



第5章 自底向上优先分析

自顶向下(*Top Down*)的分析
推导(*Derivation*)

自底向上(*Bottom Up*)的分析
归约(*Reduce*)





复习内容

- 如果 $S \xRightarrow{*} \alpha A \beta$ and $A \xRightarrow{+} \gamma$, 则称 γ 是句型 $\alpha \gamma \beta$ 的相对于变量 A 的**短语** (Phrase)
- 如果 $S \xRightarrow{*} \alpha A \beta$ and $A \Rightarrow \gamma$, 则称 γ 是句型 $\alpha \gamma \beta$ 的相对于变量 A 的**直接 (简单)** 短语
- 最左直接短语叫做**句柄** (Handle)
- **规范归约**



5.1 自底向上的语法分析

- 自底向上的语法分析

- 从叶子节点(输入串)出发, 反复利用产生式进行归约, 最后到达根节点。

- 移进-归约的分析法

- 核心

- 寻找句型中的当前归约对象——“句柄”

- 将句柄归约为何符号?

自底向上的分析过程

- 例 设文法为：

$S \rightarrow aAcBe$

$A \rightarrow Ab|b$

$B \rightarrow d$

句子分析：

abbcde

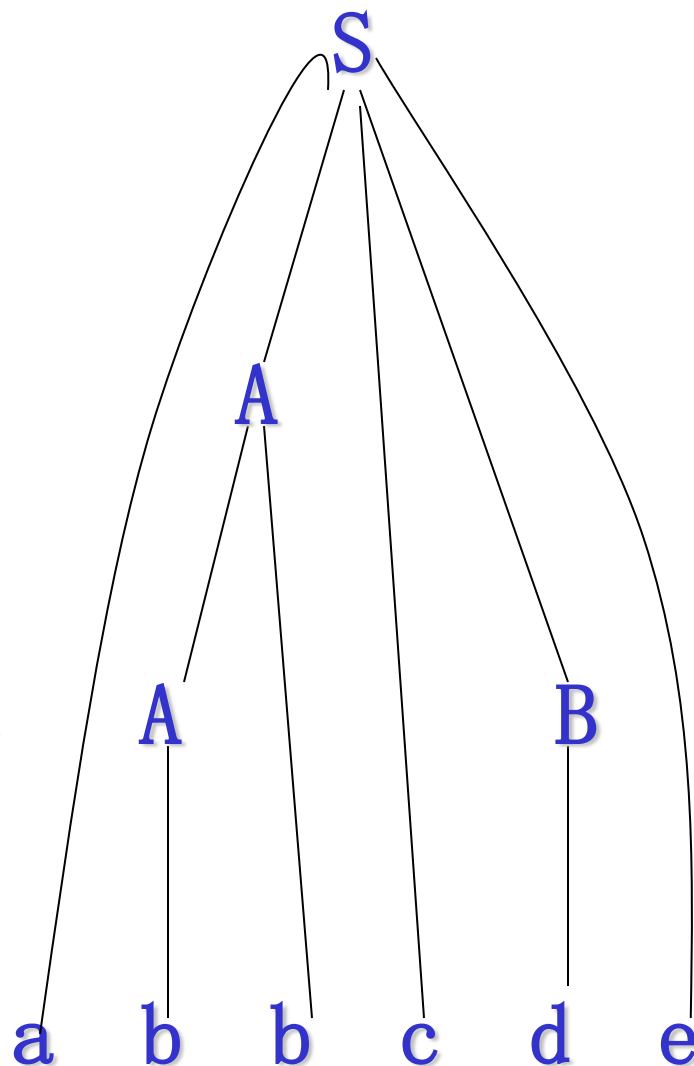
$\Leftarrow a$ Abcde

$\Leftarrow a$ Acde

$\Leftarrow a$ AcBe

