

**מושגי יסוד במתמטיקה 2040002  
גלאיון 2**

**יונתן אבידור - 214269565**

**23 בנובמבר 2025**

---

## תרגיל 1

הסימונים  $F$  ו- $T$  מייצגים "ערך שקר" ו"ערך אמת". הוכיחו/הפריכו כל אחת מהטענות הבאות.

1. לכל  $x \in \{F, T\}$  קיים  $y \in \{F, T\}$  כך  $\neg y \vee x$  אמת.
2. קיים  $x \in \{F, T\}$  כך  $\neg x$  מתקיים  $\neg y \vee x$  אמת.
3. לכל  $x \in \{F, T\}$  קיים  $y \in \{F, T\}$  כך  $\neg y \wedge x$  אמת.

## פתרון 1

1. כן, נסתכל על שתי האפשרויות. אם יוצא  $T$  באחת השורות בעמודה הימנית, אז הטענה נכונה.  
 $x = T$

$x$	$y$	$x \vee y$
$T$	$T$	$T$
$T$	$F$	$T$

ראינו שיש (אפילו כולם)  $y$  שעבורו  $y \vee x$  אמת כשה  $x$  אמת. נבדוק לגבי  $x$  שקר.

$x$	$y$	$x \vee y$
$F$	$T$	$T$
$F$	$F$	$F$

- ראינו שיש  $y$  שעבורו  $y \vee x$  אמת כשה  $x$  אמת. מכיוון שהראינו שזה אכן מתרחש לכל  $x$ , הטענה נכונה.

2. כן,  $x = T$ . נסתכל על טבלת האמת עם כל  $y$ . אם יוצא  $T$  בכל אחת מהשורות בעמודה הימנית, אז הטענה נכונה.

$y$	$y$	$x \vee y$
$T$	$T$	$T$
$F$	$T$	$T$

ראינו שעבור כל  $y$  מתרחש  $y \vee x$  אמת ולכן הטענה נכונה.

3. לא, נביא דוגמה נגדית.

בעבור  $x = F$  אין  $y$  כך  $\neg y \wedge x$  אמת. נוכיח באמצעות טבלת אמת

$x$	$y$	$x \wedge y$
$F$	$T$	$F$
$F$	$F$	$F$

אין  $y$  שעבורו  $y \wedge x$  אמת ולכן הטענה לא נכונה

---

## תרגיל 2

1. הראו שלכל  $p$  ראשוני ו- $n$  טבעי מתקיים כי  $n$  מתחלק ב- $p$  אם ו רק אם  $n^2$  מתחלק ב- $p$ .
2. הראו שלכל  $p$  ראשוני, המספר  $\sqrt{p}$  אינו רציונלי.

## פתרון 2

1. ראשית, נובח את הביוון  $\Leftrightarrow$  ככלומר אם  $n|p$  אז  $p|n^2$   
אם  $n|p$  זה אומר שקיימים  $\mathbb{N}$   $r \in \mathbb{N}$  כך  $n = r \cdot p$ . מכיון  $n \cdot n = n^2$  ניתן לומר  
 $n^2 = r \cdot r \cdot p$ . מה שאומר  $p|n^2$ .  
עבשו נובח את  $\Rightarrow$  ככלומר אם  $p|n^2$  אז  $p|n$ .  
אם  $n^2|p$  זה אומר  $n \cdot n|p$ . ידוע כי  $a|bc$  אם ורק אם  $a|b$  או  $a|c$ . או במקרה הזה  
שתי האפשרויות אומורות  $n|a$  או  $n|b$ . ■

2. נניח בשיילה כי לכל  $p$  ראשוני,  $\sqrt{p}$  רציונלי.  
אם  $\sqrt{p}$  רציונלי זה אומר שניתן כתוב את  $\sqrt{p} = \frac{a}{b}$  כשהם  $a, b \in \mathbb{Z}$ .  
בכלומר

$$\sqrt{p} = \frac{a}{b} \Rightarrow p = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow pb^2 = a^2$$

בכלומר  $p|a^2$ , על פי מה שהוכיחנו, זה אומר  $p|a$ . מה שנותר את העובדה  $p$  ראשוני. ■

## תרגיל 3

לכל אחת מהקבוצות הבודדות, כתבו את גודל הקבוצה, מנעו את איברי הקבוצה ומנעו את כל תת-הקבוצות של הקבוצה.

- .1.  $\emptyset$  .2.  $\{\emptyset\}$  .3.  $\{\{\emptyset\}\}$  .4.  $\{1\}$  .5.  $\{1, \emptyset\}$  .6.  $\{1, \{\emptyset\}\}$  .7.  $\{1, \{1\}\}$

---

### פתרונות 3

.1 גודל הקבוצה  $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$

.2 גודל הקבוצה  $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

.3 גודל הקבוצה  $P(\{\{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

.4 גודל הקבוצה  $P(\{1\}) = \{\emptyset, \{1\}\}$

.5 גודל הקבוצה  $P(\{1, \emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{1\}, \{\emptyset, 1\}\}$

.6 גודל הקבוצה  $P(\{1, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{\{\emptyset\}\}, \{1, \{\emptyset\}\}\}$

.7 גודל הקבוצה  $P(1, \{1\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{\{1\}\}, \{1, \{1\}\}\}$