

# Домашна работа №1

Имена: Явор Йорданов Чамов

Специалност: ИИ

Фак. №: 4MI3400787

Задача 1. Обяснете, защо размерът на пространството на хипотези в задача научаване на целево понятие „дни, в които Христо предпочита да спортува“ е 973. Как ще нарасне броя на възможните примери и на възможните хипотези при добавяне на нов атрибут Сила\_на течение, който може да приема 3 възможни стойности Слабо, Средно и Силно? Как, в общия случай, нарастват пространства на възможните примери и хипотези с добавяне в описание на примерите на един нов атрибут, приемащ k възможни стойности?

Решение:

За да обясним защо размерът на пространството на хипотези в задача научаване на целево понятие „дни, в които Христо предпочита да спортува“ е 973, трябва да имаме предвид възможните атрибути и техните стойности.

Атрибут	Брой възможни стойности
Небе	3
Въздух	2
Влажност	2
Вятър	2
Вода	2
Прогноза	2

Всеки пример е комбинация от конкретни стойности на тези атрибути. Броят на всички възможни примери е:

$|X| = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^5 = 96$  (има 96 различни ситуации, които могат да се опишат с тези атрибути).

След това искаме да видим колко различни хипотези можем да построим.

Възможните стойности за всеки атрибут в хипотеза са:

- Може да посочим конкретна стойност (напр. „Небе = Слънчево“)
- Може да посочим „?“
- Може да кажем „Ø“

Атрибут	Възможни реални стойности	+ „?“	+ „Ø“	Общо
Небе	3	+1	+1	5
Останалите 5 атрибута	2	+1	+1	4

$|H|=5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 5 \times 4^5 = 5120$  (Това е броят на всички синтактически различни хипотези)

Не всички от тези 5120 хипотези имат различно значение. Ако в една хипотеза дори един атрибут е  $\emptyset$ , това означава, че няма никакъв пример, който тя приема. Всички хипотези, съдържащи поне едно  $\emptyset$ , са семантично еквивалентни, защото всички означават „нищо не се харесва“.

Получаваме:

- 1 хипотеза за празното множество (всички  $\emptyset$ -случаи)
- Останалите хипотези без  $\emptyset$ , които са реално различни

$|H \text{ без } \emptyset| = 4 \times 3^5 = 4 \times 243 = 972$

+1 за празната хипотеза:  $|H \text{ семантични}| = 1 + 972 = 973$

При добавянето на нов атрибут **Сила\_на\_течение**  $\in \{\text{Слабо, Средно, Силно}\}$ , всеки пример е комбинация от всички атрибути, значи добавяме още един множител  $\times 3$ :

$|X'| = |X| \times 3 = 96 \times 3 = 288$  примера

Броят на възможните синтактически различни хипотези се увеличава. За този нов атрибут съществуват общо 5 възможни състояния: трите конкретни стойности (Слабо, Средно, Силно), както и двата специални символа – „?“ и „ $\emptyset$ “.

Новият брой синтактически различни хипотези ще бъде:  $|H'| = 5120 \times 5 = 25600$

Увеличава се не само броят на възможните примери, но и броят на семантически различните хипотези. След добавянето на атрибута Сила\_на\_течение, който също може да приема три стойности, към формулата се добавя още един множител 4.

$|H \text{ сем.}'| = 1 + 4 \times 3^5 \times 4 = 1 + 4 \times 243 \times 4 = 1 + 3888 = 3889$  (броят на семантически различните хипотези нараства от 973 на 3889)

Ако в момента имаме  $n$  атрибута, а всеки  $i$ -ти атрибут може да приема  $v_i$  различни стойности, тогава общият брой възможни примери е:

$$|X| = v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$$

Ако добавим още един атрибут, който може да приема  $k$  възможни стойности, то броят на възможните примери се умножава по  $k$ :

$$|X'| = |X| \times k$$

За този нов атрибут имаме  $k + 2$  възможни състояния в хипотезата.

$$|H'| = |H| \times (k + 2) \text{ (синтактически различни хипотези)}$$

Броят на семантически различните хипотези се умножава по  $(k + 1)$

$$|H \text{ сем.}'| = |H| \times (k + 1)$$

Задача 2. Напишете последователните състояния на границите S и G, изчислени от алгоритъма CANDIDATE-ELIMINATION, ако обучаващите примери от Таблица 1.1. постъпват в обратен ред.

Пример	Небе	Въздух	Влажност	Вятър	Вода	Прогноза	Харесва
1	Слънце	Топъл	Нормална	Силен	Топла	Същото	Да
2	Слънце	Топъл	Висока	Силен	Топла	Същото	Да
3	Дъжд	Студен	Висока	Силен	Топла	Промяна	Не
4	Слънце	Топъл	Висока	Силен	Студена	Промяна	Да

Начални граници

$S_0 \langle \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset \rangle$

$G_0 \langle ?, ?, ?, ?, ?, ? \rangle$

Пример 4  $\rightarrow$  Положителен

$S_1 \langle \text{Слънце, Топъл, Висока, Силен, Студена, Промяна} \rangle$

$G_1 \langle ?, ?, ?, ?, ?, ? \rangle$

Пример 3  $\rightarrow$  Отрицателен

$S_2 \langle \text{Слънце, Топъл, Висока, Силен, Студена, Промяна} \rangle$

$G_2 \{ \langle \text{Слънце, ?, ?, ?, ?, ?} \rangle, \langle ?, \text{Топъл, ?, ?, ?, ?} \rangle, \langle ?, ?, ?, ?, \text{Студена, ?} \rangle \}$

