داریم. می‌دانیم که $\Delta v = v_2 - v_1$ طوری که v_1 سرعت اولی جسم در زمان t_1 و v_2 سرعت دومی در زمان t_2 است. پس می‌توان نوشت: $m\Delta v = mv_2 - mv_1$

هر دو مقدار طرف راست معادله، حاصل ضرب کتله جسم و سرعت آن را افاده می‌کند. این حاصل ضرب یکی از کمیت‌های مهم دیگر فزیکی است که به نام مومنت یاد شده است.

به اساس تعریف، یک کتله m که به سرعت v در حرکت است دارای مومنتم P است که توسط $\vec{P} = m\vec{V}$ افاده می‌شود. واحدهای مومنتم در سیستم SI عبارت از $\frac{kg \cdot m}{s}$ و $gr \cdot \frac{cm}{s}$ می‌باشد. همچنان باید گفت معادله بعدی (دایمنشن) آن عبارت از $\frac{M \cdot L}{T} = M \cdot L \cdot T^{-1}$ می‌باشد. همچنان باید گفت که واحدها و ابعاد امپولس و مومنتم هر دو یکسان می‌باشند. مثال‌هایی از مومنتم در شکل (6-3) داده شده است. در این شکل هر یک از مومنتم‌ها حساب شده که به وضاحت دیده می‌شود. برای این‌که به تعریف مومنتم به خوبی پی ببرید، کوشش کنید به طور دقیق روی قسمت‌های مختلف شکل با هم صنفی‌های خود بحث کنید.

$$V = 3 \times 10^5 \text{ m/s} \quad P = 5.0 \times 10^{-22} \text{ kg} \frac{m}{s} \quad \text{(a) پروتون}$$

$$m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$V = 1 \times 10^3 \text{ m/s} \quad P = 1 \text{ kg m/s} \quad \text{(b) مرمی}$$

$$m = 1 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$V = 20 \text{ m/s} \quad P = 2 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s} \quad \text{(c) لاری}$$

$$m = 1 \times 10^4 \text{ kg}$$

$$V = 3 \times 10^2 \text{ m/s} \quad P = 9 \times 10^7 \text{ kg} \frac{m}{s} \quad \text{(d) بوئینگ}$$

$$m = 3 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$V = 1 \times 10^4 \text{ m/s} \quad P = 5 \times 10^7 \text{ kg m/s} \quad \text{(e) سفينة فضائي (اپلوو)}$$

$$m = 5 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$V = 3 \times 10^4 \text{ m/s} \quad P = 18 \times 10^{28} = 1.8 \times 10^{29} = 2 \times 10^{29} \text{ kg} \frac{m}{s} \quad \text{(f) زمین}$$

$$m = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$V = 1 \times 10^4 \text{ m/s} \quad P = 3 \times 10^{34} \text{ kg m/s} \quad \text{(g) ستاره}$$

$$m = 3 \times 10^{30} \text{ kg}$$

مطالعه مومنتم در اجسام مختلف
شکل (6-3)

مثال‌ها

- 1 - کتله‌ی یک شتر با بار آن 500kg است و با سرعت 2m/s در حرکت است، مومنت آن را حساب می‌کنیم.

حل:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad P = mV = 5 \times 10^2 \text{ kg} \times 2 \text{ m/s} = 10^3 \text{ kg m/s}$$

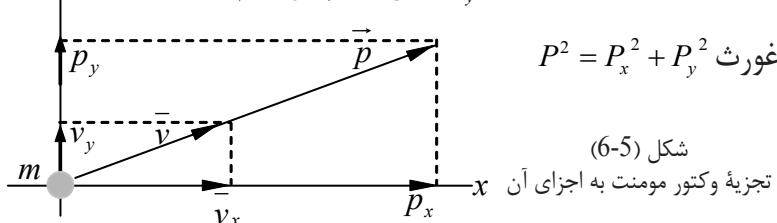
مطابق شکل (6-4)، چون سرعت یک مقدار وکتوری و کتله یک سکالر است، بنابرآن مومنت مقدار وکتوری می‌باشد. در شکل کتله m دارای سرعت v بوده و مومنت توسط $P=mv$ نمایش خاصیت وکتوری مومنت ارایه شده است.

چنانکه در هر سیستم کمیات وضعیه داده شده، یک وکتور به روی محورهای کمیات وضعیه به اجزایش تجزیه شده می‌تواند، بنابرآن وکتور مومنت P نیز روی محورها تجزیه شده می‌تواند که در شکل (6-5) نشان داده شده است. به خاطر باید داشت که اگر مومنت نسبت به جهت مثبت محور X زاویه θ را بسازد، در آن صورت،

$$P_x = P \cos \theta$$

$$P_y = P \sin \theta$$

واز قضیه فیثاغورث



باهم بحث کنید و به حل تمرین پردازید

a - یک لاری با کتله 3000kg که به زاویه 30° به طرف شمال شرق به سرعت 72km/h در حرکت است، واگنی را که دارای کتله 1000kg است با خودکش می‌کند. محور x را به سمت شرق و محور y را به سمت شمال در نظر بگیرید. مرکبهای x و y مومنت لاری را دریافت کنید.

b - یک طیاره مسافربری هواپیمایی آریانا دارای کتله مجموعی 50000kg بوده و به سرعت 900km/h در پرواز است. اگر سمت مسیر پرواز 135° به طرف جنوب شرق باشد، مرکبهای (x و y) مومنت آن را معین کنید.

حل a: داریم که

$$P = m \times V = (3000 + 1000)kg \times 72 km/h$$

$$= 4000kg \times \frac{72000m}{3600s} = 4000kg \times 20 \frac{m}{s}$$

$$P = 80000kg \cdot m/s = 8 \times 10^4 kg \cdot m/s$$

$$P_x = P \cos \hat{\theta} = 8 \times 10^4 kg \cdot m/s \times \cos 30^\circ$$

$$= 8 \times 10^4 \times 0.866kg \cdot m/s$$

$$P_x = 6.928 \times 10^4 kg \cdot m/s$$

$$Py = P \sin \hat{\theta} = 8 \times 10^4 \times 0.5kg \cdot m/s$$

$$Py = 4 \times 10^4 kg \cdot m/s$$

حل b: داریم که: $\hat{\theta} = -45^\circ$ (به سمت جنوب شرق)

$$P = 50000kg \times 900 km/h$$

$$= 5 \times 10^4 kg \times \frac{900 \times 10^3 m}{3600s}$$

$$= 5 \times 10^4 \times 2.5 \times 10^2 kg \cdot m/s = 1.2 \times 10^5 \times 10^2 kg \cdot m/s$$

$$P = 1.25 \times 10^7 kg \cdot m/s$$

$$Px = P \cos \hat{\theta} = -1.25 \times 10^7 \cos 45^\circ kg \cdot m/s$$

$$= -1.25 \times 10^7 \times 0.707kg \cdot m/s$$

$$Px = -8.84 \times 10^6 kg \cdot m/s$$

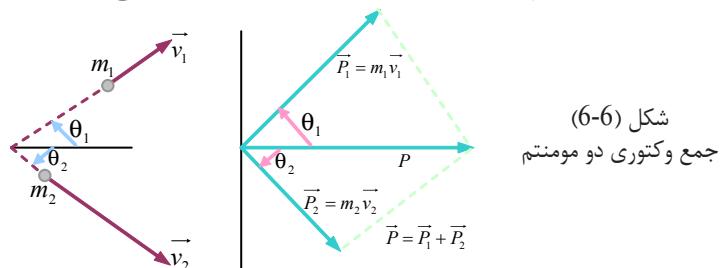
$$Py = P \sin \hat{\theta} = -1.25 \times 10^7 \sin 45^\circ kg \cdot m/s$$

$$= 1.25 \times 10^7 \times 0.707kg \cdot m/s$$

$$Py = 8.84 \times 10^6 kg \cdot m/s$$

از حل سؤال نتیجه می‌شود که دقیقاً مومنت، یک کمیت وکتوری است. برای این‌که به طور کامل مومنت یک جسم را مشخص کنیم، ما باید حاصل ضرب کتله و سرعت و همچنان سمت حرکت آن را بدانیم. در فصل‌های قبلی موقعیت وکتورهای تغییر مکان، وکتورهای سرعت و وکتورهای قوه و شتاب را معرفی نمودیم و دانستیم که چطور می‌توانیم دو یا چند وکتور هم نوع را جمع نموده و به حیث یک وکتور محصلة نشان دهیم.

به همین شکل می‌توانیم دو یا چند وکتور مومنت را برای به‌دست آوردن یک وکتور محصلة ساده باهم جمع کنیم. به شکل (6-6) توجه کنید در شکل، کتله₁ دارای سرعت V_1 بوده و بنابرآن دارای مومنت $P_1 = m_1 V_1$ ، کتله₂ دارای سرعت V_2 و $P_2 = m_2 V_2$ ، همچنان مومنت کتله₁ می‌باشد.



شکل (6-6)
جمع وکتوری دو مومنت

برای یافتن مومنت محصله می‌توان از یکی از دو طریقه متوازی الاضلاع و یا جمع مرکب‌ها استفاده کرد. به یاد داشته باشید که:

$$P_1 \text{ مرکبۀ X مومنت} = m_1 V_1 \cos \hat{\theta}_1$$

$$P_1 \text{ مرکبۀ Y مومنت} = m_1 V_1 \sin \hat{\theta}_1$$

$$P_2 \text{ مرکبۀ X مومنت} = m_2 V_2 \cos \hat{\theta}_2$$

$$P_2 \text{ مرکبۀ Y مومنت} = m_2 V_2 \sin \hat{\theta}_2$$

چون مرکبۀ X و Y وکتور محصله به ترتیب مساوی به مجموع مرکبۀای X و Y وکتورهای جمع شده است، بنابرآن:

$$P \text{ مرکبۀ X مومنت} = P_x = m_1 V_1 \cos \hat{\theta}_1 + m_2 V_2 \cos \hat{\theta}_2$$

$$P \text{ مرکبۀ Y مومنت} = P_y = m_1 V_1 \sin \hat{\theta}_1 + m_2 V_2 \sin \hat{\theta}_2$$

اکنون با معلوماتی که حاصل نموده‌ایم، می‌توانیم به ادعاهای سه گانه زیر باور داشته باشیم:

1 - مومنت یک جسم مساوی است به حاصل ضرب کتله و سرعت آن.

2 - مومنت یک مقدار وکتوری است.

3 - مجموع مومنت یک سیستم جسم‌ها عبارت است از مجموع وکتوری هر یک از مومنت‌ها.



فکر کنید

در گروههای مختلف صنفی در مورد این‌که چرا وقتی که یک موتور لاری و یک موتور تیزرفتار هر دو با سرعت دیگر حرکت کنند، در آن صورت موتور لاری که کتله آن بزرگ‌تر است، دارای مومنتم بیشتر می‌باشد؟ (نتیجه را به صنف گزارش دهید).

توضیح دهید: دو جسم A و B را در نظر بگیرید. هرگاه ($m_A = 3m_B$) باشد. در این حالت دو جسم A و B می‌توانند دارای مومنتم یکسان باشند. یعنی $P_A = P_B$ چرا؟

حال با دانستن مفهوم مومنتم به بررسی این سؤال می‌پردازیم که بین قوه (F) و مومنتم (p) چه رابطه‌یی وجود دارد؟ آیا قوه می‌تواند مومنتم یک جسم را تغییر دهد؟ برای دانستن این موضوع فعالیت زیر را انجام دهید:

فعالیت

با توجه به آن‌چه که در فعالیت قبل انجام دادید. سعی کنید که همان دو توپ را با قوه‌های بیشتری با یکدیگر تصادم دهید. چه اتفاقی رخ خواهد داد؟ توضیح دهید.
از اجرای فعالیت بالا به نتیجه خواهید رسید که قوه می‌تواند مومنتم یک جسم را کم و زیاد بسازد و یا تغییر در جهت مومنتم به وجود بیاورد.

6-3: قوه و مومنتم

در آغاز این فصل ما قانون دوم نیوتون را به شکل رابطه $F\Delta t = m\Delta V \dots\dots\dots(1)$ افاده نمودیم که در پایه از قانون دوم نیوتون ($F=ma$) استخراج شده بود. نیوتون در بیانیه اساسی قوانین سه گانه حرکتش، قوه را از جنس کتله و شتاب نه، بلکه از جنس درجه زمانی تغییرات مومنتم افاده کرده است. به یاد داشته باشید که، این رابطه نشان می‌دهد که برای کتله ثابت، حاصل ضرب کتله و تغییرات سرعت آن مساوی است به تغییرات در مومنتم جسم. با جای گزینی قیمت $m\Delta v$ در رابطه اولی نتیجه می‌شود که $F\Delta t = \Delta P$ با تقسیم نمودن دو طرف معادله به $\frac{\Delta P}{\Delta t} = F$ (2) به دست می‌آید. به یاد داشته باشید که ΔP تغییر در مومنتم با واحد $Kg\ m/s$ و Δt انتروال زمان است. هنگامی که قوه F عمل می‌کند و سبب تولید ΔP می‌گردد. پس نسبت تغییر در مومنتم و انتروال زمانی عبارت از درجه زمانی متوسط تغییر مومنتم بوده و نتیجه می‌گیریم که قوه‌یی که بالای یک جسم وارد می‌شود از نگاه نظری مساوی به درجه زمانی تغییرات مومنتم یک جسم می‌باشد.

$$\text{درجه زمان متوسط تغییر مومنتم} = F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (\text{قوه واردہ بر جسم})$$

ادعای اخیر کمابیش همان بیان اصلی قانون دوم نیوتن است که توسط خودش ارایه شده است (بیان اصلی قوانین حرکت نیوتن در زبان لاتین ارایه شده).

چنانکه می‌توان به راحتی قانون دوم نیوتون ($\sum \vec{F} = \vec{ma}$) را با استفاده از رابطه اخیر نیز با در نظر گرفتن کتله ثابت ($m = \text{Const} \tan t$) چنین به دست آورد:

فرض کنید سرعت اولیه جسم و سرعت نهایی جسم در انتروال زمانی Δt باشد. پس:

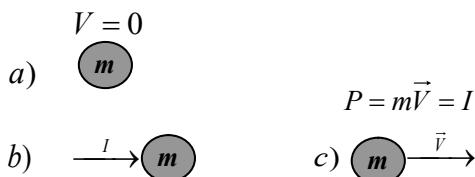
$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= \frac{\vec{\Delta p}}{\Delta t} = \frac{m\vec{V}_2 - m\vec{V}_1}{\Delta t} = \frac{m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{\Delta t} \\ &= m \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} = m \cdot a \dots \dots \dots \quad (3)\end{aligned}$$

از آن جایی که عبارت از شتاب جسم (\vec{a}) می‌باشد. پس با وضع نمودن قیمت آن در رابطه (3) می‌توان نوشت: $\sum \vec{F} = m \vec{a}$
 $(m = \text{Constant})$

قانون امپولس - مومنتم

ما در بحث‌های گذشته امپولس و مومنت را تعریف نمودیم. اکنون نشان می‌دهیم که چگونه آن‌ها به ساده‌گی با قانون دوم نیوتون مرتبط می‌باشند. ما در بالا نشان دادیم که قوه مساوی است به درجه زمانی تغییرات مومنت، یعنی: $\frac{\Delta P}{\Delta t} = F$ و یا می‌توانیم این طور بنویسیم، اما $I = F\Delta t$ امپولس F در انتروال زمان Δt و $\Delta P = \Delta I$ تغییر مومنت تولید شده توسط قوه F بیس، می‌توانیم بنویسیم:

رابطه اخیر بیان می‌دارد که: امپولس یک قوه‌یی که بالای یک جسم عمل می‌کند، برابر است به تغییرات منتجه در مومنت جسم مذکور، که جمله بیان شده به نام قانون (امپولس-مومنت) نامیده می‌شود. شکل (6-7) این قانون را برای مومنت اولی صفر نمایش می‌دهد.



(6-7) شکار

نمایش قانون (امولس- مومنتم) پایی مومنتم اولی، صفر

کتله m نخست در حالت سکون بوده و امپولس I در نتیجهٔ مومنتم آخری mV که در عدد مساوی به I است در آن اعمال می‌گردد. در شکل (6-8) یک کتله m دارای مومنتم اولی $P_1 = mV_1$ می‌باشد. همین طور یک امپولس I در نتیجهٔ مومنتم آخری $P_2 = mV_2$ بالای کتله اعمال می‌گردد، بنابرآن می‌توانیم بنویسیم: $I = P_2 - P_1 = mV_2 - mV_1$ قانون امپولس – مومنتم، توسعهٔ و تفصیل خوب قانون دوم نیوتون می‌باشد. شکل مقابل، مومنتم اولی دلخواهی را بر اساس قانون (امپولس – مومنتم) نشان می‌دهد.

$$\begin{array}{ll}
 a) & \text{---} \quad \vec{v} \quad \quad \quad \vec{P}_1 = m_1 \vec{V}_1 \\
 b) & \text{---} \quad \vec{s} \quad \rightarrow \quad \text{---} \quad \vec{v}_1 \rightarrow \\
 c) & I = m V_2 - m V_1 \quad \quad \quad \text{---} \quad \vec{P}_2 = m_2 \vec{V}_2 \quad \quad \quad \vec{v}_2 \rightarrow
 \end{array} \quad (6-8)$$

مثال

انجن‌های کنترول کنندهٔ یک سفینهٔ فضایی که کتله 15000kg دارد، برای پرتاب بدنه اش به جلو، $N \times 10^5$ قوهٔ تولید می‌کند. تغییرات مومنتم سفینه را در صورتی که انجن‌های آن برای 10s آتش بگیرد، حساب کنید. نتیجهٔ تغییرات در سرعت چند خواهد بود؟ و ماشین را دریابید تا مدت زمانی فعالیت‌های تا یک تغییر سرعت $s/m \times 10^4 = 4 \times 10^4$ در سفینه ایجاد شود.

حل:

$$\begin{aligned}
 \Delta P &= I = F\Delta t = 3 \times 10^5 N \times 10 s \\
 &= 3 \times 10^6 \text{Kg m/s} \\
 \Delta V &= \frac{\Delta P}{m} = \frac{3 \times 10^6 \text{Kg m/s}}{1,5 \times 10^4 \text{Kg}} = 200 \text{m/s} \\
 \Delta t &= \frac{\Delta P}{F} = \frac{m\Delta V}{F} = \frac{1,5 \times 10^4 \times 4 \times 10^4}{3 \times 10^5} = 2 \times 10^3 \text{s} \\
 &= 2000 \text{s}
 \end{aligned}$$

پس، در این مثال وقتی انجن برای 10 ثانیه فیر شود، نتیجهٔ تغییرات در مومنتم سفینه، $\frac{m}{s}$ و نتیجهٔ تغییرات در سرعت، 200m/s می‌باشد. انجن‌ها باید برای 2000s (تقریباً 33 دقیقه) فعالیت کنند تا تغییر سرعت $40,000\text{m/s}$ را تولید کنند. به یاد داشته باشید که سرعت بالا $(4 \times 10^4 \text{m/s}) = \frac{4 \times 10^4 \times 10^{-3} \text{km}}{\frac{1}{3600} \text{h}} = 40 \times \frac{3600 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 144 \times 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 144.000 \text{ Km/hr})$

یک سرعت بسیار بلند است.

تمرین بالا یکی از موارد استفاده از قانون امپولس – مومنتم را به ما نشان داد.

۶-۴: ضربه و تحفظ مومنتم خطی

در فصل گذشته قانون سوم نیوتون را مبنی براین که برای هر عمل یک عکس العمل مساوی به آن وجود دارد، به تفصیل مطالعه نمودیم. قانون سوم نیوتون در حقیقت نتیجه‌یی از خاصیت اساسی قوه‌ها در طبیعت است که همیشه به طور جوره باهم (عمل و عکس العمل) واقع می‌شوند. وقتی یک جسم بالای جسم دومی یک قوه وارد نماید، جسم دومی قوه مساوی و مخالف الجهت را بالای جسم اولی وارد می‌کند. اکنون یکجا ساختن این حقیقت با قانون دوم نیوتون برحسب مومنتم ما را به قانون تحفظ مومنتم رهنمایی می‌کند.

اگر هیچ نوع قوه‌یی بالای یک سیستم وارد نشود، در آن صورت مومنتم یک سیستم قطع نظر از هر نوع تأثیرات متقابل بین اجزای آن سیستم ثابت است. جمله بالا قانون تحفظ مومنتم را به طور کامل بیان می‌کند. از تعریف بالا قانون دوم نیوتون را چنان می‌نویسیم:

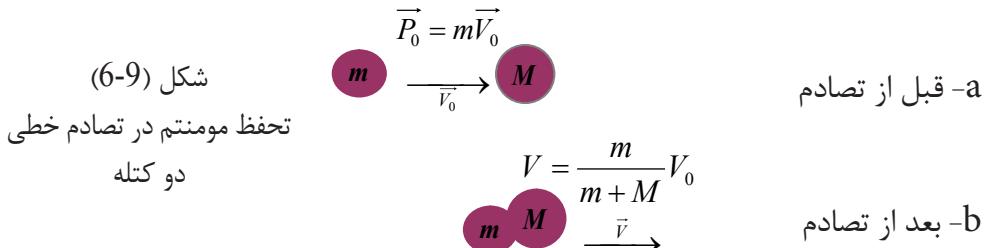
$$\Delta P = F \Delta t \quad F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad \text{ویا}$$

در رابطه اخیر F قوه محصلة عامل بالای جسم (یا سیستم اجسام)، Δt انتروال زمانی که قوه F عمل می‌کند و ΔP نتیجه تغییر مومنتم می‌باشد. آشکارا اگر F صفر باشد، یعنی اگر کدام قوه بالای جسم (یاسیستم) عمل نکند، در آن صورت ΔP نیز صفر می‌باشد، و این معنی می‌دهد که مومنتم ثابت است. اگر تغییر یک کمیت در یک انتروال زمان Δt صفر باشد، در آن صورت کمیت مذکور در زمان Δt ثابت می‌باشد.

