



ÉCOLE
CENTRALE
CASABLANCA

Mini-Projet
UTER MID@S

SÉPARATION AVEUGLE DE SOURCES

Equipe du projet :

Yassir BELÂRCHE

Najwa OUALI

Lamia ARIFALLAH

Aymane AOUZAL

Encadrant :

Dr. Mohammed

EL RHABI

26 janvier 2022

Table des matières

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Contexte et orientation de la problématique | 2 |
| 2 | Méthode et Approche théorique | 3 |
| 2.1 | Théorisation du problème | 3 |
| 2.2 | Information mutuelle et indépendance | 4 |
| 2.3 | Pénalisation | 4 |
| 2.4 | Fonctions score | 5 |
| 2.5 | Gradient de l'information mutuelle | 6 |
| 2.6 | Calcul du gradient | 6 |
| 3 | Algorithme et validation expérimentale | 7 |
| 3.1 | Fonctionnement de l'algorithme | 7 |
| 3.2 | Résultats | 7 |
| 4 | Applications | 9 |
| 4.1 | Musique : Séparer l'instrumental et les paroles | 9 |
| 4.2 | Amphi : Enregistrer les conférences | 9 |

1 Contexte et orientation de la problématique

Dans le cadre du mini-projet de l'Unité Thématique d'Enseignement et de Recherche "Mathématiques-Informatique et D@ta Sciences" (UTER MID@S), notre équipe s'est organisée pour commencer la documentation et la réflexion sur les différents sujets proposés. Enfin, nous avons choisi de traiter la séparation aveugle des sources vu son grande importance.

La séparation de sources consiste à séparer les signaux provenant de différentes sources, qui sont mélangés sur un support. Ces signaux peuvent être des images, des sons, des ultrasons, ... La séparation est dite aveugle lorsqu'on ne connaît pas les couplages entre les différentes sources. On réalise donc une séparation aveugle de sources.

En fait, la séparation aveugle de sources (BSS) est une discipline en plein essor applicable dans des domaines variés.

Dans la médecine par exemple, on peut citer le monitoring qui enregistre le rythme des battements cardiaques du bébé grâce à un capteur à ultrasons posé sur le bas ventre de la maman tout en enlevant les battements cardiaques de la mère.