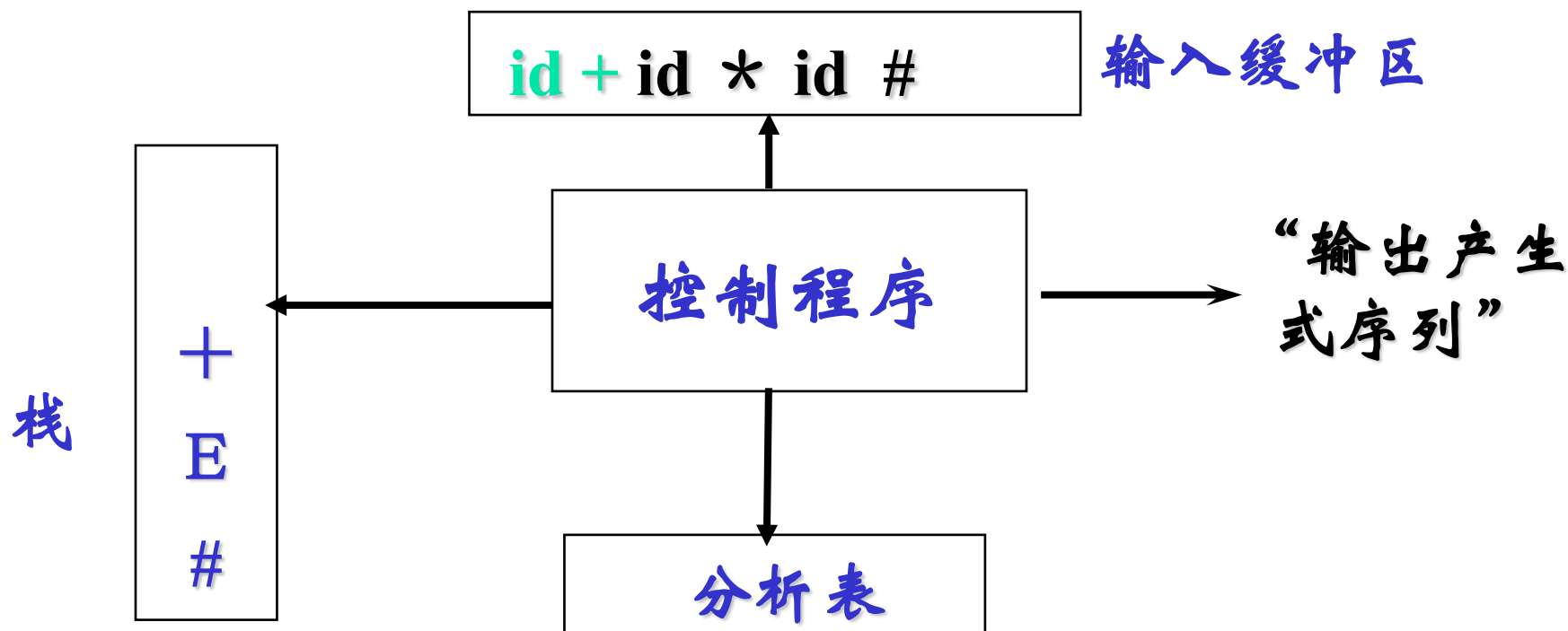
$\Leftarrow S$

语法树的
形成过程



5.1 自底向上的分析

1. 分析器框架



栈内容 + 输入缓冲区内容 = # 当前 "句型" #



5.1自底向上的分析

■ 1、系统框架

■ 控制程序

- 控制分析过程，输出分析结果——产生式序列

■ 输入缓冲区

- 保存输入符号串

■ 栈

- 保存语法符号——已经得到的部分结果

■ 分析表

- 保存当前分析应当采取的动作及状态转换

■ 栈+输入缓冲区剩余内容=“句型”



5.1 自底向上的分析

■ 2、系统运行

■ 开始格局

- 栈：#；输入缓冲区：w#

■ 栈

- 存放已经分析出来的结果和读入的符号，一旦句柄在栈顶形成，就将其弹出进行归约，并将归约后的符号压入栈
- 正常结束：栈中为#S，输入缓冲区只有#
- ?? 系统如何发现句柄在栈顶形成



5.1 自底向上的分析概述

- 3、如何识别句柄？
 - 如何保证找到的直接短语是最左的？利用栈
 - 如何确定句柄的开始处与结束处？
 - 两种分析方法

5.1 自底向上的分析概述

■ (1) 如何识别句柄? -- 优先法

- 句柄内相邻符号同时归约，是同优先级的
- 句柄两个端点符号的优先级要高于句柄外与之相邻的符号的优先级，句柄内相邻符号具有相同的优先级

$$a_1 \dots a_{i-1} a_i \ominus a_{i+1} \ominus \dots \ominus a_{j-1} \ominus a_j \ominus a_{j+1} \dots a_n$$

