

Regresión Discontinua, RD

Yasmani Vargas

yasmani.vargas@unap.edu.pe

Unidad de Posgrado
Facultad de Ingeniería Económica
Universidad Nacional del Altiplano - Puno

Sesión 8
Ciclo II - Diseño y Evaluación de Políticas Públicas
Noviembre, 2025

Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

Reglas de elegibilidad como fuente de identificación

- En entornos no experimentales:
 - ▶ Las **reglas de elegibilidad** del programa pueden actuar como **variables exógenas**.
 - ▶ Se utilizan para distinguir participantes y no participantes de forma “casi experimental”.
- Idea central:
 - ▶ Identificar un **punto de corte** o umbral (s^*) sobre una variable de selección S_i (edad, ingreso, activos, puntaje, etc.).
 - ▶ Comparar individuos en una **banda estrecha** a ambos lados del umbral.
- Método:

Regresión Discontinua (RD)

- ▶ Usa el salto en la probabilidad de tratamiento en s^* como fuente de variación exógena.
 - ▶ Permite controlar tanto **heterogeneidad observada** como **no observada**, bajo supuestos locales.
- En la práctica:
 - ▶ El punto de corte se suele definir a partir del **diseño de política** (regla administrativa, instrumento).

Riesgos y verificaciones en RD

- Riesgos:
 - ▶ Las reglas de elegibilidad pueden:
 - ★ No aplicarse consistentemente.
 - ★ Cambiar con el tiempo.
 - ▶ Posible **manipulación** de la variable de elegibilidad (por ejemplo, subdeclarar activos o ingresos).
- Pruebas de robustez:
 - ▶ Ver si hay **saltos espurios** en otras covariables en el umbral.
 - ▶ Examinar la **densidad** de la variable de selección: ¿hay acumulación sospechosa cerca del punto de corte?
 - ▶ Verificar si el resultado promedio presenta saltos en valores distintos al umbral oficial.
- Comparabilidad:
 - ▶ La muestra relevante son individuos “muy cercanos” a s^* .
 - ▶ Se asume que, salvo por la elegibilidad, son similares en términos observables y no observables.

Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría**
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

Intuición del diseño de Regresión Discontinua

- Variable de selección S_i (edad, activos, puntaje, etc.).
- Umbral de elegibilidad s^* :
 - ▶ Por ejemplo, $S_i \leq s^* \Rightarrow$ elegible y tratado.
 - ▶ $S_i > s^* \Rightarrow$ no elegible (grupo de comparación).
- Individuos justo por encima y justo por debajo de s^* :
 - ▶ Se asume que son **similares en todas las dimensiones**, excepto por su estatus de elegibilidad.
 - ▶ El salto en el resultado en s^* se atribuye al programa.
- Ejemplos:
 - ▶ Programas de becas según puntaje en prueba estandarizada.
 - ▶ Pensiones según edad mínima.
 - ▶ Microcrédito condicionado a no superar un umbral de tierra.

Modelo básico de RD

- Sea S_i la variable que determina elegibilidad y s^* el umbral.
- Ecuación de estimación simplificada:

$$y_i = \beta S_i + \varepsilon_i,$$

con la regla de asignación:

$$T_i = \begin{cases} 1, & \text{si } S_i \leq s^* \\ 0, & \text{si } S_i > s^* \end{cases}$$

Resultados antes del programa

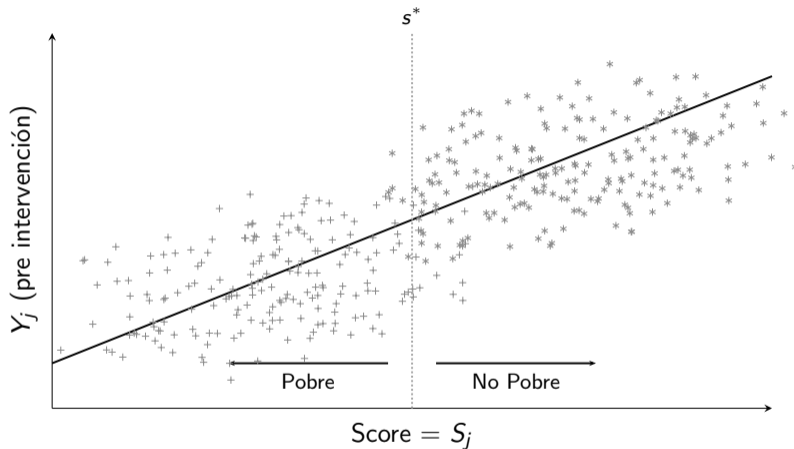


Figure: Resultados antes de la intervención del programa

Identificación local del efecto del tratamiento

- Sea $\varepsilon > 0$ muy pequeño.
- Estimador de impacto alrededor del umbral:

$$E[y_i|s_i^* - \varepsilon] - E[y_i|s_i^* + \varepsilon] = E[\beta S_i|s_i^* - \varepsilon] - E[\beta S_i|s_i^* + \varepsilon]. \quad (1)$$

