

# Notes de cours sur le risque de crédit

**Vivien BRUNEL**

Société Générale  
and  
Léonard de Vinci Pôle Universitaire, Finance Lab, France

This version : 19 février 2017



# Introduction

Ces notes de cours représentent le support de cours *Risque de Défaut - Risque de Crédit* donné à l'Ecole des Ponts et Chaussées de 2005 à 2017 puis celui du MOOC *Risque de crédit : des modèles au pilotage de la banque* déployé à l'Ecole Supérieure d'Ingénieurs Léonard de Vinci (ESILV) et sur la plateforme FUN.

Le but de ce cours est, d'une part de décrire l'ensemble de la chaîne du risque de crédit dans la banque (marché du crédit cash et dérivé, gestion du risque, mesure de performance, allocation de capital et gestion d'un portefeuille bancaire), et d'autre part de donner aux étudiants, au travers d'un cours plus concret, une vision de leur futur métier d'ingénieur financier.

Avant de parler de risque de défaut, ou de risque de crédit, il est important de comprendre quels sont les intervenants sur les marchés financiers. Les marchés financiers réunissent des acheteurs ou des vendeurs. Ceux ci sont liés par un contrat (une vente, le plus généralement) qui stipule les conditions d'échange de flux financiers (emprunter aujourd'hui pour rembourser demain, emprunter à taux fixe, et prêter à taux variable, etc...) ou d'achat vente (actions, obligations d'état, obligations du secteur privé, monnaies, matières premières, etc...).

Chaque contrat, y compris sous sa plus simple forme -l'achat ou vente d'une action- stipule les modalités d'échange. Prenons l'exemple d'une obligation. France Télécom veut lever 3 milliard d'Euros de capitaux pour financer une opération de rachat d'opérateur téléphonique. France Télécom va se tourner vers les interlocuteurs habituels pour obtenir les fonds manquants : banques, introduction en bourse de nouvelles actions, marché financiers.

Si la solution retenue est celle d'un emprunt sur les marchés financiers, France Télécom doit lever 3 Milliards d'Euros sous forme d'obligation et peut proposer l'opération suivante : pour 100 EUR prêtés, France Télécom versera un intérêt annuel de 6%, et remboursera les 100 EUR dans leur totalité en 2010.

Plusieurs questions vont être soulevées par les intervenants du marché :

1. dois je effectivement prêter 100 EUR à France Telecom, en échange des remboursements promis, ou moins ? Pourquoi pas 95 EUR, ou 103 EUR ? Quel prix dois je donner à l'obligation France Telecom ? (point de vue de l'investisseur, du market-maker)
2. suis-je déjà trop exposé dans mon portefeuille au secteur Telecom. Les nouvelles obligations que j'achète me permettent-elles de bien diversifier mon risque ? (point de vue du gérant)
3. acheter des obligations France Telecom implique des réserves-réglementaires et économiques- que je vais devoir supporter. Le rendement proposé par l'obligation me permet il de couvrir ces frais additionnels ? (définition du couple rendement-risque)
4. à quels facteurs de risque France Telecom est il sensible ? quel part de risque sur France Telecom est elle due au risque systémique, au secteur des Telecom dans son ensemble, ou à

France Telecom elle-même? comment gérer ce risque ci? (gestionnaire de portefeuille bancaire)

5. je désire revendre une partie du risque que je prends sur France Telecom au moyen de produits structurés regroupant plusieurs émetteurs de dette. Quelles sont les interactions entre les différents émetteurs que je vais considérer? comment isoler plusieurs niveaux de risque que je vais revendre? (point de vue du structureur de CDO)

Dans ce cours, nous aborderons chacune de ces questions. L'accès aux concepts, aux outils et aux techniques mathématiques fait l'objet d'une progression régulière et progressive. Bien entendu, tout ce qui est abordé en cours ou dans les vidéos des MOOCs est repris dans ces notes, mais nous irons plus loin que le cours sur certains sujets. Le lecteur trouvera à la fin des notes une bibliographie permettant d'aller plus loin sur un sujet spécifique.

# Chapitre 1

## Description de l'activité bancaire

Partant du constat que le rôle, le fonctionnement et l'organisation de la banque sont souvent méconnus des interlocuteurs, amis, famille, que nous avons ou même des candidats à un poste que nous avons fréquemment interviewés, nous avons souhaité dans l'introduction présenter, sous une forme simplifiée, ce qu'est une banque, quelle est son utilité et dans quel cadre elle exerce son activité. Ce cadre est en évolution rapide depuis 2007, en réponse à la crise financière de 2007-2010 qui a mis en lumière certaines faiblesses dans les approches des banques et des manques à combler dans le dispositif — nécessaire — de réglementation et supervision bancaire. La revue du cadre prudentiel (Bâle 3) et la mise en place d'un mécanisme de supervision unique pour les plus grandes banques européennes (sous l'égide de la Banque Centrale Européenne) en sont les deux exemples les plus marquants et actuels.

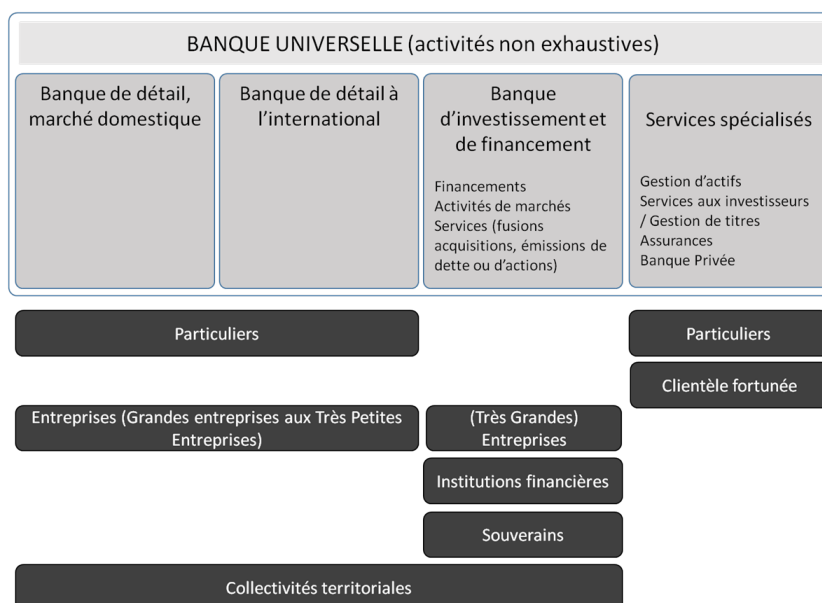
La banque est un intermédiaire financier qui fait l'interface entre deux types d'agents : les emprunteurs et les prêteurs. Son rôle est de fournir aux emprunteurs les ressources qui leur sont nécessaires en se refinançant auprès des prêteurs. Dans cette opération, la banque a également un rôle de transformation puisque les prêteurs apportent généralement des ressources courtes (i.e. à horizon de temps limité, avec la volonté de les avoir disponibles rapidement et de manière sécurisée) alors que la demande des emprunteurs est généralement longue (volonté d'emprunter sur un horizon suffisamment long pour donner de la visibilité ou la capacité de rembourser) **et** risquée ; c'est la transformation de bilan. Les agents économiques peuvent être à la fois prêteurs et emprunteurs. Ainsi, les ménages sont prêteurs nets (prêtent plus qu'ils n'empruntent) alors que les entreprises non financières (hors banques) sont emprunteurs nets, de même que les administrations publiques. Deux points principaux sont à retenir :

- Les banques sont des **intermédiaires financiers** qui ont pour fonction de collecter l'épargne des agents économiques ayant une capacité de financement pour la distribuer aux agents ayant un besoin de financement.
- Par rapport aux autres intermédiaires financiers (sociétés d'assurance et organismes de placement collectif en bourse), les banques sont les seules à détenir le pouvoir de **création monétaire**, via l'octroi de crédits.

Les clients de la banque ne se limitent pas aux seuls emprunteurs cités plus haut (ménages, entreprises non financières, administrations publiques). La banque a en effet développé une

offre de service autour de l'activité de crédit et une illustration de banque universelle (et de ses clients – fond gris foncé) est la suivante :

**Schéma 1.1.** *Illustration simplifiée de l'activité d'une banque universelle et de ses clients, qui sont à la fois prêteurs et emprunteurs*



La banque prête à long terme alors qu'elle se finance à court terme. Via cette action de transformation, elle contribue à résoudre le déséquilibre originel sur le marché de l'épargne entre une offre à court terme et un besoin à long terme. En France, on observe ainsi une position créditrice positive à court terme des agents non financiers (qui représente 71 % du PIB au global) et débitrice à long terme (110 % du PIB au global) à contre-courant de laquelle est la banque : les institutions de crédit sont le seul secteur à emprunter à court terme et à prêter à long terme et sont fournisseurs de liquidité et de crédit. Cette transformation engendre les principaux risques de la banque :

- risque que les taux auxquels elle se finance soient supérieurs aux taux auxquels elle prête, soit parce qu'il se produit une inversion de la courbe des taux, soit parce que les taux auxquels elle se finance (taux variables) passent au-dessus des taux auxquels elle a prêté (taux fixes) à ses clients,
- risque de refinancement puisque la banque doit refinancer régulièrement une part importante de son bilan. Ses sources de refinancement sont les dépôts des particuliers (en France, quasi pas rémunérés et plutôt stables), les dépôts des entreprises (plus volatils) et autres intermédiaires financiers qui peuvent couper leur financement rapidement (c'est ce qui s'est passé en août 2011 lorsque les fonds monétaires américains ont cessé de refinancer les banques européennes en USD). L'un des points majeurs de Bâle 3 est de mesurer l'adéquation entre ressources et utilisation des financements.

Les autres risques majeurs pour une banque sont :

- le risque de crédit : c'est le principal, et nous l'expliquerons, le quantifierons tout au long de cet ouvrage ;
- le risque de marché : le risque que la valorisation des positions de la banque (combinaison des achats et des ventes d'actions, d'obligations, de matières premières, de produits dérivés) évolue défavorablement ;

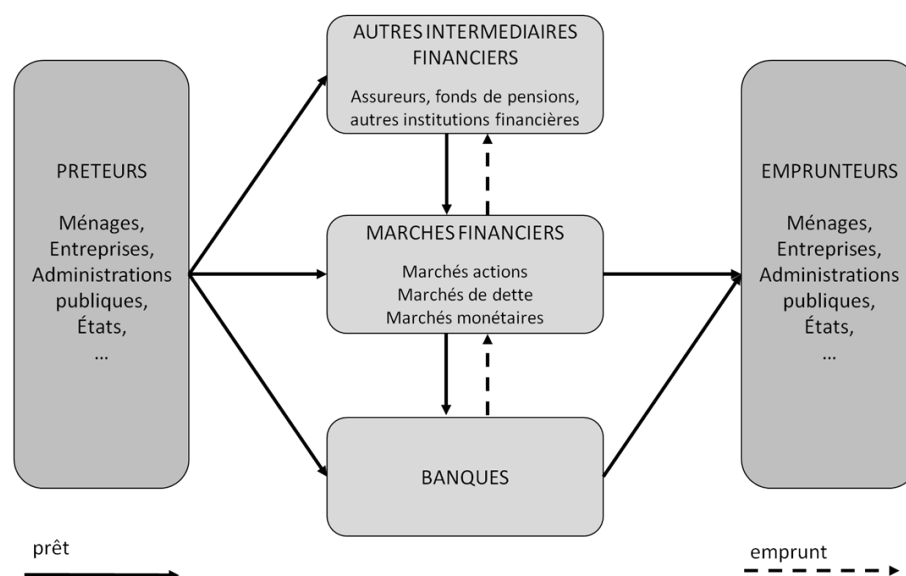
- le risque opérationnel : risque de pertes dues à une inadéquation ou à une défaillance des procédures de la banque (absence ou insuffisance de contrôle), de son personnel (erreur humaine, malveillance et fraude), des systèmes internes (panne informatique) ou à des événements externes (catastrophe naturelle) ;
- risque d'image ou risque de réputation : plus difficilement quantifiable, il s'agit pour la banque du risque de perdre une partie de son activité commerciale suite à une erreur de gestion de son image (par exemple, financements d'entreprises non conformes à l'éthique affichée par la banque et qui conduiraient à un boycott commercial de la part des clients traditionnels de la banque).

Certains de ces risques peuvent être croisés comme l'illustrent ces deux exemples de risques croisés :

- risques de crédit et de marché :
  - la faillite de Lehman Brothers (un événement de crédit) provoque un affolement des marchés et une variation brutale de leurs paramètres,
  - le spread de crédit d'une contrepartie (cf chapitres 2 et 3) se dégrade en même temps que sa qualité de crédit : c'est l'exemple des RMBS en 2007 dont les variations de prix reflètent alors une dégradation des marchés (mouvement général) contiguë avec la dégradation des RMBS eux-mêmes, en raison du risque croissant, non anticipé, sur les crédits subprimes américains,
- risques opérationnel et de marché : position de marché non autorisée (*rogue trading*) qui doit être retournée (soldée) dans un mouvement de marché défavorable. La valorisation de la position non autorisée évolue défavorablement avec le marché, ce qui accroît la perte opérationnelle *in fine*.

La banque n'est pas le seul pourvoyeur de financement. En effet, les marchés financiers sont eux-mêmes un autre fournisseur de financement : les grandes entreprises et les États émettent sur les marchés financiers des obligations. Les banques elles-mêmes revendent au marché les prêts qu'elles ont accordés, allégeant ainsi leur bilan (approche « Originate to Distribute », soit en français : octroyer pour distribuer). La coexistence de ces deux schémas de financement est reprise dans le schéma 1.2. On y notera que les marchés financiers sont à la fois fournisseurs de crédit auprès des emprunteurs et qu'ils sont prêteurs et emprunteurs auprès des banques.

En Europe, la prédominance va au modèle d'intermédiation : le financement se fait principalement via le bilan des banques alors qu'aux États-Unis le financement est principalement désintermédié (financement via les marchés obligataires ou la titrisation). En augmentant le niveau de capital requis pour l'activité bancaire et en mobilisant des ressources (liquidités) supplémentaires, il est probable que Bâle 3 accélérera le recours à la désintermédiation. Ceci permettra d'alléger le bilan des banques et de libérer les ressources en financement mobilisées en face des prêts concernés. Nous verrons au chapitre 9 que la capacité de financement des banques est également liée au niveau de fonds propres disponibles (argent apporté par les actionnaires, part du résultat non distribué). Lorsque le niveau requis augmente – toutes choses égales par ailleurs – la capacité à octroyer du crédit diminue et les marchés financiers apparaissent comme une alternative qui ne compense pas totalement le rôle des banques. Le lien entre capacité de financement de la part des banques et impact sur l'économie a été mis en avant par l'IIF (International Institute of Finance) qui a quantifié l'impact de la mise en place de la réforme Bâle 3. Un renforcement des fonds propres minimaux requis a pour effet de diminuer la capacité des banques à distribuer du crédit et limite donc leur part de financement de l'économie et, par suite, sa croissance. Une projection a ainsi été proposée par l'IIF selon plusieurs modèles estimant que l'impact des mesures Bâle 3 serait négatif sur la croissance à hauteur de -2,5 points de PIB sur une zone Euro, États-Unis, Japon, Royaume-Uni. En contrepartie, et c'est l'argument opposé par la Banque des Règlements In-

**Schéma 1.2.** *Circuits de financement et d'emprunts*

ternationaux, la stabilité financière supplémentaire permet de limiter les crises financières et la perte de croissance afférente. Nous reparlerons en chapitre 9 de la réglementation bancaire et des avancées de celle-ci depuis le début de la crise financière en 2007 et à venir.

Dans la suite de cet ouvrage, nous développerons les points suivants :

- La première partie traite des instruments de crédit, des plus classiques (crédits simples, obligations) aux plus complexes (produits de crédit structurés) en présentant à la fois les risques majeurs sur ces produits et en offrant un cadre de modélisation/de mesure simple.
- La deuxième partie de cet ouvrage aborde le risque de contrepartie et la mesure de celui-ci au niveau agrégé du portefeuille de la banque.
- La dernière partie est consacrée au pilotage sous contrainte de la banque : sous respect des contraintes réglementaires, comment optimiser la performance de la banque.

## CE QU'IL FAUT RETENIR

Une banque est un intermédiaire dont la fonction est de financer un ensemble de clients (particuliers, entreprises, collectivités, États), en assurant son propre refinancement auprès de ces mêmes acteurs et des marchés financiers. La banque prête à long terme en se finançant à court terme, assurant un rôle de transformation.

Les activités de la banque sont diverses : financement, services. Certaines banques ont des activités de marché qui ne constituent pas la majorité de l'activité.

Les risques auxquels elle est exposée sont de plusieurs natures, entre autres :

- risque de crédit, le thème de cet ouvrage,
- risque opérationnel,
- risque de marché,
- risque de taux lié à la transformation du bilan,
- risque de liquidité.



Ces risques peuvent être croisés entre eux (mentionnons à titre d'exemple les risques crédit/marché).

La banque est une activité régulée : les régulateurs proposent les règles (Comité de Bâle), les législateurs en votent l'application (Parlement européen et transposition en droit local), les superviseurs s'assurent que les règles sont respectées et que les établissements financiers supervisés sont « sains ». Les superviseurs bancaires sont nationaux (ACPR en France, Fed aux États-Unis) ou supra-nationaux (Banque Centrale Européenne qui deviendra, fin 2014, le superviseur unique des plus grandes banques européennes). Notons que les marchés peuvent imposer une certaine discipline (par exemple, accélération dans le temps de la mise à la cible du montant de capital minimal requis par la réglementation pour les banques).



## Chapitre 2

# Obligations et prêts bancaires

Pour fonctionner de manière satisfaisante, une banque doit connaître l'activité de ses clients et la nature de leurs besoins de financement. Les clients de la banque sont très variés : particuliers, professionnels, PME, grandes entreprises, États et collectivités locales ; les banques universelles modernes se positionnent sur tous ces types de clientèle dont les besoins de financement sont très divers. Le cas de la clientèle de particuliers par exemple est instructif : les particuliers ont un compte à vue qui peut être créancier ou débiteur, ce qui est un moyen pour eux de gérer leur trésorerie. Pour les besoins de financement plus importants que la simple trésorerie, la banque propose à ses clients toute une gamme d'instruments d'endettement comme des prêts échancés, des crédits revolving ou encore des crédits immobiliers.

L'objet de ce chapitre est de décrire les principaux types d'emprunteurs, de prêteurs et de modes de financement. La banque joue un rôle central dans le financement de l'économie, en particulier en Europe où elle intermédie 70 % du marché de la dette. En Amérique du Nord, ce sont principalement les marchés qui apportent les solutions de financement de l'économie, et seulement 30 % des financements proviennent des banques.

### 1. Le financement obligataire

Contrairement au financement des particuliers, le financement des entreprises et des États est beaucoup plus désintermédié et est apporté par les marchés financiers. En conséquence, les instruments de financement des entreprises et des États sont souvent échangeables sur les marchés, que ce soit sur les marchés obligataires ou les marchés du crédit. Dans cette section, nous décrivons le financement par émission d'obligations sur les marchés.

#### 1.1. *Obligations*

Une obligation est un titre coté en Bourse et échangeable sur le marché secondaire, formalisant un contrat entre l'émetteur (emprunteur) et les détenteurs du titre (prêteur), dont les deux éléments principaux sont l'échéancier des flux financiers et leur mode de calcul. Tous les termes de ce contrat sont fixés lors de l'émission obligataire à la création de l'obligation.

Une obligation rapporte en général à celui qui l'achète un taux d'intérêt fixe, le même chaque année, appelé coupon obligataire et versé par l'emprunteur qui a réalisé l'émission. Grâce à ce revenu fixe, une obligation est considérée comme moins risquée qu'une action, dont les revenus (dividendes) sont plus aléatoires et souvent difficiles à prévoir. Une des caractéristiques de l'obligation est sa *seniorité*, c'est-à-dire le rang de priorité de son détenteur sur le produit de liquidation en cas de banqueroute de l'émetteur. Les obligations qui donnent un droit de priorité sur tous les autres investisseurs sont appelées *senior*. Les autres sont dites subordonnées car elles ne seraient remboursées qu'une fois les créanciers senior totalement payés.

Dans tous les cas, la rémunération du titre est liée à la qualité de signature de l'émetteur. On observe ainsi une relation de corrélation étroite entre le spread d'une émission (écart entre le rendement et le taux sans risque) et la qualité de signature de l'émetteur (mesuré par les agences de notation au travers du rating).

## 1.2. Les obligations risquées

Certaines entreprises ont des besoins de financement importants et cherchent à diversifier leurs sources de financement pour optimiser le coût de leur dette. Les accès aux sources de financement sont multiples, de la vente de créances à l'emprunt auprès du banquier en passant par l'émission de dette obligataire sur les marchés financiers.

Prenons l'exemple d'une obligation émise par la société A. L'année  $N$ , la société A souhaite lever des fonds pour financer une acquisition importante ou un projet technologique. En raison de contraintes fiscales ou d'un cours boursier défavorable sur le marché des actions par exemple, la société A souhaite financer son opération via l'émission d'un emprunt sur les marchés financiers sous la forme de bons aux porteurs. Le coupon proposé est  $C$  et la date de maturité de l'opération  $T$ .

La société A va se tourner vers une banque qui s'engage à placer sur les marchés financiers les titres émis, au prix de 100 EUR. Afin de parvenir à ce prix d'émission, la banque « testera » les marchés et demandera en conséquence à la société A d'ajuster à la hausse ou à la baisse le taux d'intérêt proposé (le coupon), ou bien elle modifiera le prix d'émission. La banque garantira ensuite à la société A la vente de tous les titres, s'engageant ainsi à porter ceux qu'elle n'aura pas placés auprès des investisseurs. On dira alors que la banque est collée (risque de colle) aux titres de la société A qu'elle n'aura pas placés et qui resteront sur son bilan.

Les titres sont émis au 1<sup>er</sup> septembre de l'année  $N$ . Un échéancier est mis en place suivant lequel :

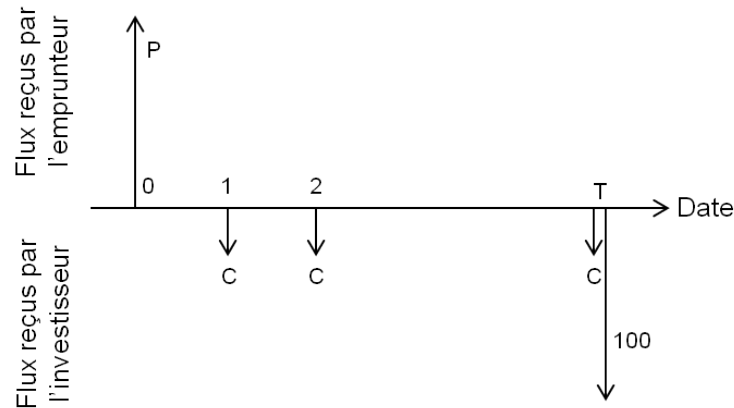
- au 01/09/ $N$ , la société A perçoit 100 EUR par obligation émise,
- aux 01/09/ $N+1$ , ..., 01/09/ $N+T-1$ , la société A verse le coupon  $C$  aux porteurs,
- le 01/09/ $N+T$ , la société A verse au porteur le dernier coupon de  $C$  et rembourse le principal de 100.

Un porteur qui a acheté l'obligation de la société A au 01.09. $N$  peut la revendre sur le marché obligataire. Le prix d'échange est fixé par le marché et on assiste à une cotation de l'obligation de la société A au côté d'autres obligations.

Plusieurs informations sont rassemblées autour de la cotation, parmi lesquelles :

- le nom de l'émetteur,
- la qualité de crédit de l'émetteur (rating attribué par une agence de notation),
- la maturité de l'obligation,
- le coupon.

La cotation est un prix (par exemple  $P = 111,93$ ), généralement exprimé en base 100 par rapport au principal également appelé le pair (une obligation est dite au pair lorsque son prix est égal au principal), auquel on associe un taux de rendement, le taux actuariel. Le

**Schéma 2.1.** Échéancier des paiements d'une obligation (maturité  $T$ , coupon annuel  $C$ )

taux actuariel est le taux qui égalise le prix de marché  $P$  et l'ensemble des cash-flows futurs payés par l'obligation. Il reflète la rémunération exigée pour le risque pris (risque de taux et risque de non-remboursement), qui dépend donc de la qualité de crédit de l'emprunteur (l'émetteur), du coupon et de la maturité de l'obligation. Ce taux mesure le rendement moyen de l'obligation tout au long de sa durée de vie et est, par conséquent, appelé *Yield to Maturity* en anglais. Le taux de rendement actuariel  $\rho$  est donc solution de l'équation :

$$P = \sum_{t=N+1, \dots, T} \frac{C}{(1+\rho)^{t-N}} + \frac{100}{(1+\rho)^{T-N}}$$

Nous voyons que le taux de rendement actuariel est le taux d'actualisation qui annule l'ensemble des flux que paie ou reçoit l'investisseur s'il achète aujourd'hui l'obligation au prix de marché et s'il la porte jusqu'à maturité. C'est aussi ce qu'on appelle le Taux de Rendement Interne (TRI) de cet investissement. Ainsi, le taux actuariel ou le taux de rendement interne d'une obligation permet de comparer la rentabilité de différentes obligations qui n'ont pas la même structure de cash-flows.

À titre d'exemple, si le coupon de l'obligation ci-dessus est annuel et vaut  $C = 5$  et sa maturité est  $T = 5$  ans, le taux de rendement actuariel est  $\rho = 2,44\%$ . Une autre obligation du même émetteur qui aurait des coupons de 3 et un prix de 102 aurait un TRI égal à 2,57 %, supérieur à celui de la première obligation.

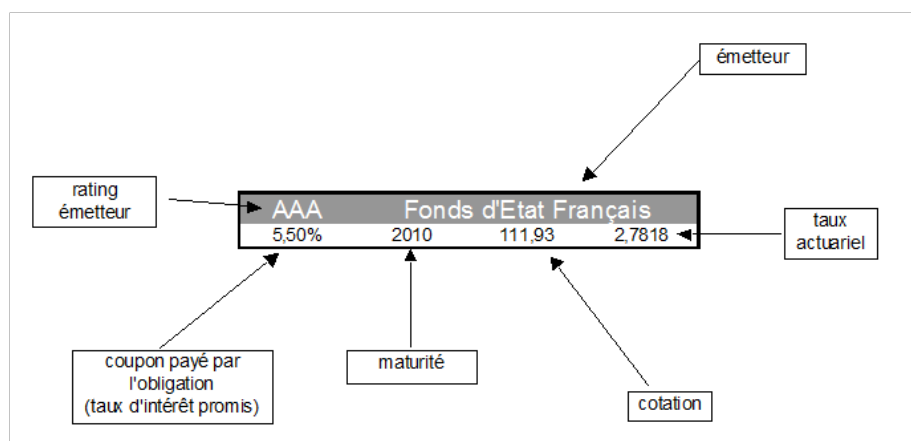
En première approximation, et pour de faibles variations de taux d'intérêts, la sensibilité du prix au taux actuariel donne un ordre de grandeur de l'impact d'une variation des taux d'intérêt sur le prix. Cette quantité est appelée la *duration modifiée* de l'obligation et est définie par la quantité :

$$D = -\frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial \rho}$$

où  $P$  est le prix de marché de l'obligation.

Un investisseur qui porte l'obligation quelques mois entre deux versements de coupons doit être rémunéré pour le risque porté bien qu'il ne puisse, en théorie, avoir droit à aucun versement de coupon puisqu'il ne possède pas l'obligation aux dates de versement des coupons. Aussi, le prix d'achat d'une obligation doit inclure un montant correspondant à la valeur du coupon calculé *prorata temporis* depuis la dernière date de tombée du coupon ; ce

**Schéma 2.2.** *Le prix de l'obligation et le taux de rendement actuariel dépendent de la qualité de l'emprunteur*



montant est appelé le *coupon couru* et est égal à :

$$\text{Coupon} \times (\text{Aujourd'hui} - \text{Dernière date de paiement du coupon})$$

Le prix coté de l'obligation est généralement le prix *pied de coupon* (Clean Price), c'est-à-dire le prix réel de l'obligation auquel on retranche le *coupon couru*. En conséquence, le prix coté de l'obligation ne subit pas de sauts aux dates de versement des coupons, contrairement par exemple aux actions qui versent un dividende et qui ne sont pas cotées « pied de dividende ».

## 2. Mesure de la qualité de signature : le rating

La notation de la qualité de crédit des émetteurs de dette obligataire, entreprises ou États, est réalisée par les agences de notation, dont les trois principales sont Fitch Ratings, Moody's et Standard and Poor's. La notation, le rating, est une évaluation de la possibilité d'un défaut de paiement de l'émetteur et de sa capacité à rembourser sa dette. Les agences de notation fondent leur appréciation du risque de crédit sur la base de critères qualitatifs et de l'information recueillie par l'analyste en charge du dossier, et non sur une modélisation mathématique du risque de défaut qui est plutôt réservée à la notation des produits structurés de crédit. Le marché de la dette est très important aux États-Unis et au Canada, ce qui explique la très large couverture des agences de notation sur les entreprises et les collectivités nord-américaines. En Europe, les agences de notation notent beaucoup moins d'émetteurs car le marché obligataire est plus restreint et se limite, sur le segment des entreprises, aux plus grandes. C'est la raison pour laquelle les banques ont investi, plus qu'ailleurs, dans la mise en place de modèles internes de notation. Les principaux critères pour noter un émetteur sont (liste non exhaustive) :

- les cash-flows et revenus futurs,
- le passif à court, moyen et long terme,
- la structure de capital et notamment le levier financier,
- la situation de la société et du pays de résidence,
- l'activité de l'entreprise et son positionnement dans le marché,
- la qualité du management.

**Tableau 2.1.** *Signification des ratings d'agence*

AAA	Meilleure qualité de crédit, excellente solidité
AA	Très bonne qualité de crédit, très solide
A	Bonne qualité de crédit, plus sensible aux conditions économiques
BBB	La plus basse qualité de crédit en Investment Grade
BB	Prudence requise, la meilleure qualité de crédit en Speculative Grade
B	Vulnérable, peut encore honorer ses engagements
CCC	Hautement vulnérable
D	Un défaut de paiement est déjà survenu

Chaque agence a défini une méthodologie et une échelle de notation propre, mais toutes sont comparables entre elles (on peut consulter la documentation de Fitch Ratings (2014) pour obtenir les définitions des ratings). Pour les ratings évaluant la qualité de signature sur le long terme, les agences de rating utilisent une échelle de notation à 7 graduations (qu'on appelle les grades pleins) plus le défaut. Les grades pleins sont subdivisés en sous-grades, chaque niveau correspondant à une qualité de crédit. Les échelles de rating (en grades pleins) sont indiquées dans le tableau 1.1.

La catégorie dite *Investment Grade* regroupe les entreprises à forte capacité de remboursement et dont la sensibilité aux aléas économiques est réduite; cela correspond aux ratings compris entre AAA et BBB. Au contraire, les entreprises, situées dans la catégorie *Speculative Grade*, offrent des garanties moindres et sont beaucoup plus sensibles aux chocs économiques; elles correspondent aux rating BB ou moins. Le risque de crédit lié à cette catégorie étant plus élevé, celui-ci est nettement plus rémunéré au travers d'un spread plus élevé.

Chaque rating, excepté le AAA, est subdivisé en trois sous-grades, ce qui monte à 19 le nombre total de niveaux de rating en sous-grades (hormis le défaut). Ces sous-grades sont subdivisés ainsi (exemple illustrant les sous-grades du niveau AA) :

**Schéma 2.3.** *Deux échelles de notations équivalentes chez S&P et chez Moody's*

Standard and Poor's	AA+
	AA
	AA-

Moody's	Aa1
	Aa2
	Aa3

Dans les vingt dernières années, les banques ont développé des modèles internes pour évaluer la qualité de crédit de leurs clients, modèles qui reposent essentiellement sur des approches statistiques. Ces modèles servent à la fois à l'octroi des crédits et à l'évaluation des risques. Selon le type de clientèle, les facteurs de risque pris en compte dans le modèle sont choisis de manière spécifique. Pour les clients corporate, les modèles seront principalement des modèles financiers (axés sur les ratios financiers et comptables de la société). Pour la clientèle retail, les facteurs retenus seront plutôt des facteurs comportementaux tels que le nombre de crédits en cours ou l'historique des impayés par exemple. Dans tous les cas cependant, le principe de ces modèles est le même.

### 3. Le financement par prêt bancaire aux entreprises

Un prêt (loan) est un accord bilatéral entre un emprunteur et un prêteur (banque ou institution financière). À la différence des titres tels que les actions et les obligations, ils ne sont généralement pas traités sur un marché secondaire. Les prêts leveragés (*leveraged loans*) sont des prêts émis par des entreprises fortement endettées. Ces prêts sont en général les plus seniors de la structure de capital de l'entreprise emprunteuse, c'est-à-dire que les créanciers sont prioritaires sur les flux de recouvrement en cas de défaut. À l'opposé, les prêts souscrits par des entreprises *investment grade* sont généralement *pari passu* avec les obligations émises par l'entreprise, c'est-à-dire qu'ils correspondent au même niveau de seniorité que les obligations.

