

# Regresión Discontinua, RD

Yasmani Vargas

yasmani.vargas@unap.edu.pe

Unidad de Posgrado  
Facultad de Ingeniería Económica  
Universidad Nacional del Altiplano - Puno

Sesión 8  
Ciclo II - Diseño y Evaluación de Políticas Públicas  
Noviembre, 2025

# Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

# Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

# Reglas de elegibilidad como fuente de identificación

- En entornos no experimentales:
  - ▶ Las **reglas de elegibilidad** del programa pueden actuar como **variables exógenas**.
  - ▶ Se utilizan para distinguir participantes y no participantes de forma “casi experimental”.
- Idea central:
  - ▶ Identificar un **punto de corte** o umbral ( $s^*$ ) sobre una variable de selección  $S_i$  (edad, ingreso, activos, puntaje, etc.).
  - ▶ Comparar individuos en una **banda estrecha** a ambos lados del umbral.
- Método:

## Regresión Discontinua (RD)

- ▶ Usa el salto en la probabilidad de tratamiento en  $s^*$  como fuente de variación exógena.
- ▶ Permite controlar tanto **heterogeneidad observada** como **no observada**, bajo supuestos locales.
- En la práctica:
  - ▶ El punto de corte se suele definir a partir del **diseño de política** (regla administrativa, instrumento).

# Riesgos y verificaciones en RD

- Riesgos:
  - ▶ Las reglas de elegibilidad pueden:
    - ★ No aplicarse consistentemente.
    - ★ Cambiar con el tiempo.
  - ▶ Posible **manipulación** de la variable de elegibilidad (por ejemplo, subdeclarar activos o ingresos).
- Pruebas de robustez:
  - ▶ Ver si hay **saltos espurios** en otras covariables en el umbral.
  - ▶ Examinar la **densidad** de la variable de selección: ¿hay acumulación sospechosa cerca del punto de corte?
  - ▶ Verificar si el resultado promedio presenta saltos en valores distintos al umbral oficial.
- Comparabilidad:
  - ▶ La muestra relevante son individuos “muy cercanos” a  $s^*$ .
  - ▶ Se asume que, salvo por la elegibilidad, son similares en términos observables y no observables.

# Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

# Intuición del diseño de Regresión Discontinua

- Variable de selección  $S_i$  (edad, activos, puntaje, etc.).
- Umbral de elegibilidad  $s^*$ :
  - ▶ Por ejemplo,  $S_i \leq s^* \Rightarrow$  elegible y tratado.
  - ▶  $S_i > s^* \Rightarrow$  no elegible (grupo de comparación).
- Individuos justo por encima y justo por debajo de  $s^*$ :
  - ▶ Se asume que son **similares en todas las dimensiones**, excepto por su estatus de elegibilidad.
  - ▶ El salto en el resultado en  $s^*$  se atribuye al programa.
- Ejemplos:
  - ▶ Programas de becas según puntaje en prueba estandarizada.
  - ▶ Pensiones según edad mínima.
  - ▶ Microcrédito condicionado a no superar un umbral de tierra.

# Modelo básico de RD

- Sea  $S_i$  la variable que determina elegibilidad y  $s^*$  el umbral.
- Ecuación de estimación simplificada:

$$y_i = \beta S_i + \varepsilon_i,$$

con la regla de asignación:

$$T_i = \begin{cases} 1, & \text{si } S_i \leq s^* \\ 0, & \text{si } S_i > s^* \end{cases}$$

