IMT Lille Douai
École Mines-Télécom
IMT-Université de Lille

Introduction a la modélisation des réseaux

Coordinateur :

Hassen Drira : hassen.drira@imt-lille-douai.fr

IMT Lille Douai

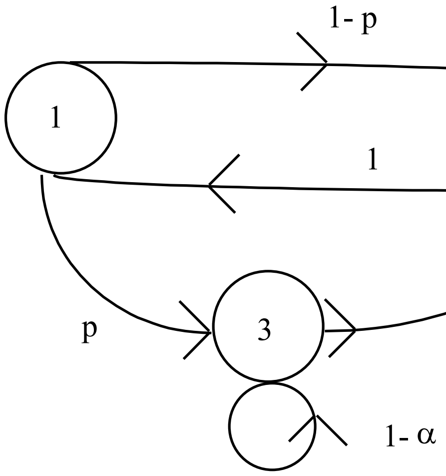
Exercices

IMT Lille Douai
Cité Scientifique - Rue G. Marconi BP 20145
59653 Villeneuve d'Ascq Cedex
Tél. : 03.20.33.55.77
http://imt-lille-douai.fr

1-Chaines de Markov en temps discret

Exercice 1.1.

Soit le graphe suivant représentant une chaîne de Markov :



1- Donner la matrice de transition.

2- 2.1. Quelles sont les conditions pour que le graphe soit fortement connexe ?
   2.2. Pour que l'un des états soit absorbant ?
   2.3. Pour que la matrice soit apériodique ?

3- Evaluer les vecteurs d'état à la limite.

4- Quel est le temps moyen de séjour dans l'état 3 pour $0<\alpha<1$?

Exercice 1.2.

Trois produits de consommation courante : P1, P2, P3 sont en concurrence sur le marché. Au 15 janvier une enquête réalisée sur un échantillon représentatif de consommateurs a donné les résultats suivants :

30% des personnes interrogées ont déclaré consommer P1,
50% ont déclaré consommer P2,
20% ont déclaré consommer P3.

Les fabricants du produit P1 lancent une campagne de publicité qui dure 15 jours afin d'accroître leur part de marché.

Une enquête réalisée au 31 janvier sur le même échantillon donne :

parmi les clients de P1 (au 15 janvier),
50% continuent d'acheter P1, 40% achètent P2, 10% achètent P3
parmi les clients de P2
70% continuent d'acheter P2, 30% achètent P1
parmi les clients de P3
80% continuent d'acheter P3, 20% achètent P1

1- Déterminer l'état du marché au 31 janvier.

2- Quel serait cet état au bout d'une seconde campagne publicitaire de 15 jours ? (on admettra que l'enquête du 15 février donne des résultats identiques à celle du 31 janvier).

3- Y a-t-il une limite à l'état du marché au bout d'un grand nombre de campagnes de publicité ? (on admettra que les résultats des enquêtes sont identiques).

Exercice 1.3.

Une route comprend 4 pistes. Chacune d'entre elles peut être traversée en une seconde. La probabilité pour qu'une automobile arrive pendant une seconde déterminée est 0,8.

Quelle est pour un piéton la probabilité de traverser en 4 secondes, 5 secondes, 6 secondes, etc ....

1- Faire le graphe du système.

2- Donner la matrice de transition.

3- Utiliser le fait que l'espace des probabilités à la date i ne dépend que de l'état initial à la date 0 et de la matrice de transition pour déduire les différentes probabilités.

Exercice 1.4.

A l'IMT Lille Douai chaque année les mangeurs de chocolat adoptent un type de chocolat, pour une durée d'un an renouvelable. Un sondage effectué sur un échantillon représentatif de cette population a donné les chiffres suivants : parmi les mangeurs de chocolat noir 65% sont fidèles à leur choix, tandis que 35% préfèrent essayer le chocolat au lait. De même, parmi les mangeurs de chocolat au lait, 70% restent fidèles et 30% changent pour le noir.
Initialement, il y avait 50% de mangeurs de chocolat noir et 50% de mangeurs de chocolat au lait.
On suppose que le marchand de chocolat dispose de quantités suffisantes.

1- Quelle sera la tendance au bout d'un an ?

2- Peut-on connaître la tendance au bout de quelques années, sachant que les résultats des enquêtes ne changent pas ? Si oui, quelles seront les proportions des mangeurs de chocolat noir, et de chocolat au lait ?

Exercice 1.5.

On étudie le fonctionnement d'une imprimante. Celle-ci peut être dans 3 états distincts :

Etat 1 : attente d'un caractère à imprimer
Etat 2 : impression d'un caractère
Etat 3 : interruption après avoir reçu un caractère de contrôle.

Lorsque l'imprimante est en attente, elle reçoit un caractère à imprimer avec la probabilité 0,80.

