

Analyse du signal (FFT et Filtrage numérique) & Analyse des systèmes

Document réalisé par :

Jacky DUMAS
01dB-STELL (Groupe MVI technologies)
Directeur Marketing
565 rue de sans souci
69760 LIMONEST
Tél : 04 72 20 91 00
Fax : 04 72 20 91 01
E-mail : jacky.dumas@01db-stell.com

&

Bruno BENNEVAULT
01dB-STELL (groupe MVI technologies)
Support Produits Multivoies
11 Allée des Mouettes
33600 PESSAC
Tél & Fax : 05 56 07 13 85
E-mail : bruno.bennevault@01db-stell.com

Sommaire

1.	AVANT PROPOS SUR L'ANALYSE DU SIGNAL	4
2.	ANALYSE DE SIGNAUX ET DES SYSTÈMES	5
2.1.	INTRODUCTION :	5
2.1.1.	Cas A : Le signal de sortie seul peut être mesuré	5
2.1.2.	Cas B : Les signaux d'entrée et de sortie sont mesurés, le signal d'entrée peut être contrôlé...	6
2.1.3.	Cas C : Les signaux d'entrée et de sortie peuvent être mesurés, le signal d'entrée ne peut pas être contrôlé.	6
3.	ANALYSE DU SIGNAL AVEC LA FFT	7
3.1.	BREF HISTORIQUE	7
3.2.	FONCTIONNEMENT THÉORIQUE DE LA FFT	7
3.3.	NUMÉRISATION (ÉCHANTILLONNAGE)	8
3.4.	LA TRANSFORMÉE DE FOURIER DISCRÈTE	8
3.5.	REPLIEMENT	9
3.6.	FENÊTRAGE TEMPOREL	14
3.6.1.	Fenêtre rectangulaire	18
3.6.2.	Fenêtre de Hanning	19
3.6.3.	Fenêtre de Hamming	20
3.6.4.	Fenêtre de Kaiser-Bessel	20
3.6.5.	Fenêtre Flat Top	21
3.6.6.	Résumé	21
3.7.	RÉSULTAT DU CALCUL DE LA FFT	22
3.8.	EFFET DE PALISSADE	25
3.9.	ZOOM FFT	27
3.10.	DURÉE D'EXAMEN / RÉOLUTION FRÉQUENTIELLE	28
3.11.	MOYENNAGE	29
3.11.1.	Moyennage linéaire :	29
3.11.2.	Moyennage exponentiel :	29
3.11.3.	Max. par bandes	31
3.11.4.	Max. Lin	31
3.11.5.	Max. A	31
3.12.	RECOUVREMENT	32
3.13.	PWR, RMS, PSD, ASD, ESD.	33
3.13.1.	RMS	33
3.13.2.	PWR	33
3.13.3.	PSD	34
3.13.4.	ASD	34
3.13.5.	ESD	34
3.14.	NOTION DE TEMPS RÉEL	35
3.15.	CONCLUSION	36
4.	ANALYSE DU SIGNAL PAR FILTRAGE NUMÉRIQUE	37
4.1.	BREF HISTORIQUE	37
4.2.	PRINCIPE DES FILTRES PAR OCTAVE ET 1/3 D'OCTAVE	37
4.2.1.	Bandes passantes des octaves et tiers d'octaves normalisés	39
4.3.	NUMÉRISATION (ÉCHANTILLONNAGE)	40
4.4.	REPLIEMENT	40
4.5.	MÉTHODE DE CALCUL	40

4.5.1.	Fonctions de transfert des filtres et propriétés.....	40
4.5.2.	Translation d'un octave vers le bas	41
4.5.3.	Filtre passe-bas (Anti-repliement ou anti-aliasing).....	41
4.5.4.	Analyse en bande d'octave.....	41
4.5.5.	Analyse en bandes de tiers d'octave	42
5.	COMPARAISON DE LA MÉTHODE FILTRAGE NUMÉRIQUE ET DE LA MÉTHODE DE SYNTHÈSE FFT POUR L'OBTENTION DES SPECTRES OCTAVE ET TIERS D'OCTAVE	43
6.	FFT CONTRE OCTAVE/TIERS D'OCTAVE	47
7.	ANALYSE DES SYSTÈMES AVEC LA FFT.....	48
7.1.	CARACTÉRISATION D'UN SYSTÈME IDÉAL 1 ENTRÉE / 1 SORTIE	48
7.1.1.	Domaine temporel.....	49
7.1.2.	Domaine fréquentiel	50
7.2.	FONCTION DE TRANSFERT / TRANSMITTANCE	51
7.2.1.	Rappels :	51
7.2.2.	Autospectre	51
7.2.3.	Interspectre	51
7.2.4.	Méthodes d'estimation de la FRF : $H(f)$	52
7.2.5.	Représentations de la FRF	53
7.3.	FONCTIONS DE COHÉRENCE	54
8.	<u>ANNEXE 1</u>: CLASSIFICATION DES SIGNAUX.....	55
9.	<u>ANNEXE 2</u>: RÉOLUTION FRÉQUENTIELLE DU LOGICIEL DBFA	56
9.1.	MODE TEMPS DIFFÉRÉ	56
9.2.	MODE TEMPS RÉEL (SYMPHONIE)	57
10.	<u>ANNEXE 3</u>: RECOMPOSITION DES SPECTRES TIERS D'OCTAVE EN MODE TEMPS DIFFÉRÉ DANS LE LOGICIEL DBFA	58
10.1.	DÉFINITIONS	59
10.2.	SYNTHÈSE TIERS D'OCTAVE	60
10.2.1.	Limites fréquentielles	60
10.2.2.	Algorithme de recomposition.....	60
11.	<u>ANNEXE 4</u>: PRINCIPE DU FILTRAGE NUMÉRIQUE	61
11.1.	PRINCIPE DU TRAITEMENT	61
11.1.1.	Propriétés du filtre numérique.....	61
11.2.	SYNTHÈSE DE FILTRES	64
11.3.	CHARGE DE CALCUL	65
11.4.	FILTRAGE MULTICADENCÉ.....	65
11.5.	DOLÉANCES DE LA NORME	70
11.6.	BIBLIOGRAPHIE.....	76

1. Avant propos sur l'analyse du signal

Cette présentation se veut simple et concrète. Aussi, nous ne ferons pas une démonstration de notre savoir-faire en traitement du signal et nous tenterons plutôt de vous faire sentir et comprendre les phénomènes mis en jeu lors d'une analyse FFT. Nous développerons les limites et les résultats que l'on peut attendre de ce type d'analyse. Une meilleure connaissance de l'outil 'ANALYSEUR' permet d'en connaître les limites et évite ainsi à l'utilisateur de sombrer dans la désespérance des déçus de la FFT.

A une approche mathématique pure, nous avons préféré une approche physique et démonstrative.

Les problèmes de cette méthode d'analyse fréquentielle que nous allons vous présenter ici, sont simplement liés à son approche mathématique et aux outils de calcul FFT qui sont utilisés pour l'améliorer. Ils sont les mêmes pour tous les instruments.

Nous traiterons de l'analyse du signal monovoie, c'est à dire de transformation dans le domaine fréquentiel de l'historique d'un signal, puis de l'analyse des systèmes faisant intervenir au moins deux voies.

Nous aborderons également l'analyse par filtrage numérique permettant les analyses par fraction d'octave ($1/1$, $1/3$, $1/12$,...).

Il est à remarquer que les spectres octave et tiers d'octave peuvent être obtenus par recomposition FFT ou par filtrage numérique. Nous comparerons ces deux techniques.

Quand un passage sera spécifique à l'instrumentation 01dB-Stell, il sera présenté en italique afin de ne pas la confondre avec la théorie bien qu'elle en découle.

2. Analyse de signaux et des systèmes

2.1. Introduction :

L'analyse de signaux doit aboutir à une description efficace d'un signal tel qu'il existe. Le signal est mesuré. Par efficace il est entendu que cette description est simple et utilisable pour l'application particulière. Par exemple, un niveau sonore à un endroit et un instant peut être décrit de différentes façons liées aux constantes de temps et aux circuits de pondérations utilisés : Constantes de temps lente, rapide, impulsionnelle, intégration linéaire (Leq) ; pondérations A, B, C, D ; filtres d'octave, 1/3 d'octave, etc... Il en est de même pour les mesures de vibrations (pondérations corps global, main - bras, FFT, etc.).

Les paramètres de mesure sont choisis de façon à ce qu'un mode de description soit simple : le niveau donne une information aussi efficace que possible. Les paramètres sont déterminés par la finalité de la mesure : évaluation de risque auditif, évaluation d'une gêne, de l'état de fonctionnement d'une machine.

L'analyse des systèmes a pour but de décrire un système physique par des paramètres qui lui sont propres indépendamment des signaux utilisés. Une bonne description permettra des prédictions du type cause - effet par exemple de quelle façon le système va répondre à des situations nouvelles non encore mesurées. Ceci est une situation entrée – sortie typique dans laquelle deux signaux sont impliqués, liés par le système.

Cependant, une description en termes de paramètres tels que des fréquences de résonance et amortissements procède d'un modèle mathématique associé plutôt que de la nature. Un tel modèle sera lui-même basé sur des lois physiques (qui sont elles mêmes des modèles) additionnées d'un certain nombre d'hypothèses et de simplifications qui seront valables ou non dans de nouvelles situations.

La validité d'un modèle sera finalement déterminée par l'expérimentation.

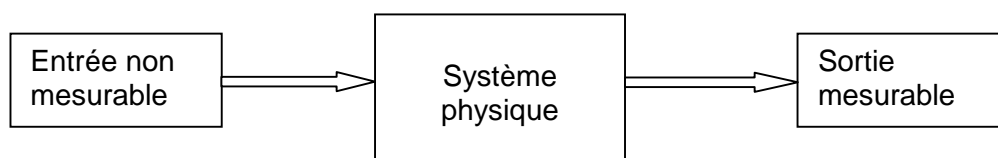
Les techniques de mesure utilisées dans l'analyse d'un système entrée – sortie dépendent de deux facteurs :

1. Les signaux sont-ils mesurables ?
2. L'entrée peut-elle être contrôlée ?

Trois cas vont être discutés :

- A. Seul le signal de sortie peut être mesuré
- B. Les signaux d'entrée et de sortie sont mesurés, le signal d'entrée peut être contrôlé
- C. Les signaux d'entrée et de sortie peuvent être mesurés, le signal d'entrée ne peut pas être contrôlé.

2.1.1.Cas A : Le signal de sortie seul peut être mesuré

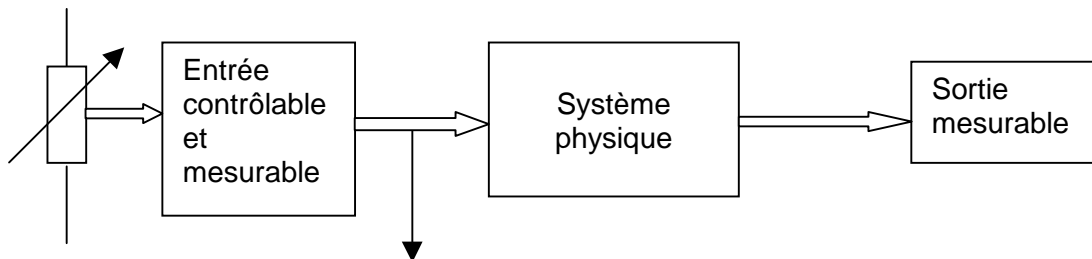


Dans ce cas, l'analyse du système est basée sur l'analyse du signal de sortie combinée à l'expérience, au savoir-faire et à beaucoup de bon sens.

Exemples : surveillance permanente de machines, maintenance conditionnelle, la puissance acoustique, l'intensité acoustique.

Les conclusions sur le comportement et les changements du système sont dans ce cas basés sur l'analyse du signal.

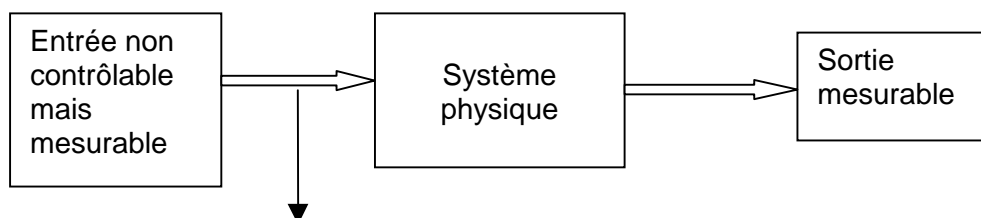
2.1.2.Cas B : Les signaux d'entrée et de sortie sont mesurés, le signal d'entrée peut être contrôlé



Cette situation se rencontre depuis de nombreuses années : Mesures de réponse en fréquence grâce à un sinus balayé en utilisant des techniques de contre réaction (compression) pour maintenir l'entrée constante, mesures de temps de réverbération, mesures d'isolation acoustique, etc.

Pour tous ces exemples, il est essentiel de contrôler le signal d'entrée.

2.1.3.Cas C : Les signaux d'entrée et de sortie peuvent être mesurés, le signal d'entrée ne peut pas être contrôlé.



Cette situation peut être affrontée par un analyseur bivoie. Des enregistrements simultanés de deux signaux permettent une analyse de la corrélation entre les deux signaux et ainsi la réponse en fréquence (en module et en phase) du système peut être déterminée.

Les principales applications sont :

- Réponses de système incluant l'analyse modale
- L'identification des chemins de propagation
- L'identification de sources

Les fonctions utilisées pour atteindre ces buts sont :

Dans le domaine du temps : intercorrélacion (non expliquée dans ce cours) et réponse impulsionnelle

Dans le domaine des fréquences : fonctions de réponse en fréquence, cohérence et puissance cohérente de sortie

Remarques : L'analyse du signal et l'analyse de système ne sont pas équivalents à l'analyse mono et bivoie. L'intensité acoustique (analyse bivoie) est une analyse de signal. La maintenance conditionnelle utilisant un analyseur monovoie et un calculateur se rapproche d'une analyse de système.

3. Analyse du signal avec la FFT

3.1. Bref historique

Nous devons nos connaissances du traitement du signal en majeure partie au Baron Joseph FOURIER (Auxerre 1768 - Paris 1830) qui, en étudiant la propagation de la chaleur, découvrit les séries trigonométriques dites séries de FOURIER. Il améliora ce puissant outil mathématique pour l'appliquer à tout type de signal. Depuis une trentaine d'années seulement, les outils électroniques ont permis de mettre en application ces formules mathématiques, grâce notamment aux américains COOLEY et TUKEY. Ils ont donné naissance à l'algorithme de calcul FFT (Fast Fourier Transform) que l'on retrouve dans la plupart des analyseurs du marché. D'autres algorithmes existent (Winograd, Sande).

3.2. Fonctionnement théorique de la FFT

Théorème de Fourier : Toute fonction continue est décomposable en série de FOURIER. Si de plus cette fonction est périodique de période T, le nombre de termes de la décomposition est fini.

On peut alors écrire la fonction comme une somme de sinus (ou de cosinus)

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin(2 \pi t / T) + A_2 \sin(4 \pi t / T) + \dots + A_n \sin(2n \pi t / T)$$

où A_i est le coefficient de la série de FOURIER à la fréquence $f_i = i/T$.

Dans la pratique cela veut dire que l'on peut décomposer notre fonction comme une somme de sinus (cosinus) de périodes multiples de la période de base de notre fonction. Les coefficients représentent alors (si on se débrouille bien dans notre calcul) le niveau "énergétique de chacune des fréquences élémentaires".

L'application principale de l'analyse FFT est donc la mise en évidence des périodicités du signal et le calcul de "l'énergie" contenue dans le signal pour chacune des fréquences.

Aussi, l'analyse FFT sert à observer des signaux qui ne sont pas périodiques (aléatoires par exemple). Cette extension de capacité du calcul FFT, qui n'est pas naturelle pour ce type de signal, appelle à la plus grande prudence dans l'interprétation des résultats.

La transformée de Fourier est une des méthodes (la plus utilisée aujourd'hui) pour représenter un phénomène temporel dans le domaine fréquentiel. Cette représentation fréquentielle est une image parmi d'autres possibles du phénomène étudié. Il existe d'autres méthodes plus complexes mais plus efficaces. La compréhension de la FFT aide cependant à mieux les comprendre.

Analyse de FOURIER

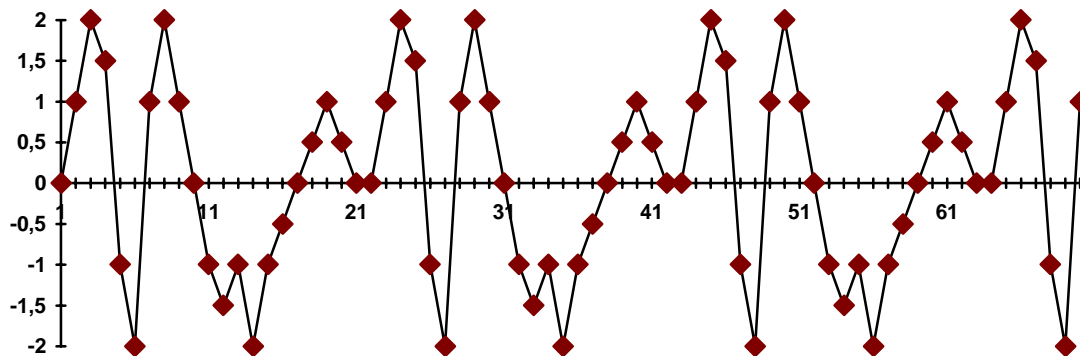
La formule pour les signaux quelconques (voir annexe sur la classification des signaux) est de :

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

"Signal réel multiplié par un nombre complexe et intégré sur une durée infinie"

3.3. Numérisation (Echantillonnage)

Le signal physique complet n'est pas étudié en pratique. En fait, seule la représentation numérique du signal est utilisée pour réaliser les calculs voulus. La numérisation du signal est une transformation discrète du signal physique considéré comme continu dans le sens mathématique du terme.



Exemple de signal numérisé.

Le signal est donc vu comme une suite de points prenant des valeurs d'amplitude différentes. Cette synthèse de l'information ne va pas sans poser quelques problèmes que nous allons évoquer ci-après. En effet, cette numérisation du signal déforme sa nature et peut influencer sa signification.

3.4. La transformée de FOURIER discrète

Après numérisation, la formule de FOURIER devient :

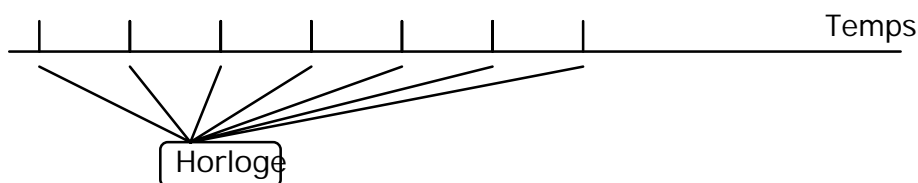
$$G(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} g(n) \cdot e^{-j \frac{2\pi kn}{N}}$$

Cette formule est adaptée aux calculs numériques
k se réfère à f_k et n se réfère à t_n

3.5. Repliement

Cet effet vient du fait que le Convertisseur Analogique Numérique ou CAN est "aveugle" en dehors des moments où il fait sa conversion.

En effet, un CAN fonctionne sur le principe suivant :

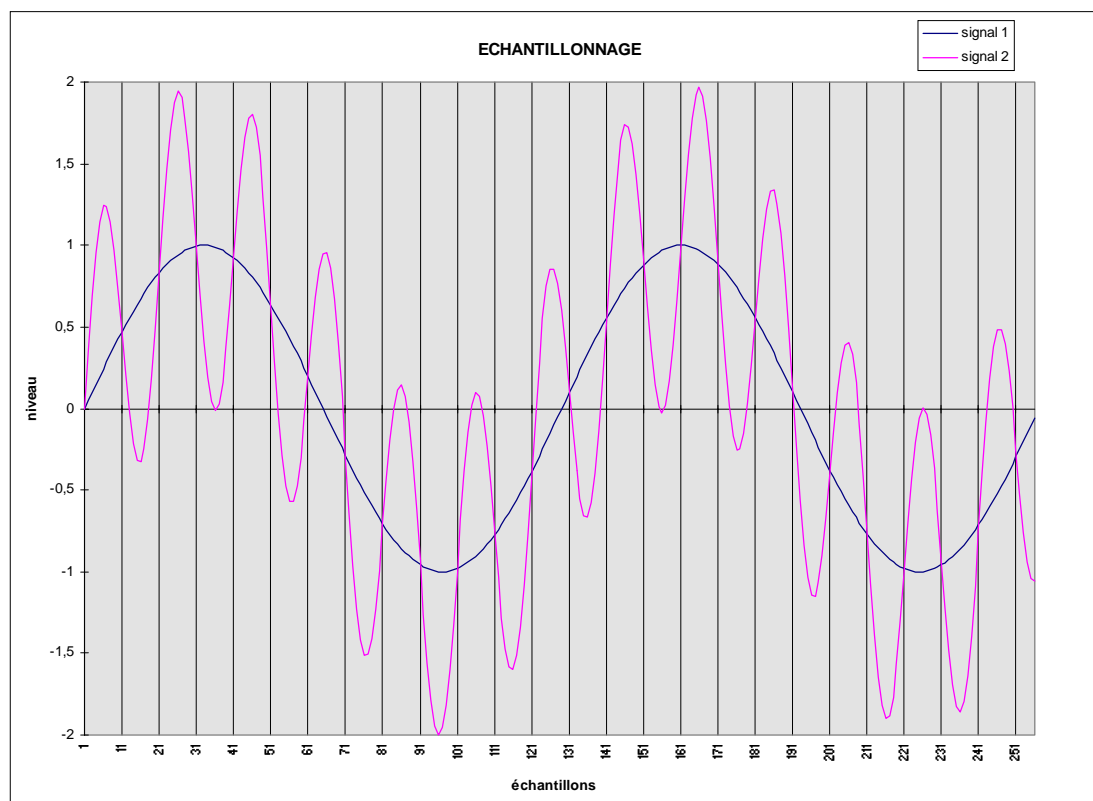


Déclenchement du CAN en fonction du temps

L'horloge est programmée pour fournir au CAN des impulsions à des intervalles de temps fixes et constants de période $T = 1/F_e$ (F_e = fréquence d'échantillonnage notée aussi F_s (sampling frequency)).

A réception du top de l'horloge, le CAN effectue sa conversion quasi instantanément. Il y a donc perte de l'information contenue entre les impulsions.

Du point de vue du convertisseur, les deux signaux ci dessous sont donc rigoureusement identiques.



Exemple de 2 signaux identiques du point de vue du CAN

Seuls les signaux dont le contenu fréquentiel est strictement inférieur à la fréquence d'échantillonnage, peuvent être analysés correctement. De plus, cette constatation ne suffit pas. En fait, l'échantillonnage va créer des fréquences artificielles qui ne sont pas représentatives du phénomène physique. Un effet de repliement est constaté (voir illustration ci-après).

Illustration du repliement lié à l'échantillonnage

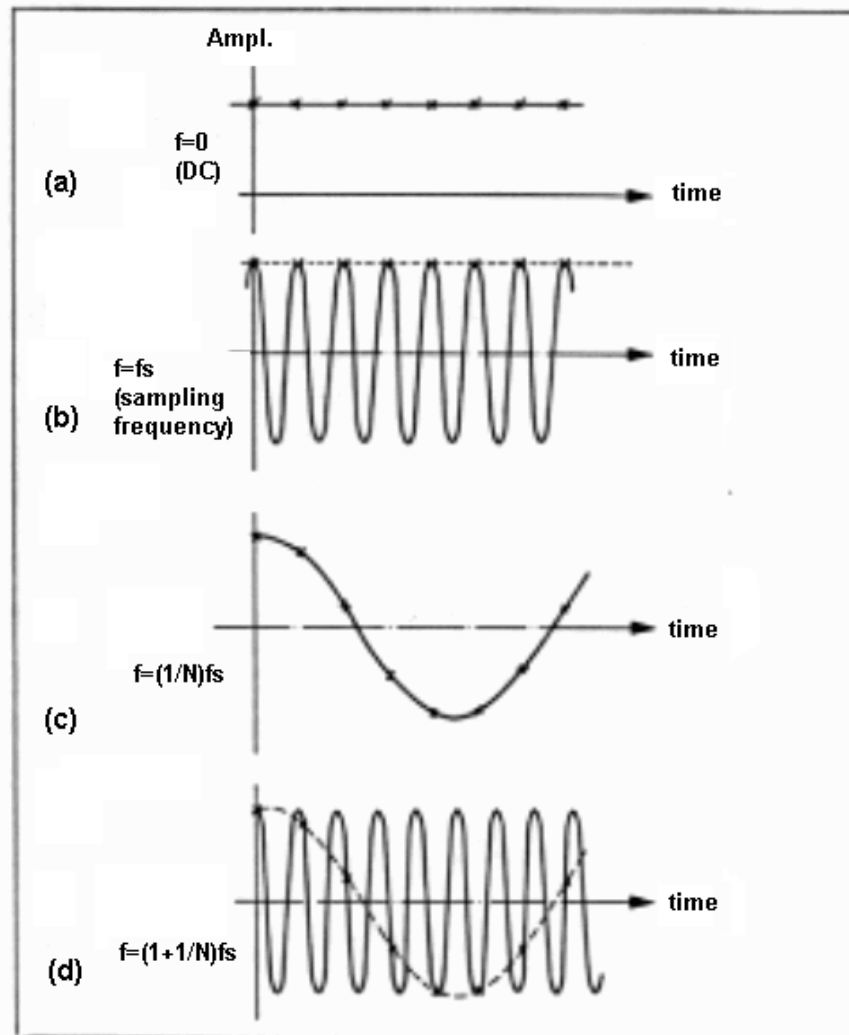


Figure a :

Un signal continu et invariable (ne présentant aucune variation d'amplitude) est échantillonné à la fréquence F_s .