قانون تحفظ مومنتم در مطالعه تصادم اجسام بسیار مهم است. فرض می‌کنیم دو جسم باهم تصادم می‌کنند. بیایید به طور فشرده تصادم آن‌ها را توضیح دهیم.

وقتی که دو جسم در لحظه آغاز تصادم باهم برخورد می‌کنند، هر کدام بالای دیگرش یک قوه وارد می‌کند که مقدار این دو قوه باهم مساوی بوده و دارای جهت‌های مخالف می‌باشند. چون این ادعا فقط در لحظه کوچک تصادم صحت دارد. بنابرآن منحنی (قوه - زمان) برای هر یک از قوه‌ها به طور کل یکسان می‌باشد. و به نتیجه می‌رسیم که امپولس هر قوه در مقدار باهم مساوی است. پس تغییرات مومنتم در هر جسم مساوی و جهت‌های شان مخالف می‌باشد، در حالی که تغییرات کلی مومنتم در سیستم دو جسم در نتیجه تأثیرات متقابل (در عمل تصادم) مساوی به صفر می‌باشد. به این معنی که مجموع تغییرات در مومنتم دو جسم قبل و بعد از تصادم به طور دقیق مساوی به صفر می‌باشد. این بیان توضیح می‌دارد که مومنتم در تأثیرات متقابل یک تصادم بین دو جسم ثابت بوده و بدون تغییر باقی می‌ماند.

حالت خاص: نوع تصادم بین دو جسم در شکل (6-9) نمایش داده شده.



جسم اولی دارای کتله m و سرعت V_0 با جسم دومی دارای کتله M برخورد می‌کند و در نتیجه آن کتله‌ها با هم یکجا شده و به سرعت V به حرکت خود ادامه می‌دهند. اکنون بنابر تعريف می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{مومنتم قبل از تصادم} = P_0 = mV_0$$

$$\text{مومنتم بعد از تصادم} = P = (m+M)V$$

از قانون تحفظ مومنتم $P_0 = P$

ویا: $mV_0 = (m+M)V$

بنابرآن برای سرعت بعد از تصادم می‌توان نوشت:

یاد آور باید شد که ما می‌توانیم با داشتن قیمت‌های m , M و V_0 سرعت حاصل شده V کتله‌های یکجا شده بعد از تصادم را محاسبه کنیم.

شکل (6-10) یک کتله m با سرعت V_0 با کتله دومی ساکن M برخورد نموده و بعد از تصادم، m با سرعت v و M با سرعت V در جهت‌های مخالف یکدیگر در حرکت می‌آیند.

چون مومنتم در این تصادم محفوظ است، بنابرآن:

$$mV_0 = MV + (-mv) = MV - mv$$

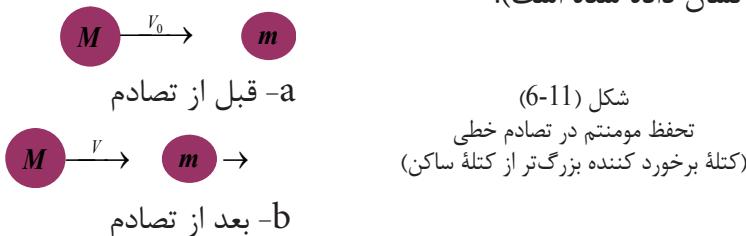


b- بعد از تصادم

شکل (6-10)
تحفظ مومنتم در تصادم خطی
(کتله برخورد کننده کمتر از کتله ساکن)

رابطه بالا به وضاحت بیان می‌دارد که مومنتم پیش از تصادم مساوی است به مومنتم بعد از تصادم.

اگر کتله برخورد کننده در یک تصادم روی خط مستقیم، بزرگ‌تر از کتله ساکن باشد، در آن صورت هر دو کتله بعد از تصادم از هم دیگر دور شده و در عین جهت در حرکت می‌آیند. (در شکل (6-11) نشان داده شده است).



برای این حالت خاص، قانون تحفظ مومنتم شکل زیر را بخود می‌گیرد:

$$MV_0 = MV + mv$$

حالت عمومی تصادم دو کتله روی خط مستقیم در شکل (6-12) نشان داده شده است. در این حالت:

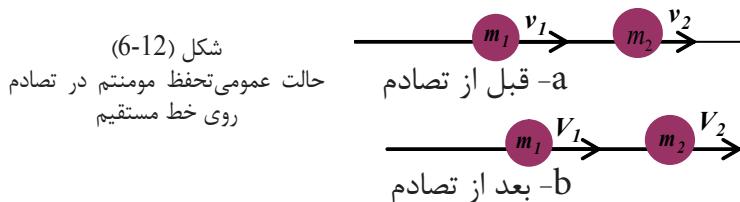
$$P_{before} = \text{مومنتم قبل از تصادم} = P_b = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$P_{after} = \text{مومنتم بعد از تصادم} = P_a = m_1V_1 + m_2V_2$$

از قانون تحفظ مومنتم:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1V_1 + m_2V_2$$

برای کتله‌های داده شده m_1 و m_2 و سرعت‌های معینه v_1 و v_2 باز هم سرعت‌های نهایی بعد از تصادم، v_1 و v_2 خواهند بود. برای قیمت‌های معین داده شده حالت اولی (m_1, m_2, v_1, v_2) به تعداد بی نهایت ترکیب‌هایی از سرعت‌های نهایی به وجود آمده می‌تواند. اما برای تمام قیمت‌های اندازه شده کتله‌ها و سرعت‌ها صحت معادله بالا و در نتیجه صحت قانون تحفظ مومنتم در آن‌ها تحقق می‌یابد.

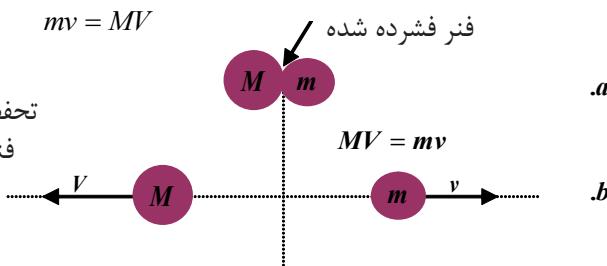


یک مثال دلچسپ دیگر تحفظ مومنتم در شکل (6-13) نشان داده شده. دو جسم دارای کتله‌های M و m به دو طرف یک فنری که تحت فشار قرار گرفته باهم محکم گرفته شده‌اند. لحظه‌یی که اجسام رها شوند، قوه فنر آن‌ها را به دو طرف ضربه می‌زند. اندازه قوه وارد شده بالای هر یک از دو جسم در هر لحظه‌یی که قوه عمل می‌کند به طور کل باهم مساوی و جهت‌های قوه‌های وارد شده بالای کتله‌ها مخالف همدیگر هستند. بنابرآن امپولس قوه‌یی که بالای M عمل می‌کند در مقدار مساوی، ولی در جهت مخالف با امپولس قوه‌یی است که بالای کتله m عمل می‌کند. هر کتله در نتیجه شوت شدن عین مقدار مومنتم را به خود حاصل نموده و جهت‌های این مومنتم‌ها مخالف و مجموع آن‌ها صفر است؛ یعنی چنانی که مومنتم قبل از رها شدن صفر بوده، اکنون نیز مومنتم به همان گونه بعد از رها شدن صفر است. از مباحثه بالا اگر به اندازه‌های سکالری مومنتم توجه کنیم، در خواهیم یافت که آن‌ها باید باهم مساوی باشند. پس با توجه دوباره به شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$mv = MV$$

شکل (6-13)

تحفظ مومنتم کتله‌هایی که توسط فنر به دو طرف شوت شده‌اند.



این نتیجه همچنان از تطبیق مستقیم (بدون توضیحات بالا) قانون تحفظ مومنتم نیز می‌تواند به دست آید که بر مبنای آن مومنتم اولی باید مساوی به مومنتم نهایی باشد، و در این مثال قسمت‌های هر دو مومنتم به طور کل صفر هستند.

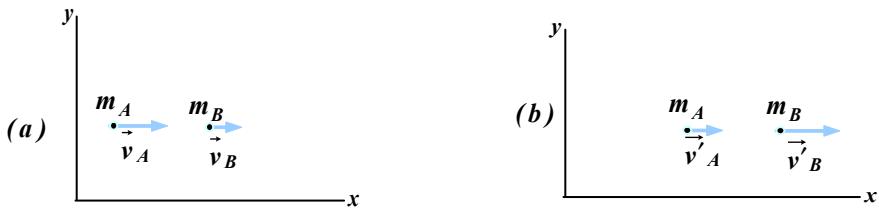
5-6: تصادم ارتجاعی

تصادم ارتجاعی چیست و از نگاه فزیک چگونه بررسی می‌شود؟

تصادم ارتجاعی عبارت از تصادمی است که در آن قوانین تحفظ مومنتم و انرژی میخانیکی هر دو صدق نمایند. برای درک بهتر این نوع تصادم، دو جسم کوچک A و B را در نظر می‌گیریم طوری که هر دو جسم بروی یک خط راست محور (X) حرکت می‌کنند.

حال این دو جسم را قبل و بعد از تصادم مورد مطالعه قرار می‌دهیم:

فرض می‌کنیم که مطابق شکل (6-14)، دو جسم A و B قبل از تصادم به ترتیب دارای سرعت‌های V_A و V_B و بعد از تصادم دارای سرعت‌های V'_A و V'_B می‌باشند.



(6-14) شکل

زمانی که $V > 0$ باشد، جسم به طرف راست محور X و زمانی که $0 < V$ باشد، جسم به طرف چپ محور X حرکت می‌کند.

نظر به قانون تحفظ مومنتم، در این نوع تصادم، مومنتم مجموعی سیستم قبل و بعد از تصادم ثابت باقی می‌ماند پس می‌توان نوشت که:

$$m_A V_A + m_B V_B = m_A V'_A + m_B V'_B \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

به همین ترتیب نظر به قانون تحفظ انرژی میخانیکی، مجموع انرژی حرکی اجسام تصادم کننده قبل از تصادم و بعد از تصادم نیز با یکدیگر مساوی اند. یعنی:

در صورتی که کتله و سرعت هر دو جسم قبل از تصادم معلوم باشند، با استفاده از رابطه (1) می‌توان کتله و سرعت هر دو جسم A و B را بعد از تصادم چنین به دست آورد:

$$m_A(V_A - V'_A) = m_B(V'_B - V_B) \quad (3)$$

به همین ترتیب با استفاده از رابطه (2) برای انرژی حرکی می‌نویسیم که:

$$m_A(V_A^2 - V_A'^2) = m_B(V_B'^2 - V_B^2). \dots \dots \dots \quad (4)$$

با استفاده از مطابقت الجبری $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ ، رابطه بالا را به صورت زیر نوشتیم:

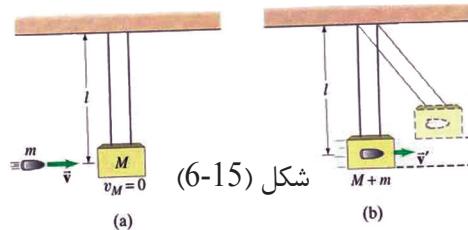
$$m_A(V_A - V'_A)(V_A + V'_A) = m_B(V'_B - V_B)(V'_B + V_B) \dots \dots \dots (5)$$

حال با تقسیم کردن رابطه (5) بر رابطه (3) و با فرض $V'_B \neq V'_A$ و $V'_B \neq V'_D$ داریم که:

رابطه اخیر (6)، یک رابطه بسیار مهم و جالب است. این رابطه بیانگر این است که در یک تصادم ارتجاعی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم باهم برابر ولی در خلاف جهت یکدیگر هستند.

6-6: تصادم غیر ارتجاعی

تصادم غیر ارتجاعی چیست؟ چه تفاوتی بین تصادم ارتجاعی و غیر ارتجاعی وجود دارد؟ تصادم غیر ارتجاعی عبارت از تصادمی است که در آن قانون تحفظ مومنتم صدق نماید؛ ولی قانون تحفظ انرژی میخانیکی صدق ننماید. صدق ننمودن قانون تحفظ انرژی میخانیکی در این نوع تصادم به دلیل آن است که مجموع انرژی حرکی و پوتانسیل سیستم ثابت باقی نمی‌ماند. یعنی در این نوع تصادم، انرژی میخانیکی ممکن است به انرژی حرارتی، انرژی صوتی و یا کار تغییر شکل دهد.



شکل (6-15)

بنابرآن برای تصادم‌های غیر ارتجاعی، تنها می‌توان قانون تحفظ مومنتم را مورد مطالعه قرار داد. در تصادم‌های غیر ارتجاعی، بیشتر اجسام تصادم کننده بعد از تصادم به همدیگر چسپیده و با همان سرعت حرکت می‌کنند.

یکی از مثال‌های خوب برای درک بهتر تصادم غیر ارتجاعی عبارت از رقاشه بالستیک (Ballistic Pendulum) می‌باشد، که توسط آن می‌توان سرعت مرمی را اندازه‌گیری کرد.



تحقیق کنید

در گروه‌های مختلف طریقه به دست آوردن سرعت مرمی را توسط رقاشه بالستیک تحقیق کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

7-6: مرکز ثقل

در صنف‌های گذشته با مفهوم مرکز ثقل و این‌که چگونه می‌توان مرکز ثقل اجسام منظم هندسی را به دست آورد، آشنایی حاصل کردید. اما آیا تا به حال از خود پرسیده اید که چگونه می‌توان مرکز ثقل سیستمی از اجسام یا ذرات را که بر روی یک خط مستقیم قرار دارند به دست آورد؟ و یا این‌که در چه حالت‌هایی می‌توان مرکز ثقل سیستمی از ذرات یا اجسام را مطالعه نمود؟ برای جواب دادن به پرسش‌های بالا شکل (6-16) را در نظر بگیرید. در این شکل دو جسم با کتله‌های m_A و m_B وجود دارند که فاصله هر یک آن‌ها از مرکز محور X (محور دوران) به ترتیب عبارت از X_A و X_B می‌باشد.

برای به دست آوردن مرکز ثقل این سیستم که از دو جسم (از دو ذره نماینده‌گی می‌کند) تشکیل شده است از رابطه ذیل استفاده می‌شود.

$$m_A x_{cm} + m_B x_{cm} = m_A x_A + m_B x_B \quad \text{و یا}$$

$$X_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M} \quad (6-16)$$

در این رابطه X_{cm} عبارت از فاصله مرکز ثقل سیستم از مرکز محور x می‌باشد. برای ساده ساختن رابطه مجموع کتله‌های m_A و m_B را با علامه M نشان می‌دهیم. یعنی:

$$M = m_A + m_B \quad (1)$$

با وضع نمودن قیمت M , رابطه (1) شکل ذیل را به خود می‌گیرد:

$$X_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M} \quad (6-17)$$

حال حالت‌های مختلف را مورد مطالعه قرار می‌دهیم:

- در صورتی که یکی از کتله‌ها بزرگ‌تر از دیگری مثلاً $m_A > m_B$ باشد، در این حالت مرکز ثقل این سیستم دو جسمی (دو ذره‌یی) به جسمی نزدیگتر است که دارای کتله بزرگ‌تر می‌باشد.

2 - اگر تمام کتله سیستم در یک نقطه مثلاً نقطه B قرار داشته باشد، در آن صورت $0 = m_A$ خواهد بود و می‌توان نوشت که:

$$X_{cm} = \frac{0 \times X_A + m_B X_B}{0 + m_B} = \frac{m_B X_B}{m_B} = X_B$$

3 - اگر سیستم دارای بیشتر از دو جسم (ذره)، تا n ذره باشد، در چنین حالت بر اساس رابطه (1) می‌توان نوشت که:

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 X_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \quad (2)$$

$$M = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$$

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 X_3 + \dots}{M}$$

$$X_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i X_i}{M}$$

رابطه اخیر یک رابطه کلی برای به دست آوردن مرکز ثقل سیستمی از ذرات یا اجسام می‌باشد. همین طور برای محور y نیز به ساده‌گی می‌توان به اثبات رسانید که:

$$Y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i Y_i}{M}$$

خلاصه فصل ششم



- در مبحث مومنتم خطی و امپولس دو اصل (امپولس- مومنتم) و (تحفظ مومنتم خطی) به نام قوانین یا قاعده‌های اساسی یاد شده‌اند.
 - امپولس یا ضربه یک کمیت وکتوری بوده و عبارت از حاصل ضرب قوه در زمان می‌باشد.

$$\vec{I} = \overrightarrow{F_{av}} \cdot \Delta t$$
 - امپولس با درنظرداشت قانون دوم نیوتون در حقیقت عبارت از ΔP می‌باشد، یعنی:

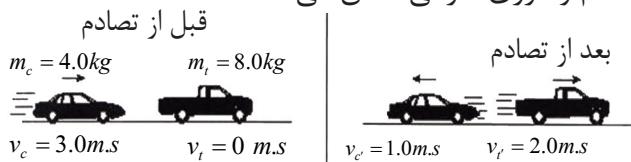
$$\vec{I} = \overrightarrow{F_{av}} \cdot \Delta t = \overrightarrow{\Delta P}$$
 - مومنتم خطی یک جسم با کتله m و سرعت \vec{v} عبارت از $m\vec{V} = \vec{P}$ می‌باشد.
 - مومنتم یک کمیت وکتوری و هم جهت با وکتور \vec{v} می‌باشد.
 - در سیستمی متشكل از چندین جسم، مومنتم خطی کل سیستم عبارت از مجموع مومنتم‌های هر یک از اجسام به صورت جدگانه می‌باشد. یعنی:
- $$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \dots = \sum_{i=1}^n P_i$$
- مومنتم با درنظرداشت قانون دوم نیوتون عبارت از $\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \sum \vec{F}$ می‌باشد، یعنی مجموع قوه‌های وارد شده بر جسم مساوی به تغییر مومنتم نظر به زمان می‌باشد.
 - تحفظ مومنتم برای یک جسم زمانی بر قرار است که مجموع قوه‌های وارد شده بر جسم مساوی به صفر باشد.
 - تصادم ارتقایی، عبارت از تصادمی است که در آن قوانین تحفظ مومنتم و انرژی میخانیکی هر دو صدق می‌نمایند.
 - در تصادم ارتقایی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم به یک اندازه ولی در خلاف جهت یکدیگر هستند.
 - تصادم غیرارتقایی عبارت از تصادمی است که در آن قانون تحفظ مومنتم صدق نموده، ولی قانون تحفظ انرژی میخانیکی صدق نمی‌نماید.
 - برای بهدست آوردن مرکز نقل سیستمی از اجسام یا ذرات از رابطه‌های زیر استفاده می‌شود.

$$Y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i Y_i}{M} \Rightarrow \text{نظر به محور } Y$$

$$X_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i X_i}{M}$$

سوال‌های فصل ششم

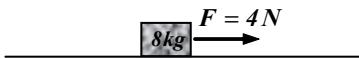
- 1 - مومنتم یک جسم عبارت از حاصل ضرب ----- و ----- جسم می‌باشد.
- 2 - با در نظرداشت قانون دوم نیوتون مجموعه قوه‌های واردہ بر یک جسم عبارت از نسبت ----- بر ----- می‌باشد.
- 3 - امپولس عبارت از تغییرات ----- است.
- 4 - در تصادمهای ارتجاعی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم با یکدیگر ----- ولی در ----- جهت یکدیگر هستند.
- 5 - کدامیک از گزینه‌های ذیل واحد اندازه‌گیری امپولس می‌باشد.
- (الف) $N \cdot s$ (ب) N/s (ج) $N \cdot m$ (د) N
- 6 - کدامیک از گزینه‌های ذیل مساوی به قوه مجموعی عمل شده بر روی جسم می‌باشد.
- (الف) $\frac{\Delta P}{\Delta t}$ (ب) $\frac{w}{\Delta t}$ (ج) $m \cdot \Delta v$ (د) ΔE
- 7 - اگر مومنتم دو جسم یکسان باشد، درنتیجه انرژی حرکی با کتله، یکی از رابطه‌های ذیل را دارد.
- (الف) مستقیم (ب) معکوس (ج) رابطه‌یی ندارد (د) متناسب با یکدیگر
- 8 - تصویر زیر تصادم بین دو موتورک لابرatory را نشان می‌دهد که به ترتیب دارای کتله‌های 4kg و 8kg می‌باشند. بعد از تصادم، موتور A با سرعت 1m/s به طرف عقب و موتور B با سرعت 2m/s به طرف جلو حرکت می‌کند. بر اساس این آگاهی‌ها، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد مومنتم و انرژی حرکی صدق می‌کند؟



مومنتم	انرژی حرکی	
تحفظ صورت گرفته	تحفظ صورت گرفته	الف:
تحفظ صورت نگرفته	تحفظ صورت نگرفته	ب:
تحفظ صورت نگرفته	تحفظ صورت گرفته	ج:
تحفظ صورت نگرفته	تحفظ صورت نگرفته	د:

9- در شکل زیر اگر قوه اصطکاک در مقابل هر کیلوگرام 0.25 نیوتن باشد و جسم از حال سکون به حرکت درآید، پس از چند ثانیه مومنتم آن به $5Kg m/s$ می رسد؟

الف) 1.25 ثانية **ب)** 2.5 ثانية **ج)** 1.6 ثانية **د)** 3.2 ثانية



10- محور عمودی (y), گراف ذیل مومنت p و محور افقی (x), زمان t را برای یک سفینه فضایی نشان می‌دهد. کدام یک از گزینه‌های ذیل عبارت از میل خط می‌باشد.



