Übungsblatt 6

HA 2

1. $\mathbb{E}(X) = \mathbb{P}(X = 1) \cdot 3 + \mathbb{P}(X = 2) \cdot 1 + \mathbb{P}(X = 3) \cdot (-0.60) + \mathbb{P}(X \geq 4) \cdot (-1)$

   Es handelt sich um eine geometrische Verteilung:
   $G(p) = \mathbb{P}(X = n) = p(1-p)^{n-1}$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \mathbb{P}(X = 1) &= \frac{1}{8} \cdot (1 - \frac{1}{8})^{1-1} \\
&= \frac{1}{8} \cdot (\frac{7}{8})^0 \\
&= \frac{1}{8}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbb{P}(X = 2) &= \frac{1}{8} \cdot (1 - \frac{1}{8})^{2-1} \\
&= \frac{1}{8} \cdot (\frac{7}{8})^1 \\
&= \frac{7}{64}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbb{P}(X = 3) &= \frac{1}{8} \cdot (1 - \frac{1}{8})^{3-1} \\
&= \frac{1}{8} \cdot (\frac{7}{8})^2 \\
&= \frac{49}{512}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \mathbb{P}(X \geq 4) &= 1 - \mathbb{P}(X < 4) \\
&= 1 - \sum_{n=1}^{3} \mathbb{P}(X = n) \\
&= 1 - (\frac{1}{8} + \frac{7}{64} + \frac{49}{512}) \\
&= \frac{343}{512}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \mathbb{E}(X) &= \frac{1}{8}\cdot 3 + \frac{7}{64}\cdot 1 + \frac{49}{512}\cdot(-0.60) + \frac{343}{512}\cdot(-1)\\
&= \frac{3}{8} + \frac{7}{64} - \frac{294}{5120} - \frac{343}{512}\\
&\approx -0.24
\end{aligned}$$

Der Einsatz ist nicht fair, da der Erwartungswert für unseren Gewinn negativ ist, und somit im Durchschnitt Verlust gemacht wird.
Das Spiel ist "fair", wenn der Erwartungswert (also der durchschnittliche Gewinn) gleich null ist:

$$\mathbb{E}(X) = 0$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{8}\cdot(4-x) + \frac{7}{64}\cdot(2-x) + \frac{49}{512}\cdot(0.40-x) + \frac{343}{512}\cdot(0-x)\\
&= 64\cdot(4-x) + 56\cdot(2-x) + 49\cdot(0.40-x) - 343x\\
&= 256 - 64x + 112 - 56x + \frac{49\cdot 4}{10} - 49x + 343x\\
&= -512x + 368 + \frac{196}{10}\\
&= -512x + \frac{3680+196}{10}\\
&= -512x + \frac{3876}{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow x &= \frac{3876}{10}\cdot\frac{1}{512}\\
x &= \frac{3876}{5120}\\
x &\approx 0.757
\end{aligned}$$