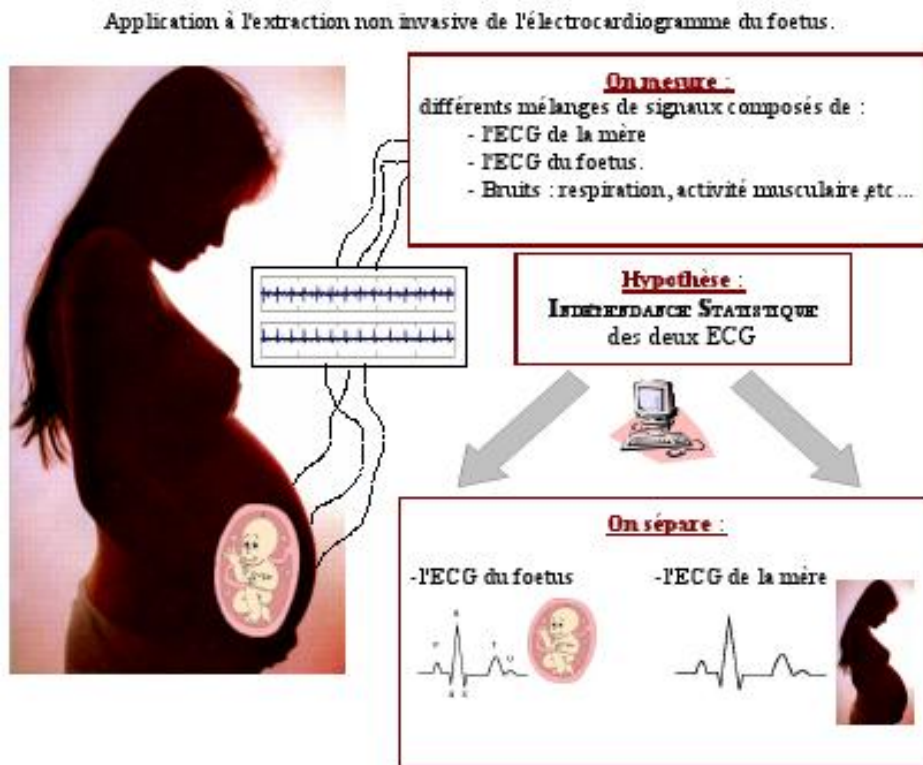


FIGURE 1 – Séparation des signaux électrocardiogrammes

On peut citer aussi le domaine de la télécommunication où le bruit est un problème majeur dans la transmission de l'information. Ainsi, la réduction du niveau de ce bruit peut être très bénéfique pour augmenter la qualité de la conversation et améliorer la fiabilité du système de télécommunication.

2 Méthode et Approche théorique

Pour développer notre projet, on a opté pour une collaboration avec un groupe d'élèves en deuxième année qui travaille sur l'application de la séparation aveugle des sources aux machines de surveillance, ceci via l'analyse des signaux cyclostationnaires [1].

Nous présentons ci-dessous les résultats majeurs qui permettent de concevoir l'algorithme que nous avons utilisé. Ils sont énoncés sans démonstrations, celles-ci étant disponibles dans [6]

2.1 Théorisation du problème

Nombreux sont les types de mélanges, on peut parler des mélanges linéaires ou non-linéaires. On peut parler aussi des mélanges instantanés ou convolutifs. Notre étude s'est basée sur le mélange instantané où le retard entre les deux sources est négligeable. Notre but est donc de séparer le mélange qu'on présente sous forme d'un vecteur $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)$ avec N composantes (N sources).

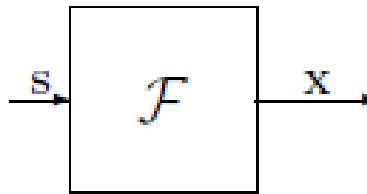


FIGURE 2 – Mélange du vecteur source \mathbf{s} .

Nous cherchons à trouver la matrice carrée \mathbf{F} tel que : $\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{s}$ avec $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_N)$ le vecteur des sources inconnues.

Nous avons d'abord commencé par nous interroger sur les outils nécessaires. Plusieurs chercheurs s'y sont intéressés, en particulier Georges DARMOIS [2] qui a énoncé le théorème suivant dès 1951, qui porte sur des sources dont les densités de probabilités sont gaussiennes.

Théorème 1.1(Darmonis-1951). *Soit \mathbf{s} un vecteur source dont les composantes sont gaussiennes et indépendantes. Si \mathbf{F} est une matrice inversible, alors $\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{s}$ a des composantes gaussiennes et indépendantes.*

Ce théorème a été complété 40 ans plus tard par Pierre COMON [3], qui a énoncé un des théorèmes fondamentaux de la séparation aveugle de sources, que nous présentons ici dans le cas où le nombre de sources est égal au nombre d'observées.

Théorème 1.2(Common-1994). *Soit \mathbf{s} un vecteur source de dimension N dont les composantes sont indépendantes et dont au plus une est gaussienne. Soit \mathbf{F} un opérateur linéaire inversible indépendant de temps. Alors la détermination de \mathbf{y} une approximation de \mathbf{s} revient à rendre indépendantes les composantes de l'observée \mathbf{x} , qui est alors déterminé à des indéterminations triviales près : un facteur d'échelle et des permutations.*

En se basant sur ces deux théorèmes, nous allons essayer de séparer les signaux en retrouvant la matrice inverse de \mathbf{F} . Nous nous intéressons principalement au facteur d'échelle pour éviter l'explosion d'algorithme ou la convergence vers 0, par contre à la permutation des composantes du vecteur \mathbf{y} qu'on suppose qu'elle sera réglée.