ج) قوّه مجموعی که ببروی سفینه عمل می‌کند (د) کار اجراء شده ببروی سفینه
11- جسمی تحت قوّه ثابت N_5 از حال سکون با شتاب $s^2/1.5 m$ به حرکت در می‌آید، پس

از 6 ثانیه مومنتم جسم چند $Kg m/s$ می‌شود؟

12- جه حین یا باید بالایم، یک حسنه تطبیق شود تا سعیت و با حالت آن، اتفاق دهد.

۱۳- اصلی قوه ا تعیین کند.

14- مومنت جسمی دارای کتله m , اکه به سعت V در حرکت است تعیف کنید.

15 - قانون تحفظ مومنتم خطی را بیان نمایید.

16 - شرح دهید که چطور قوانین (امپولس - مومنت) و (تحفظ مومنت) قوانین نیوتن را تعقیب می کنند.

17- در شکل، $v_1 = 25 \text{ m/s}$, $V = 2 \text{ cm/s}$, $m_1 = 5 \text{ gr}$, $m_2 = 10 \text{ gr}$ که میتواند باشد

اند. سرعت اولی سله دومی v_2 و سله M را حساب نماید.

۱۸- به طور فشرده تحفظ مومنت را در یک تصادم دو جسم که به روی یک خط مستقیم در حرکت اند، شرح دهید.

19 - یک امپولس $300N\cdot s$ بالای جسمی که کتله آن $2kg$ است وارد می شود، تغییر در سرعت این کتله را تعیین کنید.

20 - جسم دارای کتله 10gr 10m/s سرعت 10m/s می باشد. اگر امپولس $1000 \text{ dyne} \cdot \text{s}$ بالای این کتله وارد شود، سرعت آخری کتله را حساب کنید.

21- یک طلف با کتله 21kg بالای یک بایسکل کوچک با کتله 5.9kg سوار و با سرعت 4.5m/s در سمت شمال شرق در حرکت است.

a. مومنت مجموعی طلف و بایسکل چند است؟

b. مومنت طلف چقدر است؟

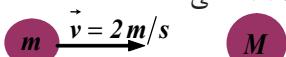
c. مومنت بایسکل را حساب کنید.

22- یک توپ فوتبال با کتله 0.5kg با سرعت 15m/s به طرف شمال شوت می شود. یک شخص ساکن در زمان 0.02s آن را گرفته و متوقف می سازد. کدام قوه از طرف گیرنده بالای توپ وارد شده است؟

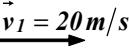
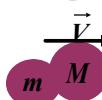
23- کتله هر توپ کریکت 0.5kg است. اگر توپ سبز رنگ به سرعت 12m/s با توپ آبی رنگ که ساکن است برخورد کند، (فرض می کنیم که در طول زمان بازی، توپها به روی سطح بدون اصطکاک حرکت می کنند) سرعت نهایی توپ آبی رنگ را در هر یک از حالات ذیل دریابید.

a. توپ سبز رنگ بعد از برخورد با توپ آبی متوقف می شود.

b. توپ سبز بعد از تصادم به حرکتش با سرعت $\frac{m}{5} = v'_1$ در عین جهت ادامه می دهد.



a



b

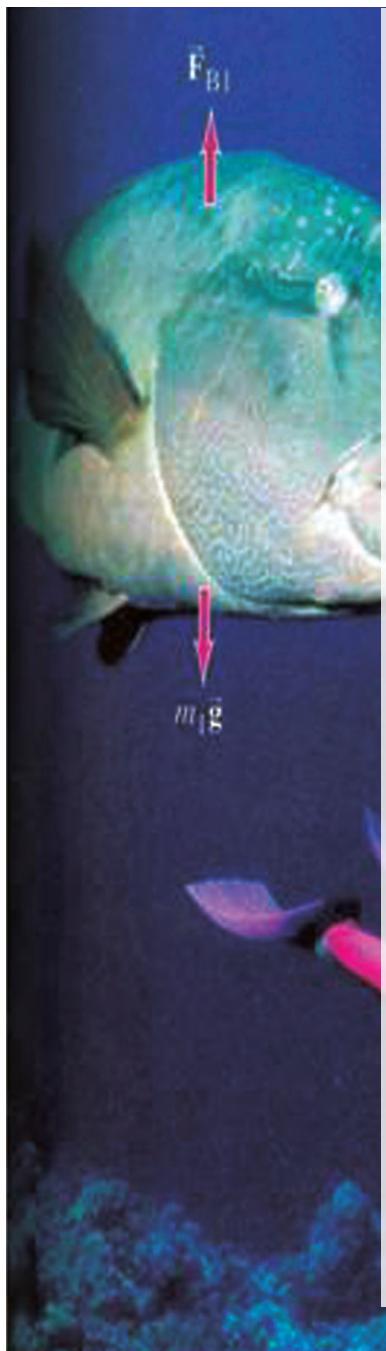
c. در شکل بالا (b) فرض کنید که M یک سکه 10 گرامی و m سکه 5 گرامی باشد. در صورتی که

$$V_2 = 1 \text{ m/s} \quad V_1 = 2 \text{ m/s}$$

25- یک تسله با کتله 0.015kg که به طرف راست با سرعت 22.5cm/s روی سطح بدون اصطکاک لول می خورد، با تسله بی که با کتله 0.015kg که به طرف چپ با سرعت 18cm/s حرکت می کند، یک تصادم ارجاعی می کند. بعد از تصادم، تسله اولی به سرعت 18cm/s در حرکت می آید. سرعت تسله دومی را بعد از تصادم دریافت نمایید.

26- یک موتور با کتله 500kg به سرعت 15m/s به طرف جنوب با لاری 4500kg که در مقابل یک اشاره ترافیکی متوقف است تصادم می کند. موتور و لاری با هم چسپیده و بعد از تصادم یکجا باهم در حرکت می آیند. سرعت نهایی کتله مجموعی موتورها را دریابید

ستاتیک سیال‌ها (سکون نسبی سیال‌ها)



چرا قاعده بندهای آب را نسبت به قسمت‌های بالایی آن ضخیم‌تر می‌سازند؟

برک مایعی، در مصنوبیت یک موتور چه اهمیتی دارد؟

این فصل شمارا کمک خواهد کرد تا سیال‌ها را در حال سکون و قوه‌هایی را که توسط آن‌ها به وجود می‌آید، بیاموزید. همچنان مفاهیم فشار، قوه‌های صعودی و غیره را با اجرای تجارت و فعالیت‌هایی که می‌تواند مهارت‌های علمی و دانستی‌های مفید درباره خواص سیال‌ها به شما آماده بسازد، فرابگیرید و در نتیجه شما خواهید توانست به پرسش‌های مطرح شده و به پرسش‌های دیگر پاسخ بدهید و بر اساس مباحثه و مناقشه در این فصل قادر خواهید شد تا:

- سیال را تعریف کرده بتوانید.

- فشار واردہ توسط سیال‌ها را توضیح داده بتوانید.

- رابطه بین فشار مایع در یک نقطه، کثافت آن، عمق یک نقطه مایع و شتاب جاذبه‌یی را دریافت کرده بتوانید.

- تحلیل نموده بتوانید که چطور فشار اتموسферی نظر به عمق تغییر می‌کند.

- قانون پاسکال را شرح دهید.

- نشان داده بتوانید که چطور از مونومتر برای اندازه‌گیری فشار سیال‌ها در محفظه‌های بسته استفاده به عمل می‌آید.

- رابطه بین فشار و قوه صعودی سیال‌ها را تشریح کرده بتوانید.

- مسئله‌های ریاضی را با استفاده از قوانین فشار، پاسکال و ارشمیدس حل کرده بتوانید.

- غرق شدن یا شناور بودن یک جسم در سیال را پیش‌بینی کرده بتوانید.

7-1: سیال‌ها

مالیکول‌های اجسام در حالت مایع با قوه‌های ضعیف اتصاق (چسپنده‌گی) با هم بسته هستند. آن‌ها مقید به موقعیت‌های ثابت نبوده، بلکه با لغزیدن روی یکدیگر آزادانه از یک موقعیت به موقعیت دیگر تغییر مکان می‌کنند. بنابران مایعات حجم معینی داشته و می‌توانند روان باشند و شکل ظرفی را که به آن ریختانده می‌شوند به خود بگیرند. همچنان مالیکول‌های مایعات با هم نزدیک بوده و در برابر قوه‌های فشار دهنده مقاوم هستند. چنانکه مایعات در عمل غیر قابل تراکم می‌باشند.

در حالت گاز، ذرات از همدیگر سیار فاصله داشته و قوه‌های اتصاق یا چسپنده‌گی بین آن‌ها آنقدر کوچک است که قابل صرف نظر می‌باشد. بنابر آن آن‌ها نسبت به مالیکول‌های مایعات بیشتر آزادانه به فاصله‌های دور از همدیگر حرکت کرده می‌توانند و دارای حجم معین و شکل معین نیستند، به هر سو انتشار می‌کنند و به آسانی متراکم می‌شوند. چون هم مایعات و هم گازات با مقاومت کم شان در برابر فشار تغییر شکل می‌دهند و توانایی سیالیت را دارند، به همین سبب است که آن‌ها را به نام سیال‌ها^۱ یاد می‌کنند.

فشار سیال‌ها

چنانکه شما می‌دانید فشار در هر نقطه سیال در ظرف عبارت از مقدار قوئه عمودی واردہ بالای واحد سطح است که می‌تواند چنین ارایه گردد:

$$\frac{\text{قوه}}{\text{سطح}} = \text{فشار}$$

و یا با ارایه سمبل‌ها: $P = \frac{F}{A}$ است.

واحد فشار در سیستم اندازه‌گیری SI عبارت از پاسکال (Pa) بوده و مساوی به مترمربع نیوتون می‌باشد. یا

$$\frac{N}{m^2}$$

مثال:

فشار واردہ توسط یک کتابی که دارای مساحت $0.16m^2$ و وزن آن $8N$ می‌باشد، چند است؟ حساب می‌کنیم.

حل:

مرحله (1): معلومات ذیل داده شده‌اند: $A = 0.16m^2$

$$F = 8N$$

$$P = ?$$

مرحله (2): معادله فشار را بنویسید.

^۱ کلمه سیال مفهوم توانایی برای جریان یافتن را می‌رساند و بنابرآن این کلمه همزمان در مایعات و گازات به کار رفته است.

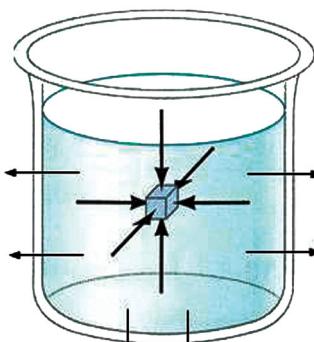
مرحله (3) با وضع نمودن قیمت‌های داده شده مساحت و قوه، قیمت P را حساب کنید.

(کمک: وزن عبارت از اندازه قوه جاذبه است)، یعنی: $P = \frac{8}{0.16} = 50 \frac{N}{m^2} = 50 Pa$

سؤال‌ها

1. فشار وارد شده توسط کانتینری که دارای وزن $6000 N$ و مساحت قاعده $3 m^2$ می‌باشد، چند است؟ دریافت نمایید.

2. وزن تخته سنگی را دریابید که دارای مساحت $12 m^2$ بوده $25 Pa$ فشار را بر زمین وارد می‌کند.



وقتی در یک حوض آب بازی در زیر آب شنا می‌نمایید، فشار آب را در پرده‌های گوش تان احساس کرده می‌توانید. سبب این فشار چیست؟ به ساده‌گی می‌توان گفت که سبب این فشار، وزن آب بالای بدن شما است که شما را به سمت مقابل تیله می‌کند. شکل (7-1) یک جسم غوطه شده در ظرف پر از مایع را نشان می‌دهد.

شکل (7-1)
مایع قوه‌ها را بالای جسم و جدارهای ظرف وارد می‌کند. قوه‌ها بالای هر نقطه سطح جسم و جدارهای ظرف به طور عمود وارد می‌گردند.

7-2: اندازه‌گیری فشار مایع

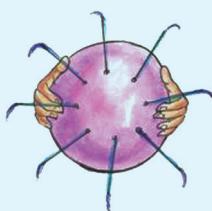


فعالیت: آب چگونه بالای اجسام فشار وارد می‌کند؟

مواد ضروری: خریطه پلاستیکی، سنجاق و آب

طرز العمل

- 1 - خریطه را از آب پر کنید.
- 2 - خریطه را به شدت فشار دهید و با عجله آن را از چندین نقطه با سنجاق سوراخ نمایید.
- 3 - مشاهدات تان را یادداشت نمایید.
- 4 - با گروه تان روی مشاهدات یادداشت شده مباحثه کنید.
- 5 - نتیجه‌گیری شما از اجرای این فعالیت چیست؟



شکل (7-2)

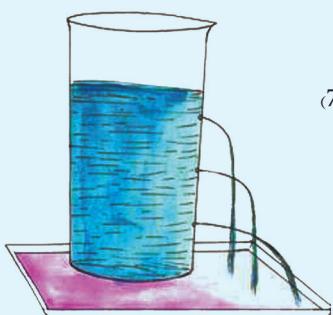
شما دیدید که آب از سوراخ‌های سطح خریطه در تمام سمت‌ها به طور عمودی فواره می‌کرد. این معنی می‌دهد که فشار در تمام جهت‌ها در هر نقطه سطح عمود است.

چطور مقدار فشار آب نظر به عمق آن فرق می‌کند؟ پاسخ این پرسش را با اجرا نمودن فعالیت زیر به دست آورده می‌توانید.

فعالیت: فشار و عمق



مواد ضروری: قطعی حلبی دراز، موم یا خمیره سوراخ کن و آب
طرز العمل



شکل (7-3)

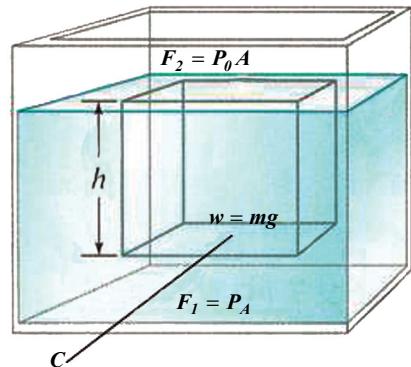
- 1 - یک طرف قطعی را مطابق شکل از سه جای آن به طور مساوی سوراخ کنید
- 2 - سوراخ‌ها را توسط خمیره یا موم بسته کنید.
- 3 - قطعی حلبی را از آب پرکنید.
- 4 - سوراخ‌ها را باز کنید.
- 5 - مشاهدات تان را یادداشت کنید.
- 6 - سؤال‌های ذیل را با گروه تان پاسخ بدھید.
- از کدام سوراخ آب تیز تر و به شدت بیشتر فواره می‌کند؟
- در کدام سوراخ فشار بیشتر است؟

از فعالیت انجام شده می‌توان نتیجه گرفت که فشار آب با زیاد شدن عمق ازدیاد می‌یابد.

رابطه بین فشار و عمق در یک نقطه معین مایع

یک مایع دارای کثافت ρ و در حالت سکون را به داخل یک ظرف سر باز مطابق شکل (7-4) در نظر می‌گیریم. هر گاه بخواهیم فشار مایع را در نقطه C داخل مایع، جایی که بلندی و یا عمق مایع در آن نقطه h است به دست می‌آوریم.

شکل (7-4)



ظرف پر از مایعی را در نظر بگیرید که یک مکعبی به ارتفاع h و مساحت قاعده A در آن غوطه ور باشد. ارتفاع این مکعب نمونه، برابر است به عمق نقطه C از سطح آب (h). بیایید قوه‌های عامل بالای سطوح بالایی و پایینی این مکعب فرضی را مطالعه نماییم. این قوه‌ها سه نوع اند:

- 1 - وزن مکعب نمونه (W)، $W = mg = \rho Vg = \rho g h A$
- 2 - قوه صعودی (F_1) که توسط فشار مایع به قاعده مکعب وارد می‌شود.

قوه (F_2) که توسط فشار اتموسفیر بالای سطح بالایی مکعب از بالا به پایین عمل می‌کند. با تطبیق قانون دوم نیوتن بالای این مکعب نمونه (مایع ساکن و در حالت تعادل است):

$$\sum F = 0$$

$$PA - (P_0 A + \rho g h A) = 0$$

بنابرآن : از این رو:

$$p - p_0 = \rho g h = p_G$$

P فشار مطلقه بوده و P_G به نام فشار داخلی سیال نظر به عمق نامیده می‌شود فشار مطلقه P در عمق h در سطح پایینی مایع ظرف سر باز بزرگ‌تر از فشار اتموسفیر بوده و مقدار آن ($\rho g h$) می‌باشد. از آن‌چه در رابطه مطالعه نمودیم نتایج ذیل را به دست آورده می‌توانیم:
1 - فشار در هر نقطه داخل مایع، خطی عمل نموده و متناسب به عمق و کثافت مایع می‌باشد.

- 2 - فشار در تمام نقاط عین عمق مایع یکسان می‌باشد.
- 3 - شکل ظرف بالای فشار تأثیری وارد نمی‌گذارد.

مثال

یک آب باز، در عمق $400m$ در تحت بحر به طور افقی شنا می‌کند. هرگاه کثافت آب بحر $P_0 = 1.01 \times 10^5 Pa$ ، $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ باشد، حساب کنید.

- 1 - فشار داخلی P_G را در این عمق.
- 2 - فشار متوسط را در این عمق.
- 3 - مجموع قوه‌های واردہ بالای جسم شنا کننده توسط آب را در صورتی که مساحت جسم شنا کننده $0.8m^2$ باشد.

حل

$$P_G = \rho g h$$

- 1

$$P_G = 1.025 \times 10^3 \times 9.8 \times 400$$

$$P_G = 4.018 \times 10^6 Pa$$

- 2

$$P = P_0 + P_G \quad (\text{فشار متوسط})$$

$$P = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} + 4.018 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$P = 4.119 \times 10^6 \text{ Pa}$$

- 3

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \times A$$

$$F = 4.119 \times 10^6 \times 0.8$$

$$F = 3.2952 \times 10^6 \text{ N}$$

7-3: فشار اتموسферی

زمین توسط یک قشر نایتروجن، آکسیژن و گازات دیگر احاطه گردیده است که به نام اتموسفر یاد می‌شود. ضخامت قشر اتموسفر از سطح زمین تا طبقه بالای آن کمابیش به 150km می‌رسد. در حدود 80% گازات اتموسفر در ارتفاع 10 کیلومتری سطح زمین موقعیت دارند. فشار در قسمت بالایی اتموسفر به صفر نزدیک می‌شود. چنانکه می‌دانید فشار در هر نقطه اتموسفر مساوی به وزن ستون هوایی است که طول آن از همان نقطه تا قسمت بالایی اتموسفر بوده و بالای واحد سطح در همان نقطه وارد می‌شود. بنابرآن فشار با ازدیاد ارتفاع از سطح زمین، تناقص می‌یابد.

اکنون ببینیم چطور می‌توانیم فشار اتموسفر را اندازه‌گیری کنیم؟

به این منظور ما از بارومتر (فشار سنج) توریچلی (Torricelli) که در سال 1643 میلادی اختراع گردیده استفاده می‌کنیم.

در شکل (7-5)، تیوب شیشه‌یی طویلی را به طول تقریباً یک متر

و مساحت قاعده 1cm^2 می‌بینیم که یک انجام آن بسته می‌باشد.

وقتی آن را از سیماب (Hg) پر نموده و بعد به طور معکوس در یک

ظرف پر از سیماب قرار دهیم در آن صورت $P_0 = Pb = Pa$ است،

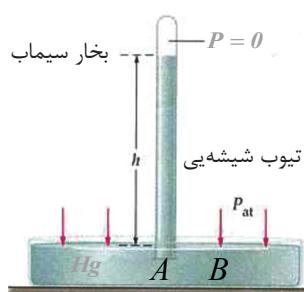
$$P_0 = \rho_{Hg}gh$$

در سطح بحر و تحت شرایط معیاری تعجیل جاذبه زمین و حرارت

صفر درجه سلسیوس، ارتفاع ستون سیماب 76cm بوده و فشار

اتmosfer بالای این ستون سیماب یک اتموسفر (P_{atm}) می‌باشد.

ارتفاع ستون سیماب به h و فشار اتموسفر تعلق دارد.