De nombreux contrats de prêts, en particulier les prêts leveragés, sont assortis de clauses particulières qui protègent le prêteur ; ce sont les *covenants*. Les covenants sont l'ensemble des conditions que l'emprunteur accepte tant qu'il n'a pas remboursé le prêt. En général, ils portent sur le paiement des intérêts, les taxes, les assurances, ou le montant supplémentaire de dette ou d'actif que l'entreprise doit avoir. De plus, les covenants financiers donnent des contraintes sur les ratios financiers de l'entreprise. Un dépassement de ces ratios conduit les prêteurs à effectuer des actions correctrices. Les covenants financiers comprennent par exemple des contraintes sur le montant minimum de cash-flows que doit dégager l'entreprise pour couvrir ses dépenses. Un autre exemple de covenant sur les prêts d'immobilier commercial porte sur le ratio entre la valeur du bien financé et le montant de la dette (Loan to Value ou LTV).

Les covenants figurent au contrat d'émission. La violation d'un covenant peut conduire à des pénalités, au remboursement anticipé du prêt (call) par le prêteur, et parfois au défaut.

Le but des covenants est de fournir au prêteur un gage que le risque attaché au loan ne va pas se détériorer de manière inattendue d'ici la maturité. Si le covenant apparaît comme une contrainte pour l'emprunteur, le prêteur met souvent en avant son rôle de dispositif d'alerte et développe des canaux de discussion entre l'emprunteur et le prêteur.

Les covenants peuvent également avoir des conséquences négatives sur un financement car ils restreignent la capacité d'action des débiteurs. Si, par exemple, un covenant n'est plus satisfait et qu'il n'est pas possible d'apporter plus de fonds propres, l'intégralité du prêt doit être remboursé et la vente forcée des actifs peut conduire à de lourdes pertes.

### 4. Modélisation du risque de défaut sur les prêts bancaires

Ce qui rend un portefeuille bancaire particulièrement risqué est que le portage des prêts sur le bilan de la banque est associé à une grande incertitude sur les montants et la date des remboursements de ces dettes par les clients<sup>1</sup>. Cette incertitude vient avant tout du risque intrinsèque de chaque client et de chaque prêt qui a généralement une maturité de plusieurs années. Les banques ont développé des méthodes d'analyse du risque de leurs clients (détermination de la probabilité de défaut), des transactions (détermination du taux de recouvrement et de l'exposition au moment du défaut) et de leur portefeuille de crédit (modélisation des dépendances des défauts et des effets de corrélation). La modélisation du rendement d'un prêt est plus complexe que celle d'autres types de classes d'actifs (actions, obligations sans risque) à cause de l'asymétrie de sa loi de distribution. La valeur d'un

---

1. Le lecteur pourra consulter le livre d'Ong (2000) pour une introduction à la modélisation du risque de crédit sur les portefeuilles bancaires.



prêt est limitée à la hausse contrairement à celle des actions. En effet, si la situation d'une société s'améliore, la banque n'en profite pas car la société peut se refinancer à un taux plus attractif. À l'inverse, si la situation de l'entreprise se dégrade, la banque en subit pleinement les conséquences car la marge que lui rémunère le prêt octroyé ne change pas. Cette asymétrie est caractéristique du risque de crédit et on la retrouve au niveau de la loi des pertes du portefeuille de la banque.

Dans le scénario où le client de la banque n'est plus en mesure de rembourser sa dette, la banque ne récupérera qu'une fraction du montant prêté. Premièrement, la banque doit connaître son exposition à chaque prêt, mesurée par le montant d'*Exposition Au Défaut* (*EAD*), que l'on peut définir comme la perte que peut subir la banque sur ce prêt au moment du défaut de son client. Suite au défaut, la banque enclenche une procédure de recouvrement auprès de son client. La banque récupère une fraction  $R$ , le taux de recouvrement, du montant du prêt. La modélisation de la perte sur un prêt passe donc par l'estimation de la perte en cas de défaut (Loss Given Default  $LGD = 1 - R$ ). Enfin, la modélisation du risque de défaut est complète lorsqu'on dispose de la probabilité de défaut (Probability of Default ou *PD*) ou, de façon plus précise, de la structure par terme des probabilités de défaut de l'emprunteur.

Le produit entre la perte en cas de défaut et l'exposition au défaut s'appelle la sévérité de la perte. Vue d'aujourd'hui, la perte  $L$  à venir est donc une variable aléatoire égale au produit de la sévérité de la perte et de la variable indicatrice du défaut :

$$L = EAD.LGD.I_D = SEV.I_D$$

où  $I_D$  est la variable indicatrice du défaut et  $SEV$  la sévérité de la perte. Les trois paramètres de risque caractéristiques d'un prêt ( $EAD$ ,  $LGD$  et  $PD$ ) servent à estimer le risque attendu (perte moyenne ou Expected Loss ( $EL$ )) et le risque non attendu (Unexpected Loss ( $UL$ )) qui correspond à l'écart-type ou à un quantile de la perte. Nous calculons la perte moyenne sur le prêt dans le cas d'indépendance entre l'évènement de défaut et la sévérité de la perte :

$$EL = \mathbb{E}(L) = \mathbb{E}(SEV.I_D) = PD.LGD.EAD,$$

Dans la réalité, la perte en cas de défaut est elle-même une variable aléatoire. Nous reviendrons plus loin sur les distributions de  $LGD$ , mais il faut considérer dans la formule ci-dessus que le paramètre  $LGD$  est l'espérance de la perte en cas de défaut. Dans certains cas également, le prêt n'est pas amortissable et peut subir des *tirages* (le client exerce son droit à emprunter une somme supplémentaire dans la limite d'une enveloppe totale qui s'appelle l'*engagement* ou l'*autorisation*) dans le futur de la part de l'emprunteur ou des remboursements anticipés. De ce fait, l' $EAD$  est également une variable aléatoire. On peut alors établir la formule de la variance de la perte :

$$\text{var}(L) = \text{var}(SEV.I_D) = \text{var}(SEV).PD + E(SEV)^2.PD.(1 - PD)$$

Certains prêts, dits *secured*, bénéficient d'un rehaussement de leur qualité de crédit grâce au *nantissement* d'un collatéral. Certains prêts ont un collatéral cash, dont l'avantage est d'être très liquide et a une valeur connue à l'avance. Plus généralement, le collatéral est un actif qui a une valeur de cession (aléatoire) à la date de défaut, par exemple la valeur d'un bien immobilier dans le cas des prêts immobiliers aux particuliers ou celle d'un avion dans le cas d'un financement aéronautique. Au moment du défaut, la cession du collatéral pour une valeur  $C$  permet de rembourser tout ou partie du prêt. Si le prêt n'est pas totalement remboursé, le montant résiduel du prêt bénéficie du recouvrement *unsecured* (nous noterons la  $LGD$  *unsecured*  $LGD_u$ ) puisque le créancier se retrouve en position de créancier *unsecured* sur cette portion non remboursée du prêt.

La présence d'une garantie financière dans le contrat de prêt permet également de réduire la sévérité des pertes par rapport à la sévérité *unsecured* car le recouvrement obtenu sera

supérieur. Les garanties financières sont apportées par des établissements tiers, différents du prêteur et de l'emprunteur. Lorsque l'emprunteur fait défaut, le collatéral est vendu, le garant dédommage alors le prêteur à hauteur du montant maximum d'appel en garantie. Dans l'exemple d'un prêt en défaut de 100 MEUR, si l'on a un collatéral qui vaut 40 MEUR et que le garant peut être appelé à hauteur de 30 MEUR, l'exposition résiduelle unsecured de la banque sur l'emprunteur s'élève à  $100 - 40 - 30 = 30$  MEUR. La formule générale en tenant compte du montant maximum de l'appel en garantie  $G$  s'écrit en considérant le fait que l'appel en garantie n'est possible que si le garant est encore en vie à la date de défaut de l'emprunteur :

$$SEV = LGD_u (EAD - C - G \cdot \mathbf{1}_{\{\text{Garant en vie}\}})^+$$

## Chapitre 3

# La modélisation du défaut

Le métier de base de la banque est de prêter de l'argent à ses clients, particuliers, professionnels, entreprises, collectivités locales, États, et à financer leurs projets. Le risque premier de la banque est donc que ses clients ne remboursent pas ces prêts intégralement, et l'analyse du risque de crédit sur chaque client est la première étape vers l'optimisation rationnelle de l'activité de la banque. Les sources d'information sur le risque de crédit associé à chaque client ou à chaque type de client sont d'une importance capitale pour la banque dans la gestion stratégique de son activité. Ces sources d'information sont multiples. D'une part, la banque a une relation privilégiée avec ses clients. En tant que créancier, le banquier prend part à la vie et au développement de ses clients, et cette proximité est la source d'information la plus importante que la banque possède sur ses clients. En plus de cela, la banque dispose de l'information publique dispensée par les différents intervenants dans le monde du crédit. Les agences de rating suivent depuis très longtemps des dizaines de milliers d'entreprises dans le monde et fournissent, outre une notation de la qualité de crédit de toutes ces entreprises, des statistiques sur les événements de crédit qu'elles ont observés dans les échantillons d'entreprises qu'elles suivent de près. Les entreprises, au travers des bilans annuels, fournissent également une information précieuse (utilisée également par les agences de notation) sur leur structure de capital et leur capacité à rembourser leurs dettes. Enfin, les marchés financiers fournissent une énorme quantité d'informations sur la qualité de crédit des entreprises ayant une dette cotée, soit sur les marchés obligataires, soit sur les marchés dérivés.

### 1. La définition du défaut

**Pour le comptable**, l'évènement de défaut est défini autour de la notion de créance douteuse et litigieuse. La norme IAS 39 indique qu'une dépréciation mérite d'être enregistrée s'il est probable que l'encaissement du montant de la créance devient incertain. Les créances devenues irrécouvrables constituent des charges déductibles des résultats (comptable et fiscal) de l'exercice au cours duquel leur perte présente un caractère certain et définitif. Mais une créance peut, sans pour autant être considérée comme définitivement perdue, être compromise à la clôture d'un exercice donné en raison soit de la mauvaise situation financière

du débiteur (créance douteuse), soit d'un litige opposant le créancier et le débiteur (créance litigieuse).

Dans ces deux hypothèses, la perte de la créance, sans être certaine, peut néanmoins apparaître probable à la clôture de l'exercice. L'entreprise est dès lors autorisée, en contrepartie de l'inscription obligatoire de la créance à l'actif du bilan, à déduire de ses résultats une provision égale au montant de cette créance ou à la fraction de cette créance dont le recouvrement est compromis.

Dans l'exemple du financement retail, en cas de mensualités impayées, la banque peut, si c'est prévu dans l'acte de prêt, prononcer la déchéance du terme, c'est-à-dire de mettre fin au crédit avant la date prévue au contrat. Si la déchéance du terme est prononcée, c'est la totalité des sommes dues au titre du prêt (échéances impayées, capital restant dû, intérêts de retard, pénalités...) que la banque est en droit de réclamer, sans délai. Il s'agit de la première étape de la procédure de recouvrement. Si le client ne peut pas rembourser, la déchéance du terme est généralement suivie de la mise en œuvre des garanties.

**Pour le régulateur**, un débiteur est en défaut dès lors qu'une des deux conditions suivantes est satisfaite comme décrit dans l'article 118-1 de l'arrêté français du 19 février 2007 (République française, 2007)<sup>1</sup> :

- La banque estime qu'il est improbable que le débiteur s'acquitte intégralement de ses obligations de crédit envers elle, son entreprise mère ou l'une de ses filiales, sans que la banque n'ait recours à d'éventuelles mesures telles que la réalisation d'une sûreté.
- Il existe un arriéré de paiement du débiteur sur une obligation de crédit souscrite auprès de la banque, de son entreprise mère ou de l'une de ses filiales de plus de 90 jours, sauf si des circonstances particulières démontrent que l'arriéré de paiement est dû à des causes non liées à la situation du débiteur. Sur la clientèle de détail (retail), le défaut est déclenché au-delà d'un certain nombre de jours d'arriérés de paiement (typiquement 90 jours).

L'article 119 de la réglementation française identifie les éléments qui indiquent qu'il est improbable que le débiteur s'acquitte intégralement de ses obligations de crédit lorsque :

- la banque cesse de comptabiliser les intérêts courus non encaissés ;
- la banque procède à un ajustement de valeur motivé par la perception d'une détérioration significative de la qualité de la créance par rapport au moment où le crédit a été accordé ;
- la banque vend sa créance avec une perte économique significative en raison de la détérioration de la qualité de la créance ;
- la banque consent à une restructuration forcée de sa créance qui aboutira vraisemblablement à sa réduction du fait de l'annulation ou du report d'une fraction significative du principal, des intérêts ou, le cas échéant, des commissions ;
- la banque a demandé l'ouverture d'une procédure judiciaire collective à l'encontre d'un débiteur ou d'un débiteur de sa maison mère ou de ses filiales ou a déclaré sa créance sur lesdits débiteurs dans le cadre d'une telle procédure ;
- le débiteur a demandé ou obtenu le bénéfice d'un régime de protection contre les poursuites pouvant éviter ou retarder le remboursement de son obligation de crédit envers l'établissement assujetti, son entreprise mère ou l'une de ses filiales.

Enfin, **pour le marché** et les agences de rating, le défaut sur un émetteur de dette corporate est déclenché par trois événements : la banqueroute, le manquement de paiement ou la restructuration de dette. À titre d'exemple, le défaut, pour Fitch (Fitch Ratings, 2014), correspond à la survenance de l'un des événements suivants :

- banqueroute, liquidation ou cessation d'activité ;

1. Depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2014, le règlement européen CRR (Capital Requirement Regulation) 575/2013 remplace l'arrêté français.

- manquement d'un paiement d'intérêt ou de principal contractuellement prévus sur l'une des obligations financières ;
- échange d'obligations dans lequel les créanciers reçoivent des titres ayant des clauses structurellement ou économiquement défavorables par rapport à leurs anciennes obligations.

Concernant les dérivés de crédit, nous verrons que la définition du défaut est très proche de celle-ci. Pour certains types d'émetteurs, souverains par exemple, la définition du défaut est encore différente et définie dans les termes du contrat de dérivé de crédit.

## 2. Dynamique des ratings

### 2.1. Matrices de transition

Le rating reflète la qualité de crédit d'un emprunteur. La qualité de crédit peut varier dans le temps, ce que les agences de rating traduisent dans les changements de rating. Elles publient les proportions d'émetteurs de chaque cohorte de rating qui ont migré vers un autre rating sur un horizon de temps d'un an. La matrice obtenue est une estimation de la matrice des probabilités de migration d'un rating vers un autre. En lisant la matrice de transitions du tableau 3.1, on remarquera par exemple que les firmes notées AAA restent dans leur grande majorité (plus de 87 % d'entre elles) notées AAA après un an.

**Tableau 3.1.** *Matrice de transitions en grades pleins (période 1981-2013)*

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D	NR
AAA	87,1	8,88	0,53	0,05	0,08	0,03	0,05	0	3,27
AA	0,55	86,39	8,26	0,56	0,06	0,07	0,02	0,02	4,07
A	0,03	1,87	87,33	5,48	0,35	0,14	0,02	0,07	4,7
BBB	0,01	0,12	3,59	85,22	3,82	0,59	0,13	0,21	6,31
BB	0,02	0,04	0,15	5,2	76,28	7,09	0,69	0,8	9,74
B	0	0,03	0,11	0,22	5,48	73,89	4,46	4,11	11,7
CCC	0	0	0,15	0,23	0,69	13,49	43,81	26,87	14,76

Source : S&P Capital IQ (www.globalcreditportal.com).

Le taux de défaut d'un émetteur AAA à un an est nul, comme indiqué par la dernière colonne. Notons que bien que le taux de défaut d'une contrepartie AAA à un an soit nul (rappelons qu'il s'agit d'une estimation basée sur un historique), cela ne signifie aucunement que le défaut d'un émetteur AAA soit impossible sur un horizon d'un an ; ce n'est pas parce que l'évènement n'a jamais été observé qu'il ne surviendra jamais. En supposant que les transitions de rating suivent un processus stationnaire, la probabilité de transition du rating  $i$  vers le rating  $j$  entre les dates 0 et 2 est égale à la somme des probabilités des chemins suivis par le rating à toutes les dates entre 0 et 2. En l'occurrence, la probabilité de transition du rating  $i$  vers le rating  $j$  entre les dates 0 et 2 s'écrit :

$$P_{0,2}(i, j) = \sum_{k=1}^D P_{0,1}(i, k) \cdot P_{1,2}(k, j)$$

Si on suppose que les matrices de transition  $P_{0,1}$  et  $P_{1,2}$  sont égales (hypothèse d'homogénéité en temps des matrices de transition), la relation ci-dessus s'écrit simplement sous forme matricielle  $P_{0,2} = P_{0,1}^2$ .

La matrice de transition de rating satisfait certaines propriétés. La somme des coefficients sur chaque ligne est égale à 1, ce qui signifie simplement que tout rating migre vers un

autre rating ou reste au même niveau avec une probabilité de 1. De plus, la diagonale est souvent dominante, ce qui signifie que la stabilité domine toutes les autres transitions. On peut vérifier numériquement que cette stabilité a tendance à s'atténuer voire à disparaître lorsque l'horizon de transition que nous considérons devient important. L'horizon le plus court sur lequel on estime des matrices de transition par simple comptage des migrations observées (méthode dite par cohortes) est typiquement d'une année. Sur des horizons plus courts, l'estimation n'est statistiquement pas fiable et d'autres méthodes sont nécessaires (méthode par matrice génératrice).

### 3. La modélisation du défaut : approche structurelle

#### 3.1. Le théorème de Modigliani-Miller

Le défaut d'une entreprise survient lorsqu'elle ne peut plus faire face à ses engagements, y compris en liquidant l'intégralité de ses actifs. L'approche structurelle de la modélisation du défaut s'inscrit dans ce paradigme. Elle consiste à modéliser l'actif et le passif de l'entreprise; l'évènement de défaut survient lorsque la structure de ce bilan ne permet plus à l'entreprise de tenir ses engagements. Dans le bilan d'une entreprise tel que schématisé ci-dessous, l'entreprise finance ses actifs par émission d'actions et de dette. La rémunération des actionnaires provient des versements de dividendes, qui est la portion du résultat net redistribué; les créanciers (qu'ils soient des organismes de crédit ayant accordé un prêt ou des investisseurs ayant acheté des titres obligataires) sont rémunérés par les coupons.

**Schéma 3.1.** Structure de bilan d'un émetteur de dette

	Equity
	Dette
Actifs	

S'il apparaît clair que le risque de défaut est d'autant plus élevé que la part de l'endettement est élevée dans la structure de capital, un théorème dû à Modigliani et Miller (1958) indique que la valeur de l'entreprise (égale à la somme du prix de marché de son equity et de sa dette) ne dépend pas de la structure de capital. Les hypothèses de ce théorème sont les suivantes : les marchés sont sans frictions (pas de coûts de transaction, etc.), ils sont compétitifs, les individus et les entreprises peuvent prendre les mêmes décisions financières au même prix (par exemple, emprunter au même taux), tous les agents ont la même information, il n'y a aucune taxe ni coûts de banqueroute.

#### 3.2. Le modèle de Merton (1974)

Au début des années 1970, Black et Scholes (1973) puis Merton (1973) ont proposé un modèle d'évaluation de la dette risquée et de la prise en compte des risques de faillite sur le coût du capital.

**Tableau 3.2.** *Payoffs dans le modèle de Merton*

Valeur des actifs	Flux reçus par les actionnaires	Flux reçus par les créanciers
$A_T \geq D$	$A_T - D$	$D$
$A_T < D$	0	$A_T$

En supposant que la dette est un zéro-coupon de maturité  $T$ , la liquidation des actifs de la société doit permettre de rembourser la dette. Lors de la liquidation, les créanciers sont prioritaires sur le produit de la cession jusqu'au remboursement total du principal. Les actionnaires sont remboursés en dernier, après que les créanciers sont remboursés en intégralité.

Prenons un exemple chiffré. À la date  $t = 0$ , une entreprise a un besoin de financement évalué à 1 MEUR pour lancer son activité. Imaginons que les entrepreneurs apportent 200 kEUR de fonds propres et les créanciers apportent la dette de maturité  $T = 1$  pour un montant  $D = 800$  kEUR. À maturité de la dette, les actifs de l'entreprise ont évolué (dépôt ou achat de brevets, vente de produits, acquisitions externes, machines, etc.). Dans le cas où la valeur des actifs à maturité est supérieure à la dette, si l'entreprise liquide ses actifs, elle peut rembourser le montant  $D$  aux créanciers, qui sont prioritaires sur le produit de liquidation. On dit qu'il sont *senior* par rapport aux actionnaires. L'entreprise pourra ensuite distribuer le solde aux actionnaires, qui sont dits *subordonnés* aux créanciers. Dans le cas inverse, la dette ne sera pas intégralement remboursée aux créanciers qui percevront le produit de la cession des actifs (qui sera inférieur au principal de la dette) et les actionnaires ne toucheront rien de cette cession. En fonction de la valeur des actifs de l'entreprise, nous pouvons donc résumer les flux financiers à la date  $T$  dans le tableau 3.2.

Ce qui ressort de l'analyse ci-dessus du payoff des actionnaires et des créanciers est que l'actionnaire possède un call sur la valeur des actifs de strike égal au nominal de la dette, et les créanciers possèdent un zéro-coupon sans risque et une position courte d'un put sur les actifs et de strike égal au nominal de la dette. Merton suppose que les hypothèses suivantes, pour la plupart communes au modèle d'évaluation des options de Black-Scholes-Merton, sont satisfaites :

- il n'y a ni coûts de transaction, ni taxes, ni problème de fractionnement des actifs ;
- liquidité des marchés financiers : il y a un nombre très élevé d'investisseurs ayant un niveau de richesse comparable, de sorte que chacun puisse acheter la quantité d'actifs qu'il souhaite au prix de marché ;
- il existe la possibilité d'emprunter ou de prêter des actifs au même taux d'intérêt ;
- il est possible de vendre les actifs à découvert ;
- il est possible de faire du trading en temps continu ;
- la structure par terme des taux d'intérêt est plate. Le facteur d'actualisation d'un montant de 1 euro payé à une date future  $T$  est  $e^{-rT}$  ;
- le principe d'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA) est valide sur le marché financier.

L'hypothèse de Merton est de considérer que les actifs de l'entreprise sont échangés sur les marchés financiers, tout comme la dette et les actions. Par ailleurs, si on suppose que la dette et l'action d'une entreprise sont échangeables, il en est alors de même pour ses actifs dont la valeur est égale à Dette + Actions (Ericson et Reneby, 1998). Dans ce cadre, l'évaluation de la dette et de l'equity s'effectue sous la probabilité risque neutre. Plus précisément, Merton suppose que, sous la probabilité risque-neutre, les actifs de la firme suivent la loi d'un mouvement brownien géométrique solution de l'équation différentielle stochastique suivante :

$$\frac{dA_t}{A_t} = r dt + \sigma dW_t$$

où le processus  $(A_t)_{t \geq 0}$  est le processus de valeur des actifs de l'entreprise,  $\sigma$  la volatilité des actifs de l'entreprise et  $r$  le taux sans risque instantané et  $(W_t)_{t \geq 0}$  est un mouvement brownien standard sur un espace probabilisé filtré  $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}, \mathbb{Q})$ . En reprenant le tableau des flux de paiements à maturité, on peut écrire sous forme probabiliste les valeurs de marché de la dette et des actions de la firme à toute date  $t$  antérieure à la maturité de la dette  $T$ . Ainsi, la valeur de marché de la dette à la date  $t$  est :

$$\begin{aligned} D_t &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-rT} \min(D, A_T) | \mathcal{F}_t] \\ &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-rT} D | \mathcal{F}_t] - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-rT} (D - A_T)^+ | \mathcal{F}_t] \end{aligned}$$

égale au prix du zéro-coupon sans risque moins un put sur la valeur des actifs. La valeur de marché des actions de la société est :

$$E_t = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-rT} \max(A_T - D, 0) | \mathcal{F}_t]$$

soit le prix d'un call sur les actifs de maturité  $T$  et strike  $D$ .

À noter que le calcul de ces espérances sous la probabilité risque-neutre, justifiée par l'absence d'opportunité d'arbitrage, est déjà une hypothèse forte puisque l'actif de l'entreprise n'est pas forcément un actif financier liquide échangeable sur un marché financier en temps continu. Cependant si l'action et la dette sont échangeables, les investisseurs peuvent échanger le portefeuille constitué de ces deux titres, ce qui est équivalent à traiter l'actif de l'entreprise sur le marché.

La formule de Black-Scholes conduit à la valeur de marché de la dette :

$$D_t = D e^{-r(T-t)} N(d_2) + A_t N(-d_1)$$

avec :

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{1}{\sigma \sqrt{T-t}} [\ln(A_t/D) + (r + \sigma^2/2)(T-t)] \\ d_2 &= d_1 - \sigma \sqrt{T-t} \end{aligned}$$

En raison de la possibilité de faillite, la valeur de marché de la dette est inférieure à la valeur de la dette sans risque  $e^{-r(T-t)}D$ . Le *spread de crédit* permet de mesurer le risque associé à la dette. Le spread est la rémunération que réclame le créancier au-dessus du taux sans risque pour accepter de financer la dette de l'entreprise. Le spread, que nous notons  $s_t$ , mesure la décote de la dette risquée par rapport à la dette sans risque par la relation suivante :

$$D_t = D e^{-(r+s_t)(T-t)}$$

avec  $D_t$  qui est le prix de marché de la dette risquée évaluée par la formule de Black-Scholes. Il vient :

$$s_t = \frac{1}{T-t} \ln \left( \frac{D}{D_t} \right) - r$$

La valeur de marché de l'equity est également donnée par la formule de Black-Scholes.

$$E_t = A_t N(d_1) - D e^{-r(T-t)} N(d_2)$$

Rappelons que l'action étant un call sur les actifs de la firme de strike  $D$ , les sensibilités de la valeur de l'action par rapport aux différents paramètres sont obtenues par la formule de Black-Scholes. En particulier, et c'est le résultat le plus marquant, une hausse de la volatilité des actifs profite aux actionnaires dont le bien se trouve valorisé (le *véga* d'un call est positif). À l'inverse, une hausse de la volatilité des actifs déprécie la valeur de marché de la dette dont le payoff, égal au zéro-coupon moins un put, est véga négatif : augmenter la volatilité des



actifs, c'est-à-dire adopter une stratégie d'entreprise plus risquée, fait augmenter le spread de crédit de l'entreprise et donc sa probabilité de défaut.

On note par ailleurs que la parité call-put  $C_t - P_t = A_t - De^{-r(T-t)}$  a une interprétation simple en finance d'entreprise puisqu'elle s'écrit simplement :

$$\text{Actifs} = A_t = \left[ De^{-r(T-t)} - P_t \right] + C_t = \text{Dettes} + \text{Action}$$

Nous en déduisons également la probabilité de défaut et la perte en cas de défaut, estimées lorsque la valeur des actifs de l'entreprise à maturité de la dette est inférieure à la dette :

$$PD = P[A_T \leq D] = N(-d_2)$$

$$LGD = \mathbb{E}[(D - A_T) | A_T \leq D] = \frac{\mathbb{E}^Q[(D - A_T)^+]}{P[A_T \leq D]} = \frac{\mathbb{E}^Q[(D - A_T)^+]}{N(-d_2)}$$

Dans le modèle de Merton, le strike du put modélisant le risque de crédit sur la dette de l'entreprise est à une distance finie de la valeur initiale des actifs de l'entreprise. La probabilité que la valeur des actifs soit inférieure au nominal de la dette à maturité courte est donc très faible car le mouvement brownien est un processus à variation bornée. Nous déduisons de cette propriété que la limite, lorsque la maturité de la dette  $T$  tend vers 0, de la probabilité de défaut de l'entreprise  $P(A_T < D)$  tend également vers 0 et que le spread de crédit de l'entreprise à maturité courte tend également vers 0. Dans le modèle de Merton, les spreads de crédits tendent vers 0 à très court terme, ce qui est en contradiction avec les spreads observés sur les marchés (un exemple très concret est celui des spreads de crédit de la dette Peugeot pendant la crise ; cf. chapitre 3). Le graphique 3.1 montre que le spread de crédit augmente lorsqu'on allonge la maturité de la dette (effet de la dégradation des actifs), puis redécroît pour les maturités plus longues, correspondant à des probabilités de défaut plus élevées.

**Graphique 3.1.** Structure par terme des spreads dans le modèle de Merton  
( $r = 4\%$ ,  $\sigma = 25\%$ ,  $D/A_t = 60\%$ )



Une implémentation du modèle de Merton a été réalisée sur le marché français par Lardic et Rouzeau (1999), et ils ont pu vérifier un accord raisonnablement correct entre les spreads du modèle de Merton et les spreads de marché. Toutefois, d'autres auteurs ont montré que ce

modèle était en accord assez faible avec la réalité sur d'autres marchés et qu'il était grossier dans sa conception. Au final, si le modèle de Merton apparaît comme un modèle simple et facilement interprétable, il n'en demeure pas moins difficile à utiliser à des fins d'évaluation du prix de marché de la dette risquée ou des dérivés de crédit.

En revanche, ce modèle a deux applications intéressantes. La première application est de fournir un cadre conceptuel quantitatif à certains problèmes de gouvernance d'entreprise. Le modèle de Merton décrit le conflit d'intérêt entre les créanciers et les actionnaires d'une entreprise en fonction des paramètres clés de la société comme le niveau de risque de ses actifs. Ce modèle exprime simplement de manière quantitative que toute prise de risque par les managers de l'entreprise est favorable à l'actionnaire, au détriment des créanciers. De même, ce modèle permet de comprendre le conflit d'intérêt entre les managers et les actionnaires d'une entreprise. En effet, un manager qui détient des stock-options (c'est-à-dire qui a une position leveragée sur l'action) a une incitation à augmenter le niveau de risque des actifs, ce qui valorisera ses options (le manager a un profil de risque véga-positif).

La deuxième application concerne la gestion des risques. De nombreuses études montrent la corrélation entre les taux de défaut et certains facteurs macroéconomiques tels que le taux de croissance du PIB (Produit Intérieur Brut) ou d'autres indicateurs du cycle économique. Les statistiques montrent également que les défauts sont plus nombreux en période de crise économique, indiquant une corrélation significative entre les défauts des entreprises et les facteurs qui engendrent les défauts.

## 4. Modèles à intensité

Les modèles structurels sous-estiment les spreads de crédit aux maturités courtes, ce qui les rend difficiles à calibrer sur les données de spreads de marché. Il existe une autre approche pour modéliser le risque de défaut : l'approche par intensité. Les marchés financiers constituent une source d'information riche et abondante sur le risque de défaut d'un émetteur, d'une part grâce aux marchés obligataires, d'autre part grâce aux marchés de dérivés (Credit Default Swaps – CDS). Les prix de marché des obligations corporate ou les niveaux de spreads CDS contiennent une composante liée au risque de défaut de l'émetteur ou de l'entité de référence.

Nous introduisons un espace probabilisé  $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}, \mathbb{Q})$  ; toutes les espérances sont prises sous cette probabilité  $\mathbb{Q}$ . Cela ne signifie pas que nous supposons la neutralité au risque. Lorsque nous évoquons la probabilité  $\mathbb{Q}$ , nous parlons en réalité des prix. En particulier, si les taux d'intérêt sont constants, la probabilité actualisée sous  $\mathbb{Q}$  d'un événement  $A$  est exactement le prix de l'actif qui paie 1 si l'événement  $A$  se produit et 0 sinon. Dans le cas de taux stochastiques, le prix de cet actif est :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-\int_0^T dt r_t} \cdot \mathbf{1}_A \right]$$

Pour cette raison, nous parlerons plutôt de probabilité de pricing que de probabilité risque-neutre.

Nous reprenons le formalisme décrit par Schönbucher (2003). Considérons un émetteur, appelons  $\tau$  sa date de défaut aléatoire. Nous appelons  $B(t, T)$  le prix à la date  $t$  du zéro-coupon sans risque de défaut de maturité  $T > t$ , et  $\bar{B}(t, T)$  le prix du zéro-coupon risqué. Notons que l'absence d'opportunité d'arbitrage impose que l'obligation risquée est moins chère que l'obligation sans risque, à chaque date  $t$  :  $0 \leq \bar{B}(t, T) < B(t, T) \leq 1$ . En effet, les cash-flows attendus sur une obligation risquée sont plus faibles que sur l'obligation sans risque. Nous pouvons également réaliser un arbitrage si le prix de l'obligation risquée est plus élevé que celui de l'obligation sans risque : on prend une position longue sur l'obligation sans

risque et courte sur l'obligation risquée. Si aucun défaut ne se produit, on gagne la différence de prix entre les obligations risquées et sans risque, et si un défaut se produit, on solde le portefeuille et on gagne l'écart correspondant à la perte en cas de défaut sur l'obligation risquée.

De plus, pour la même raison d'arbitrage, les prix des zéro-coupons risqués et sans risque sont des fonctions décroissantes de la maturité. Nous faisons les hypothèses suivantes :

- À chaque date, les prix des zéro-coupons risqués et sans risque sont connus.
- Sous la mesure de probabilité de pricing  $\mathbb{Q}$ , la dynamique des taux d'intérêt est indépendante de la date de défaut  $\tau$ .