2.2 Information mutuelle et indépendance

Soit s le vecteur des sources mélangés par la matrice F . Soit alors $x = As$ nos observées. On suppose que la matrice de mélange F est carrée (autant de sources que d'observées) et inversible. On suppose aussi que les composantes du vecteur source sont indépendantes et qu'au plus une d'entre elles est gaussienne. Alors, selon le théorème 1.2 de COMMON, pour $y = Bx$, obtenir s (à des indéterminations d'échelle et de permutations près) revient à trouver G telle que les composantes du vecteur y soient indépendantes.

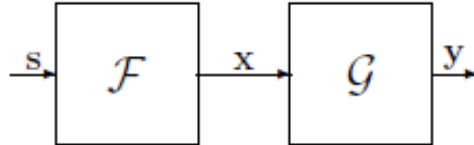


FIGURE 3 – Séparation de sources.

Un critère de calcul de l'indépendance d'un vecteur est l'information mutuelle de celui-ci :

Définition 2.1 (Information mutuelle). L'information mutuelle des variables aléatoires x_1, \dots, x_n est défini comme suit :

$$I(x) = \int p_x(\tilde{x}) \ln\left(\frac{p_x(\tilde{x})}{\prod_i p_{x_i}(\tilde{x}_i)}\right) d\tilde{x} \quad (1)$$

où $x = (x_1, \dots, x_n)$ et p représente la densité de probabilité.

L'information mutuelle peut aussi être exprimé par l'équation :

$$I(x) = \sum_i H(x_i) - H(x) \quad (2)$$

où $H(x) = - \int_x p_x(u) \ln(p_x(u)) du$ est l'entropie de Shannon.

Propriété 2.1. $\forall x, I(x) > 0$ et $I(x) = 0$ si et seulement si les composantes de x sont indépendantes.

Dès lors, pour rendre les composantes de y indépendants, il suffit de minimiser I , notamment par un algorithme de descente de gradient qu'on va calculer par la suite. Pour cela, on devra expliquer la notion des *fonctions score* (cf partie 2.3).

Remarque 2.1. Nous annonçons dès maintenant (cf Théorème 2.2) que I ne possède pas de minimum local, d'où l'importance d'un tel algorithme afin d'approcher un des points où I s'annule : l'algorithme de descente de gradient convergera bien vers un minimum global, nul. On notera qu'il est au moins atteint pour $G = F^{-1}$

2.3 Pénalisation

Après avoir défini un critère de calcul de l'indépendance des composantes de y , Mohammed El Rhabi [4] nous a proposé de résoudre le problème du facteur d'échelle en rajoutant à l'information un critère dit de *pénalisation* qui permet de faire en sorte qu'à chaque instant dans l'algorithme, $\|y\| = 1$.

Définition 2.2 (Information mutuelle pénalisée). On définit l'information mutuelle pénalisée, de paramètre de pénalisation λ :

$$J(\mathbf{y}) = I(\mathbf{y}) + \lambda \sum_{i=1}^N (\sigma_i^2 - 1)^2$$

où σ_i^2 est la variance de y_i .

Sachant qu'à tout instant, nous faisons en sorte d'avoir $E[y_i] = 0$, on a bien $\sigma_i^2 = E[y_i^2] = \|y_i\|^2$. La fonctionnelle J est positive et elle s'annule si et seulement si les composantes de \mathbf{y} sont indépendantes et que $\|y_i\| = 1$. Chercher à minimiser J répond donc bien au problème du facteur d'échelle.

2.4 Fonctions score

Dans cette section, nous définissons les fonctions score telles que Massoud BABAIEZADEH MALMIRI les a introduites [5]. Celles-ci seront utilisées pour calculer le gradient de l'information mutuelle pénalisée.