شکل (7-5)

بنابر این کنایت () با تغییرات حرارت و شتاب جاذبه‌یی زمین (g) با تغییرات ارتفاع از سطح بحر تغییر می‌کند. تمام فشار سنج‌های (barometers) دقیق با ترمومتر و جدول یا چارت‌های معلوماتی دقیق یک جا ساخته می‌شود.

معلومات اضافی

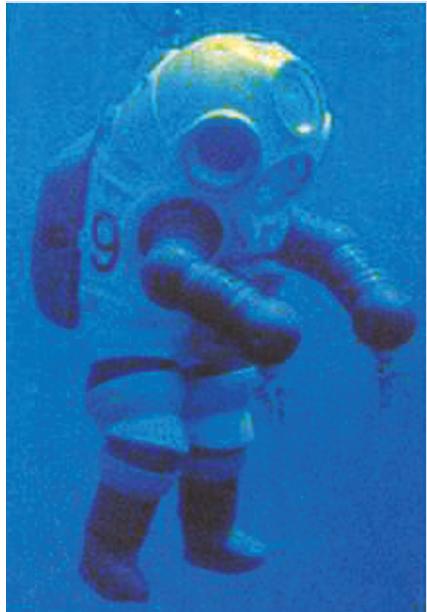


بعضی موضوعاتی را که لازم است بدانیم:

هر قدری که غواص (شنا کننده) در عمق آب بحر فرو می‌رود، فشار بالای بدنش زیاد شدن می‌یابد و فشار زیاد شده تنفس را برای غواص بسیار دشوار می‌سازد و از همین سبب است که غواصان برای رفع این مشکل از تنظیم کننده‌های فشار استفاده می‌کنند.

شکل (7-6): لباس‌های خاص غواصان، فشار خارجی از طرف آب را تا عمق 610m در تعادل نگه‌می‌دارد و عمل تنفس را آسان می‌سازد.

شکل (7-6)

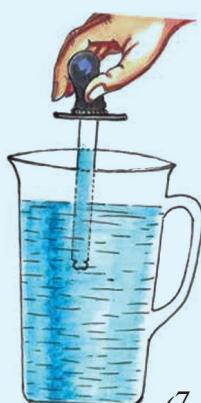


آیا سمت جاری شدن سیال را تعیین کرده می‌توانید؟
برای پاسخ دادن به این پرسش فعالیت زیر را در عمل تجربه کنید.

فعالیت



تفاوت فشارها و جریان یافتن سیال
مواد ضروری: قطره چکان، پیاله و آب
طرز العمل



شکل (7-7)

- 1 - برای هر دو شاگرد یک دانه قطره چکان پلاستیکی و یک پیاله کوچک آب بدهید.
- 2 - از آن‌ها بخواهید تا در باره چگونه گی کار قطره چکان یک پارگراف بنویسند.
- 3 - توضیح بدهید که چرا آب در قطره چکان بالا می‌رود؟ و چرا آب را می‌توان با فشار از قطره چکان خارج ساخت؟
هر دو پرسش بر اساس این حقیقت که سیال‌ها از ساحة فشار بلند به ساحة فشار پایین جریان پیدا می‌کنند، تشریح شود.

تغییر فشار بالای جسم شما

به جسم شما چه واقع می‌شود وقتی که در فشار اتموسферی تغییر وارد شود؟ هرگاه به یک سفر به نقاط پایین‌تر یا بلندتر بروید، باید خود را با فشار اتموسfer عیار نمایید تا تعادل فشار داخلی و خارجی بدن برقرار گردد. ممکن تجربه کرده باشید که هنگام سفر در مناطق مرتفع و یا پایین گوش‌های شما صدا می‌کند و سبب این است که در کیسه‌های فضایی هوای ماحول گوش، تغییرات فشار به وجود آمده و پرده گوش تان را متأثر می‌سازد.

مثال

a- فشار یک اتموسfer را در صفر درجه سلسیوس و تعجیل معیاری جاذبه زمین در سطح بحر حساب کنید در صورتی که:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_{Hg} = 13595 \frac{kg}{m^3} \\ g = 9.80666 \frac{m}{s^2} \\ h = 76cm = 0.76m \end{array} \right\} \quad \rho_{Hg} = 13595 \frac{kg}{m^3} \cdot g = 9.80666 \frac{m}{sec^2} \quad \text{و} \\ P_0 = \rho \cdot g \cdot h \\ P_0 = 13595 \times 9.8066 \times 0.76 \\ P_0 = 101324.372 \frac{kg \cdot m \cdot m}{m^3 \cdot s^2} \\ P_0 = 1.013 \times 10^5 P_a \\ \rho_0 = 1atm$$

حل

b- قوه واردہ بالای مساحت $2m^2$ را در سطح بحر حساب نمایید.
 وزن $20 \text{ تن} \approx 20 \times 10^5 N$ دیده شد که این قوه یک $F = \frac{F}{A} = P_0 \cdot A$ قوه عظیم است.



سوال‌های مفهومی



1 - با توجه به شکل بگویید که چرا شما چنین فشار عظیم و کوبنده را احساس کرده نمی‌توانید؟

2 - چرا کابین‌های طیاره باید دارای فشار هوای تنظیم شده باشد؟

3 - چه واقع می‌شود وقتی که با یک نیچه، آب میوه می‌نوشید؟ شرح دهید

4 - چرا فشار در قاعده یک حوض عمیق نسبت به فشار در قاعده یک جهیل بزرگ کم عمق بیشتر است؟

7-4: اندازه‌گیری فشار در مایعات محصور شده

برای اندازه کردن فشار بالای مایعات محصور شده می‌توانیم از یک آله که به نام فشار سنج یاد می‌شود استفاده کنیم.

دو نوع فشار سنج وجود دارد. یکی فشار سنج نل U مانند دهن باز که آن را مونومتر U شکل (U shape monometer) و نوع دوم آن را مونومتر بوردن (Bourdon-type) می‌نامند.

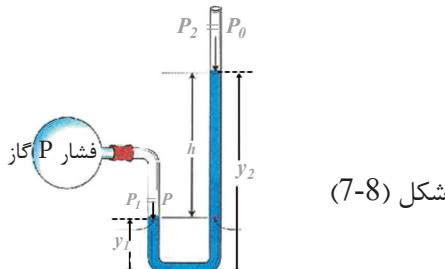
1 - مونومتر دهن باز

این نوع مونومتر از یک نل U مانند شیشه‌یی ساخته شده که در داخل آن مایع قرار دارد. یک انجام آن باز و انجام دیگر آن به سیستمی (تانک) که فشار (P) آن را اندازه می‌کنیم، وصل شده است. فشار مایع در قاعده ستون چپ مساوی است به $P + \rho gy_1$, در حالی که فشار در قاعده ستون راست مایع, $P_0 + \rho gy_2$ می‌باشد. عبارت از کثافت مایع مونومتر می‌باشد. از آن جا که در هر دو فشار تعریف شده مربوط می‌شوند به همان نقطه، بنابر آن می‌توان نوشت:

$$P + \rho gy_1 = P_0 + \rho gy_2$$

$$P - P_0 = \rho g(y_2 - y_1)$$

$$P - P_0 = \rho gh$$

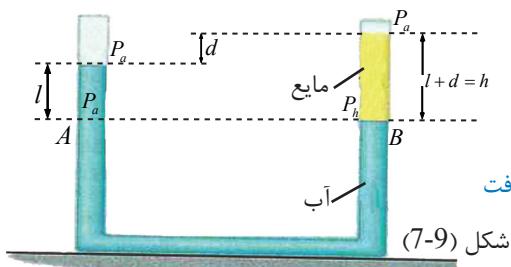


شکل (7-8)

چنان‌که می‌دانید که $(P - P_0)$ به نام تفاوت فشار نظر به عمق بوده و این فشار متناسب به فرق ارتفاع ستون‌های مایع می‌باشد.

مثال

یک نل U مانند شیشه‌یی کمابیش از آب پر شده است، مایع دیگری که با آب مخلوط نگردیده به یک انجام نل علاوه شده تا این مایع در فاصله d بالای سطح فوکانی آب در ستون دیگر نگهداشته شود.



شکل (7-9)

دریافت کنید



1 - نسبت بین کثافت مایع و کثافت آب را.

2 - اگر ارتفاع ستون مایع $d = 8\text{cm}$ و 20cm باشد، کثافت مایع را پیدا کنید.

حل

$P_0 + \rho_w g(d + l) = P_0 + \rho_w gl$ زیرا در عین سطح افقی قرار دارند. بنابرآن: در رابطه ρ_L کثافت مایع و ρ_w کثافت آب را نشان می‌دهد. بعد از ساده ساختن رابطه بالا

$$\frac{\rho_L g(d+L)}{\rho_w g(d+L)} = \frac{\rho_w \cdot g \cdot L}{\rho_w g(d+L)} \Rightarrow \frac{\rho_L}{\rho_w} = \frac{l}{l+d}$$

داریم:

$$\frac{\rho_L}{1000} = \frac{12}{20} \Rightarrow \rho_L = 600 \frac{kg}{m^3}$$

2 - چون:

مثال

یک مونومتر دهن باز به یک تانک گاز وصل گردیده است. سطح سیماب در ستون راست مانند شکل (7-10) 0.39m بلندتر نسبت به سطح ستون طرف چپ مونومتر قرار دارد. هرگاه یک مونومتر، ارتفاع ستون سیماب را 0.75m-Hg نشان دهد:

a - فشار مطلق گاز چند است؟ جوابها را به نیوتن بر متر مربع ($\frac{N}{m^2}$) و اتموسفیر (atm) ارایه دارید.

b - فشار داخلی گاز نظر به عمق (P_G) را محاسبه نمایید.

حل

a - فشار مطلق گاز (P_{gas}) عبارت از فشاری است که به سطح بالایی ستون طرف چپ سیماب وارد می‌شود و این فشار مساوی است به فشار وارد در همان ارتفاع افقی در ستون طرف راست سیماب. بنابرآن:

$$P_{gas} = P_0 + P_{Hg} = 0.75 + 0.39 = 1.14m - Hg$$

$$1atm = 0.76mHg \Rightarrow m - Hg = \frac{1atm}{0.76}$$

$$P_{gas} = \frac{1.14}{0.76} = 1.5atm$$

$$P_{gas} = 1.5 \times 1.013 \times 10^5 Pa = 1.5195 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$$

b - فشار داخلی گاز (P_G) چنین به دست می‌آید:

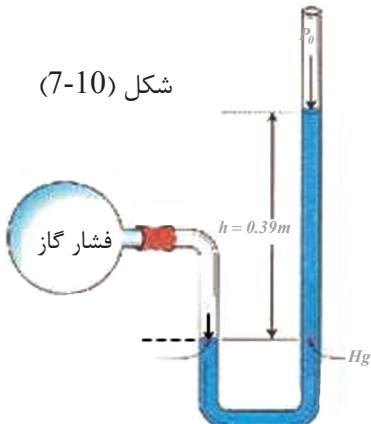
$$P = \frac{0.39}{0.76} = 0.513 = 0.538 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$\text{سoton سیماب تفاوت فشارها} = (P_G - \text{سoton سیماب یک اتموسفیر}) \times 1atm$$

$$P_G = \frac{P_{Hg}}{P_{atm}} \times 1atm = \frac{0.39mHg}{0.76mHg} \times 1atm$$

$$P_G = 0.513 \times 1.013 \times 10^5 Pa = 0.519669 \times 10^5 Pa = 5.2 \times 10^4 \frac{N}{m^2}$$

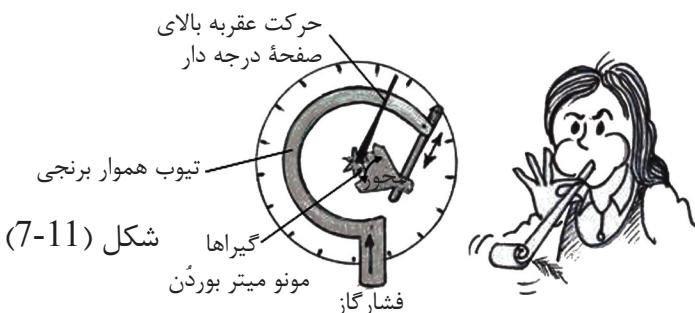
شکل (7-10)



(2) آله فشار سنج نوع بوردن

از این آله نسبت به مونومتر مایعی (مونومتر U مانند) برای مقاصد مختلف به آسانی و راحتی بیشتر استفاده می‌کنند. این مونومتر از یک تیوب برنجی هموار ساخته شده که یک انجام آن بسته شده و به شکل دایره‌یی کج شده است. انجام بسته آن توسط یک گیرا و چرخ کوچک دندانه دار به یک عقربه که روی یک صفحه مدرج حرکت می‌کند وصل گردیده است، شکل (7-11). این مونومتر چگونه کار می‌کند؟

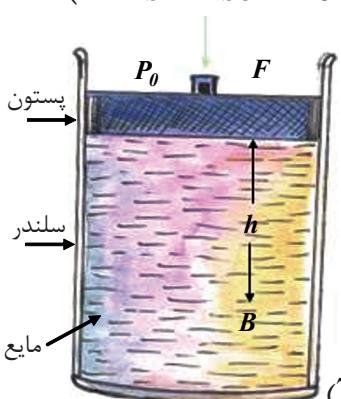
انجام باز تیوب به آله‌یی که فشار در آن اندازه‌گیری می‌شود وصل گردیده. وقتی که فشار در انجام تیوب هموار وارد می‌شود، تیوب به آهسته‌گی خود را راست می‌کند و در نتیجه حرکت انجام باز نل (که با عقربه اتصال دارد)، عقربه حرکت می‌کند.



شکل (7-11)

7-5: انتقال فشار در سیال‌ها (قانون پاسکال)

شکل (7-12) یک سیال را در یک سلندری نشان می‌دهد که از مایع پر شده و دارای یک پستون می‌باشد. توسط این پستون می‌توان فشار داخلی سلندر را تغییر داد. فشار در هر نقطه داخل مایع به طور مثال نقطه (B) توسط معادله $P = P_0 + \rho gh$ حساب شده می‌تواند. بیایید فشار داخلی را به قدر ΔP زیاد نماییم. در این صورت قیمت P نیز به اساس رابطه بالا تزايد می‌یابد. این نتیجه توسط پاسکال (BLAISE PASCAL 1623-1662)



شکل (7-12)

اعلان شد که به نام قاعدة پاسکال یاد می‌شود. فشاری که بالای یک مایع محصور شده تطبیق می‌شود، بدون این که در مقدار آن کاهش صورت بگیرد، به تمام قسمت‌های مایع و جدارهای ظرف انتقال می‌نماید.

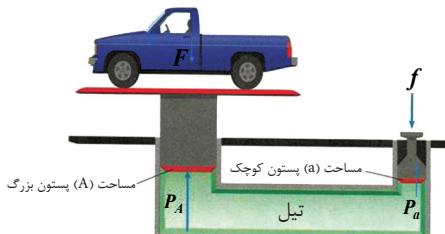
پاسکال آله مضاعف کننده قوه را اختراع نمود که به نام شکنجه آبی پاسکال یاد شده و موارد تطبیق مهمی در تکنولوژی مودرن دارد.

شکنجه آبی (Hydraulic press)

شکنجه آبی از دو سلندری ساخته شده که از مایع غلیظ پر گردیده و توسط پستون های متحرک سطوح بالای آنها مسدود شده که در شکل (7-13) نشان داده شده. پستون بزرگ تر دارای مساحت (A) و پستون کوچک دارای مساحت (a) می باشد.

شکنجه آبی چگونه کار می کند؟

1 - وقتی شما یک قوه کوچک (f) را بالای پستون کوچک وارد نمایید. فشار وارد شده $P = \frac{f}{a}$ بالای سطح مایع (تیل) از طریق نل ارتباطی به پستون بزرگ انتقال می کند.



شکل (7-13)

2 - چون فشار در سطح هر دو پستون مساوی است. بناءً $P = \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow F = f \times \frac{A}{a}$ رابطه اخیر نشان می دهد که شکنجه آبی یک آله مضاعف کننده قوه با فایده میخانیکی خیالی مساوی به $\frac{A}{a}$ می باشد. چوکی های سلمانی، چوکی های داکتر دندان، جک های موتور و برک های هایدروولیکی همه آنها وسایلی هستند که با استفاده از قاعدة پاسکال ساخته شده اند. شما می توانید یک فعالیت شگفت آوری را توسط تطبیق قاعدة پاسکال اجرا نمایید. فعالیت ذیل را انجام دهید.



فعالیت: حرکت شگفت آور یک آب بازک (بوتل کوچک) در ظرف آب

مواد ضروری: بوتل استوانه ای کوچک به طول 8 الی 10 سانتی متر، مرتبان شیشه ای طویل و پرده رابری ارجاعی (قطعه پوقانه قیچی شده)، آب و یک عدد تشله.

طرز العمل

- مرتبان را خوب از آب پر کنید.
- به اندازه ای در بوتل کوچک آب بیندازید تا این که در سطح آب قرار گرفته و هنگام فرورفتن در داخل مرتبان در آن شنا کند.



شکل (7-14)

- تشله را به وسط پرده رابری مطابق شکل بسته نموده و پرده را به لبه فوقانی مرتبان محکم کنید.
- پرده را از تشله گرفته فشار دهید و بار دوم بالا کش کنید. مشاهدات خود را یادداشت کنید و آن را شرح دهید.

تزاید فشار هوا در سطح فوقانی مرتبان از طریق مایع انتقال می‌کند و سبب می‌شود تا مقدار آب بیشتر در داخل آب بازک شود. قوه صعودی در آن کاهش می‌یابد و سبب می‌شود تا بوتل آب بازک در آن شنا کند. با کم شدن دوباره فشار، بوتل، قوه صعودی خود را باز می‌یابد و به سطح فوقانی بالا می‌رود.

مثال

در یک شکنجه آبی اگر پستون کوچک داری قطر 5cm و پستون بزرگ دارای قطر 40cm باشد، کدام وزنه را بالای پستون کوچک باید گذاشت تا موتری را که دارای وزن $2 \times 10^4\text{N}$ می‌باشد، بالای پستون بزرگ در توازن نگهدارد؟

حل: داریم که:

$$d = 5\text{cm} \Rightarrow r = \frac{d}{2} = 2.5\text{cm} = 0.025\text{m}$$

$$a = \pi r^2 = \pi \times (0.025)^2 = 0.000625\pi$$

$$D = 40\text{cm} \Rightarrow R = 20\text{cm} = 0.2\text{m}$$

$$A = \pi R^2 = \pi \times (0.2)^2 = 0.04\pi$$

$$f = ?$$

$$F = 2 \times 10^4\text{N}$$

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow f = F \times \frac{a}{A}$$

$$f = 2 \times 10^4 \times \frac{0.025 \times 0.025}{0.2 \times 0.2} \Rightarrow f = 312.5\text{N}$$

آیا می‌دانید که شما می‌توانید یک شکنجه آبی را دیزاین کنید؟



فعالیت اضافی: ماشین‌های درولیکی

مواد ضروری: سرنج کوچک، سرنج کلان، نل رابری باریک و یک مایع (آب، تیل یا)

طرز العمل

1 - هر دو سرنج را مطابق شکل دیاگرام به هم وصل کنید.

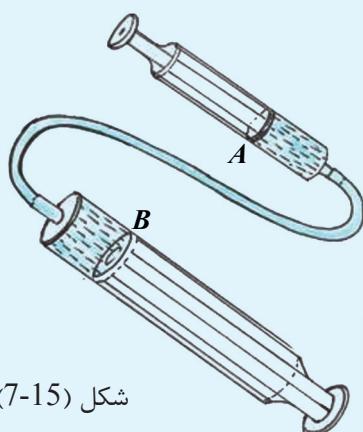
2 - سرنج‌ها را از مایع پر کنید.

3 - پستون کوچک A را فشار دهید.

4 - مشاهدات تان را ثبت نموده آن را تشریح کنید.

یادداشت: پستون B به اندازه کمی به عقب رانده می‌شود.

چرا قوه در پستون B بزرگ شده است؟



$$\frac{\text{قوه بالای پستون A}}{\text{مساحت A}} = \frac{\text{قوه بالای پستون B}}{\text{مساحت B}}$$

$$\frac{F_A}{A} = \frac{F_B}{B}$$

و یا

7-6: قانون ارشمیدس (Archimedes Law)

چرا اجسام در داخل آب سبک‌تر می‌شوند؟ شما از این پیش دانستید که سیال‌ها بالای اجسام یک قوهٔ صعودی وارد می‌کنند که در نتیجهٔ آن اجسام و یا در سیال غرق می‌شوند. این قوه را به نام قوهٔ شناوری (buoyancy) نامیده‌اند. قوهٔ صعودی شناوری به مقابله وزن جسم (قوهٔ جاذبه زمین) عمل کرده و چون وزن جسم بیشتر از قوهٔ صعودی است. جسم در آب فرو می‌رود. در این حالت جسم سبک‌تر ظاهر می‌شود و وزن آن به نام وزن ظاهری آن یاد می‌شود. (به خاطر باید داشت که قوهٔ صعودی سبب می‌شود تا اجسام در مایعات غرق شوند یا شنا کنند). تصور کنید که یک جسم مکعبی شکل، مکمل در یک سیال غرق شده که در شکل (7-16) نشان داده شده است.