Sous la mesure  $\mathbb{Q}$ , le prix de tout actif contingent est égal à l'espérance du payoff actualisé. Pour le zéro-coupon sans risque et risqué, nous avons donc, pour un taux de recouvrement  $R = 0$  :

$$B(t, T) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-\int_t^T r_s ds} \cdot 1 \mid \mathcal{F}_t \right]$$

$$\bar{B}(t, T) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-\int_t^T r_s ds} \cdot \mathbb{1}_{\{\tau > t\}} \mid \mathcal{F}_t \right]$$

L'hypothèse d'indépendance entre les taux d'intérêt et la date de défaut nous conduit donc à :

$$\begin{aligned} \bar{B}(t, T) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-\int_t^T r_s ds} \cdot \mathbb{1}_{\{\tau > t\}} \mid \mathcal{F}_t \right] \\ &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-\int_t^T r_s ds} \mid \mathcal{F}_t \right] \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [\mathbb{1}_{\{\tau > t\}} \mid \mathcal{F}_t] \\ &= B(t, T) \cdot P(t, T) \end{aligned}$$

où  $P(t, T)$  est la probabilité de survie implicite. Nous avons donc ici le lien entre la structure par terme des probabilités de défaut (ou de survie) risque-neutres et les prix zéro-coupons risqués pour toutes les maturités.

Par le théorème de Bayes, nous avons :

$$P(t, T_1, T_2) = P[\tau \geq T_2 \mid \tau \geq T_1 \geq t] = \frac{P(t, T_2)}{P(t, T_1)}$$

où  $T_1 < T_2$ . Ceci nous conduit à considérer les probabilités de défaut conditionnelles  $P[\tau < T_2 \mid \tau \geq T_1] = 1 - P[\tau \geq T_2 \mid \tau \geq T_1]$ . En effet, si  $T_1$  et  $T_2$  sont deux dates très proches, on peut définir l'intensité de défaut  $h(t, T)$  par passage à la limite :

$$\begin{aligned} h(t, T) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \cdot P[\tau < T + \epsilon \mid \tau \geq T] \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \left( 1 - \frac{P(t, T + \epsilon)}{P(t, T)} \right) \\ &= -\frac{1}{P(t, T)} \frac{\partial}{\partial T} P(t, T) \end{aligned}$$

Il vient par intégration :

$$P(t, T) = e^{-\int_t^T h(t, s) ds}$$



## Chapitre 4

# Les Credit Default Swaps

Un dérivé de crédit est un contrat dont le sous-jacent est un instrument de dette (créance, prêt bancaire, obligation). Le but du dérivé de crédit est de transférer les risques de crédit (et tout ou partie des revenus), sans transférer l'actif lui-même.

Un dérivé de crédit permet de réduire ou d'accroître une exposition sur de la dette obligataire ou bancaire émise par des entités souveraines ou corporates. Il s'agit d'un contrat d'échange de flux entre deux contreparties qui n'implique pas directement l'émetteur de la dette sous-jacente. Un dérivé de crédit est généralement utilisé (i) pour exprimer des anticipations positives ou négatives sur l'évolution de la qualité de crédit d'un émetteur unique ou d'un portefeuille d'émetteurs, indépendamment de l'exposition que l'investisseur peut avoir et (ii) pour couvrir le risque de crédit d'un portefeuille d'obligations ou de prêts.

Depuis leur arrivée sur les marchés financiers au milieu des années 1990, les dérivés de crédit ont connu un succès extraordinaire. Entre 2004 et 2007, les encours notionnels de dérivés de crédit ont crû d'un facteur 10 et s'élevaient en 2007 à plus de 60 000 milliards de dollars; ce montant est largement plus important que le total des dettes corporates et souveraines en circulation sur les marchés. Ce succès est dû à la standardisation des contrats survenue depuis 1999, des possibilités d'investissement sans cesse étendues et de la grande diversité des intervenants sur le marché du crédit. Les dérivés de crédit sont actuellement les instruments incontournables dans les activités de trading du risque de crédit et dans la gestion des risques des institutions financières et corporates.

Les acteurs sur ce marché sont nombreux :

- Banques et gérants des portefeuilles de loans
- Salles de trading, teneurs de marché
- Hedge funds
- Asset managers
- Compagnies d'assurance
- Entreprises corporate

## 1. Description des CDS

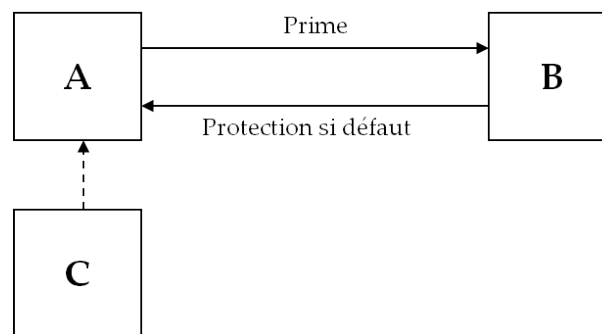
La grande majorité des dérivés de crédit échangés sont des swaps de défaut ou Credit Default Swaps (CDS). Un CDS est un contrat de swap entre deux contreparties pour s'échanger le risque de crédit d'un émetteur appelé l'*entité de référence*. L'une des deux contreparties achète la protection sur le défaut de l'entité de référence, l'autre contrepartie est donc vendeuse de protection. Les deux contreparties n'ont en général aucun lien avec l'entité de référence.

L'acheteur de protection paie une prime périodique (généralement trimestrielle) au vendeur de protection, et reçoit un flux de protection si l'entité de référence subit un événement de crédit (*credit event*). Par ailleurs, la valeur de marché de sa position sur le dérivé augmente en cas de détérioration de la qualité de crédit de l'entité de référence. Comme nous le verrons plus loin, acheter une protection est équivalent à prendre une position short sur la dette de l'entité de référence.

Le vendeur de protection reçoit les primes et paie un flux de protection en cas d'évènement de crédit. La valeur de marché du dérivé pour le vendeur de protection augmente lorsque la qualité de crédit de l'entité de référence s'améliore. Vendre une protection est une position « longue » en risque de crédit similaire à détenir une obligation ou un loan.

Comme indiqué dans le schéma 4.1, l'acheteur de protection (entité A) paie les primes au vendeur de protection (entité B). Le vendeur de protection paie un flux de protection lorsqu'un credit event survient sur l'entité de référence (entité C).

Schéma 4.1. Flux d'un CDS



Le contrat de CDS est défini par quatre paramètres principaux :

- l'entité de référence : le sous-jacent d'un CDS est généralement un émetteur de dette ou un instrument de dette identifié (prêt, obligation). Certains contrats de CDS (sur indices de crédit par exemple) référencent un panier d'émetteurs ;
- le montant notionnel : il désigne le montant de risque de crédit transféré dans le cadre du contrat. Il est fixé par les deux contreparties du CDS ;
- la prime : rémunération annuelle que paie l'acheteur de protection, exprimée en points de base par rapport au montant notionnel. Il existe plusieurs façons de payer les primes selon les contrats. Les CDS *running* ont des primes payées tout au long de la vie du contrat ; les CDS *upfront + running* ont une partie de la prime qui est payée à la date initiale du contrat (*upfront*) et l'autre partie est payée de manière *running*. Les paiements *running* sont en général trimestriels et calculés selon la convention *actual/360* jours par an. La prime est également appelée coupon ou prix ;
- maturité : fixe la date d'expiration du contrat. La maturité 5 ans est généralement la plus liquide ;

- En cas d'évènement de crédit, le flux de protection peut se matérialiser de deux façons :
- par un règlement en titres (*physical settlement*) : le vendeur de protection doit acheter au pair une obligation en défaut à l'acheteur de protection. L'acheteur de protection doit fournir une obligation émise par l'entité de référence pour un montant nominal égal au nominal du swap. Généralement, l'acheteur de protection livre l'obligation la moins chère. Pour l'acheteur de protection, ce mode de règlement offre une protection plus efficace que le règlement en cash ;
  - par un règlement en cash (*cash settlement*) : le vendeur de protection doit payer à l'acheteur de protection la différence entre le pair et le prix de marché de l'obligation en défaut écrite sur le nom de référence, 30 jours après la date de constatation de l'évènement de crédit.

Les termes du contrat de CDS mentionnent une émission de référence qui permet d'identifier l'émetteur qui est l'entité de référence du contrat. En cas de credit event, tous les bonds et loans pari-passu avec le titre de référence peuvent être livrés par l'acheteur de protection au vendeur de protection dans le cadre du contrat. L'acheteur de protection livre au vendeur de protection des obligations ou des prêts pour un montant notionnel égal au montant nominal de protection qu'il a vendue. De son côté, le vendeur de protection paie les instruments de dette au pair, c'est-à-dire qu'il paie un montant égal au montant nominal du CDS. Il faut noter que l'acheteur de protection paie également le montant de coupon couru correspondant à la période comprise entre la dernière date de paiement du spread et la date du défaut de l'entité de référence. L'acheteur de protection peut livrer n'importe quel instrument de dette émis par l'entité de référence sous contrainte que l'instrument livré ait le même niveau de séniorité que celui qui est stipulé dans le contrat de CDS. L'acheteur de protection a donc l'option de livrer l'obligation la moins chère en euros afin de maximiser son gain. La valeur de marché de l'obligation livrée rapportée au montant notionnel est appelée *taux de recouvrement*. Ainsi, dans la terminologie des CDS, la notion de taux de recouvrement ne correspond pas à un montant recouvré par un créancier suite à la liquidation mais plutôt à une valeur de marché de la dette obligataire peu de temps après le défaut. En pratique, la livraison physique des titres s'effectue en trois étapes :

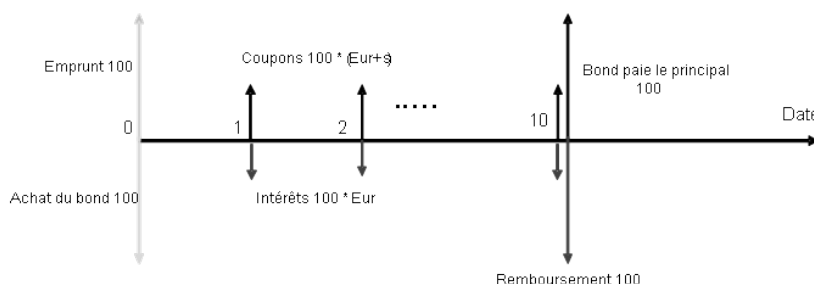
- à la date de notification de l'évènement de crédit : une des deux contreparties (on peut présumer qu'il s'agit de l'acheteur de protection) notifie sa contrepartie de l'arrivée de l'évènement de crédit. D'un point de vue légal, cette notification doit arriver au plus tard 14 jours après la maturité du CDS, date qui peut être postérieure à l'évènement de défaut de plusieurs années ;
- une fois l'évènement de crédit notifié, l'acheteur de protection a 30 jours pour notifier la livraison d'un titre qu'il doit préciser ;
- la livraison physique a lieu dans les trois jours suivants.

## 2. CDS vs. obligation

Comme nous l'avons évoqué plus haut, la vente de protection via un CDS est similaire à détenir une obligation émise par l'entité de référence. Nous illustrons cela en comparant les flux associés à deux stratégies distinctes. Les schémas 4.2 et 4.3 représentent la première stratégie qui consiste à emprunter 100 à la date initiale pour acheter une obligation risquée au pair pour un montant nominal de 100. Supposons que cette obligation verse des coupons trimestriels indexés au taux variables euribor 3 mois plus un certain spread  $s$ . Chaque coupon en fin de trimestre sera égal à  $100 \times (\text{Eur3M} + s) \times 0,25$ . D'un autre côté, on suppose que le coût de l'emprunt se traduit par un paiement trimestriel d'intérêts également indexés sur l'euribor 3M, et que les dates de paiement sont identiques à celles des coupons de l'obligation. Dans ce cas, notre investisseur n'a aucun risque de taux résiduel parce que le flux

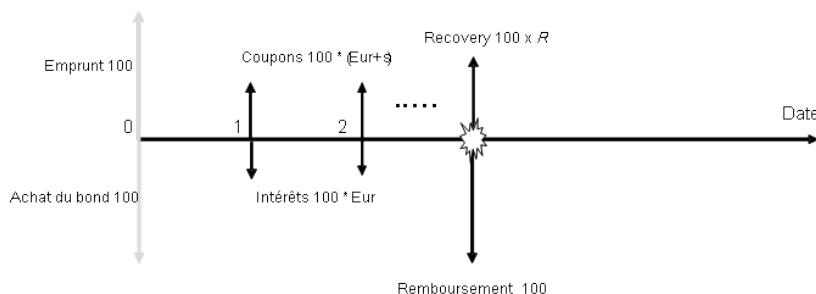
(entrant) de coupons et le flux (sortant) de paiement d'intérêts se compensent partiellement, de sorte que le solde net est un flux entrant correspondant au spread de l'obligation. Si aucun défaut n'intervient avant la maturité de l'obligation, comme représenté par le schéma 4.2, l'obligation verse son dernier coupon à la maturité et rembourse le principal, c'est-à-dire 100. L'investisseur rembourse alors son emprunt.

**Schéma 4.2.** *Cash-flows associés à l'achat d'une obligation risquée financée par un emprunt (scénario sans évènement de défaut)*



En revanche, si un défaut intervient avant la maturité de l'obligation, celle-ci a un prix de marché qui chute. L'investisseur peut alors faire le choix de la revendre à ce prix et de rembourser son emprunt, réalisant une perte nette de  $100(1 - R)$ . Le schéma 4.3 reproduit l'ensemble des flux reçus par l'investisseur (flèches vers le haut) et payés (flèches vers le bas) dans le scénario avec un évènement de défaut.

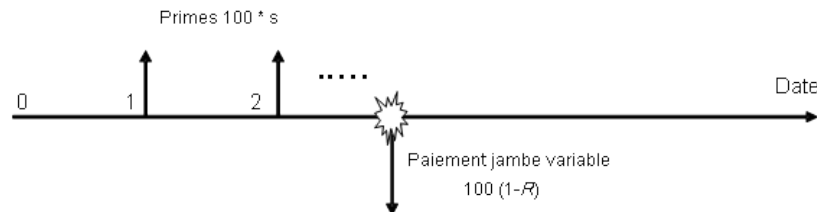
**Schéma 4.3.** *Cash-flows associés à l'achat d'une obligation risquée financée par un emprunt (scénario avec évènement de défaut)*



Supposons à présent que notre investisseur choisisse de vendre de la protection sur le même nom de référence au travers d'un contrat de CDS avec une contrepartie indépendante de l'entité de référence. Supposons que le contrat porte sur une seule obligation (celle décrite ci-dessus), que le règlement s'effectue en *physical settlement*, que le spread du CDS est  $s$ , le nominal 100 et la maturité est égale à celle de l'obligation de référence. Tant que le nom de référence est en vie, le vendeur de protection touche trimestriellement la prime du swap égale à  $100 \times s$ . Si aucun défaut ne survient avant la maturité du CDS, le vendeur de protection aura touché toutes les primes trimestrielles et n'aura eu à subir aucune perte. En revanche, si un défaut intervient avant la maturité, le vendeur de protection est obligé d'acheter au pair une obligation qui vaut seulement  $R$ . Sa perte nette est égale à  $100(1 - R)$ , comme indiqué dans le schéma 4.4.

En résumé, nous voyons que si le CDS a le même spread que l'obligation de référence, les flux nets engendrés à chaque date par l'une ou l'autre des deux stratégies ci-dessus sont égaux. Il est donc presque équivalent (en termes de flux) de vendre de la protection ou



Schéma 4.4. *Cash-flows associés à un CDS*

d'emprunter pour acheter l'obligation de référence. Tout en étant proches, les deux stratégies restent cependant différentes l'une de l'autre, cela se traduisant par des séquences de flux distinctes. Une différence fondamentale entre les deux stratégies est que la première ne contient aucun risque de contrepartie. Pour l'investisseur dans une obligation, la seule situation dans laquelle il ne touche plus les coupons associés au titre est lorsque l'émetteur fait défaut. Pour le vendeur de protection en revanche, il y a une deuxième situation dans laquelle il ne touche plus les primes du CDS, c'est lorsque la contrepartie du swap fait défaut. Dans ce cas, le vendeur de protection devra trouver une contrepartie de remplacement. Le prix de marché d'un swap est toujours initialement nul, ce n'est en général plus le cas à une date ultérieure, et le swap de remplacement qui versera les mêmes primes trimestrielles pourra éventuellement avoir un coût de remplacement non nul pour le vendeur de protection en cas de baisse des spreads de marché. Nous reviendrons en détail plus loin. D'autres différences entre les instruments cash (prêt, obligation) et dérivés (CDS) font que les cash-flows sont différents et que les risques portés par les divers intervenants sont également distincts. Dans la première stratégie, nous avons par exemple supposé que l'investisseur se refinançait toujours au même taux égal à l'euribor. Dans la réalité, il en va tout autrement car le coût de refinancement d'un emprunteur varie dans le temps, de manière assez similaire à son propre spread de CDS. Il peut donc arriver que le coût de refinancement devienne prohibitif et le contraigne à arrêter la stratégie. Enfin, nous avons pris dans notre exemple des hypothèses simplificatrices fortes, comme par exemple la simultanéité de la tombée des coupons de l'obligation et du paiement des intérêts de l'emprunt dans le cas de la stratégie 1. Ce type d'hypothèse, jamais vérifiée dans la réalité, introduit un risque de taux complexe dans la première stratégie.

Une dernière hypothèse que nous avons retenue dans cet exemple est celle de l'égalité entre les spreads de CDS et les spreads obligataires. La base est l'écart entre le spread du CDS et celui d'une obligation au pair émise par le même émetteur sur la même maturité. L'observation des données de marché indique que la base est généralement positive pour des émetteurs corporates ; différents effets expliquent ce phénomène :

- Les événements de crédit englobent le défaut, mais ont une définition plus large. En particulier, la restructuration de la dette, si elle n'est pas considérée comme un défaut par les créanciers, est un motif de déclenchement des CDS.
- Les créanciers bénéficient contractuellement de certains recours et covenants en cas de faillite de l'émetteur. Les contreparties de CDS n'ont absolument aucune influence sur la liquidation éventuelle de l'entité de référence.
- De par sa simplicité, sa standardisation et sa souplesse, le marché des dérivés de crédit a attiré massivement les acheteurs de protection contrairement au marché obligataire qui est un marché de titres. L'afflux des acheteurs de protection sur le marché des dérivés a un effet mécanique à la hausse sur le niveau du prix de la protection (donc des spreads de CDS) par rapport au marché obligataire.

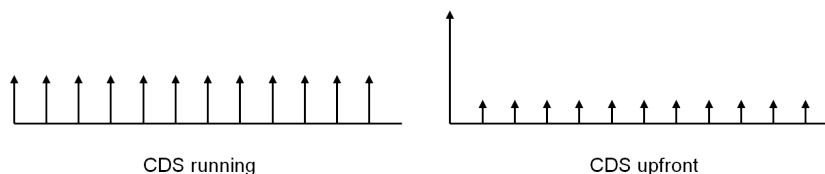
En revanche, deux phénomènes ont un effet à la baisse sur la base entre les spreads de CDS et les spreads obligataires :

- Les fonds et hedge funds voient dans les dérivés de crédit un moyen peu onéreux de s'exposer dans de bonnes conditions de spread à un risque de crédit. Ces types d'investisseurs sont massivement vendeurs de protection et sont des acteurs essentiels dans l'animation du marché des CDS.
- Lorsqu'une banque, ou un investisseur, achète une obligation, il se peut qu'elle (il) doive emprunter pour investir dans ce titre. Or, cet emprunt se fait au taux euribor + marge (*i.e.* les investisseurs ont des coûts de financement). Par conséquent, pour compenser ces coûts de financement, ces investisseurs exigent une prime supplémentaire de rémunération de l'obligation par rapport au CDS (qui ne nécessite pas de financement initial).

### 3. Primes running vs. upfront

Un élément important dans le changement de standard intervenu lors du *big bang protocol* de 2009 est la standardisation des CDS traités en prime *upfront + running*. Dans les années 1990 et 2000, la majorité des CDS étaient traités en primes *running*, c'est-à-dire que l'acheteur de protection paie les primes tout au long de la durée de vie de l'instrument (par exemple 120 bp<sup>1</sup> par an, payés trimestriellement), les primes étant étalées sur toute la durée de vie du contrat. Dans le cas d'un CDS en primes *upfront + running*, l'acheteur de protection paie une partie des primes de manière *running* (par exemple 100 bpa) et le reste est payé à la date de début du contrat (*upfront*). Le schéma 4.5 illustre ces deux situations, avec, sur le graphique de gauche, la séquence des cash-flows d'un CDS *running* et, sur celui de droite, celle d'un CDS *upfront + running*.

**Schéma 4.5.** *Cash-flows associés à un CDS running et à un CDS upfront respectivement*



Si nous reprenons l'exemple ci-dessus d'un CDS *running* de maturité 5 ans pour lequel la prime est de 120 bpa, la valeur de marché totale de ces flux (en négligeant l'amortissement et l'actualisation) est de 600 bp (= 120 bp par an  $\times$  5). Un CDS *upfront + running* portant sur la même entité de référence et ayant la même maturité doit nécessairement avoir une valeur de marché sur les primes identique à celle du CDS *running* correspondant, ce qui donne une prime *upfront* de l'ordre de 100 bp, déduite de la relation ci-dessous :

$$120 \text{ bp} \times 5 \sim \text{Upfront} + 100 \text{ bp} \times 5$$

Pour les entités de référence *investment grade*, la partie *running* des CDS *upfront* est égale à 100 bp par an. Pour les entités de référence *speculative grade*, la partie *running* est égale à 500 bp par an. Même avant la mise en place du nouveau standard introduit par le *big bang protocol*, lorsqu'une entité de référence était très risquée (on dit qu'elle est *distressed*), le CDS était généralement coté en prime *upfront* et non en prime *running*. Le dealer cote donc un montant *bid/offer* sur la partie de la prime payée *upfront*. Par exemple, le CDS

1. Un point de base (ou bp) est égal à un centième de pourcent (0,01 %). Une variation de taux de 1 bp désigne une variation absolue de 0.01 % ; la valeur du taux passe par exemple de 5 % à 5,01 %.

sur le monoline AMBAC de maturité 5 ans cotait 24/26 upfront plus 500 bp running le 3 septembre 2008. Un acheteur de protection devait donc payer au broker 26 % du notionnel upfront puis 500 bp par an jusqu'à la maturité du contrat s'il n'y a pas de défaut d'ici là. Un vendeur de protection recevait du broker 24 % du notionnel upfront plus 500 bp par an running.

## 4. Évaluation des CDS

Les CDS étant des dérivés de crédit, les règles comptables internationales (normes IFRS) contraignent les banques à les comptabiliser dans le portefeuille de négociation (trading book) et à les évaluer à leur valeur de marché (*fair value*). D'une date d'arrêté comptable à la suivante, les conditions de marché sur le risque de crédit changent, ce qui modifie la valeur de marché des CDS, et entraîne l'enregistrement d'une plus-value ou d'une moins-value dans le compte de résultat. Dans certains cas, la banque peut démontrer qu'un dérivé de crédit vient en couverture d'une position enregistrée dans le portefeuille bancaire (banking book), et le traitement comptable du CDS prend alors une autre forme.

### 4.1. CDS running

Les concepts de fonction de survie et de probabilité de défaut développés au précédemment sont les outils mathématiques pour l'évaluation des positions de dérivés de crédit.

Le calcul de la valeur de marché des CDS suit les mêmes règles que celles valables pour les autres types de contrats, et en particulier les swaps. Un swap de défaut étant un échange de flux entre l'acheteur et le vendeur de protection, sa valeur de marché pour le vendeur de protection est égale à la différence entre les flux espérés actualisés qu'il doit recevoir (jambe fixe) et ceux qu'il doit payer (jambe variable).

Dans une approximation grossière, la valeur de marché du CDS est, par analogie avec les swaps de taux d'intérêt, égale à la maturité du contrat multipliée par l'écart entre la prime et le spread de marché. Prenons l'exemple d'un CDS de nominal 10 MEUR de maturité 5 ans et de prime 100 bp. Supposons que les conditions de marché sur cet émetteur se dégradent, et que le spread de marché soit égal à 110 bp. Alors l'acheteur de protection va payer 100 bp pendant 5 ans, alors que la valeur de marché de cette protection est aujourd'hui de 110 bp. Il fait donc un gain approximativement égal à  $10 \text{ MEUR} \times 5 \times (1,1 \% - 1 \%) = 50\,000 \text{ EUR}$ . Ce calcul est approximatif puisqu'il néglige tous les effets de l'actualisation des flux futurs et de risque de défaut. C'est la duration qu'il faut considérer et non la maturité dans la formule précédente, et cette duration doit intégrer l'éventualité que le contrat ait une durée de vie plus courte que la maturité à cause d'un défaut.

Il nous faut évaluer chacune des deux jambes du swap. Nous appelons  $t_0 = 0$  la date initiale du contrat de swap et  $t_i$  ( $i > 0$ ) sont les dates auxquelles sont payées les primes du CDS par l'acheteur de protection jusqu'à la maturité  $t_n = T$ . Nous notons  $p$  la prime du CDS,  $R$  le niveau de recouvrement qui sert à évaluer le CDS, et le notionnel du CDS est appelé  $N$ . L'acheteur de protection paie les primes jusqu'à la maturité  $T$  sauf si l'entité de référence subit un credit event avant la maturité dont la date, aléatoire, est appelée  $\tau$ . Enfin, nous supposons la courbe des taux continus plate et constante dans le temps, le taux continu étant noté  $r$ .

La jambe variable du swap n'a qu'un seul flux, lorsque le credit event survient avant la maturité du CDS. Ce flux est égal au recouvrement sur l'entité de référence, associé à un montant nominal égal au nominal du CDS :  $N(1 - R)\mathbf{1}_{\{\tau \leq T\}}$ . La valeur de marché de la

jambe variable est donc :

$$JV(0, T) = N \mathbb{E} \left[ (1 - R) e^{-r\tau} \mathbf{1}_{\{\tau \leq T\}} \right]$$

La fonction indicatrice  $\mathbf{1}_A$  est la fonction qui vaut 1 si l'événement  $A$  est réalisé et 0 sinon. De son côté, la jambe variable a un grand nombre de flux : tant que le credit event n'est pas survenu, elle paie la prime du CDS aux dates  $t_i$  pour un montant égal à  $Np(t_i - t_{i-1}) \mathbf{1}_{\{\tau > t_i\}}$  ; si le credit event survient entre  $t_{i-1}$  et  $t_i$ , elle paie un coupon couru pour rémunérer la protection offerte entre les dates  $t_{i-1}$  et  $\tau$  qui est égal à  $Ns(\tau - t_{i-1}) \mathbf{1}_{\{t_{i-1} \leq \tau < t_i\}}$ . On obtient, en sommant sur tous les flux possibles actualisés et en prenant l'espérance mathématique :

$$\begin{aligned} JF(0, T) &= N \mathbb{E} \left[ \sum_{t_i=t_1}^T p(t_i - t_{i-1}) e^{-rt_i} \mathbf{1}_{\{\tau > t_i\}} \right] \\ &+ N \mathbb{E} \left[ \sum_{t_i=t_1}^T p(\tau - t_{i-1}) e^{-r\tau} \mathbf{1}_{\{t_{i-1} \leq \tau < t_i\}} \right] \end{aligned}$$

La deuxième espérance contient tous les flux de coupon couru qui sont dus par l'acheteur de la protection pour la période entre la dernière date de paiement de coupon et la date de défaut. À la date initiale du swap, la valeur de marché est nulle pour le vendeur et l'acheteur de protection. La prime du CDS est la valeur de  $p$  qui égalise les deux jambes du swap :  $JF(0, T) = JV(0, T)$ .

#### 4.2. Cas limite des primes payées en continu

Pour évaluer la valeur de marché des deux jambes du swap de défaut, nous avons besoin de définir et de calibrer la loi du temps de défaut  $\tau$ . Nous allons nous placer dans une approche à intensité, comme expliqué dans le chapitre 2. Pour simplifier, nous allons considérer une intensité de défaut déterministe  $(\lambda_t)_{t \geq 0}$ . La fonction de répartition du temps de défaut est donnée par la loi exponentielle :

$$P(\tau \leq t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda_s ds}$$

Dans la limite où les primes du CDS sont payées en continu (hypothèse que nous maintiendrons dans tout le reste de ce livre), le deuxième terme apparaissant dans l'expression de la valeur de marché de la jambe fixe tend vers 0, ce qui permet de négliger ce terme dans le prix de marché  $JF(0, T)$  de la jambe fixe. En effet, le terme sous le signe somme est de l'ordre de  $(t_i - t_{i-1})^2 \sim \delta t^2$ , ce qui entraîne que le deuxième terme de l'expression de  $JF(0, T)$  est de l'ordre de l'intervalle de temps  $\delta t$  entre deux paiements de coupons et tend donc vers 0 lorsque lorsque  $t_i - t_{i-1} \rightarrow 0$ . La valeur de marché de cette jambe s'écrit alors :

$$JF(0, T) = N.p.\mathbb{E} \left[ \int_0^T e^{-rt} \mathbf{1}_{\{\tau > t\}} dt \right] = N.p.DV(0, T)$$

Dans cette expression,  $DV(0, T)$  s'interprète comme la duration risquée à la date  $t = 0$  et correspondant à la maturité  $T$ . À titre illustratif, si nous supposons le risque de défaut nul ( $\lambda_s = 0$  pour tout  $s \geq 0$ ), nous retrouvons la formule usuelle de la duration sans risque. Il vient pour la duration risquée :

$$\begin{aligned} DV(0, T) &= \int_0^T P(\tau \geq t) e^{-rt} dt \\ &= \int_0^T e^{-\int_0^t (r + \lambda_s) ds} dt \end{aligned}$$

La jambe variable ne paie qu'un seul flux égal à  $N (1 - R) e^{-r\tau} \mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}}$  si l'évènement de crédit survient avant la maturité du CDS. La valeur de marché de ce flux est égale à :

$$\begin{aligned} JV(0, T) &= N (1 - R) \mathbb{E} (e^{-r\tau} \mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}}) \\ &= N (1 - R) \int_0^T e^{-rt} dP(\tau \leq t) \\ &= N (1 - R) \int_0^T \lambda_t e^{-\int_0^t (r + \lambda_s) ds} dt \end{aligned}$$

On en déduit la valeur de marché de la jambe variable :

$$JV(0, T) = \lambda (1 - R) N DV(0, T)$$

Les modèles à intensité stochastique conduisent à des formules tout à fait similaires faisant intervenir des espérances. On se reportera à l'ouvrage de Schönbucher (2003) pour tous les détails de ces modèles. Un cas particulier est celui de l'intensité constante,  $\lambda_s = \lambda$ , pour tout  $s \geq 0$ . Dans ce cas, la duration risquée s'écrit à la date  $t$  :

$$DV(t, T) = \frac{1 - e^{-(r+\lambda)(T-t)}}{r + \lambda} = (T - t) - \frac{r + \lambda}{2} (T - t)^2 + o((r + \lambda)(T - t))$$

Nous observons que la DV, qui représente la valeur présente d'un euro payé par unité de temps continûment sur toute la durée de vie du contrat, est inférieure à la maturité du CDS. La relation d'égalité des valeurs de marché de la jambe fixe et de la jambe variable induit une relation entre la prime  $p$ , le paramètre de la loi du temps de défaut  $\lambda$  et le taux de recouvrement  $R$  :

$$p = \lambda(1 - R)$$

Cette relation établit le lien entre les paramètres de marché (la prime  $s$  et le taux de recouvrement  $R$ ) et le paramètre de la loi du temps de défaut  $\lambda$ . La convention de marché est de fixer le taux de recouvrement  $R$  à 40 % pour les CDS portant sur la dette senior et 10 % pour les dérivés portant sur la dette subordonnée. Au cas par cas, et pour les entités de référence en détresse (*distressed*), les traders utilisent un taux de recouvrement potentiellement assez différent de la convention de marché selon que son anticipation sur le credit event est un défaut réel (banqueroute ou failure to pay) ou, au contraire, une restructuration de dette. Notons également que cette relation est analogue à la relation vue au chapitre 1 :  $EL = PD.LGD$ , avec  $LGD = 1 - R$ .

À la date initiale du dérivé ( $t = 0$ ), la prime  $p$  est égale au spread de marché  $s(0)$ . En effet, dans le cas contraire, il serait aisé de construire un arbitrage : si  $p > s(0)$ , alors, il faut vendre la protection à la contrepartie qui est prête à payer une prime  $p$ , et acheter la protection à une autre contrepartie qui a une évaluation égale au spread de marché. La position nette résiduelle est neutre en risque de crédit et rapporte donc sans risque un montant  $p - s(0)$  jusqu'à maturité. Dans le cas  $p < s(0)$ , il faut acheter la protection à la contrepartie qui la vend au prix  $p$  et vendre la protection à celle qui l'achète au prix de marché  $s(0)$ . Ce type de stratégie n'est toutefois pas totalement sans risque car, comme nous le verrons dans le chapitre 6, si le risque de crédit sur l'entité de référence du CDS est réduit à 0, il reste un risque de défaut sur la contrepartie.