Пример 2  $\rightarrow$  Положителен

$S_3 \langle \text{Слънце, Топъл, Висока, Силен, ?, ?} \rangle$

$G_3 \{ \langle \text{Слънце, ?, ?, ?, ?, ?} \rangle, \langle ?, \text{Топъл, ?, ?, ?, ?} \rangle \}$

Пример 1  $\rightarrow$  Положителен

$S_4 \langle \text{Слънце, Топъл, ?, Силен, ?, ?} \rangle$

$G_4 \{ \langle \text{Слънце, ?, ?, ?, ?, ?} \rangle, \langle ?, \text{Топъл, ?, ?, ?, ?} \rangle \}$

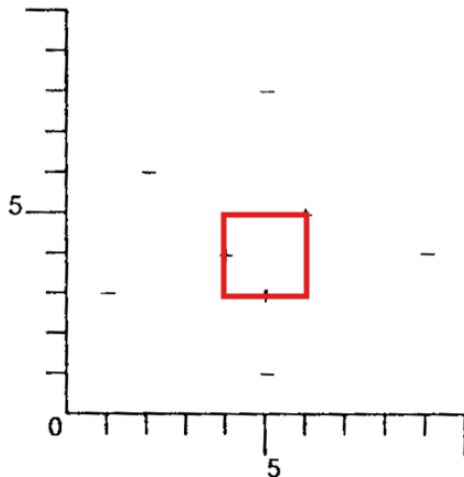
При обработка на примерите в обратен ред крайните граници остават същите.

Задача 3. Представете, че пространството на примери се състои от точки  $\langle x, y \rangle$  с целочислени координати, а пространството на хипотези  $H$  се състои от правоъгълници. По-точно, хипотезите се записват във вида  $a \leq x \leq b, c \leq y \leq d$ , където  $a, b, c$  и  $d$  са цели числа.

1. Разгледайте пространството на версии по отношение на положителните (+) и отрицателните (-) обучаващи примери, показани по-долу. Коя е  $S$  граница на пространството на версиите в този случай? Напишете хипотезите и ги нанесете на рисунката.

Решение:

$S$ -границата при хипотези правоъгълници е най-малкият правоъгълник, който съдържа всички положителни примери и не съдържа нито един отрицателен.

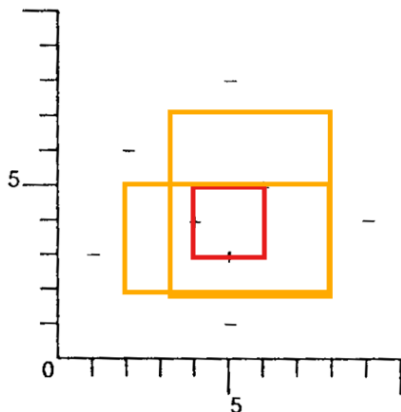


Положителните са  $(4, 4), (5, 3), (6, 5)$ . Минималният правоъгълник, който ги съдържа, е:

$$S = \{4 \leq x \leq 6, 3 \leq y \leq 5\}$$

2. Коя е  $G$  граница на това пространство на версиите? Напишете хипотезите и ги нанесете на рисунката.

Общата граница  $G$  е множеството от всички максимално общи правоъгълници, които: съдържат целия  $S$ , и не съдържат нито една от отрицателните точки.



Получаваме точно два максимални правоъгълника.

$$R1 = \{3 \leq x \leq 8, 2 \leq y \leq 7\} \quad R2 = \{2 \leq x \leq 8, 5 \leq y \leq 8\}$$

И двата правоъгълника съдържат  $S$  и са максимални. Всяка друга съвместима хипотеза (правоъгълник) между  $S$  и  $G$  е подправоъгълник на поне един от  $R1$  или  $R2$ .

Така  $G = \{ R1, R2 \}$  описва общата граница на пространството на версиите за тази конфигурация от положителни и отрицателни примери.

3. Да предположим, че вие трябва да предложите нов пример  $\langle x, y \rangle$  и да запитате учителя за неговата класификация. Предложете заявката, която гарантирано ще намали пространството на версиите независимо от това, как учителят ще ѝ класифицира. Предложете и друга заявка, която няма да намали това пространство.

Заявка, която ще намали пространството е такава вътре в  $R1 \cup R2$ , но извън  $S$ . Ако я маркира “+”,  $S$  трябва да се разшири, за да я включи ( $VS$  намалява), ако я маркира “-”, поне един елемент в  $G$  трябва да се стесни/отпадне ( $VS$  намалява).

Конкретни примерни заявки:  $(5,2)$ ,  $(3,4)$ ,  $(7,5)$ .

За да изпълним заявка, която няма да свие пространството, трябва да изберем точка, по която всички хипотези вече са съгласни.

Пример:  $(5,4)$ . вътре в  $S \rightarrow$  всички ще кажат “+”

Пример:  $(9,9)$ ,  $(1,1)$ ,  $(9,4)$  извън  $R1 \cup R2$  всички ще кажат “-”

4. А сега да предположим, че сте учител, опитващ да научи алгоритъм на едно определено понятие (например  $3 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 9$ ). Какъв е най-малкия брой на обучаващите примери трябва да предоставите на алгоритъма за елиминиране на кандидати, за да може той абсолютно точно да научи това понятие?

Алгоритъмът трябва едновременно да фиксира  $S$  да съвпадне с целевия правоъгълник.

Положителни (2 броя):  $(3,2)$  и  $(5,9)$

Необходими са по един отрицателен пример за всяка от четирите страни, за да не може  $G$  да се разшири нито наляво, нито надясно, нито надолу, нито нагоре:

Отрицателни (4 броя):  $(2,5)$ ,  $(6,5)$ ,  $(4,1)$ ,  $(4,10)$