سیال قوه‌های عمود را بالای تمام سطوح جسم وارد می‌کند. قوه‌یی که بالای سطح قاعدهٔ

$$\text{مکعب وارد می‌شود عبارت است از: } F_{up} = (P_0 + \rho_f gh_2)A = \text{قوهٔ صعودی}$$

قوه‌یی که بالای سطح فوقانی مکعب وارد می‌گردد عبارت

$$\text{است از: } A = F_{down} = (P_0 + \rho_f gh_1)A = \text{قوهٔ نزولی}$$

چون $h_2 > h_1$ است. لذا $F_{up} > F_{down}$ و قوهٔ منتجة

صعودی برابر با $F_{up} - F_{down}$ خواهد بود.

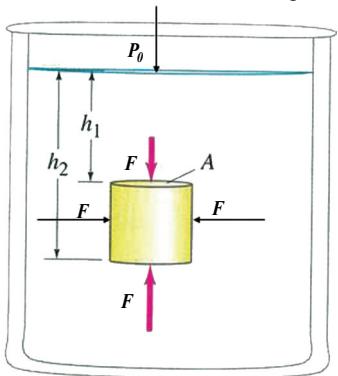
نتیجهٔ قوهٔ صعودی را به F_B نمایش داده می‌نویسیم:

$$F_B = \rho_f g(h_2 - h_1)A$$

چون $(h_2 - h_1)$ ارتفاع جسم است بنابرآن:

$$() \quad V = A(h_2 - h_1) \quad \text{حجم جسم}$$

شکل (7-16)



پس در صورتی که جسم غرق شود: $F_B = \rho_f \times V \times g$

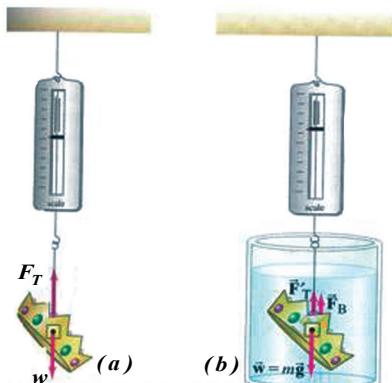
در رابطهٔ اخیر $F_B = \rho_f \times V \times g$ به ترتیب کثافت سیال و حجم جسم غرق شده است.

نتیجهٔ قوهٔ صعودی (buoyant force) برابر است با وزن مقدار سیال بی‌جا شده توسط جسم. این حقیقت یکی از قدیمی‌ترین کشف‌ها در فزیک است که در حدود 250 سال قبل از میلاد توسط ارشمیدس (Archimedes) فیلسوف یونانی استنباط گردید.

قاعدهٔ ارشمیدس حسب زیر تشریح شده می‌تواند:

هر جسمی که قسماً یا تمام در یک سیال فرو می‌رود، یک قوهٔ صعودی به مقابله آن عمل می‌کند که در نتیجهٔ از وزن آن کاسته می‌شود،

شکل (7-17)



که مقدار این وزن باخته شده، در جسم مساوی است به وزن مقدار آب بی‌جا شده هم حجم جسم مذکور، یعنی: وزن سیال بی‌جا شده مساوی است به F_B .

برای اندازه کردن وزن واقعی جسم (W)، آن را به طور عمودی از انجام یک ترازوی فنری می‌آویزیم و از روی صفحه مدرج مقابل فنر، وزن واقعی آن را می‌خوانیم. اگر همین جسم آویزان شده را مکمل در یک مایع (سیال) فرو ببریم، دیده می‌شود که از وزن آن به سبب

قوه صعودی ارشمیدس کاسته می‌شود. در این حالت:

$$W' = W - F_B \quad \text{وزن ظاهری جسم } (W') \text{ عبارت است از:}$$

لذا: $F_B = W - W'$

دیاگرام نشان می‌دهد که:
وزن واقعی

$$T = W = \text{قوه کشش فنر}$$

$$T' = W - F_B = \text{وزن ظاهری}$$

چه وقت جسم شنا می‌کند و یا غرق می‌شود؟

برای دادن جواب به این سؤال باید سه حالت ذیل را به بحث بگیریم:

1 - هرگاه قوه صعودی ارشمیدس کمتر از وزن واقعی جسم باشد: $F_B < W$

«جهت قوه منتجه به طرف پایین بوده و بنابر آن جسم در سیال فرو می‌رود و مکمل غرق می‌شود» یعنی:

$$\rho_f < \rho \quad \text{ویا:}$$

(کثافت سیال کمتر از کثافت جسم است).

2 - هرگاه قوه ارشمیدس مساوی به وزن واقعی جسم باشد: $F_B = W$

قوه منتجه مساوي به صفر بوده و جسم در حالت تعادل قرار دارد؛ يعني نه فرو می رود و نه صعود می کند.

$$\rho_f \times v \times g = \rho \times v \times g \Rightarrow \rho_f = \rho$$

کثافت سيال مساوي به کثافت جسم است (مقدار وزن ظاهري جسم در اين حالت چند است?).

3 - هرگاه قوه صعودي بزرگتر از وزن واقعي جسم باشد و تمام جسم تحت سيال قرار گيرد: $F_B > W$

(جهت قوه منتجه به طرف بالا بوده و جسم را به سمت بالا تيله می کند) و در نتيجه، جسم به تدریج به سطح آب بلند رفته و شنا می کند تا اين که به محل تعادل (قسمتي از آن زير آب باشد) قرار گيرد و در اين حالت وزن سيال بی جا شده، مساوي است به وزن جسم.

$$\rho_f \times v \times g > \rho \times v \times g$$

$$\rho_f > \rho$$

کثافت سيال بزرگتر از کثافت جسم است؛ اما وقتی که جسم در سطح مایع شنا می کند، قسمتي از آن در تحت مایع قرار داشته و حالت سكون را دارد؛ يعني در تعادل است.

بنابرآن:

$$F_{B'} > W$$

$$V'_f \rho_f g = V \rho_0 g$$

$$\frac{V_f}{V} = \frac{\rho_0}{\rho_f} \quad V'_f \text{ مساوي به حجم قسمت غرق شده جسم در مایع می باشد.}$$

پس، نسبت کثافتها مساوي است به کسر حجم غرق شده جسم.

مثال: کثافت يخ 920 kg/m^3 است در حالی که کثافت آب بحر 1025 kg/m^3 می باشد. کسر توتئه يخ شناور کدام حالت‌های زير را می گيرد.

a: به آب فرو می رود؟

b: بیرون از آب می ماند؟

حل:

$$\frac{V_f}{V} = \frac{\rho}{\rho_f} = \frac{920}{1025} = 0.89 = 89\% \quad -a$$

$$= 100\% - 89\% = 11\% \quad -b$$

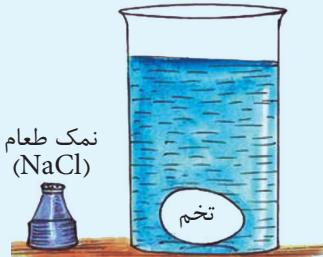
برای مشاهده تأثير کثافت مایع بالای مقدار قوه صعودي ارشميدس فعالیت ذيل را انجام داده می توانيد.



فعالیت: «شناوری یک تخم»

مواد ضروری: (تخم تازه، یک ظرف شیشه‌یی، آب، نمک طعام (NaCl)، قاشق و سیخ شور دهنده).

طرز العمل:



شکل (7-18)

1 - دو ثلث ($2/3$) ظرف را از آب پر نمایید.

2 - تخم را به آهسته‌گی به داخل ظرف فروبرید.

خواهید دید که تخم در آب غرق می‌شود، توضیح کنید که چرا؟

3 - یک قاشق پر چای خوری نمک را در آب انداخته و شور دهید و تخم را مشاهده کنید.

4 - نمک را علاوه کرده بروید تا زمانی که تخم در سر آب آمده قسماً در آب شنا کند.

5 - مقدار قوë صعودی را در هر مرحله با گروپ تان مباحثه کنید.

بدون شک، به نتیجه خواهید رسید که با علاوه کردن نمک، به تدریج کثافت آب نمکی از دیاد یافته و قوë صعودی نیز به تدریج زیاد شده می‌رود؛ یعنی می‌توان گفت که: قوë صعودی به گونه‌ی مستقیم متناسب به کثافت مایع می‌باشد.

مثال:

یک شخص یک سیت طلا را از مارکیت با جگرۀ زیاد می‌خرد. وقتی که خانه می‌آید طلا را وزن نموده 7.84N می‌شود. در مرحلۀ دوم وزن عین طلا را در آب پیدا می‌کند، ترازو این بار 6.86N را نشان می‌دهد. آیا طلایی را که خریده شده طلای خالص است یا ناخالصی (غش) دارد؟ شرح کنید.

حل:

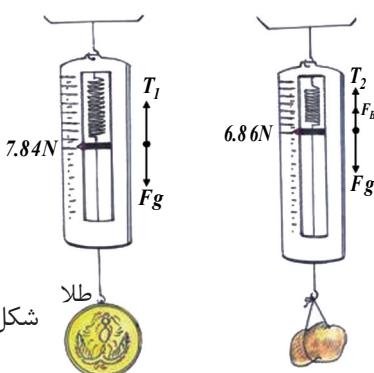
1 - معلوماتی که داده شده‌اند:

$$\text{وزن طلا} = F_g = 7.84\text{N}$$

$$\text{وزن ظاهری} = 6.86\text{N}$$

$$\text{کثافت آب} = \rho_w = 1.00 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

$$\text{کثافت طلا} = \rho_g = ?$$



شکل (7-19)

$$W = mg = 7.84N \quad 2$$

$$\therefore F_B = 7.84 - 6.86 = 0.98 N \quad \text{وزن ظاهری} = F_g - F_B$$

$$F_B = V_0 \rho g$$

$$0.98 = V_0 \times 1.0 \times 10^3 \times 9.8$$

$$V_0 = 1 \times 10^{-4} m^3$$

$$\therefore F_g = w = m_0 g = V_0 \rho_0 g \Rightarrow \rho_0 = \frac{w}{V_0 \cdot g}$$

$$\rho_0 = \frac{7.84}{1 \times 10^{-4} \times 9.8} = 8 \times 10^3 \frac{Kg}{m^3}$$

اما کثافت طلا $19.3 \times 10^3 \frac{Kg}{m^3}$ است. پس طلای خریده شده خالص نیست.



سؤال‌ها:

1 - فشار سیال‌ها همیشه موجه است به سمت:

a: بالا b: جوانب

c: پائین d: به همه سمت‌ها

2 - کدام یک از معادلات ذیل، معادله صحیح قوه منتجه (F_{net}) است که بالای جسم

$F_{net} = 0$: a غرق شده عمل می‌کند؟

$F_{net} = (\rho_{\text{جسم}} - \rho) g V$: b

$F_{net} = \rho_f g A (h_2 - h_1)$: c

$F_{net} = (\rho_f + \rho) g V_0$: d

3 - چطور وزن جسم شناور توسط قوه صعودی متأثر می‌شود، توضیح دهید.

4 - برای هر جسم فرورفته در آب قوه صعودی ارشمیدس مساوی به چیست؟

5 - فولاد نسبت به آب کثافت خیلی بیشتر دارد. پس چگونه کشتی‌های فولادی روی اب شنا می‌کنند؟

6 - کدام اجسام زیر در یک تیوب

پر از سیماب شنا می‌کنند؟

-a: یک انگشت جامد طلا

-b: یک مکعب یخ

-c: یک پیچ آهنی

-d: آب $5ml$

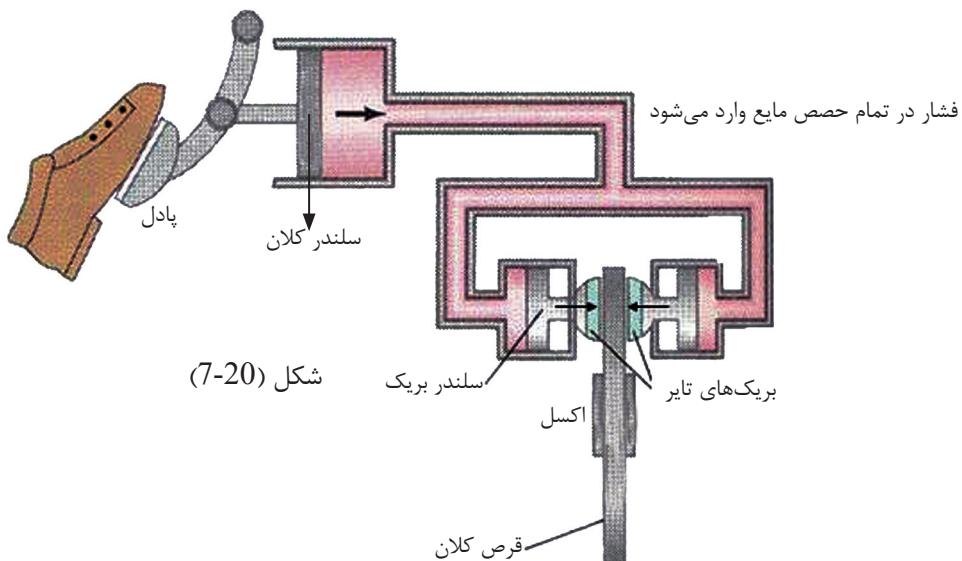
کثافت به Kg/m^3	مواد
0.917×10^3	یخ
7.86×10^3	آهن
19.3×10^3	طلای
13.6×10^3	سیماب

بریک‌های دایره‌ی هایدرولیک

در یک موتور برای تطبیق قوه‌های مساوی به هر یک از چهار تایر و برای زیاد ساختن مقدار قوه بالای بریک از قانون پاسکال استفاده شده است. این کار چطور صورت می‌گیرد؟

برای ارایه جواب به مراحل زیر دقت کنید:

- 1 - پای دریور، پستون را فشار می‌دهد تا بالای مایع بریک فشار وارد شود.
- 2 - فشار از طریق مایع به پستون‌ها به دو طرف قرص کلان دایره‌ی که به اکسل موتور محکم شده، انتقال می‌کند.
- 3 - این فشار، پستون‌ها را به قرص می‌چسباند تا حرکت موتور آهسته شود. فشار در تمام حصص مایع وارد می‌شود.





خلاصه فصل هفتم

- 1 - سیال عبارت از یک ماده‌یی است که جریان کرده می‌تواند، بنابر این شکل معین ندارد. گازها و مایعات هر دو سیال‌ها اند.
- 2 - فشار عبارت از مقدار قوه واردہ بر واحد سطح می‌باشد.
- 3 - فشار با ازدیاد عمق تزايد می‌یابد.
- 4 - وزن اتموسفير سبب به وجود آمدن فشار می‌گردد که به نام فشار اتموسفير یاد می‌شود.
- 5 - سیال‌ها از ساحة فشار زیاد به ساحة فشار کم جریان می‌کنند.
- 6 - فشار تطبیق شده در یک سیال محصور شده در هر نقطه سیال و جدارهای ظرف مساویانه انتقال می‌کند (قاعده پاسکال).
- 7 - قوه صعودی عبارت از قوه‌یی است که به سمت بالا توسط سیال بالای یک جسمی که قسماً ویا تمام در سیال غرق شده باشد، عمل می‌کند.
- 8 - قوه صعودی به سبب اختلاف فشار در مایع به وجود می‌آید.
- 9 - قاعده ارشمیدس بیان می‌کند که "قوه صعودی بالای یک جسم مساوی به وزن سیال بی‌جاشده توسط همان جسم است."
- 10 - مقدار قوه صعودی بالای جسم شناور مساوی است به وزن جسم، (سیستم در تعادل است).

سوال‌های فصل هفتم

1 - مفاهیم و کلمات زیر را به زبان خود تعریف نمایید:

سیال، فشار اتموسفیر، قوه صعودی ارشمیدس.

2 - کدام یک از جمله‌های زیر در باره سیال‌ها صحیح است؟

a. سیال‌ها به ندرت شکل ظرفی را که در آن قرار دارند، به خود می‌گیرند.

b. سیال‌ها شامل مایعات و گازات می‌باشند.

c. سیال‌ها از فشار پایین به فشار بلند جریان پیدا می‌کنند.

d. سیال‌ها بیشترین فشار را به سمت پایین وارد می‌کنند.

3 - چرا شما توسط فشار اتموسفیر شکنجه نمی‌شوید؟

مسائل:

4 - فشار قاعده یک حوض آب بازی به عمق $3m$ چند است؟

$$(\text{فشار اتموسفیر}) = 1.013 \times 10^5 P_a$$

5 - وزن یک پارچه فلز در هوای $50N$ ، در آب $36N$ و در مایع نامعلوم، $41N$ می‌باشد.

کثافت‌های فلز و مایع نامعلوم را دریافت کنید.

6 - بسیار کشتی‌ها از پلاستیک و دیگر مواد ترکیبی ساخته شده‌اند که کثافت آن‌ها بیشتر از کثافت آب است. چطور چنین کشتی‌ها می‌توانند در آب شنا کنند؟

7 - یک بالون رابری خالی دارای کتله $Kg(0.012)$ می‌باشد. این بالون در $0C^0$ ، فشار 1_{atm} و کثافت $Kg/m^3(0.179)$ از گاز هلیوم پرسیده است. بالون پرشده، شکل کره‌یی داشته و دارای شعاع $0.5m$ می‌باشد.

a. مقدار قوه صعودی عامل بالای بالون چند است؟

b. قوه منتجه عامل بالای بالون را حساب کنید.

بخاطر داشته باشید که:

$$\rho_{air} 1.29 Kg/m^3 \text{ و } g = 9.8 m/s^2 \text{ می‌باشند.}$$

8 - برای پمپ کردن آب به ارتفاع $250m$ در بلندترین نقطه تعمیر کدام فشار داخلی

(P_G) ضرورت است تا آب را از قاعده تعمیر به ارتفاع مذکور برساند؟ کثافت آب $10^3 kg/m^2$

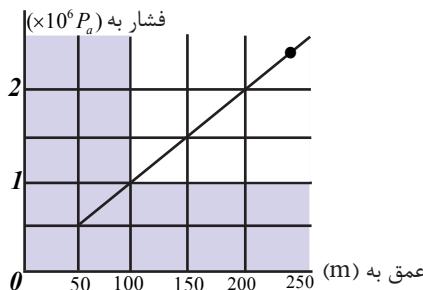
$$g = 9.8 m/s^2 \text{ می‌باشد.}$$

9 - یک تیوب ساده شیشه‌بی U مانند دارایی سیماب می‌باشد. به ستون طرف راست تیوب مقدار آب را علاوه کنید تا ارتفاع ستون به ۰.۶۸ برسد. سیماب در ستون چپ از سطح اصلی آن تا کدام ارتفاع بالا خواهد رفت؟

$$\rho_{Hg} = 13600 \text{ Kg/m}^3 \quad \text{و} \quad \rho_W = 1 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

10 - شما دیده باشید که قاعده بندها را نسبت به قسمت فوقانی آن ضخیم تر می‌سازند. چرا؟ شرح دهید.

11 - گراف ذیل فشار آب را که توسط یک ساینس دان به عمق‌های مختلف بحر اندازه‌گیری شده نشان می‌دهد. با استفاده از این گراف سؤال‌های ذیل را جواب بدهید:



1 - فشار بالای جسم زمانی که در عمق ۱۰۰m در آب قرار دارد چند است؟

- | | | | |
|-----------------------|-----|-----------------------|-----|
| $1.5 \times 10^6 P_a$ | (b) | $1.0 \times 10^6 P_a$ | (a) |
| $1.1 \times 10^6 P_a$ | (d) | $2.0 \times 10^6 P_a$ | (c) |

2 - به اساس ارقام ثبت شده در گراف، کدام یک از فشارهای ذیل بهترین تخمین برای فشار در عمق ۲۵۰m آب در تحت بحر خواهد بود؟

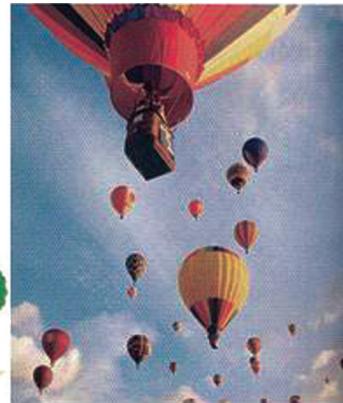
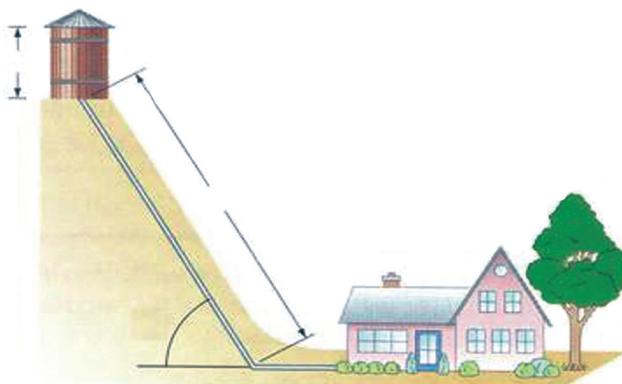
- | | | | |
|-----------------------|-----|-----------------------|-----|
| $2.6 \times 10^6 P_a$ | (b) | $1.7 \times 10^6 P_a$ | (a) |
| $5.0 \times 10^6 P_a$ | (d) | $2.2 \times 10^6 P_a$ | (c) |

12 - دو ظرف استوانه‌بی را تصور کنید که دارای عین قاعده به مساحت A بوده و در یک سطح قرار دارند. سلندرها دارای یک مایع به کثافت (β) می‌باشند، اما ارتفاع مایع در یک سلندر (h_1) و در سلندر دومی (h_2) می‌باشد. چقدر کار توسط قوه جاذبه انجام شود تا سطوح هر دو سلندر را در تعادل آورد؛ یعنی دارای همان ارتفاع گردند؟ (البته در صورتی که سلندرها باهم وصل شوند).

