# Algorithmique et recherche opérationnelle

INFO-F310

Projet : CPLEX LP

26 avril 2020

Nom : BAKKALI Yahya

Matricule: 000445166

Université Libre de Bruxelles (ULB)

# Table des matières

1	Introduction	2
2	Modèle	2
3	Script Python	3
4	Fichier CPLEX LP généré	3
5	Explication du fichier CPLEX LP généré	10
6	Log de GLPK obtenu	10
7	Explication du retour obtenu dans le fichier log	17
	7.1 Problème	17
	7.2 Fonction objectif I	18
	7.3 Contrainte 1	18
	7.4 Contrainte 2	19
	7.5 Plan de découpe	20

#### 1 Introduction

Pour ce projet, il est demandé d'écrire un script python qui, à partir d'un fichier d'instance indiquant un ensemble de panneaux de longueur variable à découper dans des planches de longueur fixe, génère une instance de programme linéaire en langage CPLEX LP qui détermine un plan de découpe de panneaux qui minimise le nombre de planches utilisées.

#### $\mathbf{2}$ Modèle

Indices:

 $M = \{1, ..., m\}$  planches

 $N = \{1, ..., n\}$  panneaux

Constantes:

 $l_i = \text{longueur du panneau } i$ 

L =longueur des planches j

Variables de décision :

 $x_{i,j} \in \{0,1\}$  telle que

 $x_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ si une planche j est prise pour une découpe du panneau i} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$ 

 $m_i \in \{0,1\}$  telle que

 $m_j = \begin{cases} 1 \text{ si une planche j est prise pour une découpe} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$ 

#### Formulation 1 Formulation linéaire

$$\min \qquad \sum_{j \in M} m_j \tag{I}$$

s.t. 
$$\sum_{i \in N} l_i x_{i,j} \le L m_j \quad \forall j \in M$$
 
$$\sum_{j \in M} x_{i,j} = 1 \qquad \forall i \in N$$
 (2)

$$\sum_{i \in M} x_{i,j} = 1 \qquad \forall i \in N$$
 (2)

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \quad \forall j \in M$$
 (3)

$$m_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M \tag{4}$$

Les contraintes (1) assurent que si une planche est utilisée pour la découpe, sa longueur doit être supérieure ou égale à la somme des longueurs de tous les panneaux découpés depuis la même planche. D'autre part, (2) garantissent que chaque panneau a été correctement découpé et seulement à partir d'une des planches disponibles.

## 3 Script Python

Le script python generate\_lp\_instance est un script qui, en donnant en paramètre un chemin de fichier d'instance, génère le fichier CPLEX LP approprié qui modélise le problème.

Les lignes du fichier d'instance contiennent deux valeurs :

- un flottant représentant la longueur en mètres des planches pour la première ligne et des panneaux pour les lignes suivantes.
- un nombre entier correspondant au nombre de planches disponibles pour la première ligne et au nombre de panneaux à découper pour le reste des lignes.

En parcourant le fichier d'instance, quatre variables ont été créées M, N, L et  $l_i$  telles que :

M: un nombre entier représentant le nombre de planches disponibles.

N: un nombre entier représentant le nombre de panneaux à découper

L: un flottant représentant la longueur de toutes les planches

 $l_i$ : une liste contenant les longueurs de chaque panneau

Ces variables sont utilisées pour générer le fichier CPLEX LP adéquat.

