Questão 1 (15 %)

Considerando um grafo não-direcionado simples $G = (V, E)$ com 11 vértices e 6 componentes, responda e justifique as seguintes questões:

15

a) (4 %) É possível que esse grafo possua 05 arestas? 5.

$\frac{m - c(m-c+1)}{2}$ $m - c$

b) (5 %) É possível que a soma de graus de todos os vértices seja igual a 12?

$\frac{11 - 6(11-6+1)}{2}$ $11 - 6 = 5$

c) (6 %) É possível que a soma de graus de todos os vértices seja maior que 100?

Questão 2 (50 %)

Seja um grafo G com o seguinte conjunto de vértices $\{A, B, C, D, E, F\}$ e representado pela seguinte matriz de adjacência

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1
E	0	1	0	1	0	0
F	0	0	1	0	0	0

A → B → D
B
C → A
D → C → F
E → B → D
F → C

Responda e justifique as seguintes questões:

4 a) (4 %) Ilustre visualmente o grafo G.

5 b) (5 %) Qual o fecho transitivo direto do vértice A?

6 c) (6 %) Qual o fecho transitivo inverso do conjunto de vértices $\{B, F\}$?

18 d) (20 %) Encontre os componentes fortemente conexos de G explicando as etapas do algoritmo que você utilizou? Por que seu algoritmo funciona? → transposto

12 e) (15 %) Encontre a anti-base no grafo G. Como seria um algoritmo para identificar uma anti-base em um grafo qualquer? Sua solução funciona para quais tipos de grafos?

Questão 3 (35 %)

Diâmetro em grafos:

15 a) (15 %) Forneça um algoritmo (passo a passo) para calcular o diâmetro de um grafo não-direcionado. Apresente um exemplo que ilustre cada uma das etapas do método descrito.

15 b) (20 %) Seja G um grafo direcionado e fortemente conexo, forneça um algoritmo (passo a passo) para calcular o diâmetro em G. Apresente um exemplo que ilustre cada uma das etapas do método descrito. Discorra sobre o que ocorre se G não for fortemente conexo.

diâmetro maior excentricidade

Questão 1 (20

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado e não ponderado.

5 a) (10 %) Discorra sobre conectividade em grafos direcionados. Apresente todos os tipos de grafos além de indicar sobre identificá-los.

1 b) (10 %) Caso G não seja desconexo, projete um algoritmo para identificar os componentes fortemente conexos de G

Questão 2 (20 %)

0 Discorra sobre subgrafo e subgrafo induzido. Apresente exemplos de ambos os conceitos.

Questão 3 (30 %)

1 Um *caminho crítico* é determinado pela identificação do maior período de atividades dependentes, além da consideração do tempo mínimo necessário para a realização de todas as tarefas (ou atividades). Uma aplicação interessante deste problema é a identificação do número mínimo de períodos para que um aluno possa se formar considerando todas as disciplinas de seu curso. Cumpre ressaltar que disciplinas que não estão na linha de pré-requisitos podem ser feitas em paralelo. **Modele** o problema do caminho crítico em grafos e **projete** um algoritmo para identificá-lo. Além disto, ilustre *um exemplo da sua modelagem.*

Questão 4 (30 %)

1 A capacidade mínima de um caminho em um grafo ponderado é definida como o peso da aresta de menor peso do caminho. O problema de *Widest path* é um definido como um problema de encontrar, entre dois vertices especificados em um grafo ponderado, um caminho que maximize o peso dentre todas as capacidades mínimas (dos caminhos) do grafo. Este problema também é conhecido como *problema de caminho de capacidade máxima*. Projete uma solução para resolver o problema de caminho entre dois vértices que maximize o peso da aresta de peso-mínimo no caminho. Apresente uma instância do problema com uma solução.

max =>

Questão 1 (20 %)

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado e não ponderado.

8 a) (10 %) Discorra sobre conectividade em grafos direcionados. Apresente todos os tipos de grafos além de indica sobre identificá-los.