سیال‌های متحرک

8-1: سیال‌های خیالی (ایده آل)

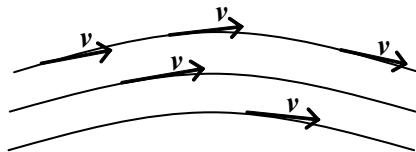
وجهه تشابه و یا تفاوت در مایعات و گازات متحرک:



میدانید که سیال‌ها آن حالت مواد را گویند که در حالت مایع و یا حالت گاز باشند. آن‌ها گاهی دارای خصوصیات مشابه بوده و در بعضی از خواص آن‌ها تفاوت‌ها وجود دارند. مایعات در حالت سکون و حرکت تراکم پذیر نیستند؛ یعنی حجم مایع در اثر فشار تغییر می‌کند؛ اما زمانی که گاز در جریان باشد می‌توان آنرا هم غیر قابل تراکم قبول نماییم. هرگاه سرعت حرکت گاز از سرعت صوت کمتر باشد. اثر تغییرات فشار بر حجم گازهای متحرک بسیار کم و قابل صرف نظر می‌باشد. قانونمندی‌ها برای گازهای متحرک برای مایعات متحرک نیز قابل تطبیق بوده؛ ولی هرگاه حرکت ذرات سیال فوق سرعت صوت به طور نمونه انفجارات و یا حالا که غلظت گاز کم و فشار کمتر از (0.7 mbar) ملی‌بار در نل‌های که قطر آن بیشتر از (7 mm) ملی‌متر باشد مطالعه مایعات و گازات تحت قاعده‌های مشترک صورت گرفته نمی‌تواند.

- یک سیال (مایع، گاز) را وقتی خیالی (ایده آل) می‌نامند که قابلیت تراکم و اصطکاک داخلی نداشته باشد.
- مجموعه وکتورهای سرعت (\vec{v}) به تابع (t) از تمام فضای که مایع از آن می‌گذرد ساخته وکتور سرعت را تشکیل می‌دهد.

در مایعات متحرک خطوط عبور مایع با جهت وکتورهای سرعت (v) در هر نقطه مماس اند که این خطوط را (خطوط جریان) می‌نامند.



شکل (8-1)

تجربه

ذرات را با یک مایع متحرکی که از یک نل عبور می‌کند، مخلوط می‌کنیم طوری که کثافت این ذرات از هم تفاوت بسیار کمی داشته باشند. اکنون حالت جریان مایع را با استفاده از حرکت این ذرات از داخل مایع، به وسیله‌ی یک دستگاه عکاسی که بتواند برای وقت‌های بسیار کوتاه عکاسی کند، تحت مطالعه می‌گیریم. در عکس‌ها ذرات مخلوط شده، هر کدام نظر به مقدار سرعت خود، یک خط دراز و یا کوتاه را نمایش می‌دهند که در حقیقت همان خطوط جریان‌ها هستند. همچنان در عکس‌ها دیده می‌شود که هر قدری که مسیر جریان یک مایع کوچک‌تر می‌شود؛ یعنی قطر نلی که مایع از آن عبور می‌کند خودتر می‌شود، به همان تناسب، خطوط جریان با هم نزدیک واقع می‌شوند و اگر قطر بزرگ‌تر شود، فاصله بین خطوط زیادتر می‌شود. در بسیاری از جریان‌ها، تصویر خطوط جریان در زمان‌های مختلف یکسان باقی می‌ماند طوری که هر ذره مایع، نقطه معینی از فضا را با عین سرعت عبور می‌کند. در این جریان‌ها، کمیت و سمت سرعت ذراتی که از مایع عبور می‌کنند، مساوی است و شخصی که مشاهد است، همیشه عین تصویر را از جریان، به چشم خویش می‌بیند که این گونه جریان را جریان مستقر می‌گویند. در این نوع جریان‌ها، هیچ کدام از کمیت‌های جریان مایعات (فشار، سرعت، اصطکاک، مقدار مایع عبوری) تابع وقت نیستند. اگر این کمیت‌ها در یک جریان مایع، با گذشت زمان تغییر کنند، این مایع را مایع غیر مستقر نامند. آن قسمت از مایع که توسط خطوط جریان محدود می‌شود، به نام لوله جریان یاد می‌شود. وکتور سرعت مایع (v) که بر خط جریان در هر نقطه مماس است، برعاست لوله جریان نیز مماس می‌باشد و این سبب می‌شود که ذرات مایع در اثنای حرکت خود، دیوارهای لوله جریان را قطع نکنند.

8-2: معادله متمادیت

هرگاه مایعی که تراکم پذیر نیست، کثافت و حجم آن ثابت است. از یک نلی که مقطع‌های (A_1 و ...) متفاوت بوده عبور کند سرعت جریان (v_1, v_2, \dots) آن تغییر می‌کند طوری که: حاصل ضرب کمیت‌های ($A.v$) در هر مقطع جریان ثابت باقی می‌ماند؛ یعنی:

$$A.v = \text{const} \quad \text{و یا} \quad A_1 v_1 = A_2 v_2 \dots$$

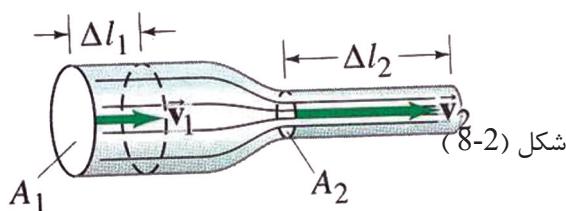
رابطه اخیر نتیجه گرفته می‌شود که بزرگی مقطع نل (A) با سرعت جریان (v) مایع، نسبت معکوس دارد. هرگاه رابطه اخیر فوق را به شکل ذیل تغییر دهیم.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

رابطه فوق را به نام معادله متمادیت یا پیوسته‌گی می‌نامند که توسط برنولی عالم ایتالوی به اثبات رسید که چنین بیان می‌دارد. در یک نلی با مقطع‌های متفاوت سرعت جریان مایع معکوساً متناسب به مقطع نل می‌باشد.

یعنی در مقطع بزرگ، سرعت جریان مایع کم و در مقطع کوچک، سرعت جریان مایع بزرگ است.

قضیه متمادیت در جریان مایعات واقعی و هم در گازها وقتی قابل تطبیق است که از قابلیت تراکم شان صرف نظر گردد.



شکل (8-2)

۸-۳ معادله برنولی

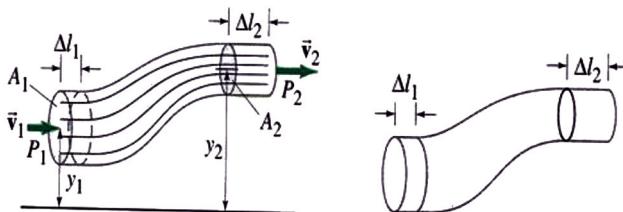
ارتباط سرعت جریان یک مایع با فشار و مقطع را در قضیه پیوسته‌گی و متمادیت دیدیم. اکنون این رابطه را در قانون برنولی مطالعه می‌کنیم. دریک سیالی که از اصطکاک در آن صرف نظر شده باشد، با استفاده از قانون تحفظ انرژی، می‌توان رابطه اساسی بی‌را بین کمیت‌هایی که جریان سیال را مشخص می‌سازند، به دست آورده.

برای توضیح بیشتر این مطلب یک مایع خیالی را در نظر می‌گیریم، که به صورت ثابت و یکسان در یک نل جریان دارد. در این مایع یک لوله جریانی را که دارای مقطع کوچک است، مطالعه می‌کنیم. به شکل (۸-۴) توجه کنید. احجامی که مایع در آن جریان دارد، از یک طرف توسط دیوارهای لوله جریان و از جانب دیگر توسط مقاطع A_1 و A_2 ، که بر خطوط جریان عمود هستند، محدود شده است. در تمام حصه‌های این نل که از بین آن مایع عبور می‌کند، فشار وجود دارد. به طور مثال در موقعیت A_1 فشار P_1 و در موقعیت A_2 فشار P_2 عمل می‌کنند. اگر به اثر جریان مایعی که از عقب می‌آید مقطع A_1 به موقعیت A_2 به جلو رانده شود، کاری که برای این منظور ضرورت است، طور ذیل افاده می‌شود.

$$W = F_1 \cdot l_1$$

$$W = P_1 A_1 l_1 = P_1 A_1 v_1 t$$

چون حجم مایع $A_1 v_1 t = V$ است، پس می‌توان نوشت: (۱)



شکل (۸-۴)

اگر مقدار مایعی را که در مقاطع A_1 و A_2 جریان دارد در نظر بگیریم، کار W باعث ایجاد کارهای قسمی یا کارهای جزئی می‌شود طوری که: ۱ - مقطع A_2 به اثر فشار P_2 به موقعیت A_2 طوری لغزانده می‌شود، که حجمی که درین مقاطع A_2 قرار دارد، عین همان قیمت V را دارد که بین مقاطع A_1 و A_2 داشته است و کار مورد ضرورت عبارت از W_1 است:

$$W_1 = F_2 \cdot L_2 = P_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot t = P_2 \cdot A_2 \cdot L_2 = P_2 \cdot V \dots\dots (2)$$

2 - مقدار مایع با حجم V از ارتفاع h_1 به موقعیتی آورده می‌شود که دارای ارتفاع h_2 است.
پس کاری که برای این منظور ضرورت است، عبارت است از W_2 :

$$W_2 = mg(h_2 - h_1) \quad m = \rho \cdot V \quad \text{و} \\ W_2 = \rho \cdot V \cdot g(h_2 - h_1) \dots\dots(3)$$

3 - آن مقدار مایع که در سطح زیرین قرار دارد، دارای سرعت v_1 و انرژی حرکی آن:

$$E_{K1} = mv_1^2 / 2$$

چون این مقدار مایع در سطح پایینی فشرده می‌شود، مقدار مایع مساوی به آن در حجم بالایی با سرعت v_2 و انرژی حرکی $E_{K2} = mv_2^2 / 2$ نفوذ می‌کند. برای افزایش مقدار انرژی حرکی، کار مورد نیاز عبارت است از:

$$W_3 = \square mv_2^2 + \square mv_1^2 \dots\dots(4)$$

اگر از آن مقدار انرژی، که برای بی تأثیر ساختن اصطکاک بین جدار نل و ذرات مایع، در طول نل ضرورت است صرف نظر شود، قانون برنولی از رابطه $W = W_1 + W_2 + W_3$ چنین به دست می‌آید:

$$P_1V = (p_2V) + (V\rho g h_2 - V\rho g h_1) + (1/2mV_2^2 - 1/2mV_1^2)$$

اگر به جای $m = V\rho$ تعویض شود، و تمام معادله با V اختصار گردد داریم که:

$$p_1 = p_2 + \rho g h_2 - \rho g h_1 + 1/2 \rho V_2^2 - 1/2 \rho V_1^2$$

ما می‌توانیم افاده فوق را ترتیب و ساده بسازیم، قانون برنولی را در مورد جریان این طور به دست آوریم:

$$P_1 + \rho gh_1 + 1/2 \rho V_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + 1/2 \rho V_2^2$$

این قانون نه تنها در مورد یک مایعی که در داخل یک نل جریان دارد صدق می‌کند؛ بلکه در مورد آن مایعاتی که به طور آزاد و یا هم در مورد ذرات مایعی که به صورت رشته‌ها در داخل نل‌ها، پهلوی هم و بدون آن که با هم مخلوط شوند جریان داشته باشند، قابلیت تطبیق را دارد.

اگر در یک جریان، ارتفاعات h_1 و h_2 با هم مساوی و یا از هم تفاوت اند کی داشته باشند، اجزای ρgh_1 و ρgh_2 در معادله هم دیگر را افقاء می‌کنند و از تأثیر آن‌ها می‌توان صرف نظر کرد. باید گفت که از افاده ساده اخیر، پیش از همه در گازها استفاده می‌شود، زیرا کثافت گازها پایین است. در رابطه ساده، قانون برنولی این شکل را به خود می‌گیرد:

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

افاده فوق چنین بیان می‌دارد که فشار در آن نقاط کمتر است که در آن‌جا سرعت بیشتر باشد. مقاطع A_1 و A_2 به‌طور کیفی انتخاب شده‌اند و می‌توان گفت که در هر مقطع لوله جریان افاده $(\rho v^2/2 + \rho gh + p)$ دارای عین قیمت است. برای این‌که در معادله فوق دقت بیش‌ترایجاد شود، مقطع عرضانی A را به صفر تقریب می‌دهیم، که در این صورت لوله جریان به یک خط جریان تقریب می‌کندو کمیات P , V و h که در هر دو طرف معادله وجود دارند، می‌توانند طوری تلقی شوند که به دو نقطه کیفی عین خط جریان تعلق دارند، و در نتیجه نشان می‌دهد که به امتداد هر خط جریان در یک مایع خیالی این شرط صدق می‌کند.

$$\rho v^2/2 + \rho gh + p = ct$$

رابطه اخیر هم شکل دیگری از معادله برنولی است.

ما این معادله را برای یک مایع خیالی به‌دست آوردیم، که برای مایعات حقیقی که اصطکاک داخلی شان بسیار زیاد نیست، هم قابلیت تطبیق را دارد.

فشار در قاعده بند آب

یکی دیگر از مواردی که ما ارتباط سرعت جریان سیال را با فشار و مساحت مقطع مشاهده می‌کنیم، بند آب است.

فرض می‌کنیم که در مقابل یک مایعی که به‌صورت افقی جریان دارد، بندی ایجاد می‌شود. در آن صورت طبیعی است که به اثر فشار اضافی که در کاسه بند به وجود می‌آید، مایع به حالت سکون در می‌آید. این فشار اضافی تولید شده، به نام فشار بند یاد می‌شود و به p_s نشان داده می‌شود که عبارت است از:

$$p_2 - p_1 = p_s$$

این فشار را می‌توان وقتی محاسبه کرد که در معادله برنولی $v_2 = 0$ تعویض شود.

$$p_s = p_2 - p_1 = 1/2 \rho v_1^2$$

قيمت $(1/2 \rho v^2)$ فشار بند را نشان می‌دهد که می‌توان آن را در یک نقطه‌یی که سرعت v را دارد، به وسیله توقف دادن جریان به‌دست آورد. این فشار مشخص کننده فشار بند در همه نقاط دیگر بند می‌باشد. بنابر این در جریانات افقی، قانون برنولی را می‌توان چنین بیان داشت:

در سراسر یک رشته جریان افقی، مجموعه فشار p و فشار بند $(1/2 \rho v^2)$ ثابت است. با درک مفهوم فشار بند، حالا می‌توانیم که به صورت عددی حساب کنیم که در گازها متحرک تفاوت‌های فشار تا چه حدی بالامی‌روند.

مثال:

کثافت هوا عبارت از: $\rho = 0,125 \text{ kg/m}^3$ بوده و در سرعت‌های بلند

$$Ps = 1/2 \rho v^2 = 1/2 \cdot 0,125 \text{ kg/m}^3 \cdot 1600 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 100 \text{ kgm/s}^2/\text{m}^2 = 100 \text{ N/m}^2$$

$$= 100 P_a = 0.001 \text{ bar}$$

در صورتی که سرعت جریان دارای چنین قیمت بلندی باشد. تفاوت فشار صرف یک فیصد فشار نورمال هوا است. تفاوت حجم نیز، به همین تناسب خورد می‌باشد. از همین سبب است که گازها متحرک را تاحدی غیر قابل تراکم قبول می‌کنند.

مثال: یک پایپ رابری که در باغچه از آن استفاده می‌شود، دارای قطر $d_1 = 12,7\text{mm}$ است. در قسمت اخیر این پایپ، یک پارچه وصلیه وجود دارد که قطر داخلی آن تا دهن (سوراخ نهایی) نل $d_2 = 5\text{mm}$ شده می‌رود. وقتی که آب در پارچه وصلیه می‌رسد، فشار آن در مقابل محیط اطراف ۱,۸bar است. سرعت خروج آب را محاسبه کنید، (در صورتی که از اصطکاک صرف نظر شود). آب به کدام فاصله X به سطح زمین می‌رسد؟ در صورتی که دهن پایپ با محور افقی به ارتفاع $y = 1\text{m}$ از سطح زمین واقع شود، (کثافت آب را 1000kg/m^3 در نظر بگیرید).

حل: بر اساس قانون برنولی و قانون متمادیت، که بر نقاط آغاز و انجام پایپ (جت) تطبیق می‌شود، داریم که:

$$v_1 A_2 = v_2 A_1 \quad \text{نقطه آغاز و انجام پایپ (جت) تطبیق می‌شود، داریم که:}$$

$$v_1 = \frac{v_2 A_2}{A_1} = v_2 \left(\frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} \right) \quad p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_1 = v_2 \left[\frac{d_2/2}{d_1/2} \right]^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2 \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2/\rho (p_1 - p_2)$$

از جانب دیگر از معادله متمادیت داریم:

$$v_1 = v_2 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \quad V_1^2 = V_2^2 (d_2/d_1)^4$$

هر دو طرف را مربع ساخته داریم: $V_1^2 = V_2^2 (d_2/d_1)^4$

اگر قیمت v_1^2 را که در فوق دریافته ایم در معادله اخیر به جایش تعویض کنیم، داریم که:

$$V_2^2 \left[-(d_2/d_1)^4 \right] = 2/\rho (p_1 - p_2)$$

$$d_2/d_1 = 5\text{mm}/12,7\text{mm} = 0,394 \quad , \quad 2/\rho = 2\text{m}^3/1000\text{kg} = 0,002\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$p_1 - p_2 = 1,8\text{bar} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

با جابه جایی این قیمت‌ها در معادلات فوق قیمت v_2 را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 = (0,002\text{ m}^3/\text{kg} \cdot 1,8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2) / (1 - 0,394^4) = (360\text{m}^2/\text{s}^2) / 0,976 = 368,852\text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_2 = 19,205\text{ m/s}$$

از پرتاب افقی می‌دانیم که:

$$X = v_2 \cdot t \quad y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 = -1\text{m} \Rightarrow t^2 = 2/s \Rightarrow t = \sqrt{2/g}$$

$$t = \sqrt{2\text{m}/9,81\text{m/s}^2} = 0,45\text{s} \Rightarrow x = 19,205\text{m/s} \times 0,45\text{s} = 8,64\text{m}$$



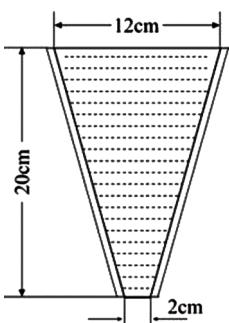
سؤال‌ها

1- تفاوت فشار را دریافت کنید، در صورتی که مساحت مقطع بین دو انجام یک نل از 5cm^2 به 15cm^2 تنقیص یابد، و در هر ثانیه 1.8liter با کثافت $0.7\text{kg}/\text{dm}^3$ از آن عبور کند.

2- قطر یک ظرف قیف مانند به ارتفاع 20cm از قیمت بالای $d_1 = 12\text{cm}$ به قیمت پایینی $d_2 = 2\text{cm}$ کم می‌شود. چه مقدار تفاوت فشار بین مقاطع بالایی و پایینی به وجود می‌اید؟ اگر:

- ظرف به طور کامل با آب ساکن پر باشد.

- در هر ثانیه 0.3 liter آب از ظرف عبور کند.

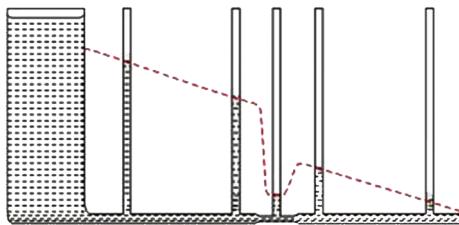


4-8: تطبیقات قانون برنولی

در درس کنونی چند مورد استعمال قانون برنولی را مطالعه می‌کنیم، که اولین آن "به وجود آمدن تأثیر چوشش" است.

از آخرین افاده که برای قانون برنولی داده شد، چنین نتیجه‌گیری گردید که در همه حالاتی که فشار بلند وجود دارد، سرعت جریان دارای قیمت پایین است و بر عکس با موجودیت فشار پست، سرعت جریان دارای قیمت بلند می‌باشد.

