

# Домашнее задание по ДОЭФ

7 декабря 2025 г.

Домашнее задание присыпается на адрес dinoptef@yandex.ru в виде архива (zip или rar), содержащего 2 или более файлов (текстовый документ, таблицы Excel, файлы с кодом на R или python). Если используется Jupyter Notebook или аналоги, то присыпаются все-равно два файла: первый файл содержит строчки кода, во втором (чистовом) файле строчки кода скрыты.

Название архива и название письма должны соответствовать формату:

Номер группы\_Фамилия\_Excel\_R\_python.

Пример темы письма: 160\_Иванов\_Excel\_R

Пример названия архива: 160\_Иванов\_Excel\_R.zip

Между словами должны быть нижние подчеркивания. Слово БЭК не используется. В качестве Фамилии используется фамилия выполневшего работу, а не фамилия семинариста, домашнего животного или соседа.

В последней части названия должны быть перечислены все программные продукты из набора Excel, R, python, которые использовались в домашнем задании. Задачи, выполненные в разных программных продуктах, будут проверяться разными людьми, поэтому в случае пропуска соответствующего указания в названии часть задач проверена не будет.

**Домашние задания, присланые на любые другие адреса электронной почты, или с названием писем и архивов, не соответствующих требуемому формату, НЕ ПРОВЕРЯЮТСЯ.**

Проверяющий оставляет за собой право задать студенту, сдавшему задание в R или python, вопросы по коду. В случае невразумительного ответа, баллы за задание снимаются.

Все задачи оцениваются одинаково (в 2 балла). Для получения итоговой оценки в 10 баллов требуется решить 5 задач. В условии каждой задачи написано, в какой программе ее можно решить. Проверяющий оставляет за собой ставить бонусные баллы за уникальные решения.

Последний срок сдачи: 18 декабря 2025 года 09:59.

Домашнее задание можно сдавать заранее, то есть в любой момент до установленного срока. При доставке письма на указанный адрес (dinoptef@yandex.ru) в ответ будет отправлено автоматическое подтверждение об его получении. Проверяется только последнее версия домашнего задания, присланная до установленного срока.

В домашнем задании используются следующие параметры:  $a_1, a_2, a_3$  - номер первой, второй и третьей буквы фамилии в алфавите соответственно,  $b_1, b_2, b_3$  - номер первой, второй и третьей буквы имени в алфавите соответственно,  $c_1, c_2, c_3$  - номер первой, второй и третьей буквы отчества (или снова имени, если таковое отсутствует) в алфавите соответственно.

За основу используется алфавит, представленный здесь:

[https://ru.wikipedia.org/wiki/Русский\\_алфавит](https://ru.wikipedia.org/wiki/Русский_алфавит)

Если в фамилии, имени или отчестве букв меньше, чем три, то отсутствующие буквы считаются совпадающими с последней буквой в фамилии, имени или отчестве.

## 1 Задача для R, Python, Excel

Численно найдите экстремум функционала

$$V[y] = \int_0^2 (y'^2 + a_1yy' + b_1y^2 + c_1ye^{2t}) dt, y(0) = -b_2, y(2) = b_3$$

## 2 Задача для R, Python, Excel

Численно найдите экстремум функционала

$$V[y] = \int_0^2 (b_1y - b_2u) dt,$$

$$y(0) = a_1, y(2) \text{ свободно}, y' = a_3y + u, u \in [-c_1/100, c_2/100]$$

## 3 Задача для Excel

Технологическая мощность предприятия  $M(t)$  в начале планового периода (5 лет, планирование осуществляется с шагом месяц) оценивалась в  $M(0) = 100a_1 + 10a_2 + a_3$  денежных единиц. В течение периода изменение мощности описывается по закону

$$\frac{d}{dt}M(t) = J(t) - \delta M(t),$$

где  $J(t)$  - инвестиции текущего месяца,  $\delta = \frac{1}{5+c_1}$  - норма амортизации. Имеющаяся в текущем месяце мощность генерирует доход  $\pi(t) = a_1M(t)^{0.6}$ , который без остатка делиться на  $\pi(t) = J(t) + CF(t) + Tax(t)$ , где  $CF(t)$  - выводимый денежный поток (не может быть отрицательным),

$$Tax(t) = \frac{1}{5 + c_2}\pi(t)$$

- налог на доходы предприятия. Месячная безрисковая процентная ставка в течение всего периода равна 0,3%. Рассчитайте оптимальную стратегию наращивания технологической мощности, инвестиций и денежных потоков, максимизирующую NPV. Как изменится стратегия, если

1. В начале 4 года безрисковая процентная ставка вырастет до 0,5%,
2. Налог на доходы снизится в 2 раза, то есть  $Tax(t) = \frac{1}{2(5+c_2)}\pi(t)$ ,
3. Норма амортизации увеличится в 2 раза, то есть  $\delta = \frac{2}{5+c_1}$ .

