

Instituto de Ciências Exatas e Informática Teoria dos Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães 2024/2 (Exercício)

Não vale ponto



+1/1/60+

QUESTÃO 1

Seja G=(V,E) um grafo não direcionado, e (G,W) um grafo ponderado nas arestas. Considere que os pesos das arestas são inteiros positivos e todos os valores são distintos. Analise as assertivas a seguir.

- 1. A árvore geradora mínima é única.
- 2. O menor caminho entre quaisquer dois vértices é único pois todos os pesos das arestas são distintos.
- A Os dois itens estão corretos.

C Somente o item (1) está correto.

B Nenhum dos itens está correto.

D Somente o item (2) está correto.

QUESTÃO 2

Seja G = (V, E) um grafo direcionado em que V é o conjunto de vértices e E é o conjunto de arestas.

- () Se G' = (V, E') em que $E' = \{(u, v) \mid (u, v) \notin E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- () Se G'=(V,E') em que $E'=\{(u,v)\mid (v,u)\in E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- () Se G' = (V, E') em que $E' = \{(u, v) \mid \text{ existe um caminho de tamanho menor ou igual a 2 de u para v em } E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- () Se G'=(V',E) em que V' é o conjunto de vértices em G que não são isolados então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- A Todas as afirmativas estão corretas.

C Há três afirmativas corretas.

B Há somente uma afirmativa correta.

D Há duas afirmativas corretas.

Questão 3

Seja o grafo não-direcionado G=(V,E). Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () K_n (grafo completo) O grafo completo K_n é regular para todos os valores de $n \ge 1$, já que o grau de cada vértice é n-1.
- () C_n (grafo ciclo) O grafo ciclo C_n é regular para todos os valores de $n \ge 3$, já que o grau de cada vértice é sempre 2.
- () W_n (grafo roda) O grafo roda W_n é regular apenas para n=3.
- () W_n (grafo roda) W_3 é isomorfo ao K_4 .

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

A F-F-F-V

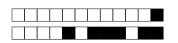
B V - V - V - V

CV - F - F - F

D F - F - V - F

Instituto de Ciências Exatas e Informática TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES 2024/2 (EXERCÍCIO)

Não vale ponto



+1/2/59+

QUESTÃO 4

Seja um grafo não-direcionado e não-ponderado G. Seja uma busca em largura de G a partir de um vértice r. Sejam d(r, u) e d(r, v) os comprimentos dos caminhos mais curtos de r para u e v, respectivamente, em G. Se u for visitado antes de v durante a busca em largura, qual das seguintes afirmações está correta?

$$|A| d(r,u) \le d(r,v)$$

$$\boxed{\mathbf{B}} d(r,u) \geq d(r,v)$$

$$\boxed{\mathsf{C}} \ d(r,u) > d(r,v)$$
 $\boxed{\mathsf{D}} \ d(r,u) < d(r,v)$

$$\boxed{\mathbf{D}} d(r, u) < d(r, v)$$

QUESTÃO 5

Seja G = (V, E) um grafo não-direcionado, e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

- 1. Supondo que todos os pesos das arestas são diferentes, a árvore geradora mínima de G e o a árvore geradora com bottleneck mínimo são iguais.
- 2. Achar uma árvore geradora mínima em G pode ser revolvido por meio da solução de um problema de árvore de Steiner quando o critério de otimização é a minimização da soma dos pesos das arestas e os terminais são iguais a V.
- 3. Seja $T \subseteq G$ uma árvore geradora mínima de G. Sejam dois vértices $u \in V$. Achar o menor caminho entre $u \in V$ em Gé equivalente a encontrar o menor caminho entre u e v em T.

A Somente o item (3) está correto.

C Há somente dois itens corretos.

B Somente o item (2) está correto.

D Nenhum dos itens está correto.

QUESTÃO 6

Seja G = (V, E) um grafo não-direcionado e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

- 1. G tem uma única árvore geradora mínima se não houver duas arestas em G com o mesmo peso.
- 2. G tem uma única árvore geradora mínima se, para cada corte de G, existe uma aresta de peso-mínimo cruzando o corte.

