Übungsblatt 1

Hausaufgabe 4

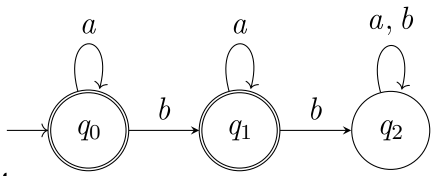
(a) $b \in L(\mathcal{A}_1)$
$\epsilon \in L(\mathcal{A}_2)$

(b) $bc \notin L(\mathcal{A}_1)$
$aa \notin L(\mathcal{A}_2)$

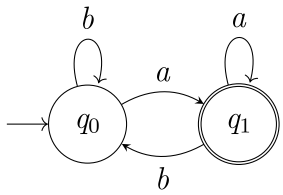
(c) $L(\mathcal{A}_1) = \{a^* \cdot b \cdot \{a, b\}^*\}$
$L(\mathcal{A}_2) = \{w \in \{a, b\}^* \setminus \{aa, bb\} \mid |w| \mod 2 = 0\}$

Hausaufgabe 5

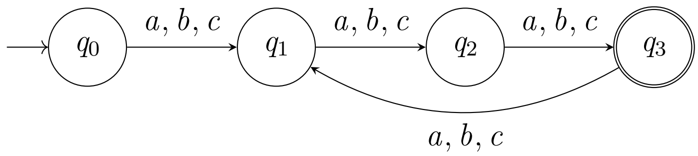
$\mathcal{A}_1$



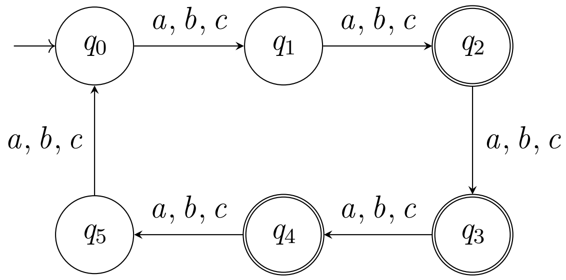
$\mathcal{A}_2$



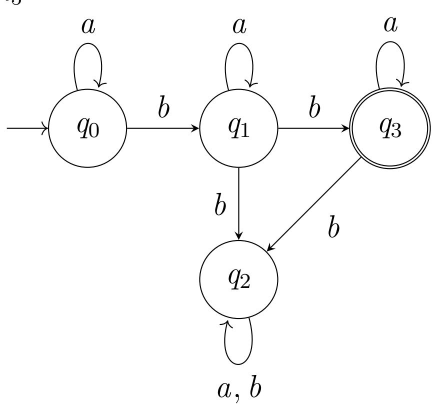
$\mathcal{A}_3$



$\mathcal{A}_4$



$\mathcal{A}_5$



Hausaufgabe 6

(a)

$$L_1 \cdot (L_2 \cup L_3) \Leftrightarrow \{u \cdot v \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2 \text{ oder } L_3\}$$

$$\begin{aligned}(L_1 \cdot L_2) \cup (L_1 \cdot L_3) &\Leftrightarrow \{u \cdot v \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2\} \cup \{u \cdot v \mid u \in L_1 \wedge v \in L_3\} \\ &\Leftrightarrow \{u \cdot v \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2 \text{ oder } L_3\} \\ &\Leftrightarrow L_1 \cdot (L_2 \cup L_3)\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}L_1^* &= \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \\ L_1^* \cdot L_1 &= \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \cdot L_1\end{aligned}$$

Widerlegung durch Gegenbeispiel
Sei $L_1 = \{a, b\}$. Dann gilt:

$$\begin{aligned}L_1^* &= \{\epsilon, a, b, aa, bb, ab, ba, aaa, \ldots\}. \\ L_1^* \cdot L_1 &= \{a, b, aa, ab, ba, bb, aba, abb, baa, bab, \ldots\}\end{aligned}$$

Aufgrund der Konkatenation mit L_1 enthält die Sprache $L_1^* \cdot L_1$ nicht mehr das leere Wort. Da also $\epsilon \in L_1^*, \epsilon \notin L_1^* \cdot L_1$, gilt dementsprechend $L_1^* \cdot L_1 \neq L_1^*$.

(c)

Zwei Sprachen L_4, L_5 sind gleich, wenn gilt: $\forall w \in L_4 \Leftrightarrow w \in L_5$

$L_4 := \overline{\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{a\}}$
$L_5 := \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^*$

Widerlegung durch Gegenbeispiel ($\exists w \in L_4, w \notin L_5$):
$\epsilon \in L_4, \epsilon \notin L_5 \Rightarrow \overline{\{a\} \cdot \{b\} \cdot \{a\}} \neq \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^*$

Hausaufgabe 7

(a) Der Automat $\mathcal{A} = \{\{q_0\}, \{a\}, \delta, \{q_0\}\}, \delta(q_0, a) = q_0$ hat als einzigen akzeptierenden Zustand den Anfangszustand q_0, allerdings ist in diesem Fall $L(\mathcal{A}) = \{a\}^*$.

(b) Ein deterministisch endlicher Automat $\mathcal{A}$ hat für jede mögliche Kombination von Zustand und Symbol einen Folgezustand definiert, und da alle Zustände akzeptierend sind, akzeptiert $\mathcal{A}$ auch alle Wörter über dem Alphabet Σ, also Σ^*.

(c) Ein Automat mit zwei akzeptierenden Zuständen hat trivialerweise zwei Möglichkeiten, einen Lauf zu beenden, und da DEAs keine ϵ-Übergänge haben, muss bei jedem Zustandsübergang ein nichtleeres Symbol gelesen werden, wodurch $L(\mathcal{A})$ trivialerweise mindestens zwei Wörter enthalten muss (im minimalen Fall von nur einem Zustandsübergang wären diese das leere Wort und des Symbol des Übergangs).

(d) Da die Sprache $L = \{a\}^* \cdot \{b\}^*$ das leere Wort enthält, muss der Anfangszustand auch akzeptierend sein, und es muss einen zweiten akzeptierenden Zustand mit den Übergängen $\delta(q_0, b) = q_1, \delta(q_1, b) = q_1$ geben, um die Konkatenation mit $\{b\}^*$ akzeptieren zu können. Es existiert also eine Sprache L, die nur von DEAs mit mindestens zwei akzeptierenden Zuständen erkannt wird.