سوال یک :

الف)

$$y[n] = b\,x[n] + 0.8\,y[n-1] - 0.81\,y[n-2]$$

if $x[n] = e^{j\omega n} \rightarrow y[n] = H(e^{j\omega})\,e^{j\omega n}$

$$H(e^{j\omega})\,e^{j\omega n} = b\,e^{j\omega n} + 0.8\,H(e^{j\omega}) . e^{j\omega(n-1)} - 0.81\,H(e^{j\omega})\,e^{j\omega(n-2)}$$

$$H(e^{j\omega}) = b + 0.8\,H(e^{j\omega})\,e^{-j\omega} - 0.81\,H(e^{j\omega})\,e^{-2j\omega}$$

$$(1 - 0.8\,e^{-j\omega} + 0.81\,e^{-2j\omega})\,H(e^{j\omega}) = b$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{b}{1 - 0.8\,e^{-j\omega} + 0.81\,e^{-2j\omega}}$$

سوال ب

$$|H(e^{j\omega})| = \frac{|b|}{|1-0/8e^{-j\omega}+0/81e^{-2j\omega}|}$$

$$1-0/8(\cos(\omega)-j\sin(\omega))+0/81(\cos(2\omega)-j\sin(2\omega))$$

$$1-0/8\cos(\omega)+0/81\cos(2\omega)-j(\sin(\omega)+\sin(2\omega))$$

$$|\text{مخرج}| = \sqrt{(1-0/8\cos(\omega)+0/81\cos(2\omega))^2 + (\sin(\omega)+\sin(2\omega))^2}$$

رابطه ①

$$|H(e^{j\omega})| = \frac{|b|}{\sqrt{(1-0/8\cos(\omega)+0/81\cos(2\omega))^2-(\underset{0/8}{\sin(\omega)}+\underset{0/81}{\sin(2\omega)})^2}}$$

ضریب ضرب در

$$\cancel{(1+0/81\cos 2\omega)^2+(0/8\cos\omega)^2-2\times 0/8\cos(\omega).(1+0/81\cos(2\omega))}$$

$$\cancel{-\sin^2(\omega)-\sin^2(2\omega)-2\sin(\omega).\sin(2\omega)}$$

مشتق گیری $\rightarrow$

$$-|b|\left(\frac{1}{2\sqrt{\text{مخرج}}}\right)\left\{\begin{array}{l}\times 2(1-0/8\cos\omega+0/81\cos \\ -2(0/8\end{array}\right.$$

$$(1-0/8\cos(\omega)+0/81\cos 2\omega)^2-(0/8\sin\omega+0/81\sin$$

$$۲(۱ - ۰٫۸ \cos w + ۰٫۸۱ \cos ۲w)(+۰٫۸ \sin w - ۰٫۸۱ \times ۲ \sin ۲w)$$

$$-۲(۰٫۸ \sin w + ۰٫۸۱ \sin ۲w)(۰٫۸ \cos w + ۲ \times ۰٫۸۱ \cos(۲w))$$

$$= ۰$$

$$(۲ - ۱٫۶ \cos w + ۱٫۶۲ \cos ۲w)(۰٫۸ \sin w - ۰٫۸۱ \times ۲ \sin(۲w))$$

$$(-۱٫۶ \sin w - ۱٫۶۲ \cos ۲w)(۰٫۸ \sin w - ۱٫۶۲ \sin ۲w) = ۰$$

جایگذاری در رابطه ۱

$$\Rightarrow w = ۴۲٫۸۹$$ رابطه ۱ ۶٤

سوال یک (ب)

$$x[n] = 2\cos\left(\frac{n\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{\pi}{4}j}\cdot e^{\frac{n\pi}{3}j} + e^{-\frac{\pi}{4}j}\, e^{-\frac{n\pi}{3}j}$$

$$y_1[n] = H(e^{j\frac{\pi}{3}})\cdot e^{\frac{\pi}{4}j}\cdot e^{j\left(\frac{\pi}{3}n + \angle H(e^{j\frac{\pi}{3}})\right)}$$

$$y_2[n] = H(e^{-\frac{\pi}{3}j})\, e^{-\frac{\pi}{4}j}\cdot e^{j\left(-\frac{\pi}{3}n + \angle H(e^{-j\frac{\pi}{3}})\right)}$$

$$|H(e^{-jw})| = |H(e^{jw})| \quad \text{و} \quad \angle H(e^{-jw}) = -\angle H(e^{jw})$$ چون سیگنال حقیقی

$$\Rightarrow y[n] = 2\left|H(e^{\frac{\pi}{3}j})\right|\cdot \cos\left[\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{4} + \angle H(e^{\frac{\pi}{3}j})\right]$$