A Somente o item (1) está correto.

C Os dois itens estão corretos.

B Nenhum dos itens está correto.

D Somente o item (2) está correto.



Instituto de Ciências Exatas e Informática Teoria dos Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães 2024/2 (Exercício)

Não vale ponto



+1/3/58+

QUESTÃO 7

Considere um grafo não-direcionado G com vértices $\{a,b,c,d,e,f,g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () O algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo é baseado na escolha dos vértices de menor grau.
- () Seja o algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo baseado na escolha dos vértices de menor grau. Pode-se afirmar que este algoritmo sempre terá a resposta ótima quando todos os graus forem diferentes.
- () Considere que G seja um grafo bipartido em que há 2 vértices em um conjunto e 4 vértices no outro conjunto. Podemos afirmar que o conjunto independente máximo de G será igual a 4.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

- A Todas as assertativas são verdadeiras.
- B Há somente duas assertativas verdadeiras.
- C Todas as assertativas são falsas.
- D Há somente uma assertativa verdadeira.

QUESTÃO 8

Seja G=(V,E) em que $V=\{a,b,c,d\}$ e $E=\{\{a,b\},\{a,d\},\{b,c\},\{c,d\},\{b,d\}\}$. Quantas árvores geradoras mínimas existem no grafo G?

A 7

B 16

C 3

D 8



Instituto de Ciências Exatas e Informática Teoria dos Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães 2024/2 (Exercício)

Não vale ponto



+1/4/57+

QUESTÃO 9

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () Um grafo não direcionado e sem ciclos não possui vértices com grau de entrada zero.
- () Seja um grafo G = (V, E), se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V; (ii) u e v são chamados de vértices adjacentes.
- () Seja um grafo G=(V,E), se $e=\{u,v\}$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V; (ii) u e v são chamados de vértices vizinhos.
- () Seja um grafo G=(V,E), se e=(u,v) é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u é predecessor de v; e (ii) v é sucessor de u;.
- () Seja um grafo G=(V,E), se todo vértice $u\in V$ é vizinho a todo vértice $v\in V$, então G é chamado de grafo completo.
- () O número de arestas de uma árvore geradora mínima de 10 vértices é igual a 10.
- () Um grafo G = (V, E) é chamado grafo nulo se $E = \emptyset$.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

$$A$$
 $V-F-F-V-V-F-F$

$$C$$
 $F-V-V-V-F-F-V$

$$\boxed{B}$$
 $V-F-V-F-V-F$

$$D$$
 $F-V-F-F-V-V$

Questão 10

Seja o grafo não-direcionado G = (V, E) em que $V = \{a, b, c, d, e\}$ e

$$E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{a, d\}, \{c, e\}\}$$

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () O vértice "e" é um vértice pendente
- () O vértice "d" é um vértice pendente
- () O vértice "a" é um vértice de corte
- () O vértice "c" é um vértice de corte
- () Já um caminho entre os vértices "a" e "e"
- () G é um grafo regular

$$A F - V - F - F - F - V$$

$$C$$
 $F-F-V-V-F-F$

$$BV-V-V-F-V-V$$



Instituto de Ciências Exatas e Informática Teoria dos Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães 2024/2 (Exercício)

Não vale ponto



+1/5/56+

QUESTÃO 11

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a,b,c,d,e\}$. No grafo G, cada aresta tem peso distinto. A aresta $\{c,d\}$ é a aresta com peso mínimo e a aresta $\{a,b\}$ é a aresta com peso máximo. Então, qual das afirmações a seguir é falsa?

- \overline{A} Nenhuma árvore geradora mínima contém $\{a, b\}$.
- [B] Se $\{a,b\}$ estiver em uma árvore geradora mínima, então sua remoção deve desconectar G
- C G tem uma árvore geradora mínima única.
- D Toda árvore geradora mínima de G deve conter $\{c, d\}$.