## 4 Fichier CPLEX LP généré

```
\begin{array}{c} \text{Minimize} \\ \text{obj: m\_1 + m\_2 + m\_3 + m\_4 + m\_5 + m\_6 + m\_7 + m\_8} \\ \text{Subject To} \\ \\ \text{c1\_1: 4.0 m\_1 - 1.5 x\_1\_1(1.5) - 1.5 x\_2\_1(1.5) - 1.5 x\_3\_1(1.5) - 1.5 x\_4\_1(1.5) - 0.75} \\ \text{x\_5\_1(0.75) - 0.75 x\_6\_1(0.75) - 0.75 x\_7\_1(0.75) - 0.75 x\_8\_1(0.75) - 0.75 x\_9\_1(0.75) - 0.75 x\_10\_1(0.75) - 0.22 x\_11\_1(0.22) - 0.22 x\_12\_1(0.22) - 0.22 x\_13\_1(0.22) - 0.22 \\ \text{x\_14\_1(0.22) - 0.22 x\_15\_1(0.22) - 0.22 x\_16\_1(0.22) - 0.22 x\_17\_1(0.22) - 0.22} \\ \text{x\_18\_1(0.22) - 0.22 x\_19\_1(0.22) - 0.22 x\_20\_1(0.22) - 0.22 x\_21\_1(0.22) - 0.22} \\ \text{x\_22\_1(0.22) >= 0} \\ \text{c1\_2: 4.0 m\_2 - 1.5 x\_1\_2(1.5) - 1.5 x\_2\_2(1.5) - 1.5 x\_3\_2(1.5) - 1.5 x\_4\_2(1.5) - 0.75} \\ \text{x\_5\_2(0.75) - 0.75 x\_6\_2(0.75) - 0.75 x\_7\_2(0.75) - 0.75 x\_8\_2(0.75) - 0.75 x\_9\_2(0.75) - 0.75} \\ \end{array}
```

```
0.75 \,\, x\_10\_2(0.75) \,-\, 0.22 \,\, x\_11\_2(0.22) \,-\, 0.22 \,\, x\_12\_2(0.22) \,-\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 - 2(0.22) \,\, -\, 0.22 \,\, x - 13 -
                                           x 22 2(0.22) >= 0
c1 3: 4.0 \text{ m} 3 - 1.5 \text{ x} 1 3(1.5) - 1.5 \text{ x} 2 3(1.5) - 1.5 \text{ x} 3 3(1.5) - 1.5 \text{ x} 4 3(1.5) - 0.75
                                             x_5_3(0.75) - 0.75 \times 6_3(0.75) - 0.75 \times 7_3(0.75) - 0.75 \times 8_3(0.75) - 0.75 \times 9_3(0.75) - 0.75 \times 8_3(0.75) - 0.75 \times 8_3(0.75)
                                           0.75 \times 10 \ 3(0.75) - 0.22 \times 11 \ 3(0.22) - 0.22 \times 12 \ 3(0.22) - 0.22 \times 13 \ 3(0.22) - 0.22
                                            x 14 3(0.22) - 0.22 x 15 3(0.22) - 0.22 x 16 3(0.22) - 0.22 x 17 3(0.22) - 0.22 
                                            x = 18 = 3(0.22) - 0.22 = x = 19 = 3(0.22) - 0.22 = 20 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 21 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.22 = 3(0.22) - 0.
                                           x 22 3(0.22) >= 0
c1 4: 4.0 \text{ m} 4 - 1.5 \text{ x} 1 4(1.5) - 1.5 \text{ x} 2 4(1.5) - 1.5 \text{ x} 3 4(1.5) - 1.5 \text{ x} 4 4(1.5) - 0.75 \text{ x}
                                            x = 5 + 4(0.75) - 0.75 \times 6 + 4(0.75) - 0.75 \times 7 + 4(0.75) - 0.75 \times 8 + 4(0.75) - 0.75 \times 9 
                                           0.75 \times 10 \ 4(0.75) - 0.22 \times 11 \ 4(0.22) - 0.22 \times 12 \ 4(0.22) - 0.22 \times 13 \ 4(0.22) - 0.22
                                                 x_14_4(0.22) - 0.22 \; x_15_4(0.22) - 0.22 \; x_16_4(0.22) - 0.22 \; x_17_4(0.22) - 0.22 
                                           x 18 4(0.22) - 0.22 x 19 4(0.22) - 0.22 x 20 4(0.22) - 0.22 x 21 4(0.22) - 0.22
                                           x 22 4(0.22) >= 0
c1 5: 4.0 \text{ m} 5 - 1.5 \text{ x} 1 5(1.5) - 1.5 \text{ x} 2 5(1.5) - 1.5 \text{ x} 3 5(1.5) - 1.5 \text{ x} 4 5(1.5) - 0.75
                                            x = 5 - 5(0.75) - 0.75 \times 6 - 5(0.75) - 0.75 \times 7 - 5(0.75) - 0.75 \times 8 - 5(0.75) - 0.75 \times 9 
                                           0.75 \times 10 \quad 5(0.75) - 0.22 \times 11 \quad 5(0.22) - 0.22 \times 12 \quad 5(0.22) - 0.22 \times 13 \quad 5(0.22) 
                                                 x_14_5(0.22) \, - \, 0.22 \, \, x_15_5(0.22) \, - \, 0.22 \, \, x_16_5(0.22) \, - \, 0.22 \, \, x_17_5(0.22) \, - \, 0.22 \, \, x_18_5(0.22) \, - \, 0.2
                                           x = 18 = 5(0.22) - 0.22 = x = 19 = 5(0.22) - 0.22 = 20 = 5(0.22) - 0.22 = 21 = 5(0.22) - 0.22
                                           x 22 5(0.22) >= 0
c1 6: 4.0 \text{ m} 6 - 1.5 \text{ x} 1 6(1.5) - 1.5 \text{ x} 2 6(1.5) - 1.5 \text{ x} 3 6(1.5) - 1.5 \text{ x} 4 6(1.5) - 0.75
                                           x_5 = 6(0.75) - 0.75 \times 6 = 6(0.75) - 0.75 \times 7 = 6(0.75) - 0.75 \times 8 = 6(0.75) - 0.75 \times 9 = 6(0.75) - 0.75 \times 10^{-10}
                                           0.75 \times 10 \quad 6(0.75) - 0.22 \times 11 \quad 6(0.22) - 0.22 \times 12 \quad 6(0.22) - 0.22 \times 13 \quad 6(0.22) 
                                           {\tt x\_18\_6(0.22)-0.22\ x\_19\_6(0.22)-0.22\ x\_20\_6(0.22)-0.22\ x}\ 21\ 6(0.22)-0.22
                                           x 22 6(0.22) >= 0
c1 7: 4.0 \text{ m} 7 - 1.5 \text{ x} 1 7(1.5) - 1.5 \text{ x} 2 7(1.5) - 1.5 \text{ x} 3 7(1.5) - 1.5 \text{ x} 4 7(1.5) - 0.75
                                           \times 5 7(0.75) - 0.75 \times 6 7(0.75) - 0.75 \times 7 7(0.75) - 0.75 \times 8 7(0.75) - 0.75 \times 9 7(0.75) -
