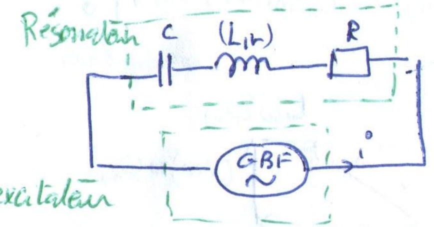
Oscillateur électrique forcé

RLC (oscillateur électrique)

- libre (sans générateur)
  - non amorti ($R=0$)
  - amorti ($R\neq 0$)
- forcé (avec générateur)



Q_1 : Déterminer l'éq différentielle en fonction de i :

D'après la loi des mailles : $u_C + u_L + u_R = u(t)$

$$\frac{q}{c} + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = u(t)$$

$$\boxed{L\frac{di}{dt} + (R+r)i + \frac{1}{c}\int i\,dt = u(t)}$$

Q_2 : faire la construction de Fresnel :

$i(t)$ et $u(t)$ sont deux fonctions sinusoïdales

$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$

$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$.

Rappel :

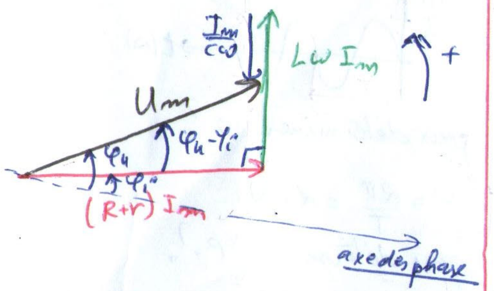
	amplitude	phase
dérivée	$\cdot\omega$	$+\frac{\pi}{2}$
primitive	$/\omega$	$-\frac{\pi}{2}$

$(R+r)\,i(t) = (R+r)I_m \sin(\omega t+\varphi_i) \longrightarrow \vec{V_1}\left|\begin{array}{l}(R+r)I_m\\ \varphi_i\end{array}\right.$

$L\frac{di(t)}{dt} = L\omega I_m \sin(\omega t+\varphi_i+\frac{\pi}{2}) \longrightarrow \vec{V_2}\left|\begin{array}{l}L\omega I_m\\ \varphi_i+\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$

$\frac{1}{c}\int i\,dt = \frac{I_m}{c\omega}\sin(\omega t+\varphi_i-\frac{\pi}{2}) \longrightarrow \vec{V_3}\left|\begin{array}{l}\frac{I_m}{c\omega}\\ \varphi_i-\frac{\pi}{2}\end{array}\right.$

$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) \longrightarrow \vec{V}\left|\begin{array}{l}U_m\\ \varphi_u\end{array}\right.$



D'après Pythagore : $U_m^2 = \left((R+r)I_m\right)^2 + \left(L\omega I_m - \frac{I_m}{c\omega}\right)^2$

$$U_m^2 = \left[(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{c\omega}\right)^2\right] I_m^2$$

donc $$\boxed{I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{c\omega}\right)^2}}}$$

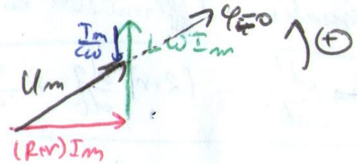
$$tg(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{\left(L\omega - \frac{1}{c\omega}\right)\cancel{I_m}}{(R+r)\cancel{I_m}}$$

Q_3 : faire les 3 cas de Fresnel :

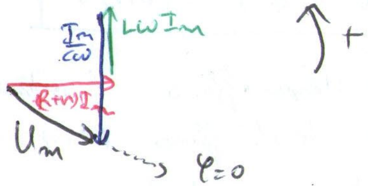
on a 3 cas de Fresnel, et souvent on prend $\varphi_i = 0$

1er cas : Circuit inductif : $L\omega > \frac{1}{c\omega}$;

$\omega > \omega_0$; $N > N_0$; $\varphi_u > \varphi_i$

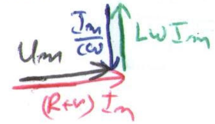


2ème cas : circuit capacitif : $L\omega < \frac{1}{c\omega}$; $\omega < \omega_0$; $N < N_0$; $\varphi_u < \varphi_i$



3ème cas : circuit résistif : c'est le plus important

$L\omega = \frac{1}{c\omega}$; $\omega = \omega_0$; $N = N_0$; $\varphi_u = \varphi_i$

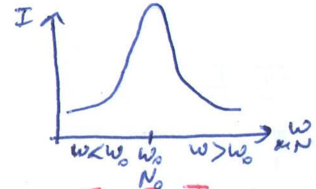


Définition : l'impédance : $Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{c\omega}\right)^2}$

Q_4 : Résonance d'intensité : circuit résistif

$L\omega = \frac{1}{c\omega}$; $\omega = \omega_0$; $N = N_0$; $\varphi_u = \varphi_i$

$$\boxed{Z = R+r}$$



C R I

à la Résonance d'intensité on parle de coefficient de surtension :

$$Q = \frac{U_{Lm}}{U_m} = \frac{L\omega_0 I_m}{U_m} = \frac{L\omega_0}{Z} = \frac{L\omega_0}{R+r}$$

$$Q = \frac{U_{Cm}}{U_m} = \frac{\frac{I_m}{c\omega_0}}{U_m} = \frac{I_m}{c\omega_0 U_m} = \frac{1}{c\omega_0(R+r)}$$