Le signal numérisé caractérise correctement le phénomène analogique.

Figure b :

Un signal alternatif de fréquence F_s est échantillonné à la fréquence F_s .

Le signal numérisé est identique à celui de la figure (a) mais ne représente pas le vrai phénomène analogique.

Figure c :

Un signal alternatif de fréquence F ($\ll F_s$) est échantillonné à la fréquence F_s .

Le signal numérisé caractérise correctement le phénomène analogique.

Figure d :

Un signal alternatif de fréquence légèrement supérieure à la fréquence F_s est échantillonné à la fréquence F_s .

Le signal numérisé est identique à celui de la figure (c) mais ne représente pas le vrai phénomène analogique. Il apparaît une fréquence fictive plus basse. C'est le phénomène de repliement.

Pour éviter l'apparition de ces fréquences de repliement, il faut respecter le principe du théorème de Shannon disant qu'il faut au moins (c'est à dire plus que) 2 échantillons sur une période pour décrire un signal sinusoïdal.

Si une fréquence d'échantillonnage (F_s) est au moins 2 fois plus élevée que la fréquence maximale à mesurer (F_{\max}) et si un filtre anti-repliement est calé sur cette fréquence (F_{\max}), la condition imposée est alors bien vérifiée.

Pour ce faire, les analyseurs sont équipés de filtres anti-repliement (un par voie) qui sont des filtres passe-bas de très forte pente éliminant ainsi la partie haute fréquence des signaux qui perturberait l'interprétation de l'analyse spectrale.

La présence d'un filtre anti-repliement analogique relié à la fréquence d'échantillonnage est donc indispensable à une mesure correcte. Il en faut un pour chaque voie d'acquisition. Dans le cas d'analyse nécessitant plusieurs voies et où la phase est requise, il faut également que ces filtres soient bien très appairés.

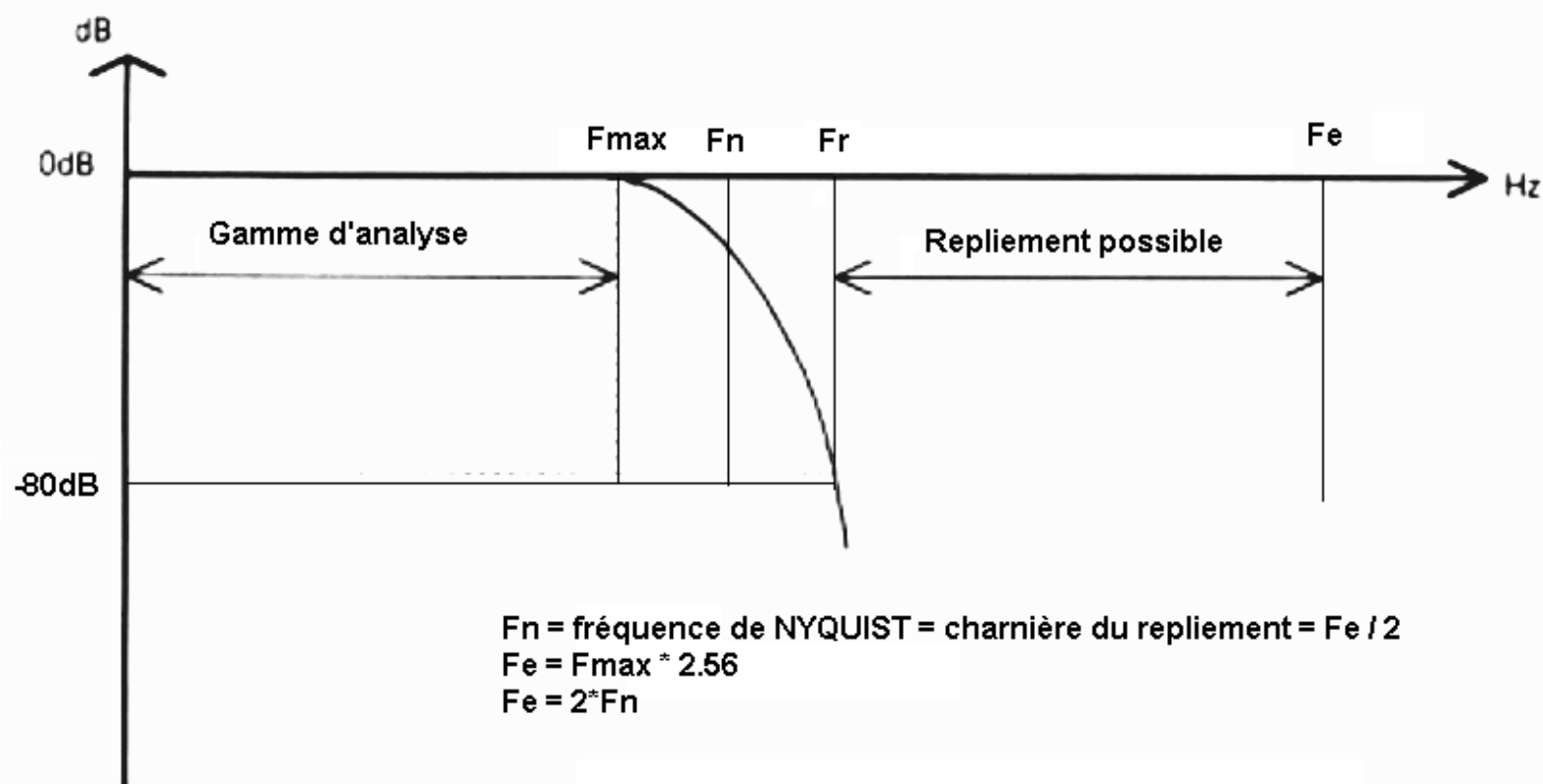
Sa fréquence de coupure doit être au plus égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage.

Souvent, une fréquence maximale d'analyse et une fréquence d'échantillonnage reliées par $F_{\max} = 2.56 * F_s$ sont choisies. En effet, il est impossible de réaliser un filtre anti-repliement avec une pente infiniment raide. Une marge de sécurité est donc prise pour permettre d'éliminer les effets de repliement sur la plus grande dynamique possible (généralement 80 dB utile).

L'illustration ci-après le montre.

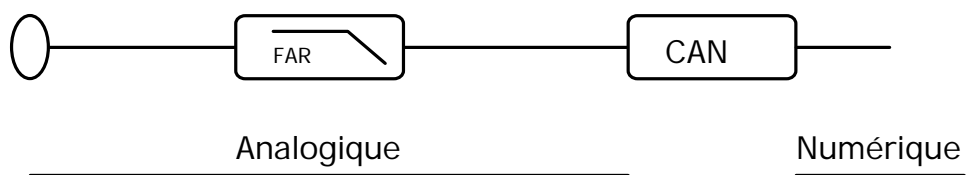
Dans la pratique, ce problème est éludé par les systèmes 01dB et OROS proposés par 01dB-Stell. Vous n'avez à rentrer que la fréquence maximum sur laquelle vous souhaitez analyser le signal ; en fonction de cela, l'instrument règle la fréquence d'échantillonnage et le filtre anti-repliement le mieux adapté pour vous offrir une mesure de qualité.

Filtre anti-repliement



Notre analyseur commence à se former :

Entrée



Etage d'entrée d'un analyseur FFT

3.6. Fenêtrage temporel

Que faire de tous ces échantillons livrés par le CAN ?

Une portion du signal numérisé (bloc) est ensuite dirigé vers le circuit de calcul de la FFT. Le principe de fonctionnement de ces circuits spécialisés est le suivant :

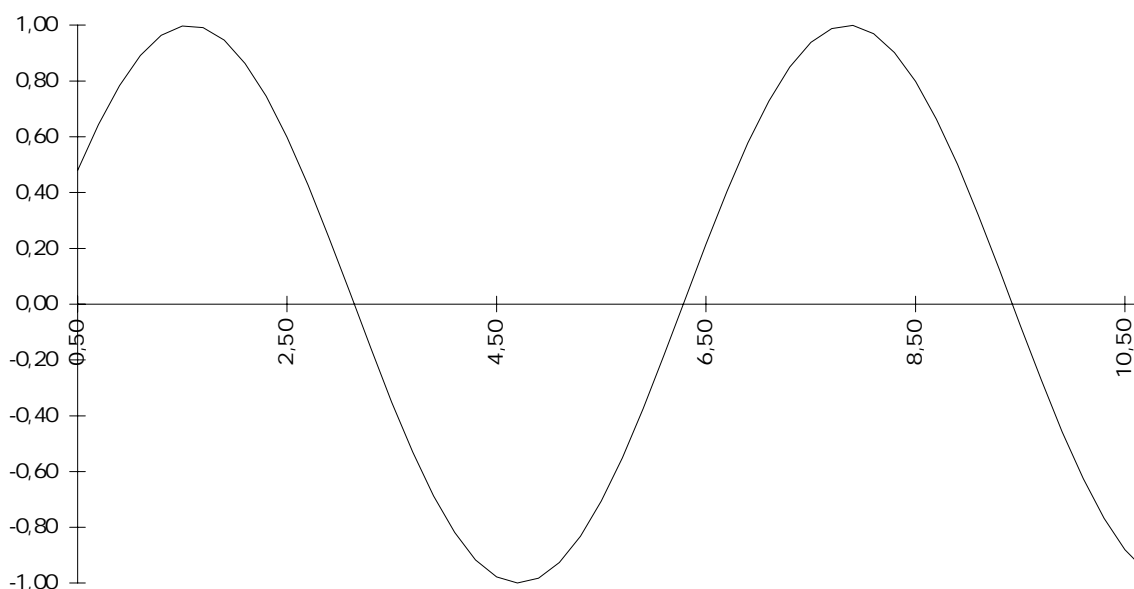
Le traitement commence par le remplissage d'une mémoire de taille donnée (généralement une puissance de 2. Par exemple, un bloc de $N = 1024 = 2^{10}$ échantillons temporels) qui sera la base temporelle d'analyse. Ces N échantillons temporels sont ensuite passés dans un algorithme de calcul FFT. Ce circuit spécialisé (matériel + logiciel) calcule en fait une transformée de FOURIER rapide (Fast Fourier Transform en anglais) qui est un processus optimisé en fonction du matériel utilisé, du nombre d'échantillons temporels dans le bloc, du type et du nombre de mémoires en présence, etc.

Mais à nouveau, un petit problème physique se pose.

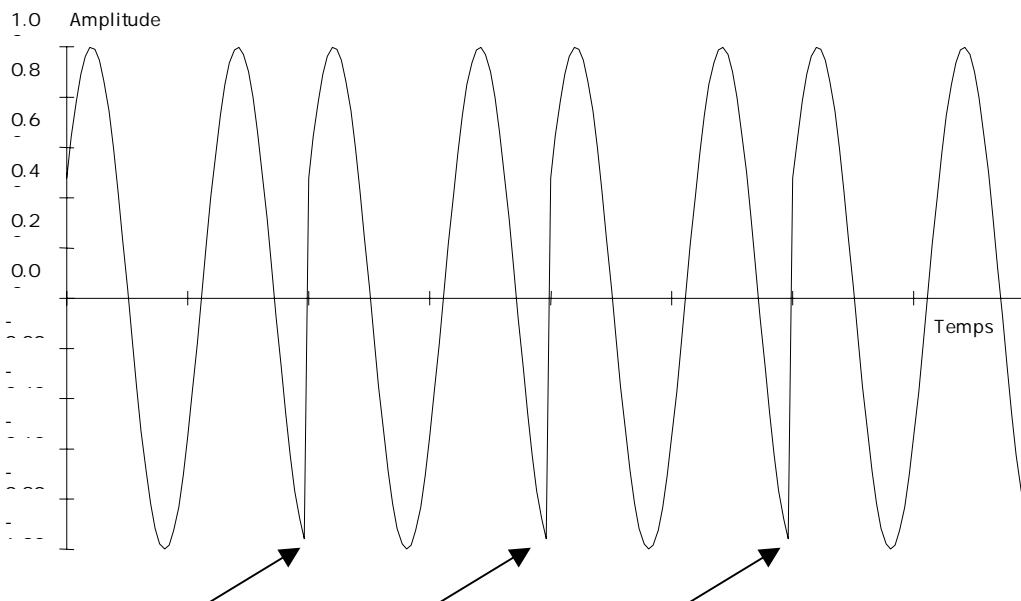
En effet, le signal que l'on cherche à mesurer est un signal physique, réel, non prédictible. Il est à priori non périodique, et même s'il l'était, sa période ne serait pas celle définie par la fréquence d'échantillonnage que nous avons choisi (en fait de période N/F_e = longueur du bloc temporel; avec N = nombre de points dans le bloc de calcul et F_e = fréquence d'échantillonnage).

Monsieur le baron Fourier nous invite dans ces formulations de travailler sur un temps infiniment long, sauf si la fonction est périodique. Aucune mémoire n'est suffisamment importante pour accueillir la totalité du signal ! Le fait de limiter la durée d'observation à un bloc de longueur donnée entraîne comme conséquence de considérer notre signal comme périodique, de période égale à la durée d'observation (la longueur du bloc temporel).

Voyons cela sur un schéma :



On pense analyser cela !



On analyse en fait cela !

Cette périodisation artificielle crée des discontinuités dans le signal temporel. De telles discontinuités dans le domaine physique correspondent à des énergies infinies. Le résultat du calcul étant l'énergie contenue dans chacune des bandes, on comprend aisément que le résultat soit entaché d'erreur !

Heureusement, si l'on peut dire, on ne travaille pas sur un signal continu mais sur un signal numérisé, ce qui fait que la discontinuité ne se traduit pas par un saut à énergie infinie mais par un saut de pente plus ou moins raide, donc une énergie plus ou moins importante qui vient s'ajouter au signal. L'erreur commise est alors proportionnelle à la "hauteur" de la discontinuité qui n'est plus que le fruit du hasard.

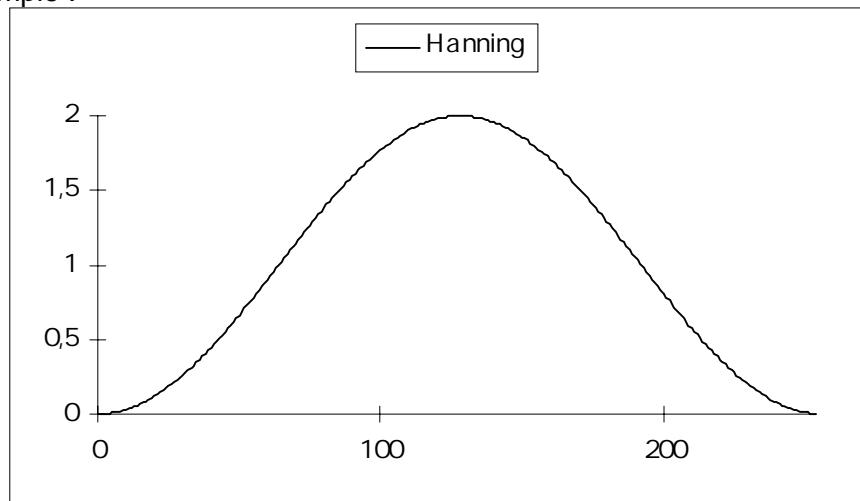
En fait, on vient de regarder notre signal avec une fenêtre rectangulaire, c'est à dire que l'on a ouvert les yeux de l'analyseur à un moment donné dans la vie du signal, que ses yeux sont restés ouverts pendant la durée d'observation et que brutalement, ils se sont refermés à la fin de l'observation. L'analyseur a taillé dans le vif le signal. Il n'a respecté aucune périodicité.

Pour éviter les dégâts d'une telle fenêtre, certes simple à imaginer mais avec des conséquences fâcheuses sur l'estimation de l'énergie portée par le signal, on impose à l'analyseur de regarder le signal de façon différente, "en douceur". D'autres fenêtres temporelles sont alors utilisées.

A quoi vont-elles servir ? A rendre le signal périodique sur la durée d'analyse.

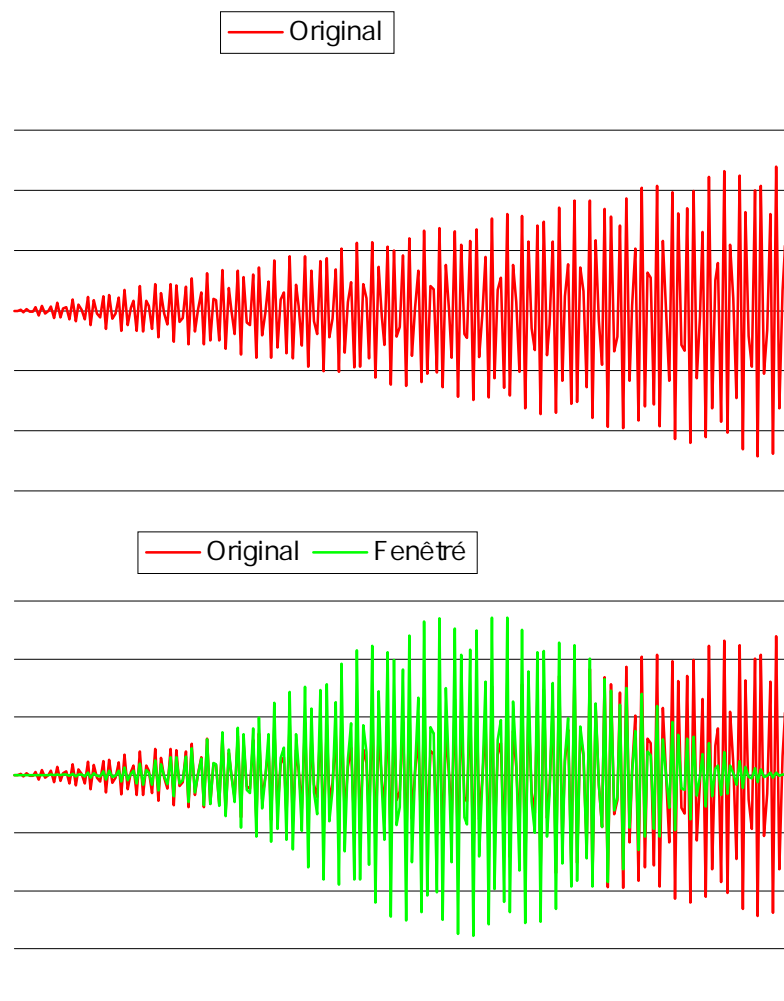
Pour ce faire on va multiplier le signal temporel dans la mémoire par une fonction temporelle périodique, de période égale à la durée d'examen du signal, qui commence par 0 et fini par 0.

En voici un exemple :



La fenêtre de Hanning

Partant de 0 et arrivant à 0 elle rend bien notre signal périodique sur la durée d'examen sans discontinuités brutales, bien qu'elle le déforme comme le montre le graphe ci dessous.



Effet de la fenêtre de Hanning sur un signal

La définition d'une fonction utilisable en tant que fenêtre de pondération répond à la recherche du compromis suivant :

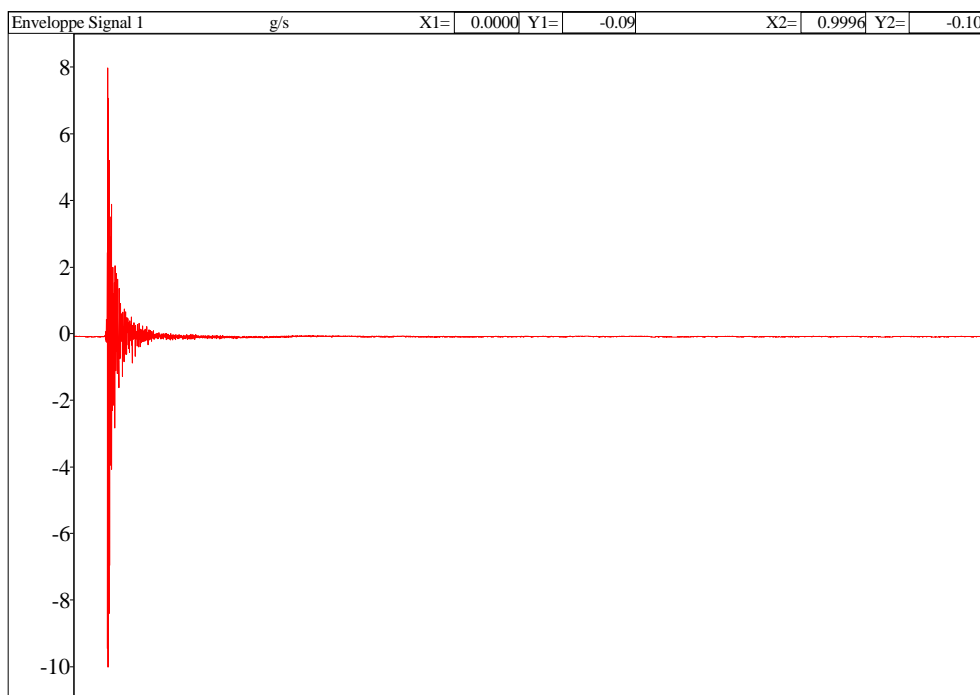
- Elle doit suffisamment déformer le signal temporel pour le rendre périodique.
- Elle doit respecter suffisamment le signal pour que les résultats trouvés restent réalistes.

De nombreux "mathématiciens" se sont penchés sur le problème et ont défini un certain nombre de fenêtres temporelles répondant à ce compromis en optimisant l'erreur maximale commise sur le niveau mesuré et la résolution fréquentielle. Les fenêtres seront donc à choisir en fonction du type de signal analysé et du compromis désiré.

3.6.1. Fenêtre rectangulaire

C'est la plus simple, Elle correspond en fait à aucune pondération.

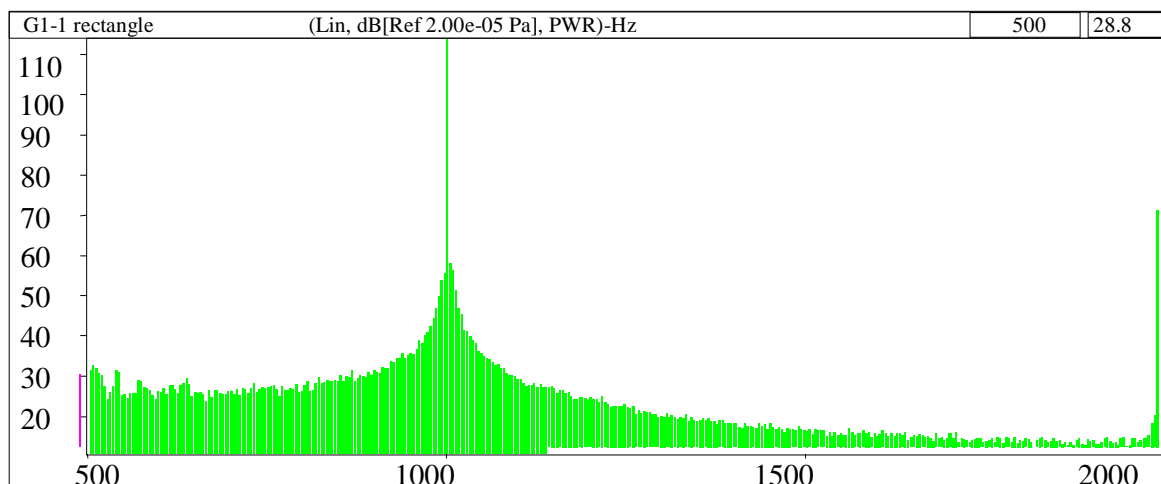
Elle n'est à utiliser que dans les cas où la totalité du signal peut être incluse dans la mémoire de calcul, c'est à dire des signaux très courts, qui partent de 0 et arrivent à 0, comme par exemple les signaux impulsionnels.



Exemple de signal impulsionnel

Le signal n'est pas déformé.

Dans le cas d'un signal périodique de longueur supérieure à la fenêtre, la valeur de fréquence est respectée, mais l'amplitude peut varier de manière importante suivant la valeur de la fréquence vraie du phénomène par rapport à la résolution fréquentielle de l'analyse (voir l'effet palissade).