                                           0.75 \times 10 \quad 7 (0.75) \, - \, 0.22 \times 11 \quad 7 (0.22) \, - \, 0.22 \times 12 \quad 7 (0.22) \, - \, 0.22 \times 13 \quad 7 (0.22) \, - \, 0.22 \times 13 = 0.000 \times 10^{-3} \, \mathrm{Mpc}
                                            x 14 7(0.22) - 0.22 x 15 7(0.22) - 0.22 x 16 7(0.22) - 0.22 x 17 7(0.22) - 0.22 
                                           x = 18 - 7(0.22) - 0.22 \times 19 - 7(0.22) - 0.22 \times 20 - 7(0.22) - 0.22 \times 21 - 7(0.22) - 0.22
                                             \mathbf{x} \ 22 \ 7(0.22) >= 0
c1 8: 4.0 \text{ m} 8 - 1.5 \text{ x} 1 8(1.5) - 1.5 \text{ x} 2 8(1.5) - 1.5 \text{ x} 3 8(1.5) - 1.5 \text{ x} 4 8(1.5) - 0.75 \text{ x}
                                           x_5 = 8(0.75) - 0.75 \times 6 = 8(0.75) - 0.75 \times 7 = 8(0.75) - 0.75 \times 8 = 8(0.75) - 0.75 \times 9 = 8(0.75) - 0.75 \times 10^{-10}
                                           0.75 \times 10 \quad 8(0.75) - 0.22 \times 11 \quad 8(0.22) - 0.22 \times 12 \quad 8(0.22) - 0.22 \times 13 \quad 8(0.22) - 0.22 \times 13 = 0.000 \times 10^{-2} \times 10^{-2
                                           \times 14 8(0.22) - 0.22 \times 15 8(0.22) - 0.22 \times 16 8(0.22) - 0.22 \times 17 8(0.22) - 0.22
                                           x 22 8(0.22) >= 0
c2\_1: x\_1\_1(1.5) + x\_1\_2(1.5) + x\_1\_3(1.5) + x\_1\_4(1.5) + x\_1\_5(1.5) + x\_1\_6(1.5) + x\_1\_6(1.5)
                                           x 1 7(1.5) + x 1 8(1.5) = 1
```

```
x 2 7(1.5) + x 2 8(1.5) = 1
                                        c2\_3: x\_3\_1(1.5) + x\_3\_2(1.5) + x\_3\_3(1.5) + x\_3\_4(1.5) + x\_3\_5(1.5) + x\_3\_6(1.5) + x_3\_6(1.5) + x_3\_6(1.5)
                                                                   x_3_7(1.5) + x_3_8(1.5) = 1
                                        c2 + 4 \cdot x + 4 + 1(1.5) + x + 4 + 2(1.5) + x + 4 + 3(1.5) + x + 4 + 4(1.5) + x + 4 + 5(1.5) + x + 4 + 6(1.5) + x + 6(1.5) 
                                                                   x 4 7(1.5) + x 4 8(1.5) = 1
                                         x \ 5 \ 7(0.75) + x \ 5 \ 8(0.75) = 1
                                         c2\_6: x\_6\_1(0.75) + x\_6\_2(0.75) + x\_6\_3(0.75) + x\_6\_4(0.75) + x\_6\_5(0.75) + x\_6\_6(0.75) + x\_6(0.75) + x\_6_6(0.75) + x\_6_6(0.75) + x\_6_6(0.75) + x\_6_6(0.75) + x\_6_6(0.75) + x_6(0.75) 
                                                                   x 6 7(0.75) + x 6 8(0.75) = 1
                                         x 7 7(0.75) + x 7 8(0.75) = 1
                                         x 8 7(0.75) + x 8 8(0.75) = 1
                                        x 9 7(0.75) + x 9 8(0.75) = 1
                                         c2 10: x 10 1(0.75) + x 10 2(0.75) + x 10 3(0.75) + x 10 4(0.75) + x 10 5(0.75) +
                                                                   x 10 6(0.75) + x 10 7(0.75) + x 10 8(0.75) = 1
                                        x 11 6(0.22) + x 11 7(0.22) + x 11 8(0.22) = 1
                                        x 12 6(0.22) + x 12 7(0.22) + x 12 8(0.22) = 1
                                         c2 \quad 13: x \quad 13 \quad 1(0.22) + x \quad 13 \quad 2(0.22) + x \quad 13 \quad 3(0.22) + x \quad 13 \quad 4(0.22) + x \quad 13 \quad 5(0.22) + x 
                                                                   x 13 6(0.22) + x 13 7(0.22) + x 13 8(0.22) = 1
                                        {\tt x\_14\_6(0.22) + x\_14\_7(0.22) + x\_14\_8(0.22) = 1}
                                         c2 \quad 15: x \quad 15 \quad 1(0.22) \\ + x \quad 15 \quad 2(0.22) \\ + x \\ -15 \\ -3(0.22) \\ + x \\ -15 \\ -4(0.22) \\ + x \\ -15 \\ -5(0.22) \\ + x \\ -15 \\ -2(0.22) \\ + x \\ -2
                                                                   x 15 6(0.22) + x 15 7(0.22) + x 15 8(0.22) = 1
                                        x 16 6(0.22) + x 16 7(0.22) + x 16 8(0.22) = 1
                                        x 17 6(0.22) + x 17 7(0.22) + x 17 8(0.22) = 1
                                         {c2\ \ 18:\ x\ \ 18\ \ 1(0.22)+x\ \ 18\ \ 2(0.22)+x\ \ 18\ \ 3(0.22)+x\ \ 18\ \ 4(0.22)+x\ \ 18\ \ 5(0.22)+x}
                                                                   x_18_6(0.22) + x_18_7(0.22) + x_18_8(0.22) = 1
                                         x_19_6(0.22) + x_19_7(0.22) + x_19_8(0.22) = 1
                                         x 20 6(0.22) + x 20 7(0.22) + x 20 8(0.22) = 1
                                         x 21 6(0.22) + x 21 7(0.22) + x 21 8(0.22) = 1
                                         {\tt c2\_22: x\_22\_1(0.22) + x\_22\_2(0.22) + x\_22\_3(0.22) + x\_22\_4(0.22) + x\_22\_5(0.22) + x\_22\_5(0.
                                                                   x 22 6(0.22) + x 22 7(0.22) + x 22 8(0.22) = 1
Binary
```

