

「はじめての数論」の回答例

yassu

平成 29 年 2 月 15 日

6 第6章の回答例

6.1 (a) Step 1) $\gcd(6, 15) = 3$ であるから, $6x + 15y$ は 3 の倍数全体を動く.
よって, $6x + 15y = 3t$ とおき, まず

$$3t + 20z = 1 \quad (*)$$

の解 (t, z) を探す. ユークリッドの互除法より

$$20 = 3 \times 6 + 2 \quad (1)$$

$$3 = 2 \times 1 + 1 \quad (2)$$

$$2 = 1 \times 2. \quad (3)$$

$a = 3, b = 20$ とおくと (1) より

$$b = 6a + 2.$$

$$2 = b - 6a.$$

(2) より

$$a = b - 6a + 1$$

$$6a - b = 1.$$

よって, $(t, z) = (7, -1)$ が $(*)$ の解の一つである.

Step 2) 次に $6x + 15y = 3 \cdot 7 = 21$ すなわち

$$2x + 5y = 7$$

は $(x, y) = (1, 1)$ を解の一つとして持つ.

以上によって, $(x, y, z) = (1, 1, -1)$ が解の一つである.