5.1 自底向上的分析概述

■ (2) 如何识别句柄? --- 状态法

- 用状态来描述不同时刻句柄是否形成
- 因为句柄是产生式的右部，可用产生式来表示句柄的不同识别状态

■ 例如： $S \rightarrow bBB$ 可分解为如下识别状态

- $S \rightarrow .bBB$ 移进 b
- $S \rightarrow b.BB$ 等待归约出 B
- $S \rightarrow bB.B$ 等待归约出 B
- $S \rightarrow bBB.$ 归约



5.2 算符优先分析法

- 算术表达式分析的启示
- 算符优先关系的直观意义
 - $+\ominus*$ $+$ 的优先级低于 $*$
 - (\ominus) $($ 的优先级等于 $)$
 - $+\oplus+$ $+$ 的优先级高于 $+$
- 方法
 - 将句型中的终结符号当作“算符”，借助于符号之间的优先关系确定句柄



5.2 算符优先分析法

■1、算符文法

■如果文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 中**不存在**形如

$$A \rightarrow \dots BC \dots (B, C \in V_N)$$

的产生式，则称之为算符文法(OG—Operator Grammar)

即：如果文法 G 中不存在具有**相邻非终结符**的产生式，则称为算符文法

5.2 算符优先分析法

- 2、算符(终结符)间的优先关系
- 设 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 为算符文法, $A, B, C \in V_N$, $a, b \in V_T$
 - $a \ominus b \Leftrightarrow A \rightarrow \dots ab \dots$ 或者 $A \rightarrow \dots aBb \dots$
 - $a \oslash b \Leftrightarrow A \rightarrow \dots aB \dots$ 且 $(B \overset{+}{\Rightarrow} b \dots$ 或者 $B \overset{+}{\Rightarrow} \textcolor{red}{C}b \dots)$
 - $a \otimes b \Leftrightarrow A \rightarrow \dots Bb \dots$ 且 $(B \overset{+}{\Rightarrow} \dots a$ 或者 $B \overset{+}{\Rightarrow} \dots a\textcolor{red}{C})$
 - 注意: 终结符号之间的优先关系



5.2 算符优先分析法

■ 3、算符优先文法

- 设 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 为算符文法，对于 $\forall a, b \in V_T$, $a \ominus b, a \oslash b, a \otimes b$ ，至多只有一种优先关系成立，则称之为算符优先文法 (OPG — Operator Precedence Grammar)

5.2 算符优先分析法

表达式文法的算符优先关系

+	\odot	*	*	\odot	+
<u>i</u>	\odot	+	<u>i</u>	\odot	*
+	\odot	<u>i</u>	*	\odot	<u>i</u>
<u>i</u>	\odot	#	#	\odot	<u>i</u>
+	\odot	+	*	\odot	*

.....

5.2 算符优先分析法

- 表达式文法是算符优先文法，算符优先矩阵如下表所示。

	(<u>i</u>	*	+)	#
(<	<	<	<	=	
<u>i</u>			>	>	>	>
*	<	<	>	>	>	>
+	<	<	>	>	>	>
)			>	>	>	>
#	<	<	<	<		

5.2 算符优先分析法

■ 4、算符优先关系矩阵的建立

■ 根据优先关系的定义

■ $a \odot b \Leftrightarrow A \rightarrow \dots aB \dots \in P$ 且 $(B \overset{+}{\Rightarrow} b \dots \text{或者} B \overset{+}{\Rightarrow} \text{C}b \dots)$

■ 非终结符B派生出的第一个终结符构成的集合

■ $a \oslash b \Leftrightarrow A \rightarrow \dots Bb \dots \in P$ 且 $(B \overset{+}{\Rightarrow} \dots a \text{或者} B \overset{+}{\Rightarrow} \dots a\text{C})$

