ENSIMAG

PROJET GL

GL 59

# Extension TRIGO

# 1 Introduction

L'extension TRIGO est une continuation de ce projet dans le but d'implémenter des fonctions trigonométriques de base dans la bibliothèque standard Math. Le langage Deca impose quelques contraintes et obstacles qui

rendent un peu difficile l'implémentation de cette bibliothèque, en particulier la façon dont elle traite les flottants et la façon dont ils sont représentés en Deca. Notre objectif est de développer une bibliothèque Math avec au-

tant de fonctions que possible tout en se concentrant principalement sur la précision en tenant compte bien sûr de la syntaxe Deca.

## 1.1 Théorème d'approximation de Weierstrass

Soit f une fonction continue de $[a, b]$ dans $\mathbb{R}$.
Pour tout $\epsilon > 0$, il existe une fonction polynomiale p à coefficients réels telle que pour tout x dans $[a, b]$ :

$$|f(x) - p(x)| \leq \epsilon \tag{1}$$

toute fonction continue définie sur un intervalle fermé [a, b] peut être uniformément approchée d'aussi près que souhaité par une fonction polynomiale. Comme les polynômes font partie des fonctions les plus simples et que les ordinateurs peuvent évaluer directement les polynômes, ce théorème présente un intérêt à la fois pratique et théorique, notamment pour l'interpolation polynomiale.

# 2 Choix d'implémentation

## 2.1 Séries de Taylor

Ce sont bien les séries "naturelles" auxquelles on pense lorsqu'il s'agit d'approximations polynômiales .

$$cos(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$$

$$sin(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

## 2.2 Séries de Chebyshev

Les séries Taylor perdent leur précision en s'éloignant de 0 , on opte pour les séries de Chebyshev bien que les coefficients sont cette fois-ci plus compliqué à calculer.

$$sin(\alpha x) = 2\sum_{k=0}^{+\infty}(-1)^k J_{2k+1}(\alpha)T_{2k+1}(x)$$

$$cos(\alpha x) = 2\sum_{k=0}^{+\infty} J_{2k}(\alpha)T_{2k}(x)$$

où $T_n$ est le polynôme de Chebyshev de première espèce de degré n et $J_k$ la fonction de Bessel de première espèce.

# 3 Précision de l'implémentation

Lors de notre implémentation , nous essayons d'avoir la meilleure précision possible , pour cela on calcule à chaque fois l'erreur relative : $r = \frac{x-\bar{x}}{x}$ pour une valeur donnée en comparant avec la valeur du sinus déjà connue , et on compare avec l'ulp (unit of least preicsion) de la valeur obtenue.

# 4 Réduction ( En cours..)