Définition 2.3 (Fonction score). De façon générale, on définit la fonction score d'une variable aléatoire scalaire par :

$$\psi_x = -\frac{d}{dx} \ln p_x(x) = -\frac{p_x'(x)}{p_x(x)}$$

Cela permet ensuite de définir deux fonctions score, qui ne s'appliquent plus à une variable aléatoire scalaire mais à un vecteur aléatoire \mathbf{x} :

Définition 2.4 (Fonction score marginal). La fonction score marginale d'un vecteur aléatoire (MSF) est le vecteur des fonctions score de chacune de ces composantes :

$$\psi_x(\mathbf{x}) = (\psi_1(x_1), \dots, \psi_N(x_n))$$

où

$$\forall i \in \llbracket 1; N \rrbracket, \psi_i(x_i) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \ln p_{x_i}(x_i) = -\frac{p'_{x_i}(x_i)}{p_{x_i}(x_i)} \quad (3)$$

Définition 2.5 (Fonction score conjoint). La fonction score conjointe d'un vecteur aléatoire (JSF) est le gradient de $-\ln p_x(\mathbf{x})$:

$$\varphi_x(\mathbf{x}) = (\varphi_1(\mathbf{x}), \dots, \varphi_N(\mathbf{x}))$$

où

$$\forall i \in \llbracket 1; N \rrbracket, \varphi_i(\mathbf{x}) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \ln p_x(\mathbf{x}) = -\frac{\frac{\partial}{\partial x_i} p_x(\mathbf{x})}{p_x(\mathbf{x})} \quad (4)$$

Ces deux définitions permettent alors de définir une dernière fonction score qui nous permettra de calculer le gradient de I :

Définition 2.6 (Fonction score différence). La fonction score différence (SFD) est la différence entre la MSF et la JSF :

$$\beta_x(\mathbf{x}) = \varphi_x(\mathbf{x}) - \varphi_x(\mathbf{x})$$

Un des intérêts principaux des fonctions scores se trouve dans la propriété suivante :

Propriété 2.2. *Les composantes d'un vecteur aléatoire \mathbf{x} sont indépendantes si et seulement si*

$$\beta_x(\mathbf{x}) = 0 \quad (5)$$

Maintenant que ces fonctions sont bien définies, nous pouvons déterminer le gradient de l'information mutuelle.

2.5 Gradient de l'information mutuelle

L'algorithme principal se base sur le théorème suivant afin de calculer le gradient :

Théorème 2.1 (Gradient de l'information mutuelle) Soit \mathbf{x} un vecteur aléatoire borné et Δ un vecteur aléatoire infinitésimal de même dimension. Alors :

$$I(\mathbf{x} + \Delta) - I(\mathbf{x}) = E[\Delta^T \beta_x(\mathbf{x})] + o(\Delta) \quad (6)$$

Remarque. Une première remarque à faire est que la similarité entre (6) et $f(\mathbf{x} + \Delta) - f(\mathbf{x}) = \Delta^T (\nabla f(\mathbf{x})) + o(\Delta)$ est l'origine de la dénomination de la SFD en tant que gradient stochastique de l'information mutuelle.

Comme annoncé dans la remarque 2.1, cela permet de démontrer le théorème suivant :

Théorème 2.2 . Soit x_0 un vecteur aléatoire tel que pour tout vecteur aléatoire infinitésimal Δ , $I(x_0) \leq I(x_0 + \Delta)$ Alors $I(x_0) = 0$. En d'autres termes I ne possède pas que des minima globaux.

2.6 Calcul du gradient

Puisque on travaille sur la matrice carrée \mathbf{G} et non pas sur le vecteur \mathbf{y} alors le gradient sera noté par $\frac{\partial}{\partial \mathbf{G}}$.

Théorème 2.3 (Gradient de l'information mutuelle pénalisée). Soit x un vecteur aléatoire fixé. \mathbf{G} la variable matricielle. $y = Bx$ de composantes centrées et $w(\mathbf{y}) = (w(y_1), \dots, w(y_N))^T$ avec $w(y_i) = 4(E[\sigma_i^2] - 1)y$. Alors le gradient de l'information mutuelle pénalisée s'écrit

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{G}} = E[\psi_y(y)\mathbf{x}^T] - \mathbf{G}^{-T} + \lambda E[w(y)\mathbf{x}^T] \quad (7)$$

