- 2. 【現在までの研究状況】(図表を含めてもよいので、わかりやすく記述してください。様式の変更・追加は不可(以下同様))
  - ① これまでの研究の背景、問題点、解決方策、研究目的、研究方法、特色と独創的な点について当該分野の重要文献を挙げて記述してください。
  - ② 申請者のこれまでの研究経過及び得られた結果について、問題点を含め①で記載したことと関連づけて説明してください。 なお、これまでの研究結果を論文あるいは学会等で発表している場合には、申請者が担当した部分を明らかにして、それらの内容を記述してください。

申請者の研究対象は**団代数** (cluster algebra, クラスター代数) である.

(団代数とは) 団代数は [FZ1] において導入された, 団変数と呼ばれる生成元で生成される, 有理関数体の部分環である. 元々は Lie 理論から生まれた団代数であるが, 現在は多元環の表現論, 双曲幾何, 完全 WKB 解析など, 分野を問わずさまざまな数学において応用される重要な概念である.

**(団代数の例**  $(A_2$  型)) 正五角形の三角形分割を任意に一つ与えその 2 辺に対応する変数  $x_1, x_2$  を与える。これを初期時刻  $t_0$  の三角形分割とよぶことにする。初期時刻の三角形分割を,下図のように順番に対角線を異なる対角線に移すことによって変化させることを考える。それぞれの対角線に対応する変数を, $x_{i+2} = \frac{x_{i+1}+1}{x_i}$  で与える。これは,トレミーの定理(同一円周上の四角形の対辺同士の積の和と対角線の積は一致する)により導出される等式であることに注意する。このとき, $x_3 = \frac{x_2+1}{x_1}$ ,  $x_4 = \frac{x_2+x_1+1}{x_1x_2}$ ,  $x_5 = \frac{x_1+1}{x_2}$  であり, $x_6 = x_1$  で元に戻ってくる。

時刻 
$$t_0$$
  $t_1$   $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $t_5$   $t_6$   $t_1$   $t_5$   $t_5$   $t_8$   $t_8$ 

2 つの変数の組を**団**といい,団の各成分を**団変数**と呼ぶ.団から隣の団に移る変換のことを**変異**と呼ぶ(上図参照).団変数により生成される環  $A=\mathbb{Z}[x_1,\ x_2,\ \frac{x_2+1}{x_1}, \frac{x_2+x_1+1}{x_1x_2}, \frac{x_1+1}{x_2}]$  を  $(A_2$  型) **団代数**と呼ぶ.

**(研究の背景とその問題点)** 変異は団変数間の漸化式(上の例では  $x_{i+2} = \frac{x_{i+1}+1}{x_i}$ )によって定義されるが,一般に式が複雑で扱いにくい.その問題を解決すべく,[FZ2] は変異を各団に付随する C 行列,G 行列という 2 つの整数行列族と,各団変数に付随する F 多項式という多項式族を与えた.先の  $A_2$  型団代数には以下の行列と多項式が付随する:

時刻 
$$t_0$$
  $t_1$   $t_2$   $t_3$   $t_4$   $t_5$   $C 行列  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$   $G 行列 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$   $F$  多項式  $\begin{cases} F_{1;t} & 1 & u_1+1 & u_1+1 & u_2+1 & u_2+1 & 1 \\ F_{2;t} & 1 & 1 & u_1u_2+u_2+1 & u_1u_2+u_2+1 & 1 & 1 \end{cases}$$ 

逆に、この2つの行列族と1つの多項式族が与えられると、そこから**分離公式**と呼ばれる公式により、元となる団や団変数を復元することができる。これにより、変異の有理変換を考える代わりに、これら3つの変換を考える、という方法で変異の性質を調べることができるようになった。特に、C,G行列を考える利点として「団や団変数の性質を行列式や転置といった行列特有の操作を用いて調べることができる」という点が挙げられる。

**(申請者の研究と得た結果)** 申請者は上記の研究状況を踏まえ,F 多項式をC,G 行列と同じように行列特有の操作を用いた議論ができないかと考えた。そこで,団に付随するF **行列**を定義した。この行列は,団に含まれる団変数に付随するF 多項式の最高次数を行列の形に並べたものである。一例を挙げる.