■ 非终结符B派生出的最后一个终结符构成的集合

■ 引入FirstVT (A)集、LastVT (A)集

■ $A \rightarrow \dots aB \dots$ $a \odot \text{FirstVT}(B)$

■ $A \rightarrow \dots Bb \dots$ $\text{LastVT}(B) \oslash b$

5.2 算符优先分析法

- (1) FirstVT (A)集、LastVT (A)集
- 设 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 为算符优先文法, 则定义
 - FirstVT(A): 非终结符A派生出的第一个终结符构成的集合
 - $\text{FirstVT}(A) = \{b | A \Rightarrow^+ b... \text{ 或者 } A \Rightarrow^+ Bb...\}$
 - LastVT(A): 非终结符A派生出的最后一个终结符构成的集合
 - $\text{LastVT}(A) = \{b | A \Rightarrow^+ ...b \text{ 或者 } A \Rightarrow^+ ...bB\}$
 - $b \in V_T, A, B \in V_N$



求FirstVT和LastVT

- 初值（扫描所有产生式）
 - if $A \rightarrow a\ldots$ 或 $A \rightarrow Ba\ldots$ then $a \in \text{FirstVT}(A)$
 - if $A \rightarrow \ldots a$ 或 $A \rightarrow \ldots aB$ then $a \in \text{LastVT}(A)$
- 迭代（扫描所有产生式）
 - if $A \rightarrow B\ldots$ then 将 $\text{FirstVT}(B)$ 放入 $\text{FirstVT}(A)$
 - if $A \rightarrow \ldots B$ then 将 $\text{LastVT}(B)$ 放入 $\text{LastVT}(A)$
- $a, b \in V_T$ $A, B \in V_N$



求FirstVT和LastVT

$E \rightarrow E + T \mid E - T \mid T$

$T \rightarrow T * F \mid T / F \mid F \quad F \rightarrow (E) \mid i$

语法变量	FirstVT	LastVT
E	+ - * / i (+ - * / i)
T	* / (i	* /) i
F	(i) i

5.2 算符优先分析法

4、算符优先关系表的构造

- (2) 算符优先关系的确定

- 对于所有产生式： $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n$

① $X_i X_{i+1}$ 的形式为 $V_T V_T$ ： $X_i \ominus X_{i+1}$

② $X_i X_{i+1} X_{i+2}$ 的形式为 $V_T V_N V_T$ ： $X_i \ominus X_{i+2}$

③ $X_i X_{i+1}$ 的形式为 $V_T V_N$ ： $X_i \oslash a$

$\forall a \in \text{FirstVT}(X_{i+1}),$

④ $X_i X_{i+1}$ 的形式为 $V_N V_T$ ： $a \oslash X_{i+1}$

$\forall a \in \text{LastVT}(X_i),$

5.2 算符优先分析法

4、算符优先关系表的构造

■ (3) 构造算符优先矩阵

- 结构：二维表
- 行 \times 列 $=$ (终结符 $\cup\{\#\}$) \times (终结符 $\cup\{\#\}$)
- 元素：优先关系

行：优先关系的左侧

列：优先关系的右侧

优先关系 **不满足**：对称性、交换性、传递性

算符优先关系表的构造举例

$G[E]: E \rightarrow E + T \mid T \quad T \rightarrow T * F \mid F \quad F \rightarrow (E) \mid i$

(1) 求FirstVT、LastVT

语法变量	FirstVT	LastVT
E	+, *, (, i	+, *,), i
T	*, (, i	*,), i
F	(, i), i

(2) 算符优先关系:

- \odot LastVT(E) > + LastVT(T) > *
 \odot LastVT(E) >) LastVT(E) > #
- \ominus + < FirstVT(T) * < FirstVT(F)
 \ominus (< FirstVT(E) # < FirstVT(E)
- \odot : (=)

算符优先关系：

- \odot lastVT) E+ T* E) E#
- \ominus (firstVT) +T *F (E #E
- \ominus (E)

语 法 变 量	FirstVT	LastVT
E	+, *, (, i	+, *,), i
T	*, (, i	*,), i
F	(, i), i

(3) 填写算符优先矩阵

	(<u>i</u>	*	+)	#
(\ominus	\ominus	\ominus	\ominus	=	
<u>i</u>			\odot	\odot	\odot	\odot
*	\ominus	\ominus	\odot	\odot	\odot	\odot
+	\ominus	\ominus	\odot	\odot	\odot	\odot
)			\odot	\odot	\odot	\odot
#	\ominus	\ominus	\ominus	\ominus		