Après le calcul de chaque composante du Gradient de l'information mutuelle pénalisée (7), on aboutit à la formule récursive suivante :

$$\mathbf{G}^{k+1} \leftarrow \mathbf{G}^k - \mu \frac{\partial J}{\partial \mathbf{G}}(\mathbf{G}^k)$$

3 Algorithme et validation expérimentale

3.1 Fonctionnement de l'algorithme

Menant plus avant notre projet, en se référant à un algorithme de séparation aveugle de source de la part de notre encadrant Monsieur Mohammed El Rhabi, l'équipe a travaillé sur l'élaboration du code en langage python étant donné sa flexibilité et la fluidité de sa syntaxe. Et après avoir réalisé cette étape importante, nous avons manipulé le code avec une série de tests qui reposent sur la modification des images-test d'une part, et la matrice de mélange d'une autre part.

La richesse du langage python rend notre programme applicable aussi bien à un signal sonore, ceci via l'appel des bibliothèques qui assurent cette fonctionnalité. La démarche est la même, cet algorithme se penche sur la méthode de descente de gradient indiqué dans le paragraphe " méthode et approche théorique ". Pour réaliser la séparation de deux signaux, notre programme commence par les transformer en deux listes, puis en crée des mélanges pondérés différemment. Et c'est à partir de ces mélanges qu'il restituera les signaux de départ en s'appuyant sur le processus de la minimisation de l'information mutuelle pénalisée autour duquel tourne la séparation aveugle de signaux.

3.2 Résultats

Premier Test

Dans un premier temps, nous avons pris deux images en noir et blanc. Puis nous avons réalisé deux mélanges différents avec les pondérations suivantes : (60% , 40%) et (40% , 60%). Enfin, notre code a fourni les deux images séparées après 1200 itérations.

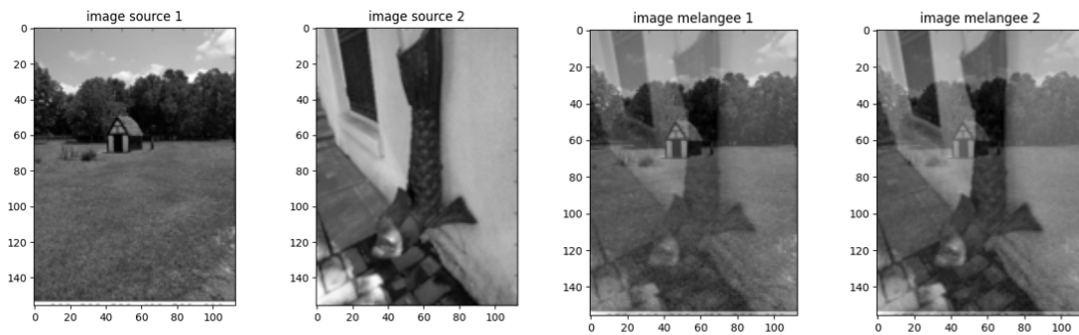


FIGURE 4 – Images sources + Images mélangées.

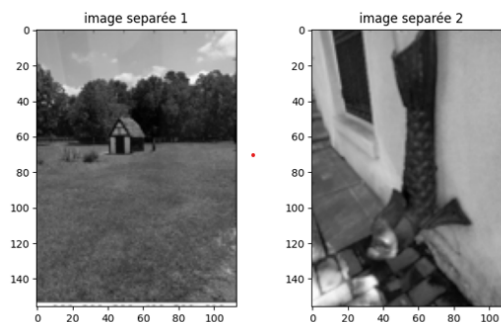


FIGURE 5 – Images séparées.

Pour vérifier l'efficacité de notre code, il est possible de calculer le rapport signal/bruit (RSN). Le test est bon dès que ce rapport dépasse 30.

Dans notre cas, le RSN de la première image séparée vaut 22,897, alors que le deuxième est 41,955.

Deuxième Test :

Dans ce deuxième test, nous allons adopté pour notre mélange la pondération suivante : (50% , 49.99%) et (49.99% , 50%).

