

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

学 校	重庆大学
--------	------

参赛队号	10611006
------	----------

队员姓名	1.洪观
	2.郭博文
	3.尹振智

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

题 目 水面舰艇编队防空和信息化战争评估的建模及分析

摘 要：

防空反导是水面舰艇编队最重要的任务之一，它能有效防御来自空中的袭击，不仅水面舰艇编队自身的安全有保障，而且能顺利完成作战任务。本文针对水面舰艇编队防空问题及信息化战争模型进行了研究与讨论，根据题目所给信息，建立了1) 水面舰艇编队最佳队形模型；2) 多种编队防御攻击抗饱和和攻击能力模型；3) 空中目标意图识别模型；4) 信息化战争评估模型。在有效的数据和合理的假设条件下，对各个模型分别求解，得到一些有效、合理和符合实际情况的结果

针对问题一，本文分别从舰艇防空导弹射程覆盖，舰艇雷达监测覆盖和指挥舰安全距离的三个要素进行了细致的分析，采用几何原理，以指挥舰为原点，正北方向0度，建立极坐标系，将各个舰艇映射为坐标系中一个点，选取一种可能发生的突发事件，在极坐标系内建立了舰艇和导弹之间的最佳编队几何模型。通过对模型求解，得到各个护卫舰与指挥舰之间的最佳距离和方位，并给出了水面编队最佳的队形图。并对队形模型进行了误差分析。

针对问题二，根据问题一所设计的最佳队形，分析了最危险的区域与可能方向。假设在最危险方向上指挥舰遭遇多批次导弹攻击，运用离散数学中的组合优化思想，采用逐次递推法，以每一批来袭导弹攻击后其爆破点与指挥舰距离作为目标函数，分别考虑和不考虑舰艇10km以内的安全范围的两种情况下，建立了编队防御抗饱和和攻击能力的最优化模型。得到符合实际情况的结果。

针对问题三，在问题二所建模型下，加入了空中预警机信息支援这个因素，并分析该因素对所建模型的影响。采用逐次递推法，以每一批来袭导弹攻击后

来袭导弹爆破点与指挥舰距离为目标函数，重新建立了两种条件下的新的编队防御抗饱和和攻击能力模型。得到不同情况下的编队防御抗饱和和攻击能力的拦截相关信息，在最危险区域和方向上，全体舰队在不同情况下所拦截的最大批次分别为 26、16，并给出了拦截时间和爆破范围等信息。详见正文表 4.1，表 4.3。

针对问题四，首先对附录 A 中的动态数据进行特征提取，提取了主要的 7 项特征参数：方位角、距离、水平速度、航向角、高度、雷达反射面积、目标属性，采用支持向量机和主成分分析融合算法（SVM-PCA）对空中目标意图进行识别预测。对预测结果进行了可靠性地评价。

针对问题五，由于在现代化战争当中，信息化因素占据着举足轻重的作用，传统的作战评估模型几乎无法准确评估现代信息化战争，所以建立合理的模型来分析或预测信息化战争的结果，便成为了一个有意义且极富挑战性的课题。本文针对传统的兰彻斯特战争模型，对该模型进行改进，通过引入空间信息支援能力指数，构建了空间信息支援下的兰彻斯特作战模型，并从信息系统、指挥对抗、信息优势和信息系统稳定性，四个信息化因素展开分析。最后利用现代经典的信息化战争经典案例——海湾战争，对该模型进行验证。

关键词：几何组合最优；逐次递推法；抗饱和和攻击能力；支持向量机；主成分分析；兰彻斯特模型

目录

一、问题重述.....	- 6 -
二、模型假设与符号说明.....	- 7 -
2.1 模型假设.....	- 7 -
2.2 符号说明.....	- 7 -
三、问题一的模型的建立与求解.....	- 8 -
3.1 问题一的分析.....	- 8 -
3.2 编队最佳队形模型的建立.....	- 9 -
3.2.1 航舰防空导弹射程范围全覆盖建模.....	- 9 -
3.2.2 航舰雷达监测范围全覆盖建模.....	- 11 -
3.2.3 基于指挥舰安全距离的航舰编队队形建模.....	- 12 -
3.3 小结.....	- 15 -
四、问题二的模型的建立与求解.....	- 15 -
4.1 问题二的分析.....	- 15 -
4.2 抗饱和攻击能力模型的建立.....	- 16 -
4.2.1 最危险方向的确定.....	- 16 -
4.2.2 无干扰抗饱和攻击能力模型的建立与求解.....	- 18 -
4.2.3 基于 10km 安全范围的抗饱和攻击能力模型的建立与求解.....	- 23 -
4.3 小结及误差分析.....	- 25 -
五、问题三的模型的建立与求解.....	- 26 -
5.1 问题三的分析.....	- 26 -
5.2 大监测范围无干扰抗饱和攻击能力模型的建立与求解.....	- 26 -
5.3 安全范围的大监测范围抗饱和攻击能力模型的建立与求解.....	- 31 -
5.4 小结及误差分析.....	- 34 -
六、问题四的模型的建立与求解.....	- 34 -
6.1 问题四的分析.....	- 34 -
6.2 基于 SVM-PCA 的空中目标意图识别模型的建立.....	- 34 -
6.2.1 样本参数处理.....	- 34 -
6.2.2 主成分分析.....	- 35 -
6.2.3 支持向量机.....	- 36 -
6.3 空中目标识别结果及分析.....	- 37 -
6.3.1 空中目标意图判定结果.....	- 37 -
6.3.2 结果分析.....	- 37 -
七、问题五的模型的建立与求解.....	- 38 -
7.1 问题五的分析.....	- 38 -
7.2 传统兰彻斯特模型.....	- 38 -
7.3 空间信息支援下的兰彻斯特战争模型.....	- 39 -
7.3.1 信息因素分析.....	- 40 -
7.3.2 信息因素关系分析.....	- 45 -
7.4 海湾战争验证模型.....	- 45 -
7.4.1 基于空间信息支援下的兰彻斯特战争模型预测海湾战争.....	- 46 -
7.4.2 信息系统.....	- 46 -

7.4.3 指挥对抗.....	- 47 -
7.4.4 信息优势.....	- 47 -
7.4.5 信息系统稳定性.....	- 48 -
7.5 小结.....	- 48 -
八、模型的评价及改进.....	- 48 -
九、参考文献.....	- 50 -
附录.....	- 51 -

一、问题重述

我海军由 1 艘导弹驱逐舰和 4 艘导弹护卫舰组成水面舰艇编队在我南海某开阔海域巡逻，其中导弹驱逐舰为指挥舰，重要性最大。某一时刻 t 我指挥舰位置位于北纬 15 度 41 分 7 秒，东经 112 度 42 分 10 秒，编队航向 200 度（以正北为 0 度，顺时针方向），航速 16 节（即每小时 16 海里）。编队各舰上防空导弹型号相同，数量充足，水平最小射程为 10 千米，最大射程为 80 千米，高度影响不必考虑（因敌方导弹超低空来袭），平均速度 2.4 马赫（即音速 340 米/秒的 2.4 倍）。编队仅依靠自身雷达对空中目标进行探测，但有数据链，所以编队中任意一艘舰发现目标，其余舰都可以共享信息，并由指挥舰统一指挥各舰进行防御。

以我指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面内，等可能的有导弹来袭。来袭导弹的飞行速度 0.9 马赫，射程 230 千米，航程近似为直线，一般在离目标 30 千米时来袭导弹启动末制导雷达，其探测距离为 30 千米，搜索扇面为 30 度（即来袭导弹飞行方向向左和向右各 15 度的扇面内，若指挥舰在扇形内，则认为来袭导弹自动捕捉的目标就是指挥舰），且具有“二次捕捉”能力（即第一个目标丢失后可继续向前飞行，假设来袭导弹接近舰艇时受到电子干扰丢失目标的概率为 85%，并搜索和攻击下一个目标，“二次捕捉”的范围是从第一个目标估计位置算起，向前飞行 10 千米，若仍然没有找到目标，则自动坠海）。每批来袭导弹的数量小于等于 4 枚（即由同一架或在一起的一批飞机几乎同时发射，攻击目标和导弹航向都相同的导弹称为一批）。

由于来袭导弹一般采用超低空飞行和地球曲率的原因，各舰发现来袭导弹的随机变量都服从均匀分布，均匀分布的范围是导弹与该舰之间距离在 20-30 千米。可以根据发现来袭导弹时的航向航速推算其不同时刻的位置，故不考虑雷达发现目标后可能的目标“丢失”。编队发现来袭导弹时由指挥舰统一指挥编队内任一舰发射防空导弹进行拦截，进行拦截的准备时间（含发射）均为 7 秒，拦截的路径为最快相遇。各舰在一次拦截任务中，不能接受对另一批来袭导弹的拦截任务，只有在本次拦截任务完成后，才可以执行下一个拦截任务。指挥舰对拦截任务的分配原则是，对每批来袭导弹只使用一艘舰进行拦截，且无论该次拦截成功与否，不对该批来袭导弹进行第二次拦截。不考虑每次拦截使用的防空导弹数量。

请通过建立数学模型，解决以下几个问题：

一，在未发现敌方目标时，设计编队最佳队形（各护卫舰相对指挥舰的方位和距离），应对所有可能的突发事件，保护好指挥舰，使其尽可能免遭敌导弹攻击。

二，当不考虑使用电子干扰和近程火炮（包括密集阵火炮）等拦截手段，仅使用防空导弹拦截来袭导弹，上述编队防御敌来袭导弹对我指挥舰攻击时的抗饱和攻击能力如何（当指挥舰遭遇多批次导弹几乎同时攻击时，在最危险的方向上，编队能够拦截来袭导弹的最大批数。）？

三，如果编队得到空中预警机的信息支援，对距离我指挥舰 200 千米内的所有来袭导弹都可以准确预警（即通报来袭导弹的位置与速度矢量），编队仍然保持上面设计的队形，仅使用防空导弹拦截敌来袭导弹对我指挥舰攻击时的抗饱和攻击能力（定义同上）提高多少？

四，预警机发现前方有 12 批可疑的空中目标，从 t 时刻起，雷达测得的目标位置信息在附件 1 的表格中（说明：表中作战时间为 time_t 格式，即从 1970 年 1 月 1 日 0 时起到某一时刻的秒数；目标位置经纬度的单位为弧度；目标高度的单位为米），各目标雷达反射面积见表 1。用于判断空中目标的意图的知识和规则的样本见表 2。请分析识别空中各目标可能的意图。（相关的背景知识介绍参见附件 A）

五，如果我方的预警机和水面舰艇编队的雷达和通信系统遭到敌方强烈的电子干扰，无法发现目标，也无法传递信息，这时，后果将是极其严重的，我编队防空导弹的拦截效能几乎降低到零。由此引起人们的深思，信息化条件下作战对传统的作战评估模型和作战结果已经产生重要的甚至某种程度上是决定性的影响！在海湾战争（相关资料参见附件 B）的“沙漠风暴”行动开始前，一些军事专家用传统的战争理论和战争评估模型进行预测，包括用兰彻斯特战争模型预测战争进程，结果却大相径庭，战争的实际结果让他们大跌“眼镜”。那么信息化战争的结果应该用什么样的模型来分析或预测呢？这是一个极具挑战性，又十分有意义的课题。请尝试建立宏观的战略级信息化战争评估模型，从一般意义上反映信息化战争的规律和特点，利用模型分析研究信息系统、指挥对抗、信息优势、信息系统稳定性，以及其它信息化条件下作战致胜因素的相互关系和影响（信息化战争相关概念参见附件 C）。并通过信息化战争的经典案例，例如著名的海湾战争，对模型加以验证。

二、模型假设与符号说明

2.1 模型假设

1. 舰队的运动状态相对于飞机和导弹是静止的。
2. 导弹的目标均为指挥舰，不会对护卫舰进行攻击。
3. 在拦截导弹的过程中，舰艇在完成一导弹次拦截任务后可直接进入下一次导弹拦截任务，不考虑指挥舰对护卫舰发布指令的时间延迟，也不考虑人为处理等其他突发因素造成的时间延迟。
4. 各舰艇之间的通信瞬时发生,无时间延迟。

2.2 符号说明

符号	符号说明
d_{\min}	编队各舰上防空导弹水平最小射程
d_{\max}	编队各舰上防空导弹水平最大射程
v_f	编队航舰防空导弹平均速度
v_d	来袭导弹飞行速度
d_j	航舰雷达监测范围半径

r	护卫舰与指挥舰之间的距离
x	监测到来袭导弹时，来袭导弹与指挥舰之间的距离
s	指挥舰安全距离
θ	以指挥舰为原点，护卫舰相对指挥舰偏移的角度
t_c	监测到来袭导弹后，航舰完成一次拦截任务所用时间
y	完成一次打击拦截后，航舰与打击拦截爆破点之间的距离
l	完成一次打击拦截后，指挥舰与打击拦截爆破点之间的距离

三、问题一的模型的建立与求解

3.1 问题一的分析

问题一要求设计编队队形可以应对所有突发可能，保护指挥舰，根据题目给出的条件，只有在以指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面内，才有可能有导弹来袭，因此我们不用考虑以指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面以外的区域，只需要在以指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面内编排护卫舰即可。并且由于编队航速相对导弹速度来说，可以近似认为编队处于静止状态。为了保证编队处于最佳队形，使指挥舰尽可能不受导弹攻击，可以从以下方面进行分析，1) 航舰防空导弹射程范围全覆盖；2) 航舰雷达监测范围全覆盖；3) 在 1) 和 2) 的基础上，考虑来袭导弹和防空导弹的速度，引入指挥舰安全距离，从而可以对来袭导弹进行相应拦截以保证指挥舰的安全。

航舰防空导弹射程范围全覆盖指的是，由于编队各舰上防空导弹最小射程为 10 千米，最大射程为 80 千米，因此编排的队形必须要满足各舰能在各自的射程范围内（10km-80km）击落来袭导弹，也就是说，在发现来袭导弹后，每一艘航舰都有能力可以拦截来袭导弹，这样便可以实现每一艘航舰都可以保护指挥舰。

航舰雷达扫描范围全覆盖指的是，在以指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面内全部范围内（即以护卫舰为圆心，20 千米为半径的四个圆可以完全覆盖 200 度的扇形区域），要保证各个航舰雷达都可以发现来袭导弹，使各护卫舰的监测范围可以覆盖整个 200 度扇形被攻击区域，这样便可以使各舰都可以发现导弹来袭，并进行导弹的拦截。

由于考虑到指挥舰与护卫舰之间有相对距离，防空导弹和来袭导弹均有速度，于是在航舰防空导弹射程范围全覆盖和航舰雷达扫描范围全覆盖的基础上，我们引入指挥舰安全距离，使来袭导弹在进入指挥舰安全距离范围之前便被护卫舰击落，这样既可以保证一定可以发现来袭导弹，也可以保证各个航舰一定可以有能力拦截来袭导弹，同时尽可能的保护指挥舰。

基于以上原因，我们可以以指挥舰为原点，正北方向 0 度，建立一个极坐

标系, 将以指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面映射到其中, 得到来袭导弹攻击的 200 度扇面, 然后采用等分法, 将此扇面均分为四个区域, 使每一艘护卫舰负责一块区域, 并将各个航舰映射成一个点, 得到极坐标上的队形, 接着建立几何数学模型, 得到护卫舰与指挥舰之间的距离 r , 来袭导弹与指挥舰之间的距离 x , 相关角度和指挥舰安全距离 s , 根据分析, 针对不同情况, 建立角度, 安全距离 s , 护卫舰与指挥舰之间的距离 r 和来袭导弹与指挥舰之间的距离 x 的方程, 求解方程, 得到最优解 r , 使指挥舰安全距离最大, 便得到航舰编队最佳队形[1]。

3.2 编队最佳队形模型的建立

3.2.1 航舰防空导弹射程范围全覆盖建模

由于航舰防控导弹射程范围在 10km-80km 之间, 因此 10km 以内和 80km 以外, 防控导弹均无法拦截来袭导弹。当来袭导弹在指挥舰 80km 以外时, 由于各航舰均探测不到它的存在, 因此无需考虑此种情况。当来自导弹在指挥舰 10km 以为时, 这属于指挥舰防控导弹打击盲区, 因此只能由护卫舰进行拦截, 所以护卫舰的射程范围应该覆盖指挥舰 10km 以内的打击盲区, 以保证可以应对任何突发情况。我们假设, 护卫舰的射程范围刚好可以覆盖指挥舰打击盲区, 以指挥舰为原点, 正北方向 0 度, 建立极坐标系, 如图 3.1 所示:

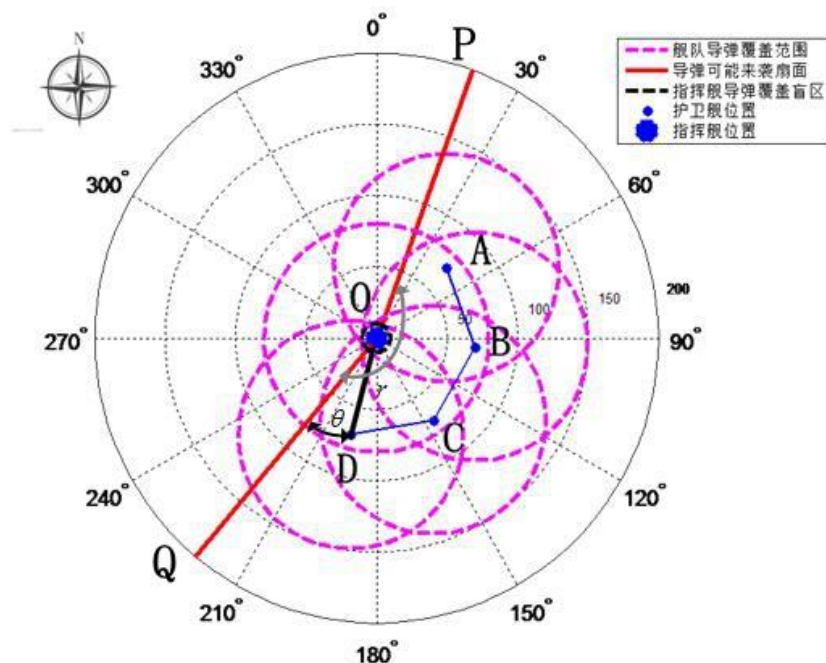


图 3.1 航舰防空导弹射程范围全覆盖图

A, B, C, D 四个点分别表示四艘护卫舰, 原点 O 表示指挥舰, 来袭导弹攻击范围的 200 度扇面的两边由图中两条红边 PO, QO 可以表示。要应对任何突发状况, 我们考虑这样一种极端情况: 假设来袭导弹沿 PO 射向指挥舰, 此时护卫舰 A, B, C 和指挥舰 O 均处在拦截准备时间内, 不能对来袭导弹进行拦截打击, 但是当航舰雷达监测到来袭导弹时, 指挥舰可以调度远端护卫舰 D 拦截打击, 不过来袭导弹必须在其打击范围内, 考虑临界情况, 来袭导弹刚好进入指挥舰打击盲区, 护卫舰 D 刚好可以打到的情况, 于是根据图 3.1 得到