団 
$$(x_{1;t}, x_{2;t})$$
 に対して 
$$\begin{cases} F_{1;t}(u_1, u_2) = u_1^{\alpha_1} u_2^{\alpha_2} + (低次項) \\ F_{2;t}(u_1, u_2) = u_1^{\beta_1} u_2^{\beta_2} + (低次項) \end{cases}$$
 のとき,  $F_t = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{bmatrix}$  と定める.

申請者の研究の1つは,このF行列が対応するF多項式たちを決定することを示すことである(**一意性予想**).この予想を申請者は部分的に解決した.

**定理 1** ([GY,G]). 点付曲面に付随する団代数,有限型団代数,階数 2 の団代数について,団に含まれる各団変数に付随する F 多項式たちは,F 行列により一意的に定まる.

(現在までの研究状況の続き)

そして、その具体的な対応を知るために次の F 多項式の復元問題を考える.

**問題 2.** 与えられた F 行列から、どのような手順で F 多項式を復元することができるか?

この問題を解決することにより、変異はC, G, Fの3つの行列族によって特徴づけられることがわかる。

## 団に含まれる F 多項式たち

最高次数の情報により定義 一意性予想、復元問題

団に付随するF行列

これについても、申請者が一意性予想が成り立つことが現在わかっている全ての場合を解決した:

**定理 3** ([GY,G]). 点付曲面に付随する団代数,有限型団代数,階数 2 の団代数について,F 行列から F 多項式を復元するアルゴリズムが存在する。

また、F 多項式を行列として捉えることにより、今まで見えてこなかった F 多項式の性質が見えてくることも期待される。これが申請者のもう 1 つの研究である。その一例として、申請者が証明した F 行列の双対性と呼ばれる性質がある。これは、F 行列の対称性を表す非常に興味深い結果である。

**定理 4** ([FG]). 初期時刻  $t_0$ , 時刻 t の F 行列の転置が, 初期時刻 t, 時刻  $t_0$  の F 行列と一致する.

これにより、変異が持つ双対性がより明確な形になった。現在、これを応用した F 行列のさらなる性質の解明について四川大学の Changjian Fu (傅 昌建) 氏と共同研究を進めている。

(参考文献) [FG] S. Fujiwara and Y. Gyoda, SIGMA 15 (2019), 040, 24pages.

[FZ1] S. Fomin and A. Zelevinsky, J. Amer. Math. Soc. 15 (2002), 497–529.

[FZ2] S. Fomin and A. Zelevinsky, Comp. Math. 143 (2007), 112–164.

[G] Y. Gyoda, arXiv:1904.00779 [math.RA].

[GY] Y. Gyoda and T. Yurikusa, arXiv:1902.09317 [math.CO].

#### 3. 【これからの研究計画】

## (1) 研究の背景

2. で述べた研究状況を踏まえ、これからの研究計画の背景、問題点、解決すべき点、着想に至った経緯等について参考文献を挙げて記入してください。

## (これからの研究計画の背景と着想の経緯)

本研究は、団代数の**変異の扱いやすい形での定式化**と、それによる**新たな性質の発見**を目標としている。現在申請者が特に注目しているのが、申請者自身が定義した F 行列の性質である.この行列は F 多項式を線形代数の文脈で扱えるようにという意図で定義したものである.この行列について実際に申請者は、行列式をとる、転置をとる、行列積を考える、といった行列操作によって、この F 行列が**双対性**を持つことを [FG] で示している.さらに [Y] により、点付曲面上の 2 つの三角形分割の交点の数を成分とする**交点行列**が F 行列と一致していることが明らかにされている.また、多元環の表現論による団代数の文脈では、団は台  $\tau$  傾加群と呼ばれる特別な加群に対応する.このとき、F 行列の列ベクトルと台  $\tau$  傾加群の次元ベクトルが一致することが知られている.