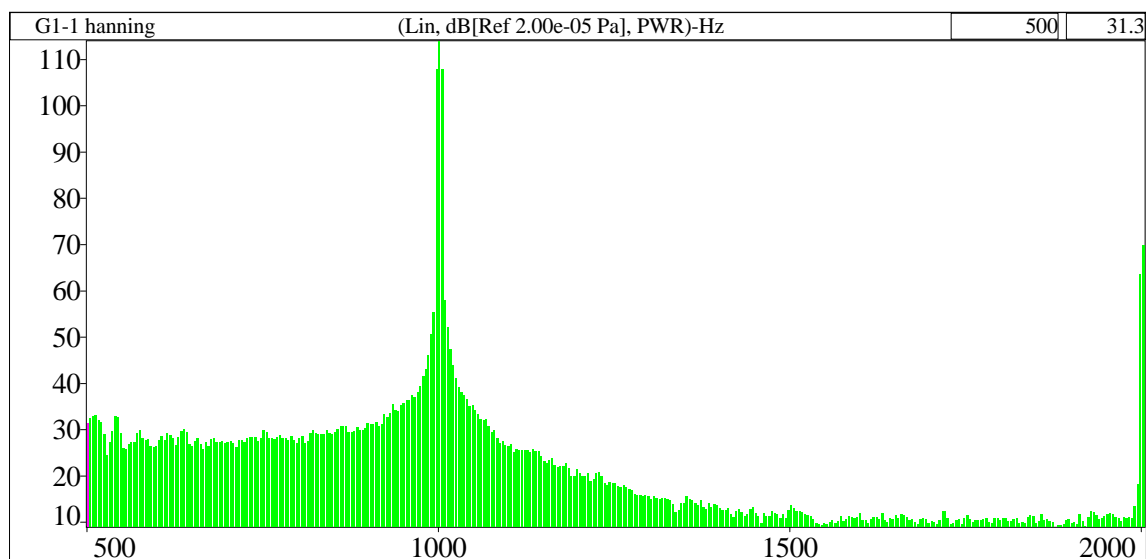
Spectre obtenu avec Rectangulaire

3.6.2.Fenêtre de Hanning

C'est de loin la fenêtre la plus utilisée.

Elle est à utiliser pour l'analyse des signaux pseudo-stationnaire (par exemple le bruit d'une machine).

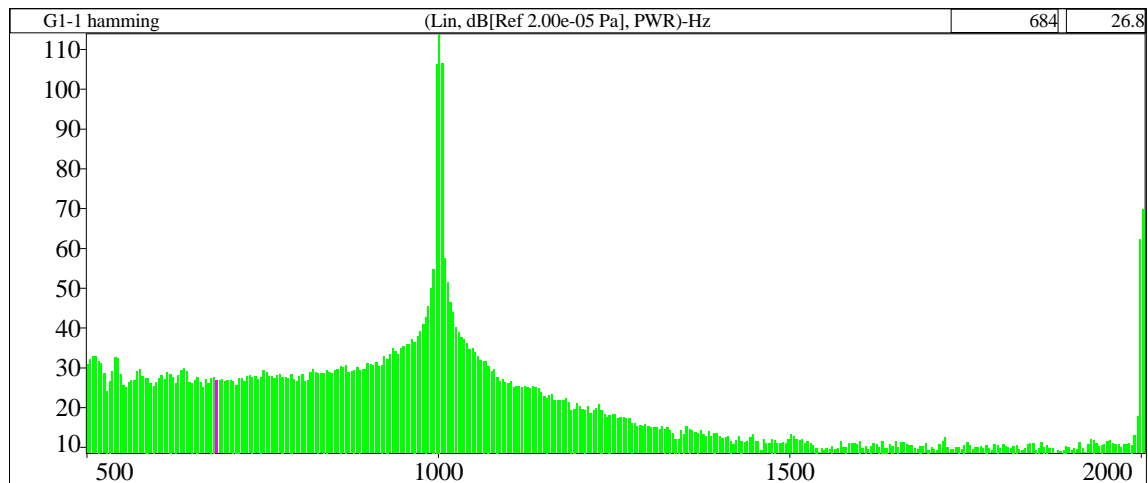
C'est celle qui optimise le mieux le compromis résolution fréquentielle / résolution en amplitude (qui sont antinomiques voir paragraphe 2.9).



Spectre obtenu avec Hanning

3.6.3. Fenêtre de Hamming

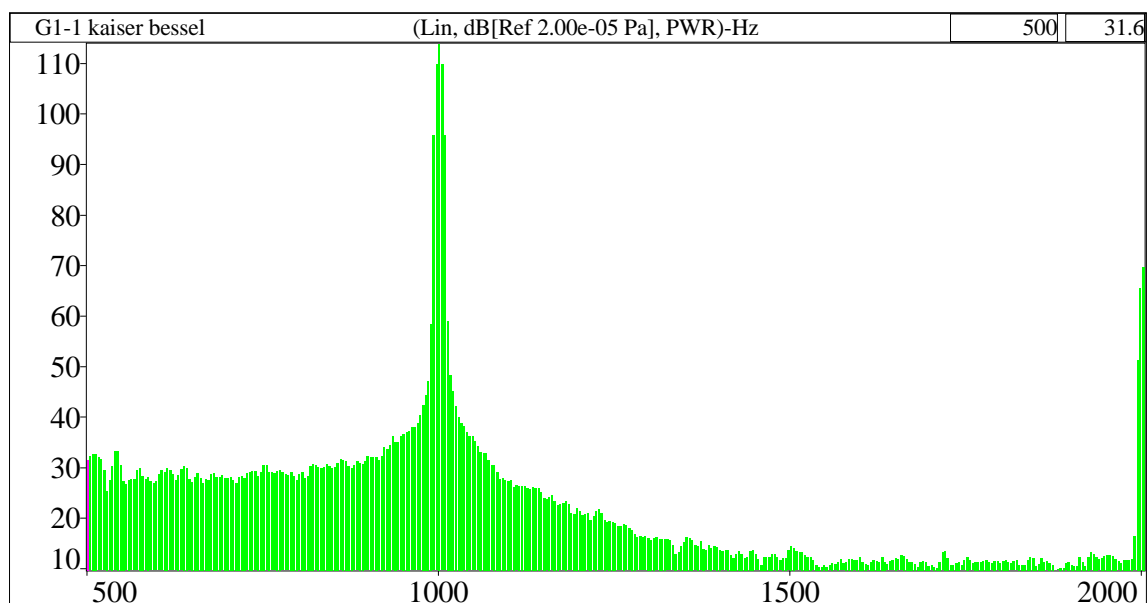
La fenêtre de Hamming est dérivée de la fenêtre de Hanning (même utilisation) mais l'accent a été mis sur la résolution fréquentielle (donc au détriment de la résolution en amplitude). Elle est à conseiller lors de la recherche de la fréquence "exacte".



Spectre obtenu avec Hamming

3.6.4. Fenêtre de Kaiser-Bessel

La fenêtre de Kaiser-Bessel est l'optimisation inverse de Hamming dans le sens où est la résolution en amplitude est optimisée (au détriment de la résolution fréquentielle). Elle est à conseiller lors de la recherche du niveau "exacte".

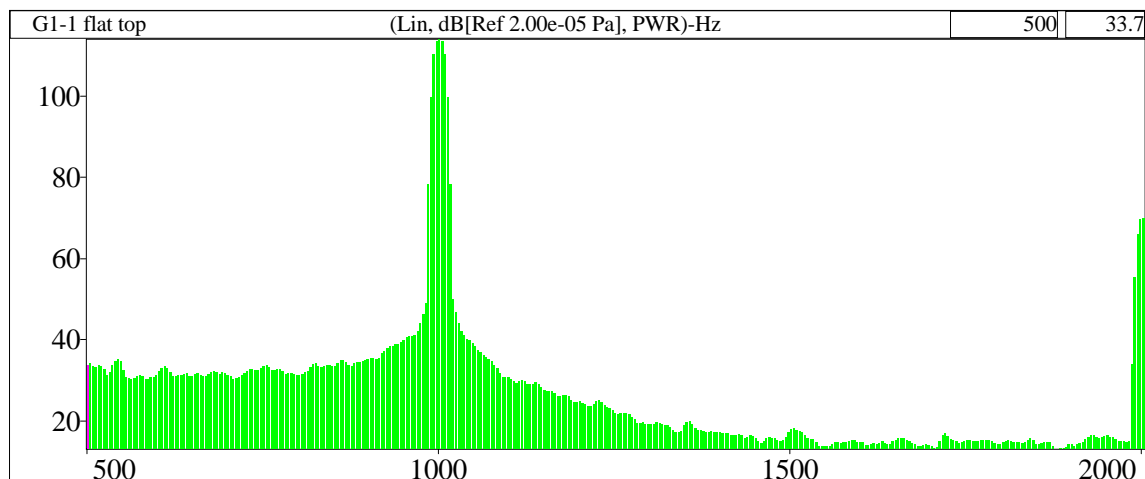


Spectre obtenu avec Kaiser-Bessel

3.6.5. Fenêtre Flat Top

C'est la seule fenêtre qui donne l'amplitude exacte d'une raie de mesure. Par contre, sa résolution fréquentielle est très mauvaise, ce qui interdit toute utilisation lorsque le spectre est composé de plusieurs fréquences caractéristiques proches les unes des autres.

C'est une fenêtre à réserver pour l'étalonnage.



Spectre obtenu avec Flat Top

3.6.6. Résumé

En résumé, le tableau suivant montre les caractéristiques essentielles de chaque fenêtre temporelle couramment utilisée.

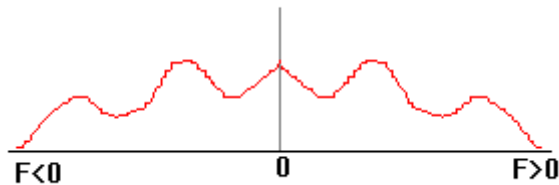
Fenêtre	Bruit*	Erreur max. (dB)	Utilisation
Rectangulaire	1	3.9	Tout le signal entre dans un bloc temporel
Hanning	1.50	1.4	Signal pseudo-stationnaire
Hamming	1.36	1.8	Meilleure résolution en fréquence
Kaiser-Bessel	1.8	1.0	Meilleure résolution en amplitude
Flat Top	3.77	0.01	Etalonnage

* Largeur de bande passante de bruit (image de la sélectivité fréquentielle) en relation avec le pas d'analyse : Plage fréquentielle/nombre de lignes.

L'erreur max est fonction de la position de la fréquence vraie du phénomène physique par rapport aux fréquences de calcul régulièrement espacées de la résolution fréquentielle de l'analyse (N/Fe) (voir effet de palissade).

3.7. Résultat du calcul de la FFT

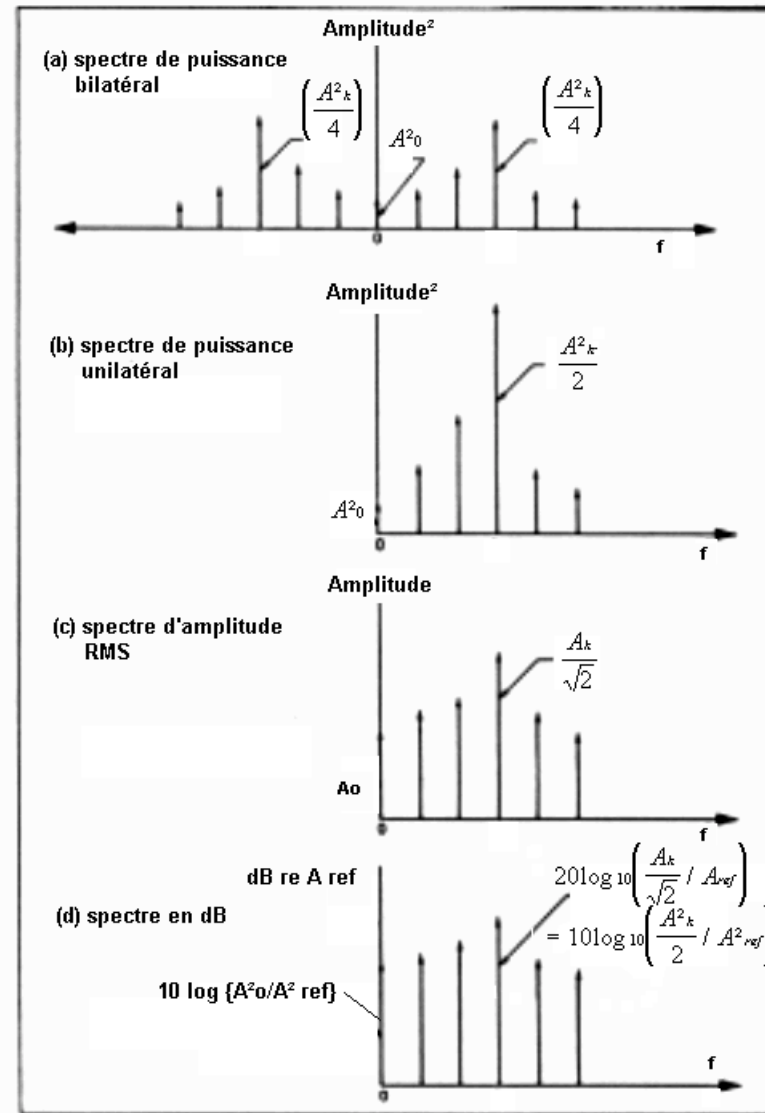
Après toutes les mésaventures arrivées à notre signal, le résultat de calcul est un spectre symétrique (voir ci dessous).



Symétrie de la FFT

Donc 1024 points temporels donne 1024 lignes FFT réparties de part et d'autre de la composante continue. Ne sont retenues que 513 lignes FFT car notre signal temporel d'origine est un signal réel. Le résultat est "rabattu" pour obtenir la valeur énergétique de chaque raies (voir ci après).

Spectre unilatérale



Mais notre signal était passé dans un filtre passe bas très raide (le filtre anti-repliement). Un filtre raide introduit de l'oscillation c'est à dire qu'il provoque des erreurs sur les bandes haute-fréquence (voir ci dessous).



Oscillation d'un filtre Anti Repliement

Les filtres anti-repliement sur les systèmes d'acquisition 01dB-Stell ne possèdent pas cette oscillation. La pente suivant les systèmes peut aller jusqu'à 200 dB/octave.

De plus on souhaite ne pas prendre de repliement, il faut donc retirer les raies hautes. Sur les 512 lignes FFT on en retient que 401 ($1024 / 2,56$).

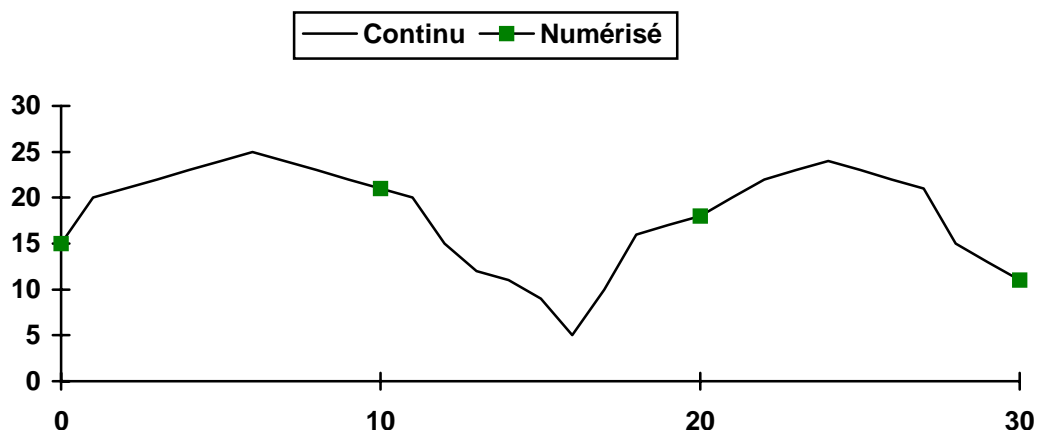
Ces relations sont vraies pour tous les analyseurs. Voici par exemple ce que peut faire un analyseur 01dB-Stell pour son mode temps différé.

Nb de points temporels	Résultat FFT	Lignes retenues
256	128	101
512	226	201
1024	512	401
2048	1024	801
4096	2048	1601
8192	4096	3201

Voir annexe sur des exemples de résolution fréquentielle obtenue.

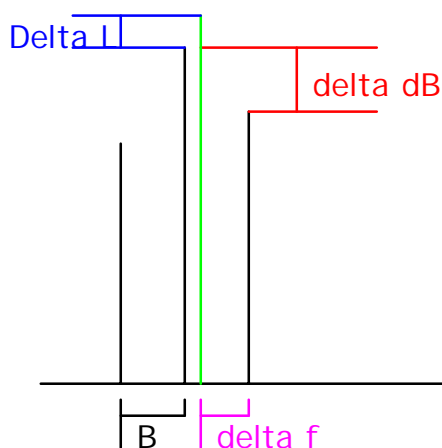
3.8. Effet de palissade

Cet effet est dû au fait que l'on travaille sur un signal numérisé, c'est à dire discrétisé. Les valeurs trouvées sont celles des points calculés. Si un phénomène physique a une manifestation à une fréquence réelle comprise entre deux raies de calcul, sa traduction se fera par une répartition de l'énergie sur les bandes adjacentes.

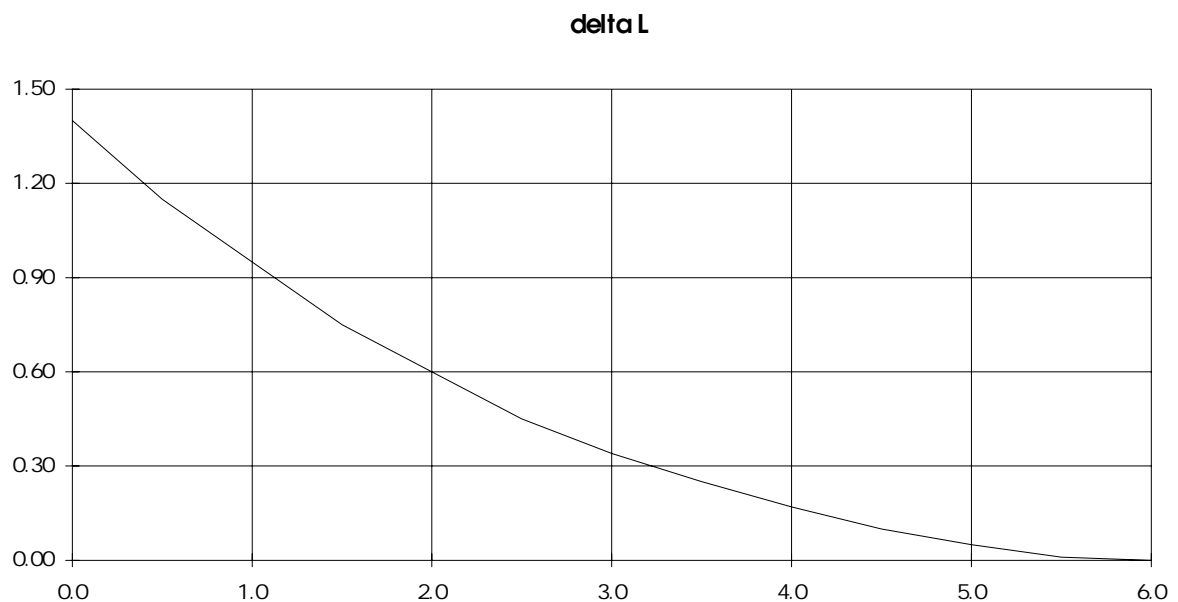
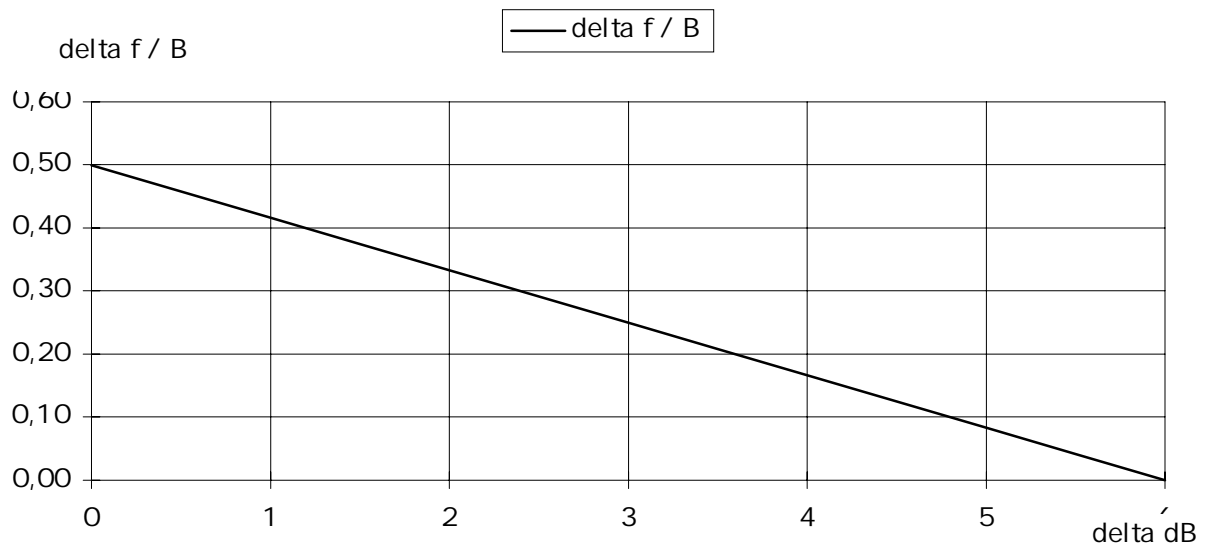


Effet de palissade sur un spectre.

Néanmoins pour un signal périodique, il est possible de retrouver la fréquence vraie et le niveau vrai si l'on connaît le type de fenêtre et la résolution fréquentielle utilisée. Voici par exemple comment faire dans le cas de la fenêtre de Hanning.



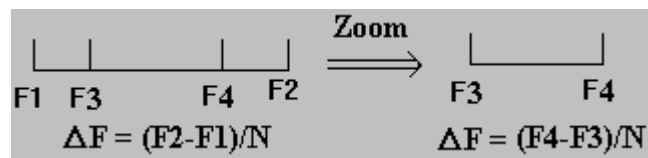
Cette compensation peut être validée dans l'analyseur OROS. Elle permet très précisément le niveau et la fréquence d'une composante sans avoir à faire un zoom ou une nouvelle analyse avec une fenêtre Flat-top.



Pour éviter d'avoir à "compenser" l'effet de palissade, il est possible par exemple de faire un zoom qui va augmenter la résolution fréquentielle au niveau du pic de mesure et diminuer l'effet palissade. Mais on perd du temps ! [T acquisition #1/Delta f (voir § 3.10)].

3.9. Zoom FFT

Cette technique particulière va permettre de concentrer l'analyse fréquentielle sur une zone de fréquence où des précisions sur le contenu énergétique sont recherchées. Le traitement du signal sera un plus complexe que d'habitude de manière à présenter à l'algorithme FFT des échantillons représentatifs de la zone de fréquence d'intérêt. Sans rentrer dans les détails de ce traitement, le zoom FFT nécessitera d'observer plus longtemps le signal pour obtenir une meilleure précision fréquentielle.



Le zoom FFT implanté dans les logiciels 01dB-Stell utilise la technique de la translation de fréquence.

Le principe de base de cette technique est très simple : il consiste à traduire la gamme de fréquence considérée afin de la centrer autour de 0, d'appliquer un filtre passe-bas et de rééchantillonner le signal afin d'augmenter la résolution.

Définition:

f_c : Fréquence centrale de la gamme devant être zoomée

Z_f : Facteur de Zoom. Il représente le facteur de zoom à appliquer pour obtenir la gamme de fréquence désirée. Il est calculé comme suit :

$$Z_f = \frac{\text{Largeur de bande}}{F_{\max} - F_{\min}}$$

Les valeurs F_{\min} et F_{\max} définies par l'utilisateur sont réajustées afin que le facteur de zoom suive une progression géométrique de raison 2. La largeur de bande correspond au spectre de départ (0 Hz - $F_{\text{ech}}/2.56$)

Z_b : Bande passante Zoomée. Il représente la bande passante zoomée et se calcule comme suit :
 $Z_b = F_{\max} - F_{\min}$

Translation de fréquence : La translation est effectuée en multipliant le signal d'entrée (numérisé) par une fonction exponentielle complexe (vecteur tournant normé à f_c) comme suit :

$$e^{-i2\pi f_c t}$$

Cette opération mathématique translate la gamme de fréquence considérée originellement centrée autour de f_c autour de 0.

Filtrage passe-bas et sur-échantillonnage: La bande passante est réduite à $Z_b / 2$ en appliquant un filtre passe-bas. Lorsque le filtrage est effectué, un sur-échantillonnage de facteur Z_f est appliqué. Ce sur-échantillonnage est nécessaire afin d'obtenir au moins $2 * Z_f$ échantillons par périodes de la fréquence maximum considérée (F_{\max}). Le sur-échantillonnage conduit à une réduction de la cadence des spectres d'un facteur Z_f .

Calcul FFT : Une fois que toutes ces opérations sont effectuées, une analyse FFT classique est appliquée produisant un spectre bandes fines centré autour de F_c

Le Zoom FFT par translation de fréquence présente de multiples avantages tels que : facteur de zoom élevé, analyse temps réel, pas de stockage du signal. Cependant, il doit être appliqué à des signaux ayant une bonne stabilité car il doit rester inchangé pendant la période de temps où le spectre zoomé est produit.