0 b) (10 %) Caso G não seja desconexo, projete um algoritmo para identificar os componentes fortemente conexos de G

Questão 2 (30 %)

Seja um grafo G com o seguinte conjunto de vértices $\{A, B, C, D, E, F\}$ e com a seguinte ponderação nas arestas.

	A	B	C	D	E	F
A	0	~~6~~	~~9~~	~~11~~	15	~~9~~
B	6	0	~~13~~	~~3~~	~~1~~	~~2~~
C	9	13	0	~~10~~	~~4~~	~~4~~
D	11	3	10	0	~~5~~	6
E	15	~~1~~	4	~~5~~	0	~~2~~
F	9	~~2~~	4	~~6~~	~~2~~	0

10 a) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Kruskal, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritmo de Kruskal (mostre o passo-a-passo de sua solução)

10 b) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Prim, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritm de Prim iniciando em F (mostre o passo-a-passo de sua solução)

5 c) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Dijkstra, além disto, encontre o menor caminho de F para todos os vértice em G usando o algoritmo de Dijkstra.

Questão 3 (25 %)

25 Explique, em detalhes, como calcular o fluxo máximo de uma rede. Apresente um exemplo que ilustre cada uma da etapas do algoritmo descrito.

Questão 4 (30 %)

5 A capacidade mínima de um caminho em um grafo ponderado é definida como o peso da aresta de menor peso do caminh Sejam dois vértices quaisquer do grafo, projete uma solução para resolver o problema de caminho de capacidade máxim entre estes vértices. Apresente uma instância do problema com uma solução.

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas e Informática
Dpto de Ciência da Computação – Ciência da Computação
Teoria dos Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães
2021/2 (Prova 2)

Aluno: Total da Prova: _____/ 100 %

Questão 1 (20 %)

Seja $G = (V, E)$ um grafo e N seu nome. Considere que os vértices do grafo sejam as letras do seu nome (caso haja letras iguais, mantenha a primeira ocorrência da letra e substitua as restantes pela letra seguida de um número). Por exemplo, $V = \{\{s\}, \{i\}, \{l\}, \{v\}, \{i1\}, \{o\}\}$

a) (10 %) Defina grafo completo, e mostre como ficaria o conjunto de arestas de G caso ele seja completo. Qual seria o número de arestas de um grafo completo de n vértices (apresente a fórmula)?

b) (10 %) Se G um grafo não-direcionado e completo. Defina grafo complementar, e mostre como ficaria o conjunto de arestas do grafo complementar de G. Qual seria o número de arestas de um grafo complementar G contendo n vértices?

Questão 2 (30 %)

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado e não ponderado.

a) (15 %) Discorre sobre conectividade em grafos direcionados. Apresente todos os tipos de grafos além de indicar sobre identificá-los.

b) (15 %) Caso G não seja desconexo, projete um algoritmo para identificar os componentes fortemente conexos de G

Questão 3 (30 %)

Seja um grafo G com o seguinte conjunto de vértices $\{A, B, C, D, E, F\}$ e com a seguinte ponderação nas arestas.

	A	B	C	D	E	F
A	0	6	9	11	15	9
B	6	0	13	3	1	2
C	9	13	0	10	4	4
D	11	3	10	0	5	6
E	15	1	4	5	0	2
F	9	2	4	6	2	0

a) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Kruskal, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritmo de Kruskal (mostre o passo-a-passo de sua solução)

b) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Prim, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritmo de Prim iniciando em F (mostre o passo-a-passo de sua solução)

c) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Dijkstra, além disto, encontre o menor caminho de F para todos os vértices em G usando o algoritmo de Dijkstra.

Questão 4 (20 %)

Discorra sobre subgrafo e subgrafo induzido. Apresente exemplos de ambos os conceitos.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

INSTRUÇÕES

A prova terá duração de 100 minutos com uma pontuação de 100%.

Nenhum material auxiliar é permitido. O uso de equipamentos eletrônicos é proibido.

Todas as questões só possuem uma resposta correta, e valem o mesmo valor.