5、算符优先分析算法

■ (1) 识别句柄并归约

- 句柄 $\#a_1 \dots a_{i-1} a_i \ominus a_{i+1} \ominus \dots \ominus a_{j-1} \ominus a_j \ominus a_{j+1} \dots a_n \#$
- “大于”是句柄尾，“小于”是句柄头
- 分析栈遇到“小于”或“等于”入栈，遇到“大于”，找到句柄，并弹出句柄，归约为非终结符，非终结符入栈



5、算符优先分析算法

- (2)素短语与最左素短语
- 什么是短语？
- 素短语(Prime Phrase)
 - 句型的至少含一个终结符且不含其它素短语的短语
- 定义算符优先分析过程识别的“句柄”为**最左素短语**
LPP (Leftmost Prime Phase)

5、算符优先分析算法

例 素短语

■ $G[E]: E \rightarrow E + T \mid T$

$T \rightarrow T * F \mid F$

$F \rightarrow (E) \mid i$

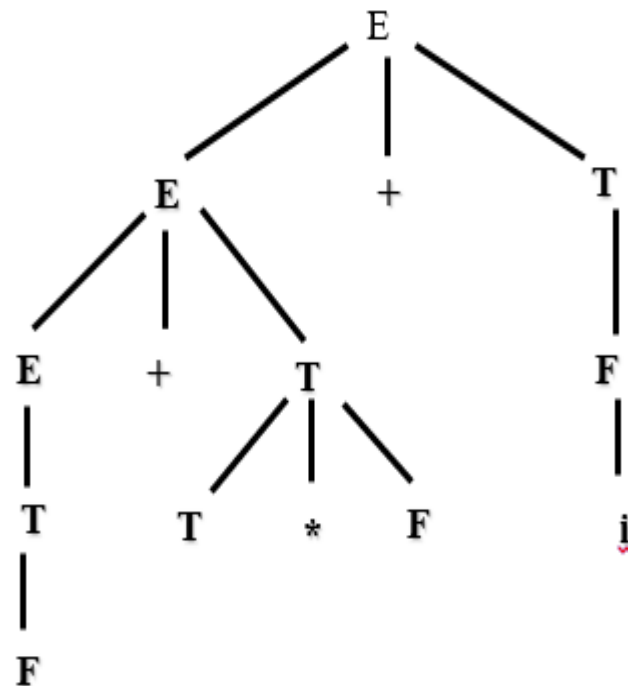
句型: $F + T * F + i$

短语: $F \quad T * F \quad i \quad F + T * F \quad F + T * F + i$

素短语: $T * F \quad i$

句柄: F

$T * F$ 为最左素短语，是被归约的对象



5、算符优先分析算法

(3) 找最左素短语并归约

设句型的一般形式为

$$\#N_1a_1N_2a_2\cdots N_na_nN_{n+1}\# \quad (N_i \in V_N \cup \{\varepsilon\}, a_i \in V_T)$$