- Tomando límites cuando $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} E[y_i|s_i^* - \varepsilon] - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} E[y_i|s_i^* + \varepsilon] = y^- - y^+ = \beta(S^- - S^+), \quad (2)$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{y^- - y^+}{S^- - S^+}.$$

- Interpretación:
 - ▶ β es un **efecto local** del tratamiento en la vecindad del umbral.
 - ▶ No necesariamente es el ATE en toda la población.

Resultados después de la intervención del programa

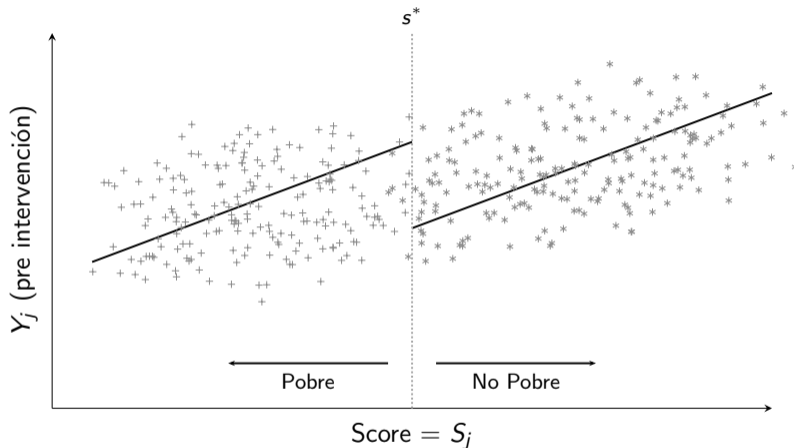


Figure: Resultados después de la intervención del programa

Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy**
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

RD “precisa” (sharp) vs RD “difusa” (fuzzy)

- **RD precisa (sharp RD):**

- ▶ La regla de elegibilidad se cumple exactamente.
- ▶ Todos los individuos con $S_i \leq s^*$ reciben tratamiento ($T_i = 1$).
- ▶ Ningún individuo con $S_i > s^*$ recibe tratamiento ($T_i = 0$).
- ▶ El salto en el resultado se interpreta directamente como impacto del programa.

- **RD difusa (fuzzy RD):**

- ▶ La regla de elegibilidad se aplica de forma imperfecta.
- ▶ Algunos elegibles no participan, y algunos no elegibles sí participan.
- ▶ Se trabaja con la **probabilidad de tratamiento**:

$$P(S) = E(T|S).$$

- ▶ El umbral produce un salto en $P(T = 1|S)$, no un cambio determinista.

- **Implicación:**

- ▶ En fuzzy RD, el umbral funciona como un **instrumento** para T .
- ▶ El efecto se obtiene como una **razón** entre la discontinuidad en el resultado y la discontinuidad en el tratamiento.

Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD**
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

Pasos generales para aplicar RD

- 1. Identificar:
 - ▶ Variable de selección S_i .
 - ▶ Umbral de elegibilidad s^* .
- 2. Seleccionar una **banda** alrededor de s^* :
 - ▶ Observaciones con S_i muy cercanas a s^* .
 - ▶ Trade-off: banda más estrecha \Rightarrow mejor comparabilidad pero menos observaciones.
- 3. Estimar funciones de resultado a ambos lados del umbral:
 - ▶ Regresión lineal local (Cerca de s^*).
 - ▶ O regresiones polinómicas con términos de S_i y su interacción con el indicador de estar a un lado u otro del corte.
- 4. Calcular el **salto en el resultado** en s^* :

$$y^- - y^+ = \lim_{s_i \uparrow s^*} E(y_i | s_i = s^*) - \lim_{s_i \downarrow s^*} E(y_i | s_i = s^*).$$

Estimación no paramétrica (sharp RD)

- En la práctica, se usan estimadores no paramétricos:

$$y^- = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^- \alpha_i^- K(u_i)}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^- K(u_i)}, \quad y^+ = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^+ (1 - \alpha_i^+) K(u_i)}{\sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i^+) K(u_i)},$$

donde:

- $K(\cdot)$: función kernel.
 - u_i : distancia normalizada a s^* .
 - α_i^- indica observaciones a la izquierda del corte, $(1 - \alpha_i^+)$ a la derecha.
- El efecto del programa:
$$DD_{RD} = y^- - y^+.$$
 - Se pueden incluir covariables X_i para mejorar precisión y controlar diferencias residuales.