3.10. Durée d'examen / résolution fréquentielle

L'un des points faibles de l'analyse FFT réside dans son propre mode de fonctionnement. En effet, avant de pouvoir analyser un signal, il faut remplir la zone mémoire avec les échantillons temporels.

La durée de remplissage de la mémoire va être la durée minimale pendant laquelle il faut observer le signal pour pouvoir l'analyser (c'est à dire sa sélectivité temporelle).

Si on échantillonne à la fréquence F_e et que l'on doit prendre N_e échantillons, il nous faudra attendre un temps $T = N_e/F_e$ secondes (1024 points à 51.2 kHz = 20 ms).

La résolution fréquentielle obtenue est $B = F_e/N_e$ Hz (1024 points à 51.2 kHz = 50 Hz).

Le produit $BT = F_e/N_e * N_e/F_e = 1$.

Si l'on veut mesurer un signal avec une résolution de 1 Hz, il nous faudra l'examiner pendant au moins 1 seconde, avec une résolution de 2 Hz pendant 0.5 s, 0.5 Hz pendant 2 s, et ce quel que soit l'instrument de mesure utilisé.

Les limites de résolution temporelle et de résolution fréquentielle sont données par le produit $BT = 1$.

On ne peut observer un signal fluctuant rapidement avec une bonne résolution fréquentielle.

Il faudra toujours composer entre la résolution fréquentielle (nombre de lignes d'analyse à $F_e =$ constante) et la résolution temporelle (longueur du bloc $1/F_e$).

50	0.0025	400
100	0.0050	200
200	0.01	100
400	0.02	50
800	0.04	25
3200	0.16	6.25

Exemple de sélectivité pour $F_e = 51.2$ kHz et $F_{max} = 20$ kHz

Pour l'analyse de phénomènes fortement fluctuant ou de durée très courte, il faudra utiliser d'autres techniques d'analyse (Transformée de Fourier Court Terme, Ondelettes, Wigner ville, etc...) qui peuvent faire l'objet d'un autre cours.

3.11. Moyennage

Ce qui sort du calcul de la FFT est un "spectre instantané". Ce spectre instantané ne représente qu'une partie de la vie énergétique du signal en fonction de la fréquence.

En pratique, un moyennage sur les spectres instantanés est effectué pour obtenir un "auto spectre" noté G_{1-1} . En fait, on regarde le signal plus longtemps (comme le disait FOURIER) et l'estimation de l'énergie s'en trouve améliorée. Bien entendu, cette estimation va dépendre de la nature même du signal (voir en annexe classification des signaux).

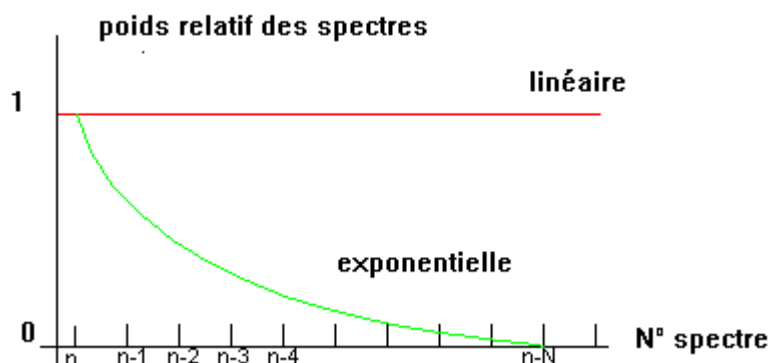
3.11.1. Moyennage linéaire :

Chaque spectre instantané est compté avec un poids identique dans la moyenne. Le résultat est le niveau énergétique total contenu dans chaque bande d'analyse (raie FFT) pendant la durée de mesure (équivalent à la mesure d'un Leq).

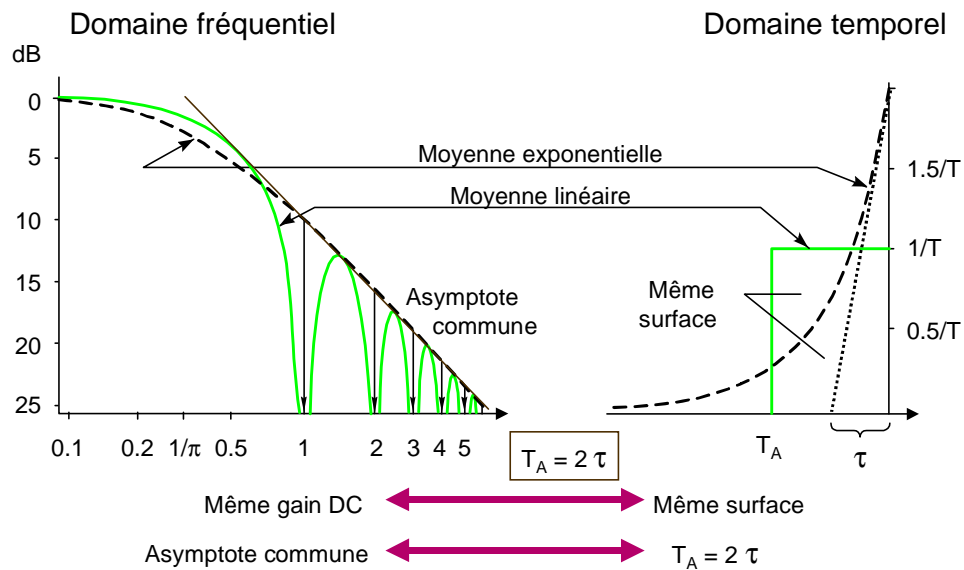
3.11.2. Moyennage exponentiel :

Le dernier spectre instantané entré a un poids équivalent aux n premiers spectres instantanés mesurés. Il s'agit en fait d'une moyenne glissante dont le lissage est assuré par le nombre de moyennes choisies (équivalent à la mesure d'un niveau de pression en mode lent ou rapide).

Les schémas ci dessous résument ces deux types de moyenne

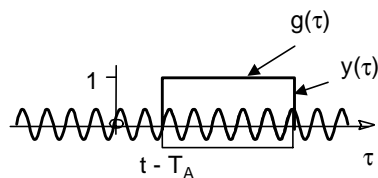


Moyenne linéaire et exponentielle



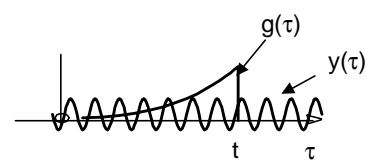
Moyenne linéaire et exponentielle

Linéaire

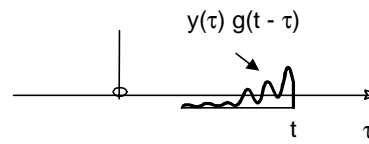
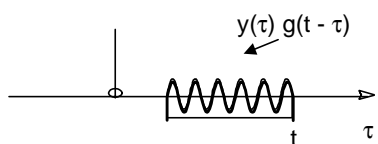


Valeur moyenne

Exponentielle



Valeur moyenne pondérée



3.11.3. Max. par bandes

Il s'agit de retenir pour chacune des bandes de calcul le niveau maximum obtenu pour chaque spectre du moyennage.

3.11.4. Max. Lin

Il s'agit de retenir parmi les N spectres du moyennage celui qui donne le niveau global Linéaire le plus important.

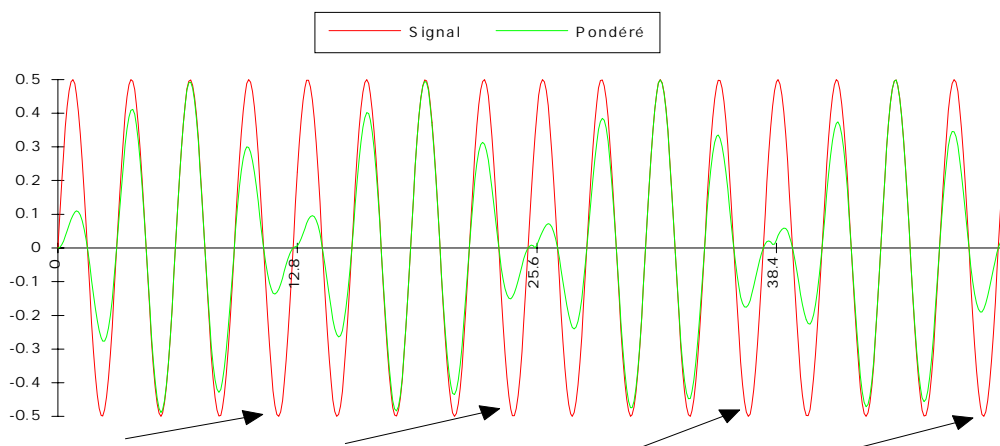
3.11.5. Max. A

Il s'agit de retenir parmi les N spectres du moyennage celui qui donne le niveau global pondéré A le plus important.

3.12. Recouvrement

Nous avons vu que la fenêtre temporelle modifie notre signal temporel notamment au début et à la fin du signal.

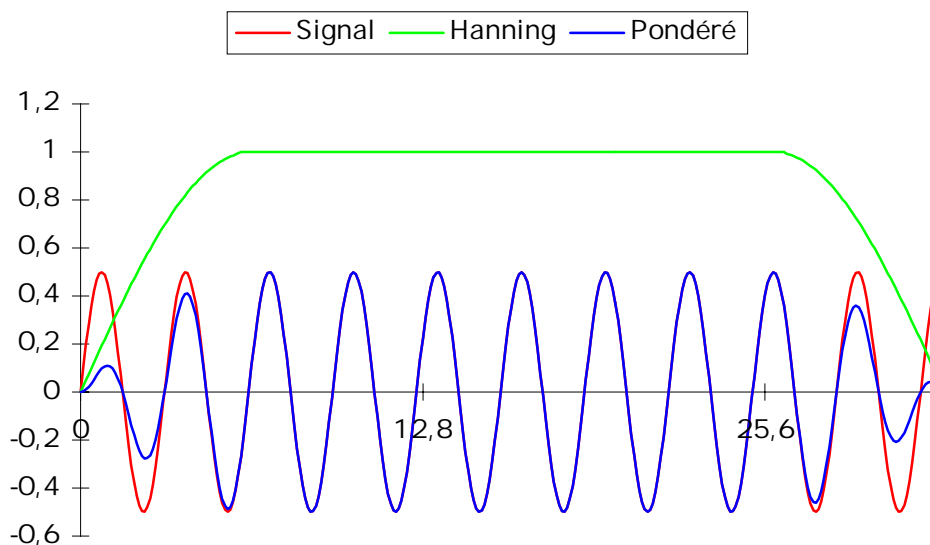
Si l'analyse est faite en prenant des blocs immédiatement voisins les uns des autres voici ce qui se passe :



Hanning recouvrement de 0%

Tous les échantillons temporels ne sont pas pris avec le même coefficient de pondération. Il y a donc des zones qui sont comptées moins que d'autres (zones de début et de fin de fenêtre temporelle qui par construction débutent et finissent par 0). Si un phénomène de fort niveau arrive lors d'une de ces zones, il n'est pas pris en compte correctement.

Pour éviter cela, on recouvre les zones d'examen les unes par rapport aux autres de façon à ce que chaque échantillon soit compté avec au total un poids équivalent.



Hanning recouvrement de 66%

Seul un recouvrement adapté à la fenêtre utilisée peut vous garantir une bonne mesure.

A titre indicatif voici, pour les fenêtres les plus courantes, les recouvrements à utiliser qui en théorie donnent un résultat correct et ceux choisis par la plus grande majorité des utilisateurs.

Hanning	66	50/75
Flat Top	50	50/75
Rectangulaire	0	0

3.13. PWR, RMS, PSD, ASD, ESD.

Afin de bien comprendre ces notions, nous ferons une analogie avec le domaine électrique. Lorsque vous voulez indiquer ce qui est disponible sur une prise électrique vous dites "c'est du 220 volts" et vous parlez de la valeur efficace électrique disponible. Si vous voulez donner un peu plus d'information sur la puissance disponible, vous dites "c'est du 220 V 16 A (soit 3520 watts)" et vous parlez alors en puissance.

Dans le domaine de la mesure du bruit et des vibrations, on peut aussi s'intéresser à la valeur efficace (RMS) ou à la puissance (PWR) d'un signal.

3.13.1. RMS

Root Mean Square (Racine carrée de la moyenne des carrés ou valeur efficace).

$$\text{Valeur efficace (RMS)} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

La valeur efficace est l'image de l'énergie contenue dans un signal. Elle est exprimée en unité physique (m/s², m/s, m ou g pour les vibrations par exemple). Elle est très bien adaptée pour les composantes déterministes du spectre (raies pures).

3.13.2. PWR

Power (Puissance).

$$\text{Power} = (\text{Valeur efficace})^2$$

Le niveau de puissance est l'image de la puissance contenue dans le signal. Elle est exprimé en unité physique au carré (V² ou g² par exemple). Elle est très bien adaptée pour les composantes déterministes du spectre (raies pures).

Il est donc normal de ne pas lire les mêmes niveaux exprimés en unité physique RMS et PWR. En revanche, ils sont identiques quand ils sont exprimés en dB,

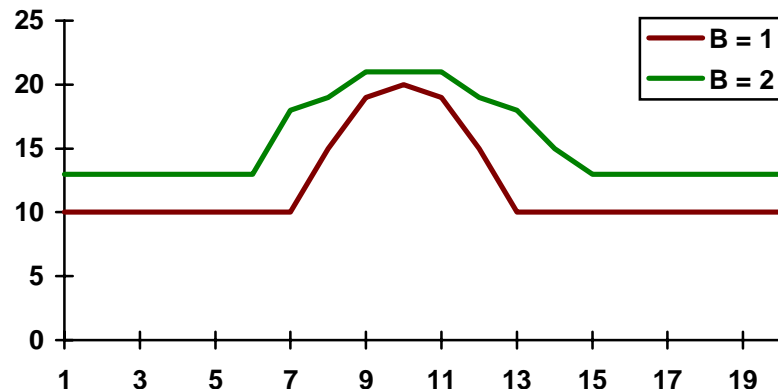
$$\text{car } 20 \log_{10} (P/P_0) = 10 \log_{10} (P^2/P_0^2).$$

3.13.3. PSD

Power Spectral Density (Densité Spectrale de Puissance)

Lorsque l'on veut comparer deux mesures faites dans des conditions différentes, on est très vite confronté à l'influence de la largeur de bande d'analyse (B) sur l'amplitude d'une raie de mesure.

En effet, la totalité de l'énergie réelle du signal est répartie sur plusieurs bandes (effet de fenêtre et de palissade). Si ces bandes n'ont pas la même largeur, la répartition sera différente (voir ci dessous).



Effet de la largeur de bande

Pour éviter ce genre d'influence, il suffit de ramener le niveau mesuré à celui que l'on trouverait avec une largeur de bande de 1 Hz (il suffit de diviser par B).

$$\text{PSD} = \text{Power} / B$$

C'est l'image de la puissance en densité spectrale. L'unité est exprimée en U^2 / Hz (exemple g^2/Hz).

Cette unité est adaptée aux signaux aléatoires stationnaires.

3.13.4. ASD

Amplitude Spectral Density (Densité Spectrale d'Amplitude).

$$\text{ASD} = \text{PSD}^{1/2}$$

C'est l'image de la valeur efficace en densité spectrale pour un signal non impulsionnel. Elle est exprimée en $(U^2/\text{Hz})^{1/2}$.

3.13.5. ESD

Energy Spectral Density (Densité spectrale d'énergie)

$$\text{ESD} = \text{PSD} * \text{Temps d'observation}$$

C'est l'image de l'énergie contenue dans un signal transitoire qui par définition commence et finit par 0. Elle est exprimée en $(U^2s/Hz)^{1/2}$. En effet, ce type de signal contient une quantité finie d'énergie. Il ne peut être caractérisé en terme de puissance qui sera dépendante de la longueur d'enregistrement.

3.14. Notion de temps réel

On parle d'analyse en temps réel lorsque la totalité du signal examiné est analysé par l'instrument. Tant que l'on reste temps réel, aucun événement ne peut nous échapper et l'on peut décrire de façon correcte le phénomène examiné.

Dés que l'on dépasse cette fréquence, des parties du signal temporel peuvent échapper à l'analyse et le résultat de calcul peut être fortement faussé.

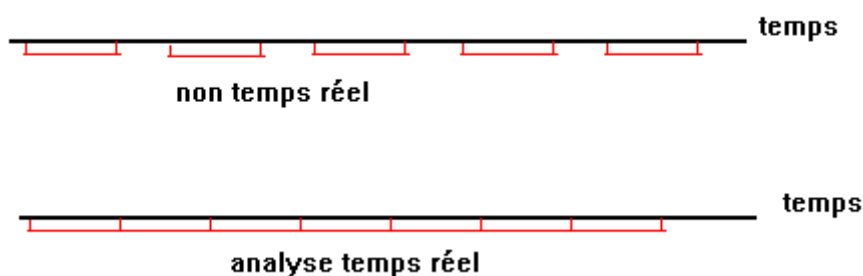


Illustration de la notion de temps réel

Pour être temps réel, l'analyseur doit calculer plus vite qu'il n'acquiert le signal temporel (jonglage entre les 2 buffers d'entrée).

La durée de remplissage dépend de la fréquence d'échantillonnage, du nombre de raies d'analyse (donc du nombre de points du signal temporel) et du recouvrement. Plus on monte en fréquence, plus ce temps est court car la fréquence d'échantillonnage augmente.

La durée de calcul dépend du nombre de voies de mesure, du type de calcul à effectuer et du nombre de raies de calcul, de la fenêtre de pondération. Ce temps est fixe pour ces paramètres fixes.

Il y a donc un moment où le temps d'acquisition devient égal au temps de calcul : c'est la fréquence temps réel.

Un certain nombre de paramètres extérieurs peuvent venir perturber ce temps de calcul comme par exemple l'affichage du résultat (sur les systèmes mono-tâche ou monoprocesseurs).

Il est donc important de savoir quelles sont les performances temps réel d'un système et dans quelles conditions elles ont été obtenues.

Attention à ne pas confondre cette notion avec la fréquence maximale à laquelle peut travailler l'analyseur. Rien n'interdit d'examiner un signal jusqu'à 20 kHz avec une fréquence temps réel de 5 kHz. Seul 1/4 du signal réel sera examiné, mais on peut le faire !

On peut améliorer cette situation en procédant à une analyse en temps différé.

Attention aussi à ne pas confondre cela avec l'analyse en temps différé. En effet, on peut être temps réel 20 kHz lors d'une analyse temps différé car sur un signal correctement enregistré, on peut prendre le temps de calculer les spectres en prenant compte tous les échantillons temporels.

3.15. Conclusion

L'analyse FFT est utilisée pour la description du signal temporel dans le domaine fréquentiel avec une résolution fréquentielle constante sur une échelle linéaire de fréquence. La résolution peut être très fine pour chercher avec précision les composantes périodiques des signaux acoustiques ou vibratoires. L'analyse FFT est une opération par bloc temporel qui nécessite des compromis permanents (choix de la résolution, de la fenêtre d'observation,...). Les lectures de niveau sont généralement dépendantes de la fenêtre d'observation. L'aspect temps réel de l'analyse va dépendre de la vitesse des processeurs par rapport à la fréquence d'échantillonnage et le nombre de voies à traiter. Les paramètres suivants sont à retenir :

- **Fréquence d'échantillonnage** = F_e ou F_s . Exprimée en Hz. Cadence à laquelle le signal est regardé par l'analyseur. $F_e = 1/\Delta t$ avec Δt = période ou intervalle d'échantillonnage en seconde (s).
- **Nombre de points temporels du calcul FFT** = N (1024 points par exemple). Nombre d'échantillons temporels utilisés dans le bloc mémoire pour l'algorithme FFT.
- **Résolution temporelle** = T . Exprimée en seconde (s). Longueur du signal nécessaire pour obtenir un spectre instantané ou Longueur du bloc de calcul. $T = N \cdot \Delta t$.
- **Résolution fréquentielle** = B (Bandwidth) ou Δf . Exprimée en Hz. Résolution ou finesse d'analyse du spectre FFT. $\Delta F = 1/T = F_e/N$.

4. Analyse du signal par filtrage numérique

4.1. Bref historique

Cette technique de traitement du signal vient de la nécessité d'obtenir des spectres octave ou 1/3 octave pour la mesure acoustique de manière temps réel pour substituer les moyens analogiques souvent séquentiels qui étaient jusqu'à maintenant utilisés. En effet, les signaux acoustiques ne sont généralement pas stables et il était difficile d'avoir une bonne idée du contenu énergétique dans toutes les bandes d'octave en même temps.

En fait, l'analyse en fréquence par bandes tiers d'octave correspond approximativement à la résolution fréquentielle de l'oreille humaine.

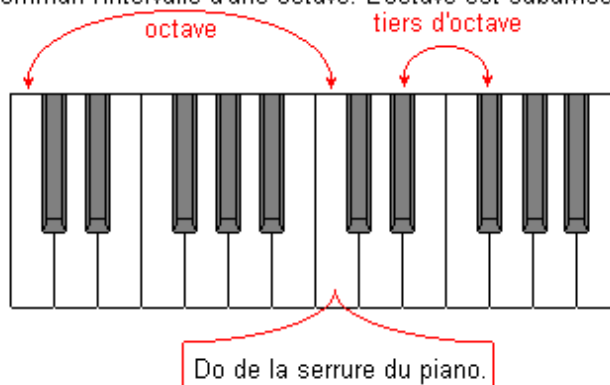
4.2. Principe des filtres par octave et 1/3 d'octave

On utilise également des échelles logarithmiques pour la fréquence, aussi bien en musique qu'en acoustique appliquée.

Ces échelles se basent sur la notion d'intervalle, rapport de deux fréquences.

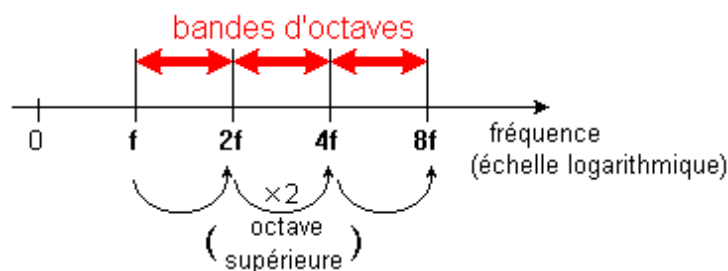
C'est en musique qu'a été introduite la notion d'**intervalle**. Les intervalles musicaux *portent des noms selon la valeur du rapport*.

En musique, les *gammes* sont des échelles de fréquence dont il existe une grande diversité mais ayant pratiquement toutes en commun l'intervalle d'une octave. L'octave est subdivisée de différentes manières.



Le spectre d'un son est composé d'un grand nombre de valeurs de fréquences et des niveaux correspondants. Dans la pratique, pour caractériser le bruit par un ensemble de valeurs réduit, on découpe le domaine des fréquences en bandes d'**octaves** ou de **tiers d'octaves**.

La largeur d'une bande d'octave est telle que sa fréquence supérieure vaut le double de sa fréquence inférieure.

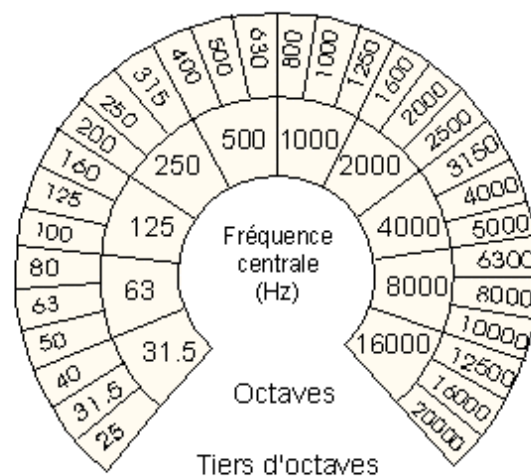


En acoustique appliquée, dans le but de simplifier les procédures de mesures et de permettre la comparaison directe de résultats, on utilise des **fréquences normalisées**.

Celles-ci sont définies par intervalles successifs au-dessous et au-dessus de la fréquence de référence de 1000 Hz.

Chaque bande de fréquence normalisée est repérée par sa **fréquence centrale**.

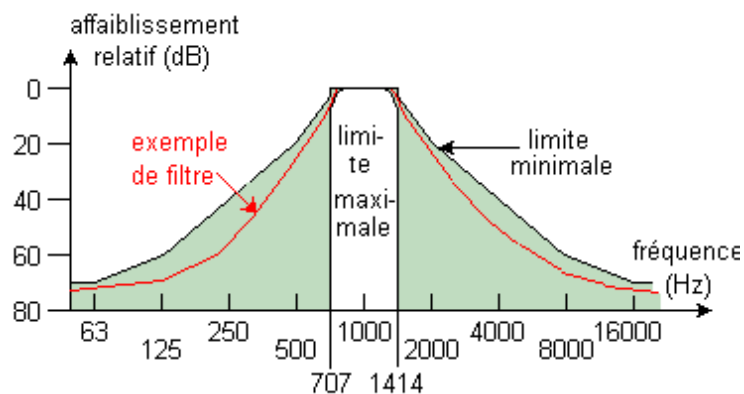
Trois séries sont définies : en octave, en tiers d'octave et en demi-octave. Pour des raisons pratiques, les valeurs sont arrondies.