Lorsqu'elle est en impression elle reçoit :

- Un caractère "normal" avec la probabilité 0,95 (caractère courant du fichier à imprimer) ;
- Un caractère de fin de fichier avec la probabilité 0,04 (l'imprimante retourne dans l'état d'attente) ;
- Un caractère d'interruption avec la probabilité 0,01, l'imprimante passe alors dans l'état 3.

Lorsque l'imprimante est dans l'état 3 elle retourne dans l'état d'attente avec la probabilité 0,3, sinon elle reste dans l'état 3.

1- Montrez que ce système se modélise par un chaîne de Markov à 3 états.

2- Dessinez le graphe associé à cette chaîne et donnez sa matrice de transition.

3- Quel est le temps moyen d'une interruption ?

4- Ecrivez les équations d'équilibre et montrez que cette chaîne est ergodique. Calculez les probabilités stationnaires associées.

5- En régime stationnaire, quel est le taux d'utilisation de l'imprimante ?

Exercice 1.6.

Un installateur d'ascenseurs dispose d'une seule équipe dont tous les membres travaillent sur le même chantier. Les demandes d'installations des clients qui lui parviennent peuvent être réparties en 2 classes :

- Travaux de moyenne importance, durant une semaine (désignés par A).
- Travaux plus importants durant 2 semaines (désignés par B).

L'installateur ne reçoit pas de demandes de travaux qui n'entrent pas dans cette classification. Il n'y a pas de liste d'attente.
Les demandes d'installation parviennent à l'entrepreneur au début de chaque semaine. Une observation statistique a montré que les probabilités pour recevoir un lundi donné, au moins une demande de travaux du type A, ou au moins une demande de travaux du type B valent respectivement p=0,5 et q=0,6. Ces probabilités sont indépendantes.
Certaines semaines, des travaux sont refusés, l'équipe étant déjà occupée sur une installation de type B : dans ce cas le client s'adresse à un concurrent. D'autres semaines l'équipe reste inactive faute de demande d'installation.
Lorsque l'installateur reçoit simultanément 2 demandes : une du type A et une du type B, il donne suite à celle du type B.
L'installation du type A procure un bénéfice de 5000€, celle du type B 12000€, et l'inactivité de l'équipe pendant une semaine engendre une perte de 2500€.

1- On désire représenter par une chaîne de Markov l'évolution de l'activité de l'équipe d'une semaine sur l'autre. Quels sont les 4 états ? Quelles sont les évolutions entre états d'une semaine sur l'autre ? Avec quelles probabilités (probabilités de transitions) ? Représenter à l'aide d'un graphe et d'une matrice.

2- En supposant que l'entreprise fonctionne depuis plusieurs semaines :
   - Trouver la probabilité de chacun des états ;
   - Justifier la validité de ce calcul.

3- En déduire l'espérance mathématique du gain relatif à une semaine de fonctionnement.

Exercice 1.7.

On dispose de M boules blanches et de M boules noires distribuées dans 2 urnes contenant chacune M boules.
On appelle Ej l'état caractérisé par la présence de j boules blanches dans la première urne. A chaque étape d'évolution du système on retire une boule de chaque urne et on les permute avant de les remettre dans les urnes.

Donner le graphe qui relie les états j, j-1, j+1 ainsi que les probabilités correspondantes.
Donner la valeur de la probabilité de l'état j.

Exercice 1.8

Pierre possède 2 euros et a besoin de 10 euros. Pour acquérir l'argent qui lui manque (8 euros), il participe au jeu de hasard suivant : à chaque coup, la somme misée sera gagnée avec la probabilité p et perdue avec la probabilité q = 1 −p.
Pierre décide de miser à chaque coup la somme qui le rapprocherait le plus (en cas de gain) des 10 euros sans toutefois dépasser ce montant. Il ne peut naturellement pas miser plus d'argent qu'il ne possède et le nombre de coups n'est pas limité. Dès qu'il possède les 10 euros escomptés, il arrête de jouer.
Q 1.1 – Modéliser par une chaine de Markov, les états étant numérotés de 0 à 10 selon la somme que Pierre possède à un instant donné.
Q 1.2 – Examiner les diverses éventualités quant à la situation de Pierre au bout d'un temps très long ?
Q 1.3 – Soit la variable aléatoire G qui prend l'une des deux valeurs 8 ou −2 selon que la somme est finalement gagnée ou perdue par Pierre. La théorie des jeux nous dit que la moyenne E(G) de la variable aléatoire G est nulle. En déduire la probabilité que Pierre obtienne finalement les 8 euros qui lui manquent.

2-Chaines de Markov en temps continu

Exercice 2.1.