Estimación en diseño fuzzy RD

- Dos pasos:

- 1 Estimar la discontinuidad en el **resultado**:

$$\Delta Y = y^- - y^+.$$

- 2 Estimar la discontinuidad en el **tratamiento**:

$$\Delta T = P(T = 1 | S \rightarrow s^{*-}) - P(T = 1 | S \rightarrow s^{*+}).$$

- Efecto del tratamiento:

$$\beta_{RD} = \frac{\Delta Y}{\Delta T}.$$

- Interpretación:

- ▶ Es análogo a un estimador IV local:

- ★ El instrumento es cruzar el umbral de elegibilidad.
- ★ Se identifica un **efecto local** para individuos cuya participación cambia al cruzar el umbral.

Visualización y pruebas de validez del diseño RD

- Gráficas clave:

- ▶ Resultado promedio Y contra S alrededor de s^* (figuras 1 y 2).
- ▶ **Densidad** de S alrededor del umbral:
 - ★ Detecta acumulación anómala cerca de s^* (manipulación).
- ▶ Valores promedio de otras covariables X alrededor del umbral:
 - ★ Deben ser continuas en s^* si el diseño RD es válido.

- Robustez:

- ▶ Probar distintos anchos de banda.
- ▶ Incluir términos cuadráticos o polinómicos en S_i cuando se observen no linealidades.
- ▶ Permitir distintas pendientes a los lados del corte (interacciones con indicador de lado).

Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD**
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

RD y experimentos de desempate

- **Desempate aleatorio** alrededor del umbral:
 - ▶ Cuando existe superposición de elegibles y no elegibles alrededor de s^* .
 - ▶ En la banda de superposición, el tratamiento se asigna aleatoriamente.
- Implicaciones:
 - ▶ Se combina la lógica de RD con un experimento aleatorio local.
 - ▶ Refuerza la validez causal alrededor de la frontera.

Gráfico: experimento de desempate

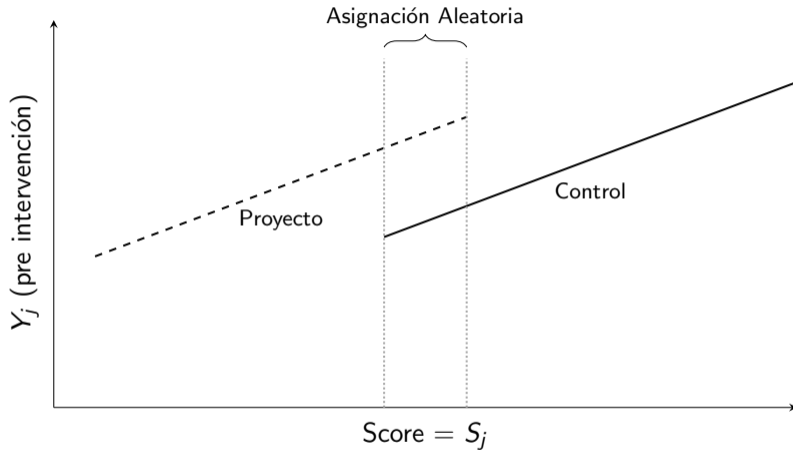


Figure: Usando un experimento de desempate

RD con múltiples puntos de corte

- En algunos programas:
 - ▶ Existen **múltiples umbrales** de elegibilidad (por ejemplo, distintos niveles de beneficio).
- Estrategia:
 - ▶ Tratar cada punto de corte como una discontinuidad separada.
 - ▶ Estimar efectos de tratamiento en cada discontinuidad.
 - ▶ Incluir varios grupos de tratamiento ligados a distintos cortes.
- Ventaja:
 - ▶ Permite estudiar **intensidades diferenciadas** del programa según el tramo.