护卫舰 D 防空打击示意图，如图 3.2 所示：

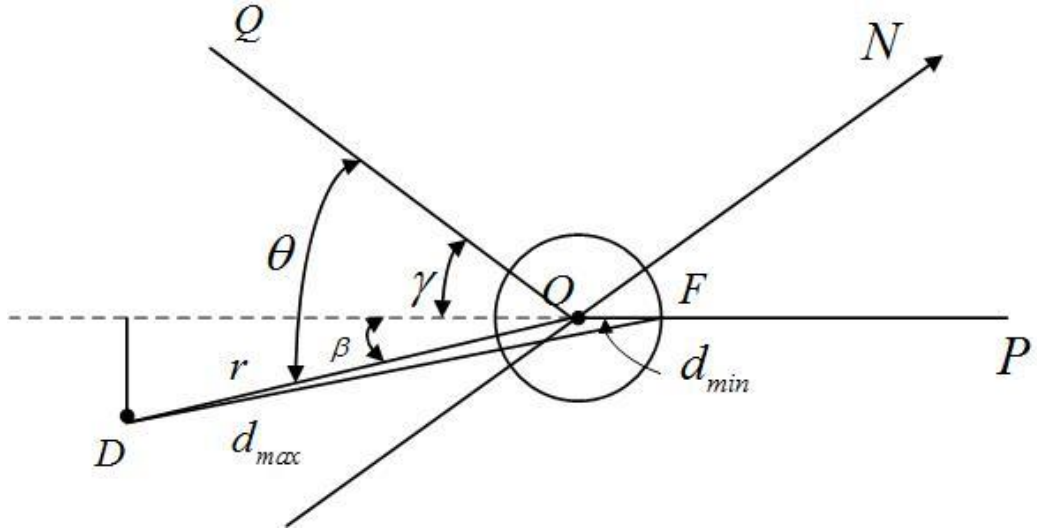


图 3.2 防空拦截打击示意图

图 3.2 中箭头指向 N 的方向为正北方向，来袭导弹沿 PQ 射向指挥舰，刚好与护卫舰 D 发射的防空导弹相遇在 F 点，根据几何关系，可得：

$$\begin{cases} \gamma + 180^\circ = 200^\circ \\ (r \sin \beta)^2 + r^2 (\beta - \gamma)^2 = d_{\min}^2 \\ \beta = \theta - \gamma \end{cases} \quad (3-1)$$

其中，根据之前对问题的分析，被攻击区域被分成四个等分的区域，故 $\theta = 25^\circ$ ， d_{\min} 和 d_{\max} 为防空导弹最小最大射程，求解式 (3-1)，得到 $r = 70.033\text{km}$ ，因此若要实现防空导弹射程全覆盖，需满足 $r \leq 70.033\text{km}$ ，即指挥舰离各个护卫舰的距离不能超过 70.03km 。当 $r = 70.033\text{km}$ 时，可以得到此时的编队队形，考虑到雷达监测最大范围 (30km) 远远小于防空导弹射程最大范围 (80km)，得到 $r = 70.033\text{km}$ 的雷达监测情况 (监测半径 30km) 的编队队形图，如图 3.3 所示：

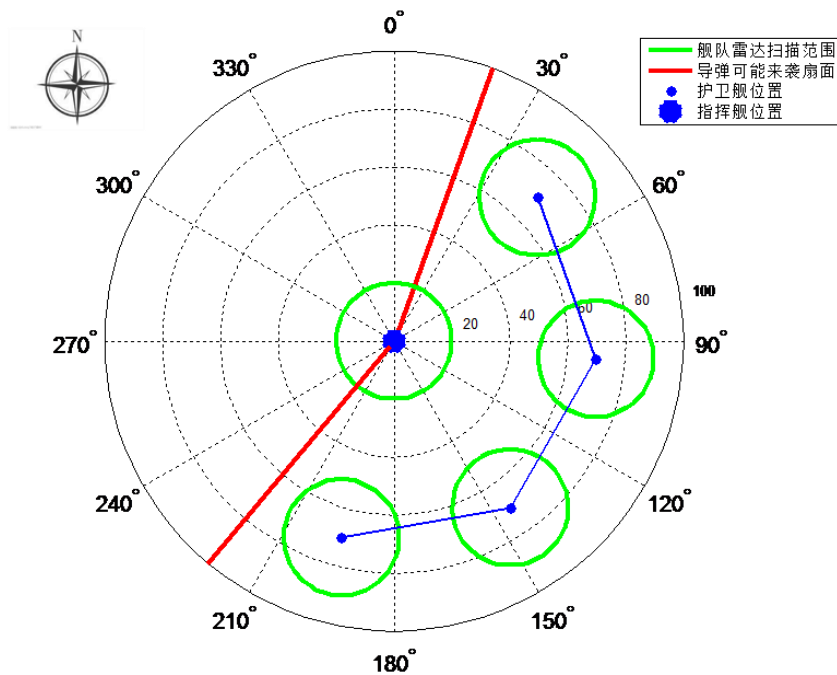


图 3.3 $r = 70.033\text{km}$ 时的雷达监测范围

从图中我们可以看出，当 $r = 70.033\text{km}$ 时，虽然实现了防空导弹射程全覆盖，但是舰队雷达监测范围并没有全部覆盖整个 200 度扇形区域，而在护卫舰之间有空隙，如果来袭导弹从这些空隙中发射过来，那么护卫舰便有可能发现不了来袭导弹，这样就增加了指挥舰遭受敌方到底击中的概率，显然，这样的队形不是最佳队形。根据图 3.3 的启发，于是我们想到改进的一种措施，实现航舰雷达扫描范围全覆盖，这样既能够满足射程全覆盖，同时也能保证护卫舰一定可以发现敌方来袭导弹。

3.2.2 航舰雷达监测范围全覆盖建模

由于各舰雷达发现来袭导弹的随机变量都服从均匀分布，均匀分布的范围是导弹与该舰之间距离在 20-30 千米，因此若要实现各个航舰肯定可以发现敌方来袭导弹，我们可以将各舰能够发现导弹的监测距离设为 20 千米，以保证在雷达监测范围覆盖整个被攻击区域的同时，一定可以发现来袭导弹。我们选取一种临界的情况，四个护卫舰的雷达监测范围刚好可以覆盖整个被攻击区域，以各个护卫舰为圆心，20km 的雷达监测范围作为半径做圆，使四个护卫舰所监测的范围两两相切，同时与被攻击区域扇面两边相切，得到雷达监测全覆盖的情况，如图 3.4 所示：

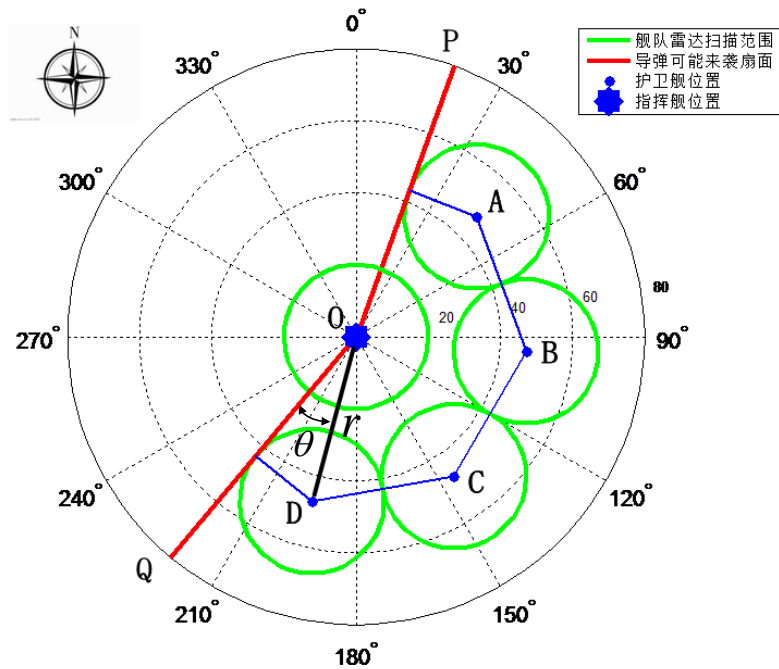


图 3.4 舰舰雷达监测范围全覆盖情况

由于图中各个舰舰雷达监测半径均为 20km，因此根据图 3.4 几何关系，可得：

$$r \sin \theta = 20 \quad (3-2)$$

其中， $\theta = 25^\circ$ ，求解可得， $r = 47.23\text{km}$ ，因此若要实现各个舰舰雷达监测范围完全覆盖被攻击区域，需要满足 $r \leq 47.23\text{km}$ 。根据舰舰防空导弹射程全覆盖中考虑的情况，若要满足射程全覆盖，需保证 $r \leq 70.033\text{km}$ ，因此，当满足舰舰雷达监测范围全覆盖时，舰舰防空导弹射程全覆盖一定满足。

然而，设计这样的队形没有考虑来袭导弹和防空导弹的速度等因素，所以图 3.4 显示的情况并不符合实际情况。于是，我们在舰舰雷达监测范围全覆盖的条件下，引入导弹速度参数，同时引入指挥舰安全距离，对舰舰编队队形编排再次建模。

3.2.3 基于指挥舰安全距离的舰舰编队队形建模

所谓指挥舰安全距离 s ，是指敌方来袭导弹和指挥舰之间存在一段距离，敌方来袭导弹在这段距离之外，可以保证指挥舰不会遭受到攻击，敌方来袭导弹在这段距离内，指挥舰将会遭到攻击。在引入安全距离和保证舰舰雷达监测全覆盖的情况下，我们设计了新的场景，为了应对任何突发情况，仍然考虑一种极端的情况。如图 3.1 所示，假设敌方来袭导弹以速度 v_g 沿被攻击区域扇面

一面（图 3.1 中边 PO ）射向主舰，此时护卫舰 A, B, C, D 和指挥舰 O 均处在拦截准备时间内，均不能对来袭导弹进行拦截打击，但是护卫舰 A 在第一时间可以监测到来袭导弹沿 PO 方向射向指挥舰，于是其余航舰也知道来袭导弹沿 PO 方向射向指挥舰，由此可以知道此时来袭导弹与指挥舰之间的距离，假设离导弹最远的护卫舰 D 在护卫舰 A 发现敌方来袭导弹的第一时间刚好完成上一次拦截任务，可以准备下一次任务，而其余的航舰均没有完成上一次拦

截任务，因此护卫舰 D 需要在敌方来袭导弹进入安全距离之前发射防空导弹并击中来袭导弹。考虑临界情况，来袭导弹刚好进入安全距离，护卫舰 D 发射的防空导弹刚好击落来袭导弹，于是得到此种情况示意图，如图 3.5 所示：

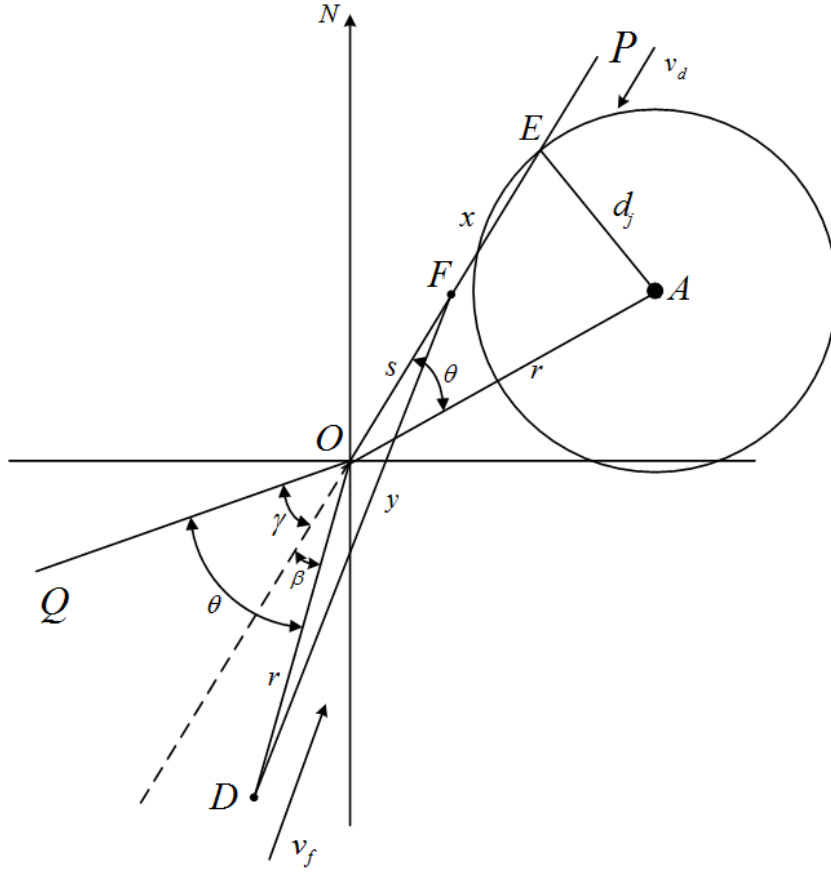


图 3.5 安全距离的防空拦截打击示意图

图 3.5 中箭头指向 N 的方向为正北方向，指挥舰安全距离 s 为图中线段 OF ，发现来袭导弹是指挥舰与来袭导弹的距离 x 为图中线段 OE ，敌方来袭导弹以速度 v_d 沿 PO 射向指挥舰，当其进入护卫舰 A 的雷达监测区域，即到达图 3.5 中 E 点，此时护卫舰 D 刚好完成上一次拦截任务，发现来袭导弹射向指挥舰，因此准备发射以速度 v_f 飞行的防空导弹拦截来袭导弹，使得敌方来袭导弹进入指挥舰安全距离的时候刚好被防空导弹击落，即在图中 3.5 中 F 点。根据图 3.5 所示的几何关系，可得：

$$\begin{cases} y^2 = s^2 + r^2 - 2sr \cos(180^\circ - \beta) \\ \frac{y}{v_f} + 7 = \frac{x-s}{v_d} \\ x^2 + r^2 - 2xr \cos \theta = d_j^2 \end{cases} \quad (3-3)$$

求解方程组 (3-3)，得到指挥舰安全距离 s 与指挥舰和护卫舰之间距离 r 的关系如下：

$$\begin{cases} r = -0.924s + \sqrt{y^2 - 0.146s^2} \\ y = 2.67(x - s) - 5.712 \\ x = 0.924r + \sqrt{400 - 0.146r^2} \end{cases} \quad (3-4)$$

由于四艘护卫舰的雷达监测范围要完全覆盖来袭导弹攻击区域，因此根据 3.2 中航舰雷达监测范围全覆盖情况的计算结果可知： $0 < r \leq 47.23\text{km}$ 。若要获得航舰编队的最佳队形，应该是在航舰雷达监测范围全覆盖的情况下，使指挥舰的安全距离最大，这样既保证了肯定可以发现敌方来袭导弹，同时也可以应对各种突发状况，并且考虑敌方来袭导弹速度和航舰防控拦截导弹速度，更加符合实际情况，确保了指挥舰的安全，尽可能的不遭受攻击。

于是问题变成了在满足 $0 < r \leq 47.23\text{km}$ 的条件下，找到式 (3-4) 中目标值 s 的最大值，相应的 r 就是指挥舰与护卫舰之间距离 r 的最优解。即，

$$\begin{aligned} & \underset{0 < r \leq 47.23\text{km}}{\operatorname{argmax}} \quad s \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} r = -0.924s + \sqrt{y^2 - 0.146s^2} \\ y = 2.67(x - s) - 5.712 \\ x = 0.924r + \sqrt{400 - 0.146r^2} \end{cases} \end{aligned} \quad (3-5)$$

根据式 (3-5) 可以得到指挥舰安全距离 s 与指挥舰和护卫舰之间距离 r 的关系曲线，如图 3.6 所示，

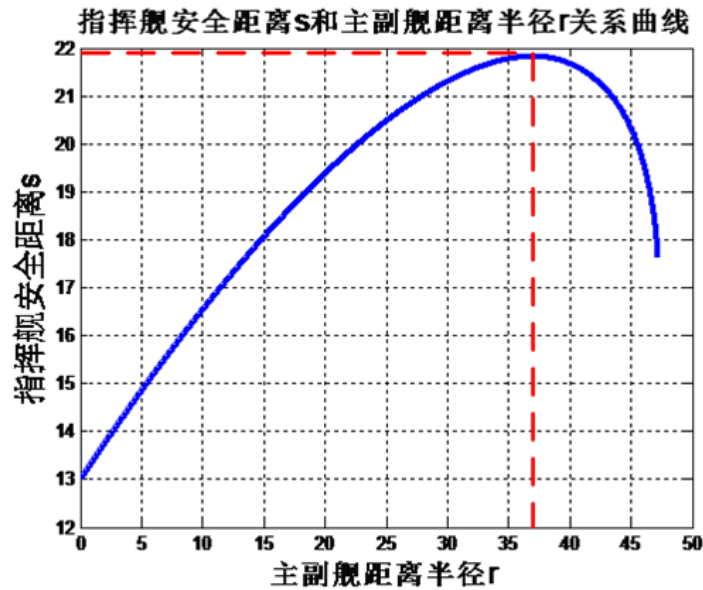


图 3.6 指挥舰安全距离 s 与指挥舰和护卫舰之间距离 r 的关系曲线

从图 3.6 中可以发现，在 $0 < r \leq 47.23\text{km}$ 范围内，指挥舰安全距离 s 存在最大值，通过计算发现，最大值 $s = 21.8210\text{km}$ ，将此最大值代入式 (3-4) 中，得到指挥舰与护卫舰之间距离 r 的最优解， $r = 36.963\text{km}$ 。这个值便是指挥舰和护卫舰之间的最佳距离，以此距离编排的护卫舰队形是最佳队形。