Na folha de respostas, preencha totalmente sem ultrapassar as linhas, usando CANETA, o quadrado referente à sua resposta.

QUESTÃO 1

Seja um grafo não-direcionado e não-ponderado G. Seja uma busca em largura de G a partir de um vértice r. Sejam $d(r, u)$ e $d(r, v)$ os comprimentos dos caminhos mais curtos de r para u e v, respectivamente, em G. Se u for visitado antes de v durante a busca em largura, qual das seguintes afirmações está correta?

A $d(r, u) > d(r, v)$ ■ $d(r, u) \leq d(r, v)$ C $d(r, u) \geq d(r, v)$ D $d(r, u) < d(r, v)$

QUESTÃO 2

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) K_n (grafo completo) – O grafo completo K_n é regular para todos os valores de $n \geq 1$, já que o grau de cada vértice é $n - 1$.
( ) C_n (grafo ciclo) – O grafo ciclo C_n é regular para todos os valores de $n \geq 3$, já que o grau de cada vértice é sempre 2.
( ) W_n (grafo roda) – O grafo roda W_n é regular apenas para $n = 3$.
( ) W_n (grafo roda) – W_3 é isomorfo ao K_4.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

■ V – V – V – V B V – F – F – F C F – F – V – F D F – F – F – V

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 3

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado em que V é o conjunto de vértices e E é o conjunto de arestas.

- ( ) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid (u, v) \notin E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- ( ) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid (v, u) \in E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- ( ) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid$ existe um caminho de tamanho menor ou igual a 2 de u para v em $E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- ( ) Se $G' = (V', E)$ em que V' é o conjunto de vértices em G que não são isolados então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.

[A] Há duas afirmativas corretas.
[C] Há três afirmativas corretas.
[B] Todas as afirmativas estão corretas.
■ Há somente uma afirmativa correta.

QUESTÃO 4

Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado, e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Considere que os pesos das arestas são inteiros positivos e todos os valores são distintos. Analise as assertivas a seguir.

1. A árvore geradora mínima é única.
2. O menor caminho entre quaisquer dois vértices é único pois todos os pesos das arestas são distintos.

■ Somente o item (1) está correto.
[C] Somente o item (2) está correto.
[B] Nenhum dos itens está correto.
[D] Os dois itens estão corretos.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 5

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) Um grafo direcionado é fortemente conexo se há um caminho de um vértice u para outro vértice v ou de v para u .
( ) Um grafo não direcionado é conexo se houver caminho entre quaisquer par de vértices.
( ) Em um grafo completo com 10 vértices (nomeado de A a J), o número total de circuitos hamiltonianos que iniciam em **A** é 10!.
( ) Se um grafo possui um caminho (aberto) hamiltoniano então é possui um caminho (aberto) euleriano.
( ) Se um grafo possui um caminho (aberto) euleriano então ele possui um caminho (aberto) hamiltoniano.
( ) Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo hamiltoniano.
( ) Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo euleriano.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[A] F – V – F – F – F – F – V
■ F – V – F – F – F – V – V
[C] V – F – V – V – V – F – F
[D] V – F – V – V – V – F – F

QUESTÃO 6

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e\}$. No grafo G, cada aresta tem peso distinto. A aresta $\{c, d\}$ é a aresta com peso mínimo e a aresta $\{a, b\}$ é a aresta com peso máximo. Então, qual das afirmações a seguir é falsa?

[A] Toda árvore geradora mínima de G deve conter $\{c, d\}$.
■ Nenhuma árvore geradora mínima contém $\{a, b\}$.
[C] G tem uma árvore geradora mínima única.
[D] Se $\{a, b\}$ estiver em uma árvore geradora mínima, então sua remoção deve desconectar G

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 7

Considere as seguintes afirmações.

( ) Não existe grafo simples, conexo e não direcionados com 80 vértices e 77 arestas.

( ) Todos os vértices de um grafo de Euler (possui ciclo euleriano) possuem grau par.

( ) Todo grafo simples, acíclico, conexo e não direcionado com 50 vértices tem, no mínimo, dois vértices de grau 1.

