



Софийски университет "Св. Климент Охридски"
Факултет по математика и информатика

УЧЕБЕН ПРОЕКТ

по

Диференциални уравнения и приложения

спец. Софтуерно инженерство, 2 курс, летен семестър,

учебна година 2019/20

Тема № СИ20-П-58

26.06.2020

София

Изготвил: Янислав Димитров Янков

Ф. No. 62357

Група: 1

Оценка :6.00.....

С Ъ Д Ъ Р Ж А Н И Е

1. Тема на проекта	3
2. Решение на Задачата.	4
2.1. Теоретична част	4
2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му	5
2.3. Графики (включително от анимация)	8
2.4. Коментари към получените с MatLab резултати	9

1. Тема на проекта

Учебен проект по ДУПрил
 спец. СИ, 2 курс, летен семестър, уч. год. 2019/20

Име... Янислав Димитров Янков,
 Ф.No 62357, група 1

Тема СИ20-П-58. Движението на полуограничена струна се моделира със следната смесена задача

$$\left| \begin{array}{l} u_{tt} = \frac{2}{\pi^2} u_{xx}, \quad t > 0, \quad x > 0, \\ u|_{t=0} = \begin{cases} (1 + \cos \frac{x}{2})^3, & x \in [2\pi, 6\pi] \\ 0, & x \in [0, 2\pi) \cup (6\pi, +\infty), \end{cases} \\ u_t|_{t=0} = \sin x, \quad x \geq 0, \\ u_x|_{x=0} = 0, \quad t \geq 0. \end{array} \right.$$

1. Опишете как се получава решението на дадената задача с помощта на формулата на Даламбер и метода на отраженията.

2. Направете на MatLab анимация на трептенето на частта от струната $C = \{0 \leq x \leq 10\pi\}$ за $t \in [0, 8]$. Начертайте в един прозорец една под друга графиките от направената анимация в началния, крайния и един междинен момент, като означите коя графика за кое t се отнася.

2. Решение на Задачата.

2.1. Теоретична част

$$\varphi(x) = u|_{t=0} = \begin{cases} (1 + \cos(\frac{x}{2}))^3, & x \in [2\pi, 6\pi] \\ 0, & x \in [0, 2\pi) \cup (6\pi, +\infty) \end{cases}$$

$$u_x|_{x=0} = 0, \quad t \geq 0$$

$$\psi(x) = u_t|_{t=0} = \sin(x), \quad x \geq 0$$

Имаме свободен ляв край на струната. Следователно продължаваме четно функциите $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ и ползваме задачата на Коши за неограничена струна с начални данни $a = \frac{\sqrt{2}}{\pi}$, $\varphi_{\text{even}}(x)$ и $\psi_{\text{even}}(x)$

Където: $\varphi_{\text{even}}(x) = \begin{cases} \varphi(x), & x \geq 0 \\ \varphi(-x), & x < 0 \end{cases}$

$$\psi_{\text{even}}(x) = \begin{cases} \psi(x), & x \geq 0 \\ \psi(-x), & x < 0 \end{cases}$$

Решение на полуограничната задача на Коши ще бъде:

$$u(x, t) = \frac{\varphi_{\text{even}}(x - at) + \varphi_{\text{even}}(x + at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi_{\text{even}}(s) ds$$

$$\begin{aligned} x &> 0 \\ t &> 0 \\ a &= \frac{\sqrt{2}}{\pi} \end{aligned}$$

2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му

```
function task58
clf
tmax=8;
t=linspace(0,tmax);
xmax=10*pi;
x=linspace(0,xmax);
```

```
function y=phi(x)
    for i=1:length(x)
        if x(i)>=(2*pi) && x(i)<=(6*pi)
            y(i)=(1+cos(x(i)/2))^3;
        else
            y(i)=0;
        end
    end
end
```

```
function y=psi(x)
    y=sin(x);
end
```

```
function y=phi_even(x)
    if x>0
        y=phi(x);
    else
        y=phi(-x);
    end
end
```

```

function y=psi_even(x)
    for n=1:length(x)
        if x(n)>0
            y(n)=psi(x(n));
        else
            y(n)=psi(-x(n));
        end
    end
end
end

```

```

function y=dalambert(x,t)
a=sqrt(2/(pi^2));
    for j=1:length(x)
        if t==0
            integral=0;
        else
            s=linspace(x(j)-a*t,x(j)+a*t);
            integral=trapz(s,psi_even(s));
        end
        y(j)=(psi_even(x(j)-
a*t)+psi_even(x(j)+a*t))/2+integral/(2*a);
    end
end
end

```

```

for k=1:length(t)
    clf
    hold on
    plot(x,dalambert(x,t(k)),'r','Linewidth',2)
    plot(0,0,'ko','MarkerFaceColor',[0,0,0])
    axis ([0,xmax,-10,10])

```

```

grid on
daspect([1,1,1])
xlabel('x')
ylabel('u(x,t)')
M=getframe;
end

```

```

subplot(3,1,1)
plot(x,dalambert(x,0),'r','Linewidth',2)
title('t=0');
hold on

