1. はじめに

高層建物の弾塑性地震応答解析を行う際には，低層建物を扱う場合に比して高次モードの影響が大きくなることが知られている．そのため，弾塑性地震応答のモード分解に関する研究は多数存在する．

弾塑性地震応答解析では架構の剛性が変化するため，それに伴ってモード形も時々刻々と変化する．

しかし，既往の研究では，計算の簡便化を図るためにモード形を固定してモード分解値を予測する手法がとられている．

この研究の目的は，応答値を増分毎に得られる真のモード形により分解することにより，モード分解値の解を求め，既往の研究によるモード分解値の妥当性を検討することである．

この論文ではとりわけ弾塑性応答解析プログラムの作成法について述べる．

1. 弾塑性応答解析プログラムの作成

既存の応答解析プログラムでは増分毎の固有値解析およびモード分解を行うことができない．そのため，それが可能なプログラムを作成した．以下にその方法を示す．

* 1. 構造物のモデル化

構造物の振動を解析するためには，構造物を解析可能な力学モデルに置き換えることが必要である．

ここでは各部材の質量を各節点に集中させる質点系モデルを用いて構造物をモデル化する．

例として２層１スパンのモデルを次に示す．

図2.1

* 1. 振動方程式

まず始めに，１質点系１自由度モデルの振動方程式について説明する．

図2.2

１質点系１自由度モデルの振動方程式は，質点の質量を，減衰定数を，剛性を，外力をとし，変位をとすると，図2.2より以下のように示される．

(2.2)式は，多質点系多自由度モデルにも適用することが出来る．その際には，(2.3)式に示すように，質点の質量を質量マトリクス，減衰定数を減衰マトリクス，剛性を剛性マトリクス，外力を外力ベクトル，変位を変位ベクトルとすればよい．

　各マトリクスの作成方法は後の章に示す．

* 1. 数値積分法

地震応答解析のための数値積分法にはNewmark-β法を用いた．以下にその方法をまとめる．

多質点多自由度モデルの振動方程式は，その外力ベクトルが次ステップの地震力増分と不釣合力であるとすると，次のように表すことができる．

ここに，：質量マトリクス，：減衰マトリクス，：剛性マトリクス，：次ステップの増分変位ベクトル，：次ステップの増分速度ベクトル，：次ステップの増分加速度ベクトル，：次ステップの地震力増分ベクトル，：不釣合力ベクトル,：地震加速度ベクトルである．