( ) Existe um grafo bipartido com mais que 10 vértices com conjunto independente de tamanho máximo igual a 2.

[A] Há três afirmativas corretas.

[B] Há somente uma afirmativa correta.

[C] Há duas afirmativas corretas.

■ Todas as afirmativas estão corretas.

QUESTÃO 8

Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado, e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

1. Supondo que todos os pesos das arestas são diferentes, a árvore geradora mínima de G e o a árvore geradora com *bottleneck* mínimo são iguais.
2. Achar uma árvore geradora mínima em G pode ser revolvido por meio da solução de um problema de árvore de Steiner quando o critério de otimização é a minimização da soma dos pesos das arestas e os terminais são iguais a V.
3. Seja $T \subseteq G$ uma árvore geradora mínima de G. Sejam dois vértices u e v. Achar o menor caminho entre u e v em G é equivalente a encontrar o menor caminho entre u e v em T.

■ Somente o item (2) está correto.

[B] Somente o item (3) está correto.

[C] Há somente dois itens corretos.

[D] Nenhum dos itens está correto.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 9

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) Um grafo não direcionado e sem ciclos não possui vértices com grau de entrada zero.
( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V; (ii) u e v são chamados de vértices adjacentes.
( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V; (ii) u e v são chamados de vértices vizinhos.
( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = (u, v)$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u é predecessor de v; e (ii) v é sucessor de u;.
( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se todo vértice $u \in V$ é vizinho a todo vértice $v \in V$, então G é chamado de grafo completo.
( ) O número de arestas de uma árvore geradora mínima de 10 vértices é igual a 10.
( ) Um grafo $G = (V, E)$ é chamado grafo nulo se $E = \emptyset$.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[A] V – F – V – F – V – V – F
[B] F – V – F – F – F – V – V
[C] V – F – F – V – V – F – F
■ F – V – V – V – F – F – V

QUESTÃO 10

Seja G um grafo não-direcionado ponderado e e uma aresta com peso máximo em G. Suponha que haja uma árvore geradora de peso mínimo em G contendo a aresta e. Qual das seguintes afirmações é sempre VERDADEIRA?

[A] A aresta e não pode estar contida em um ciclo.
[B] Existe um ciclo em G com todas as arestas de peso máximo.
■ Existe um cut-set em G com todas as arestas de peso máximo.
[D] Todas as arestas em G têm o mesmo peso.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 11

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$ em que $V = \{a, b, c, d, e\}$ e

$$E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{a, d\}, \{c, e\}\}$$

-

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) O vértice "e" é um vértice pendente
( ) O vértice "d" é um vértice pendente
( ) O vértice "a" é um vértice de corte
( ) O vértice "c" é um vértice de corte
( ) Já um caminho entre os vértices "a" e "e"
( ) G é um grafo regular

A F – F – V – V – F – F
B V – V – V – F – V – V
C F – V – F – F – F – V
■ V – F – F – V – V – F

QUESTÃO 12

Seja $G = (V, E)$ em que $V = \{a, b, c, d\}$ e $E = \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{b, d\}\}$. Quantas árvores geradoras mínimas existem no grafo G?

A 3
B 16
C 7
■ 8

QUESTÃO 13

Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

1. G tem uma única árvore geradora mínima se não houver duas arestas em G com o mesmo peso.
2. G tem uma única árvore geradora mínima se, para cada corte de G, existe uma aresta de peso-mínimo cruzando o corte.

A Somente o item (2) está correto.
■ Os dois itens estão corretos.
C Somente o item (1) está correto.
D Nenhum dos itens está correto.

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 14

Em um grafo não-direcionado e conexo, uma ponte é uma aresta cuja remoção desconecta grafo. Qual afirmação é verdadeira?

- [A] Toda aresta de um clique de tamanho maior ou igual a 3 é um ponte.
- [B] Uma árvore não tem pontes.
- [C] Um grafo com pontes não pode ter um ciclo.
- [■] Uma ponte não pode ser parte de um ciclo simples.