# (問題点と解決すべき点)

F行列から対応するF多項式が定まるかという問題(一意性予想)は,F行列がF多項式の本質的な情報となり得ているかという点において解決すべき問題である.現在,点付曲面から誘導される団代数,有限型団代数,階数2の団代数においてこの予想が正しいことが示されているが,一般の団代数の場合において成立するかどうかを調べる.団代数の応用という観点では,前述の点付き曲面や多元間の表現論におけるF行列の対応物を通して申請者の発見した定理を応用することを考える.一方,[GHKK] により導入され,団代数の聖地性予想の解決に用いられた散乱図形などにおいてどのような形でF行列が現れるかについてはまだわかっていない,そこで,まず散乱図形の文脈においてどのような形でF行列やF多項式が対応しているかを調べ,応用を模索する.そのほか,結び目理論,整数論などの団代数が応用される分野においてもまずF行列,F多項式がどのような形で現れるかを調べる.

(参考文献) [GHKK] M. Gross, P. Hacking, S. Keel, and M. Kontsevich, J. Amer. Math. Soc. 31 (2018), 497-608. [Y] T. Yurikusa, preprint, arXiv:1808.01567 [math.CO].

申請者登録名 行田康晃

- (2) 研究目的・内容 (図表を含めてもよいので、わかりやすく記述してください。)
  - ① 研究目的、研究方法、研究内容について記述してください。
  - ② どのような計画で、何を、どこまで明らかにしようとするのか、具体的に記入してください。
  - ③ 所属研究室の研究との関連において、申請者が担当する部分を明らかにしてください。
  - ④ 研究計画の期間中に異なった研究機関(外国の研究機関等を含む。)において研究に従事することを予定している場合はその旨を記載してください。

#### (研究目的)

本研究は大きく分けて(A) F 多項式,F 行列による団代数の性質の解明,(B) F 行列を介した団代数の他分野への応用,の 2 つの目的を持つ。

## (研究方針)

研究目的 (A) の達成のために、(1) 団代数における一意性予想やその他の予想の解決、また (B) に関して、(2) F 行列の他分野との関わりを考える。

# (研究内容と研究計画)

- (1) 団代数における一意性予想やその他の予想の解決
- •任意の団代数における一意性予想の解決を試みる。 [GY], [G] では点付曲面から誘導される団代数,有限型団代数,階数 2 の団代数について一意性予想が解決されているが,いずれも F 行列により団が一意的に定まることを示し,そこから系として F 多項式も一意的に決定されるという形で証明されている。そこで,団が一意的に定まることを示すのを目標として考察を行う。現在考えられる手法としては,まず F 行列の行列としての性質を用いて証明を行うというものがある。 [CHL] では,C 行列から団が一意的に定まることが線形代数を用いたシンプルな議論によって示されているので,この手法の類似で F 行列による団の一意性も示すことができないかを考える。
- F 行列の列ベクトルである f ベクトルは,団変数の分母ベクトルである d ベクトルと多くの場合に一致することが知られている.特に,階数 2 の団代数,有限型団代数については初期団変数以外の場合についてこの 2 つのベクトルが完全一致することを申請者の論文 [G] が明らかにしている.それ以外の団代数についても,d ベクトルで明らかにされている性質の類似が f ベクトルで成立することが予想されており,これらの問題の解決に取り組む.
  - (2) F 行列の他分野との関わり
- F 行列の多元環の表現との関わりを考える。申請者の論文 [G] において F 行列の列ベクトルと団変数の d ベクトルが有限型団代数,階数 2 の団代数において一致することを示したが,これは多元環の表現論において「台 $\tau$  傾加群の次元ベクトルと団代数の d ベクトルが一致する」ことに同値である。この視点において,申請者の結果 [G] は先行研究 [FK] を拡張したものである。また,F 多項式の一意性予想については「台 $\tau$  傾加群がそれらの直既約因子の次元ベクトルたちで一意的に決定される」ことと同値であり,この視点において申請者の論文 [G] は [R,FGL] といった先行研究の拡張となっている。このように,多元環の表現論側の問題を団代数の F 行列に関する問題に帰着させる,あるいは逆に団代数における問題を傾理論の問題に帰着させることにより,団代数の定理を多元環の表現論へ応用することを考える。
- 団代数と**結び目の不変量**であるジョーンズ多項式やアレキサンダー多項式との関連性が近年指摘されており、結び目の文脈での F 行列の応用についても考える。特に、アレキサンダー多項式については団変数から直接的に求める方法が [NT] などによりわかっている。この対応の過程で F 多項式とアレキサンダー多項式がどのように対応するかが判明しているため、これをもとに応用を模索していく。
- 整数論との関わりとして、特にマルコフ団代数の団変数の正規化がマルコフ=ディオファントス方程式  $x^2+y^2+z^2=3xyz$  の整数解に対応していることが知られている。この方程式には単一性予想と呼ばれる未解決問題があり、近年団代数を応用してこの問題を解決する動きが高まっている [CS]。この研究に F 行列を用いて新しいアプローチを与えることを試みる。