از قسمت الف داریم:

$$H(e^{wj}) = \frac{b}{1-0.8e^{-jw}+0.81e^{-2jw}} \qquad 1-0.8(\cos(w)-j\sin(w)) + 0.81(\cos 2w - j\sin(2w))$$

$$\angle H(e^{jw}) = \frac{\angle b}{\angle(1-0.8e^{-jw}+0.81e^{-2jw})} = \begin{cases} \dfrac{0}{\angle\text{مخرج}} = 0 & b>0 \\[2ex] \dfrac{\pi}{\angle\text{مخرج}} & b<0 \end{cases}$$

$$b>0 \rightarrow y[n] = 2\,\frac{|b|}{\sqrt{(1-0.8\cos w + 0.81\cos 2w)^2 + (\sin(w) + \sin(2w))^2}}$$
$$, w=\frac{\pi}{3}$$

$$\times \cos\left[\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{4}\right]$$

سؤال ۲ ب

سیستم LTI پایدار ← $\sum_{-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$ پاسخ ضربه محدود

$$x[n] \rightarrow \boxed{LTI} \rightarrow y[n]$$

می‌دانیم پاسخ سیستم LTI به ورودی cos ای باید یک cos باشد به فرم

$$x[n] = A_x \cos(\omega n + \theta_x) \rightarrow y[n] = A_x |H(e^{j\omega})| \cos(\omega n + \theta_x + \angle H$$

$$\text{if } x[n] = 1 \cos(0/2\pi n + 0) \rightarrow y[n] = 1 |H(e^{j\omega})| \cdot \cos(0/2\pi n + 0 + \angle$$

که در مورد ب $\cos(0/1\pi n + \theta)$ داریم که $\omega \neq 0/2\pi$ است

۳۱۳۰

$\sin(\frac{\pi}{3}n) = +\cos(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{2})$

سؤال ④ : پ :

می‌تواند وجود داشته باشد

$x[n] = +\cos(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{2})$

if $x[n] = A_{xn}\cos(\omega n + \theta_{xn}) \xrightarrow{\text{LTI سیستم}} y[n] = A_{xn}|H(e^{j\omega})|\cos(\omega n + \theta_{xn} +$

$y[n] = 5\cos(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{2} + \angle H(e^{j\omega}))$

$\omega = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\text{if}} H(e^{j\frac{\pi}{2}}) = -\frac{\pi}{4}$

سوال ۳: الف

$$h[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} H(e^{jw})\cdot e^{jwn}\,dw$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} e^{-jwn_d}\cdot e^{jwn}\,dw=\frac{1}{2\pi}\left[\frac{1}{j(n-n_d)}e^{wj(n-n_d)}\right]$$

$$=\frac{\sin\left[\frac{\pi}{8}(n-n_d)\right]}{\pi(n-n_d)}$$

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2\pi}\int_{\frac{3\pi}{8}}^{\frac{5\pi}{8}} e^{-jwn_d}\cdot e^{jwn}\,dw+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{5\pi}{8}}^{-\frac{3\pi}{8}} e^{-jwn_d}\cdot e^{jwn}\,dw$$

$$\frac{2}{2\times 3\pi}\left(\frac{1}{j(n-n_d)}\left(e^{j(n-n_d)\frac{5\pi}{8}}-e^{j(n-n_d)\frac{3\pi}{8}}\right)+\frac{1}{j(n-n_d)}\left(e^{j(n-n_d)\frac{-3\pi}{8}}-e^{j(n-n_d)}\right)\right)$$

$$\frac{2}{3\times 2\pi}\cdot\frac{1}{j(n-n_d)}\left[\left(e^{j(n-n_d)\frac{5\pi}{8}}-e^{j(n-n_d)\frac{3\pi}{8}}\right)+\left(e^{j(n-n_d)\frac{3\pi}{8}}-e^{j(n-n_d)\cdot-\frac{3\pi}{8}}\right)\right]$$

$$=\frac{2}{3\pi}\left[\frac{\sin\left[\frac{5\pi}{8}(n-n_d)\right]}{n-n_d}+\frac{\sin\left[\frac{3\pi}{8}(n-n_d)\right]}{n-n_d}\right]$$