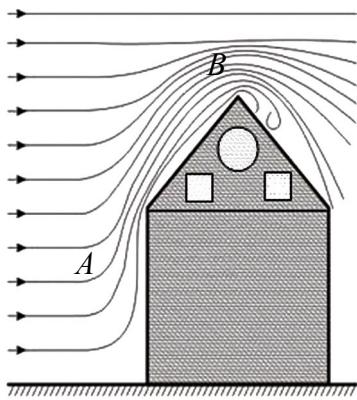
شکل (8-5)



بر اساس قانون متمادیت، سرعت جریان در موقعیت‌های تنگ بزرگ است. در این موقعیت‌ها بر عکس، انچه اشتباها پذیرفته شده است، یک تناقص فشار موجود است. این گفته را می‌توان در شکل (8-5) قابل دید ساخت. چنانچه اگر با یک نلی که دارای یک محل عبور یا معبّر تنگ باشد، چندین نل باریک را به حیث فشار سنج‌های مایعات تعییه کنیم، اندازه ارتفاعی که مایع در هر یک از نل‌ها بلند شده است، نمایانگر اندازه فشاری است که در نل‌های مربوط وجود دارد. طوری که دیده می‌شود، در موقعیت‌هایی که نل‌ها باریک هستند، سطح مایع در نل پایین است و در نتیجه می‌توان گفت که در موقعیت‌های مذکور فشار پایین است. این واقعیت، به سوالی که چرا در بعضی از مایعات اثر چوشش موجود است، جواب می‌دهد.

این موضوع را با یک مثال دیگر ادامه می‌دهیم:

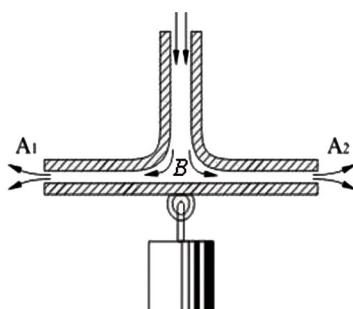
یک طوفان باد، بر یک تعمیر می‌وزد. چنانچه در شکل (8-6) به وضاحت دیده می‌شود، وقتی که کتله‌های هوا در آن قسمت‌هایی از تعمیر که به سطح زمین نزدیک‌تر است می‌وزد، متوقف می‌شوند یا که سرعت شان کم می‌شود؛ یعنی در ساحات موقعیت A قیمت سرعت کم بوده؛ ولی قیمت فشار بلند است. بنابرآن کتله‌های هوا مجبور به طرف بالا حرکت نموده و از بام تعمیر عبور می‌کنند. در ساحات موقعیت B در مسیر جريان هوا یک تنقیص مقطع جريان هوا و یک تزايد سرعت جريان به وجود می‌ايد که سبب کم شدن فشار می‌گردد و در نتیجه در بالای بام تعمیر یک فشار پایینی بوجود می‌ايد.. به همين علت است که در صورت وزش طوفان‌های قوی؛ نه تنها که بام تعمیرها فشرده نمی‌شوند؛ بلکه به طرف بالا پرتاب می‌شوند.



شکل (8-6)

مثال:

اثر چوشش را با ارایه اثر دیگری که به نام پدیده "پارادوکس‌های درو دینامیک" یاد می‌شود، به بحث می‌گیریم که اثر چوشش را در سیال‌ها، به وضاحت قابل دید می‌سازد. جريان هوا از یک نل بسیار باریک (جت)، عبور نموده واز یک فضای باریکی که در بین دو پلیتی که روی هم قرار دارند، عبور می‌کند. چنانچه در شکل زیر دیده می‌شود، چون در ساحة A₁A₂ در حاشیه پلیت‌ها فشار هوا وجود دارد، از همین جهت است که فشار در ساحة بسیار باریک (تنگ) در حول سوراخی که هوا داخل ساحة (B) می‌شود و هوا به شدت در آن جريان دارد، نسبت به فشار هوا کم‌تر است. طوری که دیده می‌شود، پلیت پایینی آن چنان که توقع می‌رود، توسط جريان هوا نه تنها که رانده نشده، بلکه با یک قوه به طرف پلیت بالايی کش می‌شود که حتی یک وزنه را که به آن آویزان شده است نیز با خود کش می‌کند.



شکل (8-7)

۵-۸: تیوب وینتوری - اندازه‌گیری سرعت جریان

قانون برنولی، این امکان را به وجود می‌آورد که می‌توان سرعت حرکت مایعات و گازها محاسبه کرد. برای این منظور در اثنای جریان مایعات از بین نل‌ها، به طور عمده از تیوب وینتوری استفاده می‌شود.

طوری که در شکل زیر دیده می‌شود، این تیوب از نل باریک (جت) ساخته شده است که در آن، تفاوت فشار بین حرص بسیار عریض و حرص بسیار کم عرض (باریک، تنگ)، توسط یک فشار سنج (مانومتر مایع) اندازه‌گیری شده می‌تواند. بر اساس قانون برنولی، در تیوب وینتوری این رابطه صدق می‌کند:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

همچنان بر اساس معادله متمادیت داریم که:

$$v_2 = v_1 \cdot A_1 / A_2$$

هر گاه نسبت سطوح (A_1/A_2) را با q نشان دهیم

داریم که: $v_2 = q \cdot v_1$ و با تعویض این افاهه در معادله

برنولی معادله ذیل به دست می‌آید:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \left\{ (v_1 A_1 / A_2)^2 - v_1^2 \right\}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \left\{ (v_1^2 q^2) - v_1^2 \right\}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \left\{ q^2 (q^2 - 1) \right\}$$

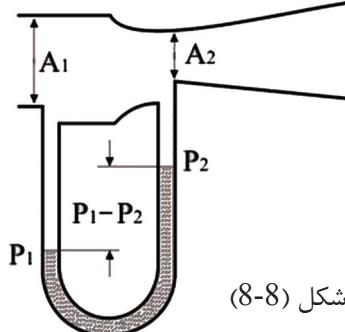
$$= \frac{\rho v_1^2}{2} (q^2 - 1) = P_1 - P_2$$

$$v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(q^2 - 1)}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(q^2 - 1)}}$$

با این قیمت v_1 ، می‌توان همچنان، حجم جریان V و یا مقدار مایع عبور یافته در یک ثانیه را طور زیر محاسبه کرد: $V = A_1 \cdot v_1$

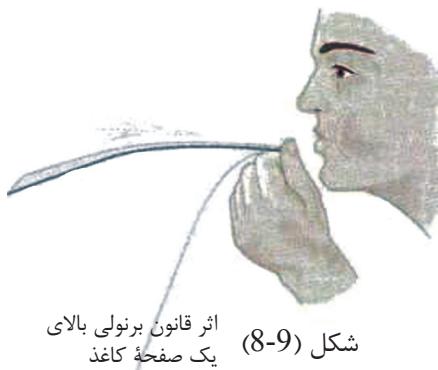
(حجم مایعی که در یک ثانیه از مقطع A_1 با سرعت v_1 می‌گذرد)



شکل (8-8)

اتومایزر (عطرپاش)

در مباحثت قبلی به روابط بین فشار و سرعت در سیال‌ها آشنا شدید، و همچنان تفاوت فشار بین دو قسمت جریان یک سیال را در شرایط و حالات طبیعی آموختید. ممکن است آسان‌ترین طریقه نمایش ارتباط سرعت و فشار، پف کردن (دمیدن) به استقامت بالایی یک تریشه کاغذ باشد. اگر شما کاغذ را مطابق شکل (8-9) محکم گرفته و بعد به قسمت سطح بالایی آن پف کنید، کاغذ از حالت آویزان شده اولی به طرف بالا بلند می‌شود، که دلیل آن عبارت از اختلاف سرعت هوا بین قسمت‌های بالایی و تحتانی تریشه کاغذ می‌باشد.

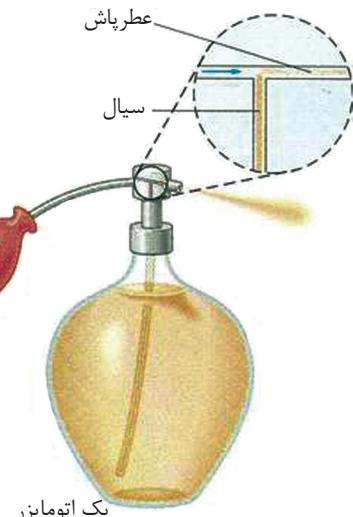


شکل (8-9) یک صفحه کاغذ
اثر قانون برنولی بالای

در نتیجه همین قوئه محصله بلند کننده مانند لفت عمل نموده و تریشه کاغذ تا سطح افق بلند می‌شود. تأثیرات مشابهی در یک اتمایزر عطر (عطرپاش)، زمانی که عطر را به لباس شما می‌پاشاند به مشاهده می‌رسد. وقتی که پوچانه مخزن مطابق شکل (8-10) یک تند باد هوا را پرتاب می‌کند، این باد تند هوا از طریق سوراخ مدخل باریکی که سبب افزایش سرعت هوا می‌گردد، عبور می‌کند.

در نتیجه فشار تقلیل می‌یابد و عطر با فشار متفاوت با سیلان هوا به بالا رانده می‌شود؛ به عباره دیگر چون فشار هوایی که به سرعت زیاد به استقامت بالای تیوب عمودی اتمایزر عطر، وزیده شده، نسبت به فشار عادی هوایی که بالای سطح مایع داخل ظرف عمل می‌کند کمتر است. پس فشار اتموسферی، عطر را به قسمت فوقانی تیوب که فشار در آن قسمت کمتر است تیله می‌کند.

طرز‌العمل کار یک اتمایزر با استفاده از معادله برنولی توضیح شده می‌تواند. سرعت بالای ستون هوایی که توسط فشار دادن پوچانه به وجود آمده، یک فشار پایین را در قسمت بالایی تیوب عمودی به وجود می‌آورد. این عمل سبب می‌شود که مایع از تیوب بیرون رانده شود و با ستون هوا مانند یک شاور نازک به خارج پاشیده شود.



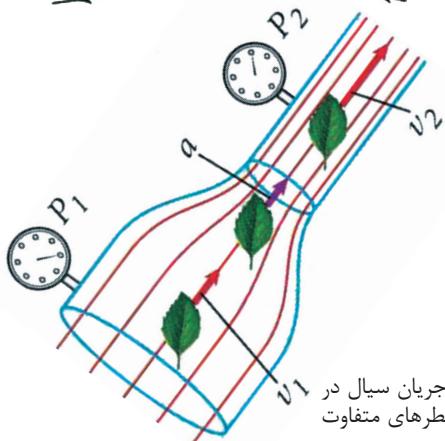
شکل (8-10) یک اتمایزر

8-6: بال‌های طیاره و قوهٔ محکه بلند کننده (Dynamic Lift)

در بال‌های طیاره‌ها یک قوهٔ بلند کننده عمل می‌کند که سبب می‌شود آن‌ها را در هوا بلند نگهدارد، و این در صورتی واقع می‌شود که طیاره نسبت به هوا به اندازهٔ کافی با سرعت بلند حرکت کند، چنانچه در شکل (8-11) سیل قوی جریان هوا نشان داده شده که به بال طیاره بر خورد نموده و توسط آن به شدت دفع می‌شود. (راکبین طیاره در نظام عطالتی طیاره قرار داشته و مثل این است که روی بال طیاره نشسته‌اند). علت میلان نمودن بال به طرف بالا هماناً گول بودن سطح بالایی آن است که سبب می‌شود تا سیل جریان هوای تحت بال طیاره توسط یک قوهٔ به طرف بالا فشرده شود و هوای قسمت بالایی بال متراکم شده و ساحةٔ فشار کمتر به وجود آید.

مساحت جریان هوا بین خطوط دو سیلان در هر قسمت با نزدیک شدن خطوط به هم‌دیگر تقلیل می‌یابد. بنابرآن از معادلهٔ متتمادیت ($A_1V_1 = A_2V_2$)، سرعت هوا در قسمت فوقانی بال که در آن جا خطوط سیلان به هم‌دیگر نزدیک می‌شوند افزایش می‌یابد.

شکل (8-11) حین بلند رفتن
بال طیاره ما در نظام عطالتی
بال قرار داریم و جریان هوای
در آن نظره می‌کنیم.



شکل (8-12) جریان سیال در
نلى که دارای قطرهای متفاوت
است.

هم‌چنان از قبل به خاطر دارید که به اثر تراکم خطوط سیلان در مقطع باریک پایپ، سرعت هوا در محل فشرده شده، بیشتر بود، که در شکل (8-12) بهوضاحت دیده می‌شود. به سبب این که سرعت هوا در قسمت بالایی بال نسبت به قسمت تحتانی آن بیشتر است، بنابرآن فشار در قسمت فوقانی بال نسبت به قسمت پایینی آن کمتر است (قانون برنولی).

بنابر دلیل فوق، یک قوهٔ محصله به سمت بالا روی بال طیاره عمل می‌کند که به نام قوهٔ محصله بلند کننده (Dynamic Lift) یاد می‌شود.

تجارب نشان می‌دهد که سرعت هوای قسمت فوقانی بال حتی دو چند سرعت هوای تحتانی بال هم شده می‌تواند. (اصطحکاًک بین هوا و بال نیز یک قوهٔ کشش به عقب تولید می‌کند که باید قوهٔ انجن‌های طیاره بر آن غالب گردد).

یک بال هموار و یا یک بال با مقطع متناظر تا وقتی که قسمت جلویی آن به طرف بالا انحنا دارد (دارای زاویه انحنای صعودی می‌باشد)، به عمل بالا رفتنش ادامه می‌دهد. شکل (11-8) بال را، حتی زمانی که زاویه انحنای صعودی مساوی به صفر هم باشد نیز در حالت بالا رفتن نشان می‌دهد؛ زیرا سطح گول شده بالایی، هوا را به طرف بالا رانده مسیر آن را انحنا می‌دهد و سبب تراکم خطوط سیلان با همدیگر می‌گردد.

اگر زاویه انحنای صعودی به حد کافی برسد که بتواند خطوط سیلان را به سمت بالا بغشارد تا با هم خیلی نزدیک شوند، در آن صورت طیاره ملاق می‌زند. اگر زاویه انحنای صعودی در حدود 15° باشد، طوفان چرخش (Turbulence) واقع می‌شود.

چنانچه در شکل (11-8) کش بیشتر به عقب و صعود کمتر بال رخ داده، سبب آن می‌شود که بال از حرکت باز مانده و طیاره سقوط کند. به تحلیل دیگر، انحنای بال به طرف بالا این معنی را می‌دهد که هوایی که به طور افقی در مقابل بال در حرکت است به طرف پایین فشرده شده و سبب تغییر در مومنت مالیکول های هوا که به سمت عقب می‌چرخد گردیده و منتج به تولید قوه صعودی در بال می‌شود (قانون سوم نیوتون).

7-8: لزو جیت

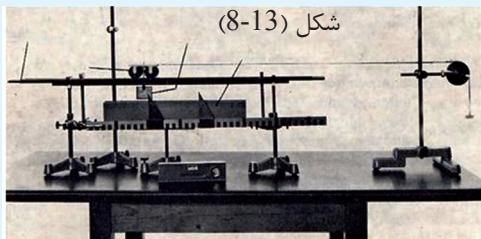
مفهوم لزوجیت، قوه های اصطکاک داخلی (پیدا شن و محاسبه):

ما در درس های گذشته گفتیم که مایع خیالی (ایده آل) مایعی را گویند که قابلیت تراکم نداشته و فاقد اصطکاک باشد. همچنان اضافه کردیم که مایع خیالی در واقعیت وجود ندارد، زیرا همه سیال ها اعم از گازها و یا مایعات که واقعاً وجود دارند دارای اصطکاک هستند و هم تا حدی قابلیت تراکم را می‌داشته باشند. یعنی در واقع مایع خیالی یک افاده مجرد است. وقتی که از اصطکاک در مایعات سخن زده می‌شود، منظور همان اصطکاک داخلی آنها است. این اصطکاک داخلی را به یک نام دیگر هم یاد می‌کنند، که عبارت از لزوجیت (چسپنده گی) در مایع و یا در گاز است. هر مایع و گاز حقیقی دارای یک اندازه لزوجیت داخلی می‌باشد و در حالتی تبارز می‌کند که در مایع و یا گاز حرکت ایجاد شود و پس از قطع تأثیر علتی که باعث بروز آن حرکت گردیده است، آهسته آهسته قطع می‌گردد. اصطکاک داخلی نه تنها در اثر تماس سطوح مایع با نل ها و ظروف مانند بیرل ها وغیره و یا تماس آنها با اشیایی که در داخل مایع در حالت حرکت استند به وجود می‌آید؛ بلکه در داخل خود مایع، وقتی که قشرهایی از مایع که دارای سرعت های متفاوت جریان هستند و بر روی همدیگر می‌لغزند، نیز بوجود می‌آید. به همین علت است که بر عکس اجسام جامد که اصطکاک خارجی دارند، این اصطکاک را اصطکاک داخلی می‌گویند. موجودیت اصطکاک داخلی در مایعات را حتی با دست خویش، وقتی احساس می‌کنیم که یک جسم را با دست در بین مایع در حرکت بیاوریم. ما در این حالت یک مقاومت را حس می‌کنیم. که به علت اصطکاک داخلی در مایع بروز می‌کند.

تجربه:



با این تجربه، ارتباط اصطکاک داخلی را با بزرگی سطح تماس جسم با مایع، با خاصیت‌های مایعی که جریان دارد و با سرعت حرکت مایع، می‌توان تحت مطالعه گرفت.



شکل (8-13)

در شکل دیده می‌شود که، یک عراده گگ تجربی را که با آن یک پلیت بسته شده است، در نظر می‌گیریم. این عراده توسط یک وزنه به روی یک خط آهن کش می‌شود. در زیر این خط آهن، یک ظرف کم عرض (تپ) که با تیل مملو شده است قرار دارد،

این ظرف مملو از تیل، تا حدی بطرف بالا کش شده می‌تواند که پلیت به گونه‌یی یا به طور کلی در آن غرق می‌گردد. ساختمان تپ طوری است که یک نیمة آن 6mm و نیمه دیگر آن 12mm عرض دارد. در حرکت یکنواخت، قوه کششی که توسط وزنه آویزان شده به وجود می‌آید، دارای عین قیمت قوه اصطکاکی است که توسط پلیت به وجود آمده است. اگر وزنه زیاد شود، سرعت زیاد می‌شود و وقتی که پلیت به مایع عمیق‌تر فرو می‌رود سرعت کم می‌شود و هم سرعت زمانی کم می‌شود که پلیت از حصار عریض تر به حصار باریک‌تر تپ (ظرف) برسد.

تجربه بالا، آن تئوری را تایید می‌کند، که به موجب آن ارتباط قوه اصطکاک داخلی با کمیت‌های ذیل اشکار می‌گردد:

1 - ضریب لزوجیت مایع (η).

2 - بزرگی سطح تماس جسم با مایع.

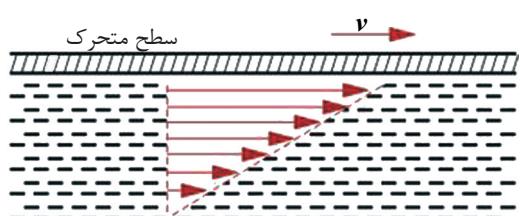
3 - نسبت $\Delta v / \Delta d$ ، که این نسبت از تناقص سرعت Δv و اندازه ضخامت Δd به دست می‌آید. Δd ضخامت سطحی است که هم‌زمان حرکت می‌کند و مربوط به یک قشر مجاوری از مایع است که دریی آن کم شدن سرعت به وقوع می‌پیوند. آن تعداد ذرات مایع که به طور مستقیم، در جوار سطح قرار دارند، بر اثر دیفوژن (انتشار خودبه‌خودی ذرات اجسام) به سطح می‌چسپند و سرعت خودرا می‌گیرند و از قشر بعدی یک کمی عقب می‌ماند. در سطوح تماسی که هموار استند، سرعت ذرات مایع به اندازه ضخامت مشخص d از قیمت کامل v منظمًا تا قیمت صفر کم شده می‌رود که در نتیجه، نسبت $\Delta v / \Delta d$ با کسر d/v تعویض می‌شود و از این جا می‌توانیم فارمول قوه اصطکاک داخلی را طور ذیل بنویسیم:

$$R_i = \eta \cdot A \Delta v / \Delta d \Rightarrow R_i = \eta \cdot A \cdot v / d$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{R_i d}{A \cdot v}$$

شکل (8-14)، تنقیص سرعت

خطی سطح متحرک را در مایع نشان می‌دهد.



در فارمول یاد شده، η که به نام ضریب لزوجیت یاد می‌شود، برای هر ماده مشخص است و یک ثابت مهم است. این ثابت در مایعاتی که به آسانی جریان می‌کنند مانند: (ایتر، بنزین و هم در آب) دارای قیمت کوچک و در مایعاتی که جریان آسان (سهل) ندارند مانند: (گلیسیرین، گریس و قیر) قیمت بزرگ دارد. این ضریب در عین زمان، یک مقیاس اندازه‌گیری برای پیمایش کوهیژیونی است که در بین هریک از مالیکیول‌های مایعات وجود دارد.