```

```

subplot(3,1,2)
plot(x,dalambert(x,3),'r','Linewidth',2)
title('t=3');
hold on

```

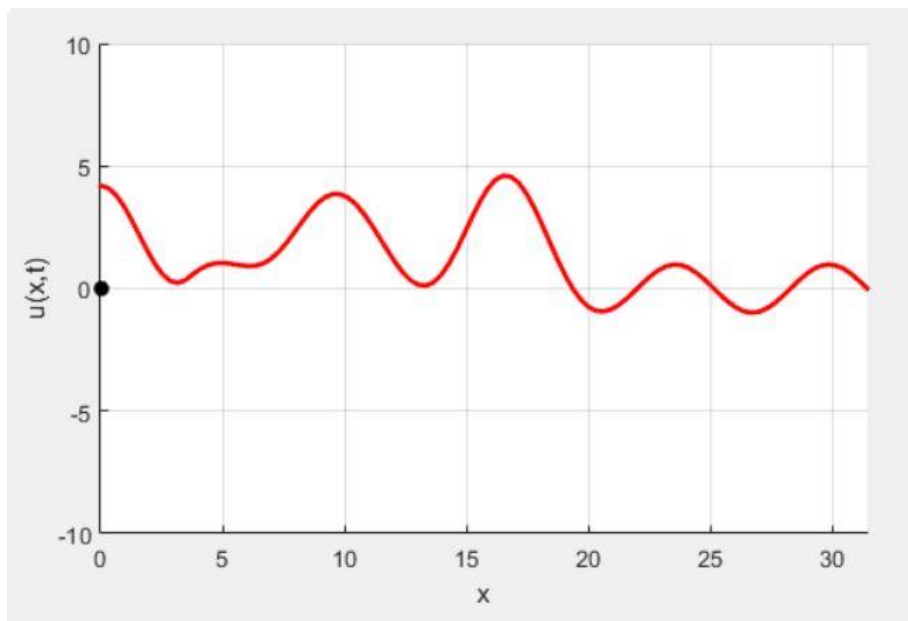
```

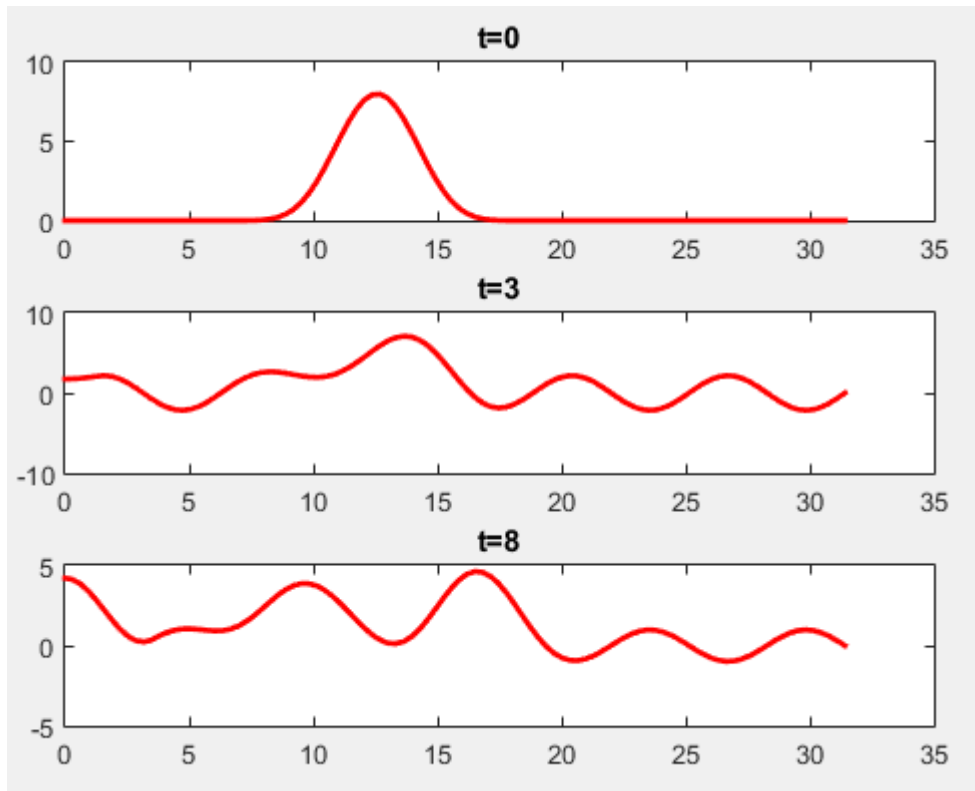
subplot(3,1,3)
plot(x,dalambert(x,tmax),'r','Linewidth',2)
title(['t=', num2str(tmax)]);
hold on

```

```
end
```

2.3. Графики (включительно от анимация)





2.4. Коментари към получените с MatLab резултати

Първите три диаграми представляват произволни моменти от анимацията на трептенето на частта от струната в интервал за x от 0 до 10π за период от време t $[0,8]$. На последната диаграма виждаме три момента: начален, когато $t=0$, междинен, когато $t=3$ и крайния момент, когато в нашия случай $t=8$.