5

```
m_1
m\_2
m_3
m\_4
m\_5
m_6
m_7
m_8
x_1_{1}(1.5)
x_1_2(1.5)
x_1_3(1.5)
x_1_4(1.5)
x_1_{5}(1.5)
x_1_6(1.5)
x_1_7(1.5)
x_1_8(1.5)
x_2_{1(1.5)}
x_2_2(1.5)
x_2_3(1.5)
x_2_4(1.5)
x_2_{5}(1.5)
x_2_6(1.5)
x_2_{7}(1.5)
x_2_8(1.5)
x_3_{1}(1.5)
x_3_2(1.5)
x_3_3(1.5)
x_3_4(1.5)
x_3_{5}(1.5)
x_3_6(1.5)
x_3_7(1.5)
x_3_8(1.5)
x_4_{1}(1.5)
\mathtt{x}\_4\_2(1.5)
x_4_3(1.5)
x_4_4(1.5)
x_4_5(1.5)
x_4_6(1.5)
x_4_7(1.5)
x_4_8(1.5)
x_5_1(0.75)
```

 $x_5_2(0.75)$  $x_5_3(0.75)$ 

- $x_5_4(0.75)$
- $x_5_5(0.75)$
- $x_5_6(0.75)$
- $x_5_7(0.75)$
- $x_5_8(0.75)$
- x\_6\_1(0.75)
- $x_6_2(0.75)$
- $x_6_3(0.75)$
- $x_6_4(0.75)$
- $x_6_{5}(0.75)$
- x 6 6(0.75)
- $x_6_7(0.75)$
- $x_6_8(0.75)$
- $x_7_1(0.75)$
- $x_7_2(0.75)$
- $x_7_3(0.75)$
- $x_7_4(0.75)$
- $x_7_5(0.75)$
- $x_7_6(0.75)$
- $x_7_7(0.75)$
- $x_7_8(0.75)$
- $x_8_1(0.75)$
- x 8 2(0.75)
- $x_8_3(0.75)$
- $x_8_4(0.75)$
- $x_8_5(0.75)$
- $x_8_6(0.75)$
- $x_8_7(0.75)$
- $x_8_8(0.75)$
- $x_9_1(0.75)$
- $x_9_2(0.75)$
- $x_9_3(0.75)$
- $x_9_4(0.75)$
- $x_9_5(0.75)$
- $x_9_6(0.75)$
- $x_9_7(0.75)$ x\_9\_8(0.75)
- $x_10_1(0.75)$
- $x_10_2(0.75)$
- $x_10_3(0.75)$
- $x_10_4(0.75)$
- $x_10_5(0.75)$
- $x_10_6(0.75)$