因此令 $r = 36.963\text{km}$ ，航舰雷达监测半径 $d_j = 20\text{km}$ ，得到航舰编队队形图，如图 3.7 所示：

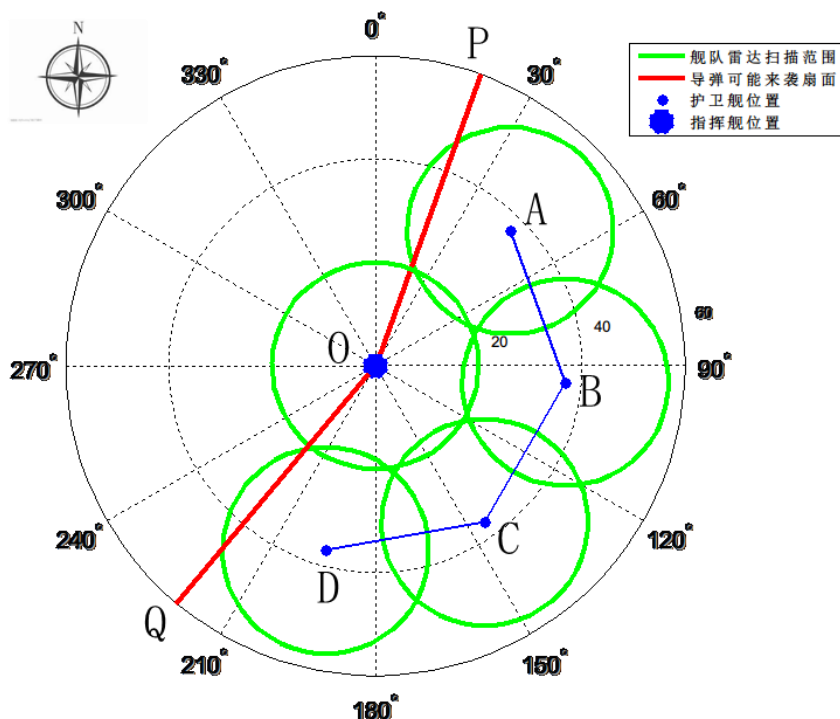


图 3.7 航舰编队最佳队形雷达覆盖图

从图 3.7 中可以看到，四艘护卫舰和指挥舰的雷达监测覆盖实现了对被攻击扇面区域（以我指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面）的完全覆盖，并且相比于图 3.4 所示的完全覆盖，这个队形的雷达监测覆盖是一种无缝覆盖，可以在任何突发情况下，都能发现敌来袭导弹，并且此时的指挥舰安全距离最大，各个护卫舰完全可以保护好指挥舰，符合实际情况，因此在未发现敌方目标时，这种航舰编队队形为最佳队形，其各个护卫舰距指挥舰 36.963km，角度分别为 45 度，95 度，145 度，195 度（以正北为 0 度，顺时针方向）。

3.3 小结

问题一中从舰艇防空导弹射程覆盖，舰艇雷达监测覆盖和指挥舰安全距离三个要素对编队最佳队形进行了分析，最终得到的编队最佳队形是这样的，在以指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面内，各个护卫舰距指挥舰 36.963km，其角度分别为 45 度，95 度，145 度，195 度（以正北为 0 度，顺时针方向）。编队最佳队形航舰雷达覆盖图见图 3.7。

四、问题二的模型的建立与求解

4.1 问题二的分析

问题二要求计算问题一设计的最佳编队队形防御敌来袭导弹对我指挥舰攻击时的抗饱和攻击能力，为了计算抗饱和攻击能力，我们仍然设定航舰雷达监测半径为 20km，这样可以保证肯定可以发现敌来袭导弹，在此基础得到的是最小抗饱和攻击能力。根据题目所给信息，抗饱和攻击能力[2]是指，在最危险的

方向上,当指挥舰遭遇多批次导弹攻击时,编队能够拦截来袭导弹的最大批数。

我们认为最危险的方向是被攻击区域 200 度扇面的边缘 (图 3.7 边 PO, QO),

在此边缘射向指挥舰的来袭导弹,对指挥舰威胁最大,因此仍然选择来袭导弹从被攻击区域扇面边缘 PO 射向指挥舰。

为了计算问题一设计的最佳编队的抗饱和攻击能力,我们采用离散数学中的组合优化方法,将组合优化思想运用到几何问题中,使用逐步调整法,逐渐减小来袭导弹爆炸点与指挥舰距离,直到敌来袭导弹与指挥舰距离为零,指挥舰被来袭导弹击中,相应的,从而便可以得到最优解,即编队防御敌来袭导弹的抗饱和攻击能力,可以从以下方面分析: 1) 通过模拟敌来袭导弹射入角度,使来袭导弹射入角度遍历 20 度到 220 度之间,分别计算每一个射入角度所对应的防御总时间(所谓防御总时间是指,所有航舰单独防御所用时间的总和),找到一个最小的防御总时间,这个最小的防御总时间所对应的来袭到电脑射入角度方向便是最危险方向; 2) 无干扰抗饱和攻击能力模型,在最危险的方向上,不考虑航舰 10km 内不能打击来袭导弹的情况,拦截来袭导弹是无干扰的,分析无论如何,每一艘航舰只要发现敌来袭导弹,都能将其击落的情况,在此情况下,使用逐步调整法[3],计算编队防御敌来袭导弹的抗饱和攻击能力; 3) 在 2) 的基础上,考虑航舰 10km 安全范围内不能进行打击的情况,即便发现敌来袭导弹,但是为了避免误伤,每一艘护卫舰都存在一定的拦截范围,称之为航舰允许爆破范围,在此情况下,使用逐步调整法,分析并计算爆破范围内的编队防御敌来袭导弹的抗饱和攻击能力。

4.2 抗饱和攻击能力模型的建立

4.2.1 最危险方向的确定

以指挥舰为原点,建立平面直角坐标系,将各个护卫舰映射为坐标系中一个点,并且在坐标系中表示出被攻击区域扇面和护卫舰监测范围,如图 4.1 所示:

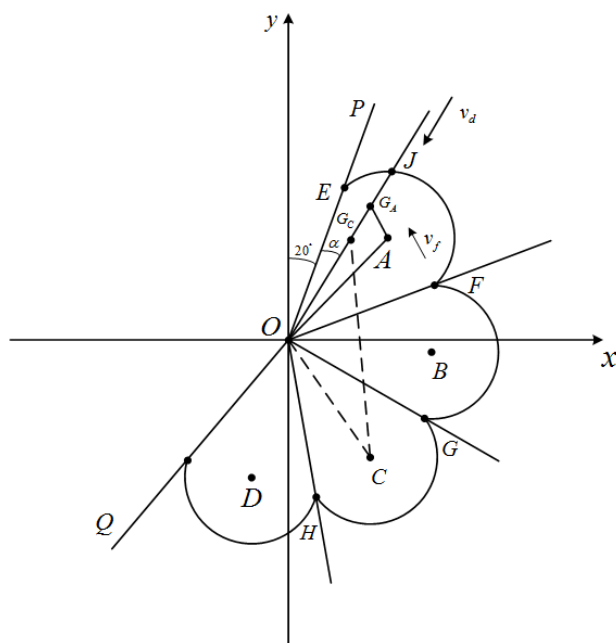


图 4.1 舰艇防御示意图

图 4.1 中边 OE ，边 OF 和弧 EF 组成的区域为护卫舰 A 防御的区域，假设来袭导弹在此区域从 JO 方向射向指挥舰，射入方向与边 OE 夹角为 α ，护卫舰 A 在 J 点监测到导弹，并且在 G_A 点将其击落，根据几何关系，可得：

$$(x - v_d t_A)^2 + r^2 - 2r(x - v_d t_A) \cos(\theta_A - \alpha) = [v_f \cdot (t_A - 7)]^2 \quad (4-1)$$

然后，采用解析几何的方法，得到直角坐标系中 A 点的坐标为 $(26.163, 26.163)$ ，因此可知，以 A 为原点，20km 为半径的圆的方程：

$$(x - 26.163)^2 + (y - 26.163)^2 = r^2 \quad (4-2)$$

由于 OJ 是一条经过原点的直线，因此可以得到直线 OJ 的方程：

$$y = \tan(70^\circ - \alpha) \cdot x \quad (4-3)$$

联立式 (4-2)、式 (4-3) 可以得到 P 点坐标 (x_j, y_j) ，可以求出 OJ 距离，即式 (4-1) 中 x 的值：

$$x = \sqrt{x_j^2 + y_j^2} \quad (4-4)$$

于是将式 (4-1)、式 (4-4) 联立，可以得到护卫舰 A 防御来袭导弹所用时间 t_A 与导弹来袭方向角 α 之间的关系。相同地，可以分别得到护卫舰 B, C, D 防御来袭导弹所用时间 t_B, t_C, t_D 与导弹来袭方向角 α 关系，从而可以得到完成一次拦截任务的防御总时间 T ($T = t_A + t_B + t_C + t_D$) 与导弹来袭方向角 α 关系， α 的取值在 0° 到 200° 之间，如图 4.2 所示：

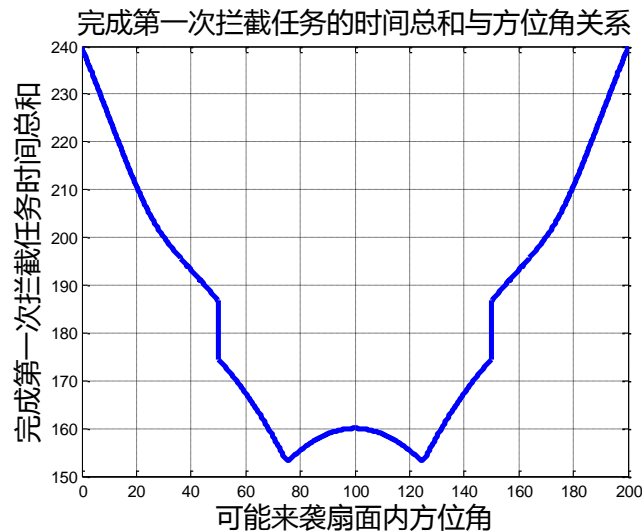


图 4.2 完成一次拦截任务的防御总时间与导弹来袭方向角关系曲线

由图 4.2 可知，导弹来袭方位角为 0° 或者 200° 的时候，完成一次拦截任务所花费的时间最长，因此导弹来袭方位角 0° 或 200° 对应的方向是最危险

方向,从图 4.1 可知,这个方向就是被攻击区域扇形的边缘,即 PO, QO 方向。

4.2.2 无干扰抗饱和攻击能力模型的建立与求解

根据 4.2.1 确定的最危险方向,即被攻击区域扇面边缘 PO 射向指挥舰的方向,如图 3.7 所示,假设从最危险方向 PO 有多批次导弹几乎同时向指挥舰攻击,假设这批次导弹为高密度发射,发射并没有时间间隔,当护卫舰 A 最先发现第一批导弹时,因此每艘航舰可以根据敌来袭导弹航向与速度可以预测来袭导弹的位置,因此可以计算出何时何地可以完成对这批来袭导弹的拦截任务,实现对来袭导弹拦截爆破点的预测。根据上述分析,首先,以护卫舰 A 拦截来袭导弹为例,采用离散数学中的逐步调整法,由于来袭导弹是高密度多批次,因此将上一次来袭导弹的拦截爆破点作为下一次航舰雷达监测点,逐步使敌来袭导弹拦截爆破点接近指挥舰,直到两者距离为零,指挥舰被击中,此时得到编队抗饱和攻击能力,建立模型,得到护卫舰 A 拦截这批高密度导弹的示意图,如图 4.3 所示:

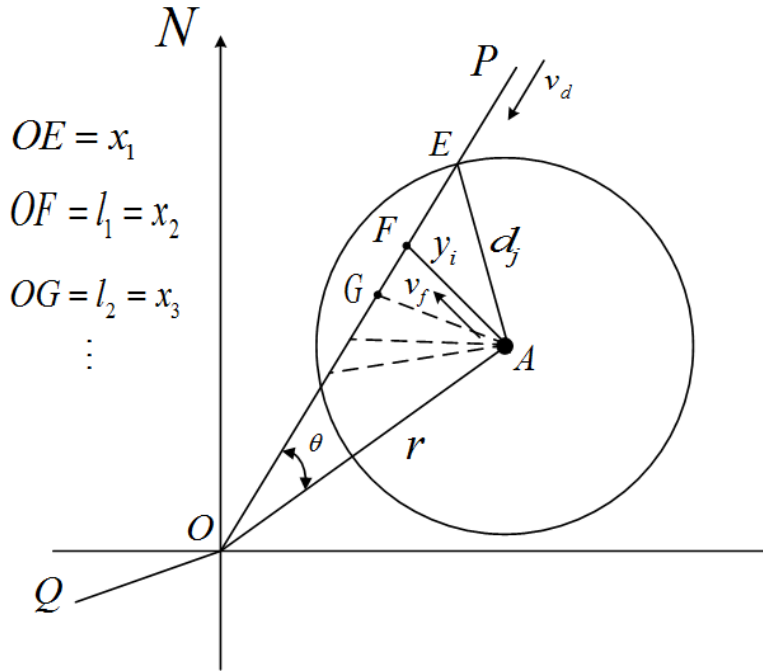


图 4.3 护卫舰 A 拦截高密度来袭导弹的示意图

图 4.3 中箭头指向 N 为正北方向,高密度来袭导弹从最危险的方向射向指挥舰 (PO 方向),当敌来袭导弹进入护卫舰 A 的雷达监测范围时,护卫舰 A 根据来袭导弹航向与速度,推算出可以在 F 点拦截击落这批导弹,其中, E 点是第一次发现来袭导弹的监测点, F 点是第一次完成拦截导弹任务时的爆破点,根据几何关系,可得:

$$\begin{cases} x_1^2 + r^2 - 2x_1 r \cos \theta = d_j^2 \\ (x_1 - t_c v_d)^2 + r^2 - 2(x_1 - t_c v_d) r \cos \theta = y_1^2 \\ y_1 = (t_c - 7) v_f \end{cases} \quad (4-5)$$

其中, x_1 表示第一次发现来袭导弹时导弹与指挥舰间的距离, t_{c1} 表示发现来袭导弹后, 航舰完成第一次拦截任务所用时间, y_1 表示第一次拦截来袭导弹后, 爆破点与护卫舰之间的距离。求解式 (4-5), 可以得到 $x_1=46.002\text{km}$, $t_{c1}=26.83\text{s}$, $y_1=16.184\text{km}$ 。

当完成第一批来袭导弹的拦截任务, 护卫舰 A 在 F 点发现第二批来袭导弹, 根据推算可以在 G 点拦截击落这批导弹.....据此逐次递推计算, 递推计算的数学模型如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_i^2 + r^2 - 2x_i r \cos \theta_A = y_{i-1} \\ (x_i - t_{c_i} v_d)^2 + r^2 - 2(x_i - t_{c_i} v_d) r \cos \theta_A = y_i \\ y_i = (t_{c_i} - 7) v_f \\ x_i = x_{i-1} - t_{c_{i-1}} v_d \\ i = 2, 3, 4, \dots \end{array} \right. \quad (4-6)$$

其中, x_i 表示第 i 次发现来袭导弹时导弹与指挥舰间的距离, t_{c_i} 表示第 i 次发现来袭导弹后护卫舰完成第 i 次拦截任务所用时间, y_i 表示第 i 次拦截来袭导弹后, 爆破点与护卫舰之间的距离。

求解式 (4-6), 推导出第 i 次 ($i=2, 3, 4, \dots$) 发现来袭导弹时导弹与指挥舰间的距离 x_i 和第 i 次发现来袭导弹后护卫舰完成第 i 次拦截任务所用时间 t_{c_i} 的关系式如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_i - v_d t_{c_i})^2 + r^2 - 2(x_i - v_d t_{c_i}) r \cos \theta_A = [(t_{c_i} - 7) v_f]^2 \\ i = 2, 3, 4, \dots \end{array} \right. \quad (4-7)$$

其中, 根据题目所给条件 $v_d=0.306\text{k}$, $v_f=0.806\text{km/s}$, $r=36.963\text{km}$, $\theta_A=25^\circ$, 将其带入式 (4-7) 可以得到第 i 次 ($i=2, 3, 4, \dots$) 发现来袭导弹时导弹与指挥舰间的距离 x_i 和第 i 次发现来袭导弹后护卫舰完成第 i 次拦截任务所用时间 t_{c_i} 的离散关系。这是以护卫舰 A 拦截来袭导弹为例建模得到的关系式, 以同样的方法可以得到护卫舰 B, C, D 拦截来袭导弹情况下的

关系式，只需要将式（4-7）中 θ_A 分别换成 $\theta_B, \theta_C, \theta_D$ 即可。

最后，考虑指挥舰 O 拦截来袭导弹的情况，同样采逐步调整法，此将上一次来袭导弹的拦截爆破点作为下一次航舰雷达监测点，逐步使敌来袭导弹拦截爆破点接近指挥舰，直到两者距离为零，指挥舰被击中，建立模型，得到指挥舰 O 拦截这批高密度导弹的示意图，如图 4.4 所示：