# Resultados antes del programa

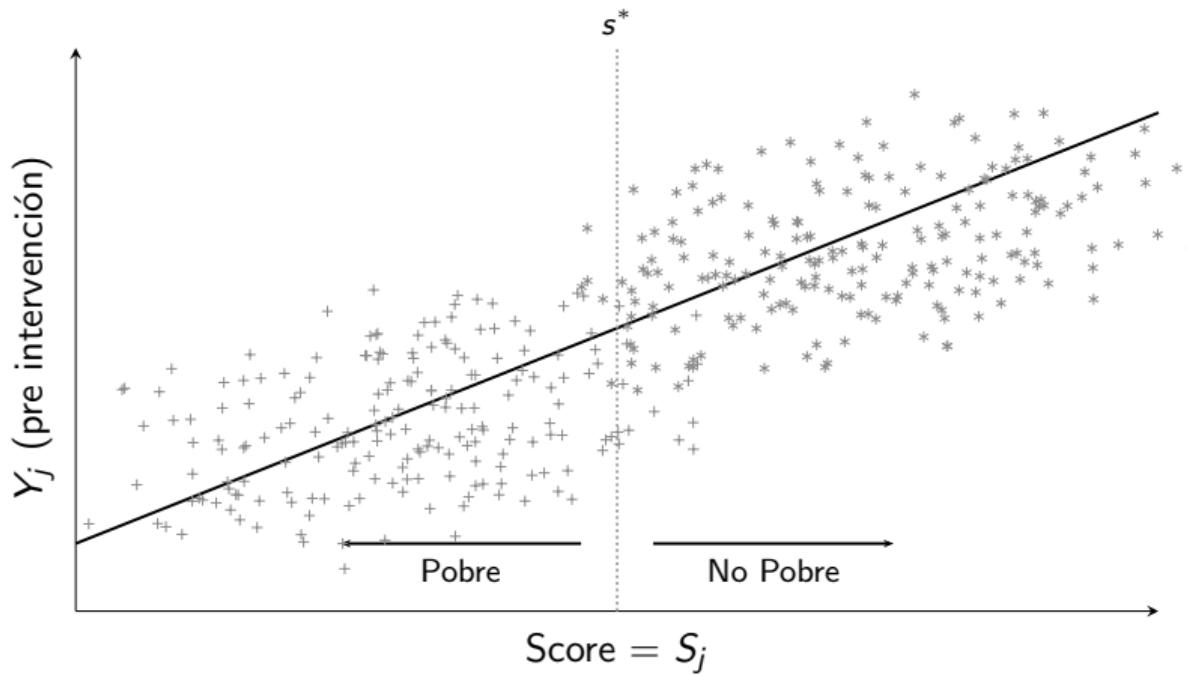


Figure: Resultados antes de la intervención del programa

# Identificación local del efecto del tratamiento

- Sea  $\varepsilon > 0$  muy pequeño.
- Estimador de impacto alrededor del umbral:

$$E[y_i|s_i^* - \varepsilon] - E[y_i|s_i^* + \varepsilon] = E[\beta S_i|s_i^* - \varepsilon] - E[\beta S_i|s_i^* + \varepsilon]. \quad (1)$$

- Tomando límites cuando  $\varepsilon \rightarrow 0$ :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} E[y_i|s_i^* - \varepsilon] - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} E[y_i|s_i^* + \varepsilon] = y^- - y^+ = \beta(S^- - S^+), \quad (2)$$

$$\Rightarrow \quad \beta = \frac{y^- - y^+}{S^- - S^+}.$$

- Interpretación:
  - ▶  $\beta$  es un **efecto local** del tratamiento en la vecindad del umbral.
  - ▶ No necesariamente es el ATE en toda la población.