(参考文献) [CHL] P. Cao, M. Huang, and F. Li, preprint, arXiv:1704.07549 [math.RA]

[CS] Í. Çanakçı and R. Schiffler, preprint, arXiv:1711.02461 [math.CO]

[FGL] C. Fu, S. Geng, and P. Liu, preprint, arXiv:1705.10939 [math.RA]

[FK] C. Fu and B. Keller, Trans. Amer. Math. Soc. 362 (2010), 859–895.

 $[\mathrm{NT}]$ W. Nagai and Y. Terashima, ar<br/>Xiv:1812.02434  $[\mathrm{math.GT}]$ 

[R] C. M. Ringel, Adv. Math. 226 (2011), 1513–1537.

#### (3) 研究の特色・独創的な点

次の項目について記載してください。

- ① これまでの先行研究等があれば、それらと比較して、本研究の特色、着眼点、独創的な点
- ② 国内外の関連する研究の中での当該研究の位置づけ、意義
- ③ 本研究が完成したとき予想されるインパクト及び将来の見通し

# (研究の特色,着眼点,独創的な点)

本研究の特色は,多項式による漸化式により定義される団の変異を,C,G,F行列という **3つの行列で特徴付ける**という点である.従来のC,G行列とF多項式による特徴づけと比較すると,3つの要素が全て行列となっているため,有理変換である団変数の間の変異を行列の操作を用いて捉えることになる.さらにF行列を導入することの利点として,**行ベクトルの意味についても考察できるようになる**という点が挙げられる.1 つのF多項式の次数を考える,すなわちF行列の列ベクトルを個別に捉える研究は[FK]など過去にいくつかあるが,行ベクトルに意味を見出した研究は**申請者の論文**[FG]**が初めて**である.

## (研究の位置づけ、意義)

申請者の研究は,団代数の研究において扱いの難しかった F 多項式を扱いやすい F 行列に置き換えることで,**団代数理論の発展**と,**団代数の新しい形での応用**を促すものである。応用については特に,多元環の表現論,結び目理論,整数論といった方向への活用を見出す.

## (研究が完成したとき予想されるインパクト及び将来の見通し)

F 行列とF 多項式の対応関係の判明により,F 行列を用いた団代数研究の促進が起こる。それに伴って団代数の他分野への応用が進むと思われる。特に,多元環の表現論に関する問題を,団代数の文脈での問題に翻訳することで申請者の論文 [FG,GY,G] に挙げられるF 行列の性質を応用し,この分野の発展に貢献する。また,結び目理論における不変量であるアレクサンダー多項式と団変数の関係性に着目することで,結び目理論における研究を促進する。

#### (4) 年次計画

申請時点から採用までの準備状況を踏まえ、DC1申請者は $1\sim3$ 年目、DC2申請者は $1\sim2$ 年目について、年次毎に記載してください。元の枠に収まっていれば、年次毎の配分は変更して構いません。