Gráfico: múltiples puntos de corte

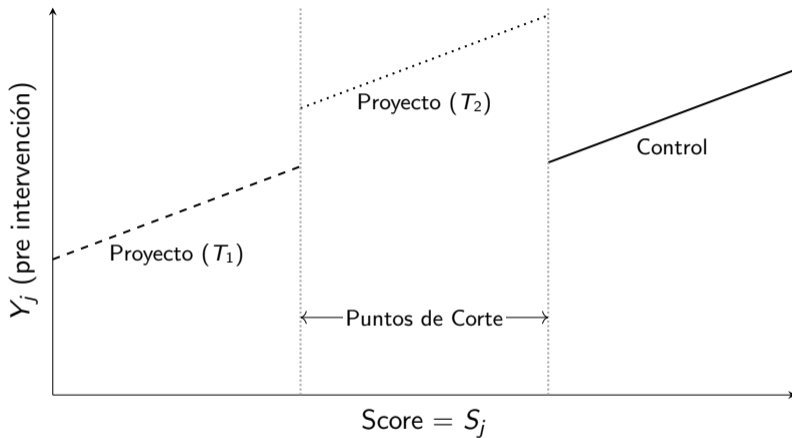


Figure: Múltiples puntos de corte

Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD**
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

Ventajas del enfoque RD

- Ventajas principales:
 - ① Produce una estimación **no sesgada** del efecto del tratamiento *en la discontinuidad*.
 - ② Aprovecha reglas de elegibilidad **conocidas**, comunes en políticas sociales.
 - ③ No requiere excluir permanentemente a grupos elegibles del tratamiento (a diferencia de algunos diseños experimentales).
- Similitud con IV:
 - ▶ El umbral de elegibilidad actúa como instrumento:
 - ★ Está muy correlacionado con la probabilidad de participar.
 - ★ No debería afectar los resultados directamente, salvo a través del tratamiento.
- Valioso cuando:
 - ▶ La regla de focalización es parte central del diseño del programa.
 - ▶ Se dispone de información precisa sobre la variable de selección S_i .

Limitaciones y desafíos del RD

- Efectos **locales**:
 - ▶ El impacto estimado es local a la vecindad de s^* .
 - ▶ La generalización (validez externa) a toda la población es limitada.
- Menor número de observaciones:
 - ▶ Solo se usan unidades cercanas al umbral.
 - ▶ Comparado con un experimento aleatorio del mismo tamaño muestral, puede haber menos poder estadístico.
- Sensibilidad a la especificación:
 - ▶ Forma funcional (lineal vs polinómica).
 - ▶ Elección del ancho de banda.
 - ▶ Presencia de no linealidades y cambios de pendiente.
- Riesgo conductual:
 - ▶ Funcionarios y beneficiarios pueden no conocer o no aplicar exactamente los criterios.
 - ▶ Posible manipulación de S_i para estar del lado “correcto” de s^* .

Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

Comparaciones por fases: idea básica

- **Comparaciones por fases (pipeline):**

- ▶ Explotan la **variación temporal en la implementación** del programa.
- ▶ Grupo de comparación: individuos elegibles que **aún no han recibido** el programa.

- **Ejemplos:**

- ▶ Programas donde una parte de los elegibles entra en la primera fase, y otros entran en fases posteriores.
- ▶ PROGRESA/Oportunidades: algunas localidades elegibles empezaron más tarde.

- **Problemas potenciales:**

- ▶ Tratamiento selectivo entre postulantes.
- ▶ Respuestas conductuales de los que están en espera.
- ▶ Heterogeneidad no observada asociada al calendario de implementación.

Combinar pipeline con métodos de control de sesgo

- Para mejorar la validez de comparaciones por fases:
 - ▶ Usar **efectos fijos** o **diferencias en diferencias**:
 - ★ Controlan heterogeneidad no observada invariante en el tiempo.
 - ▶ Aplicar **PSM** antes de la comparación por fases:
 - ★ Emparejar beneficiarios tempranos con beneficiarios tardíos observacionalmente similares.
- Objetivo:
 - ▶ Aislar el efecto del **tiempo de exposición** al programa.
 - ▶ Corregir posibles diferencias sistemáticas entre los que reciben primero y después.

RD + comparaciones por fases

- Cuando la asignación se basa en una característica exógena y hay lista de espera:
 - ▶ Es posible combinar:
 - 1 **RD**: alrededor de la frontera de elegibilidad.
 - 2 **Pipeline**: usando elegibles en espera como grupo de comparación adicional.
- Ejemplo conceptual:
 - ▶ Programa de infraestructura (carretera, red de agua, red eléctrica):
 - ★ La “distancia a la carretera” genera un umbral geográfico.
 - ★ La expansión gradual crea grupos que reciben el beneficio en distintos momentos.
- Ventaja:
 - ▶ Aporta variación **espacial** (RD) y **temporal** (pipeline).
 - ▶ Permite estudiar cómo evoluciona el impacto a medida que se amplía el programa.