Un organisme public est ouvert, chaque jour ouvrable, de 9h à 17h sans interruption. Il accueille, en moyenne, 64 usagers par jour ; un guichet unique sert à traiter le dossier de chaque usager, ceci en un temps moyen de 2,5 minutes. Les usagers si nécessaires, font la queue dans l'ordre de leur arrivée ; même si la queue est importante, on ne refuse aucun usager.
Une étude statistique a permis de conclure que la durée aléatoire des services suit une loi exponentielle et que le régime les arrivées des usagers forment un processus de Poisson.

1- Donner la notation de Kendall de cette file.

2- Donner l'expression de la probabilité invariante F_n, donner la justification de son existence.

3- Quel sont les temps moyens passés :
   - à attendre
   - dans l'organisme par chaque usager ?

4- 4.1. Quelles sont les probabilités qu'il n'arrive aucun client entre 15H et 16H ?
   4.2. Que 6 clients arrivent entre 16H et 17H ?

5- Quelle est, en moyenne et par heure, la durée pendant laquelle l'employé du guichet ne s'occupe pas des usagers ?

6- Quelle est la probabilité d'observer une file d'attente de 4 usagers, derrière celui en cours de service ?

Exercice 2.2.

Une clinique dispose d'un service d'urgence tenu par un seul médecin. Les malades se présentent selon un processus de Poisson de taux λ égal à 96 malades par jour (24 heures), et les durées des soins sont indépendantes, et suivent une loi exponentielle de moyenne égale à 12 minutes pour chaque malade. Les malades sont soignés dans le cabinet du médecin suivant l'ordre d'arrivée et, il n'y a pas de limitation de place dans le service d'urgence.

1) Pour le système d'attente représenté par le nombre de malades présents à l'instant t, montrer que la condition d'ergodicité est vérifiée et calculer la probabilité qu'il y ait n malades dans le système (file + service) en régime stationnaire.
2) Déterminer les paramètres suivants :
   - le nombre moyen de malades dans le système,
   - le nombre moyen de malades en attente,
   - le temps moyen de présence dans le système,
   - le temps moyen d'attente.

3) On souhaite que le nombre moyen de malades en attente dans la salle d'attente soit <= 1/2. A partir de quelle durée moyenne des soins cette condition est-elle vérifiée ?

Exercice 2.3.

Les clients de la banque Picsou arrivent au hasard à raison d'un client toutes les 4 minutes. La durée de service demandé par ces clients est une v.a de loi exponentielle de durée moyenne de durée 3 mn (il n'y a qu'un serveur).

Le directeur de la banque Picsou veut connaître :

1) la probabilité pour que la durée de service réclamé, par un client quelconque qui arrive excède 20 minutes,

2) le nombre moyen de clients qui attendent (effectivement) dans la file.

Exercice 2.4.

Une importante maternité accueille des femmes enceintes qui sont arrivées à terme et viennent accoucher et donner naissance à leur bébé. L'occupation moyenne d'une salle de travail est de 6 heures pour un accouchement.
Un statisticien a déterminé que la loi d'arrivée des futures mamans dans une maternité pour y accoucher, peut être approximée de façon satisfaisante, par une loi de Poisson , (il se présente en moyenne 24 femmes par jour) et que celle de l'occupation de la salle de travail peut l'être par une loi exponentielle. Leurs taux respectifs valent λ et μ.

Le but est de déterminer le nombre N de salles de travail (et, par conséquent le nombre minimal de sages-femmes devant se trouver dans la maternité), de telle sorte que la probabilité pour que toute les salles soient occupées soit inférieure à un centième : une femme qui arriverait dans ce cas serait dirigée vers une autre maternité, ce que l'on désire éviter à l'extrême.

1- Donner la valeur numérique de λ et μ.
2- Montrer que le système d'attente est un processus de naissance et de mort, comportant N+1 états, numérotés de 0 à N. A quoi correspondent, ici une naissance et une mort.
   Donner la signification de l'état E_k ; exprimer λ_k en fonction de λ et μ_k en fonction de μ.
   Tracer le graphe associé et évaluer les arcs par les probabilités de transition.

3- La probabilité pour que le système soit, en régime permanent, dans l'état E_k est notée F_k. Calculer F_k en fonction de F_0, puis F_0.
4- Quel est l'état pour lequel toutes les salles sont occupées ; quelle est sa probabilité ?
   Trouver le nombre de salles de travail que devra comporter la clinique, de sorte que la probabilité pour qu'elles soient toutes occupées soit inférieure à 0,01.

Exercice 2.5.

Le parking d'un supermarché peut contenir N automobiles. Le processus d'arrivée des automobiles est poissonnien de paramètre λ. Le temps moyen de présence d'un véhicule est T (loi exponentielle négative). Quand les N places du parking sont occupées les véhicules vont se garer ailleurs.