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2\pi}\left(\int_{\frac{7\pi}{8}}^{\pi} e^{-jwn_d}\cdot e^{jwn}\,dw+\int_{-\pi}^{-\frac{7\pi}{8}} e^{-jwn_d}\cdot e^{jwn}\,dw\right)$$

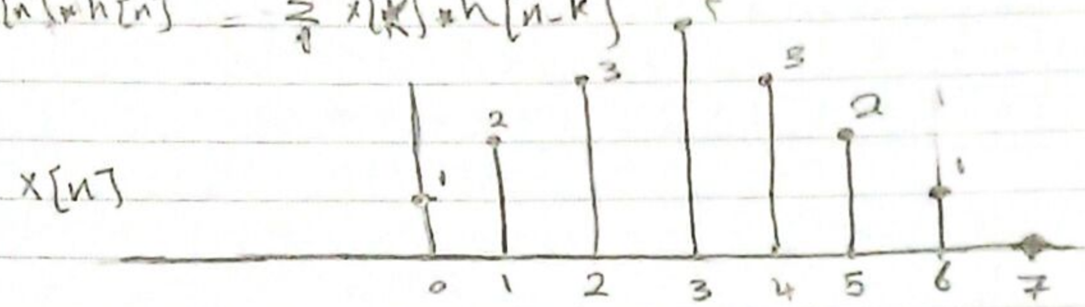
به طور مشابه قسمت قبل

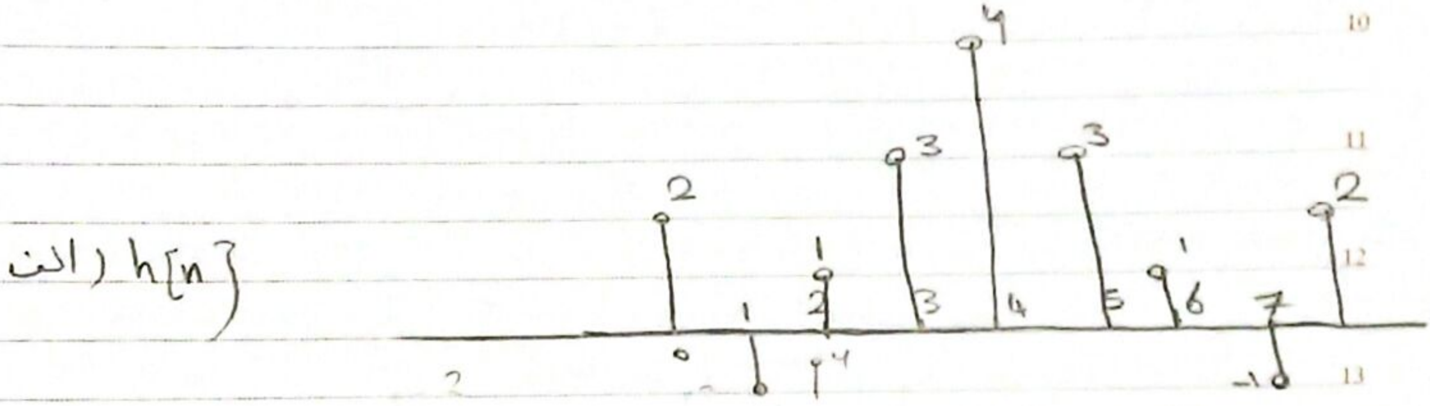
$$\frac{1}{3\pi}\left[\frac{\sin\left(\frac{7\pi}{8}(n-n_d)\right)}{n-n_d}+\frac{\sin(\pi(n-n_d))}{n-n_d}\right]$$

$$h[n] = \begin{cases} \dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{8}(n-n_d)\right)}{(n-n_d)\pi} & 0<|\omega|<\frac{\pi}{8} \\[2ex] \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{\sin\left(\frac{3\pi}{8}(n-n_d)\right)}{\pi(n-n_d)} + \dfrac{\sin\left(\frac{5\pi}{8}(n-n_d)\right)}{\pi(n-n_d)}\right) & \frac{3\pi}{8}<|\omega|<\frac{5\pi}{8} \\[2ex] \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{\sin\left(\frac{7\pi}{8}(n-n_d)\right)}{\pi(n-n_d)} + \dfrac{\sin\left(\pi(n-n_d)\right)}{\pi(n-n_d)}\right) & \frac{7\pi}{8}<|\omega|<\pi \end{cases}$$