- $x_10_7(0.75)$
- x\_10\_8(0.75)
- $x_11_1(0.22)$
- $x_11_2(0.22)$
- $x_11_3(0.22)$
- $x_11_4(0.22)$
- $x_11_5(0.22)$
- $x_11_6(0.22)$
- $x_11_7(0.22)$
- $x_11_8(0.22)$
- $x_12_1(0.22)$
- $x_12_2(0.22)$
- $x\_12\_3 (0.22)$
- $x_12_4(0.22)$
- $x_12_5(0.22)$
- $x_12_6(0.22)$  $x_12_7(0.22)$
- $x_12_8(0.22)$
- $x_13_1(0.22)$
- $x_13_2(0.22)$
- $x_13_3(0.22)$
- $x_13_4(0.22)$
- $x_13_5(0.22)$
- $x_13_6(0.22)$
- x\_13\_7(0.22)
- $x_13_8(0.22)$
- $x_14_1(0.22)$
- $x_14_2(0.22)$
- $x_14_3(0.22)$
- $x_14_4(0.22)$
- $x_14_5(0.22)$
- $x_14_6(0.22)$
- x\_14\_7(0.22)
- $x_14_8(0.22)$
- $x_15_1(0.22)$
- $x_15_2(0.22)$
- $x_15_3(0.22)$
- $x_15_4(0.22)$
- $x_15_5(0.22)$
- $x_15_6(0.22)$
- $x_15_7(0.22)$
- $x_15_8(0.22)$
- $x_16_1(0.22)$

- $x_16_2(0.22)$
- $x_16_3(0.22)$
- $x_16_4(0.22)$
- $x_16_5(0.22)$
- $x_16_6(0.22)$
- $x_16_7(0.22)$
- $x_16_8(0.22)$
- $x_17_1(0.22)$
- $x_17_2(0.22)$
- $x_17_3(0.22)$
- $x_17_4(0.22)$
- $x_17_5(0.22)$
- x\_17\_6(0.22)
- x\_17\_7(0.22)
- \_ \_ '
- $x_17_8(0.22)$  $x_18_1(0.22)$
- \_ \_ ( )
- x\_18\_2(0.22)
- $x_18_3(0.22)$
- $x_18_4(0.22)$
- $x_185(0.22)$
- $x_18_6(0.22)$
- $x_187(0.22)$
- $x_18_8(0.22)$
- $x_19_1(0.22)$
- $x\_19\_2 (0.22)$
- $x_{19}_{3(0.22)}$
- $x\_19\_4 (0.22)$
- $x_19_5(0.22)$
- x\_19\_6(0.22)
- x\_19\_7(0.22)
- $x_19_8(0.22)$
- $x\_20\_1 (0.22)$
- $x_20_2(0.22)$
- $x_20_3(0.22)$
- $x\_20\_4 (0.22)$
- $x_20_5(0.22)$
- $x_20_6(0.22)$  $x_20_7(0.22)$
- x\_20\_8(0.22)
- $x_21_1(0.22)$
- $x_21_2(0.22)$
- $x_21_3(0.22)$
- x 21 4(0.22)

```
\begin{array}{c} x_21\_5(0.22) \\ x_21\_6(0.22) \\ x_21\_7(0.22) \\ x_21\_8(0.22) \\ x_22\_1(0.22) \\ x_22\_2(0.22) \\ x_222\_3(0.22) \\ x_222\_3(0.22) \\ x_222\_4(0.22) \\ x_222\_5(0.22) \\ x_222\_6(0.22) \\ x_222\_6(0.22) \\ x_222_8(0.22) \\ \end{array}
```

## 5 Explication du fichier CPLEX LP généré

Le fichier généré est divisé en trois sections : Minimize,  $Subject\ To$  et Binary. Dans la section Minimize nous trouvons la fonction objectif, dans ce projet cette fonction minimisera le nombre de planches à utiliser.  $Subject\ To$  est une section dans laquelle nos contraintes seront regroupées, comme il n'y a pas de mots clés pour représenter une somme nous le ferons explicitement, ce qui explique les  $c1\_j$  et  $c2\_i$  où j est une planche appartenant à M et i un panneau appartenant à N. Enfin, la section Binary contient toutes les variables binaires utilisées dans notre modélisation, la nomenclature de ces variables a été choisie comme suit :

```
m_j: représente la planche j
x_i - j(l_i): représente le panneau i de longueur l_i découpé de la planche j
```