1- Donner les équations des probabilités d'état.
2- Quelle est la proportion du temps pendant laquelle le parking est saturé ?
3- Quel est le nombre moyen de véhicules parqués ?

Exercice 2.6.

Un grand cabinet d'avocats propose un service gratuit de conseils. Chaque jour un avocat est détaché dans ce service. Un conseil demande en moyenne un quart d'heure et sa durée suit une loi exponentielle négative. Une étude statistique a montré que les clients arrivent au rythme de 8 par heure, ces arrivées sont poissonniennes.
On ne souhaite pas avoir une file d'attente importante qui perturberait le fonctionnement du cabinet, aussi on n'accepte que deux personnes en attente.

1- Modéliser le problème.

2- Déterminer la probabilité invariante Fn en justifiant son existence.

3- Quel est le nombre moyen de clients présents dans le système ?

4- Quelle est la probabilité pour un client d'être servi sans attendre ?

5- Au bout de quelques mois de fonctionnement de ce service, on s'est aperçu que ces clients précédents reviennent ensuite (en clients payants évidemment). On décide donc de modifier le service et on y affecte 3 avocats, et on supprime la file d'attente (un client qui arrive lorsque les trois avocats sont occupés doit partir). Quel doit être alors le temps du conseil pour que les trois avocats soient occupés simultanément 40% du temps ?

Exercice 2.7.

Des clients arrivent avec un processus poissonnien de paramètre λ devant N guichets dont la durée de service aléatoire a pour moyenne T. La file d'attente se prolongeant les clients ont la possibilité de quitter la file, le capital d'attente de durée moyenne O suit une loi exponentielle négative.

1- La condition d'ergodicité est-elle vérifiée ?

2- Donner les équations d'état du système ?

3- Quel est le nombre moyen de serveurs occupés ?

Exercice 2.8.

Soit un système à N serveurs avec M places d'attente, une durée de service T et une arrivée poissonniènne de paramètre λ. Le système est géré en FIFO.

1- Si M est infini quel est le trafic écoulé par le système ?

2- Si M=0 quel est le trafic écoulé par le système ?

3- Si M est fini écrire les équations d'évolution du système ?

Exercice 2.9.

A l'infirmerie de l'IMT Lille Douai, 2 étudiants se présentent chaque jour, en moyenne, pour y recevoir des soins (les arrivées se font suivant un processus de Poisson). Ces étudiants reçoivent un traitement qui leur impose de rester en moyenne 3 jours alités (on suppose que les durées de séjour sont des variables aléatoires distribuées exponentiellement).

1- Quelle est en régime stationnaire (vous déterminerez la condition d'ergodicité) la loi de probabilité du nombre d'étudiants alités ? En déduire le nombre moyen d'étudiants alités.

2- A l'infirmerie, il y a "s" lits confortables et, un nombre illimité de lits non confortables. Sachant que les s plus anciens malades ont un lit confortable, quelle est la probabilité pour un étudiant arrivant à l'infirmerie de ne pas trouver de lit confortable ?

3- En fait, le nombre de lits n'est pas illimité, et le responsable de l'infirmerie ne désire utiliser au maximum, que les "s" lits confortables. Quel modèle doit on utiliser, donner l'expression et la valeur de la probabilité de refuser des malades à l'infirmerie avec s=14 ?

Exercice 2.10.

Le temps passé par un client à une caisse de grand magasin est supposé de loi exponentielle de moyenne 2 minutes. 10 caisses sont ouvertes et l'on suppose que le flot d'arrivées des clients aux caisses est poissonnien de moyenne λ; on suppose aussi que les caisses sont utilisées au maximum par les clients, c'est à dire qu'une caisse ne peut pas être inoccupée alors que des clients attendent à une autre (en fait, il n'y a qu'une seule file d'attente).

1- Quel est le nombre maximum de clients par heure pouvant se présenter aux caisses tel qu'il y ait un régime d'équilibre dans ce système (ergodicité) ?
2- On mesure l'efficacité du système à la probabilité q'un client trouve une caisse d'inoccupée. Quel est le nombre maximum de clients par heure pouvant se présenter aux caisses tel que cette efficacité soit 0,9 ?
3- En fait on observe, en moyenne, 10 clients par minute se présentant aux caisses. Combien doit-on ouvrir de caisses pour garder une efficacité de 0,8 ?

Exercice 2.11.

Un serveur de base de données reçoit en moyenne 1000 requêtes par seconde, arrivant selon un processus de Poisson. Le temps de traitement d'une requête suit la loi exponentielle. Quand le serveur est occupé, les requêtes sont stockées sur un disque de grande taille pour être traitées ultérieurement selon le principe "premier arrivé, premier servi". Le serveur a la capacité de traiter 2000 requêtes par seconde.