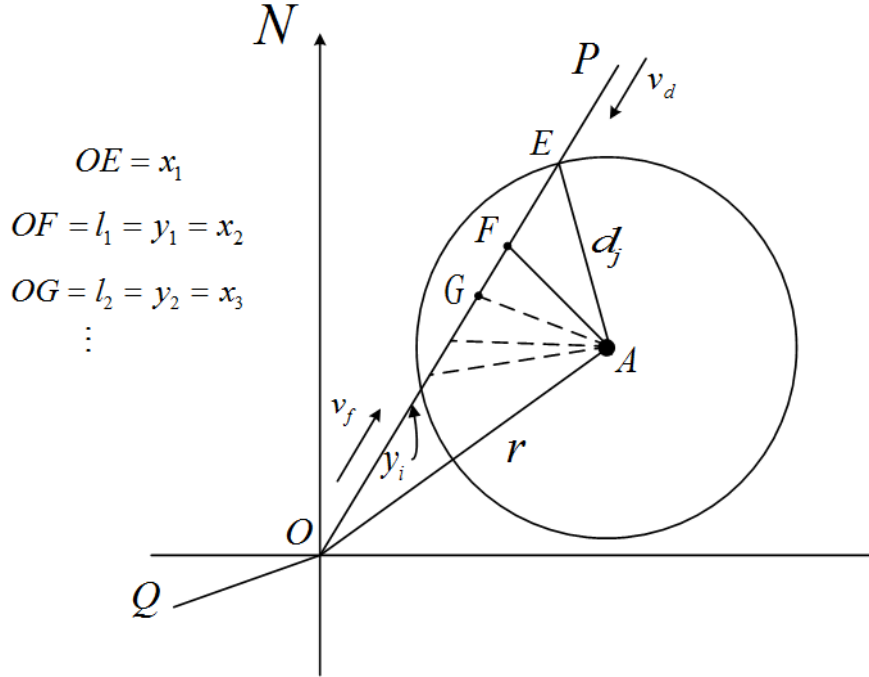


图 4.4 指挥舰 O 拦截高密度来袭导弹的示意图

同护卫舰拦截高密度来袭导弹方法相同，根据几何关系，可得到：

$$v_f \cdot (t_{c_i} - 7) + v_d \cdot \sum_{i=1}^i t_{c_i} = x_1 \quad (4-8)$$

$$x_i = v_f \cdot (t_{c_i} - 7) + v_d \cdot t_{c_i} \quad (4-9)$$

$$y_i = v_f \cdot (t_{c_i} - 7) \quad (4-10)$$

得到护卫舰 A 第 i 次（ $i=2,3,4,\dots$ ）发现来袭导弹时导弹与指挥舰间的距离 x_i 和第 i 次发现来袭导弹后指挥舰 O 完成第 i 次拦截任务所用时间 t_{c_i} 的关系，即式（4-9）。

由于考虑到发现来袭导弹时导弹与指挥舰间的距离 x_i 满足 $0 \leq x_i \leq 46.002$ ，因此可以遍历所有 x_i 的取值，可以得到发现来袭导弹时导弹与指挥舰间的距离 x 和发现来袭导弹后指挥舰和四艘护卫舰完成拦截任务所用时间 t_c 的曲线图，如图 4.5 所示：

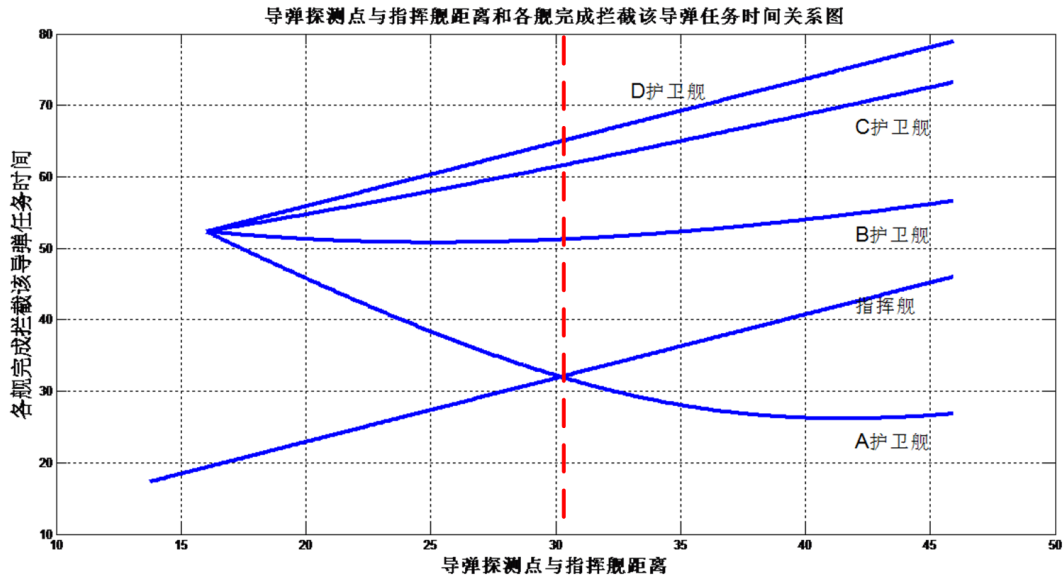


图 4.5 导弹探测点距离与指挥舰和各护卫舰完成拦截任务时间关系曲线图

从图 4.5 中我们可以发现,当发现来袭导弹时的探测点与指挥舰的距离 x_i 在 $30.2 \leq x_i \leq 46.022$ 范围内,随着导弹监测点与指挥舰越来越远时,完成来袭导弹拦截任务的时间最快的是护卫舰 A,其次是指令舰 O,然后依次是,护卫舰 B,C,D;当发现来袭导弹时的探测点与指挥舰的距离 x_i 在 $0 \leq x_i < 30.2$ 范围内,随着导弹监测点与指挥舰越来越远时,完成来袭导弹拦截任务的时间最快的是指令舰 O,其次是护卫舰 A,然后依次是,护卫舰 B,C,D。这种情况符合实际情况,因为在 $30.2 \leq x_i \leq 46.022$ 范围内,相同导弹监测点与指挥舰的距离条件下,相比其余航舰,护卫舰 A 离来袭导弹最近,自然完成拦截打击导弹的时间最短,当导弹监测点与指挥舰距离缩短,护卫舰 A 离开来袭导弹距离增加,到一定距离时,指令舰 O 离来袭导弹最近,因此完成拦截打击导弹时间最短。同时,我们还可以发现,随着导弹监测点与指挥舰的距离不断减小,护卫舰 A 完成拦截打击的时间越来越长,而护卫舰 B,护卫舰 C,护卫舰 D 和指令舰 O 完成拦截打击的时间越来越短,这同样也符合实际情况,因为随着导弹监测点与指挥舰的距离不断减小,护卫舰 A 离来袭导弹距离增加,相应完成拦截任务时间自然增加,而护卫舰 B,护卫舰 C,护卫舰 D 和指令舰 O 离来袭导弹距离不断减小,相应完成拦截任务时间自然减少。

根据图 4.5,在逐步逼近的基础上,使得航舰对敌来袭导弹拦截爆破点逐渐逼近指挥舰,即对式 (4-6)、式 (4-10) 中 y_i 求解,可以得到航舰完成拦截任务时间点和敌来袭导弹拦截爆破点离指挥舰距离的关系,如图 4.6 所示:

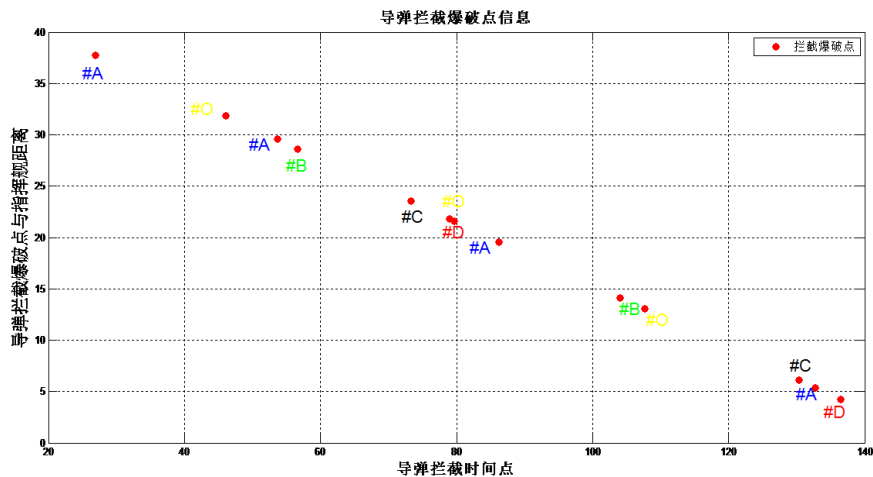


图 4.6 舰完成拦截任务时间点和敌来袭导弹拦截爆破点离指挥舰距离关系图

由图 4.6 可知，随着时间增加，导弹拦截爆破点离指挥舰距离 y 不断减少，直到 $y=0$ ，说明指挥舰被击中，图中每一个离散点则表示编队舰完成了一批导弹拦截任务，因此图中离散点的个数为 13 个，它是编队防御敌来袭导弹对我指挥舰攻击时的抗饱和攻击能力。于是从图 4.6 可以得到，在不考虑舰 10km 内不能打击来袭导弹的情况，无干扰抗饱和攻击能力模型得到的编队抗饱和能力为 13 批，即当指挥舰遭遇多批次导弹高密度同时攻击时，在最危险的方向上，编队能够拦截来袭导弹的最大批数为 13 批，其中指挥舰 O 拦截了 3 批导弹，护卫舰 A, B, C, D 分别拦截了 4, 2, 2, 2 批导弹，详细拦截信息见表 4.1。

表 4.1 无干扰抗饱和攻击能力下的舰拦截爆破信息

舰拦截爆破详细信息		护卫舰 A	护卫舰 B	护卫舰 C	护卫舰 D	指挥舰 O
第一批	爆破地点距指挥舰距离(km)	37.7917	28.6792	23.5976	21.8454	33.4709
	拦截任务完成时间点(s)	26.8334	56.6127	73.2192	78.9455	40.9537
第二批	爆破地点距指挥舰距离(km)	29.606	13.0697	6.1388	4.2505	24.3481
	拦截任务完成时间点(s)	53.5838	107.624	130.2742	136.4451	70.7665
第三批	爆破地点距指挥舰距离(km)	19.617				17.7072
	拦截任务完成时间点(s)	86.2277				92.4688
第四批	爆破地点距指挥舰距离(km)	5.4073				12.8663
	拦截任务完成时间点(s)	132.6647				108.2888

4.2.3 基于 10km 安全范围的抗饱和攻击能力模型的建立与求解

在 4.2.2 的基础上，我们考虑了更加符合实际情况的一种场景，假设从最危险方向 PO 有多批次导弹几乎同时向指挥舰攻击，这批次导弹为高密度发射，发射并没有时间间隔。由于航舰防空导弹射程为 10km-80km，如果当来袭导弹进入目标 10km 以内时，拦截导弹进入目标 10km 的圆内拦截爆破，可能会对航舰造成误伤。因此，我们使每一艘护卫舰都有一个允许拦截爆破范围。如图 4.7 所示：

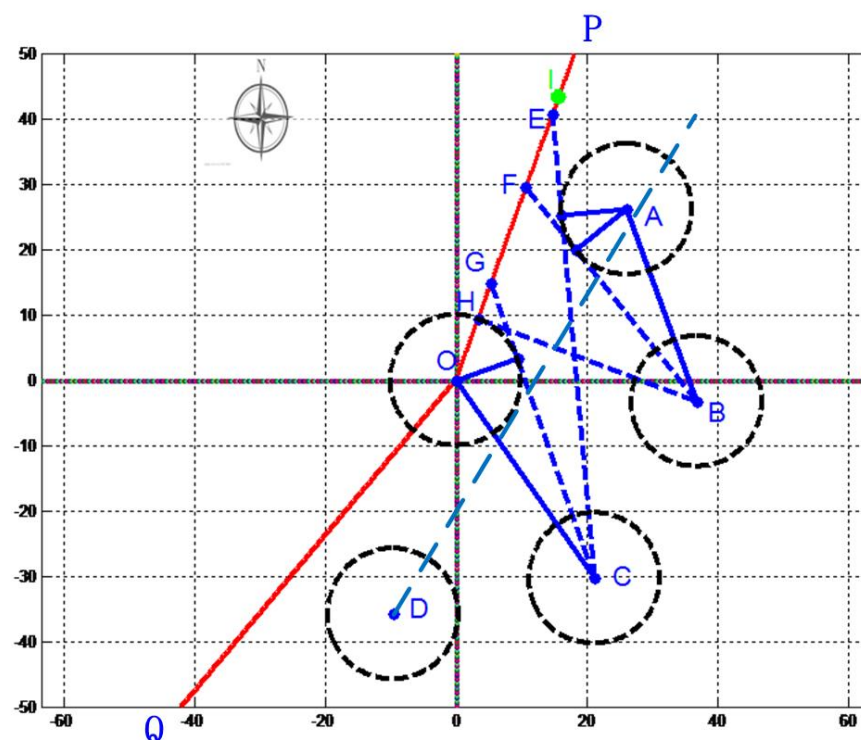


图 4.7 护卫舰允许拦截爆破范围示意图

根据图 4.7，可以从图中读出并计算四艘护卫舰的打击拦截爆破范围，如下表 4.2：

表 4.2 护卫舰打击拦截爆破范围

	打击拦截爆破距离	打击拦截爆破距离范围
护卫舰 A	边 IH	10-46.0027km
护卫舰 B	边 FH	10-31.3498km
护卫舰 C	边 EG	15.7818-43.3027km
护卫舰 D	不存在	0

将表 4.1 的打击拦截爆破范围作为约束条件代入 4.2.2 中建立的模型（式 4-6），以护卫舰 A 为例，约束条件则为 $10 \leq x_i \leq 46.002\text{km}$ ，相应的可知护卫舰

B, C, D 的约束条件, 可以得到在此情况下, 发现来袭导弹时导弹与指挥舰间的距离 x 和发现来袭导弹后指挥舰和四艘护卫舰完成拦截任务所用时间 t_c 的曲线图, 如图 4.8 所示:

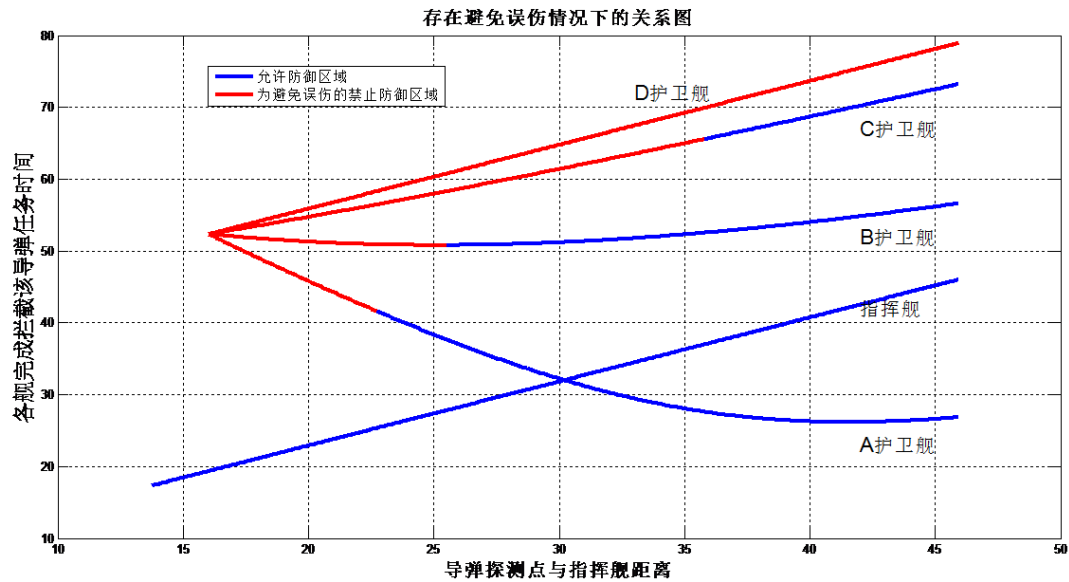


图 4.8 导弹探测点距离与指挥舰和各护卫舰完成拦截任务时间关系曲线图

图 4.8 中红色的曲线表示所代表的区域是不能进行防空导弹的拦截打击的, 可以从图 4.8 发现, 在加入 10km 允许拦截爆破安全范围的情况下, 当指挥舰最危险方向遭遇多批次导弹高密度攻击时, 护卫舰 D 是没有防御能力, 护卫舰 A , 护卫舰 B 和护卫舰 C 只有在一定范围内才可以进行防御, 对来袭导弹进行拦截爆破。而指挥舰 O 在任何时候都可以进行防御。

根据图 4.8, 同样逐步逼近, 使得航舰对敌来袭导弹拦截爆破点逐渐逼近指挥舰, 即在允许拦截爆破安全范围的约束条件下, 对式 (4-6)、式 (4-10) 中 y_i 求解, 可以得到航舰完成拦截任务时间点和敌来袭导弹拦截爆破点离指挥舰距离的关系, 如图 4.9 所示:

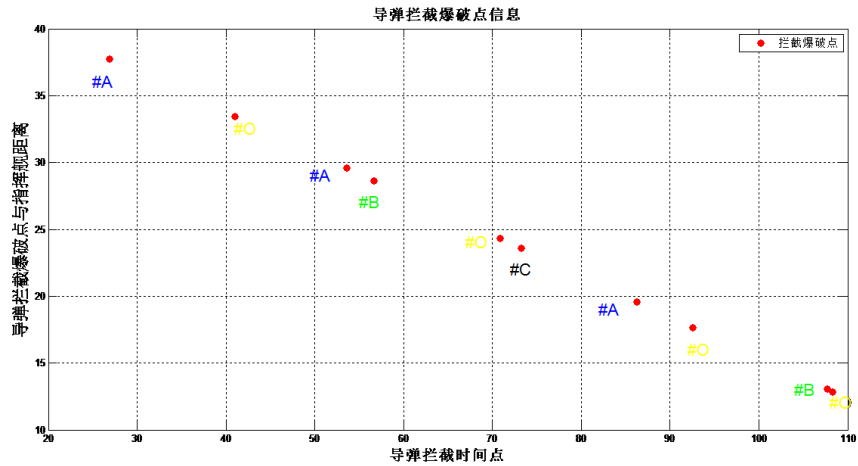


图 4.9 完成拦截任务时间点和来袭导弹爆破点离指挥舰距离关系图

从图 4.9 可以发现，图中离散点个数相比图 4.6 减少，离散点个数为 10 个。因此说明当加入 10km 允许拦截爆破安全范围时，基于 10km 安全范围的抗饱和和攻击能力模型得到的编队抗饱和能力为 10 批，相比 4.2.2 中无干扰抗饱和和攻击能力模型的抗饱和和攻击能力 13 批减少了 3 批，当然，这是符合实际情况的，因为当增加了 10km 安全范围，护卫舰的拦截爆破范围必然减小，自然会导致编队抗饱和和攻击能力下降。