找最左素短语：满足下列条件的最左子串

$$N_ia_iN_{i+1}a_{i+1}\cdots N_ja_jN_{j+1}$$

其中：

$$a_{i-1} \odot a_i$$

$$a_i \ominus a_{i+1} \ominus \cdots \ominus a_{j-1} \ominus a_j$$

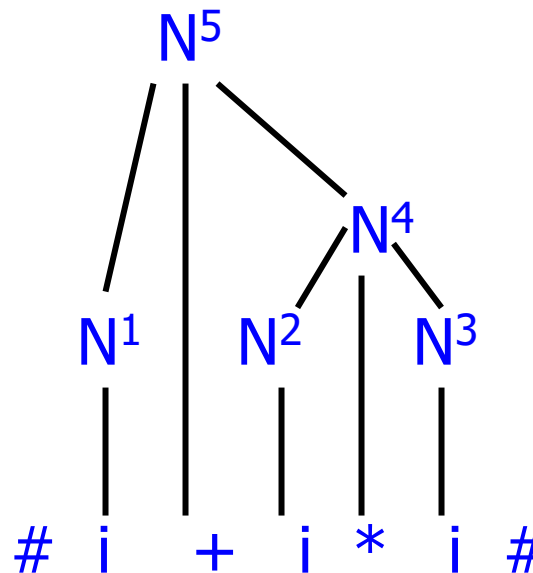
$$a_j \oslash a_{j+1}$$

5、算符优先分析的算法

- 归约最左素短语: $N_i a_i N_{i+1} a_{i+1} \cdots N_j a_j N_{j+1}$
- 最左素短语不一定是句柄 (甚至不一定是产生式的右部)
- 在 P 中找形如: $A \rightarrow U_i a_i U_{i+1} a_{i+1} \cdots U_j a_j U_{j+1}$ 的产生式, 其中, U_i 与 N_i 不一定相同, 但每个 a_i 必须相同. 若存在这样的产生式, 则用其归约, 否则分析报错.
- 例 $w = i + i * i$, 分析过程见下页

5. 算符优先分析的算法

步骤	分析栈	优先关系	输入缓冲区	最左素短语	下一步的动作	输出产生式
0	#	#<i	i+i*i#		移进	
1	#i	i>+	+i*i#	i	归约	F→i
2	#F	#<i	+i*i#		移进	
3	#F+	+<i	i*i#		移进	
4	#F+i	i>*	*i#	i	归约	F→i
5	#F+F	+<*	*i#		移进	
6	#F+F*	*<i	i#		移进	
7	#F+F*i	i>#	#	i	归约	F→i
8	#F+F*F	*>#	#	F*F	归约	T→T*F
9	#F+T	+>#	#	F+T	归约	E→E+T
10	#E		#		成功	





5.2 算符优先分析法

■ 6、算符优先分析的实现

■ 系统组成

- 移进归约分析器 + 优先关系表

■ 分析算法

- 参照输入串、优先关系表，完成一系列归约，生成语法分析树——输出产生式

```

k:=1;
S[k]:='#';
REPEAT
    把下一个输入符号读进a中;
    IF S[k] ∈ VT THEN j:=k ELSE j=k-1
    WHILE S[j] > a DO
        BEGIN
            REPEAT
                Q:=S[j];
                IF S[j-1] ∈ VT THEN j:=j-1 ELSE j:=j-1;
            UNTIL S[j] < Q;
            把S[j+1]...S[k]归约为某个N;
            k:=j+1;
            S[k]:=N
        END OF WHILE;
    IF S[j] < a OR S[j] = a THEN
        BEGIN k:=k+1; S[k]:=a END
    ELSE ERROR /*调用出错诊察程序*/
UNTIL a='#'

```

自左至右，终结符对终结符，非终结符对非终结符，而且对应的终结符相同

$$N \rightarrow X_1 X_2 \dots X_{k-j}$$

$$S[j+1] S[j+2] \dots S[k]$$

Diagram illustrating the reduction of a substring $S[j+1] \dots S[k]$ to a non-terminal N . The non-terminal N is shown to derive the sequence of symbols X_1, X_2, \dots, X_{k-j} . Red boxes with double-headed arrows indicate the correspondence between the non-terminal symbols X_i and the terminal symbols $S[j+i]$ in the substring.



5.2 算符优先分析

- 算符优先分析法特点：
 - 优点：简单，快速
 - 缺点：可能错误接受非法句子，能力有限。
- 算符优先分析法是一种广为应用、行之有效的方**法**。
 - 用于分析各类表达式
 - ALGOL 60

5.3 算符优先函数

- 引入函数 f 和 g : $f(a)$ 终结符号 a 的栈内优先数; $g(a)$ 终结符号 a 的栈外优先数, 满足:

如果 $a \odot b$, $f(a) < g(b)$

如果 $a \ominus b$, $f(a) = g(b)$

如果 $a \oslash b$, $f(a) > g(b)$

- 优点: 节省存储空间 ($n^2 \rightarrow 2n$) 便于执行比较运算
- 损失
 - 错误检测能力降低
 - 如: $id \oslash id$ 不存在, 但 $f(id) > g(id)$ 可比较

有向图法构造优先函数

- 有向图的画法:

1. $\forall a \in V_T \cup \{\#\}$, 建立两个结点 f_a 和 g_a ;

2. 若 $a \ominus b$, 则从 f_a 至 g_b 画一条弧,
从 g_b 至 f_a 再画一条弧;

3. 若 $a \odot b$, 则从 f_a 至 g_b 画一条弧;

4. 若 $a \oslash b$, 则从 g_b 至 f_a 画一条弧.