Dans ce qui suit, nous supposons donc que les intensités de défaut sont identiques pour toutes les maturités (courbe des spreads plate) mais varient dans le temps. L'intensité de défaut à la date  $t$  est reliée au spread de marché  $s(t)$  à la date  $t$  par la relation :

$$s(t) = \lambda(t).(1 - R)$$

La duration risquée à la date  $t$  est par conséquent donnée par la formule :

$$DV(t, T, \lambda(t)) = \frac{1 - e^{-(r+\lambda(t))(T-t)}}{r + \lambda(t)}$$

Si on considère une position vendeuse de protection, le vendeur de protection va recevoir les flux de la jambe fixe du swap et en payer les flux de la jambe variable. La valeur de marché à la date  $t$  de la position vendeuse de protection est égale à :

$$MtM^V(t) = N p.DV(t, T, \lambda(t)) - JV(t, T, \lambda(t))$$

où  $p$  est la prime du CDS et est égale au spread de marché à la date initiale du CDS ( $p = s(0)$ ). Si, à une date ultérieure  $t + dt$ , le spread de marché a évolué et vaut  $s(t + dt)$ , nous avons toujours la relation de parité qui exprime que la jambe fixe et la jambe variable d'un CDS traité à une date  $t$  (resp.  $t + dt$ ) ont la même valeur de marché :

$$\begin{aligned} N.s(t).DV(t, T, \lambda(t)) - JV(t, T, \lambda(t)) &= 0 \\ &= N s(t + dt).DV(t + dt, T, \lambda(t + dt)) - JV(t + dt, T, \lambda(t + dt)) \end{aligned}$$

Le profit and loss (P&L) de la position de notre vendeur de protection varie d'un montant égal à :

$$\begin{aligned} MtM^V(t + dt) - MtM^V(t) &= (N.p.DV(t + dt, T, \lambda(t + dt)) - JV(t + dt, T, \lambda(t + dt))) \\ &\quad - (N.p.DV(t, T, \lambda(t)) - JV(t, T, \lambda(t))) \\ &= N.p. [DV(t + dt, T, \lambda(t + dt)) - DV(t, T, \lambda(t))] \\ &\quad + N.s(t).DV(t, T, \lambda(t)) - N s(t + dt).DV(t, T, \lambda(t)) \end{aligned}$$

Pour des CDS non distressed, la convexité de la duration risquée (fonction  $DV(t, T, \lambda(t))$ ) est très faible, et le terme dominant dans la variation de la valeur de marché est le terme linéaire dans le spread de marché : au premier ordre, la sensibilité de la valeur de marché est égale à la variation de spread multipliée par la duration risquée.

$$MtM^V(t + dt) - MtM^V(t) \sim -N.DV(t, T, \lambda(t)).[s(t + dt) - s(t)]$$

Nous voyons donc que la sensibilité du prix de marché de la position vendeuse de protection est égale à  $N.DV(t, T, \lambda(t))$ . Les initiales DV (Dollar Value) pour désigner la fonction de duration risquée illustrent l'interprétation de la duration risquée en termes de sensibilité : la DV multipliée par le notionnel du CDS et divisée par 10 000 est égale à la variation en dollar de la valeur de marché de la position acheteuse ou vendeuse de protection pour 1 bp de variation de spread. À titre d'exemple numérique, si le spread de marché est égal à 100 bp, la sensibilité de la position vendeuse de protection à 5 ans, de notionnel 10 MEUR est de -4 350 EUR pour 1 bp de hausse du spread.

### 4.3. La courbe des spreads

Une courbe de spread plate correspond à une structure par terme des probabilités de défaut décrite par la loi exponentielle  $P(\tau \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$  avec une intensité de défaut constante. Cette structure par terme est croissante. Il n'y a donc pas un lien direct entre la monotonie de la structure par terme des probabilités de défaut et la structure par terme des spreads de crédit.

Pour avoir une courbe de spread croissante, il faut une courbe d'intensités de défaut croissante en fonction de l'horizon considéré. Cela signifie que la probabilité instantanée

de défaut augmente dans le temps, c'est-à-dire que l'entité de référence a une tendance à la dégradation de sa qualité de crédit avec le temps. En pratique, la courbe des spreads est décrite par quelques points sur l'échelle des maturités, complétée par des interpolations linéaires, de sorte que la courbe résultante est affine par morceaux. Nous modélisons cela par une intensité de défaut constante par morceaux. De manière symétrique, une courbe de spreads décroissante correspond à des intensités de défaut décroissantes dans le temps, ce qui s'interprète comme une incertitude sur la qualité de crédit à court terme par rapport au long terme. À l'instar des courbes inversées dans les structures par terme des taux d'intérêt, une telle inversion de la courbe des spreads est caractéristique des périodes de crise.

#### 4.4. Duration risquée des CDS upfront + running

La duration risquée des spreads upfront + running est généralement plus faible que celle des CDS running. Considérons deux CDS de même maturité, de notionnel 1 et portant sur la même entité de référence; le premier CDS paie des primes running  $p$ , le deuxième paie des primes upfront + running. Appelons  $UF$  la prime upfront de ce CDS et  $c$  ses primes running. Il existe un lien simple entre les primes de ces deux CDS. Ces deux CDS ont en effet des jambes variables qui paient les mêmes flux. En conséquence, leurs valeurs de marché sont égales et les valeurs de marché de leurs jambes fixes à la date initiale sont égales. On en déduit que pour ces deux swaps, à la date  $t = 0$  :  $JF(0, T) = UF + c.DV(0, T) = p.DV(0, T)$ . Il vient :

$$UF = (p - c).DV(0, T)$$

La valeur de marché d'une position acheteuse de protection sur le CDS upfront + running est égale à la date  $t \geq 0$  à  $V_t^{UF} = JV(t, T) - UF - c.DV(t, T)$ . Nous notons  $MtM_t^{UF}$  et  $MtM_t^R$  les profit and loss entre la date 0 et la date  $t$  sur les positions acheteuses de protection cotées en upfront + running et en running respectivement. Nous avons :

$$\begin{aligned} MtM_t^{UF} &= V_t^{UF} - V_0^{UF} \\ &= JV(t, T) - JV(0, T) - c.(DV(t, T) - DV(0, T)) \\ &= s(t).DV(t, T) - p.DV(0, T) - c.(DV(t, T) - DV(0, T)) \\ &= s(t).DV(t, T) - p.DV(t, T) + (p - c).(DV(t, T) - DV(0, T)) \\ &= MtM_t^R + (p - c).(DV(t, T) - DV(0, T)) \end{aligned}$$

où  $MtM_t^R$  est le marked-to-market du CDS running à la date  $t$  et  $s(t)$  est le spread de marché running à la date  $t$ . Nous en déduisons la sensibilité du marked-to-market du CDS upfront + running aux variations de spread running :

$$\begin{aligned} MtM_{t+dt}^{UF} - MtM_t^{UF} &= MtM_{t+dt}^R - MtM_t^R \\ &+ (p - c).(DV(t + dt, T) - DV(t, T)) \end{aligned}$$

Puisque  $p \geq c$ , le deuxième terme de cette relation est négatif, ce qui rend la sensibilité du marked-to-market du CDS upfront + running inférieure à celle du CDS running. Pour rappel, la sensibilité du marked-to-marked du CDS running aux variations du spread de marché running est :

$$MtM_{t+dt}^R - MtM_t^R = (s(t + dt) - s(t)).DV(t, T)$$

## 5. Indices de crédit

Comme pour les indices actions (Eurostoxx 50, S&P 500,...), les indices de crédit reflètent la performance globale d'un panier d'actifs, dans ce cas un panier de CDS sur des noms individuels. En revanche, et contrairement aux indices actions, les indices de crédit ont une composition (ils sont équipondérés) et une maturité fixes. Tous les six mois, une nouvelle série est émise avec un nouveau portefeuille sous-jacent et une nouvelle maturité pour permettre aux investisseurs de maintenir la durée de leur investissement à peu près constante. Ceci s'appelle le *roll* de l'indice. L'indice dernier né est appelé *on the run*, et les anciennes séries sont appelées *off the run*. À la date de *roll*, les investisseurs ont la possibilité de clôturer leur position *off the run* pour entrer dans une position *on the run*.

De nombreuses banques d'investissement ont participé à la création et à l'animation de ce marché qui s'est aujourd'hui bien standardisé. La gamme d'indices est très fournie, à la fois sur la couverture géographique que par type d'actifs sous-jacents. Les indices d'Amérique du Nord et sur les pays émergents s'appellent CDX; les indices européens et asiatiques s'appellent iTraxx.

Un indice de crédit est un contrat de CDS sur un panier d'entités de référence. L'acheteur de protection paie au vendeur de protection une prime, payée trimestriellement les 20 mars, 20 juin, 20 septembre et 20 décembre. Le montant notionnel du contrat fait l'objet d'un accord entre les deux parties du CDS.

Ces contrats sont traités sur le marché depuis le début des années 2000 et sont devenus très liquides. Comme pour un contrat de CDS habituel, un investisseur qui prendrait une position sur l'indice après sa date de création (après la date de *roll*) aurait à payer (ou recevrait) une soulte égale à la valeur de marché du CDS pour compenser la différence entre le *spread* de marché et la prime. En sus de cette soulte, l'investisseur doit acquitter (ou recevoir) le coupon couru depuis la dernière date de tombée du coupon sur le contrat sur indice. Un vendeur de protection qui entrerait dans le contrat en milieu de période, recevrait dans tous les cas l'intégralité du coupon à la prochaine date de tombée. Il doit donc payer le coupon couru entre la dernière date de tombée du coupon et sa date de rentrée dans le contrat pour compenser la rémunération touchée correspondant à la première moitié de la période pendant laquelle il n'a pas porté le risque de crédit.

Le contrat sur indice est un *swap* de défaut sur un panier d'entités de référence. Dans l'indice, toutes les entités de référence sont équipondérées. Si un événement de crédit survient sur un nom de l'indice, le montant notionnel du contrat diminue d'un facteur  $1/125$  si le portefeuille de référence contenait initialement 125 noms. Après un *credit event*, le portefeuille de référence ne contient plus que 124 noms.

Considérons à titre d'exemple un investisseur qui achète pour 125 MEUR de protection sur l'indice iTraxx, avec une prime de 80 bp. Supposons qu'un *credit event* survienne et que l'obligation livrée passe du pair à un prix de 40 %. Si le contrat stipule un règlement physique, l'acheteur de protection livre l'obligation pour un montant nominal de 1 MEUR (il l'achète 0,4 MEUR sur le marché) et reçoit le paiement de l'obligation au pair, soit 1 MEUR. L'acheteur de protection va continuer à payer la prime de 80 bp par an pour la protection reçue, mais sur un notionnel de 124 MEUR seulement.

Il peut arriver que le *spread* de marché de l'indice se resserre de manière importante à la date d'un *credit event*. Si par exemple l'indice est composé de 124 noms de *spread* 80 bp et d'un nom de *spread* 1 000 bp, alors le *spread* de l'indice est d'environ 87 bp. Si le nom le plus risqué subit un *credit event*, le *spread* de l'indice retombe à 80 bp puisqu'il ne porte plus que sur le panier des 124 entités de référence en vie et, par conséquent, l'acheteur de protection touche le flux de protection mais subit une baisse de la valeur de marché du CDS. Dans la limite où le *credit event* était anticipé et correctement évalué dans le *spread* de l'entité de référence, alors ces deux effets se compensent.



## Chapitre 5

# Structurés de crédit

Pour diverses raisons, les produits structurés de crédit ont connu un essor fantastique depuis deux décennies. L'histoire des CDO a commencé à la fin des années 1980 avec l'émission des premières obligations indexées sur la performance d'un portefeuille de dette corporate high-yield américaine (CBO – Collateralized Bond Obligations). Dans les années 1990 ont suivi des émissions collatéralisées par des prêts bancaires (CLO - Collateralized Loan Obligations). Dans les années 2000, sont apparus les structurés synthétiques et nous avons connu l'ère de la titrisation de masse.

De nombreux acteurs, tant institutionnels que privés, ont participé au développement de ce marché. Les banques y ont trouvé un excellent moyen de sortir une partie des risques qu'elles portaient sur leur bilan, soit dans le but de se refinancer, soit dans un but d'optimisation de bilan. Par ailleurs, comme nous l'avons vu dans le chapitre sur les CDS, les dérivés de crédit ont connu à la fin des années 1990 une croissance très importante due à la standardisation des contrats, ce qui a permis le développement de tous les structurés synthétiques (notamment sur les expositions corporates, mais pas uniquement). Le marché des structurés de crédit n'est pas mort pendant la crise des subprimes, mais il en est ressorti profondément modifié ; la compréhension de ces produits est essentielle pour appréhender les enjeux d'aujourd'hui liés au marché de la dette et au financement de l'économie.

Par le terme de structuré de crédit, nous désignons un titre ou produit dérivé (swap) dont la performance dépend de celle d'un panier d'instruments de dette (ou de dérivés de crédit) appelé *collatéral*. Ce qui caractérise un structuré de crédit est que sa performance dépend donc des risques individuels des instruments qui composent le panier sous-jacent, mais aussi des corrélations entre ces risques.

### 1. First to Default

Le produit structuré de crédit le plus simple est le *First to Default* (FtD). À l'inverse du swap sur indice de crédit tel que l'iTraxx, les cash-flows du FtD dépendent des corrélations entre les risques individuels du panier de référence.

Un First to Default est un swap de défaut au même titre qu'un CDS single-name mais pour lequel l'évènement de crédit est déclenché par le premier défaut survenant sur un

portefeuille de référence. Le portefeuille de référence d'un First to Default est généralement composé d'un nombre  $n$  d'entités de référence compris entre 5 et 10. L'acheteur de protection paie une prime trimestrielle au vendeur de protection jusqu'à maturité du contrat sauf si un défaut intervient entre temps sur le portefeuille de référence. À la date de défaut, le vendeur de protection paie le flux de la jambe de protection pour un montant égal à  $(1 - R)$ , où  $R$  est le taux de recouvrement et le swap a un notionnel égal à 1.

La probabilité de survenance d'un défaut sur le panier de référence est d'autant plus forte que les risques individuels sont élevés. Mais il s'agit également d'un produit de corrélation car la probabilité d'avoir au moins un défaut sur le portefeuille de référence pendant la durée de vie du contrat dépend du niveau de corrélation entre les risques individuels. Comme nous allons l'illustrer, la probabilité d'avoir au moins un défaut sur le portefeuille est d'autant plus élevée que la corrélation des risques individuels est faible.

Considérons, pour débiter, l'exemple d'un FtD sur un portefeuille de  $n$  noms indépendants ayant tous le même spread de marché  $s$ . Nous nous plaçons dans le modèle à intensité constante tel qu'exposé au chapitre 2, et nous appelons  $\lambda$  l'intensité de défaut des entités de référence de ce portefeuille. La probabilité de survie de chaque entité de référence du panier à la date  $t$  est donc donnée par la fonction exponentielle  $S_i(t) = \exp(-\lambda t)$ . Dans le cas de l'indépendance des dates de défaut individuelles, la loi de la date  $\tau$  du premier défaut sur le portefeuille s'obtient en multipliant les fonctions de survie des noms sous-jacents au panier. La fonction de survie du portefeuille est exponentielle :  $P(\tau \geq t) = \exp(-\sum_{i=1}^n \lambda_i t)$ . Le FtD sur un panier homogène dans le cas indépendant se ramène donc à celui d'un CDS single name mais avec une intensité de défaut égale à  $n\lambda$ . Le fair spread de ce FtD est donc  $s_{FtD} = \lambda n(1 - R)$ .

Dans un modèle où les dates aléatoires des défauts individuels sont corrélées via une structure de dépendance sous une forme de copule gaussienne, la date de défaut  $\tau_i$  du nom  $i$  s'exprime facilement en fonction d'une variable aléatoire normale centrée réduite :

$$\tau_i = F_i^{-1}[N(G_i)] = -\frac{\ln[N(G_i)]}{\lambda_i}$$

où  $F_i$  est la fonction de répartition de la date de défaut du nom  $i$  et les variables  $G_i$  sont des variables normales centrées réduites corrélées. Dans l'hypothèse où ces corrélations sont toutes égales deux à deux, à la valeur  $\rho$ , nous pouvons poser :

$$G_i = \sqrt{\rho}F + \sqrt{1 - \rho}\epsilon_i$$

où les variables  $F$  et  $\epsilon_i$  sont des variables normales centrées réduites indépendantes entre elles. Nous reverrons cette modélisation au chapitre 8 et en donnerons une interprétation économique. Cette formulation garantit que les variables  $G_i$  forment un vecteur gaussien multivarié. Si le paramètre de corrélation  $\rho$  est égal à 1, on obtient  $G_i = F$  pour tout  $i$ , et donc  $\tau_i = -\ln[N(F)]/\lambda_i$ . Ainsi, quelle que soit la valeur de  $F$ , les dates de défaut seront ordonnées de la même manière : le nom ayant l'intensité de défaut la plus élevée fera défaut en premier, et les dates de défaut seront ordonnées par ordre décroissant des intensités de défaut. Dans ce cas, le contrat de FtD est donc équivalent à un contrat de CDS single name dont l'entité de référence serait le nom le plus risqué du panier.

Le spread d'un FtD est compris entre deux valeurs qu'il est facile de trouver par un raisonnement d'arbitrage. D'une part, l'acheteur de protection n'est couvert que contre le premier défaut ; il est donc moins couvert que s'il achetait la protection sur tous les noms du panier de référence. Par conséquent, le spread du FtD est inférieur à la somme des spreads des noms du panier de référence. D'autre part, il est plus risqué de vendre la protection via un FtD que sur n'importe lequel des noms du panier de référence, et en particulier sur le plus risqué d'entre eux. Le spread du FtD est donc supérieur au spread du nom le plus

risqué. Nous obtenons donc la relation d'arbitrage suivante :

$$\max(s_1, \dots, s_n) \leq s_{FtD} \leq \sum_i s_i$$

Une « règle du pouce » fournit des ordres de grandeurs typiques pour le spread du FtD dans de nombreuses parties de l'espace des paramètres :

$$s_{FtD} \sim \frac{2}{3} \sum_i s_i$$

## 2. CDO : principes et schémas de montage

### 2.1. Principes de fonctionnement

CDO est l'acronyme pour *Collateralized Debt Obligation*. Nous verrons plus loin tous les types de structurés de crédit regroupés dans ce qu'on appelle *Asset Backed Securities (ABS)* dont les CDO sont une catégorie particulière correspondant aux collatéraux de dette corporate. Le SPV d'un CDO émet plusieurs obligations pour financer ce collatéral et a une structure de passif avec des dettes ayant des niveaux de seniorité différents.

Le SPV collecte les flux de la vente de ces obligations et achète des actifs (appelés le collatéral). Le SPV affecte tous les flux que dégagent les actifs (flux d'intérêt et de principal) au remboursement du principal des obligations émises au passif et au paiement des intérêts selon des règles de priorité appelées la *waterfall*. Le bilan du SPV est similaire au bilan de n'importe quelle société, avec un actif et un passif adossés l'un à l'autre. Cette propriété remarquable vient du fait que le SPV est *bankruptcy remote*, c'est-à-dire qu'il est indépendant du risque de crédit relatif à la banque (appelée *underwriter*) qui a arrangé le montage ou de celle (appelée *originateur*) qui a originé les créances composant le collatéral. L'originateur peut, le cas échéant, toucher des revenus liés à l'activité du SPV (en tant que prestataire de service par exemple), mais ne peut toucher les cash-flows payés par les actifs du SPV. De même, les investisseurs dans les notes émises par le SPV n'ont aucun recours sur l'originateur en cas de mauvaise performance des prêts sous-jacents à l'actif du SPV.

Le bilan d'un CDO est semblable à celui d'une banque spécialisée qui se financerait par émission de dette equity, de dette mezzanine et de dette senior. Comme une banque, le SPV va émettre différentes « tranches » de dette ayant des couples rendement/risque différents. Chacune de ces tranches est éventuellement notée par une ou plusieurs agences de notation comme illustré par le schéma 5.1. Les différentes tranches émises n'ont pas un risque équivalent :

- les tranches les plus senior sont prioritaires sur les flux de principal et d'intérêts que verse le collatéral ;
- les pertes éventuelles sur le collatéral ont un impact d'abord sur les tranches les plus subordonnées, puis sur les tranches les plus senior.

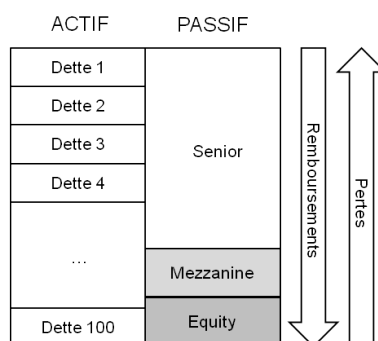
Plus précisément, la documentation contractuelle du montage décrit la waterfall, c'est-à-dire comment les flux de principal et d'intérêt sont transférés aux différents investisseurs. Il existe une waterfall pour les flux d'intérêts et une waterfall pour les flux de principal. Les flux d'intérêts servent à payer les frais liés au montage et les intérêts de la dette. Si les intérêts de la dette sont payés trimestriellement, les coupons détachés par les actifs du SPV sont stockés dans un compte d'intérêts puis, à la date de paiement trimestrielle, sont distribués de la façon suivante, par ordre de priorité :

- taxes,
- frais d'administration du SPV,

- frais d'agence de rating,
- frais de gestion,
- paiement des intérêts de la tranche senior,
- paiement des intérêts de la tranche mezzanine,
- ce qui reste est appelé *Excess Spread* et est généralement distribué aux porteurs de la tranche equity.

Les flux de principal sont réinvestis dans du collatéral ou servent à rembourser le principal des tranches de dette du SPV. En conséquence de la waterfall des flux de principal et des flux d'intérêts, les différentes tranches de dette du SPV ne portent pas le même risque et ne rémunèrent pas les investisseurs de la même façon. Les tranches senior captent les flux de principal et d'intérêts en priorité par rapport aux tranches plus subordonnées ; elles portent donc un risque plus faible puisqu'elles sont protégées par les premières tranches de dette. On appelle cela le *rehaussement de crédit*. Les tranches senior versent une rémunération plus faible que les tranches subordonnées qui sont sensibles aux premières pertes sur le portefeuille d'actifs.

**Schéma 5.1.** Mécanisme de fonctionnement du rehaussement de crédit



Chaque tranche du CDO est définie par un *point d'attachement* et un *point de détachement*. Le point d'attachement correspond au montant de perte sur le collatéral en dessous duquel la perte sur la tranche est nulle. Le point de détachement correspond au montant de perte sur le collatéral au-delà duquel l'investisseur dans la tranche ne récupère rien. Si nous considérons dans l'exemple du CDO du schéma 5.2 la tranche mezzanine qui a un point d'attachement de 5 % et un point de détachement de 15 %, cela signifie que l'investisseur mezzanine commence à subir des pertes lorsque la perte sur le collatéral est supérieure à 5 % et a tout perdu lorsque la perte sur le collatéral est supérieure à 15 %. Le point de détachement de la tranche mezzanine est égal au point d'attachement de la tranche senior. La tranche senior a un point de détachement à 100 %, la tranche equity a un point d'attachement à 0 %.

La perte sur chaque tranche du CDO s'exprime en termes de payoff d'option dont le sous-jacent serait la perte sur le portefeuille en collatéral, comme illustré par le graphique 5.1 :

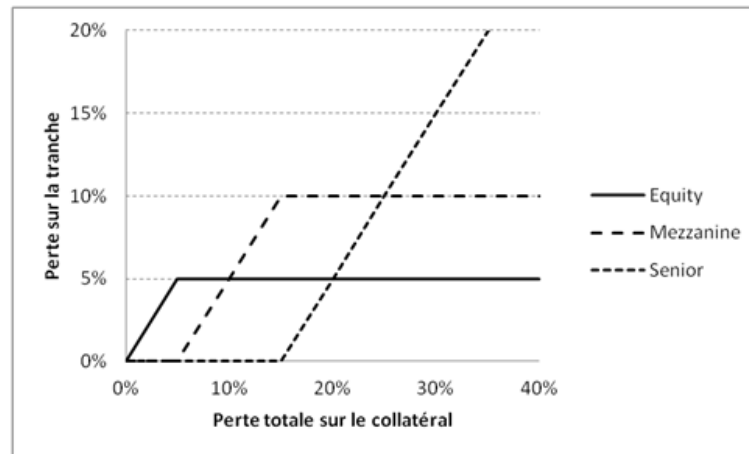
- la perte sur la tranche senior est un call sur la perte du portefeuille ;
- la perte sur la tranche mezzanine est un call spread sur la perte du portefeuille ;
- la perte sur la tranche equity est un zéro-coupon moins un put sur la perte du portefeuille.

De manière duale, nous pouvons représenter le remboursement à maturité de la tranche en fonction de la valeur de l'actif de la même manière que dans le modèle de Merton. Appelons  $N$  le nominal des instruments de dette à l'actif du CDO,  $A_T$  la valeur du collatéral à maturité de la dette et  $L_T$  la perte sur le collatéral à maturité. On a la relation de parité  $A_T + L_T = N$ .

Schéma 5.2. Structure de bilan d'un CDO

Actif	Senior	85%
	Mezzanine	10%
	Equity	5%

Graphique 5.1. Description du passif d'un CDO dans le langage de la théorie des options



La perte sur la tranche equity a le profil d'un zéro-coupon moins un put sur la perte sur le collatéral, c'est-à-dire  $L_T^e = \min(L_T, N_e)$  où  $N_e$  est le nominal de la tranche equity. On en conclut que le payoff de l'investisseur equity s'écrit :

$$N_e - L_T^e = N_e - \min(N - A_T, N_e) = (A_T - (N - N_e))^+$$

Par le même raisonnement, nous obtenons que le payoff de l'investisseur mezzanine est celui d'un call spread sur la valeur finale du collatéral. De même, le payoff de l'investisseur senior est celui d'un zéro-coupon moins un put sur la valeur des actifs.

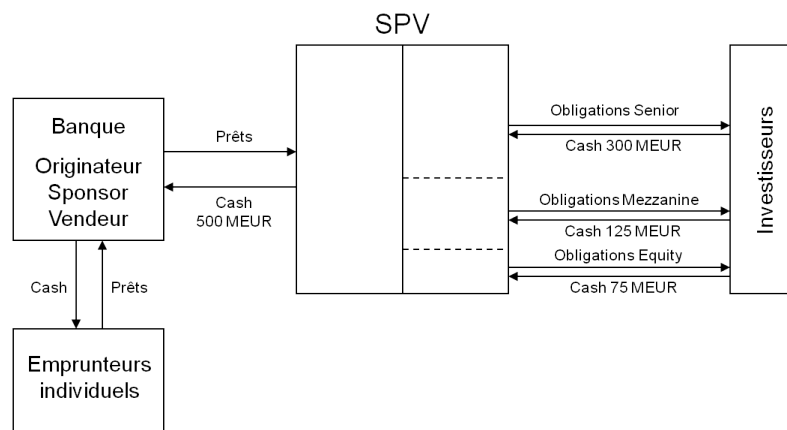
## 2.2. Schémas de montage

Il existe différents types de montage de CDO en fonction du moyen qu'utilise le SPV pour effectuer le transfert du risque de crédit (cash ou synthétique) et le format des contrats qui le lient à l'investisseur final (titre ou dérivé).

À la base, les montages de CDO sont tous calqués sur le même principe : le SPV achète des actifs qu'il porte à son bilan et en possède la pleine propriété (on parle de *true sale*). Simultanément, il émet pour un montant à peu près équivalent des obligations adossées à ce collatéral, obligations qui sont souscrites par des investisseurs. De tels CDO sont des CDO *cash* car l'actif est constitué de titres de dette et non de dérivés. La structure est également dite *funded* car les investisseurs investissent dans une obligation et non dans un dérivé. Nous représentons ce type de structure dans le schéma 5.3.

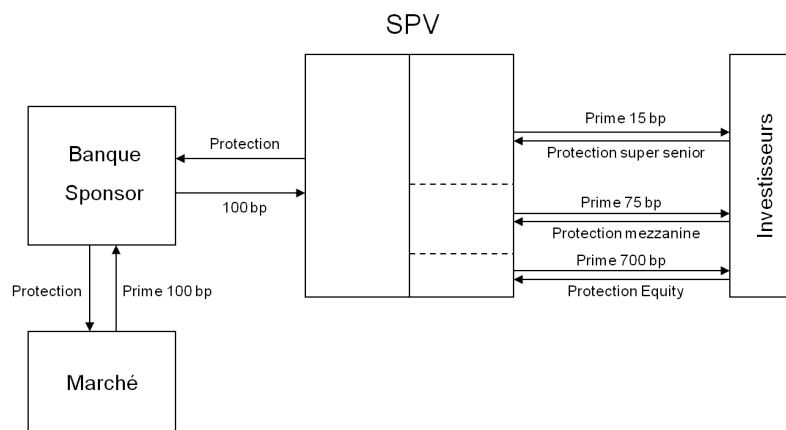
Les années 2000 ont permis, via l'essor des dérivés de crédit tels que les CDS, le développement des CDO synthétiques. Dans certains cas en effet, le transfert de propriété d'un

Schéma 5.3. Montage d'un CDO cash funded



loan de la banque vers le SPV est complexe ou, parfois même, juridiquement impossible. Le SPV s'expose alors au portefeuille de référence par un transfert synthétique du risque de crédit par une vente de protection. Dans certains cas, le transfert de risque synthétique relève d'un réel intérêt économique pour la transaction car les spreads de crédit sur les dérivés sont plus élevés que sur les titres (base positive). Ce type de montage est appelé *synthétique* par opposition à cash car le transfert de risque à l'actif du CDO n'est pas effectué par un true sale, mais par une vente de protection effectuée par le SPV. Le schéma 5.4 décrit la structure d'un CDO synthétique funded. Cela signifie que le SPV vend de la protection sur un portefeuille pour s'exposer à un risque de crédit, et qu'il émet des obligations sur toute la structure de son passif. Le SPV collecte donc un montant égal au total de l'émission réalisée, ce qui lui permet de payer ses coûts upfront, mais ne lui sert pas à acheter des actifs puisque la structure est synthétique. Le SPV investit donc le cash obtenu dans un actif peu risqué (GIC par exemple) qui va lui permettre, avec les revenus liés à la vente de protection, de payer les intérêts des titres de dette souscrits par les investisseurs. Nous pouvons très bien avoir, sur des structures synthétiques, un CDO unfunded, c'est à dire que le SPV n'émet pas de titres de dette obligataire, mais couvre le collatéral par des CDS référençant des tranches de CDO.

Schéma 5.4. Montage d'un CDO synthétique unfunded



**Tableau 5.1.** *Structure de dette d'un CDO*

Tranches	Taille (%)	Taille (MEUR)	Spread
A1	73,00 %	146	0,18 %
A2	3,00 %	6	0,25 %
B	6,00 %	12	0,45 %
C	6,00 %	12	0,70 %
D	6,00 %	12	1,60 %
E	1,25 %	2,5	3,50 %
F	4,75 %	9,5	Excess spread

Les qualificatifs « cash » et « synthétique » décrivent la manière dont est structuré l'actif du SPV, soit via un true sale (cash), soit via des dérivés de crédit (synthétique).

### 3. « Economics » d'un CDO

Une étape importante dans le montage d'un CDO est la détermination du rendement de chaque obligation émise au passif qui concilie les intérêts divergents des investisseurs et de l'arrangeur :

- Le pricing des tranches de dette doit être attractif pour les investisseurs, compte tenu de la classe d'actif, de la structure de la waterfall et du rating obtenu sur chaque tranche.
- Les flux d'intérêts dégagés par les actifs doivent être suffisants pour payer tous les frais senior, les intérêts de la dette et pour distribuer ce qui reste (*Excess spread*) à la tranche equity.
- Le rendement de la tranche equity doit être attractif pour les investisseurs, qui ne disposent d'aucun mécanisme de rehaussement de crédit.

Les objectifs de rendement pour les investisseurs, conjugués aux contraintes de viabilité de la structure, définissent ce qu'on appelle les *economics* du CDO.

Nous allons illustrer les economics d'un CDO dans un exemple simple. Considérons un CDO qui émet au pair 6 tranches de dette pour un montant total de 200 MEUR. Les tranches de dette sont nommées par une lettre, A1 désignant la tranche super-senior, A2 la tranche mezzanine notée AAA par une agence de rating, B, C, D et E étant les autres tranches mezzanines, et F la tranche equity qui n'est en général pas notée. Le portefeuille d'actifs verse des coupons égaux à euribor 3M + 140 bp. La structure de dette du CDO est reproduite dans le tableau 5.1.

Par ailleurs, le montage du CDO a engendré des frais d'avocat, de structuration, d'agences de rating pour un montant total de 4 MEUR. Ainsi, seulement 196 MEUR sur les 200 MEUR collectés lors de l'émission pourront être investis à l'actif du SPV. Le fonctionnement du SPV engendre également un certain nombre de frais *running* tout au long de la durée de vie du CDO pour un montant de 10 bp sur la base d'une assiette de 200 MEUR, auxquels s'ajoutent 15 bp de frais de gestion senior (payés en priorité dans la waterfall d'intérêts) et 10 bp de frais de gestion junior (payés en dernier dans la waterfall d'intérêt, avant le paiement de l'excess spread). Considérons un niveau des taux euribor 3M à 4,5 %. Le total des flux d'intérêts reçus des actifs par le SPV s'élève chaque trimestre à  $(\text{Eur}3\text{M} + 140 \text{ bp}) \times 196 \text{ MEUR} \times 0,25 = 2\,891\,000 \text{ EUR}$ . Ces flux d'intérêts sont ensuite redistribués conformément à la waterfall d'intérêts en fin de chaque période trimestrielle. Dans le scénario où le portefeuille ne subit aucun défaut, les flux d'intérêts sont redistribués séquentiellement dans l'ordre suivant :

- frais administratifs :  $10 \text{ bp} \times 200 \text{ MEUR} \times 0,25 = 50\,000 \text{ EUR}$  ;

- frais de gestion senior :  $15 \text{ bp} \times 196 \text{ MEUR} \times 0,25 = 73\,000 \text{ EUR}$  ;
- intérêts tranche A1 :  $(\text{Eur3M} + 18 \text{ bp}) \times 146 \text{ MEUR} \times 0,25 = 1\,708\,200 \text{ EUR}$  ;
- intérêts tranche A2 :  $(\text{Eur3M} + 25 \text{ bp}) \times 6 \text{ MEUR} \times 0,25 = 71\,250 \text{ EUR}$  ;
- intérêts tranche B :  $(\text{Eur3M} + 45 \text{ bp}) \times 12 \text{ MEUR} \times 0,25 = 148\,500 \text{ EUR}$  ;
- intérêts tranche C :  $(\text{Eur3M} + 70 \text{ bp}) \times 12 \text{ MEUR} \times 0,25 = 156\,000 \text{ EUR}$  ;
- intérêts tranche D :  $(\text{Eur3M} + 160 \text{ bp}) \times 12 \text{ MEUR} \times 0,25 = 183\,000 \text{ EUR}$  ;
- intérêts tranche E :  $(\text{Eur3M} + 350 \text{ bp}) \times 2,5 \text{ MEUR} \times 0,25 = 50\,000 \text{ EUR}$  ;
- frais de gestion junior :  $10 \text{ bp} \times 196 \text{ MEUR} \times 0,25 = 49\,000 \text{ EUR}$  ;
- excess spread : partie restante des flux d'intérêts =  $401\,505 \text{ EUR}$  ;

Le total des frais administratifs et de gestion s'élève à 172 500 EUR par trimestre, le total du coût de la dette (somme des intérêts payés aux tranches A1, A2, B, C, D et E) à 2 316 950 EUR par trimestre. Les flux d'intérêts provenant du collatéral s'élevant à 2 891 000 EUR par trimestre, on en déduit par soustraction l'excess spread qui revient à l'investisseur de la tranche equity et qui s'élève à 401 550 EUR, ce qui représente un coupon annualisé de 16,9 % pour la tranche equity.