# Resultados después de la intervención del programa

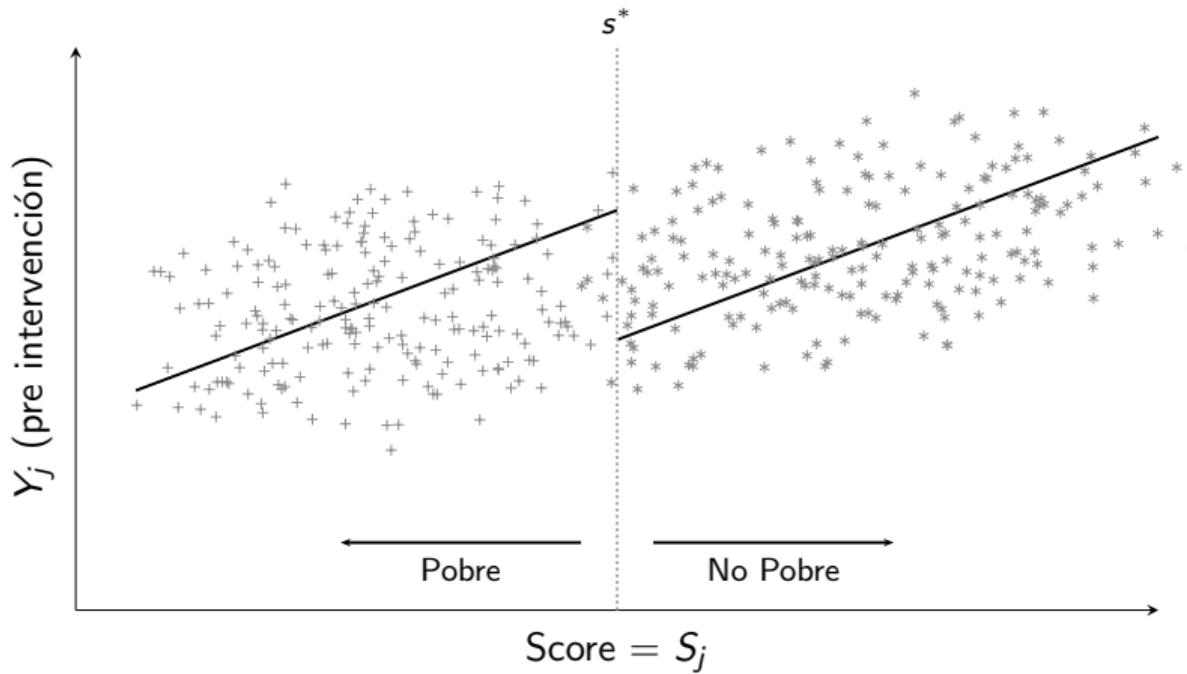


Figure: Resultados después de la intervención del programa

# Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

# RD “precisa” (sharp) vs RD “difusa” (fuzzy)

- **RD precisa (sharp RD):**

- ▶ La regla de elegibilidad se cumple exactamente.
- ▶ Todos los individuos con  $S_i \leq s^*$  reciben tratamiento ( $T_i = 1$ ).
- ▶ Ningún individuo con  $S_i > s^*$  recibe tratamiento ( $T_i = 0$ ).
- ▶ El salto en el resultado se interpreta directamente como impacto del programa.

- **RD difusa (fuzzy RD):**

- ▶ La regla de elegibilidad se aplica de forma imperfecta.
- ▶ Algunos elegibles no participan, y algunos no elegibles sí participan.
- ▶ Se trabaja con la **probabilidad de tratamiento**:

$$P(S) = E(T|S).$$

- ▶ El umbral produce un salto en  $P(T = 1|S)$ , no un cambio determinista.
- **Implicación:**
  - ▶ En fuzzy RD, el umbral funciona como un **instrumento** para  $T$ .
  - ▶ El efecto se obtiene como una **razón** entre la discontinuidad en el resultado y la discontinuidad en el tratamiento.

# Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

# Pasos generales para aplicar RD

- 1. Identificar:
  - ▶ Variable de selección  $S_i$ .
  - ▶ Umbral de elegibilidad  $s^*$ .
- 2. Seleccionar una **banda** alrededor de  $s^*$ :
  - ▶ Observaciones con  $S_i$  muy cercanas a  $s^*$ .
  - ▶ Trade-off: banda más estrecha  $\Rightarrow$  mejor comparabilidad pero menos observaciones.
- 3. Estimar funciones de resultado a ambos lados del umbral:
  - ▶ Regresión lineal local (Cerca de  $s^*$ ).
  - ▶ O regresiones polinómicas con términos de  $S_i$  y su interacción con el indicador de estar a un lado u otro del corte.
- 4. Calcular el **salto en el resultado** en  $s^*$ :

$$y^- - y^+ = \lim_{s_i \uparrow s^*} E(y_i | s_i = s^*) - \lim_{s_i \downarrow s^*} E(y_i | s_i = s^*).$$

# Estimación no paramétrica (sharp RD)

- En la práctica, se usan estimadores no paramétricos:

$$y^- = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^- \alpha_i^- K(u_i)}{\sum_{i=1}^n \alpha_i^- K(u_i)}, \quad y^+ = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^+ (1 - \alpha_i^+) K(u_i)}{\sum_{i=1}^n (1 - \alpha_i^+) K(u_i)},$$

donde:

- $K(\cdot)$ : función kernel.
  - $u_i$ : distancia normalizada a  $s^*$ .
  - $\alpha_i^-$  indica observaciones a la izquierda del corte,  $(1 - \alpha_i^+)$  a la derecha.
- El efecto del programa:  
$$DD_{RD} = y^- - y^+.$$
  - Se pueden incluir covariables  $X_i$  para mejorar precisión y controlar diferencias residuales.