基于以上所述，我们认为基于 10km 安全范围的抗饱和和攻击能力模型得到的编队防御敌来袭导弹对我指挥舰攻击是的抗饱和和攻击能力是最符合实际情况的，对应的抗饱和和攻击能力为 10 批，即当指挥舰遭遇多批次导弹高密度同时攻击时，在最危险的方向上，编队能够拦截来袭导弹的最大批数为 10 批，其中护卫舰 A 拦截了 3 批导弹，护卫舰 B 拦截了 2 批导弹，护卫舰 C 拦截了 1 批导弹，护卫舰 D 没有拦截导弹，指挥舰 O 拦截了 4 批导弹，详细拦截信息见表 4.3。

航舰拦截爆破详细信息		护卫舰 A	护卫舰 B	护卫舰 C	护卫舰 D	指挥舰 O
第一批	爆破地点距指挥舰距离(km)	37.7917	28.6792	23.5976		33.4709
	拦截任务完成时间(s)	26.8334	56.6127	73.2192		40.9537
第二批	爆破地点距指挥舰距离(km)	29.606	13.0697			24.3481
	拦截任务完成时间(s)	53.5838	107.624			70.7665
第三批	爆破地点距指挥舰距离(km)	19.617				17.7072
	拦截任务完成时间(s)	86.2277				92.4688
第四批	爆破地点距指挥舰距离(km)					12.8663
	拦截任务完成时间(s)					108.2888

4.3 小结及误差分析

问题二在设计的编队最佳队形基础上，首先分析了最危险的导弹来袭方向和区域，发现了被攻击区域扇面边缘是最危险的导弹来袭方向。然后采用逐次递推法，建立了编队防御抗饱和和攻击能力最优化模型，通过模型求解，得到了两种不同情况的编队防御抗饱和和攻击能力，分别是 13 批，10 批，是符合实际情况的结果。

由于考虑到编队航速 16 节，相比与来袭导弹速度 0.9 马赫和防空导弹速度 2.4 马赫，编队被认为是静止的。但是实际情况舰艇编队却不是静止的，考虑到这个因素，模型得到的抗饱和和攻击能力可能与实际情况的抗饱和和攻击能力不完全一致，但是误差属于可接受的范围。

并且，由于为了保证编队肯定可以发现来袭导弹，增加对突发情况的应对

能力，问题二将航舰雷达监测半径设置为 20km，但是实际情况是各舰发现来袭导弹的随机变量都服从均匀分布，均匀分布的范围是导弹与该舰之间距离在 20-30 千米，在航舰雷达监测半径在 20-30 千米之间是等可能发现来袭导弹，这样一定程度上会使编队提前发现来袭导弹，增加编队的抗饱和攻击能力。

五、问题三的模型的建立与求解

5.1 问题三的分析

问题三给出信息：如果编队得到空中预警机信息支援，对距离我指挥舰 200 千米内的所有来袭导弹都可以准确预警，由此可以知道来袭导弹的位置与速度矢量。根据问题三提供的信息，分析可知，相比于问题二，在问题三的情境下，航舰监测来袭导弹范围扩大，可以在来袭导弹距离我指挥舰 200km 时发现来袭导弹，同时考虑到航舰防空导弹最大射程为 80km，即发现来袭导弹射向指挥舰后，当来袭导弹进入航舰射程范围内，立刻可以将其击落。根据来袭导弹位置和速度，可以推算出在何时何地能将击落，为了计算这种情境下的编队抗饱和攻击能力，我们在问题二已有模型的基础上，进行改进，使航舰监测范围扩大，并考虑防空导弹最大射程，仍然使用逐步调整法，得到编队防御敌来袭导弹的抗饱和攻击能力，可以从以下方面分析：1) 无干扰抗饱和攻击能力模型下的编队防御敌来袭导弹的抗饱和攻击能力；2) 考虑航舰 10km 允许爆破安全范围内的编队防御敌来袭导弹的抗饱和攻击能力。

5.2 大监测范围无干扰抗饱和攻击能力模型的建立与求解

假设从最危险方向有多批次导弹几乎同时向指挥舰攻击，这批次导弹为高密度发射，发射并没有时间间隔，当预警机在 200km 发现导弹来袭时，每艘航舰可以根据敌来袭导弹航向与速度可以预测来袭导弹的位置，当来袭导弹进入航舰射程范围内，立刻被击落，因此可以计算出何时何地可以完成对这批来袭导弹的拦截任务，实现对来袭导弹拦截爆破点的预测。如图 5.1 所示：

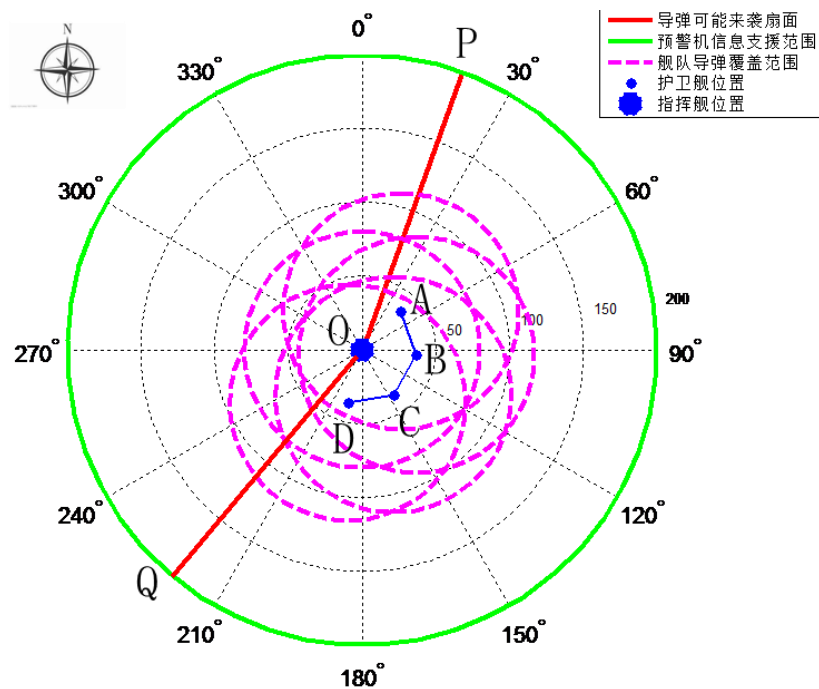


图 5.1 大监测范围的防空导弹射程覆盖情况

从图 5.5 可以发现，增加来袭导弹监测范围时，由于航舰防空导弹射程范围覆盖的区域不同，当敌来袭导弹进入预警机监测范围，航舰便可以准备第一次拦截，一旦来袭导弹进入航舰射程范围，航舰就可以将其击落。这与问题二 4.2.2 不同，在问题二中，当敌来袭导弹从最危险方向射向指挥舰时，每次均是护卫舰 A 首先发现来袭导弹，此时来袭导弹已经在航舰的拦截打击射程范围内，而图 5.1 显示的情况是，当敌来袭导弹从最危险方向射向指挥舰时，每次都是预警机在护卫舰射程范围外的 200km 发现来袭导弹，此时来袭导弹还没有进入航舰的拦截打击射程范围内。

考虑到上述与问题二的不同情况，我们只需要分别计算当来袭导弹进入预警机监测范围时，四艘护卫舰和指挥舰单独对来袭导弹进行第一次拦截打击的情况，之后的拦截打击爆破情况与问题二的相同，直接采用问题二的模型，不再建模。

首先，以护卫舰 A 拦截来袭导弹为例，当来袭导弹进入预警机监测范围，护卫舰 A 开始准备拦截来袭导弹，护卫舰 A 根据来袭导弹速度与方位推算何时何地可以拦截打击到来袭导弹，得到护卫舰 A 第一次拦截这批高密度导弹的示意图，如图 5.2 所示：

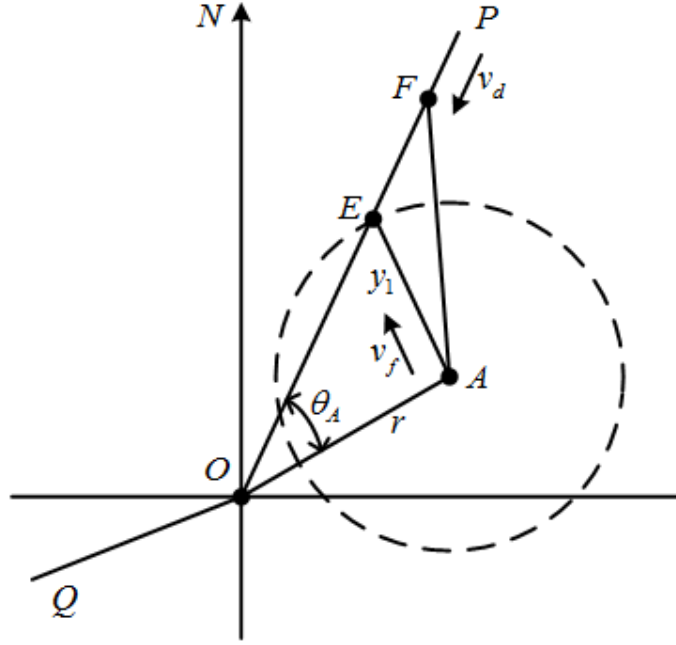


图 5.2 护卫舰 A 第一次拦截这批高密度导弹的示意图

图 5.2 中， F 点为护卫舰 A 发射防空导弹时敌来袭导弹所在位置， E 点为护卫舰 A 拦截打击敌来袭导弹爆破点，根据图 5.2 中几何关系，可得：

$$\begin{cases} t_{c_1} \cdot v_f = y_1 \\ (x_1 - v_d \cdot t_{c_1})^2 + r^2 - 2r(x_1 - v_d \cdot t_{c_1}) \cos \theta_A = y_1^2 \end{cases} \quad (5-1)$$

其中， y_1 表示第一次拦截打击来袭导弹护卫舰 A 距离爆破点的距离，在第一次拦截打击的时候， $y_1 = 80\text{km}$ ； x_1 表示监测到来袭导弹后护卫舰 A 发射防空导弹时敌来袭导弹与指挥舰间的距离；根据题目相关信息，求解 (5-1)，可得： $x_1 = 142.9\text{km}$ ， $t_{c_1} = 98\text{s}$ ，导弹拦截打击爆破点与指挥舰间的距离

$l_1 = x_1 - v_d \cdot t_{c_1} = 112.9\text{km}$ ；针对护卫舰 B、C、D 和指挥舰 O，用同样的方法，求出护卫舰 B、C、D 在第一次拦截打击时，监测到来袭导弹后护卫舰 A 发射防空导弹时敌来袭导弹与指挥舰间的距离和导弹拦截打击爆破点与指挥舰间的距离，如下表 5.1：

表 5.1 各个航舰第一次拦截打击信息

	护卫舰 A	护卫舰 B	护卫舰 C	护卫舰 D	指挥舰 O
x (km)	142.9221	113.2911	84.956	75.2178	112.142
y (km)	112.9221	81.1492	52.814	43.0758	80

根据表 5.1 中各个航舰第一次拦截打击信息，结合问题二中无干扰抗饱和攻击能力模型，仍然使用逐步调整法，将表 5.1 中信息应用到问题二中无干扰抗饱和攻击能力模型，即式 (4-3)，可以得到监测来袭导弹后航舰发射防空导弹时敌来袭导弹与指挥舰间的距离 x 和发现来袭导弹后指挥舰和四艘护卫舰完成拦截任务所用时间 t_c 的曲线图，如图 5.3 所示：

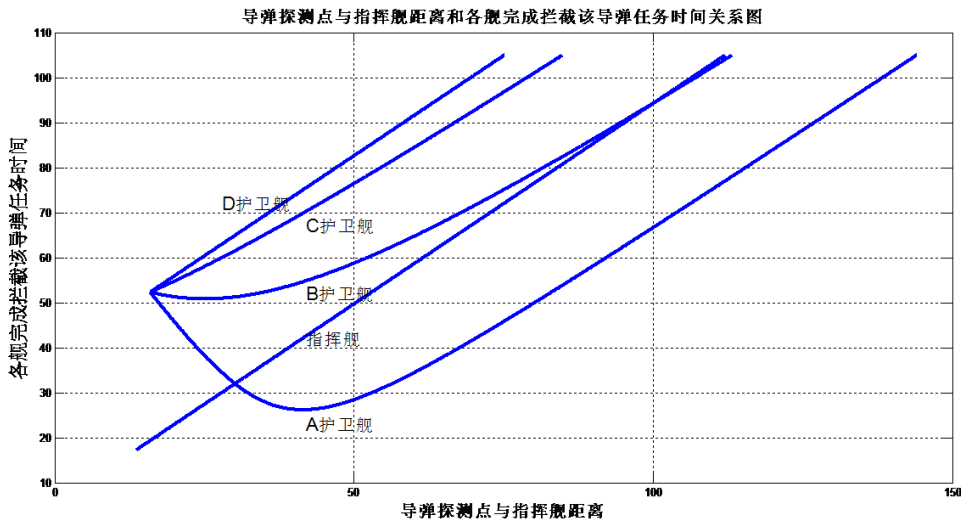


图 5.3 导弹探测点距离与指挥舰和各护卫舰完成拦截任务时间关系曲线图

将图 5.3 与问题二中图 4.3 对比发现，第一次监测到来袭导弹后航舰发射防空导弹时敌来袭导弹与指挥舰间的距离 x 增大，这是因为加入预警机使得监测来袭导弹范围增大，航舰防御拦截打击措施可以提前进行。从图 5.3 中还可以发现，护卫舰 A 可以最先进行防御拦截打击，其次分别是指挥舰 O，护卫舰 B, C, D，这是因为从最危险方向射向指挥舰的来袭导弹首先进入护卫舰 A 的防空拦截射程范围内，这是符合实际的。

与问题二一样，根据图 5.3 的获得的信息，使用逐步逼近的方法，使得航舰对敌来袭导弹拦截爆破点逐渐逼近指挥舰，得到航舰完成拦截任务时间点和敌来袭导弹拦截爆破点离指挥舰距离的关系，如图 5.4 所示：

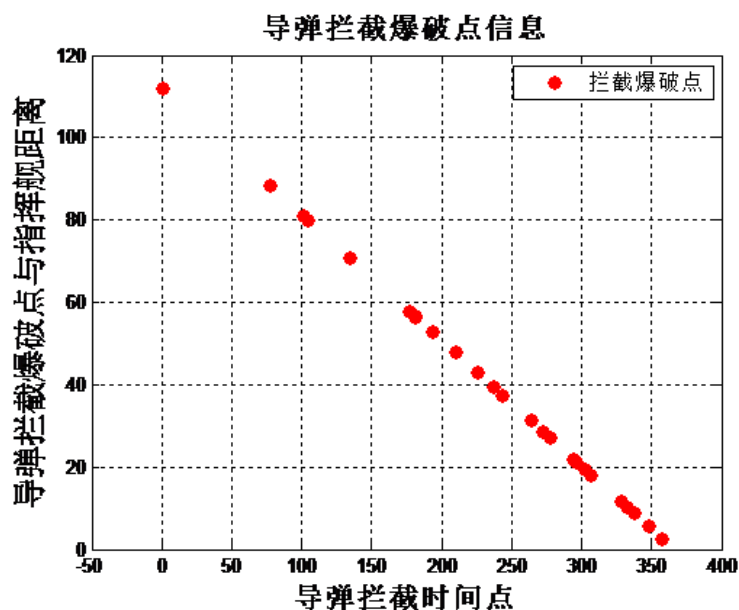


图 5.4 大监测范围无干扰抗饱和攻击能力模型拦截信息

根据问题二中的方法，图 5.4 中显示的离散点个数即是编队防御抗饱和攻击能力，从图 5.4 中，得到离散点一共 26 个，因此在不考虑航舰允许拦截打击爆破安全范围的情况下，编队得到空中预警机的信息支援后的抗饱和攻击能力为 26 批，相比问题二中没有空中预警机支援的编队抗饱和攻击能力的 13 批，提高了一倍。这是符合实际情况的，由于空中预警机的支援，一旦敌来袭导弹进入我方预警机监测范围，只要当来袭导弹进入我方航舰防御射程范围内，我方航舰则立刻可以执行拦截打击任务。详细拦截信息见表 5.2。

表 5.2 大监测范围无干扰抗饱和攻击能力模型拦截信息

航舰拦击爆破详细信息		护卫舰 A	护卫舰 B	护卫舰 C	护卫舰 D	指挥舰 O
第 1 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	111.9945	81.1678	52.824	43.076	80.025
	拦截任务完成时间点(s)	0	100.7409	193.3674	225.2238	104.4752
第 2 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	88.4368	56.8018	28.7631	19.6814	56.6354
	拦截任务完成时间点(s)	76.9857	180.3681	271.9979	301.6766	180.9119
第 3 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	71.0573	37.6205	10.2488	2.658	39.6276
	拦截任务完成时间点(s)	133.7815	243.0521	332.5021	357.3089	236.493
第 4 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	58.0299	21.3663			27.2562
	拦截任务完成时间点(s)	176.3549	296.1705			276.9226
第 5 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	47.9224	5.7432			18.2665
	拦截任务完成时间点(s)	209.3857	347.2263			306.3005
第 6 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	39.5044				11.7314
	拦截任务完成时间点(s)	236.8957				327.657
第 7 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	31.4472				
	拦截任务完成时间点(s)	263.2263				
第 8 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	22.0157				
	拦截任务完成时间点(s)	294.0483				
第 9 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	8.9477				
	拦截任务完成时间点(s)	336.7542				