Les investisseurs equity calculent en général la rentabilité de leur investissement grâce au Taux de Rendement Interne (TRI, ou IRR pour Internal Rate of Return). Le TRI est le taux d'actualisation qui annule la valeur actualisée de l'ensemble des cash-flows payés et reçus par l'investisseur equity. Celui-ci investit 100 euros initialement et touche un coupon trimestriel de  $16,9 \times 0,25$ . À maturité du CDO, par exemple 8 ans, si le portefeuille d'actifs n'a subi aucune perte et est revendu au pair, l'investisseur equity ne récupérera pas l'intégralité de son investissement car les 200 MEUR collectés initialement au lancement du CDO n'ont été investis que dans 196 MEUR de collatéral seulement. La waterfall de principal fixe les règles de répartition du principal. Ainsi, l'investisseur equity sera payé de ce qui restera après avoir remboursé les créanciers senior et mezzanine en intégralité. À la liquidation, le montant de principal disponible pour rembourser les différents créanciers est égal à 196 MEUR. Les tranches de dette senior et mezzanine représentent au total un montant nominal de 190,5 MEUR. Ainsi, l'investisseur equity va récupérer seulement  $196 - 190,5 = 5,5 \text{ MEUR}$ , ce qui représente  $5,5/9,5 = 57,9 \%$  du principal de son investissement. Pour un investissement nominal de 100 EUR, l'investisseur equity touchera à maturité un flux de principal de 57,9 EUR et un flux d'intérêt de 4,225 EUR, soit un flux total de  $57,9 + 4,225 = 62,125$ . La séquence des cash-flows trimestriels est donc la suivante :

$$-100 \quad 4,225 \quad 4,225 \quad \dots \quad 4,225 \quad 62,125$$

Le TRI est l'unique valeur de  $\rho$  solution de l'équation :

$$-100 + \sum_{t_i=0,25}^8 \frac{4,225}{(1+\rho)^{t_i}} + \frac{57,9}{(1+\rho)^8} = 0$$

On obtient  $\rho = 14,7 \%$ . Si le montant de principal rendu à l'investisseur equity avait été de 100 % de sa mise initiale, le TRI aurait été égal au taux de coupon. Puisque l'investisseur equity ne récupérera pas sa mise initiale, même dans le scénario considéré dans lequel le collatéral ne subit aucune perte, le TRI est inférieur au taux de coupon.

## 4. Les Asset Backed Securities (ABS)

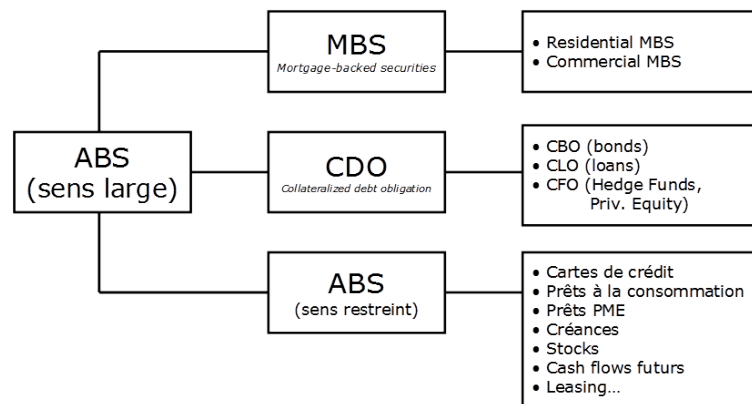
Le mécanisme décrit au chapitre précédent pour structurer le risque de crédit corporate a été appliqué à de nombreux types d'instruments de dette servant à financer tous types de clients. Les actifs émis par les SPV constituant les véhicules de ces titrisations forment la classe d'actifs des Asset Backed Securities (ABS).



Les ABS, au sens large, sont classifiés en trois catégories principales selon le type de collatéral :

- Mortgage Backed Securities (MBS) : titres adossés à des prêts hypothécaires résidentiels (RMBS) ou commerciaux (CMBS) ;
- Collateralized Debt Obligations (CDO) : obligations adossées à un pool d'une granularité moyenne (environ une centaine de noms souvent corporate) ;
- ABS (au sens restreint) : titres adossés à des portefeuilles granulaires, essentiellement sur une clientèle retail (encours cartes de crédit, auto loans, student loans, prêts PME...) ;

**Schéma 5.5.** *Classification des Asset Backed Securities (ABS)*



Les ABS sont des actifs uniques par rapport aux autres classes d'actifs et un certain nombre de caractéristiques distinguent les ABS des autres classes d'actifs :

- Amortissements et remboursements anticipés : dans la plupart des ABS, le principal est amorti petit à petit et est sujet aux remboursements anticipés. Le notional à une date donnée dépend donc des amortissements échéancés, des remboursements anticipés et des défauts.
- Risque AFC : les ABS sur certains prêts immobiliers (Home Equity Loans - HEL) ont des coupons capés au niveau moyen de coupon payé par le collatéral. Ce cap est appelé *Available Fund Cap (AFC)* et peut entraîner une baisse du coupon sur le titre égale à la différence entre le coupon attendu ( $\text{libor} + \text{spread}$ ) et le coupon capé réellement versé.
- Dépréciations en principal : les pertes en principal surviennent progressivement lorsque les pertes sur le collatéral dépassent le niveau de rehaussement de crédit du titre. Ceci est différent par rapport à ce qui se produit sur les dettes souveraines et corporates pour lesquelles le défaut est un événement unique, ponctuel.
- Réversibilité des dépréciations : dans la plupart des ABS, les intérêts non payés et les dépréciations de principal peuvent être remboursés à des dates ultérieures, soit par utilisation de l'excess spread soit par appréciation du collatéral.
- Clean-up calls : la majorité des transactions ABS ont des clean-up calls qui donnent à l'émetteur le droit de racheter le collatéral non encore amorti, lorsque la valeur du collatéral devient inférieure à 10 % de son montant initial.

Les ABS et leur collatéral sont soumis aux mêmes facteurs de risque spécifiques du type de client ou d'activité financés par les prêts sous-jacents. Il est donc naturel de ne pas dissocier la présentation de l'ABS et de son collatéral.



## Chapitre 6

# Risque de contrepartie

Certaines activités de la banque, non liées au financement des clients, engendrent un risque de crédit. C'est le cas des activités de marché pour lesquelles la salle de marché porte un risque que les contreparties des dérivés ne paient pas les flux définis dans les contrats : c'est le risque de contrepartie.

Il s'agit bien d'un risque de crédit car l'évènement qui déclenche la perte est le défaut de la contrepartie. Cependant, le risque de contrepartie diffère du risque de crédit lié aux activités de financement par deux aspects importants : d'une part, le montant de l'exposition à la date de défaut est lié à un risque de marché ; d'autre part, il y a une symétrie du risque entre les deux contreparties qui échangent des flux, la contrepartie étant également en risque sur la salle de marché.

### 1. La modélisation de l'exposition à la date de défaut

Considérons deux contreparties  $A$  et  $B$  qui contractent, ensemble, un instrument dérivé. Si la contrepartie  $B$  fait défaut,  $A$  va chercher à remplacer le contrat en souscrivant auprès d'une autre contrepartie un contrat strictement identique au dérivé initial. La perte de  $A$  est égale au coût de remplacement du contrat à la date de défaut de la contrepartie  $B$ , soit ce qu'elle doit payer pour racheter un dérivé équivalent, au nouveau prix de marché. Si  $A$  choisit de ne pas remplacer son contrat, il devra néanmoins marquer une perte de marché dans ses livres, perte égale au coût de remplacement du dérivé. Deux cas se présentent :

- La valeur de marché pour  $A$  sur le contrat à la date de défaut est négative ; dans ce cas,  $A$  paie  $B$  la soulte de résiliation du contrat et entre dans un contrat dérivé identique avec une autre contrepartie, et reçoit, pour cela, la valeur de marché du contrat. La perte nette pour  $A$  est donc nulle.
- La valeur de marché pour  $A$  sur le contrat à la date de défaut est positive ; dans ce cas,  $A$  clôture sa position avec  $B$  mais ne reçoit pas la soulte de résiliation du contrat car  $B$  est en défaut.  $A$  entre dans un contrat dérivé identique avec une autre contrepartie, et paie une soulte égale à la valeur de marché du contrat. La perte nette pour  $A$  est donc égale à la valeur de marché du contrat à la date de défaut de  $B$ .

À la date de défaut de  $B$ , l'exposition de  $A$  est donc égale à la partie positive de la valeur de marché du dérivé. Si on appelle  $V_i(t)$  la valeur de marché du contrat numéro  $i$  à la date  $t$  et  $E_i(t)$  l'exposition de  $A$  sur sa contrepartie à cette même date, on a :

$$E_i(t) = \max(V_i(t), 0)$$

Suite au défaut,  $A$  devient un créancier senior de  $B$  et récupérera une proportion  $R$  du montant d'exposition. Puisque la valeur de marché du contrat est susceptible de fluctuer entre la date d'aujourd'hui ( $t = 0$ ) et la date de défaut, l'exposition à la date de défaut est une variable aléatoire.

En général,  $A$  aura contracté plusieurs dérivés avec la contrepartie  $B$ , et la perte maximale pour  $A$  est égale à la somme des expositions sur chacun des contrats :

$$E(t) = \sum_i E_i(t) = \sum_i \max(V_i(t), 0)$$

La compensation des expositions (*netting*) réduit de manière importante l'exposition de  $A$  au risque de contrepartie. Un contrat de *netting* entre les deux contreparties permet de traiter un ensemble d'opérations comme une seule. Les contrats ayant une valeur de marché négative compensent les contrats ayant une valeur de marché positive à chaque date, y compris à la date de défaut. L'exposition de  $A$  sur sa contrepartie  $B$  est donc calculée en agrégeant les expositions de l'ensemble du portefeuille de dérivés entre ces deux entités et on obtient donc :

$$E(t) = \max\left(\sum_i V_i(t), 0\right)$$

Ces *nettings* s'effectuent au sein des chambres de compensation, réduisant le risque final. C'est la raison pour laquelle les régulateurs ont souhaité orienter les transactions de dérivés entre acteurs, au sein de chambres de compensation. En général, deux contreparties contractent de nombreux contrats de dérivés, et il y a plusieurs contrats de *netting* entre ces deux contreparties. Il peut aussi y avoir des contrats isolés qui ne font l'objet d'aucun contrat de *netting*. Appelons  $CN_k$  le  $k$ -ième contrat de *netting* entre les contreparties  $A$  et  $B$ . L'exposition totale à la date  $t$  de  $A$  sur la contrepartie  $B$  s'écrit :

$$E(t) = \sum_k \left[ \max\left(\sum_{i \in CN_k} V_i(t), 0\right) + \sum_{j \notin CN_k} \max(V_j(t), 0) \right]$$

Cette somme contient deux termes. Le premier est la somme sur tous les contrats de *netting* de l'exposition agrégée. Le deuxième terme est la somme des expositions sur tous les contrats isolés ne faisant pas l'objet de contrat de *netting*.

Nous en déduisons ensuite le profil d'exposition espéré à partir de l'espérance, sur l'ensemble des trajectoires simulées, de la valeur positive du portefeuille à la date de simulation :

$$EPE(t) = \mathbb{E}^\mathbb{P}[E(t)]$$

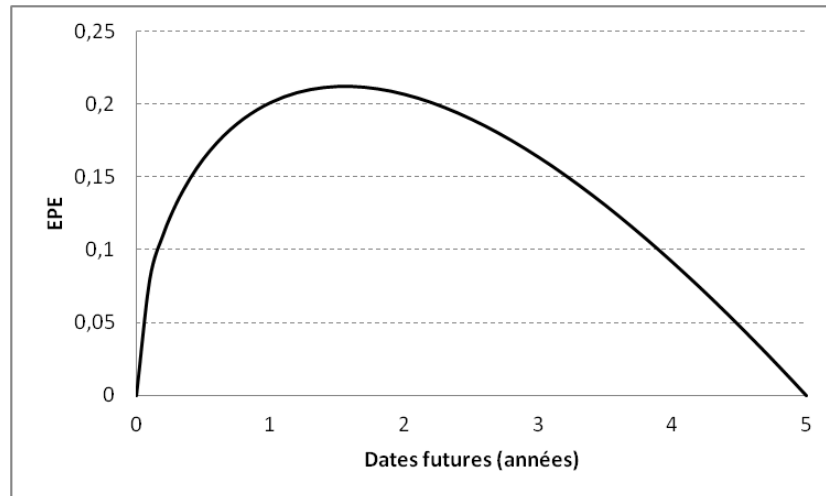
L'indicateur d'EPE (Expected Positive Exposure) est très utilisé pour mesurer les expositions au risque de contrepartie, tout comme l'indicateur d'exposition potentielle future (appelé PFE, Potential Future Exposure), défini par un quantile à un seuil élevé (généralement choisi à 95 % ou 99 %) de la partie positive de la valeur de marché du portefeuille :

$$PFE_q(t) = P_{E(t)}^{-1}(q)$$

où  $P_{E(t)}$  est la fonction de répartition de la variable  $E(t)$  sous la probabilité historique.

Bien que les profils d'exposition obtenus correspondent à des indicateurs statistiques différents et ne soient pas vraiment comparables en termes de niveau, ces profils ont souvent une forme de courbe en cloche qui est le résultat de deux effets antagonistes. Le premier effet est la diffusion des facteurs de risque, qui a tendance à faire augmenter l'exposition au risque sur la contrepartie du dérivé proportionnellement à  $\sqrt{t}$ . L'autre effet est un effet d'amortissement qui conduit à une baisse de l'exposition sur le dérivé lorsqu'on se rapproche de la maturité du contrat parce que les cash-flows attendus dans le futur diminuent au fur et à mesure que le temps passe. C'est le cas d'un swap de taux ou d'un CDS. Dans le cas d'un call ou d'un put, l'exposition va converger vers le pay-off final (soit pour un call,  $(\text{Prix Final} - \text{Strike})^+$ ).

**Graphique 6.1.** Profil d'exposition future sur un contrat de CDS



Cette courbe en cloche telle que représentée dans le graphique 6.1, est caractéristique des profils d'exposition sur les contrats de swaps et atteint généralement un maximum entre le tiers et la moitié de la durée de vie de la transaction. Bien sûr, les profils dépendent du type d'instrument et, pour un contrat donné, peuvent varier de manière importante en fonction des conditions de marché.

Les gros acteurs du marché des dérivés font de plus en plus appel à des mécanismes d'appel de marge afin de réduire leur exposition au risque de contrepartie. Ce type de mécanisme oblige l'une ou l'autre des contreparties (ou les deux) à transférer un collatéral (par exemple du cash) lorsque le niveau d'exposition non couverte par un collatéral dépasse un certain seuil. Si, par la suite, le niveau d'exposition diminue, le collatéral est rendu à la contrepartie qui l'avait fourni. Le niveau du seuil qui déclenche l'appel de marge est déterminé de manière à ce que les échanges de collatéral ne soient pas trop fréquents. Par ailleurs, pour limiter les échanges de collatéral, un montant de transfert minimum (Minimum Transfer Amount) est négocié entre les contreparties, ce qui assure qu'aucun appel de marge inférieur à ce montant ne soit exécuté. Dans les contrats d'appels de marge, les durées suivantes sont des composantes essentielles du contrat :

- Call period : période qui définit la fréquence du suivi des variations de valeur de marché du collatéral et des éventuels appels de marge. Typiquement, cette durée est de 1 jour.
- Cure period : intervalle de temps nécessaire pour solder la position de marché avec la contrepartie en défaut, et couvrir le risque de marché résiduel avec une autre contrepartie.

- Margin period of risk : intervalle de temps entre la dernière date d'appel de marge avant le défaut de la contrepartie et la date à laquelle la position de marché avec cette contrepartie est soldée et la position de marché couverte avec une autre contrepartie. En général, on suppose que cette période est la somme entre la « Call period » et la « Cure period ».

Si les appels de marge réduisent effectivement le risque de contrepartie, ils complexifient le modèle de mesure des expositions futures, la prise en compte des appels de marge introduisant en effet des effets de seuil dans la modélisation.

## 2. Le risque de corrélation défavorable

Comme nous l'avons vu précédemment, et contrairement aux prêts bancaires, les dérivés (swaps, forwards, options) présentent un profil d'exposition au risque de crédit qui dépend des mouvements de facteurs de marché, comme les prix d'actions, les taux d'intérêt, les taux de change, les spreads de crédit, ou les prix de matières premières. Le calcul de l'exposition au risque de crédit s'effectue en calculant l'espérance de la partie positive de la valeur de marché du dérivé à la date de défaut de la contrepartie :

$$EPE(t) = \mathbb{E}^{\mathbb{P}} [MtM(t)^+ | t = \tau_C] \neq \mathbb{E}^{\mathbb{P}} [MtM(t)^+]$$

où  $\tau_C$  est la date de défaut de la contrepartie. L'espérance conditionnelle matérialise la dépendance qui peut éventuellement exister entre le défaut de la contrepartie et l'exposition sur le dérivé à la date de défaut de celle-ci.

Les transactions consanguines constituent l'exemple le plus évident de Wrong-Way Risk spécifique. Il s'agit de dérivés traités avec une contrepartie et portant sur des titres émis par cette même contrepartie. Ainsi, lorsque la contrepartie fait défaut, la valeur de ses titres est très faible, voire nulle, et le dérivé traité a une valeur de marché très éloignée de celle qu'il avait au lancement de la transaction. C'est par exemple le cas lorsqu'on achète une option de vente sur les propres actions de la contrepartie du put : lorsque la contrepartie fait défaut, son action ne vaut plus rien, le put est dans la monnaie mais il ne vaut plus rien car la contrepartie du put est en défaut.

Une autre situation de Wrong-Way Risk spécifique est celle où le collatéral posté par la contrepartie est composé de titres (actions ou obligations) émis par la contrepartie. Ici encore, en cas de défaut de la contrepartie, ce n'est pas la valeur de marché du dérivé qui a décalé, mais la valeur du collatéral posté. Si les procédures internes de contrôle du risque de la banque fonctionnent bien, ce type de situation ne devrait jamais se produire. Enfin, les transactions quasi consanguines induisent du Wrong-Way Risk. Il s'agit d'opérations portant sur l'action ou une obligation émise par une entité du même secteur d'activité ou du même groupe que la contrepartie et d'opérations dont le collatéral est une action ou une obligation émise par une entité du même secteur d'activité ou du même groupe que la contrepartie.

## 3. La Credit Value Adjustment (CVA)

La *Credit Value Adjustment* est la valeur de marché du risque de contrepartie, mesurée par la différence entre la valeur d'un portefeuille sans risque de contrepartie et avec risque de contrepartie. Puisque les cash-flows à recevoir dans le cas où nous avons un risque de contrepartie sont plus faibles que s'il n'y a pas de risque de contrepartie, la CVA est, par définition, une quantité positive. Elle mesure la décote à appliquer sur les prix de marché des dérivés pour tenir compte du risque de contrepartie.

Prenons l'exemple d'une banque qui contracte un dérivé avec une contrepartie. L'exposition de la banque à la contrepartie à une date future  $t$  est notée  $E(t)$ . Si la contrepartie fait défaut, la banque pourra recouvrer une fraction de cette exposition que nous supposons constante et appelons  $R$ . Appelons  $CF_t$  la séquence des cash-flows que la banque doit recevoir (ou payer) de sa contrepartie. Puisqu'il s'agit d'un prix de marché, le calcul est effectué sous probabilité risque neutre et le prix du dérivé sans risque de contrepartie est égal à l'espérance risque-neutre  $\mathbb{Q}$  de la somme de tous les cash-flows actualisés :

$$P_{SR} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \sum_0^T CF_t e^{-rt} dt \right]$$

où  $T$  est la maturité de la transaction du portefeuille la plus longue et  $r$  est le taux d'actualisation continu supposé identique à tous les horizons. En appelant  $\tau_C$  la date aléatoire future du défaut de la contrepartie, le coût de remplacement du dérivé à la date de défaut de la contrepartie est égal à :

$$L_{\tau_C} = (1 - R) \mathbb{1}_{\{\tau_C \leq T\}} E(\tau_C)$$

où  $E(\tau_C)$  est l'exposition de la banque sur le dérivé à la date de défaut de la contrepartie. Donc la valeur de marché du dérivé tenant compte du coût de remplacement éventuel en cas de défaut de la contrepartie est (toujours sous probabilité risque neutre) :

$$P_R = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \int_0^T (CF_t - L_{\tau_C} \cdot \mathbb{1}_{\{\tau_C = t\}}) e^{-rt} dt \right]$$

On en déduit que la CVA est égale à l'espérance de la perte due au défaut de la contrepartie puisque :

$$CVA = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [L_{\tau_C} e^{-r\tau_C}] = (1 - R) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [\mathbb{1}_{\{\tau_C \leq T\}} E(\tau_C) e^{-r\tau_C}]$$

Dans le cas où la date de défaut et l'exposition sur le dérivé sont indépendantes, la formule se simplifie :

$$CVA = (1 - R) \int_0^T \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [E(t)] dQ_C(t)$$

où la fonction  $Q_C(t)$  représente la probabilité de défaut risque-neutre cumulée de la contrepartie entre la date 0 et la date  $t$ . Cette probabilité se déduit de la courbe des spreads de la contrepartie; si on appelle  $s_t$  le spread de marché de la contrepartie sur l'horizon  $t$ , nous avons (cf. chapitre 3) :

$$Q_C(t) = 1 - e^{-\frac{s_t}{1-R}t}$$

Nous obtenons alors, en discrétisant, la formule approchée suivante pour la CVA :

$$CVA \sim (1 - R) \sum_{i=0}^n \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [E(t_i)] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [E(t_{i+1})]}{2} \left( e^{-\frac{s_{t_i}}{1-R}t_i} - e^{-\frac{s_{t_{i+1}}}{1-R}t_{i+1}} \right)$$

avec  $t_0 = 0$  et  $t_n = T$ .

On reconnaîtra dans cette équation les deux termes :

- $\frac{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [E(t_i)] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [E(t_{i+1})]}{2}$  représente l'exposition moyenne entre  $t_i$  et  $t_{i+1}$ ,
- $\left( e^{-\frac{s_{t_i}}{1-R}t_i} - e^{-\frac{s_{t_{i+1}}}{1-R}t_{i+1}} \right)$  représente la probabilité de défaut marginale entre  $t_i$  et  $t_{i+1}$  selon les calculs vus en chapitre 3.





## Chapitre 7

# Risques sur les activités de banque de détail

Nous avons vu en introduction que la banque prête à un ensemble varié d'emprunteurs : États, entreprises, particuliers, projets. Ce chapitre s'intéresse à la catégorie des clients qui constitue le retail, à savoir les particuliers et les très petites entreprises. Elle présente ce marché, qualifie le risque qui lui est associé et illustre le suivi opéré sur ce risque.

### 1. Description du marché retail

Commençons par l'importance du marché retail et sa comparaison avec le marché « entreprises ». Les clients constituant le marché du retail sont – si on retient la définition réglementaire Bâle 2 – d'une part les particuliers et d'autre part la clientèle des très petites entreprises, les entrepreneurs. Les principaux types de prêts sont :

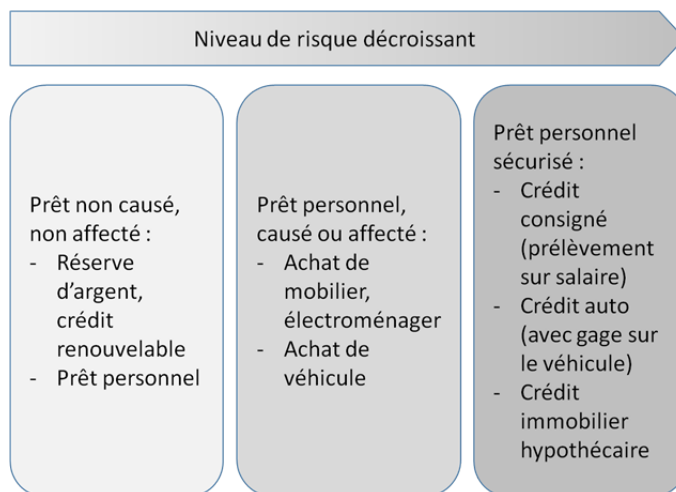
- les crédits immobiliers : prêt permettant de financer l'achat d'un bien immobilier sur lequel il existe en contrepartie une garantie pour la banque (capacité à saisir le bien en cas de défaillance d'un client), qu'elle soit directe (hypothèque, inscription en prêteur de premier denier IPPD) ou indirecte (via le Crédit Logement par exemple) ;
- les prêts à la consommation : crédit échelonné servant à financer l'achat de biens de consommation (automobile, matériel électroménager, ...). À titre d'exemple, les prêts octroyés du type « paiement en trois fois sans frais » sur les lieux de vente sont des crédits à la consommation ;
- les crédits renouvelables (revolving) : le prêteur met à la disposition de l'emprunteur une somme, renouvelée chaque année, dans laquelle il est possible à tout moment de puiser de l'argent, c'est-à-dire d'emprunter ;
- les découverts bancaires.

Lors des stress tests européens conduits en 2011 sous l'égide de l'EBA (European Banking Authority), les 90 banques ayant participé à l'exercice ont remonté des expositions de crédit globalement identiques sur leurs clientèles entreprises et retail. Sur le marché des particuliers, les crédits peuvent être accordés par les banques via deux canaux :

- la banque relationnelle (par exemple, agence bancaire classique) : la décision d'accorder un prêt est motivée par la relation commerciale et se fait via une analyse du client par son conseiller, cette analyse étant complétée par des outils d'analyse interne. C'est par exemple le cas du prêt immobilier qui est, par ailleurs, le produit d'appel des banques pour capter des clients ;
- une banque « de masse » dans laquelle les processus d'acceptation sont plus automatisés et font appel à des outils statistiques plus développés que sur la clientèle d'entreprises, notamment dans un souci de donner une réponse rapide au client. En effet, les sociétés de crédit à la consommation permettent le financement d'un bien directement sur le lieu de vente (par exemple, achat à crédit d'un appareil électroménager), ce qui nécessite une réponse immédiate de la part de l'organisme de crédit (en France, par exemple, Franfinance, Cetelem, Cofidis).

Les prêts proposés sont divers et leur canal de distribution est direct (le client passe par la banque ou l'organisme de crédit pour obtenir un financement) ou indirect (passage par un intermédiaire, par exemple, financement d'un bien en magasin, le magasin se chargeant d'établir un dossier pour la banque qui lui reversera en contrepartie une commission). Ces prêts ont globalement un niveau de risque qui va dépendre de l'objet du prêt et de ses caractéristiques.

**Schéma 7.1.** *Risques liés aux différents instruments de financement retail*



Le niveau de risque dépend principalement de deux facteurs :

- La propension des clients à faire défaut ou non (*i.e.* la qualité de crédit des clients). Mentionnons, à titre d'exemple, les prêts à des personnes ne justifiant pas d'un Contrat de travail à Durée Indéterminée (CDI) qui ont statistiquement un risque de crédit plus élevé que celles bénéficiant d'un CDI depuis plus de 24 mois.
- La capacité de la banque à recouvrer les sommes dues par le client en cas de non-remboursement, via la mise en place d'actions de recouvrement, dont la saisie des biens apportés en garantie (bien immobilier par exemple).

L'environnement économique influe sur ces deux facteurs. En période de crise, le nombre de clients perdant leur emploi croît, ce qui influe mécaniquement sur le nombre de défaillances chez les particuliers. De fait, l'évolution du taux de chômage est un facteur clé pour expliquer l'évolution des pertes de crédits sur les crédits aux particuliers. Par ailleurs, la situation économique plus tendue, la dévalorisation de certains biens peut également influencer sur la

capacité à recouvrer les sommes dues. Notons également que le cadre législatif a évolué pour agir sur le niveau de risque sur les crédits à la consommation : les lois de protection de consommateurs, renforcées ces dernières années, ont eu pour objet d'encadrer la distribution de certains de ces produits. En France notamment, les lois Lagarde et Hamon ont eu une incidence sur la distribution de crédit :

- loi Lagarde (2010) : meilleure information des clients lors d'une demande de crédit, encadrement des crédits renouvelables, encadrement du taux d'usure (le taux maximum légal auquel un établissement peut prêter à un client), accélération du traitement des situations de surendettement et réduction des plans de résolution (mis en place pour gérer les situations de surendettement) de 10 à 8 ans ;
- loi Hamon (2014) : entre autres, renforcement des dispositions prises dans le cadre de la loi Lagarde sur le surendettement (réduction de la durée des plans à 7 ans).

## 2. La vie d'un crédit

Nous allons décomposer la vie du crédit en trois grandes étapes que nous décrirons. Ces trois étapes sont premièrement l'octroi (quel canal d'acquisition, comment optimiser l'octroi, protection du consommateur), le suivi du portefeuille de crédit (s'assurer que le niveau de risque qui se matérialise est conforme au niveau de risque souhaité), les difficultés rencontrées par un client et les processus associés : le recouvrement (lorsque des impayés sont constatés, cas particuliers du surendettement) et le provisionnement.

### 2.0.1. L'octroi

L'octroi d'un crédit à un particulier se fait via différents canaux : direct (financement directement auprès de la banque) ou indirect (via un partenaire : magasin électroménager, concessionnaire automobile, etc.). Ce mode de financement direct permet à la banque de capter une nouvelle clientèle. La maîtrise de l'octroi se fait en activant les leviers suivants :

- une identification des facteurs de risques sur les produits bancaires proposés (par exemple, pour un crédit immobilier, quelle est la capacité de la banque à évaluer les biens financiers, soit directement, soit via un prestataire externe) ;
- un choix des critères de risque rigoureux (maturité maximale des prêts, taux d'endettement autorisé, reste à vivre minimal requis, type de contrats de travaux acceptés, liste des justificatifs obligatoires). L'ensemble des critères constitue la politique de crédit ;
- la politique de crédit peut être complétée par (i) l'utilisation de techniques statistiques qui vont permettre d'optimiser l'octroi (analyse statistique des dossiers qui va permettre de séparer les demandes de crédit en trois catégories : bons, à accepter, mauvais, à rejeter et intermédiaires, à étudier manuellement), (ii) le recours à des informations externes sur les clients. En France, les informations sur les clients sont regroupées dans le Fichier National des Incidents de Remboursements aux Crédits Particuliers – FICP – qui recense les emprunteurs ayant des incidents de paiements caractérisés ; dans certains pays, il existe des fichiers dits *positifs* (« Credit Bureau » aux États-Unis) qui recensent les crédits en cours des emprunteurs et incidents de paiements associés.

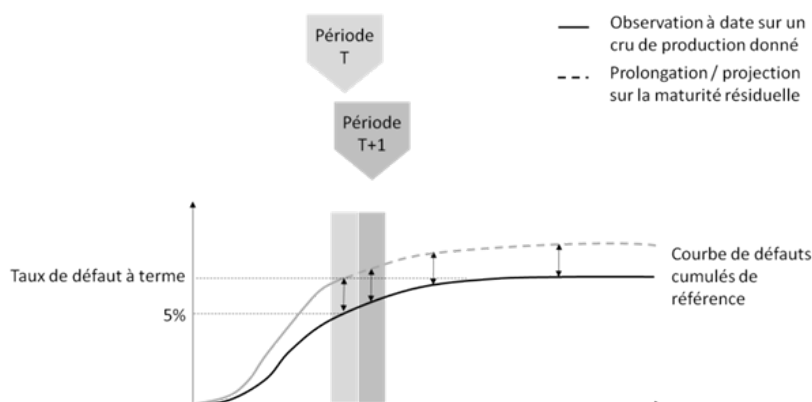
### 2.0.2. Suivi du défaut par génération d'octroi

Le suivi du risque retail s'effectue par génération d'octroi, qui correspond à l'ensemble des prêts octroyés pendant une période de référence, par exemple à fréquence mensuelle – janvier 2012, février 2012, etc. – ou fréquence trimestrielle – T1 2012 (premier trimestre 2012), T2 2012, etc. Ce suivi permet de :

- suivre la qualité de crédit entre générations d'octroi et apporter au besoin les actions correctrices souhaitées : resserrement de l'octroi (durcissement des règles) en réaction à un niveau de risque trop élevé ; au contraire, allègement des conditions d'octroi lorsque le niveau de risque est en dessous d'un seuil de référence,
- construire des courbes de référence en termes de perte cumulée pour chacune des générations octroyées qui permettront – au-delà du suivi présenté dans le point précédent – de projeter les pertes à anticiper sur les générations en cours de vie.