# Estimación en diseño fuzzy RD

- Dos pasos:

- ① Estimar la discontinuidad en el **resultado**:

$$\Delta Y = y^- - y^+.$$

- ② Estimar la discontinuidad en el **tratamiento**:

$$\Delta T = P(T = 1|S \rightarrow s^{*-}) - P(T = 1|S \rightarrow s^{*+}).$$

- Efecto del tratamiento:

$$\beta_{RD} = \frac{\Delta Y}{\Delta T}.$$

- Interpretación:

- ▶ Es análogo a un estimador IV local:

- ★ El instrumento es cruzar el umbral de elegibilidad.

- ★ Se identifica un **efecto local** para individuos cuya participación cambia al cruzar el umbral.

# Visualización y pruebas de validez del diseño RD

- Gráficas clave:
  - ▶ Resultado promedio  $Y$  contra  $S$  alrededor de  $s^*$  (figuras 1 y 2).
  - ▶ **Densidad** de  $S$  alrededor del umbral:
    - ★ Detecta acumulación anómala cerca de  $s^*$  (manipulación).
  - ▶ Valores promedio de otras covariables  $X$  alrededor del umbral:
    - ★ Deben ser continuas en  $s^*$  si el diseño RD es válido.
- Robustez:
  - ▶ Probar distintos anchos de banda.
  - ▶ Incluir términos cuadráticos o polinómicos en  $S_i$  cuando se observen no linealidades.
  - ▶ Permitir distintas pendientes a los lados del corte (interacciones con indicador de lado).

# Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

# RD y experimentos de desempate

- **Desempate aleatorio** alrededor del umbral:
  - ▶ Cuando existe superposición de elegibles y no elegibles alrededor de  $s^*$ .
  - ▶ En la banda de superposición, el tratamiento se asigna aleatoriamente.
- Implicaciones:
  - ▶ Se combina la lógica de RD con un experimento aleatorio local.
  - ▶ Refuerza la validez causal alrededor de la frontera.