5.3 安全范围的大监测范围抗饱和攻击能力模型的建立与求解

在 5.2.1 模型的基础上,加入航舰允许拦截爆破范围,各航舰爆破范围示意图见图 4.5,相应的拦截爆破范围见表 4.2,将表 4.2 中来袭导弹拦截爆破范围

作为约束条件，带入 5.2.1 建立的模型，可以得到，图 5.3 导弹探测点距离与指挥舰和各护卫舰完成拦截任务时间关系曲线图，如图 5.5 所示：

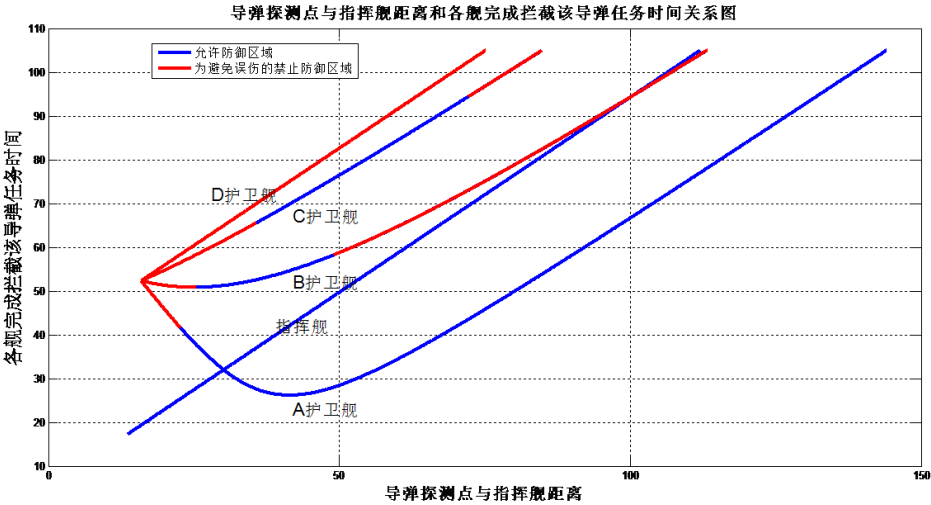


图 5.5 导弹探测点距离与指挥舰和各护卫舰完成拦截任务时间关系曲线

由图 5.5 可知，加入允许拦截爆破安全范围后，当指挥舰最危险方向遭遇多批次导弹高密度攻击时，爆破安全范围的情况后，当指挥舰最危险方向遭遇多批次导弹高密度攻击时，护卫舰 *D* 仍然没有防御能力，护卫舰 *A* 在导弹监测点与指挥舰距离 $x \geq 22.7\text{km}$ 时是具备防御能力的，护卫舰 *B* 和护卫舰 *C* 只有在一定范围区间内才可以进行防御，护卫舰 *B* 在区间 $25.51 \leq x \leq 49.18\text{km}$ 是具备防御能力的，护卫舰 *C* 在区间 $35.82 \leq x \leq 72.18\text{km}$ 是具备防御能力的，而指挥舰 *O* 在任何时候都可以进行防御。

根据图 5.5，进行逐次递推，使得航舰打击拦截敌来袭导弹爆破点逐渐逼近指挥舰，得到航舰完成拦截任务时间点和敌来袭导弹拦截爆破点离指挥舰距离的关系，如图 5.6 所示：

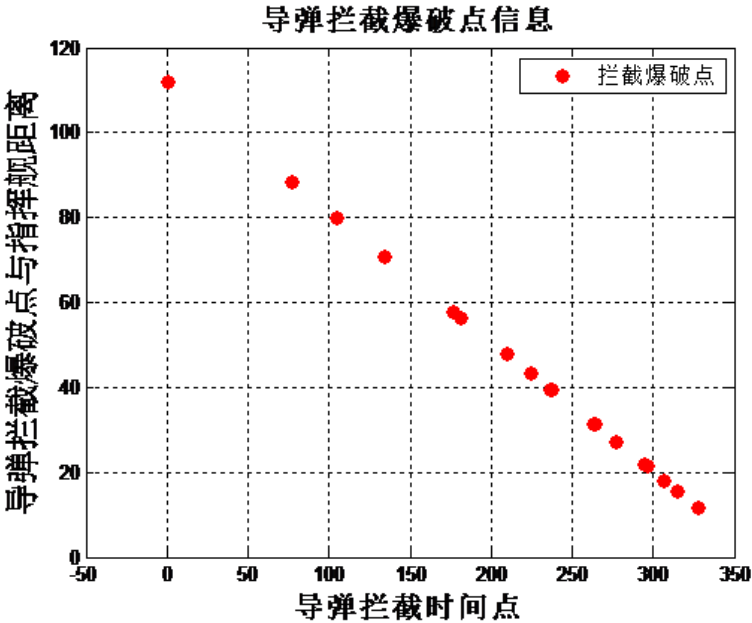


图 5.6 安全范围的大监测范围抗饱和攻击能力模型拦截信息

从图 5.6 中可以发现一共有 16 个离散点，因此在加入 10km 的允许拦截爆破安全范围后，编队抗饱和攻击能力为 16 批，相比 5.2.1 中模型的抗饱和攻击能力（26 批），能力降低了很多，这是因为在加入允许拦截打击爆破安全范围后，护卫舰 A,B,C 的可防御拦截打击爆破区域都减小了，而护卫舰 D 完全丧失了防御能力，因此编队抗饱和攻击能力必然减小，是符合实际情况的。不过相比问题二中的基于 10km 安全范围的抗饱和攻击能力模型的抗饱和攻击能力(10 批)，基于 10km 安全范围大监测范围抗饱和攻击能力模型的抗饱和攻击能力提高了 6 批，同样这也是符合实际情况的。详细拦截信息见表 5.3。

表 5.3 基于 10km 安全范围的抗饱和攻击能力模型拦截信息

航舰拦击爆破详细信息		护卫舰 A	护卫舰 B	护卫舰 C	指挥舰 O
第 1 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	111.9945	31.3445	43.2928	80.025
	拦截任务完成时间点(s)	0	263.5618	224.5153	104.4752
第 2 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	88.4368	15.6122	21.5003	56.6354
	拦截任务完成时间点(s)	76.9857	314.9746	295.7326	180.9119
第 3 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	71.0573			39.6276
	拦截任务完成时间点(s)	133.7815			236.493
第 4 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	58.0299			27.2562
	拦截任务完成时间点(s)	176.3549			276.9226
第 5 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	47.9224			18.2665
	拦截任务完成时间点(s)	209.3857			306.3005
第 6 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	39.5044			11.7314
	拦截任务完成时间点(s)	236.8957			327.657
第 7 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	31.4472			
	拦截任务完成时间点(s)	263.2263			
第 8 批	爆破地点距指挥舰距离(km)	22.0157			
	拦截任务完成时间点(s)	294.0483			

5.4 小结及误差分析

问题三在问题二建立模型基础上，加入了空中预警机信息支援这个因素，重新建立了不同情况下的新的编队防御抗饱和攻击能力模型，通过求解模型，得到了不同情况下的编队防御抗饱和攻击能力分别为 26 批，16 批，并给出了拦截时间点和爆破点等信息。

与问题二一样，由于认为编队是静止的，但实际情况却不是这样的，考虑到实际编队的航向航速，加入预警机支援后，实际的编队防御抗饱和攻击能力与模型得到的编队防御抗饱和攻击能力不完全一致，但是可以认为这个误差属于可接受范围内。

六、问题四的模型的建立与求解

6.1 问题四的分析

该题要求根据已知意图的 15 组空中目标的样本为基础，推测出 12 组位置意图的空中目标的意图。由表 2 可知空中目标意图与方位角、距离、水平速度、航向角、高度、雷达反射面积、目标属性这七个参数相关。故应先将附录 A 中给出的 12 组未知意图空中目标的动态数据转换为用于判别空中目标的 7 个静态参数，数据如表 6.1 和附录 1 所示。

空中预测精度越高，越有利于提高舰队的防御能力和安全性。现有的预测方法主要有回归分析法、时间序列法、人工神经网络法及小波-神经网络组合法。其中神经网络预测法因固有的非线性，被广泛应用。但其存在网络结构难以确定、易陷入局部极小值、收敛速度慢等缺点。Vapnik 等提出的支持向量机(SVM)是建立在VC 维理论和结构化风险最小原则基础上，结构简单、学习速度快、全局最优、泛化性好，能较好的解决小样本、非线性、高维数和局部极小点等问题，被认为是神经网络的替代方法，已在模式识别、函数估计和信号处理领域广泛应用，而由于样本维数过高可以先运用PCA将数据投影到较低维空间，使数据的压缩与解释、结构的简化的目的，然后用SVM 对每个样本进行目标意图预测。最后，所有分量的预测值通过SVM组合得到最终的预测值。如表6.2所示。

最后考虑由舰队自身运动、地球曲率、样本数量、雷达测量准确性等因素对预判结果的影响进行误差分析。

6.2 基于 SVM-PCA 的空中目标意图识别模型的建立

6.2.1 样本参数处理

用于判断空中目标的意图的知识和规则的样本如题中给出的表 2 所示，由此可知若要空中目标意图须得到如下 6 个辨别参数：方位角、距离、水平速度、航向角、高度以及雷达反射面积。故根据附件 A 和表 1 中给出的 5 个参数：雷达反射面积、目标高度、目标经度、目标纬度以及作战时间可以转换为判断空中目标意图的判别参数，具体数据如表 6.1 所示。

表 6.1 未知意图 12 批空中目标数据

空中目标 ID	方位角 (mil)	距离 (km)	水平速度 (m/s)	航向角 (°)	高度 (km)	雷达反 射面积 (m ²)	目 标 属 性	时间 (s)
41006830	3982	213.24	142	28.9	7000	3.1	中	(1,37)
41006831	5186	206.51	268.72	76.9	9200	5.7	大	(1,37)
41006836	4382	221.03	229.86	79.9	4600	1.9	小	(1,37)
41006837	5973	220.879	195.36	143.7	5200	4.3	大	(1,37)
41006839	1244	231.625	195.77	190	5200	5.5	大	(1,37)
41006842	435	161.49	266.31	219.8	3400	2.6	中	(1,29)
41006842	435	161.49	266.31	219.8	1000	2.6	中	(30,37)
41006851	1608	166.05	301	307.2	2600	5.5	大	(1,24)
41006851	1608	166.05	301	(307.2,302.3)	2600	5.5	大	(25,29)
41006851	1608	166.05	301	(302.3,295.9)	1200	5.5	大	(30,37)
41006860	6135	208.37	283.06	280.1	9400	6.2	大	(1,37)
41006872	3262	236.73	177.17	351.3	6000	1.7	小	(1,11)
41006872	3262	236.73	177.17	(351.3,52.7)	6000	1.7	小	(12,25)
41006872	3262	236.73	177.17	52.7	6000	1.7	小	(26,27)
41006872	3262	236.73	177.17	(52.7,70.5)	6000	1.7	小	(28,37)
41006885	3056	206.654	302	350.3	1400	1.1	小	(1,37)
41006891	728.8	227.745	195.54	219	4800	3.6	中	(1,10)
41006891	728.8	227.745	195.54	(219,186.8)	4800	3.6	中	(11,20)
41006891	728.8	227.745	195.54	(186.8,172.6)	4800	3.6	中	(21,37)
41006893	1511	241.62	213.121	296.1	8600	3.1	中	(1,16)
41006893	1511	241.62	213.121	(296.1,220)	8600	3.1	中	(17,37)

由于在附录 A 中空中目标的飞行高度和航向角均会随时间发生变化，故在表 6.1 中我们引入了时间概念，并且设起始时间为 1 秒。其中方位角的(a,b)表示为在该时间段内方位角在 a 到 b 区间内，并且方位角随时间由 a 向 b 变化，随时间变化的方位角具体数值请见附录 1。

6.2.2 主成分分析

主成分分析(Principal Component Analysis,PCA)是一种掌握事物主要矛盾的统计分析方法，它可以从多元事物中解析出主要影响因素，揭示事物的本质，简化复杂的问题。计算主成分的目的是将高维数据投影到较低维空间，从而达到数据的压缩与解释、结构的简化的目的。主成分分析本身往往并不是目的，而是达到目的的一种手段。因此它多用在大型研究项目的某个中间环节。其手段是寻找一组最优的单位正交向量基（即主成分向量），用它们的线性组合来重构原始样本。在数学上可以证明，PCA 可以通过求解特征值问题来获得用于投影的投影向量。

假设样本点 $\mathbf{x}_i, i=1, 2, \dots, M$ ，属于 \mathbf{R}^N 空间，并且所有的样本点已经进行了

中心化处理： $\sum_{k=1}^M \mathbf{x}_k = 0$ 。假设对应的输出点 $\mathbf{y}_i, i=1, 2, \dots, M$ 属于 \mathbf{R}^L 。令

$\mathbf{X}=[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M], \mathbf{Y}=[\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M]$ 。PCA 首先按照式 (6-1) 来获取协方差矩阵

$$\mathbf{C} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T \quad (6-1)$$

然后，通过求解式 (6-2) 实现协方差矩阵的对角化

$$\lambda \mathbf{v} = \mathbf{C} \mathbf{v} \quad (6-2)$$

通过求解上式，可以得到所有非零的特征值 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L$ ，以及对应的特征向量 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_L$ 。令 $\mathbf{v}=[\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_L]$ ，则 PCA 的输出可通过式 (6-3) 计算得到

$$\mathbf{Y} = \mathbf{v}^T \mathbf{X} \quad (6-3)$$

从代数角度来讲，该变换就是将变量 \mathbf{X} 向 \mathbf{v} 所对应的一组基进行投影，得到投影系数 \mathbf{Y} ， \mathbf{Y} 就称为矩阵 \mathbf{X} 在这组数据下经 PCA 变换后的结果。

6.2.3 支持向量机

支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) [4] 是 Cortes 和 Vapnik 于 1995 年首先提出的，该方法是在统计学习理论的 VC 维理论和结构风险最小原理基础上的，根据有限的样本信息在模型的复杂度(即对特定训练样本的学习精度 Accuracy)和学习能力(即无错误地识别任意样本的能力)之间寻求最佳折衷，以期获得最好的推广能力。它在解决小样本、非线性及高维模式识别中表现出许多特有的优势，并能够推广应用到函数拟合等其他机器学习问题中。

SVM 具体的数学推导过程在这里就不做详细阐述，很多资料中都有介绍。简而言之，SVM 的分类是在解一个线性约束二次规划 (QP) 过程中实施，一发现支持向量并确定参数 \mathbf{b} 和 α_i 。构建 SVM 的决策函数 (分类机) 的学习过程可以通过与 BPN 相似的两层次结构予以完全地表示，然后使用最小化错分类的最优理论训练 SVM，二者的学习算法是不同的。第一层次选择 $K(x, \mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbf{R}^L$ 以及支持向量的数量；在第二层次在对应的特征空间中构件最优超平面 (VAPNIK, 1990) [5]。SVM 的框架显示如图 6.1 所示。

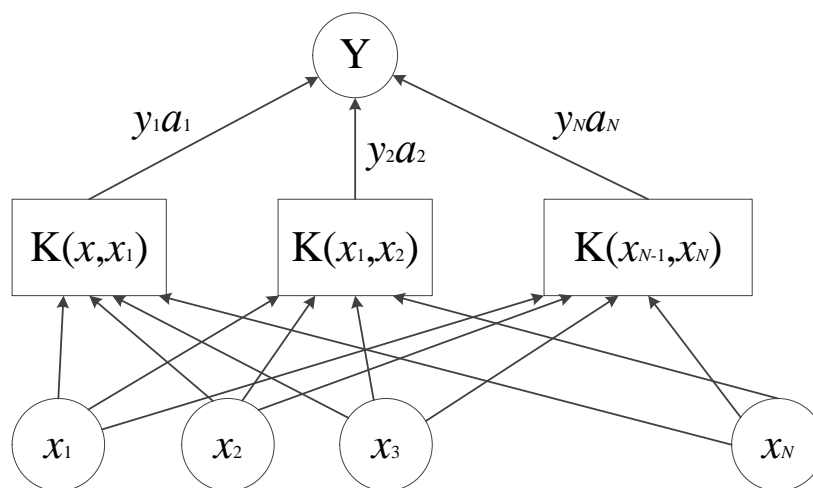


图 6.1 SVM 的框架

6.3 空中目标识别结果及分析

6.3.1 空中目标意图判定结果

通过上文中整合的数据及算法对空中目标进行意图判定，空中目标意图判定结果如表 6.2 所示

表 6.2 空中目标意图判定结果

目标 ID	意图
41006830	其他
41006831	其他
41006836	其他
41006837	其他
41006839	攻击
41006842	侦查
41006851	侦查
41006860	监视
41006872	其他
41006885	攻击
41006891	攻击
41006893	攻击

6.3.2 结果分析

由附件 B 中所给资料所示，空中目标的意图可以分为：侦察、监视、攻击、掩护和其它五类。其中，侦查是指进行情报收集的侦察机，一般为中、小型飞机；监视是指对海空作战进行指挥、控制，对攻击目标进行监视的预警机，一般为大、中型飞机；攻击是指可以对水面舰艇进行导弹、火箭弹或航弹攻击的轰炸机、歼轰机、强击机等，大、中、小型飞机都可能；掩护是指空对空作战的歼击机，一般为中、小型飞机；其它是指侦察、监视、攻击、掩护以外的其它任何飞机，如运输机、民航客机等，大、中、小型飞机都可能，没有对水面舰艇攻击的武器。

由表 6-1 所示的目标属性可知，只有目标 41006851 与附件 B 中提供的不符

合,其余 11 个目标均符合目标属性规定。证明本文中提出的目标意图判别算法比较准确。

而出现错误的原因主要有:

- 1) 样本数据过少,无法得到更丰富的采样数据,若增加样本数据可以提高预测准确性
- 2) 忽略了舰艇的移动,舰艇的航行速度约为 8.231m/s,而空中目标的飞行速度一般为 200-300m/s。虽然舰艇的移动速度相对于空中目标来说很小,但也会对方向角、航向角、距离产生影响,造成错误判断。
- 3) 目标的雷达反射面积并非目标的实际大小,其中,还有隐身设计等影响因素。但由于这些影响因素往往无法提前预知,所以会造成对目标属性的错误估计,从而造成错误判断。
- 4) 由于地球的曲率以及飞机的飞行高度通过经纬度得出的距离并未实际距离。

