

**מושגי יסוד במתמטיקה 2**  
**01040002**  
**גלאיון 8**

yavidor

16 בפברואר 2026

---

# תרגיל 1

## סעיף א'

נתונת קבוצות  $A, B, C, D$  כך ש- $|A| = |C|, |B| = |D|$ . הראו:

## סעיף ב'

נתונה קבוצה  $A$  לא ריקה. הראו

$$|A| \leq |A \times A|$$

## סעיף ג'

תנו דוגמה לקבוצה  $A$  כך ש- $|A| < |A \times A|$ .

## סעיף ד'

תנו דוגמה לקבוצה  $A$  כך ש- $|A| > |A \times A|$ .

# פתרון 1

## סעיף א'

נרצה להראות  $|A \times B| = |C \times D|$ , ולכזן קיימת פונקציה  $f : A \rightarrow B$  חד-חד-עומד, ולכזן קיימת פונקציה  $g : C \rightarrow D$  חד-חד-עומד. בולם שקיימת פונקציה  $h : A \times C \rightarrow B \times D$  שפונקציית היחס  $(f(a), g(b))$  משלבת את היחס  $(a, b)$ .  
הוכיחו זאת בכך שנבנה אותה ישירות:

$$\begin{aligned} h : A \times C &\rightarrow B \times D \\ \forall a \in A, b \in C : h(a, b) &= (f(a), g(b)) \end{aligned}$$

בעת נראה ש- $h$  חד-חד-עומד ופונקציית היחס  $(f(a), g(b))$  משלבת את היחס  $(a, b)$ .

חד-חד ערבית

יהיו  $h(a_1, b_1) = h(a_2, b_2)$  כך ש  $a_1, a_2 \in A, b_1, b_2 \in B$

$$h(a_1, b_1) = h(a_2, b_2) \implies (f(a_1), g(b_2)) = (f(a_2), g(b_2))$$

חח"ע ולכן:  $f, g$

$$f(a_1) = f(a_2) \iff a_1 = a_2$$

$$g(b_1) = g(b_2) \implies b_1 = b_2$$

ולבן  $a_1 = a_2, b_1 = b_2$  ח' ח' ג' א' ה'

٦

$(c, d) \in C \times D$  יהי

נרצה להוכיח כי בהכרח קיימים  $(c, d) \in A \times B$  כך ש-

$f(a) = c$  ולבן עבור  $c$  בהכרח קיימים  $a$  כך ש

על, ולכן עבור  $d$  בהכרח קיימים  $b$  ו- $c$  כך ש  $g(b) = d$ .

$$h(a, b) = h(f(a), g(b)) = (c, d)$$

מכאן ש-*h* חד-חד ערכית ועל. על פי משפט שראיינו בהרצאה, שתי קבוצות הן שוות עוצמה אם קיימת פונקציה חד-חד ערכית ועל מאותה לשנייה, לכן

$$|A \times B| = |C \times D|$$

1

סעיף ב'

---

## תרגיל 2

**סעיף א'**

בהינתן קבוצה  $A$ , מצאו פונקציה חד-ע[url] על בין  $\mathcal{P}(A)$  ו-

**סעיף ב'**

הראו:  $|\mathbb{N}| = |\mathbb{N}^{\mathbb{N}}|$

---

## תרגיל 3

הראו: אם קבוצות כר ש-  $X, Y, Z$  ווגם  $|X| < |Y|$ -