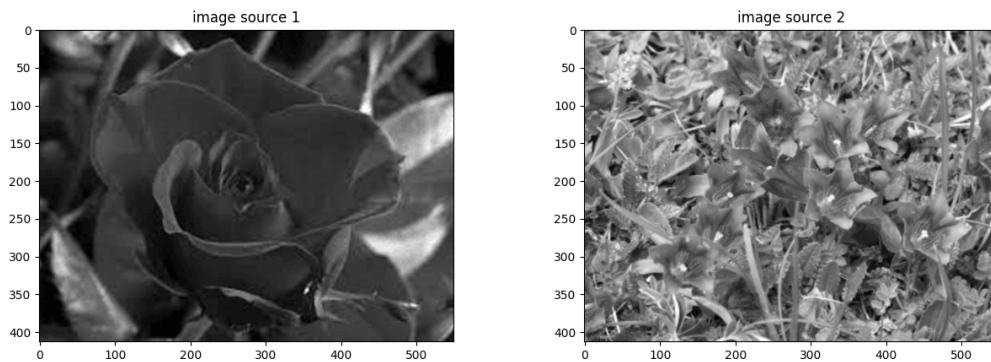


FIGURE 6 – Images sources.

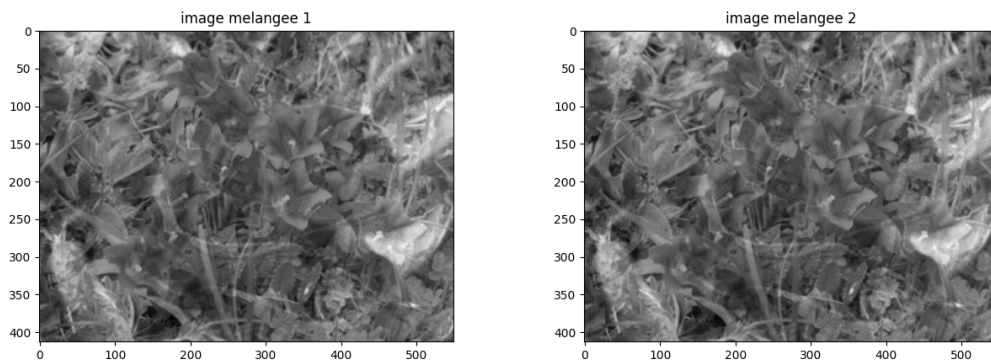


FIGURE 7 – Images mélangées.

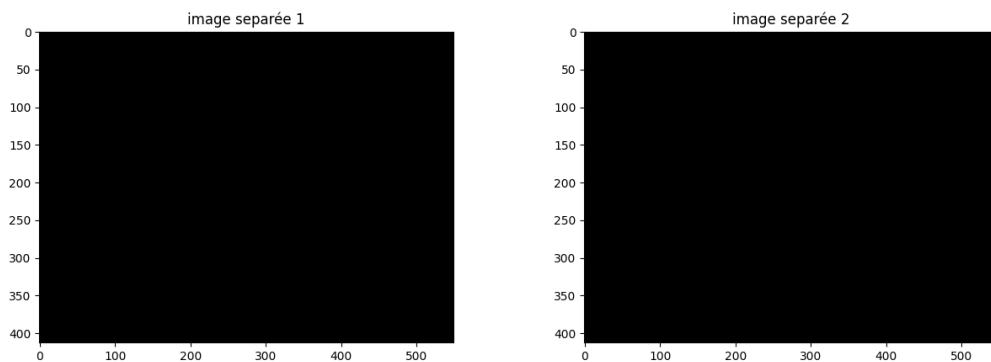


FIGURE 8 – Images séparées.

Il est clair que notre code n'est pas efficace pour notre deuxième mélange.

Conclusion :

Le programme fonctionne bien pour le premier test, contrairement au deuxième. En effet, la première matrice du mélange est inversible, ce qui a facilité la séparation, pourtant dans le deuxième cas elle est inversible mais mal conditionnée, ce qui a rendu la séparation difficile.