لزوجیت با بلند رفتن درجه حرارت، به شدت تناقص می‌یابد و واحد اندازه‌گیری آن در سیستم بین المللی واحدها عبارت است از:

$$[\eta] = [R_i d / Av] = Nm/m^2 \cdot m/s = Ns/m^2 = kg \cdot m/s^2 \cdot s/m^2 = kg/ms$$

جدول زیر ضریب لزوجیت بعضی از مواد را در سیستم واحدات (SI) به واحد $\frac{kg}{m \cdot s}$ نشان می‌دهد:

$1.2\dots0.1$	گریس در حرارت $20^\circ C$	0.000017	هوای در حرارت $20^\circ C$	0.00179	آب در $0^\circ C$ حرارت
0.25\dots0.02	گریس در حرارت $80^\circ C$	0.000018	هوای در حرارت $0^\circ C$	0.00101	آب در $20^\circ C$ حرارت
100 تقریباً	قیر در حرارت $20^\circ C$	0.0018	الکول در حرارت $0^\circ C$	0.00055	آب در $50^\circ C$ حرارت
		0.0012	الکول در حرارت $0^\circ C$	0.00029	آب در $100^\circ C$ حرارت
		1.50	گلیسیرین در حرارت $20^\circ C$	0.00024	ایتر در حرارت $20^\circ C$

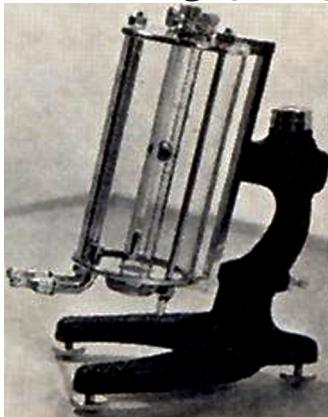
فارمول‌هایی که برای محاسبه اصطکاک داخلی و اصطکاک خارجی استفاده می‌شوند، قرار ذیل از هم متفاوت هستند.

$$= R_i = \eta \cdot A \cdot v/d = \text{اصطکاک داخلی} \quad \text{و} \quad = \mu \cdot F_N = \text{اصطکاک خارجی}$$

اصطکاک خارجی با زیاد شدن قوّه نورمال زیاد می‌شود، که بر اصطکاک داخلی هیچ تأثیری ندارد. بر عکس اصطکاک داخلی با کلان شدن مساحت سطح و سرعت زیاد می‌شود، در حالی که اصطکاک خارجی با این دو هیچ نوع ارتباط ندارد.

اندازه‌گیری ضریب لزوجیت

برای اندازه‌گیری ضریب لزوجیت یک مایع، بیشتر از یک آله‌یی که به نام (ویسکوزیمتر هوپل Viskosimeter) یاد می‌شود و در شکل نشان داده شده است، استفاده می‌کنند. زیرا کار کردن با این آله و یا با سایر آلات مشابه که بر اساس عین پرنسيپ‌ها کار می‌کنند، ساده‌گی و دقت لازمی را در اندازه‌گیری تأمین می‌کند.



طوری که در شکل دیده می‌شود، در یک نلی که یک خمیده گی ضعیف دارد یک کره به طرف پایین سقوط می‌کند. برای ثابت نگه داشتن درجه حرارت، این دستگاه در یک ظرف پر از آب جابه‌جا شده است که درجه حرارت آن به وسیله یک ترمومتر با قیمت ثابت بازرگانی می‌گردد. از محاسبه زمان سقوط، می‌توان لزوجیت را به دست آورد. با استفاده از کره‌هایی که قطرهای مختلف دارند، با همین آله، لزوجیت گازها و موادی را به دست می‌آورند که دارای لزوجیت بسیار بلند استند.

شکل (8-15)

مثال

ضریب لزوجیت گریس را محاسبه کنید، در حالی که کثافت آن ($\rho_1 = 0.9 \text{ g/cm}^3$) و یک کره المونیمی با کثافت ($\rho_2 = 2.8 \text{ g/cm}^3$) و قطر 3mm ، از ارتفاع $24\text{cm} = h$ را در مدت 18s ثانیه به داخل آن سقوط نماید.

حل

کره در داخل گریس، پس از پیمودن یک فاصله کوتاه، حرکت یکنواخت را به خود می‌گیرد. می‌دانیم که، مقاومت داخلی عبارت است از حاصل تفیق وزن W و مقدار قوه صعودی (bouncy).

$$\rho_1 V g = \rho_1 A h g \quad \text{یعنی: } W = mg = \rho_1 \pi \frac{d}{2} \cdot h \cdot g, \quad F_b = \rho_2 \pi \frac{d}{2} \cdot h \cdot g, \quad R_i = 6 \cdot \pi \cdot r \eta v = 6 \cdot \pi \cdot r \eta h / t$$

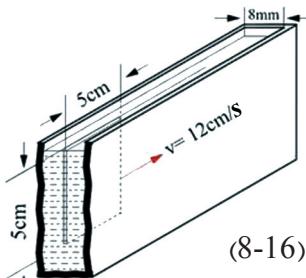
$$E_i = W - F_b \quad \text{که: } E_i = W - F_b$$

$$\eta = \frac{R_i \cdot t}{6\pi r \cdot h} = \frac{(W - F_b) \cdot t}{6\pi \cdot d/2 \cdot h} = \frac{(\rho_1 \cdot \pi \cdot d/2 \cdot h \cdot g - \rho_2 \cdot \pi \cdot d/2 \cdot h \cdot g) \cdot t}{6\pi \cdot d/2 \cdot h}$$

بعد از وضع قیمت‌ها: $\eta = 7 \text{ g/cm s}$



سؤالات



شکل (8-16)

1 - در یک تپ که با تیل پر شده است، یک پلیت نازک که 8 ملی‌متر عرض و 5.5 سانتی‌متر مربع مساحت دارد با یک قوه 0.1 نیوتن در جهت طول کشانیده می‌شود. مقدار لزوجیت را محاسبه کنید، در صورتی که، سرعتی که ایجاد می‌شود قیمت 12 cm/s را داشته باشد.

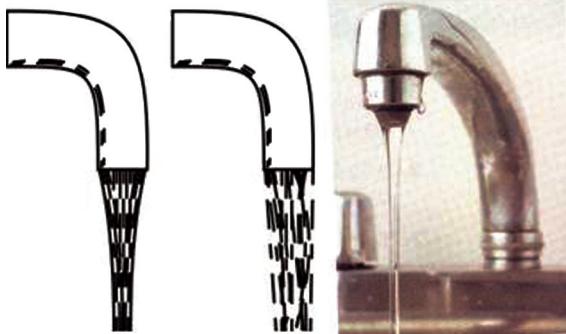
2 - در برک یک موتور که در آن 20 cm^3 گلیسیرین به کار رفته است و ضریب لزوجیت آن $\eta = 1.5 \text{ Kg/ms}$ است به وسیله یک نل با طول 2.5 mm و قطر 18.10⁶ bar تفاوت فشار متوسط می‌شود. مدت زمانی که برای این عملیه به کار است، محاسبه شود.

8-8: پدیده جریان توفانی چگونه‌گی وقوع یک جریان در سرعت‌های مختلف

اصطکاک داخلی، وقتی به وجود می‌آید که قشرهایی از مایع که با سرعت‌های مختلف در جریان هستند، از جوار هم‌دیگر عبور کنند.

این حادثه، قبل از همه در قشرهای هم سرحد بین مایعات و اجسام جامد ظاهر می‌شود. برای غلبه بر این اصطکاک داخلی یا برای برطرف کردن اثرات آن، یک بخش از انرژی که در جریان مایع وجود دارد، به مصرف می‌رسد.

در سرعت‌های کوچک، اصطکاک داخلی هم کوچک است. بناءً تغییر فشار و ضیاع انرژی که ناشی از کوچک بودن سرعت است، نیز به حدی کوچک است که آن قشرهایی از مایع که از جوار هم می‌گذرند، پاره پاره نمی‌شوند، بلکه از پهلوی هم طور صاف عبور می‌کنند و جریان را لامینار (laminar) می‌گویند.



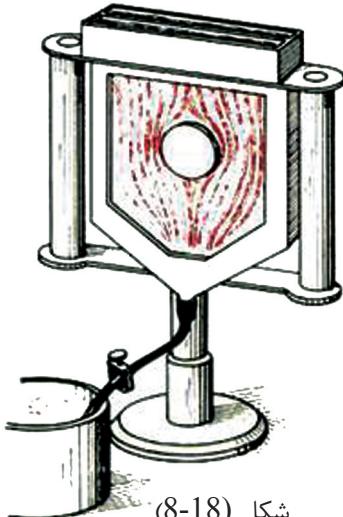
شکل (8-17)
جریان‌های لامینار و توربلینت از شیردهن

اما در حالت سرعت‌های بزرگ که اصطکاک قوی‌تر است، تصویر جریان به صورت قابل ملاحظه خودرا تغییر می‌دهد. در این صورت چرخش آبی (گرداب) بوجود می‌آید، و جریان تولید شده، توربلینت (turbulent) نامیده می‌شود.

اگر شیر دهن آب را کمی باز کنیم، آب به آرامی و نرمش از شیر دهن خارج می‌شود و اگر شیر دهن را بازهم باز تر کنیم، جریان آب پس از رسیدن به یک سرعت معین شروع به نا آرامی می‌کند و چرخش آبی را تولید می‌کند.

در شکل (8-18) هم این پدیده را به خوبی در آله‌یی که به نام "آلله روهای جریان" یاد می‌شود، دیده می‌توانید.

طرز کار این آله طوری است که: آب بی رنگ شفاف و آب سرخ رنگ، از دو ظرف در یک فضای که در بین دو پلیت شیشه‌یی قرار دارد از طرف بالا از طریق یک تعداد سوراخ‌های باریکی که تعییه شده‌اند، جریان می‌یابد. جریان آب از سوراخ‌ها طوری صورت می‌گیرد که آب صاف و شفاف از سوراخ‌های اول و سوم و آب سرخ رنگ از سوراخ‌های دوم و چهارم عبور می‌کنند.



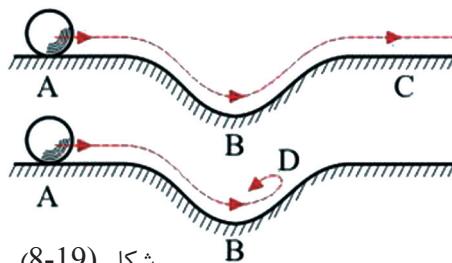
شکل (8-18)

سرعت خروجی جریان هر دو مایع را بیا یک قیدی که در پایپ‌ها به کار برده می‌شود، می‌توان تنظیم کرد. اگر در ظرف، مانع وجود نداشته باشد، رشته‌های جریان مانند خطوط موازی، سرخ رنگ به نظر می‌آیند. و اگر مانع هم وجود داشته باشد، اختلاط دو رنگ باز هم به نظر نمی‌رسد. آن‌چه به نظر می‌رسد عبارت از یک عبور متجانس رشته‌های جریان است که در دو طرف صورت گرفته است. اگر قید را باز کنیم، یعنی سرعت جریان مایع را بلند ببریم، دیده می‌شود که با رسیدن سرعت به یک قیمت معین، به زودی گرد آب یا چرخ آبی ظاهر می‌شود و هر دو رنگ به‌طور کلی با هم مخلوط می‌شوند.

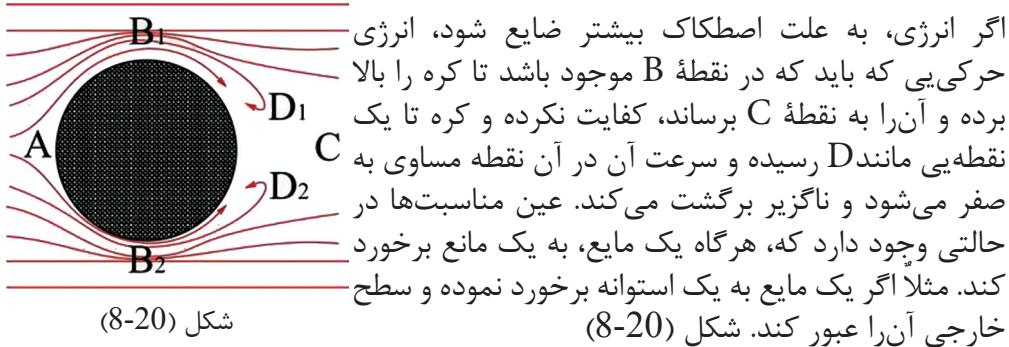
پیدایش گرد آب

پیدایش گرد آب را می‌توانیم بسیار به آسانی، با مقایسه به یک عملیه میخانیکی، قابل فهم بسازیم. اگر یک کره در داخل یک بلول در مسیر جریان قرار گیرد، این کره در اثنای لول خوردن، انرژی پوتانسیلی خودرا از دست داده و هم‌زمان با آن در سرعتش افزونی به عمل می‌آید. به شکل توجه کنید.

هنگامی که کره، منحنی را رو به بالا می‌پیماید، از سرعتش کاسته می‌شود. قیمت این سرعت، اگر از اصطکاک صرف‌نظر شود در نقطه C عین همان قیمت را دارد که در شروع در نقطه A داشت. اگر قیمت اصطکاک کم هم باشد، کره یک اندازه رو به بالا می‌رود، ولی قیمت سرعت در نقطه C نسبت به قیمت سرعت در نقطه A کمتر است.



شکل (8-19)



دیده می‌شود که در ساحتات B_1 و B_2 که ساحتات محدود و تنگ استند، نظر به معادله متتمادیت، قیمت سرعت تزايد نموده و قیمت فشار کم می‌شود. اگر اصطکاک موجود نباشد، قیمت سرعت‌ها و فشار در نقطه C بار دیگر به همان اندازه خواهد بود که در نقطه A بوده است. در اصطکاک‌های کم اولاً تغییرات غیر مهمی به وقوع می‌رسد. مگر وقتی که قیمت سرعت زیاد باشد، اصطکاک داخلی بلند رفته و بالاخره حالتی رخ می‌دهد که ذرات مایع در ساحتات B_1 و B_2 دیگر آن انرژی حرکتی کافی را ندارد، تا به مقابل فشار بلند در ساحت C به حرکت ادامه دهند؛ بلکه سرعت آنها کم می‌شود و بالآخره در ساحتاتی مانند D_1 و D_2 به صفر تقریب می‌کند و در نتیجه، ذرات مایع برگشت نموده و ناگزیر به عقب جریان پیدا می‌کنند. در هنگام برگشت به دوران می‌پردازند و گرد آبی را تشکیل می‌دهند. یعنی مایعی که پیش از یک مایع لامینار بود، اینک به یک مایع توربولینت تبدیل شده است. گرد آب‌هایی که پشت سرهم به‌طور پی‌درپی از هر دو طرف به وجود می‌آیند، در عقب مانع، یک راه گرد آبی را تشکیل می‌دهند.



خلاصه فصل هشتم

- وقتی که سرعت حرکت گاز از سرعت صوت کمتر باشد، اثر تغییرات فشار بر حجم گازات متحرک به آن حد کم است که می‌توان از آن صرف نظر کرد.
- یک سیال (مایع - گاز) را وقتی خیالی (ایده آل) می‌توان گفت که قابلیت تراکم نداشته و فاقد اصطکاک باشد.
- معادله متمادیت بیان می‌دارد که، در یک نلی که دارای مقطع‌های متغیر است، سرعت جریان مایع معکوساً به مقطع نل متناسب می‌باشد. یعنی در مقطع بزرگ، سرعت جریان کم و در مقطع کوچک، سرعت جریان زیاد است.
- رابطه $P_2 + \rho v_2^2/2 = P_1 + \rho v_1^2/2$ عبارت از رابطه ساده برنولی بوده و بیان می‌دارد که فشار در آن نقاط که در آن جا سرعت بیشتر باشد کمتر است.
- رابطه $\rho v^2/2 + \rho g h + P = ct$ هم، شکل دیگری از معادله برنولی است که برای یک مایع خیالی به دست آمده و برای مایعات حقیقی که اصطکاک داخلی شان زیاد نیست هم قابلیت تطبیق را دارد.
- در جریان‌های افقی، قانون برنولی را می‌توان چنین بیان داشت، که در سراسر یک رشته جریان افقی، مجموعه فشار P و فشار بند $(\frac{1}{2} \rho V^2)$ ثابت است.
- تیوب و ینتوری از یک نل باریک (جت) ساخته شده است که در آن تفاوت فشار بین حرص بسیار عریض و حرص بسیار کم عرض (باریک، تنگ)، توسط یک فشار سنج (مانومتر مایع) اندازه‌گیری شده می‌تواند، و براساس قانون برنولی رابطه $p_1 + 1/2 \rho V_1^2 = p_2 + 1/2 \rho V_2^2$ در تیوب و ینتوری صدق می‌کند.
- در بال‌های طیاره یک قوه بلند کننده عمل می‌کند که سبب می‌شود (در صورتی که به اندازه کافی نسبت به هوا با سرعت بلند حرکت کند) آن را در هوا بلند نگه‌دارد.
- لزوجیت و یا چسپنده‌گی مایعات عبارت از همان اصطکاک داخلی آن‌ها است و لزوجیت در حالتی تبارز می‌کند که در مایع و یا گاز حرکت ایجاد شود و پس از قطع تأثیر علتی که باعث بروز آن حرکت شده، آهسته آهسته قطع می‌گردد.
- فرمول اصطکاک داخلی $R_i = \eta \cdot A \cdot v / d$ در آن به نام ضریب لزوجیت یاد می‌شود که یک ثابت مهم بوده و برای هر ماده مشخص است.

- از اله ویسکوزیمتر هوپل برای اندازه‌گیری ضریب لزوجیت یک مایع استفاده می‌کنند.
- اگر یک کره در داخل یک بلوار در مسیر جریان قرار گیرد، این کره در اثنای لول خوردن، انرژی پوتانسیلی خود را از دست داده و به سرعتش افزوده می‌شود. با بلند رفتن سرعت، اصطکاک داخلی بلند می‌رود و بالآخره حالتی رخ می‌دهد که ذرات مایع انرژی حرکی کافی را از دست داده و دیگر به مقابل فشار بلند به حرکت شان ادامه داده نمی‌توانند و سرعت آنها به صفر تقریب می‌کند که درنتیجه ذرات برگشت نموده و به عقب جریان پیدامی کنند، و حین برگشت به دوران می‌پردازند و گردابی را تشکیل می‌دهند که می‌گویند دیگر مایع مذکور به یک مایع توربولینت تبدیل شده است.

سؤالهای فصل هشتم

- یک سیال (مایع - گاز) را تعریف کنید.
- معادله متmadیت یا پیوسته‌گی چیز را بیان می‌دارد؟
- رابطه $A_1V_1 = A_2V_2$ برای هر یک از مقطع‌های و قابل تطبیق است.
- اکر مایعات و گازها با سرعت‌های کمتر از سرعت صوت حرکت نمایند، گفته می‌شوند.
- معادله عمومی برنولی برای یک مایع خیالی عبارت از..... می‌باشد.
- فشار $P_s = P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho V^2$ بهنام فشار یاد می‌شود.
- براساس قانون در تیوب وینتوری رابطه صدق می‌کند.
- واحد اندازه‌گیری لزوجیت در سیستم بین المللی واحدات را از رابطه $\eta = [R_i d / A_r]$ حاصل نمایید.
- آیا مقدار زیاد فشار همیشه توسط قوه بزرگ به وجود می‌آید؟ جواب خود را توضیح دهید.
- وقتی از طریق یک نیچه آب می‌نوشید، با تخلیه هوا فشار را در دهن خود تقلیل می‌دهید و مایع به حرکت می‌آید و به دهن شما داخل می‌شود. آیا می‌توانید به این منظور در مهتاب هم از نیچه برای نوشیدن آب استفاده کنید؟ چرا؟ توضیح دهید.
- کدام یک از معادلات ذیل رابطه بین سرعت آب در نقطه A (V_A) و سرعت آب در نقطه B (V_B) را توضیح می‌دهد؟
 - $\frac{1}{2}d_A V_A^2 = \frac{1}{2}d_B V_B^2$
 - $d_A d_B = V_A V_B$
 - $d_A^2 V_A = d_B^2 V_B$
- اگر مساحت مقطع نل در نقطه A , $2,5 \text{ cm}^2$ و مساحت مقطع در نقطه B , 5 cm^2 باشد، جریان آب در نقطه A چند مرتبه سریع‌تر نسبت به نقطه B است؟
- در یک نل افقی آب به سرعت $\frac{m}{s}$ (ج) جریان دارد. هر گاه شعاع این نل به اندازه $\frac{1}{4}$ آن کوچک گردد سرعت جریان آبرا در قسمت باریک نل به دست می‌آورید.
- قطر سوراخ شیردهن یک نل 2 cm بوده و در هر ثانیه مقدار $2,5 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ آب از آن خارج می‌شود. سرعتی را که در آن آب از نل خارج می‌شود دریابید.

منابعی که از آن استفاده شده:

1. PHYSICS (PRINCIPLES WITH APPLICATIONS), by Douglas C. Gain coli, Published by Pearson Education Inc, 2005.
2. PHYSICS by James S. Walker, Pearson Education Inc. USA, New Jersey, 2004.
3. PHYSICS by R.A. Serwey and J.S. Faughn, 2006 by Holt, Rinehart and Winston.
4. PHYSICS, A Text book, published by Surat Publishing Company, printed in TURKEY, 1996.
5. Fundamentals of Physics, published by University of the Philippines, College of Education, Manila, 1976.
6. الفيزياء (للمحفلة الثانوية / الفرع العلمي)، وزارة التربية و التعليم، ادارة المناهج والكتب المدرسية، الكتاب في مدارس المملكة الاردنية الهاشمية، 2005م.
7. فزيك (2) و آزمایشگاه، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، سال طبع 1385
8. فزيك (3) و آزمایشگاه سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، سال طبع 1385 هـ . ش