Newmark-β法では，次ステップの増分変位および増分速度は以下のように定式化される．

ここで，(2.5)式より，

(2.7)式を(2.6)式に代入すると，

ここで，(2.7)式，(2.8)式を以下のように書き換える．

ここに，である

(2.9)式，(2.10)式を(2.4)式に代入し，次ステップ変位増分 に注目して整理すると，

ここに，

である．

(2.11)式，(2.7)式，(2.8)式を用いることで，次ステップの増分変位，増分速度，増分加速度を順次に求めてゆく．

そして，次ステップの変位，速度，加速度は次のように示される．

* 1. 質量マトリクス

　各質点には３つの自由度が存在する．そのため各質点の質量をマトリクスは，各質点の質量に３行３列の単位行列を乗ずることで表す．

　質点iに関する質量マトリクスを以下に示す．

　ここに，：節点iに関する節点質量マトリクス，：節点iの質量である．

　また架構質量マトリクスは，対角成分に節点質量マトリクスを配置することで構成される．

　N質点の架構質量マトリクスを以下に示す．

　ここに，：N質点の架構質量マトリクス，：節点iに関する節点質量マトリクスである．

* 1. 剛性マトリクス

本プログラムでは部材を材端剛塑性バネモデルによりモデル化し，架構剛性マトリクスを構成した．以下にその方法を示す．

* + 1. 材端剛塑性バネモデル

材端剛塑性バネモデルでは，部材両端の曲げモーメントと回転角の関係は次のように示される．

ここに，：１端の曲げモーメント，：２端の曲げモーメント，：１端の回転角，：２端の回転角，：弾性バネ柔性，：１端の塑性バネ柔性，：２端の塑性バネ柔性である．

ここで，逆対称曲げモーメントを受ける部材を仮定すると(2.15)式は次のように書くことができる．

さらに，逆対称曲げモーメントを受ける材の材端バネ柔性をそれぞれ，とし，参考文献3)による式を適用すると，

ここに，：１端の材端バネの剛性低下率，：２端の材端バネの剛性低下率である．

(2.17)式より，(2.15)式は次のように書き換えられる．

(2.19)式に軸剛性の項を加えてまとめると，材端剛塑性バネの応力と変位の関係を表す式となる．

ここに，：軸力，：軸方向変形，：軸剛性である．

* + 1. 節点応力と節点変位への変換

次に(2.20)式における剛塑性バネの応力と変位を，剛域を考慮して節点での応力と変位に変換することを考える．

応力に関しては図2.3より，

図2.3

(2.21)式をまとめると，

ここに，

また，変位に関しては図2.4より，

図2.4

(2.23)式をまとめると，

(2.20)式，(2.22)式，(2.24)式より，部材座標系における部材端の応力と変位の関係式が導かれる．

* + 1. 座標変換

(2.25)式の変位と応力の関係は部材座標系によるものである．架構剛性マトリクスを構築するためには，部材座標系における変位と応力を全体座標系によるものに変換する必要がある．

応力に関しては図(2.5)より，

ここに，：全体座標系の応力，：部材座標系の応力，：部材座標系が全体座標系になす角である．

図(2.5)

(2.26)式をまとめると，

ここで，部材両端の応力を全体座標系に変換するマトリクスを考えると，

また，変位に関しては図(2.6)より，

ここに，：部材座標系の変位，：全体座標系の変位，：部材座標系が全体座標系になす角である．

図(2.6)

(2.29)式をまとめると

応力の場合と同様に，部材両端の変位を全体座標系に変換するマトリクスを考えると，

　ここで，(2.25)式，(2.28)式，(2.31)式より，全体座標系における部材端の応力と変位の関係式を得られる．

* + 1. 架構剛性マトリクス

架構剛性マトリクスは全体座標系の部材剛性マトリクスの重ね合わせにより構築される．

ここで，(2.32)式をi端とj端をもつ部材における関係式として一般化すると次のように表現できる．

架構剛性マトリクスの各要素はi行i列での総和を，i行j列での，j行i列での，j行j列での総和をそれぞれとることで得られる．架構剛性マトリクスを次式に示す．

* 1. 減衰マトリクス

減衰は初期剛性比例型とした．減衰マトリクスは，初期剛性マトリクスによる１次モードの減衰定数と固有振動数を用いて次のように表される．

ここに，：１次モードの減衰定数，：１次モードの固有振動数である．

* 1. 復元力特性

復元力特性には原点指向型モデルを用いた．

* + 1. 原点指向型モデル

原点指向型モデルは，トリリニアスケルトンカーブをもち，除荷・再載荷時は原点を通るのが特徴である．プレストレストコンクリート造の解析によく用いられる．

ここでは，原点指向型モデルの復元力特性の作成手順を説明する．

復元力特性を作成するにあたって，図(2.7)に示すような状態変数を定義する．は弾性勾配上にある状態を示し，は復元力が正かつひび割れ勾配上にある状態，は復元力が負かつひび割れ勾配上にある状態，は復元力が正かつ降伏勾配上にある状態，は復元力が負かつ降伏勾配上にある状態，は除荷勾配または再載荷勾配にある状態を示す．

図(2.7)

また，図(2.8)より，各勾配上の曲げモーメントは以下の式で与えられる．

図(2.8)