七、问题五的模型的建立与求解

7.1 问题五的分析

由题可知,在现代化战争中,信息化因素的作用与日俱增,往往对战争的走向起到了决定性作用。而传统的作战评估模型已经无法准确评估现代信息化战争,故本题要求构造一种新型的信息化战争评估模型,使其从一般意义上反映信息化战争的规律和特点,并可以利用模型分析研究信息系统、指挥对抗、信息优势、信息系统稳定性,以及其它信息化条件下作战致胜因素的相互关系和影响。

故我们可以对传统的战争模型进行改进,在传统战争模型的基础之上引入信息因子参数,使其成为一种可评估信息化战争的模型,并从信息系统、指挥对抗、信息优势和信息系统稳定性,四个信息化因素展开分析,得到在各自影响因素下的战争模型与个作战致胜因素的相互关系和影响。最后利用现代经典的信息化战争经典案例——海湾战争,对该模型进行验证。

7.2 传统兰彻斯特模型

在各种不同条件下进行的作战过程,需要用不同形式的兰彻斯特方程予以描述,但是最基本的形式仍然线性律和平方律[6]。线性率是根据远距离作战,如炮兵作战模型得出的。其假定条件是交战双方兵力相互隐藏,每一方火力集中在对方战斗成员的集结区域,不对个别目标实施瞄准,火力为面火力。平方率是建立在现代战斗模型之上,基本假定是双方兵力相互暴露在对方事先范围内,每一方都可以用其全部兵力并集中兵力射击对方兵力。

兰彻斯特第二线性率方程的数学模型如下:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -\beta_1 rb \\ \frac{db}{dt} = -\alpha_1 rb \end{cases} \quad (7-1)$$

式 (7-1) 中 r 为红方兵力数量； b 为蓝色兵力数量； β_1 为蓝方战斗成员作战效能； α_1 为红方战斗成员作战效能。 β_1 和 α_1 分别由下式计算：

$$\beta_1 = \frac{A_r}{A_1} n_b p(r), \quad \alpha_1 = \frac{A_b}{A_2} n_r p(b) \quad (7-2)$$

式 (7-2) 中， A_1 、 A_2 分别为红、蓝战斗成员的平均分布面积； A_r 、 A_b 是红蓝双方战斗成员的易损面积； n_r 、 n_b 则是战斗成员的战术射速； $p(r)$ 、 $p(b)$ 是红蓝双方的损伤概论。

兰彻斯特平方律方程的数学模型如 (7-3)：

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -\beta_s b \\ \frac{db}{dt} = -\alpha_s r \end{cases} \quad (7-3)$$

式 (7-3) 中， r 为红方兵力数量； b 为蓝方兵力数量； β_s 、 α_s 为分别是红蓝方每一战斗成员在单位时间内平均毁伤对方战斗成员的数量。 β_s 、 α_s 由下式计算：

$$\beta_s = n_b p(r), \quad \alpha_s = n_r p(b) \quad (7-4)$$

式 (7-4) 中， n_r 、 n_b 则是战斗成员的战术射速； $p(r)$ 、 $p(b)$ 是红蓝双方的损伤概论。

7.3 空间信息支援下的兰彻斯特战争模型

通过分析兰彻斯特第二线性律方程以及平方律方程特点，结合空间信息支援力量特点，可任务当红蓝双方均具有很好的空间信息支援能力时，双方可实现对战场态势的完全感知，即满足兰彻斯特方程的平方律的条件，而当双方均没有空间信息支援能力时，可认为满足兰彻斯特第二线性率的假设条件，所以引入空间信息支援能力指数 I_r 和 I_b ，构建空间信息支援能力下的兰彻斯特方程，如下：

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -I_b \beta_e b - (1 - I_b) \beta_c r b \\ \frac{db}{dt} = -I_r \alpha_e r - (1 - I_r) \alpha_c r b \end{cases} \quad (7-5)$$

式子中， I_r 和 I_b 分别是红蓝双方的空间信息支援能力指数， $0 \leq I_r \leq 1$ ， $0 \leq I_b \leq 1$ ； r 为红方兵力数量； b 为蓝方兵力数量； β_e 为蓝方对暴露的红方战斗成员的毁伤系数； β_c 为蓝方对隐蔽的红方战斗成员的毁伤系数； a_e 为红方对暴露的蓝方战斗成员的毁伤系数； a_c 为红方对隐蔽的蓝方战斗成员的毁伤系数。

7.3.1 信息因素分析

在信息化高速发展的今天，军事领域对于信息技术的掌握至关重要，信息化因素对于军事领域的战术，作战思维等方面的推进起到了重要作用，甚至掌握信息资源的数量、范围和质量直接关系到战争或是整个大战略的成败。

为衡量信息因素对于战争走势的影响，基于上述空间信息支援下的兰彻斯特战争模型，本文将从以下四个方面展开阐述：

(1) 信息系统

信息系统是指由计算机硬件、网络通讯设备、计算机软件、信息资源、信息用户和规章制度组成的，以处理信息流为目的的人机一体化系统，即由人、计算机及其它外围设备组成的，能进行信息的收集、传递、存储、加工、维护和使用的系统。信息系统已经广泛应用于军事领域，是信息化战争不可缺少的元素。军事领域信息系统的人是参与作战的所有人员，计算机及其它外围设备组成的系统包括用于信息的采集、传输、处理、分发、分析和存储的所有介质、设备和系统。

信息系统是军事领域中不可或缺的信息资源，当交战双方兵力相当，战斗人员的损毁程度相当，但一方掌握大量的信息资源，而另一方没有任何信息资源的情况下，双方的减员速度将会有很大差别。

基于上述空间信息支援下的兰彻斯特战争模型，将 $\beta_e = a_e = 0.1$ ， $\beta_c = a_c = 0.001$ ，即双方的损毁程度相当； I_r 取 0.3 的值，而 I_b 取 0，表明红方存在一定的信息化支援能力，而蓝方完全没有任何信息支援能力。仿真结果如图 7.1 所示。

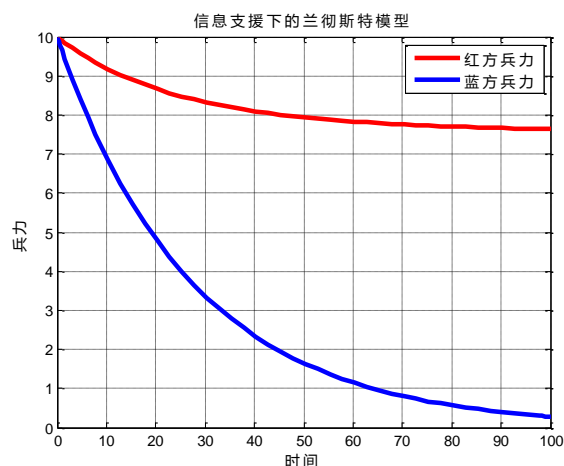


图 7.1 红蓝双方在不同信息化支援能力的战争进程曲线

由仿真图可知，在双方兵力相当，损毁相当的情况下，在 100 个单位时间内，蓝方兵力损失殆尽，而红方只是损失了 2.3 个单位的兵力，是蓝方损失兵力的 1/4。

现将红方的初始兵力下调至 6 个单位，蓝方保持 10 个单位的兵力，将 I_r 取 0.8 的值，而 I_b 取 0.1 的值，红方依然掌握较为丰富的信息资源，其它条件保持不变，通过仿真得到如图 7.2 所示：

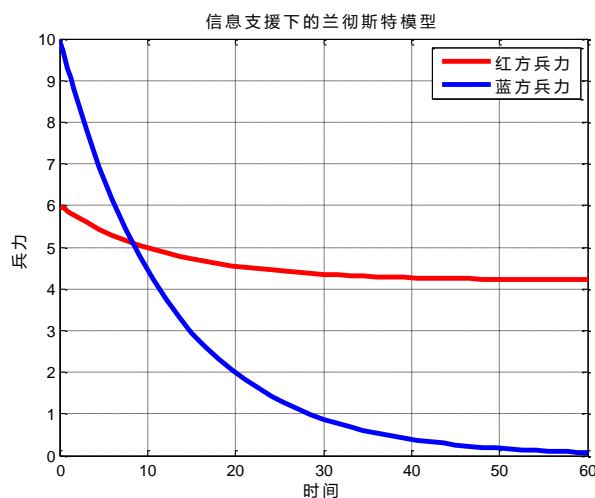


图 7.2 高信息支援方在初始条件不利的情况下的战争进程曲线

在红方兵力处于劣势的情况下，通过利用丰富的信息资源，在 8 个单位时间左右逆转局势，并且在蓝方兵力减员接近零的时刻，红方只是减员了不到两个单位的兵力。可见，拥有丰富信息资源，不仅可以在战争中迅速取得优势，以很小的代价取得战争的胜利，而且在兵力处于劣势的形势下，实现以少胜多，扭转不利局面，信息因素的至关重要的因素。

(2) 指挥对抗

指挥对抗是在指挥领域内，对抗双方指挥员及其指挥机关，通过摧毁、瘫

瘫痪敌方指挥系统，破坏、削弱其指挥效能，同时保持、提高己方指挥系统指挥效能，最终获取指挥主动权和对我优势而进行的特殊对抗活动。它是基于信息系统和指挥员谋略的一种作战活动。尤其在信息化条件下作战，指挥信息系统具有“融合、共享、联动”功能，改变了传统指挥组织形式，加快了指挥对抗思维模式的转变，使指挥对抗从注重要素能力向注重体系能力转变；敌对双方为夺取情报信息优势和主动权在情报信息的搜集、处理、利用等方面的斗争活动，即情报信息对抗也更为激烈。

在战争对抗中，消灭对方指挥中心是十分有效的作战方式。正所谓“擒贼先擒王”，在整个指挥系统当中，指挥中心必然是其中最为重要的一环，整个指挥系统能够为整个战争提供信息支援。消灭指挥系统的指挥中心过后，信息支援的力度将会急速下滑，使得信息支援系统瘫痪。

基于上述理论的阐述，设置如下战争场景：双方初始兵力相当；将 $\beta_e = a_e = 0.1$ ， $\beta_c = a_c = 0.001$ ，即双方的损毁程度相当；双方设置的初始信息支援力度相等，即 $I_r = I_b$ ；在战争的进行了 10 个单位时间过后，由于红方采取了摧毁蓝方指挥中心的战术，蓝方的指挥中心遭到重创，蓝方的指挥系统丧失功能，其信息支援力度以二次函数的形式急速下降。仿真结果如图 7.3 所示：

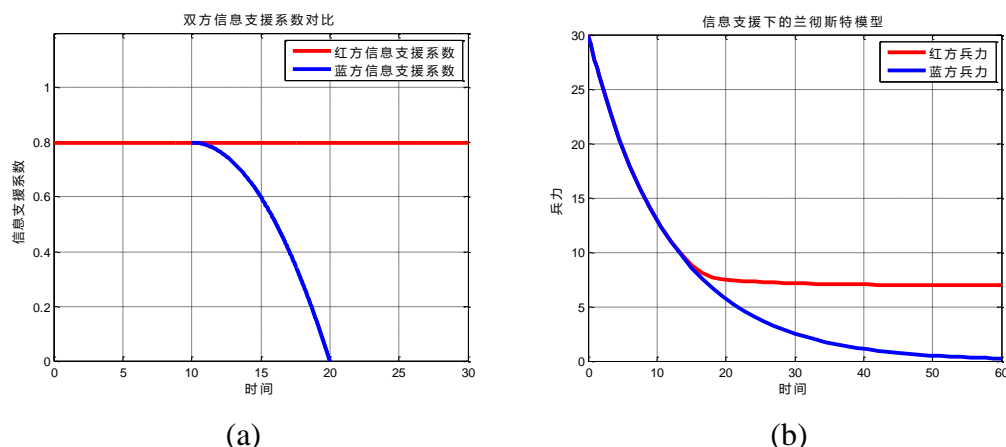


图 7.3 蓝方指挥中心重创后的战争进程曲线

由仿真图可知，在 10 个单位时间的时刻，红方摧毁蓝方指挥系统过后，相持的战况出现了明显的倾斜，蓝方信息支援系数急速下降到零后，红方损失的兵力微乎其微，几乎达到了“零损失”的水平。由此可看出，摧毁对方指挥中心的战术，不仅能够迅速结束战争，切断对方信息支援过后，能够极为有效的减少己方的人员伤亡，甚至达到零伤亡的情况。

(3) 信息优势

信息优势是指在信息对抗某一阶段中，信息有利于一方而不利于一方的非平衡状态，它有三大特征。一是非对称性，非对称性是指信息战中，双方力量对比上不构成对等或对应关系，一方占有一定的优势，这是信息优势本质特征的反映。信息战中，拥有信息优势且信息力量运用恰当，不仅可以有效地实施“信息垄断”、“信息威慑”，还可以提供“信息支援”和“信息保护伞”，使受

到支援和保护的战斗力量获得巨大的军事优势，以致成倍地提高战斗力。二是相对性，即使拥有信息优势，并不等于拥有了一切。信息优势要转化为决策优势和行动优势，离不开指挥员对作战环境的充分把握、对信息力量的灵活运用。尽管信息日益重要，信息优势只是影响指挥活动和作战行动诸多因素之一。如果战略指导错误，以拙劣的战役或战术行动计划为依据，信息优势也就失去了其价值。在 1944 年 10 月莱特湾的军事行动中，威廉哈尔西海军上将几乎败给了低劣的敌军而蒙受耻辱，成为拥有信息优势但仍然决策失误的典型。三是动态性，信息优势是在作战双方力量的比较、竞争、对抗中产生的，是在信息之“矛”与信息之“盾”的对抗中形成的。信息优势不仅可以凭借技术手段来获取，而且也可以通过战术手段来夺取。信息技术上占优势的一方如果其要害部位，如指挥控制中心、通信中心被另一方破坏或控制，就可能意味着一损俱损，预先的优势瞬间就会转化成劣势；信息技术上处于劣势的一方，也不是在所有方面都不如对方，如果战法运用恰当，以己之长，破敌要害，肢解其整体优势，劣势一方也可能由劣转优。因此，信息优势是动态的，它不是作战中处于优势一方的囊中之物，在局部战场上也会落入居于劣势一方的手中，并且会随着作战进程的演化而不断地发展变化。

根据以上定义信息优势的三大特性，设计如下战争场景：双方初始兵力相当；将 $\beta_e = a_e = 0.1$ ， $\beta_c = a_c = 0.001$ ，即双方的损毁程度相当；双方设置的初始信息支援力度相等，即 $I_r = I_b$ ；在战争的进行了 10 个单位时间时刻，由于双方的信息战强度升级，红方在信息战方面开始占据优势，信息支援力度指数开始上升，蓝方的信息支援力度指数开始下降，双方的变化速率一致，是一个此消彼长的过程。

通过仿真得到如图 7.4 所示结果：

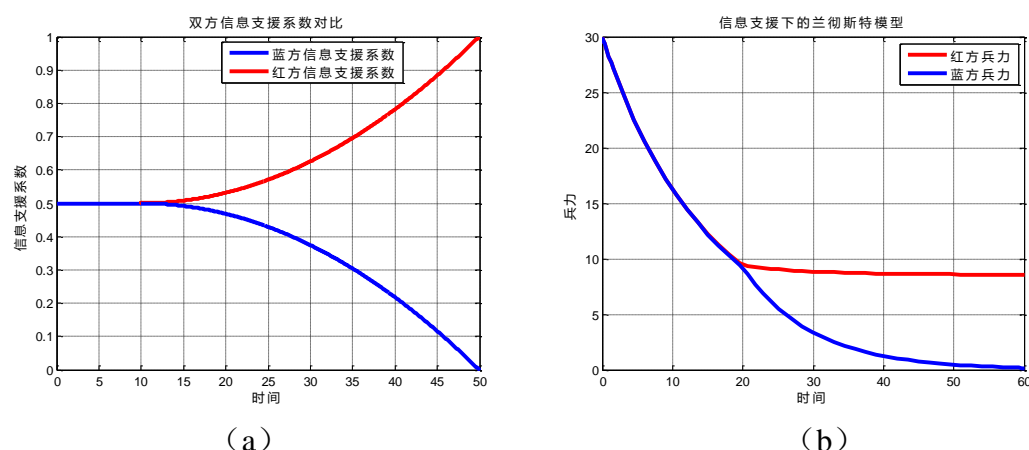


图 7.4 红方获得信息优势下的战争进程曲线

依照仿真结果，对比于摧毁指挥中心战术，该种以极力提高本方信息对抗能力作为目标，在信息战对抗当中 A 获取优势的方法，更能够快速的减少人

员伤亡，更快结束战争。

(4) 信息系统稳定性

系统稳定性是指系统受到扰动后恢复系统原来状态的能力。军事领域的信息系统一直处于对抗状态，不仅存在火力硬摧毁，还有各种电子干扰、网络攻击等软破坏，要想取得战场上的信息优势，就必须通过加强己方信息系统的抗打击能力、抗干扰能力和抗网络攻击能力等，从而提高信息系统的稳定性，夺取并保持己方的制信息权。

为了验证信息系统稳定的重要性，设计如下战争场景：双方初始兵力相当；将 $\beta_e = a_e = 0.1$ ， $\beta_c = a_c = 0.001$ ，即双方的损毁程度相当；设置红方的信息支援力度 $I_r = 0.9$ ，蓝方的信息支援力度 $I_b = 0.7$ 。在战争的进行了 10 个单位时间时刻，红方的信息系统受到了蓝方电子干扰的强力进攻，信息支援力度 I_r 瞬间下降为 0.3；经过红方技术人员的全力抢修，经过一段时间间隔 Δt ，红方的信息支援力度 I_r 恢复到了 0.9 的水平。现对 Δt 分别取值为 5 和 30。通过对比两种系统恢复能力情况下的战争状况的不同来验证系统稳定性的重要性。反正结果如图 7.5 所示：

