מושגי יסוד במתמטיקה 01040002
גליון 3

יונתן אבידור - 214269565

16 בפברואר 2026

שאלה 1

נתונות שלוש קבוצות X, Y, Z. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:

סעיף א'

אם $Y \in X$ וגם $Z \subseteq Y$ אז $Z \in X$.

סעיף ב'

אם $Y \in X$ וגם $Z \subseteq Y$ אז $Z \subseteq X$.

סעיף ג'

אם $Y \cap Z \subseteq X$ אז: $Y \subseteq X$ וגם $Z \subseteq Y$.

סעיף ד'

אם $Y \cup Z \subseteq X$ אז: $Y \subseteq X$ וגם $Z \subseteq X$.

סעיף ה'

אם $Y \cup Z = X \cup Z$ אז $X = Y$.

פתרון 1

סעיף א'

כן!

$$Y \subseteq Z \implies \forall X \in Y : X \in Z$$

סעיף ב'

לא!

$$X = \{1\}, Y = \{\{1\}\} Z = \{\{2\}, \{1\}\}$$

סעיף ג'

לא!

$$X = \{1\}, Y = \{1, 2\}, Z = \{1\}$$

סעיף ד'

לא!

$$X = \{1, 2\}, Y = \{2\}, Z = \{1, 3\}$$

סעיף ה'

לא!

$$X = \{1\}, Y = \{1, 2\}, Z = \{1, 2, 3\}$$

שאלה 2

סעיף א'

הראו: קיימת ויחידה סדרת קבוצות $A_0, A_1, A_2, \ldots$ המקיימת את התכונות (א), (ב), (ג) שלהלן:

(א)

לכל $i = 0, 1, 2, \ldots$ מתקיים

$$|A_i| = i$$

(ב)

לכל $i = 0, 1, 2, \ldots$ מתקיים

$$A_i \subseteq A_{i+1}$$

(ג)

לכל $i = 0, 1, 2, \ldots$ מתקיים

$$A_i \in A_{i+1}$$

סעיף ב'

הראו שהסדרה שהגעתם בסעיף הקודם יחידה, במובן הבא:
נניח ש-$B_0, B_1, B_2, \ldots$ סדרה נוספת המקיימת את התכונות (א)(ב)(ג)
אז לכל $i = 0, 1, 2, \ldots$ מתקיים $A_i = B_i$

פתרון 2

נבנה קבוצה כנדרש
על פי תכונה (א), $|A_0| = 0$. הקבוצה היחידה שעוצמתה 0 היא הקבוצה הריקה ($\emptyset$)
לכן $A_0 = \emptyset$

214269565