## 4 Задача для Excel

Рассматривается задача управления портфелем активов российского резидента в течение 36 месяцев (начиная с января  $2017 + round(0.1a_1)$  года до 31 декабря  $2020 + round(0.1a_1)$  года), максимизирующего приведенную стоимость будущих денежных потоков (cash flow) с дисконт-фактором в экспоненциальной форме  $\delta = \frac{1}{5+c_1}$ . В портфель входят депозитный счет в долларах и депозитный счет в евро. Начальное состояние счетов –  $100000a_1 + 10000a_2 + 1000a_3$  долларов и  $100000b_1 + 10000b_2 + 1000b_3$  евро. К концу планового периода предполагается закрыть оба счета. Рассчитанное в рублях изменение остатков на счетах

сопряжено с дополнительными издержками, описываемыми функциями  $f_1(x) = 0.0001x^2$  и  $f_2(x) = 0.0001x^2$  соответственно для счета в долларах и евро.

Данные о курсах валют можно найти на сайте Банка России в разделе [Статистика](#).

При планировании предполагается, что темпы роста курсов валют в течение оставшегося отрезка времени будут равны их темпам роста за предыдущий год. На момент планирования известны все предыдущие значения курсов. Планирование осуществляется каждое полугодие, начиная с 1 января  $2018 + \text{round}(0.1a_1)$  года. Требуется

1. Для каждого этапа планирования построить оптимальные траектории остатков на валютных счетах до 31 декабря  $2020 + \text{round}(0.1a_1)$  года,
2. Сопоставить траекторию, реализованную по результатам полугодового планирования с траекторией, оптимальной в условиях полного знания динамики курсов.

## 5 Задача для Excel

В течение четырехлетнего планового периода (с шагом в 1 месяц) банк управляет объемом выданных кредитов  $L(t)$  и привлеченных депозитов  $S(t)$ . К началу планового периода банк имел задолженность в размере  $S(0) = 1000 + 100b_1 + 10b_2 + b_3$  и портфель кредитов  $L(0) = 1000 + 100c_1 + 10c_2 + c_3$ . Процентная ставка по безрисковому инструменту составляет 1%. Изменение текущего портфеля за счет выдачи кредитов  $K(t) = \frac{d}{dt}L(t)$  или привлечения депозитов  $V(t) = \frac{d}{dt}S(t)$  сопровождается расходами

$$C(t) = \frac{a_1}{1000}(K(t)^2 + V(t)^2).$$

Цель политики банка – максимизация суммарного показателя прибыли, рассчитываемой по формуле  $\pi(t) = r_l(t)L(t) - r_s(t)S(t) - C(t)$ . Проведите тестирование возможности безубыточности деятельности банка. Для этого процентные ставки описываются как случайные величины, имеющие равномерное распределение на отрезках: по депозитам

$$\left[0.4 + \frac{b_1}{33} - \frac{c_2}{100}; 0.4 + \frac{b_1}{33} + \frac{c_2}{100}\right],$$

по кредитам

$$\left[0.4 + \frac{b_1}{33} + \frac{b_2}{100} - \frac{c_1}{100}; 0.4 + \frac{b_1}{33} + \frac{b_2}{100} + \frac{c_1}{100}\right].$$

Проведите 5 симуляций.

Замечание: речь идет именно о процентах. Чтобы использовать в формулах, нужно делить на 100. Все ставки уже считаются месячными!

## 6 Задача для R, Python

Имеется динамическая система, характеризуемая координатой  $x$  и соростью  $v$ . Параметром управления  $u$  является ускорение системы, выбираемое из отрезка  $[-1, 1]$ . Требуется за минимальное время  $T$  перевести систему из начального состояния  $(x_0, v_0)$  в состояние  $(0, 0)$ . Численно решите эту задачу оптимального управления, реализовав код для произвольного вектора  $(x_0, v_0)$ .

*Подсказка.*  $x' = v$  и  $v' = u$ .

## 7 Задача для R, Python

Численно решите следующую задачу оптимального управления:

$$\int_0^2 \frac{u^2}{2} - ty + y dt \rightarrow \min$$

$$y(0) = 0, |u(t)| \leq \frac{3}{8}$$

при следующих уравнениях динамики  $y$ :

- (a)  $y'(t) = u(t) - t$
- (b)  $y'(t) = u(t) + u^2(t) - t$

## 8 Задача для R, Python

Популяция осиного улья может быть описана следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (\alpha u(t) - \beta)x(t), \text{ где } x(0) = 1, \\ \dot{y}(t) &= \gamma(1 - u(t))x(t), \text{ где } y(0) = 0\end{aligned}$$

Переменной  $x$  обозначается число ос-рабочих, а  $y$  – число королев. Константы  $\alpha, \beta, \gamma$  – положительные действительные числа.  $\alpha, \gamma$  – параметры окружающей среды,  $\beta$  – коэффициент смертности ос-рабочих. Управление  $u(t) \in [0, 1]$  – доля улья, тратящая ресурсы на увеличение числа королев.

Численно исследуйте траектории управления и траектории состояния для различных параметров  $\alpha, \beta, \gamma$ , если задача улья состоит в максимизации числа ос-королев в последний момент времени (его можно выбрать любым, достаточно большим)