1 – Quelle est la probabilité que le temps de traitement (attente non comprise) d'une requête soit supérieure `a une milliseconde (ms) ?

2 – Modéliser par une chaine de Markov. Admet elle une distribution stationnaire ?

3 – Calculer
– le nombre moyen de requêtes dans le système.
– le temps moyen de traitement d'un paquet (attente comprise)

Afin de se protéger d'une attaque par inondation de requêtes malveillantes sur le serveur, on décide de rejeter les requêtes en entrée dès que le nombre des requêtes présentes dans le système est égal à un certain nombre entier N (il y a alors $N - 1$ requêtes en attente).

4 – Calculer N pour que la probabilité de rejet d'une requête en fonctionnement normal (i.e. lorsqu'il n'y a pas attaque) soit de l'ordre de 10^{-12}.

Il existe, sur le marché, 4 types différents de serveurs pouvant traiter respectivement 1000, 2000, 3000 ou 4000 requêtes par seconde quand ils fonctionnent sans interruption.

5 – On souhaite qu'un client qui émet une requête ait la réponse au bout de 0, 5 ms en moyenne (attente + service). Quel type de serveur faut-il prévoir ?

A titre expérimental, on envisage un système sans file d'attente mais comportant plusieurs serveurs de front. Lorsque tous les serveurs sont occupés, les requêtes sont rejetées.

6 – Quelle est le pourcentage de clients rejet´es pour un système comportant 1 serveur traitant 4000 requêtes par seconde ?

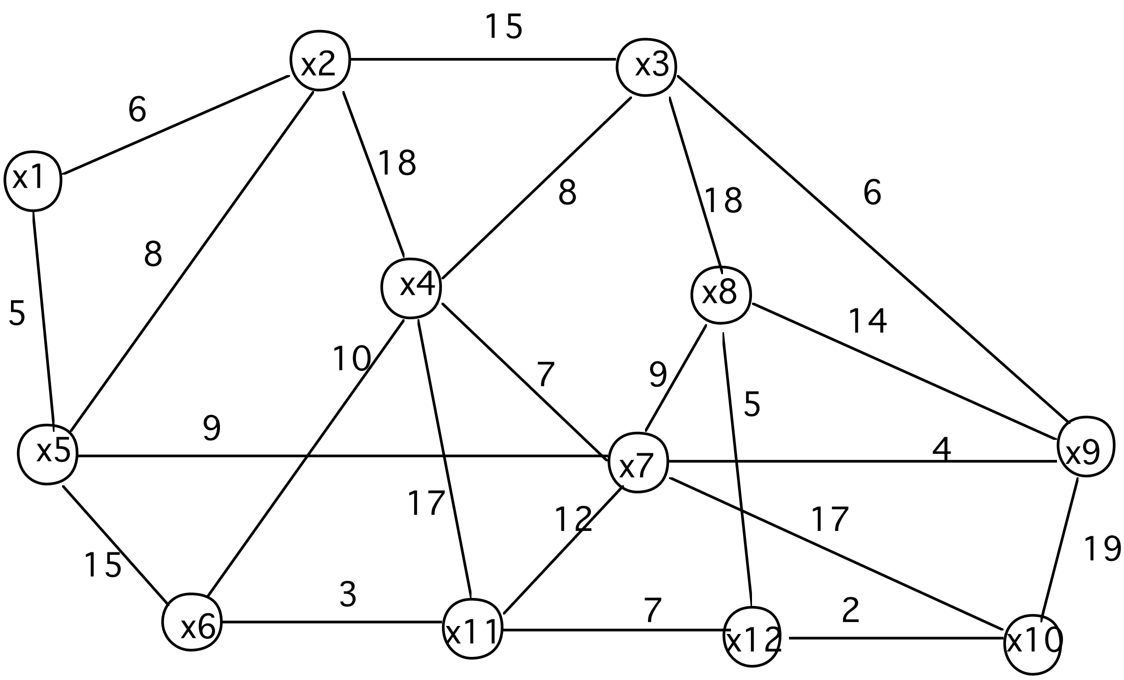
7 – Même question pour un système comportant deux serveurs traitant chacun 2000 requêtes par seconde.

8 – Même question pour un système comportant quatre serveurs traitant chacun 1000 requêtes par seconde.

3-Graphes

Exercice 3.1. (Arbres)

Rechercher les arbres minimaux du graphe suivant, en utilisant l'algorithme de votre choix.



Exercice 3.2. (Arbres)

Conception d'un réseau de transmission de données

Une banque désire installer au moindre coût un réseau de transmission de données, entre son agence centrale située dans le quartier de La Bourse et sept de ses succursales.
Le coût de construction d'une ligne entre deux agences est donné dans le tableau suivant (en unités monétaires).