復元力特性の作成にあたって，状態変数に従って移動パターンを分類する．原点指向型モデルでは，次のような42ケースの移動パターンが考えられる．

に関して，

に関して，

に関して，

に関して，

に関して，

に関して，

①の場合

は弾性勾配上にある状態であり，図(2.8)に示すような移動パターンがある．

現ステップ

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

図(2.8)

移動ケース(1)の場合

　移動ケース(1)の場合，かつにとどまるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(2)の場合

　移動ケース(2)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(3)の場合

　移動ケース(3)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(4)の場合

　移動ケース(4)の場合，かつにとどまるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(5)の場合

　移動ケース(5)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(6)の場合

　移動ケース(6)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

②の場合

は正側ひび割れ勾配上にある状態であり，図(2.9)，図(2.10)に示すような移動パターンがある．

現ステップ

(7)

(8)

(9)

(10)

(11)

図(2.9)

現ステップ

(13)

(12)

図(2.10)

移動ケース(7)の場合

　移動ケース(7)の場合，かつにとどまるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(8)の場合

　移動ケース(8)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(9)の場合

　移動ケース(9)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(10)の場合

　移動ケース(10)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(11)の場合

　移動ケース(11)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(12)の場合

　移動ケース(12)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(13)の場合

　移動ケース(13)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

③の場合

は負側ひび割れ勾配上にある状態であり，図(2.11)，図(2.12)に示すような移動パターンがある．

(17)

(18)

(16)

(14)

(15)

現ステップ

図(2.11)

(19)

(20)

現ステップ

図(2.12)

移動ケース(14)の場合

　移動ケース(14)の場合，かつにとどまるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(15)の場合

　移動ケース(15)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(16)の場合

　移動ケース(16)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(17)の場合

　移動ケース(17)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(18)の場合

　移動ケース(18)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(19)の場合

　移動ケース(19)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(20)の場合

　移動ケース(20)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

④の場合

は正側降伏勾配上にある状態であり，図(2.13)，図(2.14)に示すような移動パターンがある．

(22)

(21)

現ステップ

(23)

(24)

図(2.13)

現ステップ

(25)

(26)

図(2.14)

移動ケース(21)の場合

　移動ケース(21)の場合，かつにとどまるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(22)の場合

　移動ケース(22)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(23)の場合

　移動ケース(23)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(24)の場合

　移動ケース(24)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(25)の場合

　移動ケース(25)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(26)の場合

　移動ケース(26)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

⑤の場合

は負側降伏勾配上にある状態であり，図(2.15)，図(2.16)に示すような移動パターンがある．

現ステップ

(27)

(28)

(29)

(30)

図(2.15)

(31)

(32)

現ステップ

図(2.16)

移動ケース(27)の場合

　移動ケース(27)の場合，かつにとどまるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(28)の場合

　移動ケース(28)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(29)の場合

　移動ケース(29)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(30)の場合

　移動ケース(30)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(31)の場合

　移動ケース(31)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(32)の場合

　移動ケース(32)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

⑥の場合

は除荷勾配または再載荷勾配上にある状態であり，図(2.17)，図(2.18)に示すような移動パターンがある．

現ステップ

(34)

(35)

(36)

(37)

(38)

(33)

図(2.17)

現ステップ

(39)

(40)

(41)

(42)

図(2.18)

移動ケース(33)の場合

　移動ケース(33)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(34)の場合

　移動ケース(34)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(35)の場合

　移動ケース(30)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(36)の場合

　移動ケース(36)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(37)の場合

　移動ケース(37)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(38)の場合

　移動ケース(38)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(39)の場合

　移動ケース(39)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(40)の場合

　移動ケース(40)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(41)の場合

　移動ケース(41)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

移動ケース(42)の場合

　移動ケース(42)の場合，かつとなるので，以下の条件が必要となる．

この場合，次ステップの曲げモーメントは次のように求められる．

* + 1. 不釣合力

ここでは，不釣合力ベクトルの作成法について記す．

復元力特性モデルにより剛性が変化するとき不釣合力が生じる．このプログラムでは次ステップでそれを解除する事で振動方程式の釣合を保つ．

図(2.14)に不釣合力の定義を示す．

図(2.14)