QUESTÃO 15

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado e (G, W) um grafo ponderado sendo $W : V \mapsto \mathbb{Z}^+$. Como alterar o algoritmo de Dijkstra para encontrar o menor caminho de um vértice s para todos os vértices do grafo? As menores distâncias serão armazenadas em um vetor d.
Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v, quando há uma aresta de u para v, para $d[v] = \min\{d[v], d[u] + w(v)\}$.
( ) Não alterar a distância inicial atribuída para s.
( ) Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v, quando há uma aresta de u para v, para $d[v] = \min\{d[v], d[v] + w(u)\}$.
( ) Os valores iniciais das distâncias para todos os vértices, exceto o primeiro, será igual à ∞.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[A] F – V – V – V   [■] V – F – F – V   [C] V – V – F – F   [D] F – F – V – F

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 16

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for um conjunto independente máximo, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é completo.
( ) Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for uma cobertura de vértices mínima, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é completo.
( ) Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for uma cobertura de vértices, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é nulo.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[A] V – V – V [B] V – F – V ■ F – F – V [D] F – V – F

QUESTÃO 17

Considere um grafo não-direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) O algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo é baseado na escolha dos vértices de menor grau.
( ) Seja o algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo baseado na escolha dos vértices de menor grau. Pode-se afirmar que este algoritmo sempre terá a resposta ótima quando todos os graus forem diferentes.
( ) Considere que G seja um grafo bipartido em que há 2 vértices em um conjunto e 4 vértices no outro conjunto. Podemos afirmar que o conjunto independente máximo de G será igual a 4.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

■ Todas as assertativas são falsas. [B] Há somente duas assertativas verdadeiras. [C] Há somente uma assertativa verdadeira. [D] Todas as assertativas são verdadeiras.

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas e Informática
Dpto de Ciência da Computação – Ciência da Computação
Teoria de Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães
2024/2 (Exercício 4 – Não Vale Ponto)

Aluno:

Question 1

Seja G um grafo não-direcionado com pesos que podem ser positivos ou negativos. Podemos afirmar que os algoritmos de Prim e Kruskal produzirão árvores geradoras mínimas corretas para G?

Question 2

Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado, e (G, W) um grafo não-direcionado ponderado. Considere que $T = (V, E')$ seja uma árvore geradora de G. Uma árvore geradora máxima é uma árvore geradora em que a soma dos pesos das arestas é máxima dentre todas as árvores geradoras. Altere os algoritmos de Prim e Kruskal para encontrar uma árvore geradora máxima.

Question 3

Prove que para qualquer grafo não-direcionado ponderado em que todos pesos são distintos, a árvore geradora mínima é única.

Question 4

Considere um algoritmo "reverso" do Kruskall para calcular uma árvore geradora mínima. Inicialize E' como seja o conjunto de toda as arestas do grafos. Em seguida, considere as arestas em ordem decrescente dos pesos das arestas. Para cada aresta, remova-a de E' se esta aresta pertence a um ciclo em T. Assuma que todas as arestas são distintas. Este algoritmos encontraria corretamente uma árvore geradora mínima?

Question 5

Seja um grafo conexo G com pesos positivos e uma árvore geradora mínima de G. Assinale a(s) afirmativa(s) correta(s) para manter a mesma árvore geradora mínima.

a) Altere o peso de cada aresta de $w(e)$ para $w(e) + 15$.
b) Altere o peso de cada aresta de $w(e)$ para $w(e) \times 15$
c) Altere o peso de cada aresta de $w(e)$ para $w(e) \times w(e)$

Question 6

Suponha que você tenha n objetos e você define uma distância entre eles. Um problema útil e interessante é agrupar estes objetos de forma que objetos do mesmo grupo tenham uma pequena distância entre eles, e os objetos entre grupos diferentes tem uma distância maior entre eles. Como projetar um algoritmo para criar estes grupos?

Question 7

Projete um algoritmo para determinar a menor mudança no custo da aresta que produziria uma mudança na árvore geradora mínima.