

# 微分積分統論（ベクトル解析）

鈴木 咲衣

平成 27 年度前期

## 演習問題 5

- 次のベクトル場  $V$  の単位円周  $C: \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ , に沿った渦巻き量と湧き出し量を求めよ。
  - $V = \mathbf{e}_r$
  - $V = \mathbf{e}_\theta$
- 5 章 (14)–(16) を示せ。
- 5 章 (33)–(35) を示せ。
- [2, 問題 6.16] 次の各ベクトル場  $V$  について, 回転  $\text{rot}V(x, y)$  と発散  $\text{div}V(x, y)$  を求めよ。
  - $V = (1, 0)$
  - $V = (1, 1)$
  - $V = (y, 0)$
  - $V = (0, x)$
  - $V = (x, 0)$
  - $V = (0, -y)$
  - $V = (x, y)$
  - $V = (x, -y)$
  - $V = (-y, x)$
  - $V = (y, x)$
- [2, 問題 6.24] ベクトル場  $V$  が極座標表示で  $V(r, \theta) = P(r, \theta)\mathbf{e}_r + Q(r, \theta)\mathbf{e}_\theta$  と表されているとき,
  - $\text{rot}V(r, \theta)$  を計算せよ。
  - $\text{div}V(r, \theta)$  を計算せよ。

## 演習問題 5 解答

1. (a) 渦巻き量は 0、湧き出し量は  $2\pi$   
(b) 渦巻き量は  $2\pi$ 、湧き出し量は 0  
(c)  $\mathbf{V} = \mathbf{e}_r$  と同じ。

2. (あとで書く。)

3. (あとで書く。)

4. (a)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

(b)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

(c)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = -1$$

(d)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 1$$

(e)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 1, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

(f)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = -1, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

(g)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 2, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

(h)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

(i)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 2$$

(j)

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{V} = 0$$

5. (a)

(b)

## 参考文献

- [2] 小林亮, 高橋大輔「ベクトル解析入門」(東京大学出版会)