En acoustique on utilise principalement des **filtres d'octave** ou de **tiers d'octave** : ce sont des filtres dont les bandes passantes sont d'une octave ou d'un tiers d'octave.

La **fréquence centrale** d'un filtre est la moyenne géométrique de ses fréquences de coupure. Pour un filtre d'octave elle est donc à une demi-octave des fréquences de coupure, et, pour un filtre en tiers d'octave, à un sixième d'octave.

La figure représente la fenêtre fréquentielle - ou courbe de réponse - d'un filtre d'octave centré sur la fréquence 1000 Hz, avec les limites normalisées minimale et maximale de ce filtre.



1/1 octave	1/3 octave
$f_2 = 2 \cdot f_1$	$f_2 = \sqrt[3]{2} \cdot f_1$
$f_c = \sqrt{2} \cdot f_1$	$f_c = \sqrt[6]{2} \cdot f_1$
$\Delta f / f_c = 71\%$	$\Delta f / f_c = 23\%$

f_1 = Fréquence min. ; f_2 = Fréquence max. ; f_c = Fréquence centrale ; Δf = Fréquence centrale

4.2.1. Bandes passantes des octaves et tiers d'octaves normalisés

N°	Désignation	Bande passante tiers d'octave	Largeur	Bande passante octave	Largeur
43	20 KHz	17.8-22.4 KHz	4600 Hz		
42	16 KHz	14.1-17.8 KHz	3700 Hz	11.2-22.4 KHz	11200 Hz
41	12.5 KHz	11.2-14.1 KHz	2900 Hz		
40	10 KHz	8910-11200 Hz	2290 Hz		
39	8 000Hz	7080-8910 Hz	1830 Hz	5620-11200 Hz	5600 Hz
38	6 300 Hz	5620-7080 Hz	1460 Hz		
37	5 000 Hz	4470-5620 Hz	1150 Hz		
36	4 000 Hz	3550-4470 Hz	920 Hz	2820-5620 Hz	2820 Hz
35	3 150 Hz	2820-3550 Hz	730 Hz		
34	2 500 Hz	2240-2820 Hz	580 Hz		
33	2 000 Hz	1780-2240 Hz	460 Hz	1410-2820 Hz	1410 Hz
32	1 600 Hz	1410-1780 Hz	370 Hz		
31	1 250 Hz	1120-1410 Hz	290 Hz		
30	1 000 Hz	891-1120 Hz	229 Hz	708-1410 Hz	708 Hz
29	800 Hz	708-891 Hz	183 Hz		
28	630 Hz	562-708 Hz	146 Hz		
27	500 Hz	447-562 Hz	115 Hz	355-708 Hz	355 Hz
26	400 Hz	355-447 Hz	92 Hz		
25	315 Hz	282-355 Hz	73 Hz		
24	250 Hz	224-282 Hz	58 Hz	178-355 Hz	178 Hz
23	200 Hz	178-224 Hz	46 Hz		
22	160 Hz	141-178 Hz	37 Hz		
21	125 Hz	112-141 Hz	29 Hz	89.1-178 Hz	89.1 Hz
20	100 Hz	89.1-112 Hz	22.9 Hz		
19	80 Hz	70.8-89.1 Hz	18.3 Hz		
18	63 Hz	56.2-70.8 Hz	14.6 Hz	44.7-89.1 Hz	44.7 Hz
17	50 Hz	44.7-56.2 Hz	11.5 Hz		
16	40 Hz	35.5-44.7 Hz	9.2 Hz		
15	31.5 Hz	28.2-35.5 Hz	7.3 Hz	22.4-44.7 Hz	22.4 Hz
14	25 Hz	22.4-28.2 Hz	5.8 Hz		
13	20 Hz	17.8-22.4 Hz	4.6 Hz		
12	16 Hz	14.1-17.8 Hz	3.7 Hz	11.2-22.4 Hz	11.2 Hz
11	12.5 Hz	11.2-14.1 Hz	2.9 Hz		
10	10 Hz	8.91-11.2 Hz	2.29 Hz		
9	8 Hz	7.08-8.91 Hz	1.83 Hz	5.62-11.2 Hz	5.62 Hz
8	6.3 Hz	5.62-7.08 Hz	1.46 Hz		
7	5 Hz	4.47-5.62 Hz	1.15 Hz		
6	4 Hz	3.55-4.47 Hz	0.92 Hz	2.82-5.62 Hz	2.82 Hz
5	3.15 Hz	2.82-3.55 Hz	0.73 Hz		
4	2.5 Hz	2.24-2.82 Hz	0.58 Hz		
3	2 Hz	1.78-2.24 Hz	0.46 Hz	1.41-2.82 Hz	1.41 Hz
2	1.6 Hz	1.41-1.78 Hz	0.37 Hz		
1	1.25 Hz	1.12-1.41 Hz	0.29 Hz		
	1 Hz	0.891-1.12 Hz	0.229 Hz	0.708-1.41 Hz	0.708 Hz
	0.8 Hz	0.705-0.891 Hz	0.183 Hz		

Les spectres octave et tiers d'octave sont donc à largeur de bande relative constante ($\Delta F/F = 70\%$ pour l'octave et 23% pour le tiers d'octave). Ils seront représentés sur une échelle logarithmique contrairement aux spectres bandes fines (FFT) à largeur de bande constante ($\Delta F = \text{constante}$; la valeur de la constante dépend de la résolution fréquentielle sélectionnée).

4.3. Numérisation (Echantillonnage)

Le principe est identique aux analyses FFT.

4.4. Repliement

Le principe est identique aux analyses FFT.

4.5. Méthode de calcul

L'analyse par filtrage numérique se réalise dorénavant en mode parallèle grâce aux processeurs actuels. Le mode parallèle consiste à calculer l'énergie dans chaque filtre en même temps. Il est ainsi possible de suivre tous les changements du signal et permis d'obtenir le spectre plus vite qu'avec les analyseurs séquentiels.

Les filtres numériques utilisés sont communément appelés : filtres récurrents à 2 pôles. Le filtrage numérique est un filtre qui agit en continu sur un flux ininterrompu d'échantillons. Il produit un échantillon en sortie pour un échantillon en entrée. Pour produire l'échantillon de sortie, le filtrage numérique tient compte d'un nombre limité d'échantillons précédemment entrés.

4.5.1. Fonctions de transfert des filtres et propriétés

La fonction de transfert d'un filtre numérique récurrent à 2 pôles (en utilisant la notation en z) est donnée par la formule suivante :

$$H(z) = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}}{1 - B_1 z^{-1} - B_2 z^{-2}}$$

où : A_0 , A_1 et A_2 sont les zéros du filtre et B_1 , B_2 sont les pôles du filtre.

Définition de la transformée en z :

$$H_z(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n \cdot z^{-n} \text{ avec } z = e^{j2\pi f \Delta t} \text{ donc } H(f) = H_z$$

Plus généralement, la fonction de transfert est définie par:

$$H_z(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_l A_l \cdot z^{-l}}{1 - \sum_k B_k \cdot z^{-k}} \text{ avec comme équation } Y_n = \sum_{k=1}^N B_k \cdot Y_{n-k} + \sum_{l=0}^M A_l \cdot X_{n-l}$$

Y_n (sortie) et X_n (entrée)

Les coefficients définissent les propriétés du filtre telles que : la forme, la bande passante et le type (passe-haut, passe-bas,...). La fréquence de coupure d'un filtre numérique est définie par un coefficient qui représente la fréquence de coupure divisée par la fréquence d'échantillonnage. Un avantage important de ce type de filtre est que les propriétés ne dépendent que de la fréquence d'échantillonnage c'est à dire que lorsque la fréquence d'échantillonnage est modifiée, les propriétés du filtre sont inchangées mais celui-ci fournit des informations dans une autre bande de fréquence.

Lorsque les coefficients sont définis, le filtre donne des informations dans n'importe quelle bande de fréquence de l'axe des fréquences en ajustant la fréquence d'échantillonnage (inférieure à la fréquence maximum d'analyse donnée par la fréquence d'échantillonnage originale et le théorème

de Shannon). Cependant, pour des raisons de repliement, il est nécessaire d'appliquer un filtre passe-bas lorsque la fréquence d'échantillonnage est modifiée.

4.5.2. Translation d'un octave vers le bas

Lorsque les propriétés du filtre sont connues, nous savons donc quelles sont indépendantes de la bande passante relative : elles ne dépendent que de la fréquence d'échantillonnage. Ainsi, pour déplacer un filtre d'un octave vers le bas, il suffit d'effectuer un sous-échantillonnage d'un facteur 2.

4.5.3. Filtre passe-bas (Anti-repliement ou anti-aliasing)

Avant la translation du filtre par modification de la fréquence d'échantillonnage visible, un filtrage passe-bas est effectué afin d'assurer l'anti-repliement.

Dans le système SYMPHONIE, le filtre anti-repliement utilisé est un filtre de Butterworth à 10 pôles : c'est en fait une batterie de 5 filtres Butterworth à 2 pôles en série.

4.5.4. Analyse en bande d'octave

La première étape est de définir les coefficients de façon à effectuer une analyse en bandes d'octave (forme, type, bande passante relative,...). Une fois que les coefficients sont connus, le principe de l'analyse en bande d'octave est d'appliquer ce filtre donnant des informations dans la bande supérieure, d'effectuer sur celui-ci un sous-échantillonnage de facteur 2 (avec filtrage passe-bas) puis de recommencer le calcul pour l'octave directement inférieur et ainsi de suite jusqu'à ce que la bande minimum désirée soit atteinte.

Pour le calcul de la bande supérieure, seul le filtre est appliqué sans filtrage passe-bas (il a déjà été appliqué lors de l'acquisition et la fréquence d'échantillonnage est déjà ajustée correctement).

Comme un facteur de sous-échantillonnage de 2 est appliqué, le temps de calcul de la bande supérieure représente au moins la moitié du temps total de calcul pour n'importe quel nombre de bandes.

Tout l'événement physique est pris en compte dans chaque filtre et les échantillons sont distribués à l'algorithme de filtrage passe bande de la manière suivante (exemple pour les bandes d'octave) :

Numéro de l'échantillon

Filtre d'octave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
16 kHz	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
8 kHz	X		X		X		X		X	
4 kHz		X				X				X
2 kHz				X						
.....										

N échantillons sont pris pour le filtre d'octave le plus haut, puis $N/2$ pour le filtre d'octave inférieur, puis $N/4$ pour le filtre d'octave encore inférieur, etc,.... Aussi, le nombre total d'échantillons à traiter est en fait de $N + N(1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots) = 2N$. Cela veut dire qu'il faut autant d'échantillons pour traiter le filtre d'octave supérieur (16 kHz) que tous les autres filtres d'octave.

4.5.5. Analyse en bandes de tiers d'octave

L'analyse en bandes de tiers d'octave est basée sur le même principe que l'analyse en bande d'octave excepté que 3 filtres sont appliqués au lieu de 1.

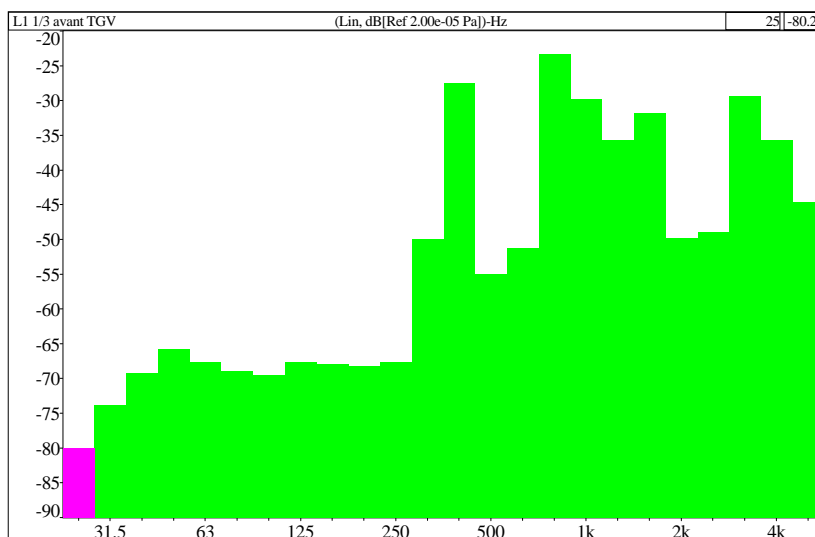
La première étape est donc de définir les coefficients pour les trois filtres afin qu'ils s'appliquent aux tiers d'octave haut, médium et bas d'une bande d'octave.

Lorsque les coefficients des filtres sont connus, le principe de l'analyse en bandes de tiers d'octave est d'appliquer les trois filtres sur le signal (donnant les informations des trois tiers d'octave constituant une bande d'octave), d'effectuer sur celui-ci un sous-échantillonnage de facteur 2 (avec filtrage passe-bas) puis de recommencer le calcul sur le signal sous-échantillonné. Et ceci jusqu'à ce que la bande minimum requise soit atteinte.

En pratique, les filtres récurrents deux pôles sont mis en cascade pour obtenir les pentes nécessaires respectant la normalisation CEI 1260. On obtient alors des filtres multipôles.

Le filtrage numérique réalisé dans le mode temps différé des systèmes 01dB-Stell se base sur du filtrage de 18 à 20 pôles suivant la fréquence centrale du filtre à traiter. Ceci permet d'atteindre la classe 0 qui est la meilleure du point de vue de la normalisation.

L'un des nombreux avantages du filtrage numérique est la possibilité de réaliser n'importe quelle pente et n'importe quelle fréquence centrale avec le même principe, en changeant uniquement les constantes de calcul.



5. Comparaison de la méthode filtrage numérique et de la méthode de synthèse FFT pour l'obtention des spectres octave et tiers d'octave

Les spectres par bandes d'octave et 1/3 d'octave peuvent être obtenus aussi par analyse FFT par recomposition et ceci de manière temps réel (sans perte d'échantillon) même si le calcul est réalisé en temps différé.

Les systèmes 01dB-Stell propose les deux techniques. Elles dépendent des moyens mis en œuvre, c'est à dire des processeurs de signal et de leur micro programmation.

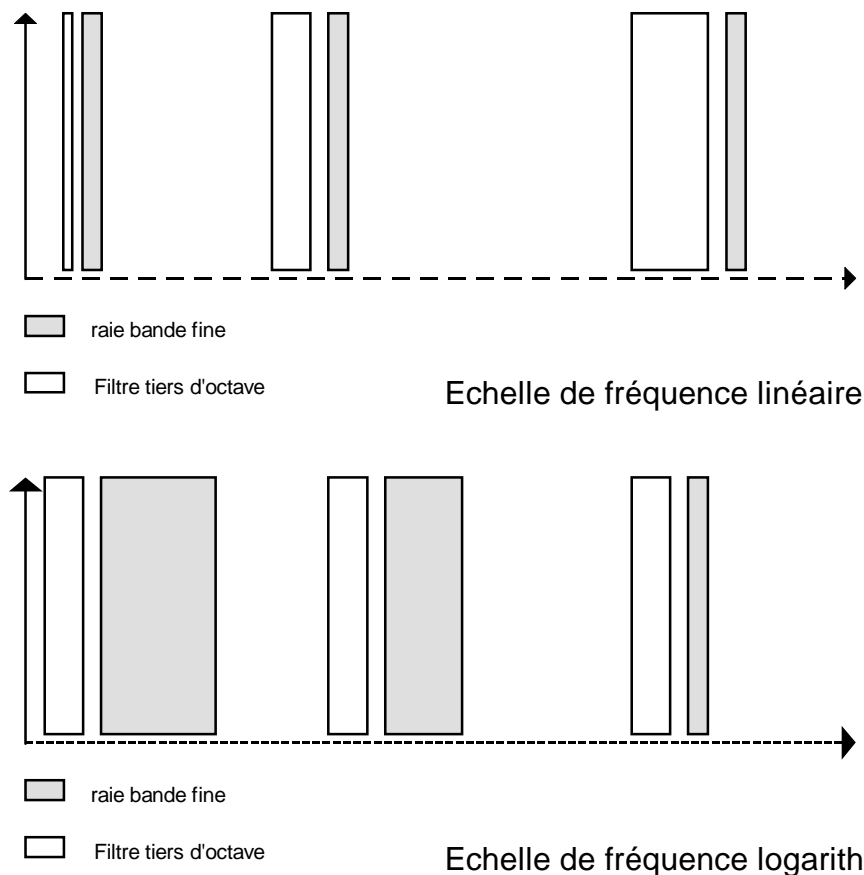
- Synthèse FFT: Avec la méthode FFT, les bandes d'octave ou de tiers d'octave seront synthétisées à partir du spectre de bande fine.
- Un minimum de lignes par bande étant nécessaire pour calculer une octave ou un tiers d'octave et le nombre maximum de points FFT dépendant du mode de fonctionnement (temps réel ou temps différé), la bande de fréquence la plus basse disponible pour l'analyse est limitée. Cependant, cette méthode est habituellement plus rapide que la méthode par filtrage numérique.
- Filtrage numérique: La méthode par filtrage numérique n'est limitée que par la fréquence d'échantillonnage et la durée du fichier signal. Elle prend généralement plus de temps que la méthode FFT.

Type de spectre	Mode temps réel (SYMPHONIE et OROS OR25)	Mode temps différé (CPU du Pentium ou DSP OR25)
FFT	Oui	Oui
1/3 octave et octave par synthèse	Oui en mode 3 passes sur OR25	Oui en mode 1 (SYMPHONIE) ou 3 (OR25) passes
1/3 octave et octave par filtrage numérique	Oui	Oui

Contrairement à l'analyse FFT, le filtrage numérique est un traitement continu c'est à dire qu'il n'y a aucune gestion de bloc et de recouvrement.

De même que l'analyse FFT est bien adaptée pour produire des spectres dont les filtres équivalents sont linéairement répartis sur l'axe des fréquences, le filtrage numérique produit des filtres logarithmiquement répartis sur l'axe des fréquences (octave, 1/3 d'octave, 1/N d'octave).

Pour obtenir un spectre 1/3 d'octave par synthèse FFT, il faut regrouper les lignes du spectre bandes fines par filtre et les pondérer pour être conforme à la norme CEI 1260.



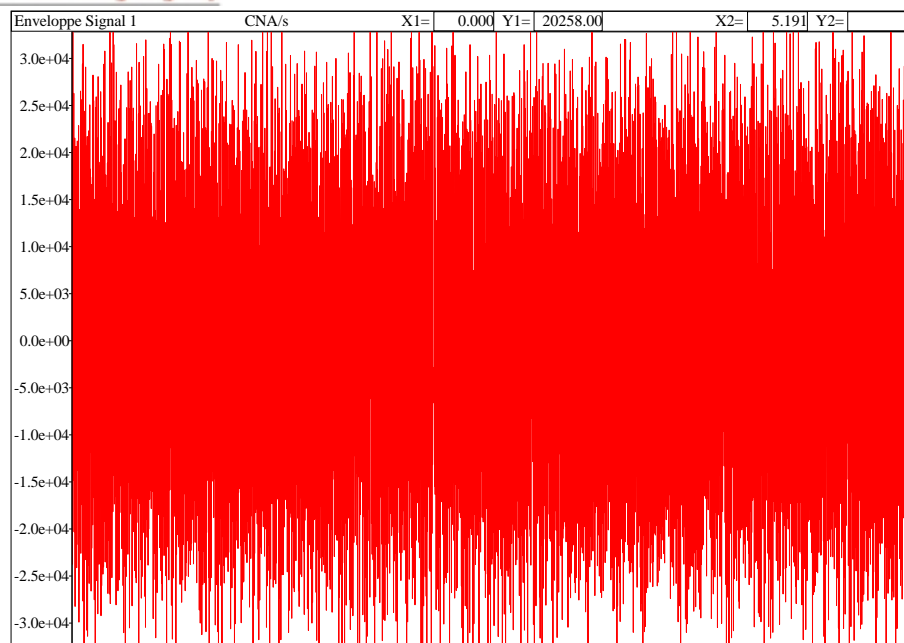
Il est évident qu'il y aura de moins en moins de lignes FFT pour recomposer les tiers d'octave les plus bas en fréquence. Aussi, il n'est pas possible de se contenter d'un seul spectre FFT pour composer un spectre 1/3 d'octave sur plusieurs décades (3 pour un spectre 1/3 octave 20 Hz - 20kHz) sauf s'il comporte de nombreuses lignes FFT.

Les analyses temps réel en octave et tiers d'octave sont recomposées à partir de trois passes FFT simultanées (F_{max} , $F_{max}/8$, $F_{max}/64$) calculées avec une fenêtre de HANNING et un recouvrement de 50%. Les spectres octave et tiers d'octave sont recomposés en temps réel en utilisant au minimum 7 lignes de FFT par bandes de fréquence de façon à décrire correctement la bande de fréquence selon la norme CEI 1260. Dans ce cas, 3 décades sont couvertes. Le rafraîchissement du spectre tiers d'octave est lié à la passe FFT de meilleure résolution ($F_{max}/64$) et au recouvrement de 50%. Pour une analyse en tiers d'octave jusqu'à 20000 Hz, il sera de 640 ms.

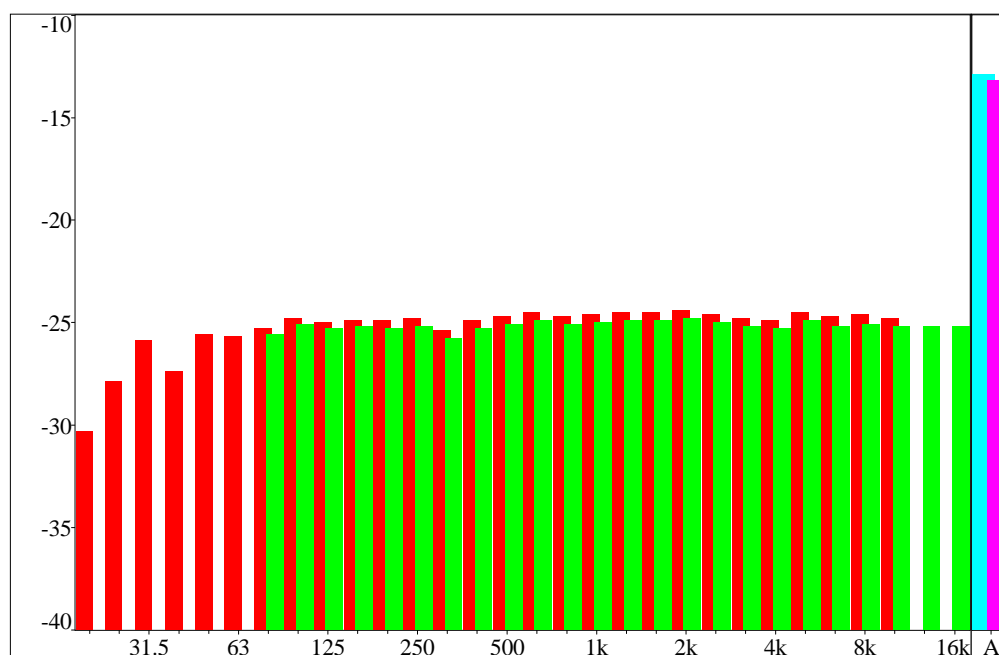
Les analyses temps différé en octave et tiers d'octave (mode synthèse FFT) sont recomposées à partir d'une seule passe FFT comportant un très grand nombre de lignes comme décrit en annexe 3. Les spectres octave et tiers d'octave sont recomposés en temps différé en utilisant au minimum 3 lignes de FFT par bandes de fréquence. Dans ce cas, à peine 3 décades sont décrites. Pour une analyse jusqu'à 20000 Hz, le rafraîchissement du calcul spectral sera de 55 ms en englobant le tiers d'octave 100 Hz.

Y a-t-il une différence de résultats sur un spectre tiers d'octave obtenu par synthèse FFT et par filtrage numérique sur un même signal ?

Cela va dépendre du type de signal. En fait, il n'y aura aucune différence pour un signal stationnaire.