ここに，

：剛塑性バネの不釣合力，

，：剛性低下を生じる点の応力と変位，

：次ステップの見かけの応力，

：次ステップの真の応力である．

各部材端の剛塑性バネの不釣合力を全体座標系の不釣合力に変換し，質点ごとにまとめることで不釣合力ベクトルを作成する．

ここに，

：全体座標系の部材不釣合力，

：１端２端における剛塑性バネの不釣合力，

：部材１端における全体座標系の不釣合力，

，：部材２端における全体座標系の不釣合力，

：部材１端における全体座標系の不釣合力ベクトル，

：部材２端における全体座標系の不釣合力ベクトルである．

(2.36)式を，i端j端を持つ部材に対して一般化すると，

ここに，

： i端j端を持つ部材の次ステップで解除する不釣合力，

：i端の不釣合力，

：j端の不釣合力である．

不釣合力ベクトルは，i行での総和を，j行での総和をそれぞれとることで構成される．

ここに，：次ステップで解除する不釣合力である．

* 1. 固有値解析

減衰を質量や剛性に比例する形で仮定する場合，質量マトリクスと剛性マトリクスに関して次の式を満たす固有値と固有ベクトルが存在する．

ここに，：固有値（固有振動数の平方），：固有ベクトルである．

ここでは，固有値と固有ベクトルが存在する場合の，モード分解の方法について述べる．

* + 1. 展開定理

振動方程式より得られた変位，速度，加速度等は，固有ベクトルの定数倍を重ね合わせることで表すことができる．

ここに，

：モード分解されるベクトル，

：s次モードの固有ベクトル，

：s次モードの固有ベクトルに係る倍率

：モードマトリクス，

：モードマトリクスに係る倍率ベクトルである．

(2.40)式を固有ベクトルの直交性を利用して式変形すると以下のようになる．

(2.41)式を展開定理という．これによりモード分解に際しての固有ベクトルに係る係数を求めることができる．

* 1. 弾塑性応答解析のフロー

弾塑性応答解析のフローを以下にまとめる．

END

START

データの読み込み

質量マトリクスの組立て

数値積分による応答計算

初期剛性マトリクスの組立て

初期剛性マトリクスの固有値計算

減衰マトリクスの組立て

応答値のモード分解

部材端応力の計算

次ステップで解除する不釣合力の計算

次ステップの剛性マトリクスの計算

図(2.15)

1. 弾塑性応答解析プログラムの使用方法

付録に掲載するプログラムの使用方法を以下に示す．

* 1. 変数の定義
     1. 入力変数

表(3.1)から表(3.4)に入力変数の説明を記す．

表(3.1)　架構に関する入力変数

|  |  |
| --- | --- |
| NNODE | 節点数 |
| NMEMB | 部材数 |
| NRGDF | 剛床数 |

表(3.2)　地震加速度に関する入力変数

|  |  |
| --- | --- |
| STEP2 | 入力地震加速度の刻み時間（入力単位：） |
| EQK2 | 入力地震加速度（入力単位：） |

表(3.3)　節点に関する入力変数

|  |  |
| --- | --- |
| XNODE | 節点のX座標（入力単位：） |
| YNODE | 節点のY座標（入力単位：） |
| MASS | 節点質量（入力単位：） |
| ISUP | 節点の自由度（１：自由度有，２：自由度無） |

表(3.4)　部材に関する入力変数

|  |  |
| --- | --- |
| N1 | 部材１端の節点番号 |
| N2 | 部材２端の節点番号 |
| E | 部材のヤング係数（入力単位：） |
| A | 部材の断面積（入力単位：） |
| AI | 部材の断面２次モーメント（入力単位：） |
| RGD1 | 部材１端の剛域長さ（入力単位：） |
| RGD2 | 部材２端の剛域長さ（入力単位：） |
| MC | ひび割れモーメント（入力単位：，絶対値で入力） |
| MY | 降伏モーメント（入力単位：，絶対値で入力） |
| ALPY | 降伏時割線剛性の初期剛性に対する比（入力単位：） |