On construit ainsi, pour chacune des générations, la courbe des défauts cumulés qui représente, pour une génération donnée, le cumul des crédits en état de défaut (i.e. non-paiement de plusieurs mensualités ou retards de paiements – principal, intérêts, pénalités – supérieurs à 90 jours).

**Graphique 7.1.** *Courbe de défauts cumulés sur une génération donnée et comparaison au comportement moyen*



Être capable d'estimer une courbe de référence de défauts et de coût du risque final offre plusieurs avantages :

- estimer si une génération est plus ou moins risquée par rapport à une courbe de référence, et prendre les mesures adéquates suffisamment tôt (pour une réduction des risques, diminution de l'endettement maximum autorisé, augmentation de la part minimal d'apport, score d'octroi minimal, etc.),
- évaluer le coût du risque à venir sur les prochaines périodes (trimestres, années). Pour cela on multiplie la courbe de passage en défaut – en prenant en compte l'amortissement des prêts – par le taux de provisionnement à l'entrée en défaut (ou en déchéance du terme),
- piloter le risque retail : intégrer cette anticipation du coût du risque dans la tarification des prêts telle que le taux d'intérêt appliqué au client, amputé des coûts de refinancement, des coûts de fonctionnement et du coût du risque attendu, soit égal à la marge ciblée. Cela donne :

$$\begin{aligned} \text{Marge ciblée} &= \text{Tarification (taux d'intérêt pratiqué)} - \text{Coûts} \\ &\quad - \text{Coût de refinancement} - \text{Coût du risque anticipé} \end{aligned}$$

### 2.1. Difficultés rencontrées par un client, recouvrement

Lorsqu'un client rencontre des difficultés pour rembourser son crédit, la banque va mettre en place trois actions successives :

- le recouvrement amiable,
- le recouvrement contentieux,
- le provisionnement.

Le recouvrement amiable est opéré par la banque sur les premiers impayés. L'objectif de la banque est de remettre le client sur le chemin du paiement : rappel de l'obligation de paiement, conseils de gestion, etc. Au besoin, des solutions peuvent être proposées : étalement des sommes dues sous condition de reprise régulière des paiements, restructuration du prêt ou de plusieurs prêts, etc. Lorsque la phase de recouvrement amiable n'a pas permis de trouver une solution, la banque entre dans une phase de recouvrement contentieux. Elle se traduit par une dénonciation du contrat de prêt et la demande de remboursement sans délai des sommes dues (capital restant dû, intérêts, pénalités de retards/agios) qui est signifiée au client. C'est la déchéance du terme, qui s'accompagne d'une démarche juridique.

En France, il existe une procédure de sauvegarde des particuliers : la procédure de surendettement encadre les particuliers qui y sont éligibles et formalise un cadre de décision dont les acteurs potentiels sont les créanciers, la justice et la commission de surendettement (organisme départemental dont la Banque de France assure le secrétariat) et dont le but est de formaliser un plan d'apurement des dettes, possiblement après effacement d'une partie d'entre elles via la Procédure de Rétablissement Personnel (PRP). Les lois Lagarde et maintenant Hamon encadrent la durée du plan (7 ans au maximum). La Banque de France communique régulièrement sur l'évolution du surendettement en France. Pour donner un ordre de grandeur, en France, en 2013, environ 200 000 dossiers ont été jugés recevables par la Commission de Surendettement.



## Chapitre 8

# Modèles de portefeuille

L'approche généralement retenue par les établissements bancaires pour modéliser le risque de crédit se décompose en trois étapes<sup>1</sup> :

- estimer les risques ligne à ligne ( $PD$ ,  $LGD$  et  $EAD$ ) ;
- estimer les corrélations et dépendances entre les défauts ;
- calculer la distribution des pertes pour le portefeuille tout entier et déterminer la contribution de chaque ligne au risque total.

### 1. Corrélation des défauts

Afin d'illustrer le rôle des corrélations, appelons  $A$  et  $B$  les deux événements correspondant au défaut de deux émetteurs de dette. Si  $p_A$  et  $p_B$  sont les probabilités de défaut respectives de ces deux émetteurs, et si  $p_{AB}$  est leur probabilité de défaut joint, alors nous avons  $p_{AB} = p_A p_B$  dans le cas où les défauts sont indépendants. Le coefficient de corrélation est un indicateur de la dépendance entre les défauts des deux émetteurs :

$$\rho_{AB} = \frac{p_{AB} - p_A p_B}{\sqrt{p_A(1-p_A)p_B(1-p_B)}}$$

Ainsi, la probabilité jointe est égale à :

$$p_{AB} = p_A p_B + \rho_{AB} \sqrt{p_A(1-p_A)p_B(1-p_B)}$$

En divisant par  $p_B$ , on obtient la probabilité conditionnelle :

$$p_{A|B} = \frac{p_{AB}}{p_B} = p_A + \rho_{AB} \sqrt{\frac{p_A}{p_B}(1-p_A)(1-p_B)}$$

Pour fixer les ordres de grandeur, nous reprenons l'exemple numérique fourni par Schönbucher (2003) : supposons  $p_A = p_B = 1\%$  et  $\rho_{AB} = 10\%$ . Nous obtenons  $p_{AB} \sim 0,1\%$

---

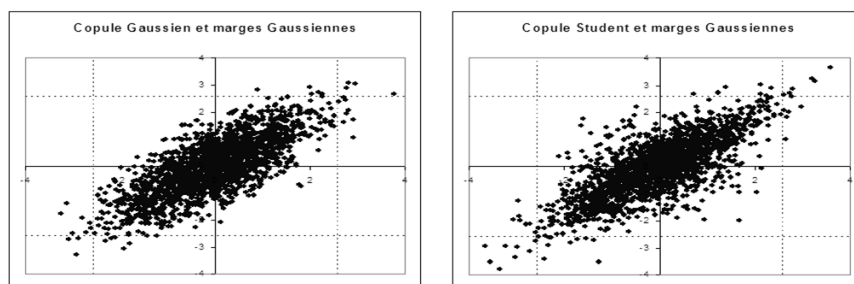
1. Voir le livre d'Ong (2000) pour une revue des modèles de risques de crédit internes aux banques.

qui est une valeur environ 10 fois supérieure à la valeur que nous aurions obtenue dans le cas de défauts indépendants. Ainsi, la corrélation est le principal facteur explicatif des défauts multiples dans un portefeuille. Dans le cas d'un portefeuille homogène de  $n$  actifs indépendants ayant la même probabilité de défaut  $p$ , nous pouvons calculer la loi statistique des défauts. En effet, la probabilité d'avoir  $k$  défauts parmi  $n$  actifs suit la loi binomiale :

$$P(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

Nous illustrons la notion de dépendance sur l'exemple de deux variables aléatoires normales centrées réduites. Dans ce qui suit, nous ne détaillerons pas la théorie générale des copules qui est le cadre conceptuel d'étude de la notion de dépendance. Il faut simplement retenir que deux variables aléatoires peuvent avoir des structures de dépendance très variées, en ayant des lois marginales qui ne changent pas. Le graphique 8.1 représente des réalisations de deux variables aléatoires normales centrées réduites dont la structure de dépendance suit la copule gaussienne sur le graphe de gauche et la copule de Student sur le graphe de droite.

**Graphique 8.1.** Nuages de points engendrés par deux structures de dépendance : copule gaussienne et copule de Student



Nous constatons que les occurrences d'événements extrêmes simultanés sur les deux variables sont plus fréquentes pour la copule de Student que pour la copule gaussienne. Si nous reprenions l'exemple du cas du double défaut présenté en début de chapitre 6, alors pour la même corrélation, pour les mêmes probabilités de défaut marginales, l'occurrence du cas de double défaut serait plus élevée dans le cadre de la copule Student (graphe de droite) qui simule plus de cas extrêmes joints que la copule gaussienne (graphe de gauche).

## 2. Le portefeuille granulaire homogène

Si tous les risques attachés aux différentes transactions d'un portefeuille de crédit étaient indépendants, alors les effets de la diversification du risque rendraient les pertes peu dispersées autour de la perte attendue. Les effets de corrélation entre les défauts induisent une variabilité du niveau des pertes importantes et accroissent le risque d'avoir des pertes élevées sur le portefeuille.

Il existe des approches analytiques et numériques très variées pour modéliser les dépendances et les mécanismes de contagion dans les portefeuilles de crédit. Dans le cas des portefeuilles contenant une infinité de lignes ayant toutes le même niveau de risque de crédit et la même sensibilité à un unique facteur de risque (on parle du portefeuille homogène infiniment granulaire), la forme exacte de la loi statistique des pertes est calculable analytiquement. Le portefeuille homogène granulaire permet non seulement de quantifier de nombreux effets



mais est un cas limite très riche qui a donné naissance à de nombreuses méthodes de calcul et approximations numériques adaptées à des portefeuilles de crédit complexes tels que ceux qui sont des collatéraux de transactions structurées telles que les CDO.

Considérons un portefeuille de crédit de  $n$  lignes équipondérées. Sur un horizon de temps d'une période (un an par exemple), nous modélisons le défaut de la ligne  $i$  à l'aide d'une variable  $R_i$  normale centrée réduite; l'évènement de défaut est décrit par une variable de Bernoulli :

$$D_i = \mathbb{1}_{\{R_i \leq s_i\}}$$

La valeur de  $s_i$  est le seuil de déclenchement du défaut. La probabilité de défaut associée à la ligne  $i$  est donc par définition  $P(R_i \leq s_i) = N(s_i)$ .

Dans un cas réaliste, les défauts sont corrélés, et une manière de modéliser cela consiste à introduire la dépendance sur les variables  $R_i$  que nous interprétons, ainsi que nous l'avons vu au chapitre 2, comme le rendement des actifs de l'entreprise  $i$  dans le modèle de Merton. Nous considérons un portefeuille homogène, dans lequel tous les actifs ont la même probabilité de défaut ( $s_i = s$  pour tout  $i$ ), et toutes les corrélations des rendements d'actifs  $R_i$  deux à deux sont égales à  $\text{corr}(R_i, R_j) = \rho$ . Si nous introduisons  $n+1$  variables aléatoires normales centrées réduites  $F$  et  $\epsilon_i$  ( $i = 1 \dots n$ ), toutes indépendantes deux à deux, nous pouvons poser :

$$R_i = \sqrt{\rho}F + \sqrt{1-\rho}\epsilon_i$$

Les variables  $R_i$  forment un vecteur gaussien centré réduit multivarié. Le facteur  $F$  s'interprète comme un facteur de risque systémique décrivant l'état de l'économie, commun à tous les émetteurs du portefeuille. Les facteurs  $\epsilon_i$  sont les facteurs spécifiques à chaque ligne. Le paramètre de corrélation apparaît comme un facteur de sensibilité à la conjoncture économique. La perte totale en pourcentage sur le portefeuille s'écrit (taux de recouvrement choisi nul) :

$$L_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{R_i \leq s_i\}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{\epsilon_i \leq \frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\}}$$

En conditionnant sur le facteur systémique  $F$ , la perte sur le portefeuille s'écrit comme une somme de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (*i.i.d.*). On peut donc appliquer la loi des grands nombres :

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} L_n = P \left[ \epsilon_i \leq \frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}} \middle| F \right] = N \left( \frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}} \right)$$

La perte sur le portefeuille granulaire est uniquement dictée par la réalisation du facteur macro-économique  $F$ , toutes les sources de bruit, ou d'aléa, idiosyncratique étant diversifiées. En particulier, la perte  $L$  sur le portefeuille est décroissante en  $F$  : plus la réalisation du facteur macro-économique est favorable, c'est-à-dire plus l'environnement économique est porteur, plus la perte sur le portefeuille est faible. Nous obtenons la loi statistique des pertes dans ce cas particulier (Vasicek, 2007) :

$$P(L \leq x) = N \left[ \frac{\sqrt{1-\rho}N^{-1}(x) - s}{\sqrt{\rho}} \right]$$

La densité des pertes (loi de Vasicek) s'écrit :

$$f(x, s, \rho) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp \left[ -\frac{1}{2\rho} \left( \sqrt{1-\rho}N^{-1}(x) - s \right)^2 + \frac{1}{2} (N^{-1}(x))^2 \right]$$

Dans les équations précédentes, nous avons fait implicitement l'hypothèse d'une *LGD* de 100 %. Si nous voulons faire apparaître explicitement celle-ci, alors les formules précédentes se transforment ainsi :

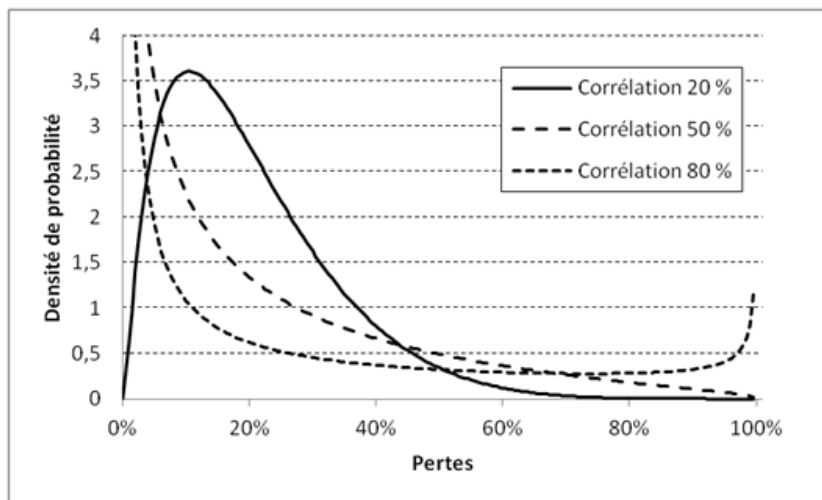
$$L = LGD.N\left(\frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

La perte maximale sur le portefeuille est désormais égale à  $LGD$  et pour  $x \leq LGD$  :

$$P(L \leq x) = N\left[\frac{\sqrt{1-\rho}N^{-1}\left(\frac{x}{LGD}\right) - s}{\sqrt{\rho}}\right]$$

Par la suite, pour simplifier, on se concentrera sur une  $LGD$  de 100 %. Le comportement de la fonction de densité des pertes se situe dans différents régimes selon qu'on a une corrélation faible entre les actifs (et correspondra dans la majeure partie des cas à la réalité), une corrélation élevée ou une corrélation intermédiaire (cf. graphique 8.2).

**Graphique 8.2.** Densité de probabilité de la loi de Vasicek en fonction du paramètre de corrélation



Dans ce modèle, lorsque la corrélation d'actifs est nulle, tous les défauts sont indépendants, et la densité de perte est un pic de Dirac centré sur la perte moyenne du portefeuille car le portefeuille contient une infinité de lignes : la perte sur le portefeuille est constante puisqu'elle ne dépend plus du facteur macro-économique  $F$ . Pour une corrélation inférieure à 50 %, la densité de probabilité est unimodale ; le mode vaut :

$$L_{Max} = N\left(\frac{\sqrt{1-\rho}}{1-2\rho}s\right)$$

Dans le cas extrême  $\rho = 100\%$ , tous les actifs ont le même comportement : soit aucun ne fait défaut, soit ils font tous défaut sur l'horizon de temps considéré. La loi des pertes du portefeuille dans ce cas est composée de deux masses de Dirac centrées sur 0 et 1, ce qui correspond au cas du portefeuille composé d'un seul actif seulement. Entre ces deux situations extrêmes, il y a toutes les valeurs de la corrélation entre 0 et 100 %, qui interpolent les deux régimes extrêmes de corrélation nulle et corrélation parfaite : la densité est tout d'abord fortement centrée autour du mode, puis s'élargit au fur et à mesure que la corrélation augmente ; lorsque la corrélation dépasse le niveau de 50 %, la densité des pertes passe d'une fonction unimodale à une distribution bimodale, les deux modes étant localisés en 0 et 1.

On calcule aisément la VaR de crédit, l'espérance et la variance des pertes sur le portefeuille infiniment granulaire :

$$VaR_q = L(N^{-1}(1-q)) = N\left(\frac{s - \sqrt{\rho}N^{-1}(1-q)}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

$$\mathbb{E}(L) = \int_{-\infty}^{\infty} dF n(F) N\left(\frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right) = N(s)$$

$$\text{var}(L) = N_2(s, s, \rho) - N(s)^2$$

où  $N_2(.,.,\rho)$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite bivariable de corrélation  $\rho$  :

$$N_2(a, b, \rho) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-\rho^2)}} \int_{-\infty}^a dx \int_{-\infty}^b dy \exp\left(-\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{2(1-\rho^2)}\right)$$

Ces résultats se démontrent de deux façons. La première méthode consiste à calculer analytiquement les intégrales correspondant à  $\mathbb{E}(L)$  et  $\mathbb{E}(L^2)$  respectivement, qui se calculent en écrivant la fonction de répartition de la loi normale comme une intégrale de la densité de la loi normale :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(L) &= \int_{-\infty}^{\infty} dF n(F) N\left(\frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dF n(F) \int_{-\infty}^{\frac{s - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}} n(y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dF n(F) \int_{-\infty}^s n\left(\frac{z - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right) \frac{dz}{\sqrt{1-\rho}} \end{aligned}$$

On a obtenu la dernière égalité en faisant le changement de variable  $y = \frac{z - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}$  ; on intervertit alors les deux intégrales et on calcule l'intégrale gaussienne sur la variable  $F$  :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(L) &= \int_{-\infty}^s \frac{dz}{\sqrt{1-\rho}} \int_{-\infty}^{\infty} dF n(F) n\left(\frac{z - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right) \\ &= \int_{-\infty}^s dz n(z) \\ &= N(s) \end{aligned}$$

Le calcul de  $\mathbb{E}(L^2)$  s'effectue de même, en utilisant toujours le même changement de variable.

La deuxième méthode est algébrique et n'utilise aucun calcul d'intégrale. Elle réutilise la définition de la perte totale sur le portefeuille comme étant la somme des pertes sur chaque ligne. L'espérance de la perte sur le portefeuille s'écrit donc :

$$\mathbb{E}[L] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{E}[\mathbb{1}_{\{R_i \leq s\}}] = N(s)$$

Le calcul de la variance de la perte totale sur le portefeuille se calcule de la même manière :

$$\mathbb{E}[L^2] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbb{E}[\mathbb{1}_{\{R_i \leq s\}} \cdot \mathbb{1}_{\{R_j \leq s\}}]$$

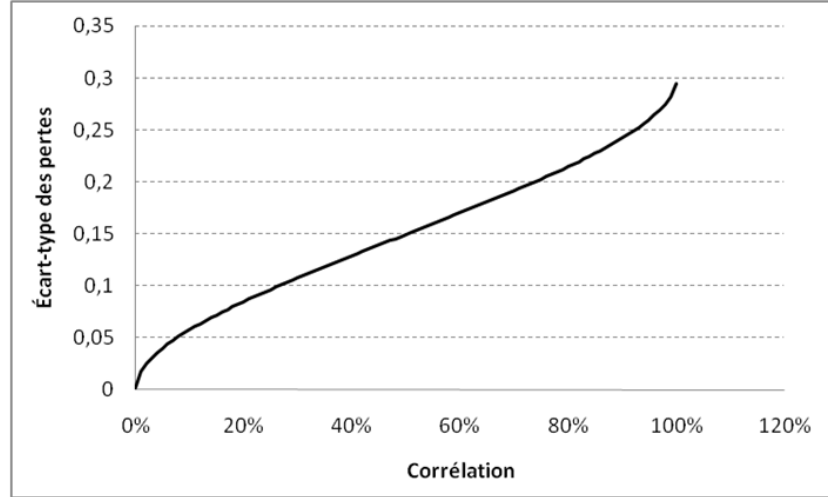
En remarquant que les variables  $R_i$  et  $R_j$  forment un vecteur gaussien bivariable, nous avons  $\mathbb{E}[\mathbb{1}_{\{R_i \leq s\}} \cdot \mathbb{1}_{\{R_j \leq s\}}] = N_2(s, s, \rho)$ . Le premier terme de l'équation est égal à  $\frac{N(s)}{n^2}$  qui tend

vers 0 (ce qui correspond à la diversification du bruit idiosyncratique). Le second terme est égal à  $n(n-1)\frac{N_2(s,s,\rho)}{n^2}$  qui tend vers  $N_2(s,s,\rho)$  (seul reste le bruit systématique lié au facteur macro-économique  $F$ ). On en déduit donc :

$$\mathbb{E}[L^2] = N_2(s, s, \rho)$$

Le graphique 8.3 représente la volatilité des pertes sur le portefeuille de crédit en fonction du niveau de corrélation (la probabilité de défaut moyenne sur le portefeuille est égale à 10 % dans cet exemple).

**Graphique 8.3.** Volatilité des pertes de crédit en fonction du niveau de corrélation



De nombreux calculs sur la loi de Vasicek peuvent être effectués simplement, sans recours au calcul intégral, par une méthode algébrique identique à celle utilisée ci-dessus pour le calcul de la variance de la perte. C'est en particulier le cas pour l'expected shortfall, définie par  $E[(L - x) | L \geq x]$ , qui est une quantité très utilisée pour l'analyse des risques et pour l'évaluation du prix des tranches de CDO. En effet, comme vu précédemment, le prix de marché d'une tranche de CDO est directement relié à la perte attendue sur la tranche  $EL_t^{Tr}$  à chaque date future  $t$ . Pour une tranche senior, le modèle de Vasicek fournit un exemple dans lequel le calcul analytique est possible en intégralité. En remarquant que  $\{L \geq VaR_q\} = \{F \leq N^{-1}(1-q)\}$ , on calcule l'expected shortfall de la loi de Vasicek de la façon suivante :

$$\begin{aligned} E[L | L > VaR_q] &= \frac{1}{1-q} \mathbb{E}[L \cdot \mathbb{1}_{\{L > VaR_q\}}] \\ &= \frac{1}{1-q} \mathbb{E}[L \cdot \mathbb{1}_{\{F \leq N^{-1}(1-q)\}}] \\ &= \frac{1}{1-q} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_i \mathbb{E}[\mathbb{1}_{\{R_i \leq s\}} \cdot \mathbb{1}_{\{F \leq N^{-1}(1-q)\}}] \\ &= \frac{1}{1-q} E[\mathbb{1}_{\{\sqrt{\rho}F + \sqrt{1-\rho}\epsilon_i \leq s\}} \cdot \mathbb{1}_{\{F \leq N^{-1}(1-q)\}}] \end{aligned}$$

En remarquant que l'espérance présente dans la dernière formule est la fonction binormale, on obtient la formule de l'expected shortfall dans le modèle de Vasicek :

$$ES_q = \frac{1}{1-q} N_2(s, N^{-1}(1-q), \sqrt{\rho})$$

### 3. Modèles de stress testing

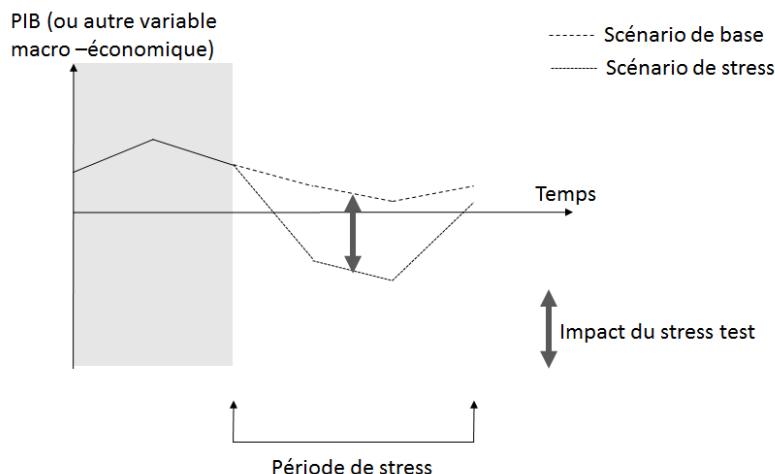
Les tests de résistances (stress testing) consistent à sélectionner un ou plusieurs scénarios défavorables, potentiellement rares et sévères mais plausibles, et à évaluer leur impact sur les portefeuilles. Le problème majeur est que les scénarios sont par nature subjectifs, ce qui rend l'analyse des résultats obtenus par un régulateur, par exemple, délicate. L'objectif premier du stress testing est de fournir une analyse prospective des risques. Ceci est la principale différence avec les modèles traditionnels de mesure des risques qui sont généralement calibrés sur des données historiques et ont de facto un biais rétrospectif. Ainsi, le stress testing permettra principalement (Berkowitz, 2000) :

- approche prospective : analyser l'impact de scénarios que l'on pense être plus plausibles que les réalisations passées ;
- analyse de sensibilité : analyser l'impact de scénarios jamais observés ;
- identification des faiblesses structurelles des portefeuilles : analyser des scénarios dans lesquels certaines relations de corrélations pourraient être radicalement différentes dans certaines circonstances de marché ;
- plans de résolution : analyse de scénarios de changements de régime qui pourrait survenir dans le futur (éclatement de la zone Euro par exemple).

Pendant longtemps, le stress testing a été utilisé comme outil de mesure des sensibilités des portefeuilles de marché aux chocs sur les facteurs de risque. Depuis la crise financière, les banques, les régulateurs nationaux et les organismes supranationaux (voir par exemple Basel Committee : « Principles for Sound Stress Testing Practices and Supervision », 2009) ont développé une approche de stress testing macroéconomique dans le but de mesurer la solidité du système financier dans son ensemble et des institutions financières individuelles à des chocs plausibles, dans une approche prospective d'évaluation des risques et de vérification de l'adéquation des fonds propres des banques. L'objet de ces exercices de stress est de mesurer l'impact de scénarios économiques sur les métiers de la banque. Le scénario est donc décliné sur tous les métiers et on estime son impact sur le niveau des pertes sur les portefeuilles de crédit, l'évolution des encours, les variations de revenus, l'impact sur les frais généraux, l'impact sur les fonds propres réglementaires et sur les ratios de capital de la banque (Schmieder, 2011).

Les scénarios sont en général des scénarios de choc sur la conjoncture économique sur un horizon pluri-annuel de l'ordre de trois ans, qui est l'horizon sur lequel les projections économiques conduisent à des scénarios plausibles (*foreseable future*). Ces scénarios sont définis par les économistes et décrivent une dynamique future possible pour les indicateurs macroéconomiques tels que le taux de croissance du PIB, le taux de chômage, les taux d'intérêt, les prix d'actifs ou de matières premières. L'impact du stress est la différence entre le scénario central (ou de base, *baseline* en anglais) et le scénario de stress. Cette différence au niveau des scénarios (cf illustration ci-dessous) macroéconomiques se traduit par un impact sur les métriques de l'exercice : revenus, coût du risque, pertes. Ces scénarios de stress tests sont hypothétiques ou historiques (réplication d'une crise passée). Ces mêmes techniques de calcul peuvent être reproduites pour estimer des pertes ou revenus futurs dans le cadre de scénarios non stressés qui correspondent, par exemple, aux projections économiques attendues sur le moyen terme (scénario de base).

Graphique 8.4. Construction des scénarios de base et de stress



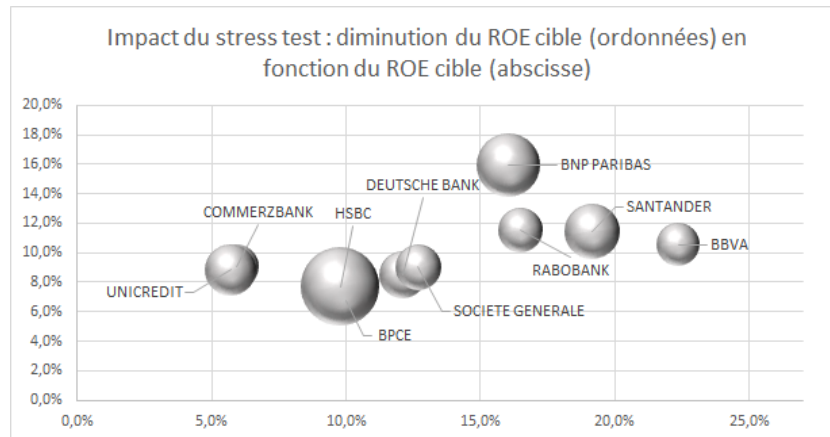
Les banques ont développé des modèles pour mesurer l'impact de ces scénarios sur la qualité de leurs portefeuilles. Ces modèles sont généralement des modèles économétriques qui mesurent la sensibilité du taux de défaut du portefeuille aux différentes variables macro-économiques projetées dans le scénario. La connaissance des portefeuilles est également un élément clé important : la construction des modèles et leurs résultats doivent être revus par les experts bancaires. Leur apport va être double : premièrement, en amont de la construction des modèles, par exemple pour orienter le choix des variables explicatives à mettre en avant dans le modèle (par exemple, établir un lien entre taux de défaut sur les particuliers et taux de chômage), deuxièmement, pour valider les résultats des modèles. En effet, une sensibilité au stress jugée trop forte par l'expert ou a contrario trop faible doit amener une analyse critique approfondie du modèle. De manière générale, l'avis de l'expert bancaire sur les modèles est un élément important, voire un garde fou par rapport à l'utilisation unique et intensive de modèles qui pourraient présenter des faiblesses.

En termes opérationnels, pour la construction des stress tests, les équipes vont travailler sur des portefeuilles homogènes. Ces portefeuilles constituent des ensembles homogènes d'instruments de dette qui ont la même sensibilité aux facteurs de risques. Ils regroupent donc les crédits correspondant à un même instrument de financement (crédit revolving par exemple), sur une même classe de clientèle au sein d'une zone géographique ou d'un pays donné. Ce type de modèle permet donc de calculer la charge nette du risque sur tous les portefeuilles de la banque dans le scénario économique sur un horizon de temps pluriannuel. C'est, par exemple, l'approche retenue par l'EBA (European Banking Authority) qui supervise les exercices de stress tests européens auxquels ont participé les banques en 2011 et en 2014<sup>2</sup>. Nous reproduisons dans le graphique 8.5 le résultat de l'exercice de stress test en faisant le lien entre ROE dans le cas de base et perte de ROE sur un panel réduit de banques.

L'outil de stress test présente un avantage majeur : simple et facilement compréhensible. Cet outil de mesure du risque est alors très utile car il permet de lier la performance de la banque et de ses métiers à des scénarios économiques concrets et facilement appropriables par les décideurs et les opérationnels. Ceci permet de mettre en place des plans de remédiation ou des actions correctrices si les impacts des scénarios plausibles affectent durablement ou

2. Le détail des scénarios de stress ainsi que les résultats de ceux-ci sont disponibles sur le site de l'EBA : [www.eba.europa.eu/risk-analysis-and-data/eu-wide-stress-testing/2014](http://www.eba.europa.eu/risk-analysis-and-data/eu-wide-stress-testing/2014)

**Graphique 8.5.** *Impact du scénario de stress dans l'exercice européen de 2011 : lien entre le ROE dans le cas de base (année 2012), en abscisse, et en ordonnée la perte de ROE 2012 liée à l'impact du stress. La surface de la bulle est proportionnelle au niveau de capital Core Tier 1.*



de manière trop importante la performance de la banque. Ils ont également des applications dans le domaine du pilotage du risque et des indicateurs de performance, notamment en termes d'évaluation du couple rendement/risque. Dans le graphique 8.5, une bulle située proche de l'axe des abscisses indique une sensibilité au stress test limitée. A contrario, une bulle très au-dessus de celui-ci illustre une sensibilité au stress élevée, sur l'année 2012. Les bulles situées le plus à droite correspondent aux banques qui ont le ROE anticipé à fin 2012 (scénario central) le plus élevé. Le meilleur couple rendement/risque consiste à être situé « en bas, à droite ». Notons – et c'est important de le rappeler – que cette vision rendement/risque est très dépendante du scénario et des hypothèses de stress retenus.





## Chapitre 9

# Capital, provisions et pilotage

Historiquement, l'IASB (International Accounting Standards Board), qui définit les normes comptables au niveau international, et le Comité de Bâle, qui définit les normes prudentielles, ont évolué de manière parallèle et ont bâti leurs standards sur la base d'un même socle logique : sécuriser le système financier international et améliorer la transparence de la communication financière des entreprises.

Toutefois, la crise financière de 2007-2010 sur les marchés du crédit américain et des émetteurs souverains a montré l'insuffisance du dispositif face à un choc systémique. Les normes en vigueur ont même été montrées du doigt, en particulier concernant les effets procycliques des méthodes d'évaluation des actifs et de mesure des fonds propres qui auraient contribué à accélérer la crise. Dans ce contexte, le comité de Bâle et l'IASB ont préparé des réformes (Bâle 3 et IFRS9 respectivement) pour accélérer la convergence des normes réglementaires et comptables.

### 1. Provisions

Une provision est un passif dont l'échéance ou le montant est incertain. Un passif est une obligation actuelle de l'entité résultant d'événements passés et dont le règlement devrait se traduire pour l'entité par une sortie de ressources représentatives d'avantages économiques. Une entreprise doit passer une provision lorsque :

- une entité a une obligation actuelle résultant d'un événement passé ;
- il est probable qu'une sortie de ressources représentatives d'avantages économiques sera nécessaire pour régler l'obligation ;
- le montant de l'obligation peut être estimé de manière fiable.