## 6 Log de GLPK obtenu

Problem:

Rows: 30

Columns: 184 (184 integer, 184 binary)

Non-zeros: 360

Status: INTEGER OPTIMAL
Objective: obj = 4 (MINimum)

No.	Row name	Activity	Lower bound	Upper bound
1	c1_1	0	0	
2	c1_2	0.21	0	
3	c1_3	1.75	0	
4	c1_4	0	0	
5	c1_5	0	0	
6	c1_6	0	0	
7	c1_7	0.78	0	
8	c1_8	0.12	0	
9	c2_1	1	1	=
10	c2_2	1	1	=
11	c2_3	1	1	=
12	c2_4	1	1	=
13	c2_5	1	1	=
14	c2_6	1	1	=
15	c2_7	1	1	=
16	c2_8	1	1	=
17	c2_9	1	1	=
18	c2_10	1	1	=
19	c2_11	1	1	=
20	c2_12	1	1	=
21	c2_13	1	1	=
22	c2_14	1	1	=
23	c2_15	1	1	=
24	c2_16	1	1	=
25	c2_17	1	1	=
26	c2_18	1	1	=
27	c2_19	1	1	=
28	c2_20	1	1	=
29	c2_21	1	1	=
30	c2_22	1	1	=
No.	Column name	Activity	Lower bound	Upper bound

1	m_1	*	0	0	1
2	m_2	*	1	0	1
3	m_3	*	1	0	1
4	$m_4$	*	0	0	1
5	m_5	*	0	0	1
6	m_6	*	0	0	1
7	m_7	*	1	0	1
8	m_8	*	1	0	1
9	x_1_1(1.5)	*	0	0	1
10	x_2_1(1.5)	*	0	0	1
11	x_3_1(1.5)	*	0	0	1
12	x_4_1(1.5)	*	0	0	1
13	x_5_1(0.75)	*	0	0	1
14	$x_6_1(0.75)$	*	0	0	1
15	$x_7_1(0.75)$	*	0	0	1
16	$x_8_1(0.75)$	*	0	0	1
17	$x_9_1(0.75)$	*	0	0	1
18	x_10_1(0.75)	*	0	0	1
19	x_11_1(0.22)	*	0	0	1
20	x_12_1(0.22)	*	0	0	1
21	x_13_1(0.22)	*	0	0	1
22	x_14_1(0.22)	*	0	0	1
23	x_15_1(0.22)	*	0	0	1
24	x_16_1(0.22)	*	0	0	1
25	x_17_1(0.22)	*	0	0	1
26	x_18_1(0.22)	*	0	0	1
27	x_19_1(0.22)	*	0	0	1
28	x_20_1(0.22)	*	0	0	1
29	x_21_1(0.22)	*	0	0	1
30	x_22_1(0.22)	*	0	0	1
31	$x_1_2(1.5)$	*	0	0	1
32	x_2_2(1.5)	*	0	0	1
33	$x_3_2(1.5)$	*	0	0	1

34 x_4_2(1.5)	*	0	0	1
35 x_5_2(0.75)	*	0	0	1
36 x <sub>6</sub> 2(0.75)	*	1	0	1
37 x_7_2(0.75)	*	1	0	1
38 x_8_2(0.75)	*	0	0	1
39 x_9_2(0.75)	*	0	0	1
40 x_10_2(0.75)	*	1	0	1
41 x_11_2(0.22)	*	1	0	1
42 x_12_2(0.22)	*	1	0	1
43 x_13_2(0.22)	*	1	0	1
44 x_14_2(0.22)	*	1	0	1
45 x_15_2(0.22)	*	1	0	1
46 x_16_2(0.22)	*	1	0	1
47 x_17_2(0.22)	*	1	0	1
48 x_18_2(0.22)	*	0	0	1
49 x_19_2(0.22)	*	0	0	1
50 x_20_2(0.22)	*	0	0	1
51 x_21_2(0.22)	*	0	0	1
52 x_22_2(0.22)	*	0	0	1
53 x_1_3(1.5)	*	0	0	1
54 x_2_3(1.5)	*	0	0	1
55 x_3_3(1.5)	*	0	0	1
56 x_4_3(1.5)	*	0	0	1
57 x_5_3(0.75)	*	1	0	1
$58 \times 6_3(0.75)$	*	0	0	1
59 x_7_3(0.75)	*	0	0	1
$60 \times 8_3(0.75)$	*	1	0	1
$61 \times 9_3(0.75)$	*	1	0	1
62 x <sub>10</sub> 3(0.75)	*	0	0	1
63 x <sub>11</sub> 3(0.22)	*	0	0	1
64 x_12_3(0.22)	*	0	0	1
65 x <sub>13</sub> 3(0.22)	*	0	0	1
66 x <sub>14</sub> 3(0.22)		0	0	1
67 x <sub>15</sub> 3(0.22)	*	0	0	1

