

מושגי יסוד במתמטיקה 01040002
גליון 8

yavidor

16 בפברואר 2026

תרגיל 1

סעיף א'

נתונות קבוצות A, B, C, D כך ש- $|A| = |C|$, $|B| = |D|$, הראו: $|A \times B| = |C \times D|$

סעיף ב'

נתונה קבוצה A לא ריקה. הראו

$$|A| \leq |A \times A|$$

סעיף ג'

תנו דוגמה לקבוצה A כך ש- $|A| = |A \times A \times A|$

סעיף ד'

תנו דוגמה לקבוצה A כך ש- $|A| < |A \times A \times A|$

פתרון 1

סעיף א'

$|A| = |B|$, ולכן קיימת פונקציה $f : A \rightarrow B$ חח"ע ועל.
 $|C| = |D|$, ולכן קיימת פונקציה $g : C \rightarrow D$ חח"ע ועל.
נרצה להראות $|A \times B| = |C \times D|$ כלומר שקיימת פונקציה חח"ע ועל עם תחום $A \times B$ וטווח $C \times D$
נעשה זאת בכך שנבנה אותה ישירות

$$h : A \times B \rightarrow C \times D$$

$$\forall a \in A, b \in B : h(a, b) = (f(a), g(b))$$

בעת נראה ש- h חח"ע ועל

חד-חד ערכית

יהיו $a_1, a_2 \in A, b_1, b_2 \in B$ כך ש $h(a_1, b_1) = h(a_2, b_2)$

$$h(a_1, b_1) = h(a_2, b_2) \Rightarrow (f(a_1), g(b_2)) = (f(a_2), g(b_2))$$

f, g חד-חד ע"ע ולכן:

$$f(a_1) = f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$$

$$g(b_1) = g(b_2) \Rightarrow b_1 = b_2$$

ולכן $a_1 = a_2, b_1 = b_2$ אזי h חד-חד ע"ע

תרגיל 2

סעיף א'

בהינתן קבוצה A , מצאו פונקציה חת"ע ועל בין $\mathcal{P}(A)$ ו- $\{0, 1\}^A$

סעיף ב'

הראו: $|\mathbb{N}| = |\mathbb{N}^{\mathbb{N}}|$

תרגיל 3

הראו: אם X, Y, Z קבוצות כך ש- $|X| < |Y|$ וגם $|Y| < |Z|$ אז $|X| < |Z|$