Si ces conditions ne sont pas réunies, aucune provision ne doit être comptabilisée.

La provision permet de constater la perte de valeur d'un actif, c'est-à-dire de mesurer sa *dépréciation*. Selon les normes comptables internationales, on considère qu'un actif financier est déprécié lorsque sa valeur comptable est supérieure à sa valeur recouvrable. En particulier, cette dépréciation peut résulter de la survenance de certains événements qui ont un impact avéré sur les cash-flows futurs de l'actif. Concernant les instruments de dette, les événements pouvant conduire à une dépréciation sont le défaut, le manquement d'une obli-

gation contractuelle sur des flux de remboursement de principal ou intérêts, ou des difficultés financières significatives de l'emprunteur, avant même que des pertes soient constatées.

Jusqu'à présent, les différentes normes comptables en vigueur recourent au modèle des *pertes encourues* (*incurred losses*, encours douteux) pour la dépréciation des prêts. Ce modèle repose sur l'hypothèse que tous les prêts accordés seront remboursés excepté si la preuve contraire est apportée en cours de vie du prêt. Ce n'est qu'à ce moment que le prêt est déprécié et la provision passée.

Prenons l'exemple d'un crédit à la consommation en défaut, dont le montant restant à rembourser de 1 000 EUR. La banque estime le montant des récupérations qu'elle va effectuer sur ce crédit. Cette estimation se base sur l'exploitation des données historiques de flux de recouvrement, par génération d'entrée au recouvrement et par période. Les pertes historiquement constatées ou anticipées sur ce type de crédits sont de 45 % du montant restant dû à la date de défaut. La banque provisionne un montant égal à  $1\,000 \times 45\% = 450$  EUR qui vient alimenter le coût net du risque (c'est le montant des pertes au titre du risque de crédit sur la période). La somme des montants provisionnés sur l'ensemble des crédits s'appelle le stock de provisions. Si cette estimation varie au cours du temps (remboursements partiels du client ou aggravation de la situation du client), le montant de provision varie également, à la baisse ou à la hausse. Lors de la clôture du dossier, deux cas peuvent se produire :

- Les pertes sont supérieures à la provision constituée, il y a une perte non couverte. Par exemple : la banque a recouvré 300 EUR, il y a une perte non couverte de  $(1\,000 - 300) - 450 = 250$  EUR qui viendront alimenter le coût du risque.
- La provision est supérieure à la perte finale, il y a une reprise de provision. Par exemple : la banque a recouvré 600 EUR, la reprise de provision est égale à  $450 - (1\,000 - 600) = 50$  EUR qui viendront diminuer le coût du risque.

D'autres récupérations peuvent être observées, notamment via la vente des créances douteuses auprès d'organismes spécialisés. Dans ce cas, la banque inscrit à son compte de résultat une perte égale à la différence entre la perte réalisée sur la vente (ici :  $1\,000$  EUR – Prix de vente de la créance) et la provision déjà constituée. Dans certains cas, le prix de vente est supérieur à la récupération qui avait été anticipée lors de la constitution de la provision : il y a un gain qui vient compenser partiellement la perte qui avait été inscrite au compte de résultat lors du passage de la provision.

Les banques sont des entreprises encore plus sensibles aux cycles économiques que les autres entreprises. En période de haut de cycle, alors que les taux de défaut sur les prêts à l'actif sont faibles, les niveaux de provisionnement sont bas. Lorsque le cycle économique se retourne, les profits baissent et les taux de défaillance sur les portefeuilles de crédit augmentent. Le besoin de provisionnement augmente et amplifie l'impact du cycle économique sur le résultat des banques. Cela entraîne généralement une contraction de l'offre de crédit et a un effet négatif sur l'économie réelle, ce qui amplifie la sensibilité de l'ensemble de l'économie aux cycles.

La méthode de provisionnement (dit provisionnement « spécifique ») qui repose sur les pertes encourues a été critiquée pendant la crise récente car elle aurait retardé voire empêché les passages en pertes par certains établissements sur leurs portefeuilles de crédit. La reconnaissance plus en amont des pertes sur les portefeuilles de crédit aurait sans doute reflété plus fidèlement la situation des bilans des banques. À noter que les normes comptables IAS 39 autorisent le provisionnement « collectif » sur la base des pertes encourues mais non encore déclarées (*Incured But Non Reported – IBNR*, encours non encore douteux). Selon les pays et les établissements, ce mode de provisionnement est plus ou moins utilisé, par exemple pour couvrir les risques sectoriels ou géographiques.

Des réformes des normes comptables sont en cours pour passer d'un modèle de pertes encourues à un modèle de pertes attendues. Les pertes attendues seraient comptabilisées

sur la durée de vie du prêt (ou de tous les actifs évalués au coût amorti) et pas juste après qu'un événement induisant une perte a été identifié. Une provision visant à faire face aux pertes futures sur le prêt serait dotée sur la base de cette perte attendue. La perte attendue est évaluée sur un horizon d'un an à l'octroi et pour les actifs sains, et à maturité pour les actifs sains mais ayant été significativement dégradés par rapport à l'octroi (Aïda et Morel, 2012). La méthode proposée vise à prendre en compte la position dans le cycle économique (*Point in Time*) et les perspectives futures (forward-looking) pour l'évaluation de ces pertes attendues.

## 2. Le capital

Les capitaux propres correspondent aux fonds provenant soit des actionnaires, c'est-à-dire des associés, soit des bénéfices de l'entreprise. Les capitaux propres ne sont assortis d'aucune échéance de remboursement. Leur remboursement est subordonné au remboursement des créanciers en cas de liquidation de l'entreprise.

Le capital a pour principal avantage de représenter un coussin de sécurité pour les créanciers de l'entreprise. La gestion du capital est un facteur de succès stratégique pour une banque puisque c'est cela qui va garantir sa solvabilité et son accès à la liquidité dans la durée. Un niveau de capital suffisant aide la banque à émettre sa dette dans de bonnes conditions.

Pour une banque, le capital est certes une source de financement mais il est surtout à couvrir et à absorber les risques qu'elle prend. Le choix d'une structure de capital joue donc sur la façon dont la banque gère ses risques et fait partie intégrante de son activité. Ce paragraphe détaille la définition du capital, son rôle et les différentes facettes que cette notion recouvre.

### Qu'est ce que le capital et à quoi sert-il ?

La théorie financière nous enseigne que le rôle du capital est double : d'une part, il sert à transférer des actifs, des cash-flows et des profits aux porteurs de parts de la société ; d'autre part, il sert à financer l'activité, par exemple lors des introductions en bourse qui sont motivées par la recherche de financement de la croissance de l'entreprise.

Quel est alors le niveau de capital le plus approprié ? Il semble qu'il n'existe pas de réponse magique à cette question, le niveau de capital résultant d'un arbitrage entre le rendement attendu du capital par les actionnaires, le niveau de solvabilité de la banque et la qualité de signature cible (rating) :

- Bien que le lien entre le rating et le niveau de capital des banques ne soit pas totalement direct, la capitalisation conditionne la qualité de signature.
- Le management a sa propre vision du niveau de capital cible, sur la base notamment des estimations de risque sur le portefeuille de crédit.
- La réglementation bancaire impose un minimum incompressible de capital. Le coussin de capital au-dessus du minimum réglementaire est devenu un élément central dans le pilotage de l'activité et la communication financière des institutions financières.

## 3. Capital réglementaire

Afin de protéger les déposants, premiers créanciers d'une banque, et de se prémunir d'une crise financière majeure, chaque pays s'est doté de structures indépendantes – les superviseurs bancaires – qui surveillent la bonne santé et la stabilité du système financier. En France, ce rôle est assuré par l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) qui s'assure, par des audits et des contrôles, que les banques nationales se conforment à

la réglementation bancaire et qu'elles ont un dispositif de suivi et de maîtrise des risques adapté. En zone Euro, à partir de fin 2014, la Banque Centrale Européenne prendra le relais des superviseurs bancaires nationaux au sein du Mécanisme de Supervision Unique (*Single Supervisory Mechanism*) qui s'appliquera aux banques les plus importantes par leur taille.

Une partie de la réglementation bancaire porte sur les fonds propres. Il s'agit d'exiger des réserves minimales de capital de la part des banques afin de couvrir les pertes éventuelles non anticipées, c'est-à-dire au-delà de la perte attendue (la perte moyenne). Le but est double : d'une part protéger les déposants, les bailleurs de fonds des banques (et ne pas répercuter sur eux les pertes subies par la banque, créant un effet boule de neige), d'autre part créer des incitations suffisantes pour limiter les investissements risqués.

### 3.1. Les accords de Bâle

Le Comité de Bâle (en anglais Basel Committee on Banking Supervision, BCBS) est un forum qui traite les sujets relatifs à la supervision bancaire. Il est hébergé par la Banque des règlements internationaux à Bâle, qui assiste les banques centrales dans leur poursuite de la stabilité monétaire et financière. En 2014, le comité de Bâle se composait des représentants de banques centrales et autorités prudentielles de 27 pays.

Les premiers accords de Bâle (Bâle 1) datent de 1988 et portent sur l'ensemble des expositions de la banque, que ce soit sur les expositions du portefeuille bancaire (*banking book*) ou du portefeuille de négociation (*trading book*). Sur le *banking book*, la réglementation Bâle 1 stipule que chaque banque doit détenir un montant de capital égal à 8 % du montant nominal de ses actifs. Les actifs concernés sont eux-mêmes soumis à une pondération forfaitaire qui dépend uniquement du type de la contrepartie. Ainsi, pour un État souverain membre de l'OCDE, la pondération est de 0 %, signifiant qu'aucun capital réglementaire n'est requis pour un engagement sur un pays membre de l'OCDE. Si la contrepartie est une banque d'un pays de l'OCDE, la pondération est de 20 %. Pour une entreprise, la pondération est de 100 %. On a donc :

$$\text{Capital Réglementaire} = 8 \% \times \text{Pondération} \times EAD$$

où *EAD* est l'exposition sur le prêt à la date du défaut (*Exposure at Default*). Faisons un calcul simple de capital réglementaire afin d'illustrer cette règle. Dans le cas d'une banque qui prête 100 euros :

- premier cas : la contrepartie est l'État français. La pondération est de 0 % et le capital réglementaire à détenir est de  $8 \% \times 0 \% \times 100 = 0$  euro ;
- deuxième cas : la contrepartie est une banque allemande. La pondération est de 20 % et le capital réglementaire à détenir est de  $8 \% \times 20 \% \times 100 = 1,6$  euro ;
- troisième cas : la contrepartie est un corporate. La pondération est de 100 % et le capital réglementaire à détenir est de  $8 \% \times 100 \% \times 100 = 8$  euro.

Les premiers accords de Bâle ont eu deux effets pervers. Premièrement, la pondération est forfaitaire et indépendante du risque réellement encouru. Deux entreprises, l'une très risquée, l'autre en pleine santé sont pondérées de la même façon, ce qui pourrait pousser une banque peu prudente, à la recherche d'un rendement plus élevé, à prêter au plus risqué. De même, une banque de Hong-Kong serait pondérée à 100 % alors qu'une banque européenne serait pondérée à 20 % fût-elle dans une situation financière délicate. Le deuxième effet pervers est qu'une pondération forfaitaire et aussi simple ne peut donner aucune incitation aux banques à se doter d'un dispositif de gestion des risques qui leur permet de gérer efficacement leurs portefeuilles d'engagements. Ces effets pervers conduisent à des arbitrages réglementaires.

Un premier complément sur les risques de marché est apparu en ce sens en 1996, autorisant les banques à utiliser leurs modèles internes pour calculer leur capital réglementaire pour les expositions en portefeuille de négociation (*trading book*) suivant une méthodologie VaR.

En 2006, les accords Bâle 2 ont modifié les formules de calcul des fonds propres réglementaires. Cette réforme s'organise autour de trois piliers :

- Pilier 1 : Exigence minimale en fonds propres au titre des risques de crédit, de marché et opérationnel
  - risque de crédit : risque de pertes en cas de défaut sur des positions de bilan (prêts) et de hors bilan (garanties). Ce risque comprend par ailleurs le risque de contrepartie sur les instruments dérivés du trading book ;
  - risque de marché : risque de pertes sur des positions de bilan et de hors-bilan à la suite de variations des facteurs de marché sous-jacents (prix d'actions, taux d'intérêt, change, commodities...);
  - risque opérationnel : risque de pertes résultant de carences ou de défauts imputables à des procédures, personnels et systèmes internes ou à des événements extérieurs.
- Pilier 2 : surveillance prudentielle : vérification de l'adéquation des fonds propres au regard de l'ensemble des risques portés (via un dispositif de capital économique par exemple), surveillance par les autorités de contrôle, et possibilité pour les autorités de tutelle d'exiger de la banque qu'elle détienne des fonds propres réglementaires supérieurs aux minima.
- Pilier 3 : discipline de marché : communication transparente aux marchés financiers des risques auxquels la banque est exposée et de l'adéquation des fonds propres de celle-ci.

Le pilier 1 est le pilier quantitatif de cette réforme car il fixe le montant minimal de fonds propres que la banque doit allouer à chacune de ses opérations au regard des risques pris. Le pilier 2 est qualitatif car il dicte des règles de bonne gestion du risque ; le pilier 3 traite de l'exigence de transparence de la banque.

Le pilier 1 place la gestion des risques au cœur du pilotage financier des banques. Un prêt accordé à un client risqué doit consommer plus de capital qu'un prêt à un client réputé sans risque comme l'État français par exemple. Dans l'approche standard, pour un nominal de 100 EUR prêté, le ratio Cooke consistait à allouer 8 EUR de capital (c'est-à-dire un ratio de capital sur nominal égal à 8 %). La réforme Bâle 2 vise donc à repondérer l'allocation par rapport au ratio Cooke en appliquant un facteur de pondération qui dépend du niveau de risque de la transaction pour la banque. Par exemple un prêt à un corporate noté AAA sera pondéré de 20 % contre 100 % sous l'ancien ratio Cooke, et on lui allouera 1,6 EUR de fonds propres contre 8 EUR en Bâle 1. Inversement, un prêt à un corporate B sera pondéré d'un facteur 150 % par rapport à la pondération de 100 % en Bâle 1, c'est-à-dire qu'on lui allouera 12 EUR de capital contre 8 EUR en Bâle 1. Le capital alloué est donc égal à :

$$\begin{aligned}
 \text{Capital réglementaire} &= 8 \% \times \text{Pondération Bâle 2} \\
 &\quad \text{ajustée du risque} \times EAD \\
 &= 8 \% \times \text{Actifs pondérés}
 \end{aligned}$$

Le ratio de 8 % de capital alloué au regard des actifs ne change pas, mais seule change la pondération des actifs. Les actifs pondérés (Risk Weighted Assets ou RWA) jouent donc ce rôle de gradation du capital au regard du risque encouru. Dans nos exemples, l'actif pondéré pour un corporate AAA s'élève à 20 EUR et à 150 EUR pour un corporate B.

Un des objectifs du comité de Bâle était également d'encourager les banques à développer leurs systèmes de gestion des risques, leurs bases de données, leurs modèles de mesures des risques et à mieux connaître leur portefeuille de crédit. Dans cette optique, les banques disposant des systèmes d'information et de gestion du risque les plus sophistiqués se voient accorder la possibilité de calculer leurs fonds propres réglementaires à partir des notations internes des clients de la banque. Les banques ne disposant pas de l'agrément pour utiliser l'approche par les notations internes calculent leurs exigences réglementaires dans le cadre

**Tableau 9.1.** *Pondérations forfaitaires en méthode standard, par type de contrepartie et par rating*

Rating	AAA à AA–	A+ à A–	BBB+ à BBB–	BB+ à BB–	B+ à B–	> B–	NR
Souverains	0 %	20 %	50 %	100 %	100 %	150 %	100 %
Banques	20 %	50 %	100 %	100 %	100 %	150 %	100 %
Entreprises	20 %	50 %	100 %	100 %	150 %	150 %	100 %

de l'Approche Standard, très similaire à l'ancien ratio Cooke, les pondérations étant fixées forfaitairement à partir des notes externes des clients.

Mis en place depuis janvier 2014 (avec un étalement des réformes prévu jusqu'en 2019), les accords Bâle 3 comprennent plusieurs volets. Le principal est la mise en place de ratios de liquidité pour assurer que les banques disposeront de suffisamment d'actifs de court terme pour honorer leurs engagements sur des horizons d'un mois et d'un an. Le deuxième volet concerne la mise en place d'un ratio de levier (défini comme le montant de capital Tier 1 divisé par le total des expositions bilan et hors bilan de la banque). Ce ratio doit être supérieur à 3 %. Enfin, le troisième volet porte sur le capital dont les définitions ont été revues, ainsi que les valeurs des ratios minimums.

Selon les normes Bâle 3, les fonds propres sont composés du capital *Tier 1* ( $T_1$ , somme du Common Equity Tier 1 – $CT_1$ – et de l'Additional Tier 1) et du capital *Tier 2* ( $T_2$ ) :

- le Common Equity Tier 1 est composé des actions ordinaires et des réserves ;
- l'additional Tier 1 est composé des émissions subordonnées à toutes les dettes et pour lesquelles il n'y a ni maturité ni incitation à rembourser de manière anticipée. Cela inclut les actions de préférence ;
- le capital Tier 2 inclut la dette hybride et la dette subordonnée de maturité supérieure à 5 ans.

Les accords Bâle 3 imposent les minima de capital suivants :

- $CT_1 \geq 4,5 \text{ \%} \cdot RWA$
- Intégration d'un matelas de sécurité (coussin de conservation) de 2,5 % des RWA sur le  $CT_1$  lorsque la conjoncture économique ne correspond pas à une période de crise (ce qui porte les fonds propres minimaux  $CT_1$  à 7 % du RWA au minimum).
- $T_1 \geq 6 \text{ \%} \cdot RWA$
- $T_1 + T_2 \geq 8 \text{ \%} \cdot RWA$ . En incluant le coussin de conservation,  $T_1 + T_2 \geq 10,5 \text{ \%} \cdot RWA$ .
- Mise en place à la discrétion du régulateur national d'un coussin de sécurité contracyclique (compris entre 0 % et 2,5 %) en complément du coussin de conservation pour faire face à un risque sectoriel.

### 3.2. Les grandes lignes de l'approche standard

La méthode standard est similaire au ratio Cooke en ce sens que les pondérations sont déterminées de manière forfaitaire. Dans cette approche, un actif pondéré du risque (*Risk Weighted Asset* ou RWA) est la valeur de l'actif risqué affectée d'un coefficient de pondération qui dépend de la nature du risque de l'actif et du type de contrepartie. Ainsi un actif peu risqué, typiquement un actif investment grade, aura un RW inférieur à 100 % ; un actif risqué aura un RW supérieur à 100 %, le point pivot se trouvant autour du rating BBB. Le tableau 9.1 présente les pondérations dans l'approche standard.

Les créances sont réparties en trois grandes catégories selon la nature de l'émetteur : souverains, banques et entreprises. Pour chacune de ces catégories, on définit des pondérations

en fonction du rating de l'émetteur de la créance (NR correspond aux émetteurs non notés). La pondération dans l'approche standard dépend de la nature de la contrepartie et de sa notation, qui repose intégralement sur les agences de notation habilitées par les régulateurs.

L'approche standard distingue les sûretés réelles (collatéral, nantissement) des sûretés personnelles (garanties) et dérivés de crédit. La reconnaissance des sûretés sur le plan réglementaire est soumise à un certain nombre de conditions qui doivent être rigoureusement satisfaites afin de permettre une réduction du capital réglementaire de l'exposition sous-jacente.

### 3.3. L'approche IRB

#### 3.3.1. Principes

À l'inverse de l'approche standard qui repose uniquement sur les notations externes, la méthode IRB (*Internal Rating Based*) est basée sur les évaluations internes de la qualité des contreparties et des transactions. Sous réserve d'obtenir la validation de leurs modèles internes, les banques peuvent utiliser cette méthode et estimer elles-mêmes les paramètres de risque qui servent à calculer le capital réglementaire. Ces paramètres sont la probabilité de défaut ( $PD$ ), la perte en cas de défaut ( $LGD$ ), l'exposition au moment du défaut ( $EAD$ ) et la maturité effective de la transaction ( $M$ ).

À partir de ces paramètres de risque, la méthode IRB permet de calculer l'exigence en capital à partir d'une formule commune à toutes les classes d'actifs, mais avec un paramétrage spécifique à chacune. La réglementation distingue six classes d'actifs : entreprises et financements spécialisés, expositions souveraines, banques, particuliers et clientèle de la banque de détail (retail, soit les particuliers, les petites entreprises, les entrepreneurs, etc.), actions, créances. Pour chaque classe d'actifs, il y a donc trois éléments clés :

- paramètres de risque ( $PD$ ,  $LGD$ ,  $EAD$  et  $M$ ) ;
- fonction de Risk Weight :  $RW = f(PD, LGD, M)$  ;
- exigences minimales : standards minima pour que la banque puisse utiliser l'approche IRB.

Le Comité de Bâle définit alors deux approches IRB. Dans la première approche dite approche *IRB Fondation* (IRBF), seule la probabilité de défaillance est estimée par la banque alors que les valeurs des autres paramètres sont imposées par les autorités de régulation. Dans la seconde approche ou approche *IRB Avancée* (IRBA), tous les paramètres sont estimés par la banque via ses modèles internes. Contrairement au risque de marché ou opérationnel, les banques ne font pas valider un modèle interne de risque de crédit, mais seulement les modèles d'estimation des paramètres. On doit voir la méthode IRB plutôt comme un modèle externe avec un paramétrage interne.

Quelle que soit la méthode (Fondation ou Avancée), les probabilités de défaillance sont estimées par la banque et doivent correspondre à une moyenne conservatrice des probabilités de défaillance à 1 an sur le long terme (*conservative view of a long-run average PD*). Il faut noter que la probabilité de défaut pour les entreprises et les banques est floorée à 0,03 %. Dans l'approche Fondation, la valeur de  $LGD$  est fournie par les autorités de régulation. La réglementation prudentielle (République française, 2007) impose une valeur de 45 % pour la plupart des transactions (dettes seniors, créances de premier rang) et 75 % pour les dettes subordonnées. Dans la méthode avancée, c'est la banque elle-même qui estime la valeur de  $LGD$ . L' $EAD$  est égale au montant nominal de la créance et tient compte des amortissements et des tirages pouvant survenir d'ici le défaut (le tirage est mesuré par le Credit Conversion Factor – CCF – vu au chapitre 1). Les actifs pondérés du risque  $RWA$  sont proportionnels à l' $EAD$  avec  $RWA = RW \times EAD$  où  $RW$  est la pondération calculée à partir des paramètres  $PD$ ,  $LGD$  et  $M$ . La banque peut alors calculer la valeur totale des

**Tableau 9.2.** Valeurs des paramètres de la formule de calcul du RWA

Portefeuille	Ajustement de maturité	$\rho_{min}$	$\rho_{max}$	$k$
Souverains	Oui	12 %	24 %	50
Banques	Oui	12 %	24 %	50
Entreprises	Oui	12 %	24 %	50
Prêts Immobiliers	Non	15 %	15 %	–
Revolving Retail	Non	4 %	4 %	–
Autres prêts retail	Non	3 %	16 %	35

risques pondérés pour chaque portefeuille (c'est-à-dire pour chaque classe d'exposition) en faisant une simple somme des RWA de chaque ligne composant le portefeuille.

### 3.3.2. La formule réglementaire

Les approches IRB fondation et avancée utilisent la même formule pour calculer les RWA comme une fonction de la probabilité de défaut à 1 an ( $PD$ ), de l' $EAD$ , de la  $LGD$  et de la maturité effective de la transaction  $M$ . Cette formule s'écrit  $RWA = 1,06 \times 12,5 \times EAD \times f(PD, LGD, M)$  où la fonction  $f$  est la suivante :

$$f(PD, LGD, M) = LGD \left[ N \left( \frac{N^{-1}(PD) + \sqrt{\rho(PD)} N^{-1}(0,999)}{\sqrt{1 - \rho(PD)}} \right) - PD \right] \times \frac{1 + (M - 2,5) b(M)}{1 - 1,5 b(M)}$$

La fonction  $b(M) = (0,11852 - 0,05478 \times \ln PD)^2$  est appelée *ajustement de maturité*. Pour certaines classes d'actifs, il n'y a pas d'ajustement de maturité (cf. tableau 9.2), c'est-à-dire que  $b(M) = 0$ , ce qui fait disparaître toute dépendance en la maturité dans la formule réglementaire. Le paramètre de corrélation  $\rho(PD)$  est une fonction de la probabilité de défaut :

$$\rho(PD) = \rho_{min} \frac{1 - e^{-k \cdot PD}}{1 - e^{-k}} + \rho_{max} \left[ 1 - \frac{1 - e^{-k \cdot PD}}{1 - e^{-k}} \right]$$

Les paramètres  $\rho_{min}$ ,  $\rho_{max}$  et  $k$  dépendent de la classe d'actifs considérée. Le paramètre de corrélation décroît avec la probabilité de défaut, ce qui signifie que plus un émetteur est risqué, plus sa sensibilité au facteur macroéconomique est faible dans la formule réglementaire. Nous récapitulons le paramétrage de la formule réglementaire dans le tableau 9.2.

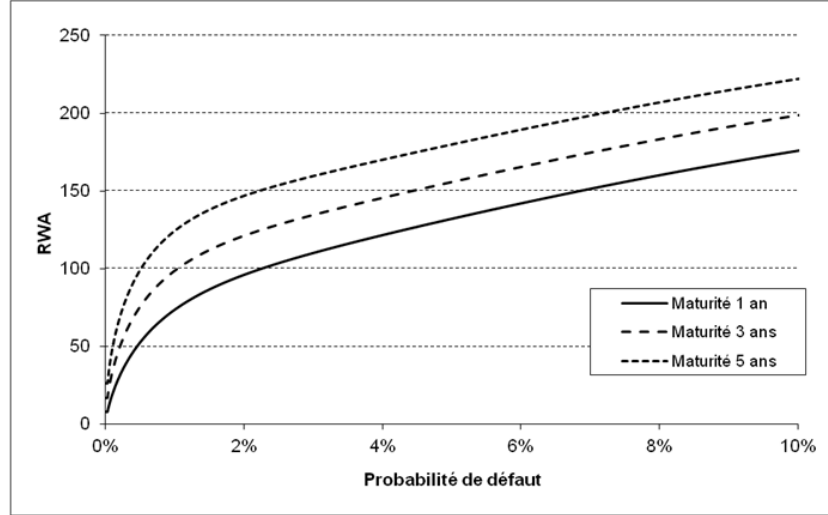
Le graphique 9.1 représente la courbe de RWA pour une exposition corporate de 100 EUR en fonction de la probabilité de défaut (la  $LGD$  est prise égale à 42 %). A noter que les fonds propres réglementaires sont égaux à 8 % du RWA.

Le modèle sous-jacent à la formule de calcul des fonds propres réglementaires repose sur l'invariance de portefeuille : le capital requis pour un prêt donné doit dépendre uniquement du prêt lui-même et non du portefeuille dans lequel il est inclus. Cette propriété est vitale pour les besoins réglementaires et pour rendre la norme applicable sans distinction de pays ou d'établissement. La formule de calcul est donc insensible aux effets de diversification et c'est pourquoi elle est calibrée sur des portefeuilles très diversifiés. La réglementation prévoit que le risque de concentration soit analysé dans le pilier 2. Il en résulte que la charge en fonds propres d'un prêt ne dépend que des caractéristiques du prêt, au travers des indicateurs de risque tels que la probabilité de défaut, la  $LGD$  et l' $EAD$ .

Gordy (2003) a montré que seuls les portefeuilles ayant asymptotiquement un seul facteur de risque (modèles ASRF) étaient invariants. Ces modèles sont issus de la théorie des



**Graphique 9.1.** *RWA pour une exposition corporate de 100 EUR en fonction de la maturité effective et de la probabilité de défaut*



portefeuilles granulaires, de sorte que, dans la limite d'un grand nombre d'actifs, le risque idiosyncratique est totalement diversifié et la performance du portefeuille ne dépend plus que d'un seul facteur de risque systémique représentant le risque géographique ou sectoriel.

Dans le modèle ASRF, il est possible d'estimer la perte attendue (expected loss –  $EL$ ) et la perte non attendue (unexpected loss –  $UL$ ) de chaque prêt du portefeuille. L'expected loss dépend uniquement de la probabilité de défaut, de la LGD et de l'EAD. Le calcul de l'unexpected loss repose sur l'estimation de la probabilité de défaut conditionnelle à une réalisation défavorable de l'économie, représentée dans le modèle par une valeur stressée du facteur systémique.

Dans le formalisme du modèle de Vasicek vu au chapitre 8, le rendement d'actifs de la firme  $i$  s'écrit  $R_i = \sqrt{\rho}F + \sqrt{1-\rho}\epsilon_i$  et la probabilité de défaut conditionnelle au facteur systémique  $F$  est :

$$p_i(F) = N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

Si on souhaite se protéger contre les pertes subies sur le défaut de la firme  $i$  à un niveau de confiance  $q$ , on mesure le risque de perte à ce seuil de confiance qui est donné par le quantile de perte :

$$VaR_q(i) = EAD_i \cdot LGD_i \cdot N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho}N^{-1}(1-q)}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

Si on pose que le montant de capital doit couvrir les pertes non attendues, on doit retrancher la perte moyenne à cette quantité pour obtenir le montant de capital à allouer. La perte moyenne sur un horizon d'un an est  $EL_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot PD_i$ . Nous obtenons  $UL_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot [PD_i(F) - PD_i]$ . Pour le calcul du capital réglementaire, le régulateur choisit de prendre l'unexpected loss correspondant au quantile à 99,9 % ( $F = N^{-1}(1 - 99,9 \%)$ ) et de multiplier par un coefficient 1,06 :

$$\text{Capital}_i = 1,06 UL_i = 1,06 EAD_i \cdot LGD_i \cdot [PD_i(F) - PD_i]$$

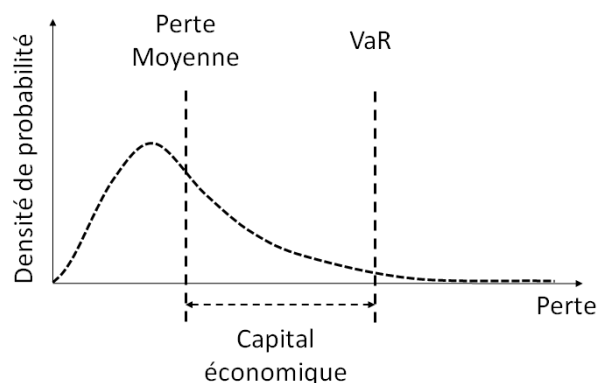
## 4. Capital économique

Malgré la sophistication récente du calcul de capital réglementaire à travers Bâle 2, de nombreux établissements disposent d'une mesure interne des fonds propres : le capital économique. Une des différences du capital économique avec le capital réglementaire est de prendre en compte les effets de concentration et de corrélation. En effet, un portefeuille de prêts corporates français sur le secteur automobile aura le même capital réglementaire que si ce portefeuille portait sur des expositions de même niveau de rating mais avec une diversification géographique et sectorielle plus importante.

La majorité des banques qui disposent d'un modèle de capital économique ont adopté la VaR de crédit comme mesure du risque sur leurs portefeuilles. Au contraire des activités de marché qui sont constamment valorisées en valeur de marché, la Credit VaR sera un quantile sur la distribution des pertes sur le portefeuille de crédit et non plus un quantile sur la distribution des variations relatives de valorisation du portefeuille ; sur ce point, certains établissements ont également fait le choix de valoriser leur portefeuille de financement à l'horizon d'un an pour calculer le capital économique.

Lorsque la banque accorde un crédit à un client, elle exige une marge d'intérêt (le spread) afin de rémunérer le risque de crédit qu'elle prend. Cette marge rémunère donc le risque moyen, le travail de montage des dossiers, et de servicing (collecte mensuelle des flux) et permet de dégager du profit. Le capital économique sert à couvrir les pertes inattendues (Unexpeted Loss). À l'instar du capital réglementaire, le capital économique, qui correspond au montant de fonds propres idéalement engagés par la banque en face de l'ensemble de ses opérations, est égal à la différence entre la Credit VaR et la perte moyenne sur le portefeuille, comme illustré dans le graphique 9.2.

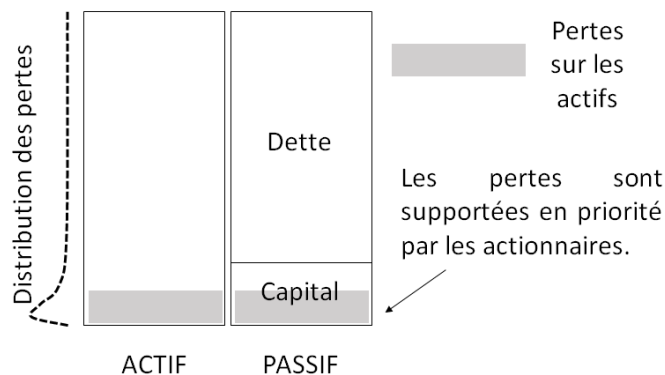
**Graphique 9.2.** Définition du capital économique à partir de la VaR de crédit sur le portefeuille bancaire



Le rôle du capital économique est de protéger les créanciers de la banque avec un degré de confiance qui est déterminé par la direction financière de la banque. En effet, si la banque veut s'assurer un rating A, AA ou encore AAA, le niveau de capital économique sera différent et correspondra à un fractile de perte de plus en plus proche de 100 %, au fur et à mesure que nous avancerons vers des ratings de bonne qualité. Par exemple, la probabilité de défaut d'un AA à 1 an est de 0,03 %, il faut s'assurer, pour atteindre ce niveau de rating, que l'on dispose de suffisamment de capital pour couvrir les pertes sur 1 an du portefeuille dans 99,97 % des cas. Ce niveau de quantile correspond à 3,43 fois l'écart-type pour une distribution normale des pertes du portefeuille. Cependant, comme illustré dans le graphique

9.2, la distribution des pertes est très asymétrique, avec une queue épaisse pour les pertes élevées. Pour des portefeuilles de crédit réels, le quantile à 99,9 % représente parfois plus de 10 fois l'écart-type. Si on prend l'exemple d'une distribution des pertes du portefeuille homogène granulaire avec un paramètre de corrélation  $\rho = 25\%$  et une probabilité de défaut pour chaque ligne du portefeuille de 1,2 %, alors le quantile à 99,9 % représente 9,75 fois l'écart-type des pertes.