4 Applications

4.1 Musique : Séparer l'instrumental et les paroles

Il est important de construire son projet en se basant sur une idée ou une solution qui répond à un besoin donné, en tant que jeunes, nous avons orienté notre réflexion en nous intéressant à la musique qui construit sans doute un rituel de notre quotidien.

Pourtant, il arrive parfois qu'on aime uniquement la partie instrumentale d'une chanson sans s'entasser aux paroles et vice-versa, on a donc intérêt à séparer les deux parties et en construire notre propre mixage, on voit dans ce projet non seulement une manière de se former mais aussi une opportunité qui nous permettra d'inventer au monde une solution dont nous étions les principaux bénéficiaires.

Bien que nous avons saisi l'intérêt de la BSS vu qu'il donne de bons résultats de séparation, nous avons remarqué qu'il ne constituait pas la démarche appropriée à cet objectif vu que la BSS nécessite avoir deux entrées et donc deux signaux qui s'enregistrent en même temps. Notre histoire avec la musique n'est pas finie ici.

Notre histoire avec la musique n'est pas finie ici, en fait, notre encadrant M. EL RHABI nous a parlé du Machine Learning comme étant une autre manière de le faire. On espère avoir l'opportunité d'aborder ce point dans le futur et ainsi donner naissance à spliTune. D'autre part, la résolution d'un problème donné constitue le cœur du métier d'ingénieur. C'est ce que va aborder le paragraphe suivant.

4.2 Amphi : Enregistrer les conférences

En revanche, cet obstacle nous n'a pas freiné mais il nous a mené à réfléchir à d'autre application dans la vie pratique et pourquoi pas dans l'Ecole Centrale Casablanca. Par ailleurs, le choix final s'est porté sur un besoin tangible dans notre école. Il s'agit d'enregistrer les conférences et les cours magistraux.

En effet, la méthode BSS va servir au bout de cette application puisqu'elle isole le bruit de l'audience de la voix du conférencier pour un produit net sans déchet. Cela est afin d'alimenter la médiathèque de notre école. Sans oublier les élèves qui ne sont pas présents dans le campus pour des raisons sanitaires ou ils ne sont pas encore arrivés au Maroc. C'est le cas pour une dizaine de nos camarades.

Pour mettre en réalité cette idée il faut installer un système composé de capteurs sonores répartis dans l'Amphi, ainsi qu'un circuit piloté par une carte Raspberry qui s'occupera du traitement des différents signaux enregistrés durant la conférence. Cependant, pour réaliser un tel projet il faut d'abord commencer par une étude sur la position optimale des capteurs ainsi que le nombre minimal qu'il faut introduire pour perfectionner le travail avec un coût raisonnable.

Références

- [1] Gaël Koensgen, Fatima-Ezzahra Moukhtari, Hajar Fassi Fihri, Youssef Moustachir, Nezhah Najih. Blind source Separation Applied to the Monitoring Machines by Analysis of Cyclostationary Signals. 2022
- [2] Georges DARMOIS. Sur diverses propriétés caractéristiques de la loi de probabilité de Laplace-Gauss. Bull. Inst. Internat. Statist, 23(2) :79–82, 1951.
- [3] Pierre COMON. Independent component analysis, a new concept? Signal processing, 36(3) :287–314, 1994.
- [4] Mohammed EL RHABI, Guillaume GELLE, Hassan FENNIRI, and Georges DELAUNAY. A penalized mutual information criterion for blind separation of convolutive mixtures. Signal Processing, 84(10) :1979–1984, 2004.
- [5] Massoud BABAIEZADEH MALMIRI. On blind source separation in convolutive and nonlinear mixtures. PhD thesis, INP Grenoble, 2002.
- [6] Océane BERTHET, Antonin BERTHON, Grégoire BOUSSAC, Gaspard KEMLIN et Clément-Xavier RIQUE. SÉPARATION AVEUGLE DE SOURCES. PROJET D'INITIATION À LA RECHERCHE. ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES. 2016