Signal de bruit rose stationnaire aléatoire



Comparaison des résultats tiers d'octave obtenus par synthèse FFT et par filtrage numérique

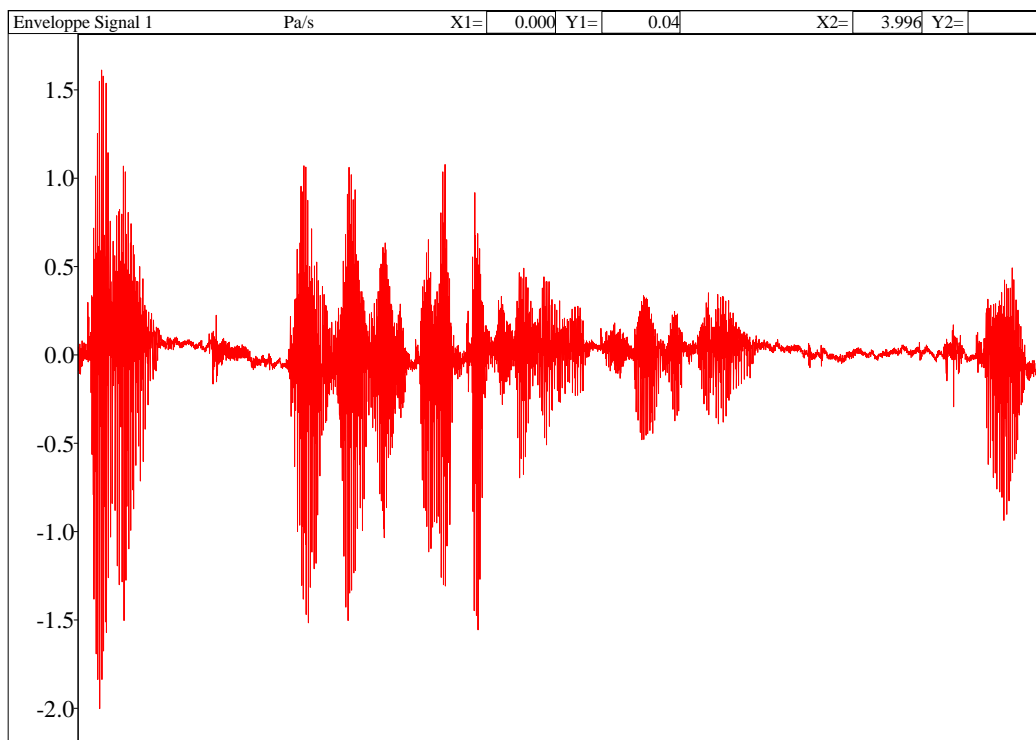
Les résultats sont très proches. Un écart de 0,3 dB existe cependant. Il est dû au fait que les pentes des filtres sont légèrement différentes entre les deux techniques. Cet écart est bien inférieur aux tolérances des normes. L'analyse par filtrage numérique donne un spectre plus large en basse fréquence, tandis que la synthèse FFT est limitée à 100 Hz (voir annexe 3).

Des différences arriveront pour des signaux fortement instationnaires voire impulsifs.

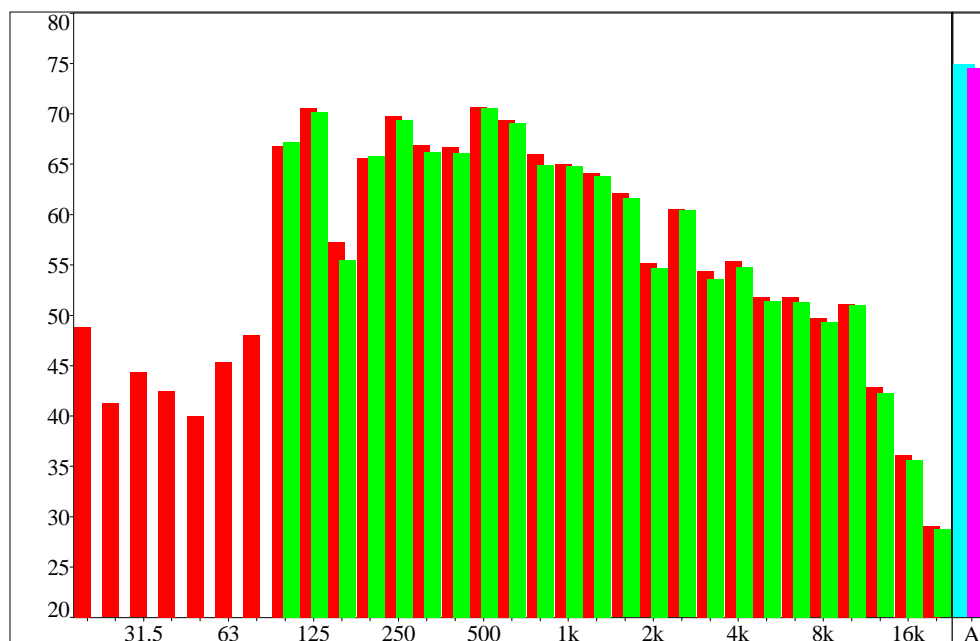
En effet, les filtres numériques n'ont pas tous le même temps de réponse. Ce dernier est inversement proportionnel à la largeur de bande. Il sera long pour les basses fréquences et court

pour les hautes fréquences (environ 200 ms pour le tiers d'octave 20 Hz et 100 fois moins pour 2000 Hz). Il y aura un lissage en basses fréquences si l'instantanéité est inférieure au temps de réponse.

Aussi, l'analyse FFT est une opération par bloc qui si on demande une grande résolution, sera très longue. Les phénomènes impulsifs seront aussi "lissés" à cause de cette grande longueur. Par contre, aucun déphasage entre filtre n'est constaté.



Signal acoustique instationnaire



**Comparaison des résultats tiers d'octave obtenus
par synthèse FFT et par filtrage numérique**

Les résultats sont également très proches. Un écart similaire au cas du signal stationnaire est constaté. Les spectres représentent la moyenne linéaire du signal sur 4 secondes (totalité du signal enregistré).

Dans le cas d'une moyenne plus courte qui enfermerait un phénomène impulsif, les écarts seraient plus grands. En effet, l'analyse par filtrage numérique amène un déphasage entre les filtres.

En résumé, les deux techniques sont similaires pour des signaux stationnaires. Le filtrage numérique sera privilégié car il donne un spectre plus large. Dans le cas de signaux impulsifs, la synthèse FFT sera préférée. Si des informations basses fréquences sont nécessaires alors il faudra choisir une fréquence d'échantillonnage plus faible pour utiliser la synthèse FFT sur des signaux transitoires.

6. FFT contre Octave/Tiers d'octave

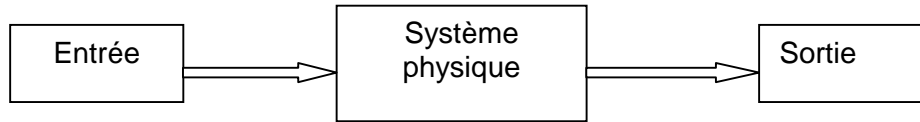
L'analyse FFT est nécessaire pour la recherche de fréquence pures et pour obtenir une bonne résolution sur l'ensemble du spectre. Cette analyse nécessite des compromis (choix de la fenêtre, fréquence d'échantillonnage,...). C'est un outil de recherche et de diagnostic

L'analyse par bandes d'octave ou tiers d'octave est nécessaire pour les mesures acoustiques car elle se rapproche de la sensibilité fréquentielle de l'être humain. Elle est aussi demandée dans la grande majorité des normes. Elle est utile lors de mesure sur machines tournantes dont la vitesse fluctue légèrement car elle permet une comparaison plus facile des signatures (Mode détection en Maintenance Conditionnelle). La largeur de bande gommara cette fluctuation. Ce mode d'analyse sert également en Contrôle Qualité. Cette analyse est sans compromis et donc plus facile à utiliser. C'est un outil normatif et simplificateur en terme de résultats (moins de valeurs à lire ou à comparer sur un spectre).

7. Analyse des systèmes avec la FFT

7.1. Caractérisation d'un système idéal 1 entrée / 1 sortie

Le transfert du système est caractérisé en analysant les signaux présents à l'entrée et à la sortie du système.



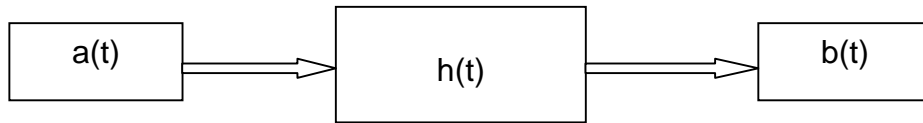
Le système est supposé idéal, c'est à dire essentiellement :

- Linéaire
- Additif et homogène :
si $E_1(t) \Rightarrow S_1(t)$ et $E_2(t) \Rightarrow S_2(t)$ alors $\alpha E_1(t) + E_2(t) \Rightarrow \alpha S_1(t) + S_2(t)$
- Stable :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(\tau)| d\tau < \infty$$
 avec $|h(\tau)|$ réponse impulsionnelle
- Causal: (physiquement réalisable)
 $h(\tau) = 0$ pour $\tau < 0$
- Paramètres constants :
 $h(t) = h(\tau)$ pour $-\infty < t < +\infty$
- Sans bruit : ni dans le système, ni dans les dispositifs de mesure
- Sans retard

La présence de bruit ou de retard sera envisagée plus loin. En revanche, la linéarité sera toujours supposée implicitement, car elle est nécessaire pour tous les traitements des signaux réalisés (Transformée de FOURIER).

7.1.1. Domaine temporel



Le système est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$ telle que :

$$b(t) = h(t) * a(t) \text{ avec } * \text{ produit de convolution} \quad (1)$$

La convolution des 2 fonctions $h(t)$ et $a(t)$ est définie par:

$$b(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau).a(t-\tau)d\tau$$

Pour un système causal, comme $h(\tau) = 0$ pour $\tau < 0$ alors

$$b(t) = \int_0^{+\infty} h(\tau).a(t-\tau)d\tau \quad (2)$$

Si $a(t) = \delta(t)$ (impulsion de DIRAC à $t = 0$ ou fonction delta ou percussion)

$$b(t) = h(t) * \delta(t) = h(t) \quad (3)$$

La réponse impulsionnelle correspond donc à la sortie $b(t)$ du système lorsque l'entrée est excitée par une impulsion de DIRAC.

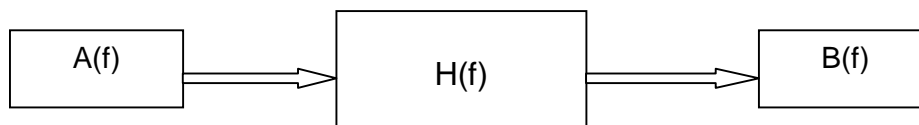
Sens « PHYSIQUE » de la convolution par la réponse impulsionnelle

Soit $g(t) = f(t) * h(t)$

Si l'on réduit $f(t)$ à la somme d'un nombre fini de fonctions δ , alors :

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(t_n).h(t - t_n)$$

7.1.2. Domaine fréquentiel



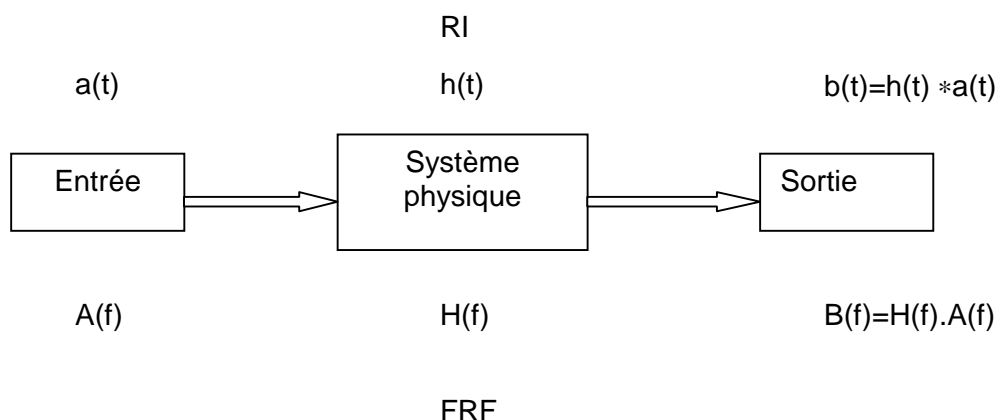
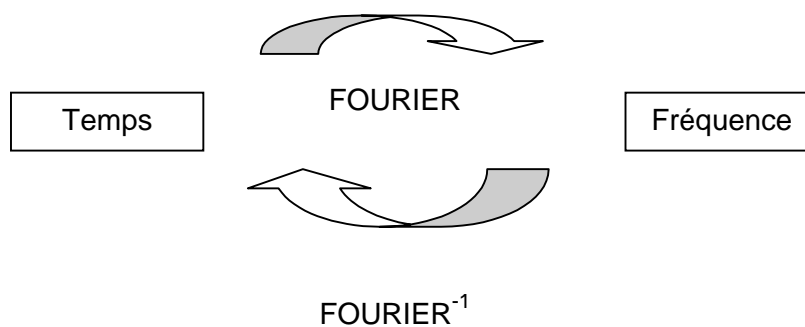
Le système est caractérisé par sa Fonction de Réponse en Fréquence (F.R.F)

$$H(f) \text{ telle que : } B(f) = H(f) \cdot A(f) \quad (4)$$

$A(f)$ et $B(f)$ sont les transformées de FOURIER de $a(t)$ et $b(t)$ respectivement. Ce sont des fonctions complexes présentant cependant des propriétés de symétrie si $a(t)$ et $b(t)$ sont réels.

$H(f)$ est la transformée de FOURIER de $h(t)$

Et les relations (1) et (4) satisfont le théorème de convolution faisant correspondre une multiplication dans le domaine des fréquences à une convolution dans le domaine des temps (et réciproquement).



7.2. Fonction de transfert / transmittance

La FRF est un cas particulier de la fonction de transfert (ou transmittance). Elle caractérise généralement le système. Elle donne « la déformation » qu'amène le système sur le signal d'entrée. Elle caractérise le comportement du système.

La fonction de transfert $F(p)$ utilise la variable p de la transformation de LAPLACE.

p est une variable complexe, contrairement à f : $p = \sigma + j\omega$ où $\omega = 2\pi f$ pulsation angulaire et σ terme d'amortissement

Si $\sigma = 0$, $F(p)$ devient $F(j\omega)$ et représente la « réponse » à une excitation ω , d'où le terme de transmittance isochrone quelquefois utilisée pour la FRF.

7.2.1. Rappels :

Transformation de LAPLACE :

$$X(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} x(t) dt$$

Transformation de FOURIER

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi ft} x(t) dt$$

7.2.2. Autospectre

L'analyse des signaux utilise l'autospectre qui correspond au spectre de puissance :

$$G_{AA}(f) = (\text{Re}[A(f)])^2 + (\text{Im}[A(f)])^2 \text{ soit } G_{AA}(f) = A^*(f).A(f)$$

avec A^* = complexe conjugué de A avec $\text{Re}(A^*) = \text{Re}(A)$ et $\text{Im}(A^*) = -\text{Im}(A)$

En pratique, l'autospectre est une estimation issue d'un processus de moyenne, car l'analyse des signaux ALEATOIRES demande une approche en terme d'Espérance Mathématique, plutôt qu'une forme déterministe.

$$G_{AA}(f) = \langle A^*(f).A(f) \rangle$$

Remarque : G_{AA} est réel car $G_{AA}(f) = |A(f)|^2$

7.2.3. Interspectre

On définit de même l'interspectre (ou cross spectrum) de 2 signaux par :

$$G_{AB}(f) = A^*(f).B(f)$$

Remarque : G_{AB} est complexe dans le cas général

7.2.4.Méthodes d'estimation de la FRF : H(f)

Les analyseurs FFT bivoie calculent les autospectres d'entrée et de sortie G_{AA} et G_{BB} , ainsi que l'interspectre G_{AB} .

Utilisation des autospectres :

$$|H_0(f)| = \sqrt{\frac{G_{BB}(f)}{G_{AA}(f)}}$$

G_{AA} et G_{BB} étant réels, seul le module de $H(f)$ est calculable. L'information de phase est perdue. Ce procédé est utilisable avec un analyseur monovoie, et des signaux stationnaires, mais seul le module de $H(f)$ est calculé.

Utilisation des interspectres :

$$H_1(f) = \frac{G_{AB}(f)}{G_{AA}(f)} = \frac{\langle A^*(f).B(f) \rangle}{\langle A^*(f).A(f) \rangle} \text{ cette estimation n'est pas affecté par le bruit à la sortie}$$

$$H_2(f) = \frac{G_{BB}(f)}{G_{BA}(f)} = \frac{\langle B^*(f).B(f) \rangle}{\langle B^*(f).A(f) \rangle} \text{ cette estimation n'est pas affecté par le bruit à l'entrée}$$



Ces deux méthodes sont équivalentes pour des systèmes idéaux non bruités. La validité de leurs résultats respectifs dépend des conditions de mesure (bruit, biais de résolution,...).

Bruit	H ₀	H ₁	H ₂
A l'entrée, passe dans le système et non mesuré et décorrélé	Surestimation du module	Estimation correcte module et phase	Estimation correcte en phase et surestimation du module
A l'entrée, passe dans le système et non mesuré et corrélé	Sous estimation du module	Surestimation du module et biais de phase	Sous estimation du module et biais de phase
A l'entrée, ne passe pas dans le système et mesuré et décorrélé	Sous estimation du module	Sous estimation du module et phase correcte	Estimation correcte
A l'entrée et la sortie	Estimation liée aux rapports signal sur bruit à l'entrée et la sortie	Sous estimation du module et phase correcte	Estimation correcte en phase et surestimation du module
A la sortie non corrélé avec les signaux	Surestimation liée au rapport signal sur bruit à la sortie	Estimation correcte module et phase	Surestimation du module et phase correcte

Le choix entre H_1 et H_2 dans le cas de bruit dépend de l'importance relatives des sources de bruit . Pour un système atténuant fortement (bruit de sortie > bruit d'entrée) H_1 est préférable et dans le cas d'un système excité à la résonance (bruit d'entré > bruit de sortie) H_2 est préférable.

7.2.5. Représentations de la FRF

FRF = $H(f)$ fonction complexe

$$H(f) = \text{Re}(f) + j.\text{Im}(f)$$

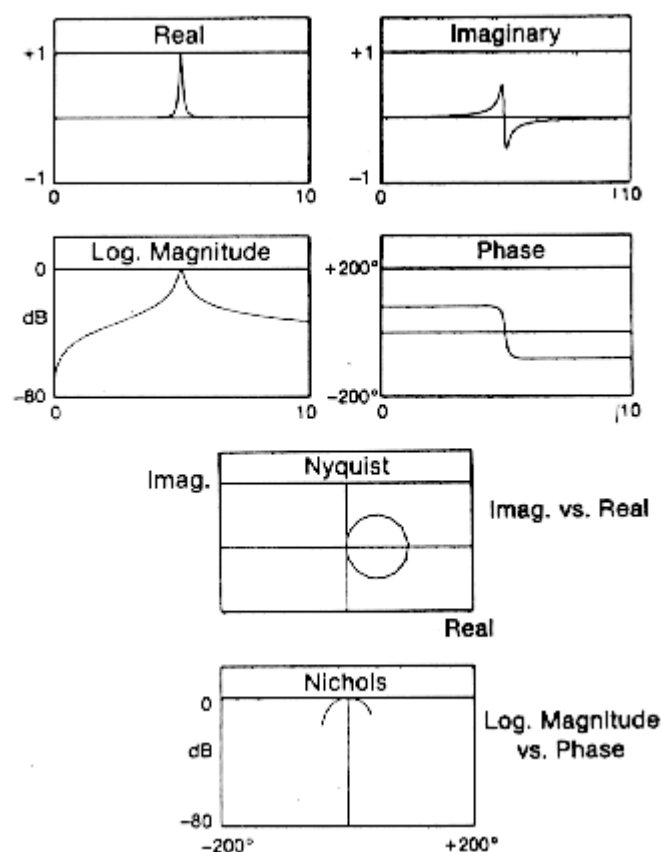
La représentation « cartésienne » correspond à la représentation de la partie réelle et de la partie imaginaire en fonction de la fréquence

La représentation polaire (diagramme de BODE) correspond à la représentation de l'amplitude et de la phase en fonction de la fréquence.

La représentation de NYQUIST correspond à la représentation de la partie imaginaire en fonction de la partie réelle.

La représentation de NICHOLS correspond à la représentation du logarithme de l'amplitude en fonction de la phase.

Les échelles de représentation du module en X et Y peuvent être linéaire ou logarithmique.



7.3. Fonctions de cohérence

La cohérence est définie par :

$$\gamma^2(f) = \frac{|G_{AB}(f)|^2}{G_{AA}(f) \cdot G_{BB}(f)} \text{ avec } 0 \leq \gamma^2 \leq 1$$

Dans cette fonction, on trouve des fonctions caractérisant l'entrée (G_{AA}) et la sortie (G_{BB}) et les relations entrée – sortie (G_{AB}) ; elle caractérise le système dans sa totalité.

La fonction de cohérence exprime à chaque fréquence la quantité de relation linéaire entre l'entrée et la sortie ; en d'autres termes la part de G_{BB} qui peut être liée à G_{AA} par une relation linéaire.

Pour des spectres instantanés $\gamma^2 = 1$

Pour un système idéal et des signaux parfaits $\gamma^2 = 1$

La cohérence est essentielle pour une interprétation correcte des mesures en analyse bivoie.

A partir de la fonction de cohérence, les termes suivants sont définis :

Puissance de sortie cohérente : $\gamma^2 G_{BB}$

Puissance de sortie non cohérente : $(1-\gamma^2)G_{BB}$

Rapport signal sur bruit : $\gamma^2 / (1-\gamma^2)$

Avoir une cohérence faible est due à :

- Une non linéarité du système
- Présence de bruit
- Présence de retard
- Mauvaise fenêtre de pondération fréquentielle
- Résolution fréquentielle (ou longueur du bloc temporel) insuffisante

8. Annexe 1: Classification des signaux

- **Les signaux sont déterministes** quand ils traduisent un phénomène qui peut être décrit avec une précision raisonnable par une fonction mathématique et qui peut être prédit.

Ils peuvent être:

- ▽ **Périodiques**: sinusoïdaux ou complexes
- ▽ **Non périodiques**: Presque périodiques ou transitoires

- **Les signaux sont aléatoires** quand ils traduisent un phénomène qui ne peut pas être prédit et qui doit être décrit en termes de probabilité.

Ils peuvent être:

- ▽ **Stationnaires**: Ergodiques ou non ergodiques. Ergodique veut dire qu'un morceau temporel du signal est représentatif statistiquement du signal tout entier
- ▽ **Non stationnaires**: Mixtes ou spéciaux. Mixte veut dire que le signal est un mélange d'une partie périodique et d'une partie aléatoire.

9. Annexe 2: résolution fréquentielle du logiciel dBFA

9.1. Mode temps différé

La résolution fréquentielle obtenue dans le logiciel dBFA pour le mode temps différé (analyse FFT à partir d'un signal enregistré avec une fréquence d'échantillonnage F_{ech}) est décrite ci-après:

La résolution de l'analyse est fonction:

- de la fréquence d'échantillonnage
- du nombre de lignes

et est donnée par la relation :

$$\Delta f = \frac{F_{ech}}{2,56 \times (\text{Nb lignes} - 1)}$$

Le temps d'acquisition nécessaire pour obtenir cette résolution est donné par la relation :

$$\Delta t = \frac{1}{\Delta f} = \frac{2,56 \times (\text{Nb lignes} - 1)}{F_{ech}}$$

9.2. Mode temps réel (SYMPHONIE)

La résolution fréquentielle obtenue dans le logiciel dBFA pour le mode temps réel (analyse FFT sans perte d'échantillon et sans conservation du signal sur un support physique) dépend évidemment des mêmes paramètres.

Le tableau ci-après résume les valeurs:

Fréquence d'échantillonnage Hz	Fréquence Max Hz	Résolution fréquentielle en Hz (401 lignes)	Longueur d'un bloc en ms (1024 points)
51200	20000	50	20
25600	10000	25	40
12800	5000	12.5	80
6400	2500	6.25	160
5120	2000	5	200
2560	1000	2.5	400
1280	500	1.25	800
640	250	0.625	1600
512	200	0.5	2000
256	100	0.25	4000
128	50	0.125	8000
64	25	0.0625	16000
..			

En mode zoom temps réel, le facteur de zoom peut aller de 2 à 128 pour chaque fréquence d'échantillonnage comprise entre 512 Hz et 51200 Hz. Dans ce cas, la résolution fréquentielle correspondant à la fréquence d'échantillonnage est divisée par le facteur de zoom.

Par exemple, la résolution (0.0039 Hz) est obtenue avec la fréquence d'échantillonnage 512 Hz et un facteur de zoom de 128. Cette résolution est disponible pour un spectre de 1,56 Hz de bande placé dans la gamme 0 - 200 Hz.