表(3.5)　剛床に関する入力変数

|  |  |
| --- | --- |
| AIRF | Ai分布 |

* + 1. 出力変数

　表(3.5)，表(3.6)に出力変数の説明を記す．

表(3.6)　応答値に関する出力変数

|  |  |
| --- | --- |
| DIS | 節点の応答変位（出力単位：） |
| VEL | 節点の応答速度（出力単位：） |
| ACC | 節点の応答加速度（出力単位：） |
| PM1 | 部材端の応力（出力単位：） |

表(3.7)　固有振動モードに関する出力変数

|  |  |
| --- | --- |
| SDIS | 節点の応答変位（出力単位：） |
| SVEL | 節点の応答速度（出力単位：） |
| SACC | 節点の応答加速度（出力単位：） |

* 1. 入力データの作成例

　入力ファイルはTXTファイル形式で作成する．以下に作成例を示す．

NNODE NMEMB NRGDF

節点番号 XNODE YNODE MASS ISUP(X方向) ISUP (Y方向) ISUP (回転方向)

部材番号 N1 N2 E A AI RGD1 RGD2

部材番号 MC(１端正側) MC(１端負側) MC(２端正側) MC(２端負側)

部材番号 MY(１端正側) MY(１端負側) MY(２端正側) MY(２端負側)

部材番号 ALPY(１端正側) ALPY (１端負側) ALPY (２端正側) ALPY (２端負側)

剛床番号 AIRF

6 6 3

1 0 0 0 0 0 0 1

2 0 6000 2500 1 0 0 2

3 0 12000 2500 1 0 0 3

4 6000 0 0 0 0 0 1

5 6000 6000 2500 1 0 0 2

6 6000 12000 2500 1 0 0 3

1 1 2 21000 360000 10800000000 0 300

2 4 5 21000 360000 10800000000 0 300

3 2 5 21000 180000 5400000000 300 300

4 2 3 21000 360000 10800000000 300 300

5 5 6 21000 360000 10800000000 300 300

6 3 6 21000 180000 5400000000 300 300

1 36000 36000 36000 36000

2 36000 36000 36000 36000

3 36000 36000 36000 36000

4 36000 36000 36000 36000

5 36000 36000 36000 36000

6 36000 36000 36000 36000

1 302500 302500 302500 302500

2 302500 302500 302500 302500

3 211800 141100 141100 211800

4 282500 282500 282500 282500

5 282500 282500 282500 282500

6 211800 141100 141100 211800

1 0.161 0.161 0.161 0.161

2 0.161 0.161 0.161 0.161

3 0.377 0.365 0.365 0.377

4 0.161 0.161 0.161 0.161

5 0.161 0.161 0.161 0.161

6 0.377 0.365 0.365 0.377

1 1

2 1

3 1.2

図(3.1)

**謝辞**

はじめに，本論文を作成するにあたり最大の御指導・御鞭撻を賜りました眞田靖士准教授に感謝の意を表します．

加えて，多角的な視点から多くの指摘を頂きました中澤祥二准教授をはじめ，眞田・松井・中澤研究室の先輩方・同輩たちにも感謝いたします．

また，修士前期課程の朝長拓也さんと滝内雄二さんには私の質問や相談に辛抱強く応えて頂いたことに感謝して止みません．

**参考文献**

1) 青山博之，上村智彦：マトリックス法による構造解析，培風館，341pp.，1988.2

2) 柴田明徳：最新耐震構造解析，森北出版，348pp.，2003.5

3) 梅村魁：鉄筋コンクリート建物の動的耐震設計法・続（中層編），技報堂出版，1982.12