۱) یادآوری پیرامون خواص سیستم‌ها (خطی، برخطی، علی و غیرعلی و تعریف کردن آن با رسم شکل)

نمونه: سیگنال پریودیک، سوت ... شبا (سیگنال نمونه) سوت با باندای پست یا فرکانس‌ها یا ...

شک: سیگنال پریودیک سوت ایجیون، شدلا جوی، تقریبا شبیه صدا

۲) اعداد زیر را برحسب $x + jy$ بازنویسی کنید

$$2e^{j\frac{\pi}{3}} = 2(\cos(\tfrac{\pi}{3}) + j\sin(\tfrac{\pi}{3})) = 2(\tfrac{1}{2} + j\tfrac{\sqrt{3}}{2}) = 1 + j\sqrt{3}$$

$$e^{j\frac{7\pi}{2} + 2} = e^2(\cos\tfrac{7\pi}{2} + j\sin(\tfrac{7\pi}{2})) = e^2(0 - j) = -e^2 j$$

۳) اعداد زیر را برحسب $Ae^{j\omega}$ ($A \in R$ و $-\pi < \omega < \pi$) بازنویسی کنید (با ذکر اندازه و زاویه)

تذکر: $z = (x + jy) = e^{j\theta}, |z| = 1, \theta = Tg^{-1}(\tfrac{y}{x})$

$$j(1+j) = j - 1 = \sqrt{2}e^{j(\frac{3\pi}{4})} \qquad |r| = \sqrt{2}, \theta = \tfrac{3\pi}{4} \qquad \theta = Tg^{-1}(\tfrac{1}{-1}) = \tfrac{3\pi}{4}$$

$$(1+j)^4 = (1+j) = (\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}})^4 = 4e^{j\pi} \qquad |r| = 4, \theta = \pi \qquad \theta = Tg^{-1}(1) = \tfrac{\pi}{4}$$

$$1+j = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}} \qquad r = \sqrt{2}, \theta = \tfrac{\pi}{2} \qquad \theta = Tg^{-1}(1) = \tfrac{\pi}{2}$$

$$\frac{1+j}{1-j} \times \frac{1+j}{1+j} = \frac{(1+j)^2}{1-(j)^2} = \tfrac{1}{2}(1+j)^2 = \tfrac{1}{2}(\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}})^2 = e^{j\frac{\pi}{2}} \qquad |r| = 1, \theta = \tfrac{\pi}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}j}{1 + \sqrt{3}j} = \sqrt{2}\left(\frac{1+j}{1+\sqrt{3}j}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}}{2e^{j\frac{\pi}{3}}}\right) = e^{j(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3})} = e^{-\frac{\pi}{12}j}$$

$$|r| = 1, \theta = -\tfrac{\pi}{12}$$

۴) انرژی و توان سیگنال‌ها را برای سیگنال‌های زیر محاسبه کنید.

$$x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{3} n\right) \qquad E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

انرژی سیگنال:

$$\sum_{-\infty}^{\infty} \left(\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)\right)^2 = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{3}n \times 2\right)}{2} = \infty$$

انرژی سیگنال بی‌نهایت است.

$$P = \lim_{L \to \infty} \frac{1}{2L+1} \sum_{-L}^{L} \sin^2\left(\frac{\pi}{3}n\right) = \lim_{L \to \infty} \frac{1}{2L+1}\left(\sum_{-L}^{L} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sum_{-L}^{L} \cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right)\right) =$$

$$\lim_{L \to \infty} \frac{1}{2L+1} \sum_{-L}^{L} \frac{1}{2} - \lim_{L \to \infty} \frac{1}{2L+1} \cdot 2\sum_{0}^{L} \cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right) = \frac{1}{2L+1} \cdot 2\left(\frac{1}{8} \cdot 4L + 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) \dots\right)$$

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right) \qquad = \frac{L}{2L+1} = \frac{1}{2}$$

$$\sum_{-\infty}^{\infty}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}\right)^2 = \sum_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^{|n|} = 2\sum_{0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^{n} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^0 - \left(\frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1-0}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

پس انرژی سیگنال محدود است. $P = 0$ توان.

$$x[n] = e^{-n}$$

$$\sum_{-\infty}^{0}\left(e^{-n}\right)^2 = \sum_{-\infty}^{0} e^{-2n} = \sum_{-\infty}^{0} e^{-2n} + \sum_{0}^{\infty} e^{-2n} = \infty + 0 = \infty$$
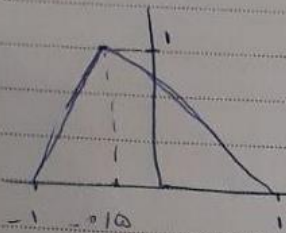
انرژی سیگنال نامحدود.

$$P = \lim_{L \to \infty} \frac{1}{2L+1} \sum_{n=-L}^{L} |x[n]|^2$$

$$P = \lim_{L \to \infty} \frac{1}{2L+1} \sum_{-L}^{L}\left(e^{-n}\right)^2 = \lim_{L \to \infty} \frac{1}{2L+1}\left(\frac{e^{2L} - e^{-2L-2}}{1 - e^{-2}}\right) = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{2e^{2L}}{2(1-e^{2})} = \infty$$

ارسم $x(-\tfrac{t}{3} -2)$ بدلالة $x(t)$ بالرسم

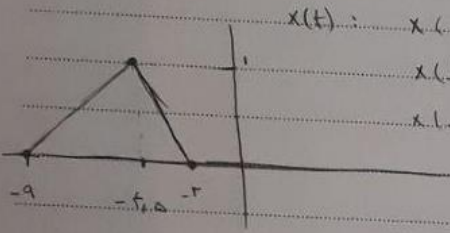$x(1) = o$ $-\tfrac{t}{3} - 2 = 1 \rightarrow t = -9$

$x(-o,a) = 1$ $-\tfrac{t}{3} - 2 = -o,a \rightarrow t = -t,a$

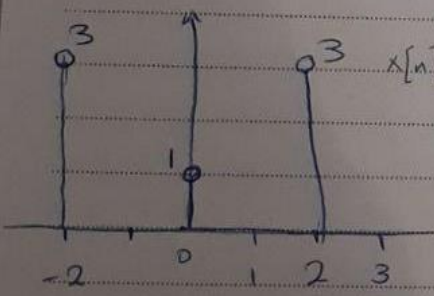$x(-1) = o$ $-\tfrac{t}{3} - 2 = -1 \rightarrow t = -3$

$x(t)$:

$x(-9) = o$

$x(-4,5) = 1$

$x(-3) = o$

ارسم $x[2n-4]$ بدلالة ارسم $x[n]$ بالرسم

$x[n]:\ x[o] = 1$ $\rightarrow\ x[2x o - 4] = x[-4] = 1$

$x[2] = 3$ $\rightarrow\ x[2x2 - 4] = x[o] = 3$

$x[-2] = 3$ $\rightarrow\ x[2x-2 - 4] = x[-8] = 3$