	B	O	E	R	St-L	L	N	C
Bourse								
Opéra	5							
Etoile	18	17						
République	9	11	27					
St-Lazare	13	7	23	20				
Louvre	7	12	15	15	15			
Neuilly	38	38	20	40	40	35		
Chatelet	22	15	25	25	30	10	45	

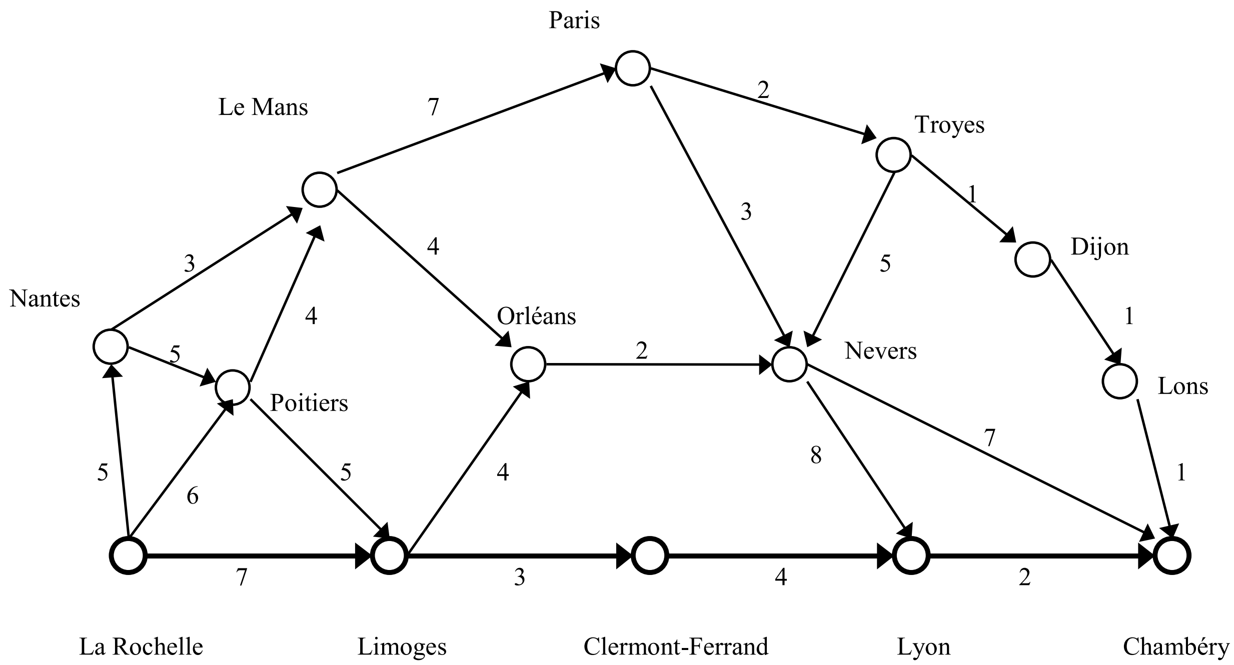
Déterminer la solution optimale.

Exercice 3.3. (PCCH)

Le trafic issu de La Rochelle à destination de Chambery est actuellement acheminé par la route suivante : La Rochelle, Limoges, Clermont-Ferrand, Lyon, Chambéry.
Cependant pour répondre à des règles de sécurité et de qualité, ce trafic doit être bi router. Un état des possibilités sur les différents arcs du réseau a été réalisé, et les arcs pouvant accueillir un surcroît de trafic sont ceux appartenant au graphe ci-joint.
Pour réaliser ce bi routage, les règles suivantes devront être respectées :

- La route existante est maintenue telle qu'actuellement.
- Les deux routes ne devront avoir aucun nœud commun, à part les nœuds extrémité.
- La nouvelle route devra être réalisée au moindre coût (les coûts des liaisons sont mentionnés sur les arcs).

QUELLE SERA CETTE DEUXIEME ROUTE, ET QUEL SERA SON COUT ?



Exercice 3.4. (PCCH)

- PROBLEME DE GESTION DE STOCK

La demande d'un équipement important est de 2 unités pour chacun des 3 mois suivants : Janvier, Février, Mars. Les 2 unités sont livrées à la fin de chaque mois. La firme souhaite établir le plan de cette production au moindre coût.

Le stock ne peut dépasser 2 unités en Février et 2 en Mars, ce stock est nul en Janvier, et doit être nul au 1er Avril. Un équipement ne sera considéré en stock que s'il est présent le 1er du mois, (ainsi un équipement fabriqué courant Janvier ne sera compté en stock, qu'au 1er Février ; auquel cas son coût de stockage sera imputé au mois de Février).
La production maximale est de 4 unités par mois.
Pour un stock de i équipements, et une production y, le coût mensuel vaut
C(y,i)=f(y)+6i avec f(y=0)=0, f(y=1)=15, f(y=2)=17, f(y=3)=19, f(y=4)=21.