سوال ۶ الف

$\sum_{-\infty}^{\infty} x[n]*h[n] = \sum_{-\infty}^{\infty} x[k]*h[n-k]$



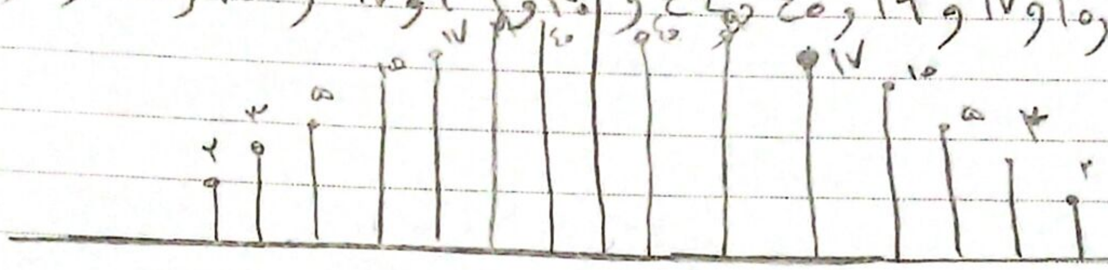


1 2 3 4 3 2 1 0

2 -1 1 3 6 3 1 -1 2

۲ ۴ ۶ ۸ ۶ ۴ ۲ ۰
-۱ -۲ -۳ -۴ -۳ -۲ -۱ ۰
۱ ۲ ۳ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰
۳ ۶ ۹ ۱۲ ۹ ۶ ۳ ۰
۶ ۱۲ ۱۸ ۲۴ ۱۸ ۱۲ ۶ ۰
۳ ۶ ۹ ۱۲ ۹ ۶ ۳ ۰
۱ ۲ ۳ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰
-۱ -۲ -۳ -۴ -۳ -۲ -۱
۲ ۴ ۶ ۸ ۶ ۴

$Y[n] = ۲ , ۳ , ۵ , ۱۰ , ۱۷ , ۲۹ , ۴۰ , ۴۴ , ۴۰ , ۲۹ , ۱۷ , ۱۰ , ۵ , ۳ , ۲$



$Y[n] \neq G\,x[n-n_d]$

$H(e^{j\omega}) = \sum_{-\infty}^{\infty} h[k]\cdot e^{j\omega k} = 2e^{-j\omega(0)} + -1e^{-j\omega} + e^{-j\omega\times 2}$

$+ ۳e^{-j\omega(۳)} + 4e^{-j\omega\times ٤} + ۳e^{-j\omega 5} + e^{-j\omega\times 6} + -e^{-7j\omega} + 2e^{-j\omega\times 8}$

اعو طاچ‌ها زود امشه

۱۳۹۸

شهریور

۱۹

سه شنبه

10 September 2019

۱۰ محرم ۱۴۴۱

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
						۱
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
۳۰	۳۱					

سؤال ۴ مبحث (پ)

$H(e^{j\omega}) = 5e^{j\frac{\pi}{4}}$

$|H(e^{j\omega})| = 5$ عدد ثابت ← اعوجاج دامنه ندارد 8

$\angle H(e^{j\omega}) = \frac{\pi}{4}$ 9

فاز تغییری نمی‌کند اعوجاج ندارد

10

سؤال ۴) ب) :

۱	۲	۳	٤	۳	۲	۱	۰
۱	۱/۲	۱/٤	۱/۸	۱/۱۶			

۱	۲	۳	٤	۳	۲	۱	۰				
	۱/۲	۱	۳/۲	۲	۳/۲	۱	۱/۲	۰			
		۱/٤	۱/۲	۳/٤	۱	۳/٤	۱/۲	۱/٤	۰		
			۱/۸	۱/٤	۳/۸	۱/۲	۳/۸	۱/٤	۱/۸	۰	
				۱/۱۶	۱/۸	۳/۱۶	۱/٤	۳/۱۶	۱/۸	۱/۱۶	۰

۱ و ۲٫۵ و ۴٫۲۵ و ۶٫۱۲۵ و ۶٫۰۶۲۵ و ۵ و ۳ ۷/۱۶ و ۱ ۵/۸ و ۱۱/۱۶ و ۱/٤

۱ و ۲٫۵ و ۴٫۲۵ و ۶٫۱۲۵ و ۶٫۰۶۲۵ و ۵ و ۳ ۷/۱۶ و ۱ ۵/۸ و ۱۱/۱۶ و ۱/٤ و ۱/۱۶ و ۰

امواج فاز و دامنه