Q_5 : Calculer la puissance moyenne ?

$$\boxed{P = UI\cos(\Delta\varphi) = (R+r)I^2}$$

$U = U_{eff}$: tension efficace (voltmètre)

$I = I_{eff}$: intensité efficace (ampèremètre)

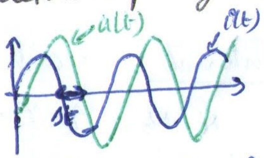
U_m : tension maximale

I_m : intensité maximale (oscilloscope courbe)

$$\boxed{\begin{array}{c} U_m = \sqrt{2}\,U \\ I_m = \sqrt{2}\,I \end{array}}$$

Astuces :

Q_1 : Calculer le déphasage $\Delta\varphi$?



$|\Delta\varphi| = \omega \cdot \Delta t$ décalage horaire

$|\varphi_u - \varphi_i| = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{?}$

par exemple : $|\varphi_u - \varphi_i| = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{6}$

$|\varphi_u - \varphi_i| = \frac{\pi}{3}$

$i(t)$ est en avance de phase par rapport à $u(t)$ (càd elle atteint son max avant)

$\varphi_i > \varphi_u \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i < 0$

$\Rightarrow \boxed{\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}}$.

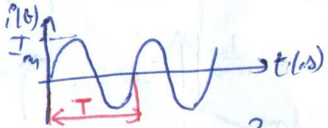
Q_2 : Identifier les deux courbes $u(t)$ et $u_R(t)$

$Z \geq R \iff Z I_m \geq R I_m \iff U_m \geq U_{Rm}$

donc l'amplitude la plus grande est $u(t)$

Q_3 : Déterminer $i(t)$; $u(t)$ .... ?

$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$



pour déterminer ω ?

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$

pour déterminer φ_i ?

d'après le déphasage $\underset{0}{\varphi_u} - \varphi_i = \dots$

par exemple, $\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3}$ donc $\boxed{\varphi_i = \frac{\pi}{3} \text{ rad}}$

Q_4 : Relation entre les phases ?

Rq. on a tjs $\varphi_q < \varphi_u$

$q(t)$ est en retard de phase par rapport à $u(t)$

$q(t) = C u_C(t)$: $u_C(t)$ et $q(t)$ sont en phase $\varphi_{u_C} = \varphi_q$

$i(t) = \frac{dq}{dt}$: $\varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2}$: $i(t)$ est en quadrature de phase % à $q(t)$

$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$: $\varphi_{u_L} = \varphi_i + \frac{\pi}{2}$: $u_L(t)$ est en quadrature de phase % à $i(t)$

Q_5 : construction de Fresnel en fonction de q

l'équation différentielle en fonction de q :

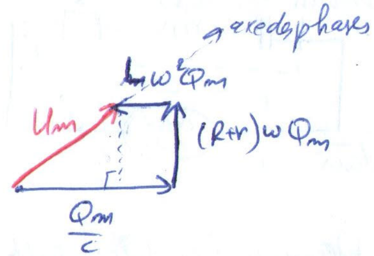
$$\boxed{L\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = u(t)}$$

$\frac{1}{C}q(t) = \frac{Q_m}{C}\sin(\omega t + \varphi_q) \rightarrow \vec{V_1} \left| \begin{array}{l} \frac{Q_m}{C} \\ \varphi_q \end{array} \right.$

$(R+r)\frac{dq}{dt} = (R+r)\omega Q_m \sin(\omega t + \varphi_q + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \vec{V_2} \left| \begin{array}{l} (R+r)\omega Q_m \\ \varphi_q + \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$

$L\frac{d^2q}{dt^2} = L\omega^2 Q_m \sin(\omega t + \varphi_q + \pi) \rightarrow \vec{V_3} \left| \begin{array}{l} L\omega^2 Q_m \\ \varphi_q + \pi \end{array} \right.$

$u(t) = U_m \sin(\omega t) \rightarrow \vec{V} \left| \begin{array}{l} U_m \\ 0 \end{array} \right.$



d'après Pythagore :

$$U_m^2 = ((R+r)\omega Q_m)^2 + \left(\frac{Q_m}{C} - L\omega^2 Q_m\right)^2$$

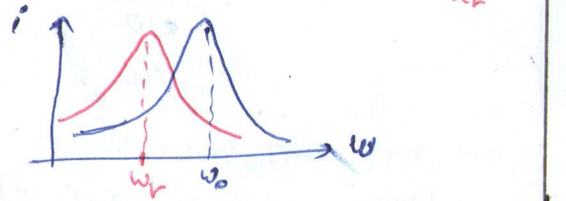
$$U_m^2 = \left[(R+r)^2\omega^2 + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2\right] Q_m^2$$

$$\boxed{Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2\omega^2 + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2}}}$$

Rq : Résonance

d'intensité : $\omega = \omega_0$

de charge : $\omega_r^2 = \omega_0^2 - \frac{(R+r)^2}{2L^2}$



B.M Takieddine
23390248