# (申請時点から採用までの準備)

- 自分の研究結果の他分野における応用について、特に応用の目処が立ちそうな分散図形や多元環の表現論をより深く学び、習得する.
- 6月に RIMS で開催が予定されている研究集会「Cluster Algebras 19」に参加する。ポスターセッションで自らの研究結果 [FG] を報告し、他の研究者と意見交換を行い、自らの研究に役立てる。
- 9月の「日本数学会 2019 年度秋季総合分科会」に講演者として参加, [GY] または [G] の内容を発表し、国内の研究者と意見交換、交流を深める.
- 2 月に申請者が運営委員長を務める「第 3 回数理新人セミナー」を開催、若手研究者との交流を行う。 同時期に行われる若手研究者の集会である「代数若手会」「第 16 回数学総合若手研究集会 ~数学の交叉点~」などにも参加する予定である。
- 3 月の「日本数学会 2020 年度年会」に講演者として参加, Fu 氏との共同研究の内容を発表し, 国内の研究者と意見交換, 交流を深める.

## (1年目)

- 現在 Fu 氏と共に行なっている F 行列の性質に関する研究を進め、論文を執筆、論文誌に投稿する.
- 前年度に論文にした内容について引き続き研究集会に発表者として積極的に参加し、他の研究者の意見を聞くことで未解決な予想について情報収集を行う. 具体的に、国内の研究集会「Algebraic Lie Theory and Representation Theory」や国際的な研究集会「International Conference on Representations of Algebras」に参加し、他の研究者と意見交換を行い、自らの研究に役立てる.
- 一般の場合の F 多項式の一意性予想について、実際に [CHL] と類似の方法で解決を試みる。また、その応用を模索する。
- •一般の団代数について、f ベクトルと d ベクトルの類似性についての研究を進める。具体的には、有限型、階数 2 の団代数において [G] で得られた関係式を、一般の団代数の場合に拡張する。
  - 多元環の表現論や結び目理論との関係性を調べ、団代数理論を応用して新たな性質を発見する.

申請者登録名 行田康晃

#### (年次計画の続き)

• 前述の若手研究者の集会に再び参加、情報収集と交流を行う.

## (2年目)

該当なし.

- $\bullet$  団代数理論において、さらなる基礎定理を模索する。特に、F 行列とC 行列、G 行列との関係性についての研究を進め、分散図形による団代数の実現により得られている諸定理を、団代数理論の枠組みの中で解決することなどを模索する。
- 海外で行われる研究集会についても積極的に参加し、自分の定理について発表、意見交換を行い、自 分の研究に役立てる.
- $\bullet$  分散図形における F 多項式, F 行列の特徴づけを行い,既にわかっているこれらに関する諸定理を分散図形へ適用することを考える.
  - 団代数と結びついている整数論や数理物理、代数幾何などについても応用の可能性を模索する.
  - ここまでの研究成果を博士論文としてまとめ、提出する.

(3年目) (DC 2は記入しないでください。)

#### (5) 人権の保護及び法令等の遵守への対応

本欄には、研究計画を遂行するにあたって、相手方の同意・協力を必要とする研究、個人情報の取り扱いの配慮を必要とする研究、生命倫理・安全対策に対する取組を必要とする研究など法令等に基づく手続きが必要な研究が含まれている場合に、どのような対策と措置を講じるのか記述してください。例えば、個人情報を伴うアンケート調査・インタビュー調査、国内外の文化遺産の調査等、提供を受けた試料の使用、侵襲性を伴う研究、ヒト遺伝子解析研究、遺伝子組換え実験、動物実験など、研究機関内外の情報委員会や倫理委員会等における承認手続きが必要となる調査・研究・実験などが対象となりますので手続きの状況も具体的に記述してください。

なお、該当しない場合には、その旨記述してください。

- 4. 【研究成果】(下記の項目について申請者が<u>中心的な役割を果たしたもののみ</u>項目に区分して記載してください。その際、通し番号を付すこととし、該当がない項目は「なし」と記載してください。申請者にアンダーラインを付してください。論文数・学会発表等の回数が多くて記載しきれない場合には、主要なものを抜粋し、各項目の最後に「他○報」等と記載してください。 査読中・投稿中のものは除く)
- (1) **学術雑誌等(紀要・論文集等も含む)に発表した論文、著書**(査読の有無を区分して記載してください。査読のある場合、印刷済及び採録決定済のものに限ります。)