Formaliser ce problème en termes de graphe ; puis le résoudre.

Exercice 3.5. (PCCH)

Une unité de production de téléphones portables GSM doit satisfaire durant 4 périodes consécutives aux demandes D_i (i = 1, ..., 4).
Elle peut produire de manière habituelle une quantité M_i durant la période i, au coût unitaire P_i, elle peut aussi produire durant cette même période, en supplément une quantité Si au coût unitaire $Q_i > P_i$.
Enfin, le stockage est possible avec un coût de stockage par article et par période égal à K;
Sachant que les articles fabriqués durant la période i peuvent être utilisés pour satisfaire les demandes D_j, j>= i, on cherche à établir un plan de fabrication et de stockage minimisant le coût total sur les quatre périodes, et satisfaisant les quatre demandes.
Les données sont en milliers de téléphones, et les coûts associés en milliers de francs:

Période	1	2	3	4
Di	3	4	6	8
Mi	2	4	4	5
Si	2	1	2	3
Pi	100	120	150	200
Qi	150	150	180	250

K = 20 $\forall$i (coût de stockage par millier de téléphones)
Remarque : On commence et on finit avec un stock nul.

Définir un plan de production minimisant les coûts

Exercice 3.6. (PCCH)

TRAFIC DU BEURRE

Avertissement : Toutes ressemblances avec des événements existants ou ayant existé ne peuvent être ici que le fruit du hasard. L'expression "faire son beurre" n'a pas son origine ici.

L'histoire se passe dans un ensemble de 7 pays imaginaires : PAYS-BAS, BELGIQUE, ALLEMAGNE, SUISSE, ITALIE, ESPAGNE et FRANCE. Dans chacun de ces pays le beurre a un prix différent, certains surproduisent, d'autres doivent importer. Le gouvernement de chaque pays décide de créer un organisme dont le rôle est d'aider les échanges, mais aussi les producteurs. Pour cela dans un premier temps, chaque pays passe un accord commercial avec chacun de ses voisins sous forme d'aides aux producteurs ou de taxes aux importations.

Ceci peut se résumer en deux tableaux (les coûts sont donnés en milliers de francs pour 20 tonnes transportées).

1er tableau: taxes : T_{ij} désigne le coût payé pour passer du pays i au pays j.

	PB	B	A	S	I	F	E
PB							
B	15		8			22	
A	5			5		15	
S						5	
I				15		8	
F							
E						5	

2ème tableau: aides : A_{ij} désigne l'aide accordée au producteur s'il exporte du pays i vers le pays j.

	PB	B	A	S	I	F	E
PB		15	5				
B							
A		10					
S			5		15		
I							
F		10	11	5	8		5
E							

Remarque: s'il n'y a ni aide ni taxe, on supposera qu'il n'y a pas d'échanges possibles.

Une société des PAYS-BAS, qui doit en particulier transporter son beurre jusqu'en ESPAGNE, décide de tirer parti de ces accords et contacte dans chaque pays ses centres de transit. Les coûts de transport et de manutention par camion entre les centres sont donnés ci-dessous, en milliers de francs par 20 tonnes transportées.

	PB	B	A	S	I	F	E
PB		2	4				
B	2		3			2	
A	4	3		3		4	
S			3		2	5	
I				2		6	
F		2	4	5	6		6
E						6	

Le transport se faisant par camions de 20 tonnes.

1- Modéliser le problème.
2- Résoudre le problème d'exportation du beurre des PAYS-BAS vers l'ESPAGNE.