## Gráfico: experimento de desempate

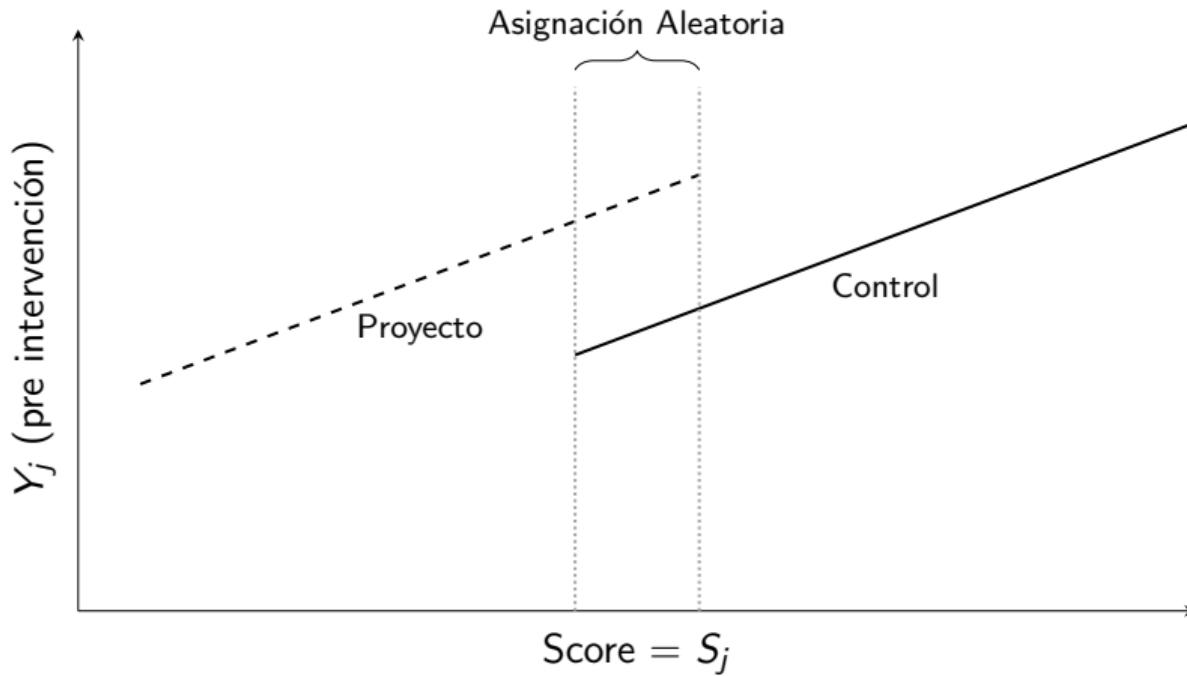


Figure: Usando un experimento de desempate

## RD con múltiples puntos de corte

- En algunos programas:
  - ▶ Existen **múltiples umbrales** de elegibilidad (por ejemplo, distintos niveles de beneficio).
- Estrategia:
  - ▶ Tratar cada punto de corte como una discontinuidad separada.
  - ▶ Estimar efectos de tratamiento en cada discontinuidad.
  - ▶ Incluir varios grupos de tratamiento ligados a distintos cortes.
- Ventaja:
  - ▶ Permite estudiar **intensidades diferenciadas** del programa según el tramo.