著者(申請者を含む全員の氏名(最大 20 名程度)を、論文と同一の順番で記載してください。)、題名、掲載誌名、発行所、巻号、pp 開始頁-最終頁、発行年をこの順で記入してください。

- (2) 学術雑誌等又は商業誌における解説、総説
- (3) 国際会議における発表(ロ頭・ポスターの別、査読の有無を区分して記載してください。)

著者(申請者を含む全員の氏名(最大 20 名程度)を、論文等と同一の順番で記載してください。)、題名、発表した学会名、論文等の番号、場所、月・年を記載してください。発表者に○印を付してください。(発表予定のものは除く。ただし、発表申し込みが受理されたものは記載しても構いません。)

- (4) 国内学会・シンポジウム等における発表
  - (3)と同様に記載してください。
- (5) 特許等 (申請中、公開中、取得を明記してください。ただし、申請中のもので詳細を記述できない場合は概要のみの記述で構いません。)
- (6) その他 (受賞歴等)

## (1) 学術雑誌 (紀要・論文集等も含む) に発表した論文、著書

- 1. S. Fujiwara and Y. Gyoda, Duality between initial-seed and final-seed mutations in cluster algebras, SIGMA, 15 (2019), 040, 24pages.
- (2) 学術雑誌等又は商業誌における解説・総説
- (3) 国際会議における発表
  - 2. <u>o</u> 行田康晃, "Duality between mutations and rear mutations in cluster algebras", McKay Correspondence and Noncommutative Algebra, 名古屋, 2018 年 11 月
  - 3. 。藤原祥吾, 。 <u>行田康晃</u>, "Duality for F-matrix", Cluster Algebras 2019 (ポスター発表), 京都, 2019 年 6 月
- (4) 国内学会・シンポジウムにおける発表
  - 4. 行田康晃, 団代数における F 行列の一意性, 数理新人セミナー, 京都, 2019 年 2 月
  - 5. 行田康晃, 団代数における F 行列の一意性, 代数学若手研究会, 東京, 2019 年 2 月
  - 6. 。行田康晃, 団代数における F 多項式の行列化, 数学総合若手研究集会北海道, 2019 年 3 月
  - 7. 藤原祥吾, 。行田康晃, 団代数における変異と後方変異の双対性, 日本数学会年会, 東京, 2019 年 3 月
  - 8. 行田康晃, F-matrices in cluster algebras, 環論表現論セミナー, 名古屋, 2019 年 5 月
- (5) 特許等

なし.

(6) その他

(現在査読中の論文)

- 9. Y. Gyoda and T. Yurikusa, F-matrices of cluster algebras from triangulated surfaces, arXiv:1902.09317 [math.CO].
- 10. Y. Gyoda, Relation between f-vectors and d-vectors in cluster algebras of finite type or rank 2, arXiv:1904.00779 [math.RA].

(高校生・学部生・一般向け講演)

- 11. 行田康晃, マルコフ数の単一性予想における最近の動向, 名古屋大学大学院多元数理科学研究科フレッシュマンセミナー, 名古屋, 2019 年 4 月
- 12.  $\circ$  行田康晃, $x^2+y^2+z^2=3xyz$  の整数解における 100 年予想とそのアプローチ,日本数学コンクールフォローアップセミナー「数理ウェーブ」,名古屋,2019 年 5 月

(受賞歴)

13. 多元数理論文賞, 名古屋大学大学院多元数理科学研究科, 2019 年

申請者登録名 行田康晃

# 5. 【研究者を志望する動機、目指す研究者像、自己の長所等】

日本学術振興会特別研究員制度は、我が国の学術研究の将来を担う創造性に富んだ研究者の養成・確保に資することを目的 としています。この目的に鑑み、申請者本人の研究者としての資質、研究計画遂行能力を評価するために以下の事項をそれぞ れ記入してください。

- ① 研究者を志望する動機、目指す研究者像、自己の長所等
- ② その他、研究者としての資質、研究計画遂行能力を審査員が評価する上で、特に重要と思われる事項(特に優れた学業成績、受賞歴、飛び級入学、留学経験、特色ある学外活動など)