68	x_16_3(0.22)	*	0	0	1
69	x_17_3(0.22)	*	0	0	1
70	x_18_3(0.22)	*	0	0	1
71	x_19_3(0.22)	*	0	0	1
72	x_20_3(0.22)	*	0	0	1
73	x_21_3(0.22)	*	0	0	1
74	x_22_3(0.22)	*	0	0	1
75	x_1_4(1.5)	*	0	0	1
76	x_2_4(1.5)	*	0	0	1
77	x_3_4(1.5)	*	0	0	1
78	x_4_4(1.5)	*	0	0	1
79	x_5_4(0.75)	*	0	0	1
80	$x_{6_4(0.75)}$	*	0	0	1
81	$x_7_4(0.75)$	*	0	0	1
82	$x_8_4(0.75)$	*	0	0	1
83	x_9_4(0.75)	*	0	0	1
84	x_10_4(0.75)	*	0	0	1
85	x_11_4(0.22)	*	0	0	1
86	x_12_4(0.22)	*	0	0	1
87	x_13_4(0.22)	*	0	0	1
88	x_14_4(0.22)	*	0	0	1
89	x_15_4(0.22)	*	0	0	1
90	x_16_4(0.22)	*	0	0	1
91	x_17_4(0.22)	*	0	0	1
92	x_18_4(0.22)	*	0	0	1
93	x_19_4(0.22)	*	0	0	1
94	x_20_4(0.22)	*	0	0	1
95	x_21_4(0.22)	*	0	0	1
96	x_22_4(0.22)	*	0	0	1
97	x_1_5(1.5)	*	0	0	1
98	x_2_5(1.5)	*	0	0	1
99	x_3_5(1.5)	*	0	0	1
100	$x_4_5(1.5)$	*	0	0	1
101	$x_5_5(0.75)$	*	0	0	1

*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
*	0	0	1
	* * * * * * * * * * * * * * * * * * *	* 0  * 0  * 0  * 0  * 0  * 0  * 0  * 0	* 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

136 x_18_6(0.22)	*	0	0	1
137 x_19_6(0.22)	*	0	0	1
138 x_20_6(0.22)	*	0	0	1
139 x_21_6(0.22)	*	0	0	1
140 x_22_6(0.22)	*	0	0	1
141 x_1_7(1.5)	*	0	0	1
142 x_2_7(1.5)	*	0	0	1
143 x_3_7(1.5)	*	1	0	1
144 x_4_7(1.5)	*	1	0	1
145 x_5_7(0.75)	*	0	0	1
146 x_6_7(0.75)	*	0	0	1
147 x_7_7(0.75)	*	0	0	1
148 x_8_7(0.75)	*	0	0	1
149 x_9_7(0.75)	*	0	0	1
150 x_10_7(0.75)	*	0	0	1
151 x_11_7(0.22)	*	0	0	1
152 x_12_7(0.22)	*	0	0	1
153 x_13_7(0.22)	*	0	0	1
154 x_14_7(0.22)	*	0	0	1
155 x_15_7(0.22)	*	0	0	1
156 x_16_7(0.22)	*	0	0	1
157 x_17_7(0.22)	*	0	0	1
158 x_18_7(0.22)	*	0	0	1
159 x_19_7(0.22)	*	0	0	1
160 x_20_7(0.22)	*	0	0	1
161 x_21_7(0.22)	*	0	0	1
162 x_22_7(0.22)	*	1	0	1
163 x_1_8(1.5)	*	1	0	1
164 x_2_8(1.5)	*	1	0	1
165 x_3_8(1.5)	*	0	0	1
166 x_4_8(1.5)	*	0	0	1
167 x_5_8(0.75)	*	0	0	1
168 x_6_8(0.75)	*	0	0	1
169 x_7_8(0.75)	*	0	0	1

170 x_8_8(0.75)	*	0	0	1
171 x_9_8(0.75)	*	0	0	1
172 x_10_8(0.75)	*	0	0	1
173 x_11_8(0.22)	*	0	0	1
174 x_12_8(0.22)	*	0	0	1
175 x <sub>13</sub> 8(0.22)	*	0	0	1
176 x_14_8(0.22)	*	0	0	1
177 x_15_8(0.22)	*	0	0	1
178 x_16_8(0.22)	*	0	0	1
179 x_17_8(0.22)	*	0	0	1
180 x_18_8(0.22)	*	1	0	1
181 x_19_8(0.22)	*	1	0	1
182 x_20_8(0.22)	*	1	0	1
183 x_21_8(0.22)	*	1	0	1
184 x_22_8(0.22)	*	0	0	1