**Schéma 9.1.** *Le capital économique protège les créanciers dans 99,9 % des cas*



## 5. Les mesures de rentabilité

Une mesure de performance permet de réconcilier risque et profit et de comparer, sur une base commune, plusieurs portefeuilles ayant des caractéristiques différentes. Une mesure de performance intégrera donc :

- les revenus attendus ;
- les pertes attendues ;
- la contribution au capital de l'opération ;
- le coût de rétribution des fonds propres.

Les mesures de performance s'inspirent des ratios rendement/risque dans lesquels le dénominateur est remplacé par le capital consommé. Le ROE (Return on Equity) est défini comme le ratio entre les revenus et le capital réglementaire consommé par une opération :

$$ROE = \frac{\text{Revenus nets}}{\text{Capital réglementaire}}$$

Ce ratio mesure la rentabilité des fonds propres réglementaires, mais cette mesure de performance n'est pas ajustée du risque, ni au numérateur, ni au dénominateur. Le rendement inclut en effet les revenus et les coûts, mais n'inclut pas le coût du risque attendu. Le dénominateur, quant à lui, ne prend pas en compte les effets de diversification que la transaction apporte au portefeuille de la banque ; dans certains cas, cette mesure est clairement inadaptée lorsque le capital réglementaire est nul, comme c'est le cas pour des expositions souveraines sur des pays de l'OCDE, pondérées à 0 %.

Une autre mesure de performance très utilisée est le RAROC (Risk Adjusted Return On Capital). Le RAROC est défini comme un rendement ajusté du risque sur fonds propres économiques :

$$RAROC = \frac{\text{Revenus nets} - \text{Perte moyenne}}{\text{Capital économique}}$$

Il s'agit d'une mesure interne, c'est-à-dire que le numérateur et le dénominateur sont déterminés par les modèles internes de la banque. Le numérateur retranche la perte attendue aux revenus nets, de sorte qu'il est bien ajusté du risque moyen. Le dénominateur est égal à la contribution de l'opération au capital économique total de la banque. Certains établissements prennent la plus grande valeur entre le capital réglementaire et le capital économique au dénominateur de leur ratio de RAROC. Le RAROC est une sorte de ratio de Sharpe pour les portefeuilles de crédit.

Les revenus nets sont égaux aux revenus totaux auxquels on retranche les coûts (rétribution des intermédiaires financiers, etc.), ainsi que le coût de la dette. Ce dernier, en général, est faible pour une banque bien notée et sera omis dans la définition du RAROC.

La rémunération d'une opération doit couvrir le coût des fonds propres qui lui sont alloués. Autrement dit, une opération dont le RAROC est inférieur au coût des fonds propres n'est pas rentable. La banque retiendra donc les opérations telles que :

$$RAROC > k, \text{ avec } k \text{ coût des fonds propres}$$

L'ordre de grandeur du coût du capital est autour de 10 % pour les banques commerciales et 15 % pour les banques d'investissement. On dira que  $k$  est un *hurdle rate*, le seuil minimal requis pour qu'une opération soit rentable. La tarification d'une opération doit en conséquence prendre en compte ce coût des fonds propres. Une opération est rentable lorsque son RAROC est supérieur au coût des fonds propres, soit :

$$RAROC - k > 0$$

ou, de manière équivalente :

$$\text{Revenus nets} - \text{Perte moyenne} - k \cdot \text{Capital économique} > 0$$

La quantité (Revenus nets – Perte moyenne –  $k \cdot$  Capital économique) mesure la richesse créée pour l'actionnaire au-delà du rendement que celui-ci exige (le coût des fonds propres) en rémunération du risque porté.

## 6. Economic Value Added (EVA) : la richesse créée

Les actionnaires d'une entreprise attendent un retour sur l'investissement qu'ils ont réalisé dans la société. Ce retour sur investissement a un coût pour l'entreprise : le coût des fonds propres. Les actionnaires mesurent ce coût au travers des dividendes qu'ils perçoivent et de la hausse qu'ils enregistrent sur le cours de l'action (qui est censé, dans la vision fondamentale, représenter l'évolution des dividendes futurs). Si l'entreprise ne parvient pas à engendrer le rendement attendu par les actionnaires, ceux-ci vont céder leurs titres au marché, ce qui aura pour effet d'en faire baisser la valeur de marché. Il est donc vital pour une entreprise de *créer de la valeur* pour l'actionnaire. La grandeur qui mesure la valeur créée pour l'actionnaire est l'EVA (Economic Value Added), qui est définie par :

$$EVA = \text{Profit opérationnel} - k \cdot \text{Capitaux investis}$$

où  $k$  est le coût pondéré du capital. Notons que la création de richesse totale est la somme de la richesse créée sur l'ensemble des opérations de la banque :

$$EVA_i = \text{Revenus}_i - \text{Perte moyenne}_i - k_i \cdot EC_i$$

où  $EC_i$  est le capital alloué à la transaction  $i$ . Nous remarquons dans cette formule que le coût des fonds propres diffère pour chaque transaction ou ligne métier. Nous reviendrons en détail sur ce point dans le paragraphe consacré au coût du capital.

En quoi cette mesure de la performance est-elle supérieure au ROE ou au RAROC ? En effet, si le RAROC est supérieur au coût du capital, il y aura bien création de valeur. Considérons l'exemple simpliste de deux opérations A (RAROC = 20 %) et B (RAROC = 30 %) dans lesquelles la banque peut investir 100 EUR sur chacune. Si la banque investit dans les deux projets, elle dégagera une rentabilité de 25 %. En investissant uniquement dans le deuxième projet, elle dégagera une rentabilité supérieure, égale à 30 %. Pour autant, la banque a détruit de la valeur en renonçant à un projet ayant une rentabilité supérieure au coût du capital. De plus, du point de vue de la gestion du risque, la banque, en renonçant au projet A, concentre son portefeuille de risques sur le projet B, ce qui n'est pas un bon investissement pour l'actionnaire.

L'EVA d'une opération est exactement égale à la NPV de ses cash-flows futurs. Pour illustrer ceci, considérons l'exemple suivant : une banque prête 1 000 EUR à son client qui lui rémunère un coupon annuel fixe de 9 %, et lui rendra le principal en intégralité au bout de trois ans. Supposons par ailleurs que la banque se refinance au taux de 8 % et doive allouer 100 EUR de capital pour cette opération. Les fonds propres mobilisés initialement apparaissent comme un cash-flow sortant à la date initiale. Par ailleurs, les paiements des intérêts sur le montant du prêt refinancé par la banque s'élèvent à 72 EUR par an, et la banque encaisse 80 EUR d'intérêts sur cette opération. Nous obtenons les séquences de cash-flows dans le tableau 9.3.

**Tableau 9.3.** *Séquences de cash-flows liés à l'opération*

Date	0	1	2	3
Equity	-100			100
Revenus d'intérêts		90	90	90
Dépenses d'intérêts		-72	-72	-72
Cash-flows nets	-100	18	18	118

La valeur actualisée de cette séquence de cash-flows dépend du taux d'actualisation des flux, égal au coût du capital. Si le coût du capital est de 10 %, la valeur actualisée des cash-flows est égale à 19,9 EUR, et si le coût du capital est de 20 %, la NPV est de -4,2 EUR. Ainsi, l'opération crée de la valeur si le coût du capital est de 10 % et en détruit s'il est de 20 %. Le point pivot, dans cet exemple, se situe à 18 %, c'est-à-dire si le coût du capital est égal au taux de coupon net.



# Glossaire

**Action** : titre de propriété émis par une société de capitaux (par exemple une société anonyme). Elle confère à son détenteur la propriété d'une partie du capital, avec les droits qui y sont associés : intervenir dans la gestion de l'entreprise et en retirer un revenu appelé dividende.

**Amortissement** : processus par lequel le principal d'un instrument de dette se réduit dans le temps. Ce processus est en général un remboursement au créancier d'une partie du prêt en même temps que le paiement des intérêts. L'amortissement concerne les remboursements contractuels prévus initialement, par opposition aux remboursements anticipés.

**Asset Backed Commercial Paper (ABCP)** : titre émis sur les marchés monétaires ayant une maturité inférieure à 270 jours et adossé à un portefeuille d'actifs financiers.

**Backtest** : étude, le plus souvent statistique ou probabiliste visant à confirmer ou infirmer la validité d'un modèle en place. Par exemple, les backtests sont nécessaires sur les modèles réglementaires permettant le calcul des paramètres de risque (par exemple, la probabilité de défaut PD) dans l'approche réglementaire avancée IRBA.

**Balloon** : prêt amortissable pour lequel le capital restant dû à maturité représente une part importante du montant nominal.

**Bankruptcy remote** : terme qualifiant une entité qui n'a aucune incitation à débiter une procédure d'insolvabilité et dont aucun créateur n'a intérêt à déclencher ce type de procédure contre elle.

**Bullet** : prêt remboursé en une seule échéance à maturité. On dit aussi « in fine ».

**CDO (Collateralized Debt Obligation)** : obligation dont la performance est adossée à celle d'un portefeuille d'obligations corporate, de prêts corporate ou d'expositions de titrisation. Collateralized Loan Obligation (CLO) : CDO adossé à des prêts bancaires accordés à des corporates.

**CDO d'arbitrage** : CDO dont la raison d'être est d'investir dans des actifs dont le rendement est supérieur au coût de son passif.

**CDO de bilan** : CDO pour lequel le sponsor titrise des actifs qu'il possède déjà à son bilan. Le sponsor est souvent originateur.

**Collatéral** : actifs nantis au profit du prêteur en lien avec le montant prêté. Le prêteur peut utiliser ces actifs nantis si l'emprunteur n'honore pas ses engagements contractuels dans le cadre de la transaction concernée.

**CMBS** : titres obligataires adossés à des prêts hypothécaires finançant des propriétés commerciales.

**Conduit** : véhicule de titrisation (SPV) qui se finance sur les marchés monétaires (ABCP).

**Covenant** : un covenant est la promesse contractuelle de faire ou ne pas faire certaines actions (par exemple l'envoi de reporting réguliers aux investisseurs).

**Créance** : terme général qui désigne un actif qui paie des flux de principal et d'intérêts à son propriétaire.

**Credit Default Swap (CDS)** : un CDS est un contrat dans lequel le vendeur de protection s'engage à payer un flux variable à l'acheteur de protection en cas de survenance d'un événement de crédit. En échange, l'acheteur de protection paie une prime au vendeur de protection jusqu'à la date de survenance de l'événement de crédit.

**Credit Linked Note (CLN)** : note dont le remboursement est contingent aux événements de crédit relatifs à une entité de référence ou à un panier d'entités de référence.

**Défaut** : manquement d'une partie d'un contrat à ses engagements financiers.

**EAD** : Exposure At Default. Montant dû au prêteur à la date future du défaut.

**Émetteur** : entité autorisant la création et la vente de titres sur les marchés financiers.

**Fonds propres** : ressources apparaissant au passif d'une entreprise, essentiellement constituées du capital social et des réserves (autofinancement).

**Guaranteed Investment Contract (GIC)** : compte de dépôt logé au sein d'une institution financière qui lui garantit un rendement donné.

**Lettre de crédit** : contrat entre une banque et une autre partie dans lequel la banque met des fonds à la disposition de la contrepartie suite à une notification.

**Ligne de liquidité** : facilité de tirage dont le but est d'assurer le refinancement (et non de rehausser la qualité) de crédit d'une transaction.

**Loan to Value (LTV)** : ratio entre le montant nominal d'un prêt et la valeur de marché du bien immobilier financé. Le ratio de LTV mesure l'apport personnel de l'emprunteur, c'est-à-dire l'équité que détient l'emprunteur dans le financement.

**LGD (Loss Given Default ou perte en cas de défaut)** : proportion de la valeur faciale de l'obligation ou du prêt perdue par le prêteur suite à un défaut de l'émetteur ou de l'emprunteur.

**Monoline** : compagnie d'assurance dont les statuts limitent son champ d'activité à un seul type de risque. Dans le contexte financier, un monoline garantit le remboursement de titres (notamment les expositions de titrisation, cash ou synthétique, et aux États-Unis les monolines garantissent les obligations émises par les collectivités locales, les municipal bonds ou *munies*), contre le paiement d'une prime. Les monolines bénéficiaient avant la crise d'un rating AAA, ce qui permettait de rehausser la qualité de crédit des expositions qu'elles garantissaient.



**Notionnel** : montant utilisé à une date donnée pour calculer le montant d'intérêt dû au porteur d'une obligation. Dans le cas d'une obligation amortissable, le notionnel est inférieur ou égal au montant nominal de l'obligation.

**Obligation** : valeur mobilière constituant un titre de créance représentatif d'un emprunt. L'obligation est cessible et peut donc faire l'objet d'une cotation sur une Bourse ou un marché secondaire.

**Originateur** : banque ayant accordé des crédits ou des financements à ses créiteurs.

**Point de base (pb ou *basis point* – bp – en anglais)** : un centième de pourcent (0,01 %). Une variation de taux de 1 bp désigne une variation absolue de 0.01 %; la valeur du taux passe par exemple de 5 % à 5,01 %.

**Prépaiement** : le taux de prépaiement est le taux de remboursement anticipé des créances ou des prêts d'un portefeuille, exprimé en pourcentage du montant restant dû. Le risque de prépaiement désigne le risque que le rendement d'un portefeuille ou d'un titre soit affecté par une variation du taux de prépaiement sur le portefeuille de créances sous-jacent.

**Prêt** : opération par laquelle des fonds sont remis à un bénéficiaire, moyennant le paiement d'un intérêt versé au prêteur, assorti de l'engagement du remboursement de la somme prêtée.

**Probabilité de défaut (PD)** : indicateur évaluant la chance d'observer le défaut d'un émetteur sur un certain horizon de temps. Cet indicateur est souvent estimé sur la base de l'observation de défauts dans une cohorte d'émetteurs ayant un profil de risque similaire (probabilités de défaut historiques) ou bien sur la base des spreads de crédit (probabilités de défaut implicites).

**Provision** : perte comptable passée par la banque pour couvrir une perte de crédit immédiate ou à venir de façon avérée (non remboursement partiel ou total d'un crédit).

**Rating** : notation de la qualité de crédit d'un emprunteur ou d'une émission par une agence de notation (S&P, Fitch, Moody's).

**Recouvrement** : processus de récupération sur les actifs que les créanciers engagent sur un emprunteur en défaut.

**Rehaussement de crédit** : mécanisme qui permet d'améliorer la qualité de crédit d'un ensemble de flux engendrés par un portefeuille d'actifs. Cela désigne l'ensemble des mécanismes de protection des investisseurs d'une opération de titrisation.

**Revolving** : type de prêt que l'emprunteur peut tirer à sa guise dans les limites définies par le contrat de prêt. Certaines transactions de titrisation ont une *revolving period* durant laquelle des prêts nouvellement originés sont susceptibles de rentrer au collatéral de la transaction.

**RMBS** : titre de dette émis par un SPV dont les flux de principal et d'intérêts sont adossés aux flux d'un portefeuille de prêts hypothécaires sur des résidences privées.

**SPV (Special Purposed Vehicle)** : société qui a vocation à acheter des actifs et à les financer par émission de titres de dette.

**Subprime** : type de prêt hypothécaire plus risqué que les prêts « prime », en raison du risque plus important lié à l'emprunteur, au type de bien immobilier acheté (résidence secondaire par exemple) ou à la nature du prêt.

**Surcollatéralisation** : structure de capital dans laquelle le montant d'actifs est supérieur au montant de la dette. Par exemple, un prêt senior de 100 MEUR collatéralisé par 200 MEUR d'actifs est sur-collatéralisé de 100 %.

**Swap** : contrat dans lequel deux contreparties se mettent d'accord pour échanger des flux de cash dans le futur. Ces contrats peuvent par exemple porter sur les taux d'intérêt, les devises, les actions, les matières premières ou le crédit.

**Titrisation** : émission de titres de dette adossés à un certain portefeuille de créances.

**Trigger** : dans le cadre de la titrisation, un trigger est un événement qui indique qu'un élément de la transaction se détériore (qualité de crédit d'un des intervenants, taux de défaut sur un portefeuille de créances...). Ces événements sont décrits dans la documentation juridique de la transaction et déclenchent une modification de la structure ou de la waterfall.

**Vintage** : génération d'octroi. C'est l'ensemble des crédits qui ont été octroyés à une même période (par exemple, janvier 2012).

**Waterfall** : Ensemble de règles par lesquelles les flux à la disposition d'un émetteur de dette sont redistribués aux créanciers pour le service des différentes classes de dette.

# Bibliographie

- AÏDA J. et MOREL C. (2012), « Les interactions des référentiels Bâle III et IFRS », *Revue Banque*, No 747.
- ALTMAN E. (2010), « Default Recovery Rates and LGD in Credit Risk Modeling and Practice », Working Paper.
- ANDERSEN L. (2003), SIDENIUS J. et BASU S., « All your hedges in one basket », *Risk*, November, p. 67 – 72.
- ARTZNER P. *et al.* (1999), « Coherent measures of risk », *Mathematical finance*, 9, p. 203 – 228.
- ARVANITIS A. et GREGORY J. (1999), « A credit risk toolbox », *Risk*, December, p. 50 – 55.
- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2005), « The Application of Basel II to Trading Activities and the Treatment of Double Default Effects », BCBS Publication No. 116.
- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2006), « International convergence of capital measurement and capital standards », BCBS Publication No. 128.
- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2009), « Principles for Sound Stress Testing Practices and Supervision », BCBS Publication No. 155.
- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION (2014), « Consultative Document, Revisions to the securitisation framework », BCBS Publication No. 269.
- BERKOWITZ J. (2000), « A Coherent Framework for Stress-Testing », *Journal of Risk*, 2, p. 1 – 11.
- BIELECKI T. et RUTKOWSKI M. (2010), *Credit Risk : Modeling, Valuation and Hedging*, Springer.
- BLACK F. et COX J.C. (1976), « Valuing corporate securities : some effects of bonds indenture provisions », *The Journal of Finance*, Vol. 31, Issue 2, May, p. 351 – 367.
- BLACK F. et SCHOLES M. (1973), « The pricing of options and corporate liabilities », *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, 3, p. 637 – 654.
- BLUHM C., OVERBECK L. et WAGNER C. (2002), *An introduction to credit risk modeling*, Chapman & Hall/CRC.

- BOUCHAUD J.P. et POTTERS M. (2003), *Theory of Financial Risk and Derivative Pricing*, Cambridge University Press.
- BRENNAN M.J. et SCHWARTZ S.C. (1977), « Savings Bonds, Retractable Bonds and Callable Bonds », *Journal of Financial Economics*, 5, p. 67 – 88.
- BRIGO D. et CAPPONI A. (2010), « Bilateral counterparty risk with application to CDSs », *Risk*, March, p. 85 – 90.
- BRIYS E. et DE VARENNE F. (1997), « Valuing Risky Fixed Rate Debt : an Extension », *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32, p. 239 – 248.
- BRUNEL V. (2006), « Dealing with seller's risk », *Risk*, October.
- BRUNEL V. (2014), « Operational risk modelled analytically », *Risk*, July.
- CIFUENTES A. et O'CONNOR G. (1996), « The Binomial Expansion Method Application to CBO/CLO Analysis », Moody's Investors Service Structured Finance Special Report, December.
- CROSBIE P. et KOCAGIL A. (2003), « Modeling default risk », Moody's KMV.
- CROUHY M., TURNBULL S. et WAKEMAN L. (1999), « Measuring Risk-Adjusted Performance », *Journal of Risk* 2(1), p. 5 – 35.
- CROUHY M., GALAI D. et MARK R. (2001a), « Prototype risk rating system », *Journal of Banking & Finance*, 25, p. 41 – 95.
- CROUHY M., GALAI D. et MARK R. (2001b), *Risk management*, McGraw-Hill.
- CSFB (1997), « CreditRisk+ : A Credit Risk Management Framework », London, Credit Suisse Financial Products.
- DANIELSSON J. *et al.* (2005), « Subadditivity re-examined : the case for Value-at-Risk », FMG Discussion Papers, London School of Economics.
- DAVIES M. et PUGACHEVSKY D. (2005), « Bond spreads as a proxy for credit default swap spreads », *Risk*.
- DAVIS M. et LO V. (2001), « Infectious Defaults », *Quantitative Finance* 1, p. 382 – 387.
- DECAMPS J.P., ROCHET J.C. et ROGER B. (2004), « The Three Pillars of Basel II : Optimizing the Mix », *Journal of Financial Intermediation*, vol. 13, No 2, April, p. 132 – 155.
- DUFFIE D. et LANDO D. (2001), « Term Structures of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information », *Econometrica*, 69, p. 633 – 664.
- DUNN K. et MCCONNELL J. (1981), « Valuation of GNMA mortgage-backed securities », *Journal of Finance* 36, p. 599 – 616.
- DUPONCHEELE G., PERRAUDIN W. et TOTOUOM-TANGHO D. (2013), « A Principles-Based Approach to Regulatory Capital for Securitisations », *Risk Control Paper*, p. 1 – 45.
- EMBRECHTS P. *et al.* (1997), *Modeling Extremal Events for Insurance and Finance*, Springer-Verlag.
- ERICSSON J. et RENEBY J. (1998), « A Framework for Valuing Corporate Securities », *Applied Mathematical Finance*, 5, p. 143 – 163.

- FAMA E. (1968), « Risk, Return and Equilibrium : Some Clarifying Comments », *Journal of Finance* Vol. 23, No. 1, p. 29 – 40.
- FENDER I. et KIFF J. (2004), « CDO rating methodology : some thoughts on model risk and its implications », BCBS No.153, November.
- FITCH RATINGS (2014), « Definitions of Ratings and Other Forms of Opinion », January.
- FITCH RATINGS (2014), « Global Corporate Finance 2013 Transition and Default Study », March.
- FRYE J. (2014), « The simple link from default to LGD », *Risk*, February.
- FUERTES A. et KALOTYCHOU E. (2007), « On Sovereign Credit Migration : A Study of Alternative Estimators and Rating Dynamics », *Computational Statistics & Data Analysis*, Elsevier, vol. 51(7), April, p. 3448 – 3469.
- GALICHON A. (2010), « The VaR at Risk », *International Journal on Theoretical and Applied Finance*, 13, No. 4, p. 503 – 506.
- GLASSERMAN P. (2003), *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer-Verlag.
- GONZALES F. *et al.* (2004), « L'incidence des notations sur les dynamiques de marché : une revue de la littérature », *Revue de la stabilité financière* (4), juin.
- GORDON M.J. et SHAPIRO E. (1956), « Capital Equipment Analysis : The Required Rate of Profit », *Management Science*, 3,(1), October, p. 102 – 110.
- GORDY M. et JONES D. (2003), « Random tranches », *Risk*, March, p. 78–83.
- GOURIEROUX C., LAURENT J.P. et SCAILLET O. (2000), « Sensitivity analysis of values at risk », *Journal of Empirical Finance* 7, p. 225 – 245.
- GREEN J. et SHOVEN J. (1986), « The effects of interest rates on mortgage prepayments », *Journal of Money, Credit and Banking* 18, p. 41 – 59.
- GUPTON G., FINGER C. et BHATIA M. (1997), « CreditMetrics Technical Document », J.P. Morgan & Co. Incorporated, New York.
- HEATH D., JARROW R. et MORTON A. (1992), « Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates : A New Methodology for Contingent Claims Valuation », *Econometrica*, 60(1), p. 77 – 105.
- HULL J. et WHITE A. (2004), « Valuation of a CDO and n-th to Default CDO Without Monte Carlo Simulation », *Journal of Derivatives*, 12(2).
- ISRAEL R.B., ROSENTHAL J.S. et WEI J.Z. (2001), « Finding Generators for Markov Chains via Empirical Transition Matrices, with Applications to Credit Ratings », *Mathematical Finance* 11, p. 245 – 265.
- JP MORGAN (2004), « Introducing base correlations », Credit Derivatives Strategy, JP Morgan.
- KALOTAY A., YANG D. et FABOZZI F. (2004), « An option-theoretic prepayment model for mortgages and mortgage-backed securities », *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Vol. 7, No. 8, p. 949 – 978.
- KREKEL M. (2010), « Pricing distressed CDOs with base correlation and stochastic recovery rates », *Risk*, July, p. 90 – 94.

- LANDO D. et SKODEBERG T.M. (2002), « Analyzing rating transitions and rating drift with continuous observations », *Journal of Banking & Finance* 26, p. 423 – 444.
- LARDIC S. et ROUZEAU E. (1999), « Implementing Merton's model on the French corporate bond market », Presentation, AFFI conference.
- LELAND H. (1994), « Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure », *The Journal of Finance*, Vol. 49, Issue 4, p. 1213 – 1252.
- LELAND H. et TOFT K. (1996), « Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy and the Term Structure of Credit Spreads », *Journal of Finance*, 51, p. 987 – 1019.
- LONGSTAFF F. et SCHWARTZ E. (1995), « A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt », *Journal of Finance*, 50, p. 789 – 819.
- MARTELLINI L. et PRIAULET P. (2000), *Produits de Taux d'Intérêt*, Economica.
- MATTEN C. (1996), *Managing bank capital : capital allocation and performance measurement*, John Wiley & sons.
- MCNEIL A., FREY R. et EMBRECHTS P. (2005), *Quantitative Risk Management : Concepts, Techniques, and Tools*, Princeton series in finance.
- MERTON R. (1974), « On the Pricing of Corporate Debt : The Risk Structure of Interest Rates », *The Journal of Finance*, Vol. 29, Issue 2, p. 449 – 470.
- MODIGLIANI F. et MILLER M.H. (1958), « The Cost of Capital, Corporation Finance and the theory of investment », *American Economic Review*, June, p. 261 – 297.
- MODIGLIANI F. et MILLER M.H. (1963), « Corporate Income Taxes and the Cost of Capital : a correction », *American Economic Review*, June, p. 433 – 443.
- MOLINS J. et VIVES E. (2005), « Long range Ising model for credit risk modeling in homogeneous portfolios », AIP Conference Proceedings, Granada, Spain, p. 156 – 161.
- MOODY'S (2000), « The lognormal method applied to ABS analysis », Special report.
- MOODY'S INVERSTOR SERVICES (2011), « Corporate Default and Recovery Rates », 1920-2010, Special Comment, February 28<sup>th</sup>.
- NESLEHOVA J., EMBRECHTS P. et CHAVEZ-DEMOULIN V. (2006), « Infinite mean models and the LDA for operational risk », *Journal of Operational Risk* 1(1), p. 3 – 25.
- O'KANE D. (2008), *Modelling single-name and multi-name credit derivatives*, John Wiley & sons.
- ONG M. (2000), *Internal credit risk models : capital allocation and performance measurement*, Risk books.
- PONCET P. et PORTAIT R. (2011), *Finance de marché*, Dalloz Gestion.
- PUNJABI S.(1998), « Many happy returns », *Risk*, June, p. 71 – 76.
- PYKHTIN M. et DEV A. (2002), « Credit risk in asset securitizations : an analytical approach », *Risk*, May, p. 16 – 20.
- PYKHTIN M. et ZHU S. (2007), « A Guide to Modelling Counterparty Credit Risk », *Risk*, GARP Risk Review, July–August.

- RAU-BREDOW H. (2005), « Granularity Adjustment in a General Factor Model », Working Paper.
- RÉPUBLIQUE FRANÇAISE (2007), « Arrêté du 20 février 2007 relatif aux exigences de fonds propres applicables aux établissements de crédit et aux entreprises d'investissement ».
- RESNICK S.I. (1987), *Extreme Values, Regular Variation and Point Processes*, Springer-Verlag.
- ROSEN D. (2013), « Rethinking CVA », Presentation, S&P Capital IQ.
- SCHMIDT, K. D. et ZOCHER, M. (2008), « The Bornhuetter-Ferguson Principle », *Variance*, Vol. 2 (1), p. 85 – 110.
- SCHMIEDER C., PUHR C. et HASAN M. (2001), « Next Generation Balance Sheet Stress Testing », Working paper 11/83, International Monetary Fund.
- SCHÖNBUCHER P. (2001), « Factor Models : Portfolio Credit Risks When Defaults are Correlated », *Journal of Risk Finance*, Vol. 3 (1), p. 45 – 56.
- SCHÖNBUCHER P. (2003), *Credit Derivatives Pricing Models*, John Wiley & sons.
- SCHWARTZ E. et TOROUS W. (1999), « Prepayment and the Valuation of Mortgage-Backed Securities », *Journal of finance*, Vol. XLIV, No. 2, June.
- SHARPE W. (1964), « Capital asset prices : A theory of market equilibrium under conditions of risk », *Journal of Finance*, 19 (3), p. 425 – 442.
- SHIRYAEV A.N. (1995), *Probability*, Springer-Verlag.
- STANDARD AND POOR'S, « Trade receivables criteria ».
- TURC J. *et al.* (2005), « Pricing CDOs with a smile », Credit Research, Société Générale.
- TURC J. *et al.* (2006), « Pricing Bespoke CDOs : latest developments », Credit Research, Société Générale.
- VASICEK O. (1998), « A Series Expansion for the Bivariate Normal Integral », KMV Corporation.
- VASICEK O. (2007), « Loan portfolio value », *Risk*, July.
- WILDE T. (2001), « Probing granularity », *Risk*, August.
- WILDE T. (2005), « Analytic Methods for Portfolio Counterparty Credit Risk », in *Counterparty Credit Risk Modeling*, edited by M. Pykhtin, Risk Books, London.
- WILSON T. (2003), « Overcoming the hurdle », *Risk*, July, p. 79 – 83.
- ZAIK E., WALTER J., KELLING G. et JAMES C. (1996), « RAROC at bank of America : from theory to practice », *Journal of applied corporate finance* 9, p. 83 – 93.





# Table des matières

<b>Chapitre 1 – Description de l’activité bancaire</b>	5
<b>Chapitre 2 – Obligations et prêts bancaires</b>	11
1. Le financement obligataire	11
1.1. Obligations	11
1.2. Les obligations risquées	12
2. Mesure de la qualité de signature : le rating	14
3. Le financement par prêt bancaire aux entreprises	16
4. Modélisation du risque de défaut sur les prêts bancaires	16
<b>Chapitre 3 – La modélisation du défaut</b>	19
1. La définition du défaut	19
2. Dynamique des ratings	21
2.1. Matrices de transition	21
3. La modélisation du défaut : approche structurelle	22
3.1. Le théorème de Modigliani-Miller	22
3.2. Le modèle de Merton (1974)	22
4. Modèles à intensité	26
<b>Chapitre 4 – Les Credit Default Swaps</b>	29
1. Description des CDS	30
2. CDS vs. obligation	31
3. Primes running vs. upfront	34
4. Évaluation des CDS	35
4.1. CDS running	35
4.2. Cas limite des primes payées en continu	36
4.3. La courbe des spreads	38
4.4. Duration risquée des CDS upfront + running	39
5. Indices de crédit	40
<b>Chapitre 5 – Structurés de crédit</b>	41
1. First to Default	41

2.	CDO : principes et schémas de montage . . . . .	43
2.1.	Principes de fonctionnement . . . . .	43
2.2.	Schémas de montage . . . . .	45
3.	« Economics » d'un CDO . . . . .	47
4.	Les Asset Backed Securities (ABS) . . . . .	48
<b>Chapitre 6 – Risque de contrepartie . . . . .</b>		<b>51</b>
1.	La modélisation de l'exposition à la date de défaut . . . . .	51
2.	Le risque de corrélation défavorable . . . . .	54
3.	La Credit Value Adjustment (CVA) . . . . .	54
<b>Chapitre 7 – Risques sur les activités de banque de détail . . . . .</b>		<b>57</b>
1.	Description du marché retail . . . . .	57
2.	La vie d'un crédit . . . . .	59
2.1.	Difficultés rencontrées par un client, recouvrement . . . . .	60
<b>Chapitre 8 – Modèles de portefeuille . . . . .</b>		<b>63</b>
1.	Corrélation des défauts . . . . .	63
2.	Le portefeuille granulaire homogène . . . . .	64
3.	Modèles de stress testing . . . . .	69
<b>Chapitre 9 – Capital, provisions et pilotage . . . . .</b>		<b>73</b>
1.	Provisions . . . . .	73
2.	Le capital . . . . .	75
3.	Capital réglementaire . . . . .	75
3.1.	Les accords de Bâle . . . . .	76
3.2.	Les grandes lignes de l'approche standard . . . . .	78
3.3.	L'approche IRB . . . . .	79
4.	Capital économique . . . . .	82
5.	Les mesures de rentabilité . . . . .	83
6.	Economic Value Added (EVA) : la richesse créée . . . . .	84
<b>Glossaire . . . . .</b>		<b>87</b>
<b>Bibliographie . . . . .</b>		<b>91</b>