# 1. 研究職を志望する動機,目指す研究者像,自己の長所等 (研究職を志望する動機)

申請者が研究職を志望する一番の動機は,自分の手で新しい定理を発見することによって数学の世界をより深く知りたいという,数学に対する純粋な興味である.申請者は小学生の頃に『数の悪魔』(エンツェンスベルガー著)を読み,無限という概念に対し強い興味を持った.その後,中学高校と進み数学を勉強するにつれて,数学の持つ奥深さや理路整然とした雰囲気に引き込まれるようになり,やがて数学の演習問題を解くことに没頭するようになった.大学に入り最先端の数学についての話を耳にする機会が多くなってくると,「自分で定理を発見することやその過程が,数学をさらに深く理解するために重要なのではないか」と考えるようになり,研究職を志望するに至った.

#### (目指す研究者像)

申請者は,他の研究者との交流を積極的に行う,幅広い視野を持った研究者を目指している。今日の数学は,代数,幾何,解析といった各分野が相互に影響しあって理論が構築されている。例えば申請者の研究領域においては,多元環の表現論やトーリック幾何の道具を用いて団代数の重要な問題が解決されたり,あるいは逆にこれらの分野へ団代数が応用されたり,ということが現に起こっている。よって,分野を問わずさまざまな研究者と意見交換を行い,自身の研究分野に関連づけて考察を試みることは研究を進める上で非常に有用な手段である。そのために,国内海外問わず多くの研究集会に参加し,他の数学者たちと情報を共有することが数学の発展を担う数学者にとって重要な責務であると考える。

## (自己の長所)

申請者の長所は、問題の解決能力はもちろん、研究対象の問題点を見つけ、それを解決するための具体的な方策を得る能力も有している点である。現在申請者が arXiv にあげている3本の論文は、予想、解決の両方を申請者自身が行ったものであるが、これは他者の研究結果から問題点を洗い出し、それを解決すべく独自に行列を定義して立てた予想の中から生まれたものである。このように、申請者は現在の研究対象が抱える問題を的確に把握し、それを解決するための指針を与えることができる。これは研究を行う上で「与えられた問題を解決する能力」と同等に必要とされる能力であり、この両方を持ち合わせている申請者は数学的課題の発見、解決の両方に大いに貢献できると自負している。また、この3本の論文のうち単著以外の2本は指導教員ではない研究者との共著論文である。さらに、現在海外の研究者とも共同研究を行なっており、近いうちにその結果を論文として発表する予定である。これは、申請者の研究内容が他の研究者にとっても興味深い対象であること、また他の研究者と情報を共有し、協力し合いながら問題を解決できることを示している。

## 2. 自己評価をする上で、特に重要と思われる事項

申請者は数学系のイベントに積極的に参加し、**研究者や後進となる学部生とのコミュニケーションを大切にしている**. 例えば、大学生協が主催する研究者志望の新入生向けのイベントにおいて研究者として講演を行ったり、所属する研究科が主催する高校生向けイベントにおいて講演を行っている. また、2020年2月に開催予定の研究集会である「第3回数理新人セミナー」では運営委員長として先頭に立って準備を進めている。また、先輩後輩問わず一緒にさまざまな自主セミナーを行い、彼らとの議論を通して日々知識を蓄え、数学的思考力を磨いている。このように、申請者は数学を通して様々な人と交流し、数学を心から楽しんでいる。この仲間を巻き込んで数学の奥深さを楽しむという姿勢は、数学の素晴らしさを世に伝え後続を育てるという、数学を研究する者としての使命に結びつくものであり、このような活動を積極的に行なっている申請者は数学の研究者となるにふさわしい人材であるといえる。

また、申請者の修士論文は 2018 年度**多元数理論文賞**を受賞し、申請者は 2019 年度に**研究科での採択枠が 1 つである**リサーチ・アシスタント(RA)に採択されている。これは、申請者の論文や活動が所属する研究科から評価されていることの証左である。