Integer feasibility conditions:

```
KKT.PE: max.abs.err = 8.88e-16 on row 2
    max.rel.err = 9.87e-17 on row 2
    High quality
```

```
KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
    max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
    High quality
```

End of output

## 7 Explication du retour obtenu dans le fichier log

#### 7.1 Problème

Pour un problème avec 8 planches de 4 mètres à partir desquelles 4 panneaux de 1,5 mètres, 6 panneaux de 75 centimètres et 12 panneaux de 22 centimètres doivent être dé-

coupés, ce fichier log donne des informations générales sur ce problème et sa résolution.

## 7.2 Fonction objectif I

Objective: obj = 4 (MINimum)

La valeur de la fonction objectif indique que quatre est le nombre minimum de planches qui devront être utilisées. Par la suite, une solution détaillée détermine un plan de découpe des panneaux pour le nombre de planches utilisées.

No.	Column	name	Activity	Lower bound	Upper bound
	1 m_1	*	0	0	1
	2 m_2	*	1	0	1
	3 m_3	*	1	0	1
	4 m_4	*	0	0	1
	5 m_5	*	0	0	1
	6 m_6	*	0	0	1
	7 m_7	*	1	0	1
	8 m_8	*	1	0	1

Comme indiqué dans la colonne *Activity*, la solution trouvée utilise les planches 2,3,7 et 8 où la valeur est égale à 1, ce qui est cohérent avec la valeur de la fonction objectif.

#### 7.3 Contrainte 1

Prenons la planche 2 comme exemple, nous voulons obtenir son plan de découpe, nous allons donc extraire ces lignes ci-dessous du fichier log.

No.	Row name		Activity	Lower bound	Upper bound
	2 c_1_2		0.21	0	
No.	Column name		Activity	Lower bound	Upper bound
	36 x_6_2(0.75)	*	1	0	1
	37 x_7_2(0.75)	*	1	0	1
	40 x_10_2(0.75)	*	1	0	1

41	x_11_2(0.22)	*	1	0	1
42	x_12_2(0.22)	*	1	0	1
43	x_13_2(0.22)	*	1	0	1
44	x_14_2(0.22)	*	1	0	1
45	x_15_2(0.22)	*	1	0	1
46	x_16_2(0.22)	*	1	0	1
47	x_17_2(0.22)	*	1	0	1

La première ligne a comme nom de variable  $x_{-}6_{-}2(0.75)$  ce qui signifie selon la nomenclature établie au début que le panneau 6 d'une longueur de 0.75 mètre a été découpé de la planche 2. Suivant le même principe, nous déduirons que la planche 2 a été utilisée pour découper 3 panneaux de 0.75 mètre et 7 panneaux de 0.22 mètre. La contrainte 1 pour la planche 2  $(c1_{-}2)$  nous donne une Activity de 0.21 qui correspond à la soustraction de la longueur de la planche de la somme des panneaux découpés, soit  $4-3\cdot0.75-7\cdot0.22=0.21$ .

### 7.4 Contrainte 2

Prenons un panneau de ceux utilisés dans la découpe de la planche 2, dans notre cas nous serons intéressés par le panneau 6, pour mieux visualiser la résolution du fichier log nous prenons ces morceaux de lignes.

No.	Row name		Activity	Lower bound	Upper bound
	14 c_2_6		1	1	=
No.	Column name		Activity	Lower bound	Upper bound
	14 x_6_1(0.75)	*	0	0	1
	36 x_6_2(0.75)	*	1	0	1
	58 x_6_3(0.75)	*	0	0	1
	80 x_6_4(0.75)	*	0	0	1
1	02 x_6_5(0.75)	*	0	0	1
1	24 x_6_6(0.75)	*	0	0	1
1	46 x_6_7(0.75)	*	0	0	1
1	68 x_6_8(0.75)	*	0	0	1

Comme le montre la colonne Activity pour  $c2_6$  le panneau a bien été découpé et seulement une fois, pour vérifier que la contrainte a été respectée nous passons en revue par les lignes restantes. En examinant l'activité du panneau 6, nous voyons qu'il n'est découpé qu'une seule fois et qu'il l'a été depuis la planche  $2(x_6_2(0.75) = 1)$ .

## 7.5 Plan de découpe

En répétant la même analyse sur les autres planches et panneaux, nous obtenons le plan de découpe suivant :

Planche	1	2	3	4	5	6	7	8
Panneau de 1.5	0	0	0	0	0	0	2	2
Panneau de 0.75	0	3	3	0	0	0	0	0
Panneau de 0.22	0	7	0	0	0	0	1	4