## Gráfico: múltiples puntos de corte

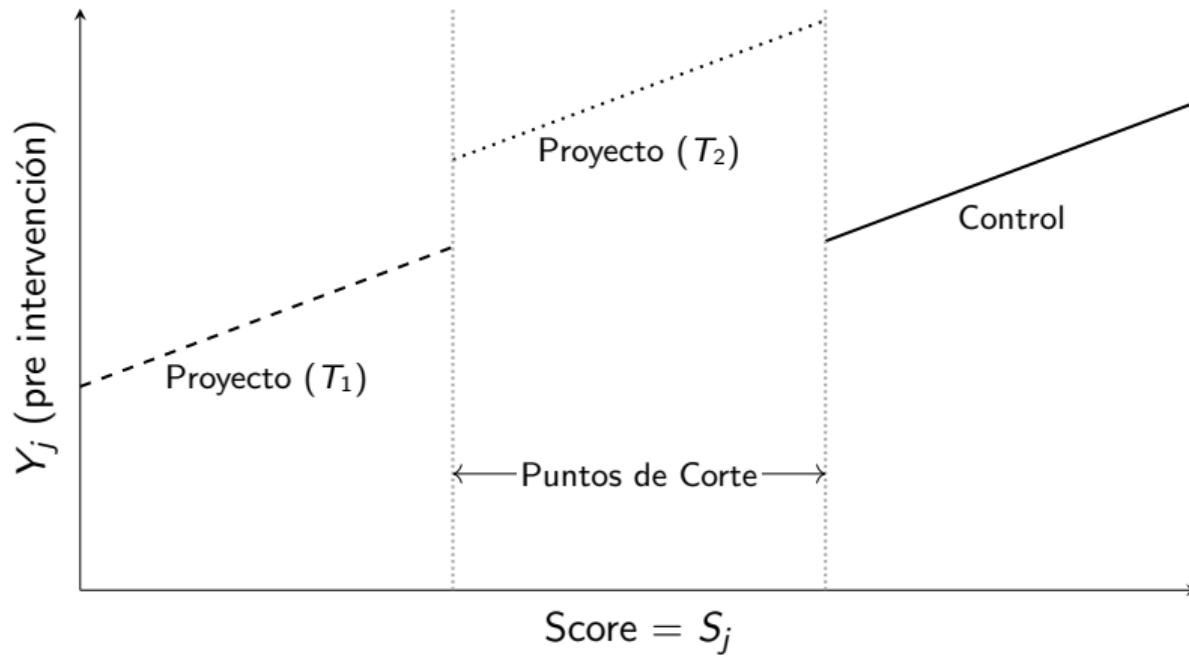


Figure: Múltiples puntos de corte

# Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

# Ventajas del enfoque RD

- Ventajas principales:
  - ① Produce una estimación **no sesgada** del efecto del tratamiento *en la discontinuidad*.
  - ② Aprovecha reglas de elegibilidad **conocidas**, comunes en políticas sociales.
  - ③ No requiere excluir permanentemente a grupos elegibles del tratamiento (a diferencia de algunos diseños experimentales).
- Similaridad con IV:
  - ▶ El umbral de elegibilidad actúa como instrumento:
    - ★ Está muy correlacionado con la probabilidad de participar.
    - ★ No debería afectar los resultados directamente, salvo a través del tratamiento.
- Valioso cuando:
  - ▶ La regla de focalización es parte central del diseño del programa.
  - ▶ Se dispone de información precisa sobre la variable de selección  $S_i$ .

# Limitaciones y desafíos del RD

- Efectos **locales**:
  - ▶ El impacto estimado es local a la vecindad de  $s^*$ .
  - ▶ La generalización (validez externa) a toda la población es limitada.
- Menor número de observaciones:
  - ▶ Solo se usan unidades cercanas al umbral.
  - ▶ Comparado con un experimento aleatorio del mismo tamaño muestral, puede haber menos poder estadístico.
- Sensibilidad a la especificación:
  - ▶ Forma funcional (lineal vs polinómica).
  - ▶ Elección del ancho de banda.
  - ▶ Presencia de no linealidades y cambios de pendiente.
- Riesgo conductual:
  - ▶ Funcionarios y beneficiarios pueden no conocer o no aplicar exactamente los criterios.
  - ▶ Posible manipulación de  $S_i$  para estar del lado “correcto” de  $s^*$ .

# Contenido

- 1 Motivación y contexto
- 2 Regresión Discontinua: Intuición y teoría
- 3 Regresión Discontinua Sharp vs Fuzzy
- 4 Implementación práctica del RD
- 5 Variantes del diseño RD
- 6 Ventajas y limitaciones del RD
- 7 Comparaciones por fases (Pipeline) y RD

# Comparaciones por fases: idea básica

- **Comparaciones por fases (pipeline):**

- ▶ Explotan la **variación temporal en la implementación** del programa.
  - ▶ Grupo de comparación: individuos elegibles que **aún no han recibido** el programa.

- Ejemplos:

- ▶ Programas donde una parte de los elegibles entra en la primera fase, y otros entran en fases posteriores.
  - ▶ PROGRESA/Oportunidades: algunas localidades elegibles empezaron más tarde.

- Problemas potenciales:

- ▶ Tratamiento selectivo entre postulantes.
  - ▶ Respuestas conductuales de los que están en espera.
  - ▶ Heterogeneidad no observada asociada al calendario de implementación.

# Combinar pipeline con métodos de control de sesgo

- Para mejorar la validez de comparaciones por fases:
  - ▶ Usar **efectos fijos o diferencias en diferencias**:
    - ★ Controlan heterogeneidad no observada invariante en el tiempo.
  - ▶ Aplicar **PSM** antes de la comparación por fases:
    - ★ Emparejar beneficiarios tempranos con beneficiarios tardíos observacionalmente similares.
- Objetivo:
  - ▶ Aislar el efecto del **tiempo de exposición** al programa.
  - ▶ Corregir posibles diferencias sistemáticas entre los que reciben primero y después.

# RD + comparaciones por fases

- Cuando la asignación se basa en una característica exógena y hay lista de espera:
  - ▶ Es posible combinar:
    - ① RD: alrededor de la frontera de elegibilidad.
    - ② Pipeline: usando elegibles en espera como grupo de comparación adicional.
- Ejemplo conceptual:
  - ▶ Programa de infraestructura (carretera, red de agua, red eléctrica):
    - ★ La “distancia a la carretera” genera un umbral geográfico.
    - ★ La expansión gradual crea grupos que reciben el beneficio en distintos momentos.
- Ventaja:
  - ▶ Aporta variación **espacial** (RD) y **temporal** (pipeline).
  - ▶ Permite estudiar cómo evoluciona el impacto a medida que se amplía el programa.