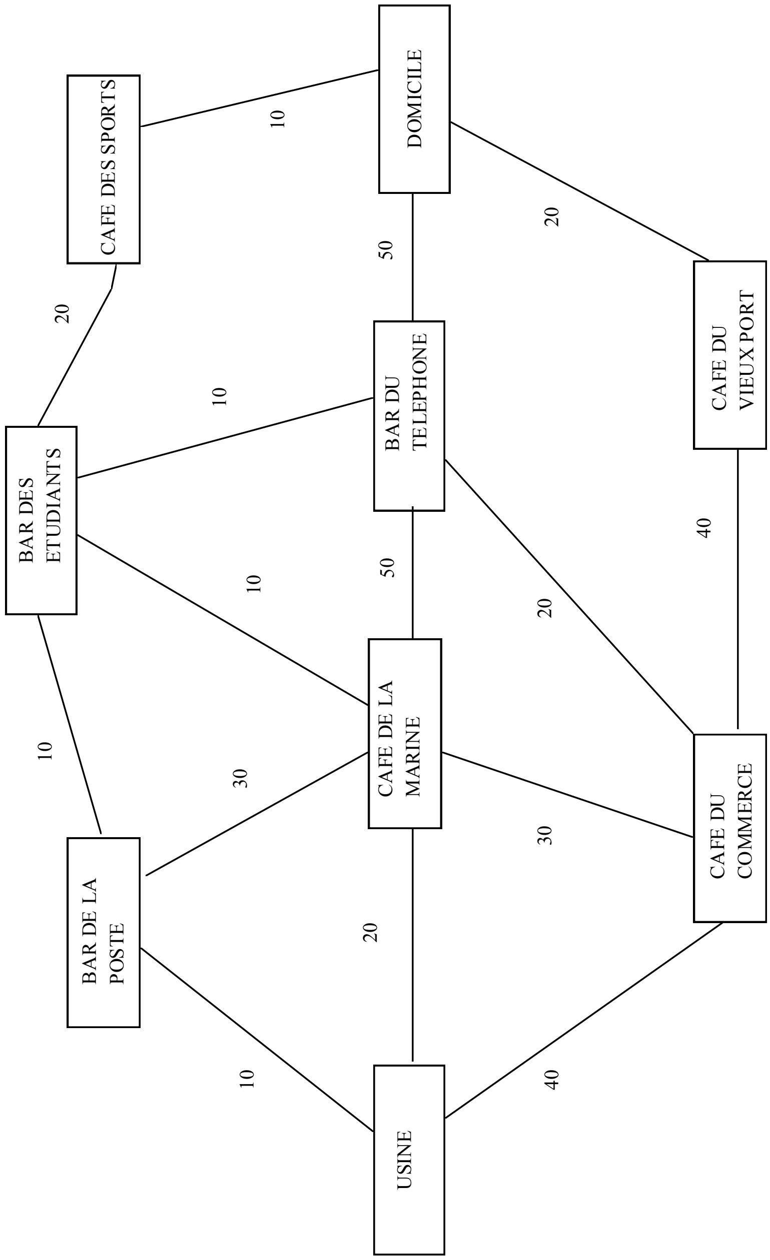
Exercice 3.7. (PCCH)

- PROBLEME DE L'IVROGNE MARSEILLAIS

Notre héros MARIUS, travaille à Marseille dans une boite de savon. Il a un penchant naturel pour une boisson locale bien connue et, des problèmes relationnels avec son épouse OLIVE (les deux étant fortement corrélés).

1. MARIUS ayant souvent les idées peu claires et, une tendance à exagérer, nous vous demandons de déterminer le nombre de pastis qu'il ingurgite dans chaque café, sachant que plus le café est proche de son domicile, plus l'angoisse augmente sa consommation.
   On convient qu'il prendra un pastis au café le plus éloigné et, que sa consommation s'accroît d'un pastis à chaque café strictement plus près de son domicile (au sens des plus courts chemins, on ne tient pas compte du temps qu'il passe dans chaque café).
2. Tous les soirs à la sortie de l'usine, MARIUS doit rentrer chez lui le plus rapidement possible. D'ordinaire notre homme, régulièrement en retard doit affronter les foudres d'OLIVE verte de rage. MARIUS s'arrête dans les cafés qui jalonnent sa route et, y perd 20 minutes par pastis. Pouvez-vous l'aider à retrouver sa tendre et chère OLIVE le plus rapidement possible.

Le plan de la ville où se déroule l'action est sur la page suivante, les arcs étant valués en minutes.



Exercice 3.8.(ordonnancement)

Un producteur de cinéma est confronté au problème du planning de son prochain film « Le chemin le plus long, et vous soumet les taches qui doivent être effectuées afin que vous l'aidiez à s'organiser.

Taches	Intitulé	Durée (jours)	Antériorités
A	Ecriture du scénario	30	
B B	Choix et recrutement des comédiens	12	Ne peut commencer que 15 jours après le début de A
C	Choix du lieu de tournage	8	Ne peut commencer que 20 jours après le début de A
D	Découpage technique	4	A et C doivent être terminées
E	Préparation des décors	7	C et D doivent être terminées
F	Tournage des extérieurs	10	A, B, C et D doivent être terminées
G	Tournage des intérieurs	12	D, E et F doivent être terminées
H	Synchronisation	3	F et G doivent être terminées
I	Montage	14	H doit être terminée
J	Accompagnement sonore	7	Ne peut commencer que 3 jours après le début de I et après la fin de H
K	Mixage	6	I et J doivent être terminées
L	Tirage de la copie zéro	1	Ne peut commencer que 2 jours après la fin de K

1. Modéliser les contraintes par un graphe
2. Déterminer par la méthode PERT l'ordonnancement au plus-tôt, le chemin critique.