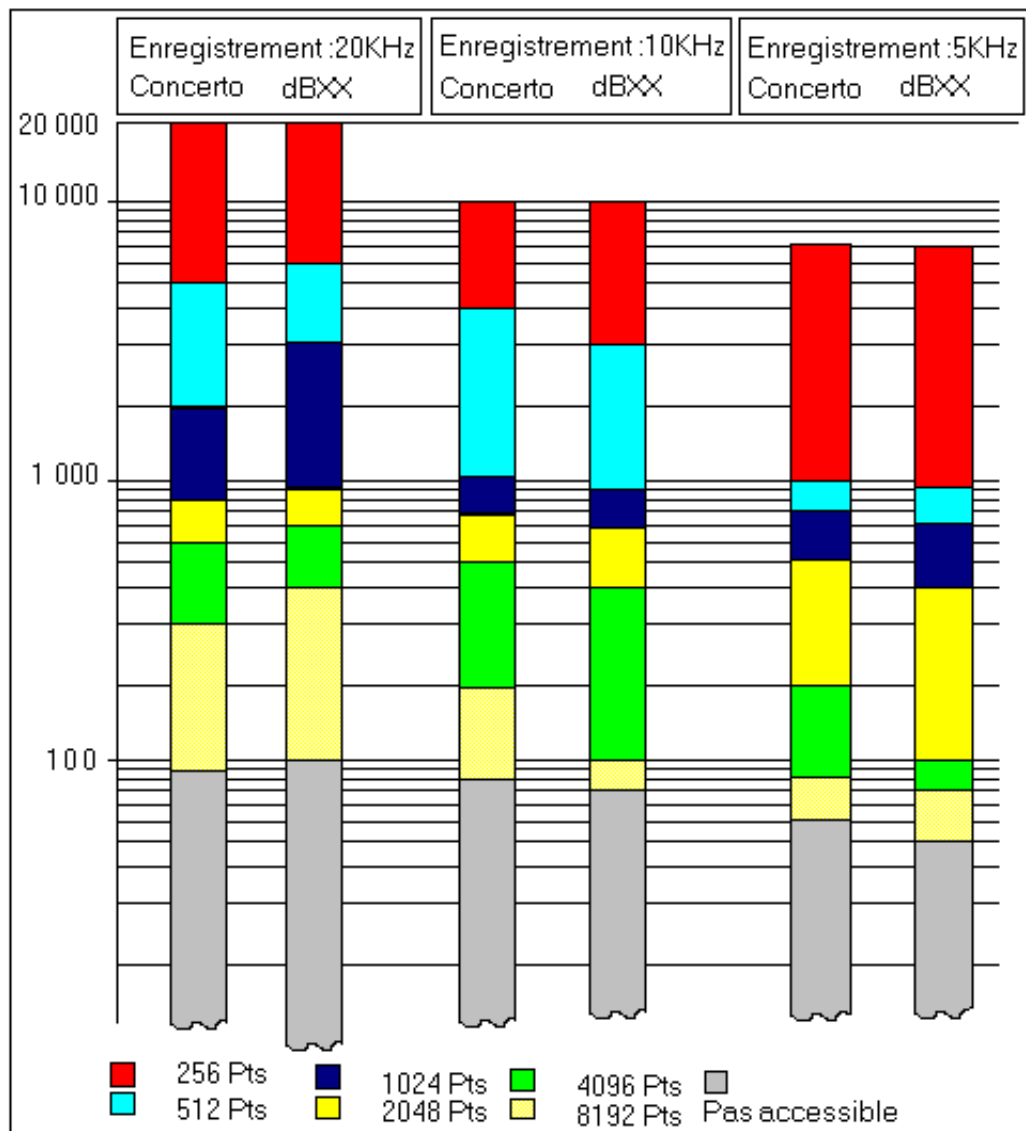
10. Annexe 3: Recomposition des spectres tiers d'octave en mode temps différé dans le logiciel dBFA

En utilisant la synthèse FFT, les spectres octaves et tiers d'octave sont recomposés à partir des spectres bandes fines avec les paramètres suivants:

<i>Fenêtre FFT</i>	<i>Hanning</i>
<i>Recouvrement</i>	<i>66 %</i>
<i>Nombre d'échantillons par bloc de données</i>	<i>256 à 8192 par pas géométrique de 2</i>
<i>Nombre minimum de lignes par bande de fréquence</i>	<i>3</i>

Comme dans tout processus de FFT, la bande de fréquence la plus basse possible à analyser est une fonction du nombre maximum de points de la FFT, du nombre minimum de lignes par bande et de la bande passante du signal enregistré. Le schéma ci-après résume le type de FFT utilisé en fonction de la bande de fréquence minimum pouvant être calculée (en tiers d'octave) :

Pendant une analyse FFT, les programmes 01dB-Stell sélectionnent la routine FFT qui utilise le nombre maximum de points et qui permet la bande de fréquence minimum désirée (si c'est possible). Sinon, le nombre maximum de points est sélectionné et l'analyse FFT est réalisée jusqu'à la bande de fréquence accessible la plus basse.



Les bandes de fréquences sont synthétisées à partir des spectres bandes fines. Cependant, pour satisfaire les exigences de la norme CEI 1260, il est nécessaire d'avoir un nombre minimum de lignes FFT dans une bande de fréquence pour pouvoir la recomposer.

Cette routine de calcul FFT est implantée dans les logiciels dBBATI, dBTRAIT et dBFA.

10.1. Définitions

X = Bande passante d'analyse.

N = Nombre maximum de lignes du spectre bandes fines.

ΔF = Espacement entre 2 lignes FFT donné par X / N .

N_s = Nombre minimum de lignes par bande de fréquence.

F_i = Fréquence correspondante au $i^{\text{ème}}$ échantillons du spectre en bandes fines.

10.2. Synthèse tiers d'octave

10.2.1. Limites fréquentielles

En utilisant une seule passe de FFT, la résolution du spectre bandes fines (espacement fréquentiel de 2 lignes de calcul consécutifs) est égale à X / N

Lors de l'analyse temps différé, le nombre N de ligne minimum pour recomposer une bande de fréquence est fixé à 3. Les routines de calcul supportent de 256 points (110 lignes) à 8192 points (3720 lignes)

La bande de tiers d'octave minimum pouvant être recomposé doit avoir une largeur supérieure à :

$$(N_s + 1) * \frac{X}{N}$$

par exemple $X = 20$ kHz, $N = 3720$ et $N_s = 3$ conduisent à un tiers d'octave minimum dont la largeur doit être supérieure à 21.5 Hz. C'est le tiers d'octave 100 Hz.

10.2.2. Algorithme de recomposition

Nous décrivons ici l'algorithme appliqué pour la recomposition en tiers d'octave.

Soit la recomposition du tiers d'octave dont les limites sont $F1$ et $F2$, le logiciel calcule pour les lignes FFT F_i de $i = 1$ à $N+1$, les intervalles $(F_i - \Delta F/2; F_i + \Delta F/2)$.

Si $F1 > F_i + \Delta F/2$ ou $F2 < F_i - \Delta F/2$; la ligne considérée ne contribue pas au tiers d'octave considéré et est ignorée.

Si $F1 < F_i - \Delta F/2$ et $F2 > F_i + \Delta F/2$, la totalité de l'énergie de la ligne est affectée au tiers d'octave étudié.

Si $F1 < F_i + \Delta F/2$ et $F2 < F_i + \Delta F/2$, seulement une partie de l'énergie de la ligne est affectée au tiers d'octave. La contribution de la ligne est calculée de la manière suivante :

$$\frac{F2 - (F_i - \frac{\Delta F}{2})}{\Delta F}$$

Cette formule donne le pourcentage de l'énergie attribuée à la bande courante, le reste de l'énergie étant affecté aux bandes adjacentes suivant le même principe.

11. Annexe 4 : Principe du filtrage numérique

11.1. Principe du traitement

Le filtrage numérique en octave et 1/3 d'octave consiste à appliquer à un signal numérisé une opération de filtrage par un banc de filtres dit « numériques », par opposition à un traitement direct du signal audio par un banc de filtres analogiques (type RC par exemple).

L'opération de filtrage numérique consiste alors à faire passer le signal de départ par la batterie de filtres (14 filtres d'octave et 44 de 1/3 d'octave), et à calculer des critères énergétiques sur chaque signal de sortie.

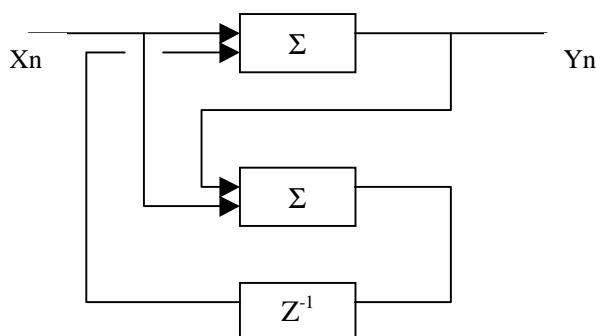
11.1.1. Propriétés du filtre numérique

Ses caractéristiques de forme passe-bande, passe-haut et passe-bas sont déterminées par des constantes. Il n'y a pas de distorsion de phase entre deux filtres numériques. Les filtres numériques ne nécessitent aucun réglage pour maintenir leurs caractéristiques dans le temps et ne subissent pas de dérive en température. De plus, ils possèdent l'avantage d'avoir un détecteur et intégrateur numérique.

11.1.1.1. Circuit intégrateur

Les variations de phase étant importantes, il est nécessaire d'avoir un circuit intégrateur avec une caractéristique de phase de $-\pi/2$ sur toute la bande de fréquence.

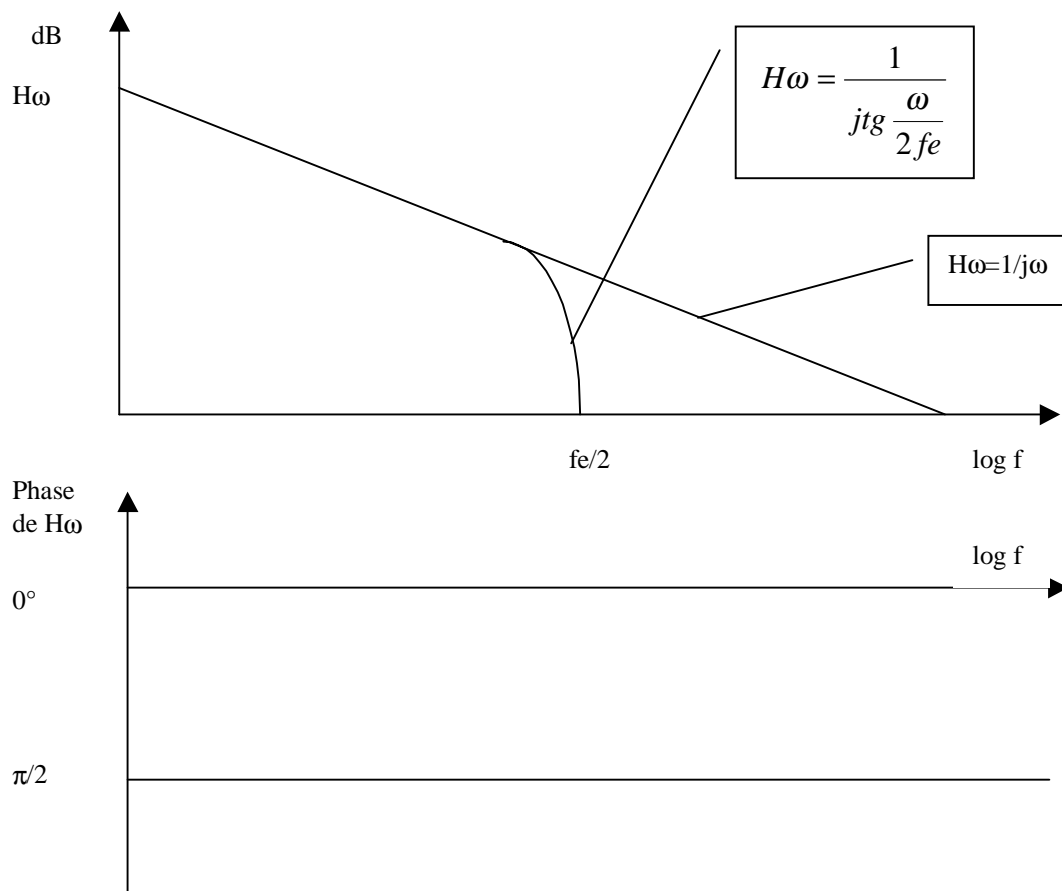
Le schéma ci-dessous montre le principe de l'intégrateur :



Ce schéma s'exprime par la formule: $Y_n = X_n + X_{n-1} + Y_{n-1}$

Avec X échantillon d'entrée, Y échantillon de sortie et n indice de l'échantillon

Les courbes d'amplitude et de phase de ce circuit intégrateur sont alors les suivantes:



Avec f_e fréquence d'échantillonnage

Remarque : pour un signal sinusoïdal, un intégrateur parfait donne:

$$p(x, t) = p_0 \cdot e^{j(\omega t - kx)}$$

$$\int p(x, t) = p_0 \cdot e^{-jkx} \int e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} p(x, t)$$

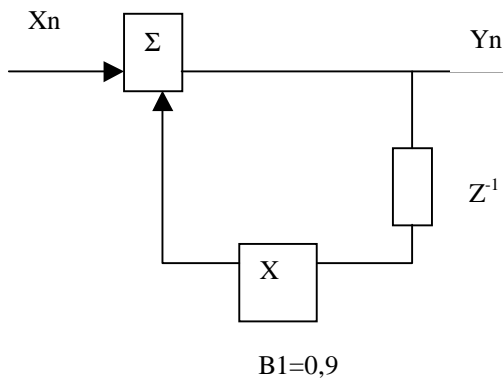
11.1.1.2. Filtre numérique

Un signal traversant un filtre analogique ne comporte que les fréquences que le filtre laissent passer, mais c'est toujours une fonction du temps.

Un filtre numérique se comporte de la même façon sauf que le traitement porte sur des suites discrètes de valeurs numériques données par le convertisseur analogique / numérique.

La sortie du filtre numérique est identique à la série de points que l'on a en numérisant la sortie du filtre analogique.

Le principe du filtre 1 pôle (1^{er} ordre) est le suivant :



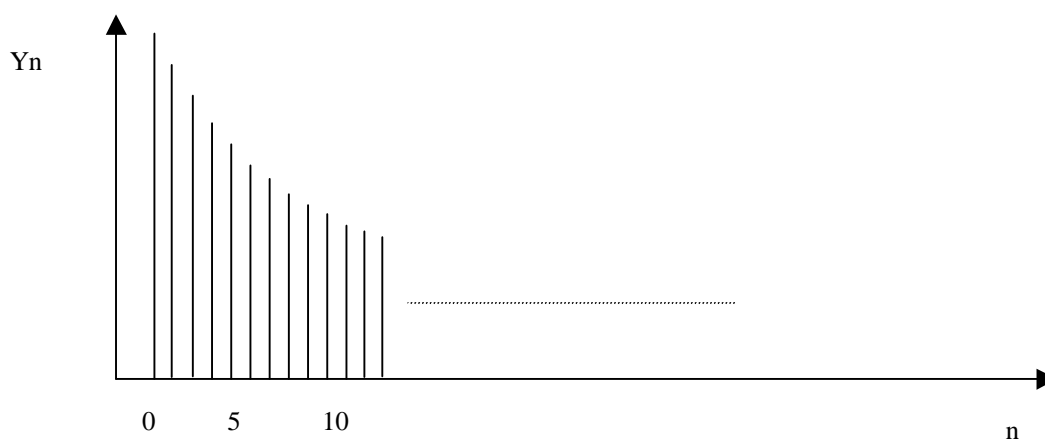
Il se caractérise par l'équation suivante :

$$Y_n = X_n + B_1 Y_{n-1}$$

Et sa fonction de transfert est :

$$H_z = \frac{1}{1 - B_1 Z^{-1}}$$

La réponse impulsionnelle se représente de la façon suivante :

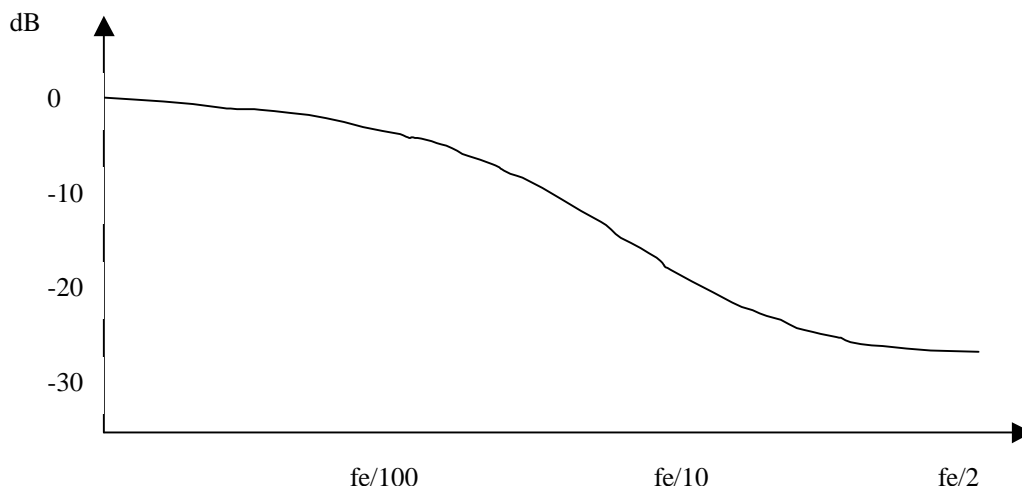


Elle donne la réponse du filtre à un signal dirac idéal:

Xn	0	0	1	0	0	0
Yn	0	0	1	0,9	0,81	0,73

Ce qui correspond à une constante de temps de type RC (soit $e^{-t/RC}$) avec $RC = -\frac{1}{\ln B_1} \Delta t = 9,5 \Delta t$

La réponse en fréquence sera:



avec f_e fréquence d'échantillonnage.

11.2. Synthèse de filtres

La synthèse de filtres numériques consiste à transposer les méthodes de synthèse des filtres analogiques :

- Définition d'un gabarit du filtre numérique : fréquences de coupure, atténuation, ondulation en bande passante.
- Distorsion de fréquence pour obtenir le gabarit du filtre analogique équivalent.
- Synthèse du filtre analogique par techniques classiques (Butterworth, Bessel, Cauer, ...)
- Changement de variable pour obtenir la fonction de transfert numérique.

Le résultat de la synthèse est un jeu de coefficients qui serviront à calculer, par une somme pondérée des échantillons du signal d'entrée et du signal de sortie aux instants précédents, la sortie du filtre pour chaque échantillon d'entrée.

Le nombre de coefficients varie en fonction de la sévérité du gabarit des filtres désirés. Pour des filtres d'octave et de 1/3 d'octave que nous utilisons, de la famille Butterworth, 8 coefficients suffisent pour chaque filtre.

Remarque fondamentale :

Dans le calcul des coefficients des filtres, les fréquences de coupure interviennent sous forme normalisée à la fréquence d'échantillonnage. Ainsi, un jeu de coefficient pour le filtre d'octave 16kHz à $f_e=48\text{kHz}$ est le même que pour le filtre d'octave 8kHz à $f_e=24\text{kHz}$. Nous reviendrons par la suite sur cette remarque...

11.3. Charge de calcul

Le calcul de la sortie d'un filtre d'ordre N nécessite $4N+1$ opérations élémentaires.

Pour un signal échantillonné à 48kHz, le calcul d'un spectre d'octave de 16Hz à 16Khz nécessite alors une puissance de calcul de :

$$11 \text{ octaves} \times 48000 \text{ points} \times (4 \times 8+1) \text{ opérations} = 17\,424\,000$$

Une optique temps réel demanderait une puissance de calcul de 17 Mflops juste pour le filtrage, ce qui semble possible aujourd'hui avec des Pentium pro-200.

11.4. Filtrage multicaudencé

Le procédé de filtrage numérique laisse apparaître un inconvénient majeur, lié à la remarque fondamentale de 11.2 :

Si l'on désire filtrer un signal, on a besoin de 14 filtres d'octave et de 44 filtres de 1/3 d'octave, et ceci pour chaque fréquence d'échantillonnage désirée.

Aussi, pour éviter cette gestion fastidieuse, on va avoir recours à une technique bien connue en traitement du signal : le traitement multicaudencé.

Le principe en est le suivant (présenté pour l'analyse en octave, l'extension au filtrage 1/3 d'octave étant immédiate) :

- On utilise 1 seul filtre de 1/3 d'octave, tel que sa fréquence centrale soit strictement inférieure à $f_e/2$.

Exemple : $f_c=16\text{kHz}$, $f_e=48\text{kHz}$.

- On agit comme suit :

- filtrage du signal d'entrée par le filtre -> résultat pour l'octave 16kHz, soit $f_c/f_e=3$ -
décimation : on forme une image du signal d'entrée à une fréquence d'échantillonnage moitié, soit 24kHz : filtrage passe-bas à 12 kHz (voir remarque ci-dessous), puis on ne garde qu'un point sur deux.
- filtrage du signal obtenu par le même filtre -> résultat pour l'octave 8kHz, à $f_c/f_e=3$.
- etc...

On réitère ce procédé pour obtenir les résultats aux bandes inférieures.

Remarque : théorème de Shannon

La numérisation d'un signal n'est valide que si on l'échantillonne à une fréquence strictement supérieure à 2 fois sa bande passante. Ainsi, un signal échantillonné à 48kHz ne contiendra aucune fréquence au delà de 24kHz.

Si l'on désire obtenir des fréquences supérieures, il est nécessaire d'augmenter la fréquence d'échantillonnage en conséquence, sous peine de déformer le signal par « repliement spectral ».

Aussi, avant d'échantillonner un signal à 48kHz, on lui applique un filtre passe-bas dit « anti-repliement » de fréquence de coupure 24kHz (parfois moins pour sécurité). L'échantillonnage est alors sans danger.

On voit tout l'intérêt d'un tel procédé :

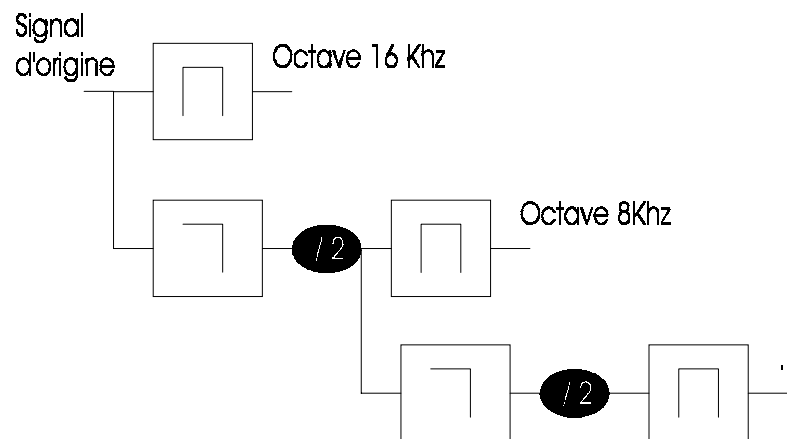
1. On ne va utiliser qu'un filtre d'octave et que 3 de 1/3 d'octave.
2. A chaque étage de filtrage, le nombre de points est divisé par 2 (décimation), et la charge de calcul est alors amoindrie.
3. L'ordre des filtres est diminué. On utilise ici toujours les mêmes filtres d'ordre 8 alors que des filtres d'ordre plus élevés seraient nécessaires des f/f_e plus petits.

Notons enfin que la littérature donnée en fin de note décrit abondamment le sujet.

Plusieurs inconvénients sont toutefois à considérer. Voyons leurs remèdes...

Remède 1 : On doit respecter le théorème de Shannon : on ne peut traiter un signal numérique que si ses composantes fréquentielles sont inférieures à $f_e/2$. On a donc recours à un filtre passe-bas supplémentaire à $f_e/4$.

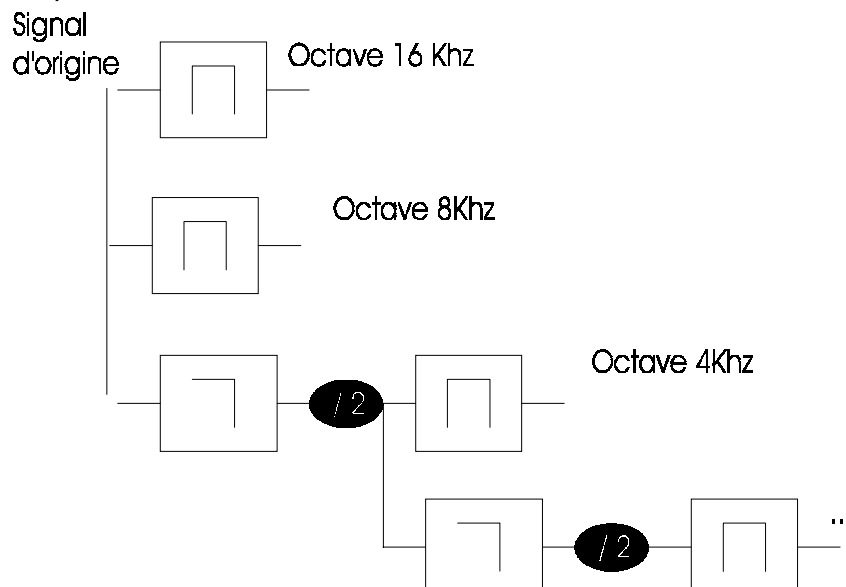
f_e =fréquence d'origine -> passe-bas à $f_e/4$ -> décimation -> $f_e'=f_e/2$ = nouvelle fréquence
 Le signal, à la nouvelle fréquence f_e' , ne contient pas de composantes au delà de $f_e'/2$.



