

Subject :

Year :

Month :

Date :

$$H_{lp}(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\omega n_d} & |\omega| < \omega_c \\ 0 & \omega_c < |\omega| < \pi \end{cases}$$

سوال 11 :
(الف)

$$h_{lp}[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_{lp}(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

$$h_{lp}[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{-j\omega n_d} \cdot e^{j\omega n} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega(n-n_d)} d\omega = \frac{1}{2\pi} \left. \frac{e^{j\omega(n-n_d)}}{j(n-n_d)} \right|_{-\omega_c}^{\omega_c} =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{j(n-n_d)} \left[e^{j\omega_c(n-n_d)} - e^{-j\omega_c(n-n_d)} \right] =$$

$$= \frac{\sin[\omega_c(n-n_d)]}{\pi(n-n_d)}$$

$$Y[\omega] = X[\omega] * h_{lp}[\omega]$$

(ج)

از خواص تبدیل خواص

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) \times H(e^{j\omega})$$

$$Y(e^{j\omega}) = e^{-j\omega n_d} X(e^{j\omega}) \rightarrow y[n] = F^{-1}\{Y(e^{j\omega})\}$$

$$\boxed{\nabla} \nabla \Delta H \Delta T = x[n-n_d]$$

با توجه به خواص DTFT

Subject:

Year:

Month:

Date:

$w[n] = [0.142 - 0.15 \cos(\frac{2\pi n}{M}) + 0.108 \cos(\frac{4\pi n}{M})] w_R[n]$ سوال
 -blackman (امضا)

$$w[n] = 0.142 w_R[n] - 0.15 w_R[n] \left(\frac{e^{\frac{2\pi n}{M}j} + e^{-\frac{2\pi n}{M}j}}{2} \right)$$

$$+ 0.108 w_R[n] \left(\frac{e^{\frac{4\pi n}{M}j} + e^{-\frac{4\pi n}{M}j}}{2} \right) \Rightarrow$$

ارضاء تبدیل فوریه دایم
 $F\{e^{j\omega n} x[n]\} = X(e^{j\omega + 2\pi k/M})$

$$W(e^{j\omega}) = 0.142 W_R(\omega) - 0.125 \left[W_R(\omega - \frac{2\pi}{M}) + W_R(\omega + \frac{2\pi}{M}) \right]$$

رابطه ①

$$+ 0.104 \left[W_R(\omega - \frac{4\pi}{M}) + W_R(\omega + \frac{4\pi}{M}) \right]$$

$$W_R(\omega) = \frac{\sin((M+1)\omega/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j\omega(M/2)}$$

از طرفی برای تبدیل فوریه Real دایم
 رابطه ②

با جایگذاری رابطه دوم در رابطه اول

$$W(e^{j\omega}) = 0.142 \frac{\sin((M+1)\omega/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j\omega(M/2)} - 0.125 \left[\frac{\sin((M+1)(\omega - \frac{2\pi}{M})/2)}{\sin((\omega - \frac{2\pi}{M})/2)} e^{-j\frac{M}{2}(\omega - \frac{2\pi}{M})} \right]$$

$$+ \frac{\sin((M+1)(\omega + \frac{2\pi}{M})/2)}{\sin((\omega + \frac{2\pi}{M})/2)} e^{-j\frac{M}{2}(\omega + \frac{2\pi}{M})} + 0.104 \left[\frac{\sin((M+1)(\omega - \frac{4\pi}{M})/2)}{\sin((\omega - \frac{4\pi}{M})/2)} e^{-j\frac{M}{2}(\omega - \frac{4\pi}{M})} \right]$$

$$+ \frac{\sin((M+1)(\omega + \frac{4\pi}{M})/2)}{\sin((\omega + \frac{4\pi}{M})/2)} e^{-j\frac{M}{2}(\omega + \frac{4\pi}{M})}$$

✓ VΔHΔT

طول main lobe راسی می‌تواند از اولین جایی که $\omega_k = 2\pi$ باشد شروع شود.
 به دست آورد با توجه به این نکته می‌توان دریافت که اندازه تبدیل باید به قدری باشد
 که دینچه مسکونی این نقاط خفاطی در حوالی $\frac{4\pi}{M+1}$ یا $-\frac{4\pi}{M+1}$
 هستند. با این ترتیب برای main lobe
 در این دینچه $\frac{8\pi}{M+1}$ خواهد بود.

در دینچه ی $blackman$ نسبت ω بین اندازه تبدیل حوالی
 $\pm \frac{6\pi}{M+1}$ رخ خواهد داد لذا طول کنی main lobe حدود

$$\frac{12\pi}{M+1}$$

خواهد بود. نسبت به $\frac{8\pi}{M+1}$ بزرگ تر است.

و بدلیل آنکه طول این دینچه را ثابت در نظر می‌گیریم بزرگ‌تر شدن
 main lobe < side lobes را کوچکتر می‌کند و میفرسند اندازه تبدیل
 فوار به در فواصل کوتاه‌تری رخ خواهد داد.