QUESTÃO 12

Seja G um grafo não-direcionado ponderado e e uma aresta com peso máximo em G. Suponha que haja uma árvore geradora de peso mínimo em G contendo a aresta e. Qual das seguintes afirmações é sempre VERDADEIRA?

- \overline{A} Existe um cut-set em G com todas as arestas de peso máximo.
- B Existe um ciclo em G com todas as arestas de peso máximo.
- |C| A aresta e não pode estar contida em um ciclo.
- |D| Todas as arestas em G têm o mesmo peso.

QUESTÃO 13

Considere as seguintes afirmações.

- () Não existe grafo simples, conexo e não direcionados com 80 vértices e 77 arestas.
- () Todos os vértices de um grafo de Euler (possui ciclo euleriano) possuem grau par.
- () Todo grafo simples, acíclico, conexo e não direcionado com 50 vértices tem, no mínimo, dois vértices de grau 1.
- () Existe um grafo bipartido com mais que 10 vértices com conjunto independente de tamanho máximo igual a 2.
- A Todas as afirmativas estão corretas.

C Há duas afirmativas corretas.

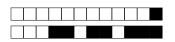
B Há somente uma afirmativa correta.

D Há três afirmativas corretas.



Instituto de Ciências Exatas e Informática Teoria dos Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães 2024/2 (Exercício)

Não vale ponto



+1/6/55+

QUESTÃO 14

Seja o grafo não-direcionado G=(V,E). Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () Um grafo direcionado é fortemente conexo se há um caminho de um vértice u para outro vértice v ou de v para u.
- () Um grafo não direcionado é conexo se houver caminho entre quaisquer par de vértices.
- () Em um grafo completo com 10 vértices (nomeado de A a J), o número total de circuitos hamiltonianos que iniciam em A é 10!.
- () Se um grafo possui um caminho (aberto) hamiltoniano então é possui um caminho (aberto) euleriano.
- () Se um grafo possui um caminho (aberto) euleriano então ele possui um caminho (aberto) hamiltoniano.
- () Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo hamiltoniano.
- () Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo euleriano.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

$$\boxed{A} \quad F - V - F - F - F - V - V$$

$$CV - F - V - V - V - F - F$$

$$\boxed{\mathbf{B}}$$
 $\mathbf{F} - \mathbf{V} - \mathbf{F} - \mathbf{F} - \mathbf{F} - \mathbf{F} - \mathbf{V}$

QUESTÃO 15

Em um grafo não-direcionado e conexo, uma ponte é uma aresta cuja remoção desconecta grafo. Qual afirmação é verdadeira?

- A Um grafo com pontes não pode ter um ciclo.
- B Uma ponte não pode ser parte de um ciclo simples.
- C Uma árvore não tem pontes.
- D Toda aresta de um clique de tamanho maior ou igual a 3 é um ponte.



Instituto de Ciências Exatas e Informática TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES 2024/2 (EXERCÍCIO)

Não vale ponto



+1/7/54+

QUESTÃO 16

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for um conjunto independente máximo, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é completo.
- () Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for uma cobertura de vértices mínima, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é completo.
- () Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for uma cobertura de vértices, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é nulo.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

$$A V - V - V$$

$$BV-F-V$$

$$C$$
 $F-V-F$

$$D F - F - V$$

QUESTÃO 17

Seja G = (V, E) um grafo direcionado e (G, W) um grafo ponderado sendo $W : V \mapsto \mathbb{Z}^+$. Como alterar o algoritmo de Dijkstra para encontrar o menor caminho de um vértice s para todos os vértices do grafo? As menores distâncias serão armazenadas em um vetor d.

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- () Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v, quando há uma aresta de u para v, para d[v] = v $\min\{d[v], d[u] + w(v)\}.$
- () Não alterar a distância inicial atribuída para s.
- () Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v, quando há uma aresta de u para v, para d[v] = v $\min\{d[v], d[v] + w(u)\}.$
- () Os valores iniciais das distâncias para todos os vértices, exceto o primeiro, será igual à ∞ .

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

$$AV-V-F-F$$

$$B V - F - F - V$$

$$D F - F - V - F$$