

# 「はじめての数論」の回答例

yassu

平成 28 年 12 月 26 日

## 1 第 1 章の回答例

**1.1** 以下のプログラムによって, 3, 4 番目の三角数は  $1225 = 35^2$ ,  $416 = 204^2$ .

有効な方法は分からない.

こんな数はたぶん無限にある.

### **1.2**

$$\begin{aligned}1 &= 1^2, \\1 + 3 &= 4 = 2^2, \\4 + 5 &= 9 = 3^2, \\9 + 7 &= 16 = 4^2, \\16 + 9 &= 25 = 5^2\end{aligned}$$

などとなるから

$$\sum_{j=1}^n (2j-1) = n^2$$

が予想される.

### **1.3**

三つ子素数は  $(3, 5, 7)$  に限ることを示す.

任意の自然数は  $3l, 3l+1, 3l+2 (l \in \mathbf{N})$  と表すことができる.

$(p, p+2, p+4)$  を三つ子素数とする. このとき, ある自然数  $l$  があって,  $p = 3l, 3l+1, 3l+2$  のいずれかで表される.

$l = 1$  のとき,  $(p, p+2, p+4) = (3, 5, 7)$  である.

$l \neq 1$  のとき,  $3l$  は素数ではないから,  $p = 3l+1$  もしくは  $3l+2$  と表される.

$p = 3l+1$  とすると,  $p+2 = 3l+3 = 3(l+1)$  となって, これは素数ではないから不敵.

$p = 3l + 2$  とすると,  $p + 2 = 3l + 4, p + 4 = 3l + 6 = 3(l + 2)$  となるから,  
 $p + 4$  は素数ではない.

以上によって, 三つ子素数は  $(3, 5, 7)$  に限る.