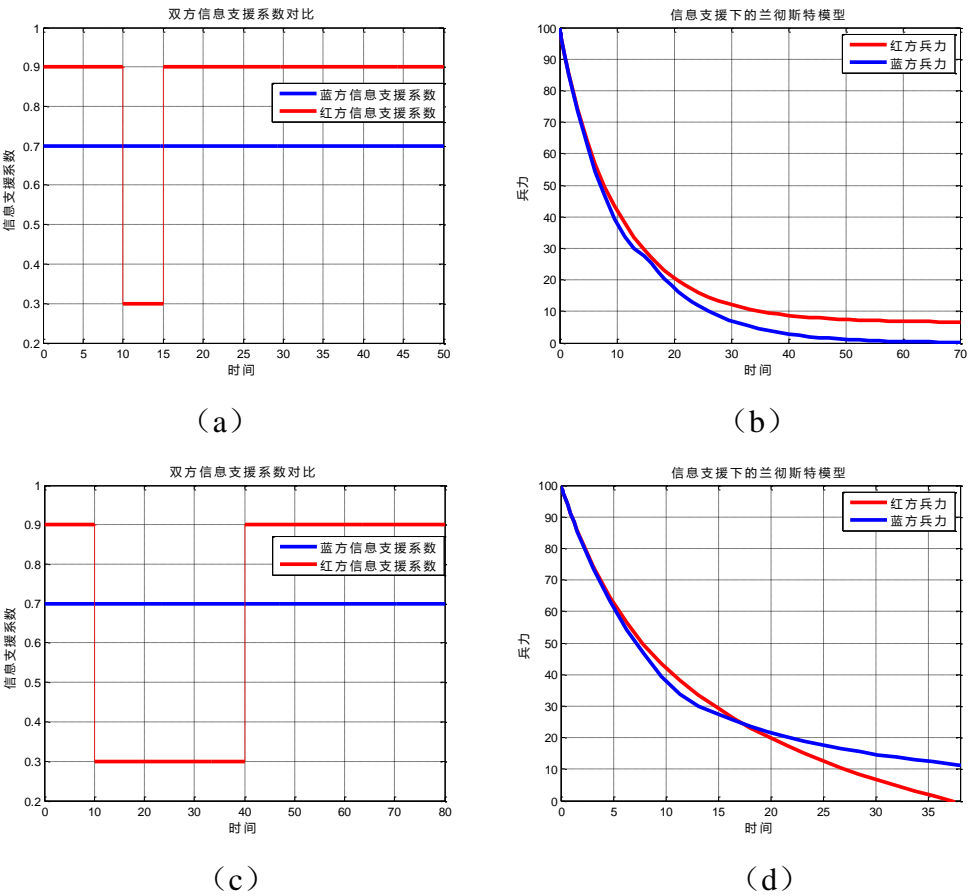


图 7.5 信息系统稳定性不同的战争进程曲线

通过对比两种系统恢复情况，由图 7.5 (a) (b)所示红方只花费 5 个单位时间恢复信息支援系统的情况下，在 70 个单位时间过后，红方还是赢得了战争的胜利；另一种情况下，如图 7.5 (c) (d)所示红方花费了 30 个单位时间恢复信息支援系统后，红方便已经输掉了战争。由此对比可见，信息系统的稳定性直接关系到战争的成败，是一个举足轻重的因素。

7.3.2 信息因素关系分析

(1) 信息系统对其他因素的影响

完善的信息系统和其他因素发挥功能的基础。

在信息化指挥对抗战中，拥有完善的信息系统是硬件保证，在与对方进行激烈的信息战、电子战时，先进的系统设备不仅能增强自身的信息打击能力，而且也是维持强大的抗干扰打击能力的重要保证，强大的信息系统会让己方在指挥对抗中获取优势。同样，完备的信息系统让己方争夺到信息优势，有了信息优势，目标会更早被发现，打击会更早到来，对敌方的威胁能力也会越强。而强大的信息系统和先进的信息技术是保证自己的信息系统能持续的维持在一个高水平的信息获取、信息干扰和抵抗干扰的能力，从而更进一步保证自身系统的稳定性。

(2) 指挥对抗对其他因素的影响

指挥对抗是保证系统安全的保障。

在信息化条件下作战，指挥信息系统具有“融合、共享、联动”功能，改变了传统指挥组织形式，加快了指挥对抗思维模式的转变，使指挥对抗从注重要素能力向注重体系能力转变。

高水平的指挥对抗能力能够更好的保护己方系统的完备，保证信息系统的稳定性，从而便能维持自身的一个信息优势。

(3) 信息优势对其他因素的影响

信息优势是扩展其他因素发挥功能的阶梯。

在现代信息化战争中，信息保持绝对优势的非常有必要的，准确、快速的信息能让指挥者了解整个战争的全面信息，协调整个战局，下达更为明智、准确的命令，提高己方指挥对抗的能力，保证信息系统的完备，信息系统的稳定。

(4) 信息系统稳定性对其他因素的影响

维持信息系统稳定是其他因素作用发挥的保证。

维持一个系统的持续稳定也是战争胜负的重要因素，系统稳定关系到信息系统的存在，指挥对抗的力度，信息优势的保持，如若信息系统瘫痪，一切拥有的信息资源将会失灵，对抗的战术无法展开，信息的优势无法保持。系统的稳定性是所有其他因素的保证。

7.4 海湾战争验证模型

海湾战争是第二次世界大战后世界上发生的最大的一场局部战争。这场战争是特定时代的产物。它体现了人类社会生产力特别是科学技术的发展所引起的战争特征的革命性变化；它展示了新的作战手段和作战思想运用于战争而产

生的作战样式的诸多新特点，它是传统的机械化战争向信息化战争转变的重要标志。虽然海湾战争已经过去了二十多年，但是它对于我们发现信息化战争的特点，总结信息化战争的作战规律，预测可能发生的局部战争的结局，指导我们进行未来战争的准备，仍然具有重要的参考价值。

7.4.1 基于空间信息支援下的兰彻斯特战争模型预测海湾战争

为了验证模型，通过利用海湾战争数据，以及相关信息载入模型。初始兵力等比例缩小，设置美军初始兵力为 80000 人，伊军初始兵力为 100000；在损伤系数方面，根据数据计算得到，美军死亡士兵比例约为伊军的 1/74；而在信息支援力度方面，由于整场战争下来，美军无论从信息系统资源、指挥对抗、信息优势和信息系统稳定性方面，都占据着绝对的优势，因此将美军的信息支援力度系数设置为 0.999，伊军设置为 0.001。通过仿真得出如下结果：

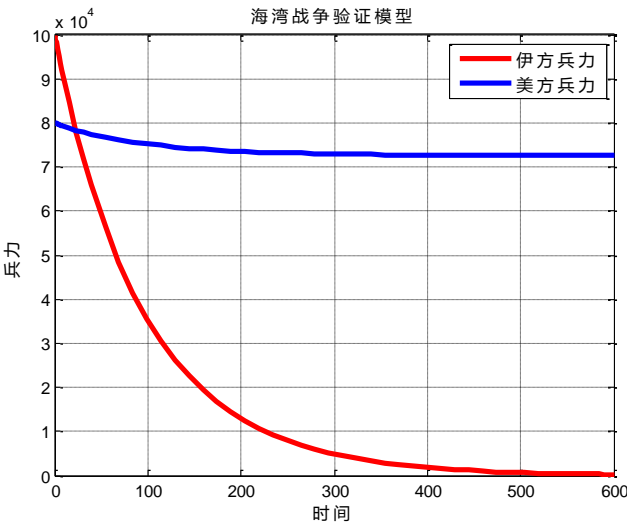


图 7.6 基于空间信息支援下的兰彻斯特战争模型预测海湾战争

由结果可知，虽然美军初始兵力处于劣势，但凭借丰富的信息资源，充分利用自己占据的信息绝对优势，合理的运用指挥对抗技术，并维持信息系统的稳定运作，最后付出极小代价，稳固了战争局势，取得战争胜利。反观伊军，虽占据兵力人数优势，但在信息化资源以及利用水平方面，完全无法与美军相比，信息资源短缺，指挥系统瘫痪，信息系统抵抗力低，无法适应现代化作战要求，最后伊军快速减员，丧失兵力优势，输掉战争。

7.4.2 信息系统

美军在战区的侦察、指挥、控制和通信主要通过卫星实现，为此美军至少使用了 12 种约 70 颗卫星，包括电子侦察卫星、电子情报卫星、合成孔径雷达侦察卫星、照像侦察卫星、战场监视预警卫星、气象卫星、通信卫星和导航定位卫星等。战区空中，由世界上最先进的预警机进行侦查、监视、指挥和控制。多国部队投入使用的武器装备中，电子战装备占有很大比例，构成多层次、全方位、全频段严密的立体配系。电子战装备技术先进、种类齐全。既有有源干

扰设备，又有无源干扰，既有雷达对抗设备，又有通信和光电对抗设备，既有软压制，又有硬杀伤武器。美军为海湾战争投入约 100 架电子战飞机。驻海湾的陆海空部队都装备有专用电子战飞机，并且所有直接作战的飞机都装备自卫干扰装置，一些飞机上装有反辐射导弹和高能激光致盲系统，以满足战场上不同的作战需要。美军派往海湾的地面部队中，有 8 个电子对抗情报营和 5 个电子对抗情报连，共约 5000 余人。地面电子装备有雷达侦察系统、通信侦察测向系统、辐射源识别系统、雷达干扰系统、通信干扰系统等

反观伊军，伊军的电子战装备数量少，水平低。伊军装备有 2 架空中预警和指挥飞机，其质量无法与美军的预警机相比。空军装备的苏制作战飞机载有雷达告警接收机和无源干扰设备。伊拉克购买的法制“幻影”F1-E 战斗机装备有干扰吊舱，以及干扰投放器。“幻影”F1 飞机装有反辐射导弹。伊拉克陆军装备有苏制地面移动式干扰设备，此外伊拉克还从国外购买了大量的电子伪装器材。

本文利用空间信息支援下的兰彻斯特战争模型对信息系统进行评估时，得知信息系统是军事领域中不可或缺的信息资源，双方信息资源相差悬殊，在战争进程中双方不管是在战斗减员还是打击能力方面都会造成十分悬殊的差别。在此次海湾战争当中，美军运用压倒性的信息资源，对伊军的信息实行绝对的压制，在电子、情报、预警、通信、侦察等方面全面的实行压制，使伊军付出了高昂代价。

7.4.3 指挥对抗

美军利用其信息质量和武器质量的优势，运用精确制导武器对伊军指挥信息系统发动了效率前所未有的打击，在一天之内瘫痪伊军的 KARI 战略防空体系，使伊军丧失了制信息权，伊军不知道敌人在哪，也无法了解自己部队的状况，甚至连命令也传达不下去，完全处在被动挨打的地位。

空间信息支援下的兰彻斯特战争模型在验证指挥对抗重要性方面，相比较于传统的作战模型，也有着明显的优势。交战双方中如果存在一方的指挥系统遭到重创后，战争的结束时间将会极速缩短，以此便会使得己方人员损伤方面下降到极为微小的值，甚至到达“零伤亡”。“零伤亡”最先由美军提出，即在战争中追求最小的代价达成最大目标的一种思想，要求在人员伤亡中追求战争极限的零值。

7.4.4 信息优势

战区空中，由世界上最先进的预警机进行侦查、监视、指挥和控制。预警机能发现刚起飞仍在爬升阶段的伊军战机。这种信息优势使战争形态发生了巨大改变，保证了多国部队“先敌发现、先敌开火”，伊军先进的米-29 战机几次升空，还不知道敌机在哪，就已经被对方的预警机发现，引导作战飞机拦截，发射空空导弹，最终被击落。在整个战争期间，预警机总共控制了十万多架次

飞机的飞行，平均每天两千多架次。

信息的绝对优势，是维持持续压制的保证，拥有的信息的绝对优势，指挥系统能了解全局，做出明智的指挥决定，避免伤亡，提前准备，提前打击。

7.4.5 信息系统稳定性

多国部队在作战中，电子战飞机与战斗机、轰炸机密切配合、支援干扰与自卫干扰协同进行、软杀伤与硬摧毁同时实施。美国使用的电子设备具有很强的抗干扰性。机载雷达基本上为捷变频，通信电台也具有跳频能力，整个指挥控制网具有很强的抗干扰能力。尽管伊军也施放了电子干扰，但未能影响到美军电子装备的正常使用。伊军曾试图用苏制地面干扰机干扰美军的预警机，但未能凑效，反被美军的预警机定位。

信息系统的稳定性，在现代信息化战争中，是所有一些信息化手段的保障。在本文建立的模型在讨论信息系统稳定性作用中，可以看出，信息系统是否稳定，是否具有很强的抗干扰能力，会影响整个战局的走势，甚至会影响整个战争的成败。

7.5 小结

由于在现代化战争当中，信息化因素占据着举足轻重的作用，传统的作战评估模型几乎无法准确评估现代信息化战争，所以建立合理的模型来分析或预测信息化战争的结果，便成为了一个有意义且极富挑战性的课题。本文针对传统的兰彻斯特战争模型，对该模型进行改进，通过引入空间信息支援能力指数，构建了空间信息支援下的兰彻斯特作战模型，并从信息系统、指挥对抗、信息优势和信息系统稳定性，四个信息化因素展开分析，并且分析了该四个因素相互之间的关系。最后利用现代经典的信息化战争经典案例——海湾战争，对该模型进行验证，再现海湾战争场景，并将这些场景与现代信息化战争因素相结合，分析双方态势，得出该改进的兰彻斯特作战模型符合海湾战争真实数据的结论。

八、模型的评价及改进

本文首先运用离散数学中的几何组合优化思想，对水面舰艇防空编队进行研究，采用逐次递推法，建立了水面舰艇防空编队最佳队形模型和抗饱和攻击能力的最优化模型，考虑了多种情况对模型的影响，并对不同的模型结果进行分析对比，找出了更加符合实际情况的结果。这样的几何建模将复杂的水面舰艇编队防御问题转化成简单的几何平面问题，对实际的水面舰艇防空编队具有指导意义。

然后，本文根据支持向量机和主成分分析融合算法（SVM-PCA），建立了基于 SVM-PCA 的空中目标意图识别模型，其模型先运用 PCA 将数据投影到较低维空间，使数据的压缩与解释、结构的简化的目的，然后用 SVM 对每个样本进行目标意图预测。这种组合模型相当于先对数据做一个预处理，这会大大提高 SVM 算法的判别能力，相比于现有模型来说可以很好的提高预测精度。

最后，本文针对传统的兰彻斯特战争模型，对该模型进行改进，建立了空间信息支援下的兰彻斯特作战模型，相比于传统的兰彻斯特模型，改进的兰彻

斯特模型具有更加符合现代化信息战争的特点，能够对现代化信息战争做出相应的预测。

本文中可以改进的地方：

1) 将编队航向航速加入到模型中，使得模型更加符合水面舰艇防空反导作战实际情况；

2) 考虑各舰发现来袭导弹的随机变量都服从均匀分布，将均匀分布引入到模型中，可以使模型更加完善，提高了模型对抗饱和攻击能力的计算能力；

3) 使用多种不同的分类算法（如聚类分析法，贝叶斯网络）对空中目标意图识别进行建模，将模型得到的结果与基于 SVM-PCA 的空中目标意图识别模型的结果作对比；

4) 在建立模型的过程中不单单只考虑信息因素，同时引入空军、海军、陆军、卫星等因素，建立多维兰彻斯特模型，已知在海湾战争中美军有着压倒性信息优势、空中优势、卫星优势，而不单单只是信息优势，故引入多维兰彻斯特模型可以使对现代战争的预测结果更准确更符合实际。

九、参考文献

- [1]姜启源. 数学模型[M]. 高等教育出版社. 1993.
- [2]杨根源, 王光辉, 严建钢,等. 一种舰空导弹武器系统抗饱和攻击能力模型[J]. 计算机仿真, 2003, 20:8-11.
- [3] 付克昌. 几何中的组合优化问题[J]. 数学教学, 1991.
- [4]杨毓, 蒙肖莲. 用支持向量机 (SVM) 构建企业破产预测模型[J]. 金融研究, 2006:65-75.
- [5] Vapnik V N. The Nature of Statistical Learning Theory[J]. Neural Networks IEEE Transactions on, 1995, 10(5):988 - 999.
- [6]刘震鑫, 于小红, 杨庆. 空间信息支援下的兰彻斯特作战模型[J]. 兵工自动化, 2011, 30:18-20. DOI:doi:10.3969/j.issn.1006-1576.2011.05.006.

附录

附录 1：空中目标航向角记录表

空中目标 ID	航向角（度）	时间（s）
41006851	307.2	25
41006851	306.2	26
41006851	305.2	27
41006851	304.3	28
41006851	303.3	29
41006851	302.2	30
41006851	301	31
41006851	298.9	32
41006851	298.8	33
41006851	297.9	34
41006851	296.8	35
41006851	295.9	36
41006872	356.4	12
41006872	361.5	13
41006872	1.6	14
41006872	6.7	15
41006872	11.8	16
41006872	16.9	17
41006872	22	18
41006872	27.1	19
41006872	32.2	20
41006872	37.3	21
41006872	42.4	22
41006872	47.5	23
41006872	52.7	24
41006872	54.7	28
41006872	56.7	29
41006872	58.6	30
41006872	60.5	31
41006872	62.5	32
41006872	64.6	33
41006872	66.8	34
41006872	68.6	35
41006872	70.5	36
41006891	219	11
41006891	215.5	12
41006891	211.8	13
41006891	208.2	14
41006891	204.6	15

41006891	201	16
41006891	197.4	17
41006891	193.8	18
41006891	190.2	19
41006891	186.8	20
41006891	185.96	21
41006891	185.16	22
41006891	184.4	23
41006891	183.56	24
41006891	182.8	25
41006891	182	26
41006891	181.2	27
41006891	180.4	28
41006891	179.56	29
41006891	178.76	30
41006891	177.96	31
41006891	177.2	32
41006891	176.4	33
41006891	175.56	34
41006891	174.8	35
41006891	173.6	36
41006891	172.6	37
41006893	296.1	17
41006893	292.3	18
41006893	288.8	19
41006893	284.9	20
41006893	281.5	21
41006893	276.8	22
41006893	273.4	23
41006893	269.9	24
41006893	265.9	25
41006893	262.4	26
41006893	259.2	27
41006893	255.3	28
41006893	252	29
41006893	249.2	30
41006893	245.3	31
41006893	240.6	32
41006893	238.4	33
41006893	234.6	34
41006893	229.8	35
41006893	225.1	36