

### Exercice 1

On considère l'ensemble  $E$  des suites réelles  $(u_n)$  définies par :

$$\begin{cases} u_0, u_1, u_2 & \text{réels donnés} \\ \forall n \in \mathbb{N} & u_{n+3} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0 \quad (R) \end{cases}$$

- 1.** Dans cette question, on considère la suite  $(u_n)$  de  $E$  vérifiant (R) et telle que

$$u_0 = 4, \quad u_1 = -5, \quad u_2 = 13.$$

Soit  $(v_n)$  la suite de terme général  $v_n = u_{n+1} + 2u_n$ .

- a)** Calculer  $v_0$  et  $v_1$ .
- b)** Montrer que la suite  $(v_n)$  est constante.
- c)** En déduire que la suite  $(u_n)$  est arithmético-géométrique et donnée la relation de récurrence vérifiée par cette dernière.
- d)** Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- e)** Calculer  $\sum_{k=0}^n u_k$ .

- 2.** Dans cette question, on considère la suite de  $(E)$  dont les premiers termes sont  $u_0 = 2$ ,  $u_1 = -2$ ,  $u_2 = -3$ . On note  $(w_n)$  la suite définie pour tout entier  $n$  par  $w_n = u_n - t \cdot (-2)^n$  où  $t$  est un paramètre réel donné.

- a)** Déterminer la valeur de  $t$  pour laquelle  $w_2 - 2w_1 + w_0 = 0$ . Cette valeur de  $t$  sera celle retenue dans la suite.
- b)** Montrer alors par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad w_{n+2} - 2w_{n+1} + w_n = 0.$$

- c)** En déduire  $w_n$  en fonction de  $n$ , puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- d)** Calculer  $\sum_{k=0}^n u_k$ .

### Exercice 2

Écrire dans un fichier DM05.py le script d'une fonction `SommeGeom(u0, r, p, q)` qui prend en entrée deux flottants  $r$  et  $u_0$ , deux entiers  $p$  et  $q$  et qui renvoie en sortie :

- 1.** la valeur de la somme suivante :

$$S(r, u_0, p, q) = \sum_{k=p}^q u_0 r^k$$

si  $p \leq q$

- 2.** La valeur 0 sinon.

Vous recopierez votre script sur la page suivante.

```
1  """ Script de l'exercice 2 du DM5.
2  fonction SommeGeom(u0,r,p,q)
3  qui calcule la somme de p à q des u0 r**k si p <= q et renvoie
4  0 sinon.
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23 # Fin du script
```

Indiquer dans la console le résultat donné :

```
In[1]: SommeGeom(2,5,7,61)
Out[1]:
```

console