- 函数值的计算: 对每个结点都赋予一个数, 此数等于从该结点出发所能到达的结点数(包括出发点自身)。
- 检查所构造出来的函数 f 和 g 是否与原来的关系相容。若没有矛盾, 则 f 和 g 就是要求的优先函数, 若有矛盾, 则不存在优先函数。

如果 $a \oslash b$, $f(a) < g(b)$

如果 $a \ominus b$, $f(a) = g(b)$

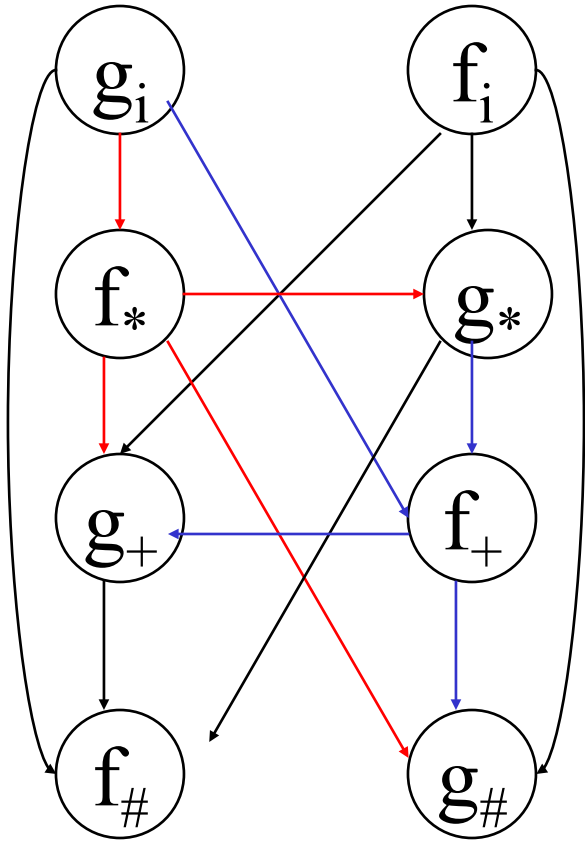
如果 $a \odot b$, $f(a) > g(b)$

有向图法构造优先函数

	+	*	<u>i</u>	#
+	\odot	\odot	\odot	\odot
*	\odot	\odot	\odot	\odot
<u>i</u>	\odot	\odot		\odot
#	\odot	\odot	\odot	

优先函数:

	+	*	i	#
f	4	6	6	1
g	2	5	7	1



优先函数与原优先矩阵相容，所以是相应矩阵的优先函数

优先函数应用

例：分析 $i+i*i$

步骤	符号栈	优先函数	余留输入串	最左素短语	所选产生式
1	#	$f(\#) < g(i)$	$i+i*i\#$		
2	#i	$f(i) > g(+)$	$+i*i\#$	i	$F \rightarrow i$
3	#F	$f(\#) < g(+)$	$+i*i\#$		
4	#F+	$f(+) < g(i)$	$i*i\#$		
5	#F+i	$f(i) > g(*)$	$*i\#$	i	$F \rightarrow i$
6	#F+F	$f(+) < g(*)$	$*i\#$		
7	#F+F*	$f(*) < g(i)$	$i\#$		
8	#F+F*i	$f(i) > g(\#)$	#	i	$F \rightarrow i$
9	#F+F*F	$f(\#) > g(\#)$	#	$F*F$	$T \rightarrow T*F$
10	#F+T	$f(\#) > g(\#)$	#	$F+T$	$E \rightarrow E+T$
11	#E		#	accept	



优先分析小结

- **基本框架**
 - **移进归约分析**
 - **核心：在句型中寻找可规约串进行归约**
 - **分析器具有基本相同的逻辑结构**
- **控制算法：**
 - **基于算符优先关系表**



优先分析小结

- 1、自底向上的语法分析基本原理
- 2、算法优先分析的基本原理
- 3、最左素短语
- 4、算法优先矩阵的构造
- 5、算法优先分析的实现