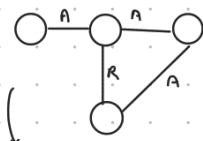
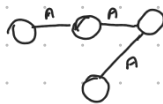
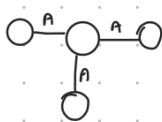


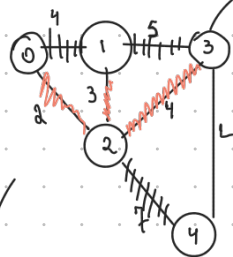
1) Seja  $G=(V,E)$  um grafo não direcionado e conexo, e  $(G,w)$  um grafo ponderado em que  $w:E \rightarrow \mathbb{Z}^+$ .  
 Projete uma solução para encontrar um subgrafo  $G' \subseteq G$ , que se minimize a quantidade de arestas e  $G'=(V,E')$



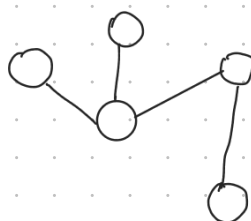
DJIKSTRA ~~PRIM~~



- 1º Enquanto houverem vértices sem visitar
- 2º A partir de um vértice  $u$  visitar todos os vértices adjacentes de  $u$
- 3º marcar vértice  $u$  como 'cinza' visitado mas não processado
- 4º Se um vértice  $x$  adjacente de  $u$  estiver ligado a outro vértice na mesma subrede ignorar aresta  $(u,x)$



Identificar ciclo e retirar a aresta de maior peso se a aresta

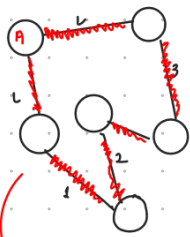


0 

<del>X</del>	L	
--------------	---	--

L 

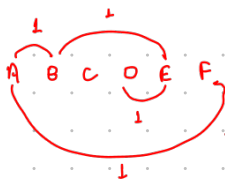
--	--	--



Árvore geradora mínima

soma das arestas é a mínima

contém todos os vértices do grafo original



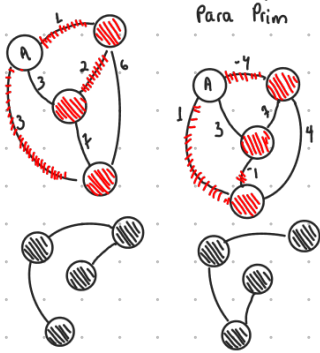
vértices que possuem a mesma ancestral em comum estão no mesmo componente

TARJAN

KRUSKAL

Lista de exercícios

1)



Árvore geradora mínima

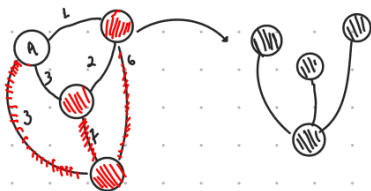
Para Prim

Posso começar por qualquer v

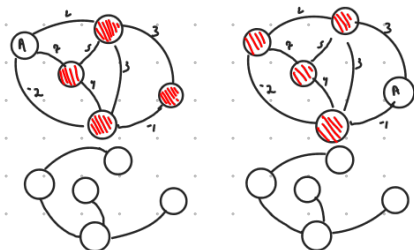
soma das arestas mínimas

Sim, podemos garantir que Prim e Kruskal produzirão árvores geradoras mínimas corretas para  $G$ . Uma vez que os algoritmos partem do pressuposto de procurar pelas arestas de menor peso por nível, a medida que os vértices sejam descobertos buscando evitar ciclos, logo, ao possuir arestas positivas ou negativas ele vai garantir que as arestas de menor peso sejam visitadas primeiro.

2) A modificação está na definição do critério para visitação das arestas, agora visitaremos por nível as arestas de maior peso primeiro evitando ciclos.



3)



$$\text{soma} = (-2) + (-1) + 6 + 4$$

$$-3 + 1 + 4$$

$$\text{soma} = (-1) + (-2) + 1 + 4$$

$$\frac{-3 + 4}{2}$$

$$= 2$$

A árvore geradora sempre terá  $(v-1)$  n.º de arestas e como o funcionamento do algoritmo garante que as arestas visitadas sejam sempre as menores a partir dos vértices descobertos em relação a  $G$  como um todo, evitando ciclos independente do vértice de onde sempre teremos uma árvore única.

\* Todos os pesos são distintos

4)

Árvores geradoras mínimas

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, \dots, e_n\}$$

$$E' = \{e_1, e_2, e_3, e_4, \dots, e_{n-1}\}$$

$$w(r) = \sum_{i=1}^{n-1} w(e_i)$$

$e'$ :  $\arg \min \{w(e) \mid e \text{ não fecha ciclo}\}$

$e \in \underbrace{V(E)}_{\text{visitados}}$