Exercice 1

On considère l'ensemble E des suites réelles (u_n) définies par :

$$\begin{cases} u_0, u_1, u_2 & \text{réels donnés} \\ \forall n \in \mathbf{N} & u_{n+3} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0 \quad (R) \end{cases}$$

1. Dans cette question, on considère la suite (u_n) de E vérifiant (R) et telle que

$$u_0 = 4, \quad u_1 = -5, \quad u_2 = 13.$$

Soit (v_n) la suite de terme général $v_n = u_{n+1} + 2u_n$.

a) Calculer v_0 et v_1.

b) Montrer que la suite (v_n) est constante.

c) En déduire que la suite (u_n) est arithmético-géométrique et donnée la relation de récurrence vérifiée par cette dernière.

d) Donner l'expression de u_n en fonction de n.

e) Calculer $\sum_{k=0}^{n} u_k$.

2. Dans cette question, on considère la suite de (E) dont les premiers termes sont $u_0 = 2$, $u_1 = -2$, $u_2 = -3$. On note (w_n) la suite définie pour tout entier n par $w_n = u_n - t \cdot (-2)^n$ où t est un paramètre réel donné.

a) Déterminer la valeur de t pour laquelle $w_2 - 2w_1 + w_0 = 0$. Cette valeur de t sera celle retenue dans la suite.

b) Montrer alors par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbf{N} \quad w_{n+2} - 2w_{n+1} + w_n = 0.$$

c) En déduire w_n en fonction de n, puis u_n en fonction de n.

d) Calculer $\sum_{k=0}^{n} u_k$.

Exercice 2

Écrire dans un fichier `DM05.py` le script d'une fonction `SommeGeom(u0,r,p,q)` qui prend en entrée deux flottants `r` et `u0`, deux entiers `p` et `q` et qui renvoie en sortie :

1. la valeur de la somme suivante :

$$S(r, u_0, p, q) = \sum_{k=p}^{q} u_0 r^k$$

si $p \leq q$

2. La valeur `0` sinon.

Vous recopierez votre script sur la page suivante.

```
""" Script de l'exercice 2 du DM5.
fonction  SommeGeom(u0,r,p,q)
qui calcule la somme de p  à q des u0 r**k si p <= q et renvoie
0 sinon.



















# Fin du script
```

Indiquer dans la console le résultat donné :

console

```
In[1]: SommeGeom(2,5,7,61)
Out[1]:
```