

微分積分統論（ベクトル解析）

鈴木 咲衣

平成 27 年度前期

演習問題 5

- 次のベクトル場 V の単位円周 $C: \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, に沿った渦巻き量と湧き出し量を求めよ。
 - $V = \mathbf{e}_r$
 - $V = \mathbf{e}_\theta$
- (??)–(??) を示せ。
- (??)–(??) を示せ。
- [1, 問題 6.16] 次の各ベクトル場 V について, 回転 $\text{rot}V(x, y)$ と発散 $\text{div}V(x, y)$ を求めよ。
 - $V = (1, 0)$
 - $V = (1, 1)$
 - $V = (y, 0)$
 - $V = (0, x)$
 - $V = (x, 0)$
 - $V = (0, -y)$
 - $V = (x, y)$
 - $V = (x, -y)$
 - $V = (-y, x)$
 - $V = (y, x)$
- [1, 問題 6.24] ベクトル場 V が極座標表示で $V(r, \theta) = P(r, \theta)\mathbf{e}_r + Q(r, \theta)\mathbf{e}_\theta$ と表されているとき,
 - $\text{rot}V(r, \theta)$ を計算せよ。
 - $\text{div}V(r, \theta)$ を計算せよ。

演習問題 5 解答

1. (a) 渦巻き量は 0、湧き出し量は 2π
(b) 渦巻き量は 2π 、湧き出し量は 0
(c) $\mathbf{V} = \mathbf{e}_r$ と同じ。

2. (あとで書く。)

3. (あとで書く。)

4. (a)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

- (b)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

- (c)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = -1$$

- (d)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 1$$

- (e)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 1, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

- (f)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = -1, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

- (g)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 2, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

- (h)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

- (i)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 2$$

- (j)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

5. (a)

- (b)

参考文献

- [1] 小林亮, 高橋大輔「ベクトル解析入門」(東京大学出版会)