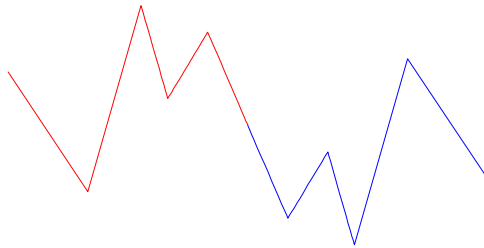
Mais le travail trop proche de $f_e/2$ pose des problèmes numériques, notamment pour la décimation. Il est donc préférable de travailler avec des gabarits de filtre à $f_e/4$.

Exemple :

Pour $f_e=48$ kHz, on générera donc un filtre en limite de $f_e/2$ (pour l'octave 16 kHz), et également un filtre à $f_e/4$ (8 kHz). Si l'utilisateur désire l'octave en limite de Shannon (ici 16 kHz), on lui fournira la sortie avec le premier jeu de filtres. Les autres octaves seront calculées avec des gabarits construits à $f_e/4$, ce qui doublera malheureusement la charge de calcul (2 fois plus de points à traiter pour chaque octave), mais offrira le confort et la sécurité de calcul nécessaires. L'implantation définitive est donc :



Remède 2 : L'utilisation de filtres numériques implique une phase d'initialisation des filtres. En effet, au départ, on ne peut calculer la sortie désirée en fonction des sorties et des entrées précédentes, puisqu'elles n'existent pas. Il faudra donc passer un certain nombre de points dans chaque filtre avant de considérer la sortie du filtrage comme valide. Ce pré-signal doit bien évidemment contenir les mêmes composantes fréquentielles que le signal à traiter. Mais il faut également éviter les sauts de phase entre la fin du pré-signal et le signal. Pour cela, le signal est pré-complété artificiellement avant le traitement par le nombre suffisant de points en miroir comme suit, avec une pondération de Hanning au raccordement autour de la moyenne du signal :



Remède 3 : Le fait de décimer allège la charge mais a pour inconvénient de réduire le nombre de points : aussi, pour accéder aux octaves les plus basses correctement initialisées, il faudra un signal assez long pour y parvenir.

Limites fréquentielles atteignables :

Soit un signal de durée T et échantillonné à f_e .

Quelles sont les limites, en $1/1$ et $1/3$ d'octave, d'une analyse pour un signal donné?

Limite Maxi :

C'est le théorème de Shannon qui dicte l'octave Max.

Si la limite supérieure de l'octave centré en f_c est telle que $f_c \cdot \sqrt{2} < f_e/2$, alors l'octave est atteignable.

Notons **imax** l'indice d'octave maximum atteignable.

Limite Mini :

A cause de l'initialisation nécessaire des filtres et du principe de décimation, c'est la taille du fichier qui fixe la limite.

Le nombre de points nécessaire est indiqué dans le tableau ci-dessous. A titre d'exemple, des valeurs numériques sont données pour $f_e = 48$ kHz.

Fréquence centrale (Hz)	Indice	Nombre de points	Nombre de blocs de 4096 points	Durée (sec.)
16 K	imax	200	1	0.08
8 K	imax-3	200	1	0.08
4 K	imax-6	400	1	0.08
2 K	imax-9	800	1	0.08
1 K	imax-12	1600	1	0.08
500	imax-15	3200	1	0.08
250	imax-18	6400	2	0.17
125	imax-21	12800	4	0.26
63	imax-24	25600	7	0.59
31.5	imax-27	51200	13	1.10
16	imax-30	102400	25	2.13
8	imax-33	204800	50	4.26
4	imax-36	409600	100	8.52
2	imax-39	819200	200	17.04
1	imax-42	1638400	400	34.08

Il faudra donc un signal d'une durée au moins de 2.13 sec, à 48 kHz, pour pouvoir calculer l'octave 16 Hz.

11.5. Doléances de la norme

On trouvera résumées ici les principales exigences de la norme, d'après deux documents : NF EN 61260 (Janvier 1996) et IEC 1260-199X.

Quelques définitions :

- G** est le rapport nominal de fréquence.
 $G=2$ pour les systèmes en base 2
 $G=10^{\frac{3}{10}}$ pour les systèmes en base 10.
- b** est l'indicateur de bande passante.
 $b=1$ pour les filtres d'octave
 $b=3$ pour les filtres de 1/3 d'octave
- fr** est la fréquence de référence, soit 1000 Hz.
- Les fréquences médianes **fm** de chaque $n^{ième}$ d'octave sont données par :

$$fm = (G^{\frac{x}{b}}).fr \quad \text{pour } b \text{ impair}$$

$$fm = (G^{\frac{2x+1}{2b}}).fr \quad \text{pour } b \text{ pair.}$$

x est l'indice d'identification ISO de la bande, de -30 (1 Hz) à 13 (20kHz), avec 0 pour 1kHz.

- Les fréquences latérales de coupure haute **fs** et basse **fi** de chaque bande sont données par :

$$fs = (G^{\frac{-1}{2b}}).fm \quad \quad \quad fi = (G^{\frac{1}{2b}}).fm$$

NOTE IMPORTANTE :

Notre algorithme basé sur le principe d'une décimation pour passer d'un filtre d'octave au filtre de l'octave inférieure ne nous permet pas de travailler en base 10. En effet, en base 10, la fréquence centrale pour $x=0$ est 1Khz, mais pour $x=-3$ (octave inférieure), elle n'est pas de $1000/2=500$ Hz, mais de 501.19 Hz. Ceci nous interdit d'utiliser la procédure par décimation puisque les gabarits ne sont alors pas centrés sur les bonnes fréquences.

On se limitera donc au travail en base 2, même si la norme privilégie la base 10, pour laquelle il faudrait générer la batterie de filtres complète.

Notons toutefois que la norme considère la base 2 comme une approximation suffisante.

Précisons également que par commodité d'utilisation, la norme définit également des fréquences « normales », plus commodes : ainsi, on pourra dire « octave 63Hz » pour l'octave dont la fréquence centrale est 63.096 Hz en base 10 et 62.5 Hz en base 2.

Le tableau suivant récapitule toutes ces fréquences :

		G=	1.99526231		G=	2	
F. nominale	x	fm Base 10	fi Base 10	fs Base 10	fm Base 2	fi Base 2	fs Base 2
1	-30	1	0.89125094	1.12201845	0.9765625	0.87001828	1.09615434
1.25	-29	1.25892541	1.12201845	1.41253754	1.23039165	1.09615434	1.38106793
1.6	-28	1.58489319	1.41253754	1.77827941	1.55019634	1.38106793	1.74003656
2	-27	1.99526231	1.77827941	2.23872114	1.953125	1.74003656	2.19230869
2.5	-26	2.51188643	2.23872114	2.81838293	2.4607833	2.19230869	2.76213586
3.15	-25	3.16227766	2.81838293	3.54813389	3.10039268	2.76213586	3.48007312
4	-24	3.98107171	3.54813389	4.46683592	3.90625	3.48007312	4.38461738
5	-23	5.01187234	4.46683592	5.62341325	4.9215666	4.38461738	5.52427173
6.3	-22	6.30957344	5.62341325	7.07945784	6.20078536	5.52427173	6.96014624
8	-21	7.94328235	7.07945784	8.91250938	7.8125	6.96014624	8.76923475
10	-20	10	8.91250938	11.2201845	9.8431332	8.76923475	11.0485435
12.5	-19	12.5892541	11.2201845	14.1253754	12.4015707	11.0485435	13.9202925
16	-18	15.8489319	14.1253754	17.7827941	15.625	13.9202925	17.5384695
20	-17	19.9526231	17.7827941	22.3872114	19.6862664	17.5384695	22.0970869
25	-16	25.1188643	22.3872114	28.1838293	24.8031414	22.0970869	27.8405849
31.5	-15	31.6227766	28.1838293	35.4813389	31.25	27.8405849	35.076939
40	-14	39.8107171	35.4813389	44.6683592	39.3725328	35.076939	44.1941738
50	-13	50.1187234	44.6683592	56.2341325	49.6062829	44.1941738	55.6811699
63	-12	63.0957344	56.2341325	70.7945784	62.5	55.6811699	70.153878
80	-11	79.4328235	70.7945784	89.1250938	78.7450656	70.153878	88.3883476
100	-10	100	89.1250938	112.201845	99.2125657	88.3883476	111.36234
125	-9	125.892541	112.201845	141.253754	125	111.36234	140.307756
160	-8	158.489319	141.253754	177.827941	157.490131	140.307756	176.776695
200	-7	199.526231	177.827941	223.872114	198.425131	176.776695	222.72468
250	-6	251.188643	223.872114	281.838293	250	222.72468	280.615512
315	-5	316.227766	281.838293	354.813389	314.980262	280.615512	353.553391
400	-4	398.107171	354.813389	446.683592	396.850263	353.553391	445.449359
500	-3	501.187234	446.683592	562.341325	500	445.449359	561.231024
630	-2	630.957344	562.341325	707.945784	629.960525	561.231024	707.106781
800	-1	794.328235	707.945784	891.250938	793.700526	707.106781	890.898718
1000	0	1000	891.250938	1122.01845	1000	890.898718	1122.46205
1250	1	1258.92541	1122.01845	1412.53754	1259.92105	1122.46205	1414.21356
1600	2	1584.89319	1412.53754	1778.27941	1587.40105	1414.21356	1781.79744
2000	3	1995.26231	1778.27941	2238.72114	2000	1781.79744	2244.9241
2500	4	2511.88643	2238.72114	2818.38293	2519.8421	2244.9241	2828.42712
3150	5	3162.27766	2818.38293	3548.13389	3174.8021	2828.42712	3563.59487
4000	6	3981.07171	3548.13389	4466.83592	4000	3563.59487	4489.84819
5000	7	5011.87234	4466.83592	5623.41325	5039.6842	4489.84819	5656.85425
6300	8	6309.57344	5623.41325	7079.45784	6349.60421	5656.85425	7127.18975
8000	9	7943.28235	7079.45784	8912.50938	8000	7127.18975	8979.69639
10000	10	10000	8912.50938	11220.1845	10079.3684	8979.69639	11313.7085
12500	11	12589.2541	11220.1845	14125.3754	12699.2084	11313.7085	14254.3795
16000	12	15848.9319	14125.3754	17782.7941	16000	14254.3795	17959.3928
20000	13	19952.6231	17782.7941	22387.2114	20158.7368	17959.3928	22627.417

A. Filtres d'octave :

La norme ISO définit des gabarits de filtre en fréquence réduite ($f/f_{centrale}$) en attribuant à des fréquences particulières des affaiblissements suivant la classe de filtre désirée (0 à 2, 0 étant la plus sévère) :

G [^]	Gains mini et maxi (en dB)		
	Classe 0	Classe 1	Classe 2
0	0.15; -0.15	0.3; -0.3	0.5; -0.5
+/- 1/8	0.15; -0.2	0.3; -0.4	0.5; -0.6
+/- 1/4	0.15; -0.4	0.3; -0.6	0.5; -0.8
+/- 3/8	0.15; -1.1	0.3; -1.3	0.5; -1.6
< 1/2	0.15; -4.5	0.3; -5	0.5; -5.5
> -1/2	0.15; -4.5	0.3; -5	0.5; -5.5
+/- 1/2	-2.3; -4.5	-2; -5	-1.6; -5.5
+/- 1	-18; -inf	-17.5; -inf	-16.5; -inf
+/- 2	-42.5; -inf	-42; -inf	-41; -inf
+/- 3	-62; -inf	-61; -inf	-55; -inf
>= 4	-75; -inf	-70; -inf	-60; -inf
<= -4	-75; -inf	-70; -inf	-60; -inf

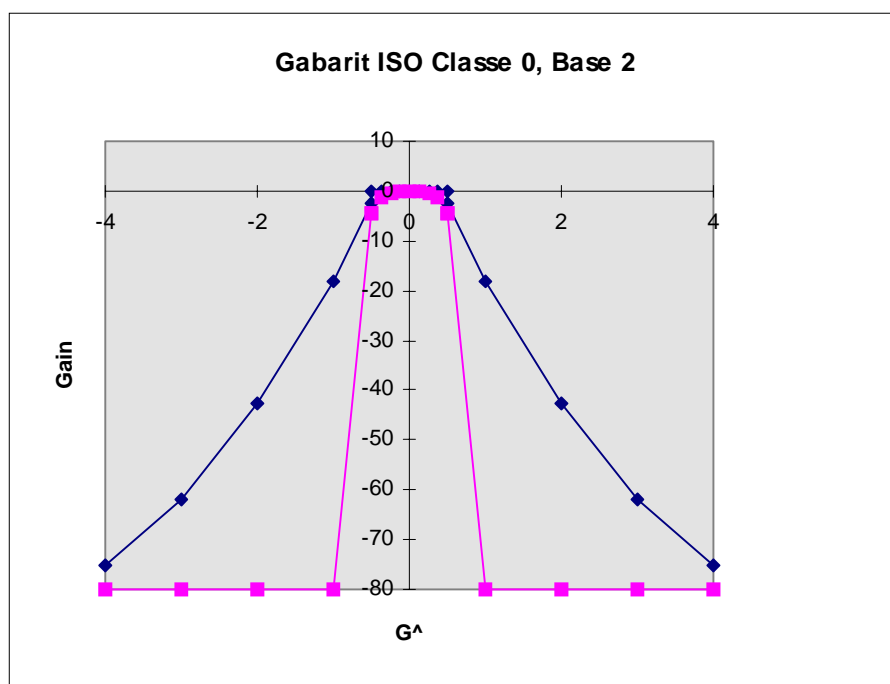
Exemple avec $f_c = 1\text{kHz}$, base 2 :

f(Hz)	f/ f_c	x	Gmin	Gmax
62.5	0.0625	-4	-75	-80
125	0.125	-3	-62	-80
250	0.25	-2	-42.5	-80
500	0.5	-1	-18	-80
707.106781	0.70710678	-0.5	-2.3	-4.5
707.106781	0.70710678	-0.5	0.15	-4.5
771.105413	0.77110541	-0.375	0.15	-1.1
840.896415	0.84089642	-0.25	0.15	-0.4
917.004043	0.91700404	-0.125	0.15	-0.2
1000	1	0	0.15	-0.15
1090.50773	1.09050773	0.125	0.15	-0.2
1189.20712	1.18920712	0.25	0.15	-0.4
1296.83955	1.29683955	0.375	0.15	-1.1
1414.21356	1.41421356	0.5	0.15	-4.5
1414.21356	1.41421356	0.5	-2.3	-4.5
2000	2	1	-18	-80
4000	4	2	-42.5	-80
8000	8	3	-62	-80
16000	16	4	-75	-80

Exemple avec $f_c = 1\text{kHz}$, base 10 :

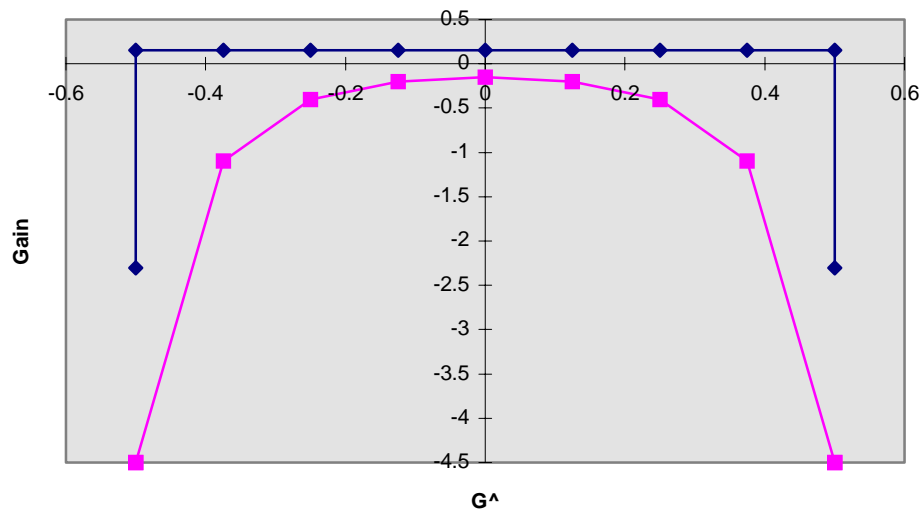
f(Hz)	f/fc	x	Gmin	Gmax
63.0957344	0.06309573	-4	-75	-80
125.892541	0.12589254	-3	-62	-80
251.188643	0.25118864	-2	-42.5	-80
501.187234	0.50118723	-1	-18	-80
707.945784	0.70794578	-0.5	-2.3	-4.5
707.945784	0.70794578	-0.5	0.15	-4.5
771.791516	0.77179152	-0.375	0.15	-1.1
841.395142	0.84139514	-0.25	0.15	-0.4
917.275935	0.91727594	-0.125	0.15	-0.2
1000	1	0	0.15	-0.15
1090.18449	1.09018449	0.125	0.15	-0.2
1188.50223	1.18850223	0.25	0.15	-0.4
1295.6867	1.2956867	0.375	0.15	-1.1
1412.53754	1.41253754	0.5	0.15	-4.5
1412.53754	1.41253754	0.5	-2.3	-4.5
1995.26231	1.99526231	1	-18	-80
3981.07171	3.98107171	2	-42.5	-80
7943.28235	7.94328235	3	-62	-80
15848.9319	15.8489319	4	-75	-80

On peut alors tracer les gabarits des filtres d'octave correspondant, soit par exemple pour la base 2 :



Et plus précisément en bande passante ...

Gabarit ISO Classe 0, base 2 (ZOOM)



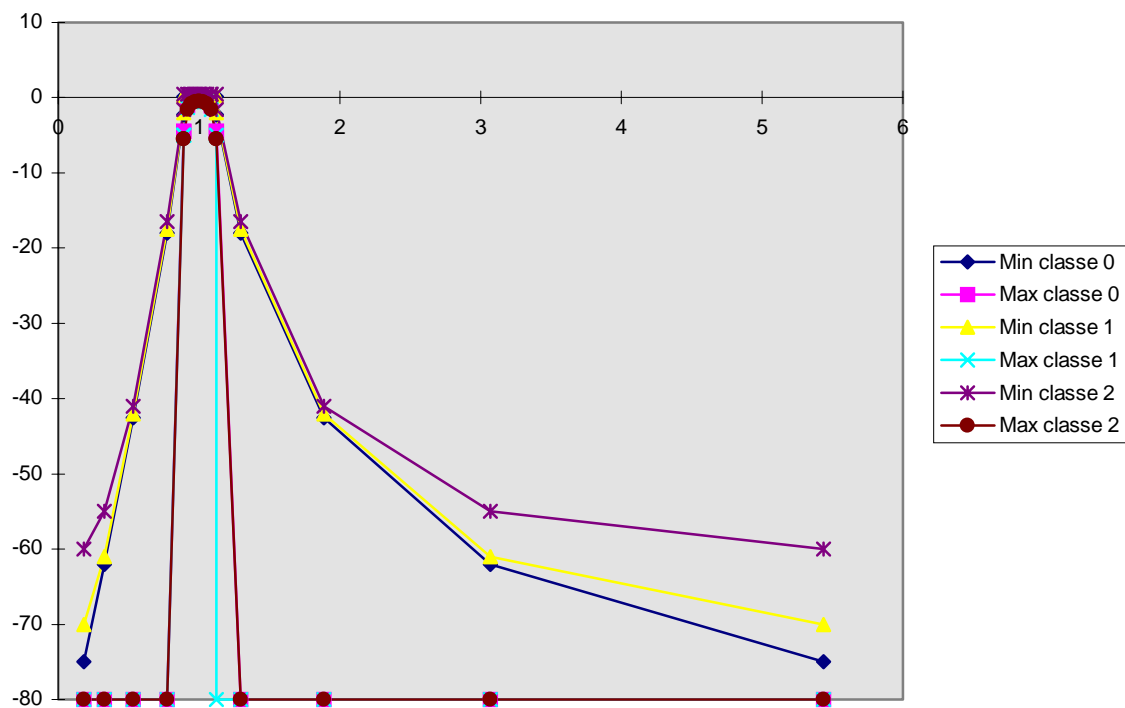
B. Filtres de tiers d'octave :

Le gabarit est ici défini de la façon suivante:

f/fc		Gains					
Base 10	Base 2	Min classe 0	Max classe 0	Min classe 1	Max classe 1	Min classe 2	Max classe 2
0.18546	0.184	-75	-inf	-70	-inf	-60	-inf
0.32748	0.32578	-62	-inf	-61	-inf	-55	-inf
0.53143	0.52996	-42.5	-inf	-42	-inf	-41	-inf
0.77257	0.77181	-18	-inf	-17.5	-inf	-16.5	-inf
0.89125	0.8909	-2.3	-4.5	-2	-5	-1.6	-5.5
0.89125	0.8909	0.15	-4.5	0.3	-5	0.5	-5.5
0.91958	0.91932	0.15	-1.1	0.3	-1.3	0.5	-1.6
0.94719	0.94702	0.15	-0.4	0.3	-0.6	0.5	-0.8
0.97402	0.97394	0.15	-0.2	0.3	-0.4	0.5	-0.6
1	1	0.15	-0.15	0.3	-0.3	0.5	-0.5
1.02667	1.02676	0.15	-0.2	0.3	-0.4	0.5	-0.6
1.05575	1.05594	0.15	-0.4	0.3	-0.6	0.5	-0.8
1.08746	1.08776	0.15	-1.1	0.3	-1.6	0.5	-1.6
1.12202	1.12246	0.15	-4.5	0.3	-5	0.5	-5.5
1.12202	1.12246	-2.3	-4.5	-2	-5	-1.6	-5.5
1.29437	1.29565	-18	-inf	-17.5	-inf	-16.5	-inf
1.88173	1.88695	-42.5	-inf	-42	-inf	-41	-inf
3.05365	3.06955	-62	-inf	-61	-inf	-55	-inf
5.39195	5.43474	-75	-inf	-70	-inf	-60	-inf

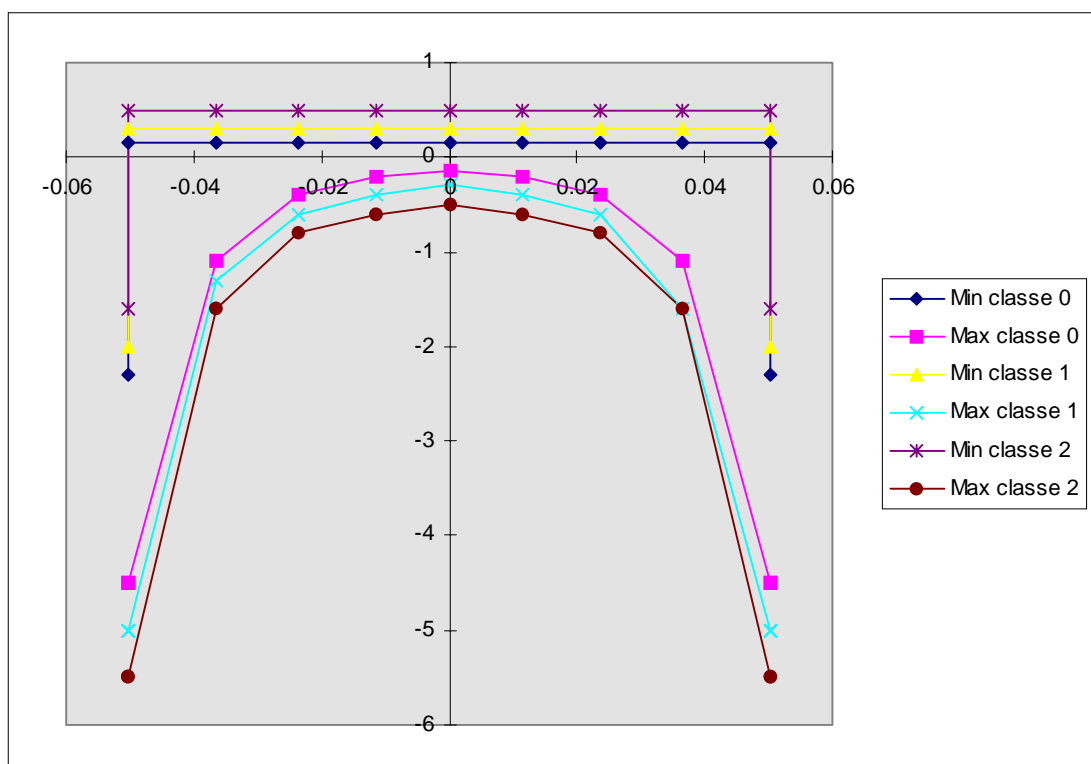
On trace les gabarits correspondants pour les 3 classes :

- axe horizontal : rapport f/f_c en base 2
- axe vertical : atténuation (dB)



Et de façon plus précise en bande passante :

- axe horizontal : rapport $\log_{10}(f/f_c)$ en base 2
- axe vertical : atténuation (dB)



11.6. Bibliographie

Normes :

- norme européenne, norme française NF EN 61260 Janvier 1996
 Indice de classement : C 97-010

Livres :

- Traitement numérique du signal
 M. Bellanger
 CNET-ENST
 MASSON
- Traitement des signaux pour les systèmes sonar
 M. Bouvet
 CNET-ENST
 MASSON
- Méthodes numériques pour le traitement du signal
 G. Blanchet
 J. Prado
 MASSON