Übungsblatt 5

Hausaufgabe 4

$w_1 \in L(G)$, da die Ableitung:

`PROG` $\rightarrow$ `PROG ; PROG` $\rightarrow$ `var := TERM ; PROG`
$\rightarrow$ `var := zahl ; PROG` $\rightarrow$ `var := zahl ; repeat PROG until TERM = TERM end`
$\rightarrow$ `var := zahl ; repeat var := TERM until TERM = TERM end`
$\rightarrow$ `var := zahl ; repeat var := (TERM + TERM) until TERM = TERM end`
$\rightarrow$ `var := zahl ; repeat var := (var + TERM) until TERM = TERM end`
$\rightarrow$ `var := zahl ; repeat var := (var + zahl) until TERM = TERM end`
$\rightarrow$ `var := zahl ; repeat var := (var + zahl) until var = TERM end`
$\rightarrow$ `var := zahl ; repeat var := (var + zahl) until var = var end`
für w_1 existiert.

$w_2 \notin L(G)$, da dieses Wort Symbole erhält, die Nichtterminale Symbole in G sind. Somit kann keine Ableitung für w_2 durch diese Grammatik existieren.

$w_3 \notin L(G)$, da die einzige Produktion in G, welche `if` erzeugen kann auch ein `else` voraussetzt, was in diesem Wort nicht gegeben ist. Somit kann keine Ableitung für w_3 durch diese Grammatik existieren.

$w_4 \notin L(G)$, da das Wort ein Symbol enhält $(-)$, welches nicht in der Menge der Terminalsymbole Σ der Grammatik G enthalten ist.

Hausaufgabe 5

$G_1 = (N, \Sigma, P, S)$ mit $N = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\}$ und
$P = \{S \rightarrow aSb \mid aB \mid bA \mid C$
$A \rightarrow aA \mid a$
$B \rightarrow bB \mid b$
$C \rightarrow \epsilon \mid CC\}$

$G_2 = (M, \Sigma, P, S)$ mit $N = \{S\}, \Sigma = \{a, b\}$ und $P = \{S \rightarrow aSbbb \mid bb\}$

$G_3 = (M, \Sigma, P, S)$ mit $N = \{S\}, \Sigma = \{a, b\}$ und
$P = \{S \rightarrow aSb \mid Ab \mid Ba \mid aA \mid bB\ A \rightarrow aA \mid a\ B \rightarrow bB \mid b\}$

Hausaufgabe 6

(a) ϵ - Übergänge entfernen:
$N_1 = \{S, V\}, N_2 = \{S, V, T\}, N_3 = \{S, V, T\}$

Resultierende Grammatik $G_1 = (\{S, T, U, V\}, \{a, b\}, P_1, S_0)$ mit
$P_1 = \{S_0 \rightarrow S \mid \epsilon$
$S \rightarrow aSb \mid ab \mid T$
$T \rightarrow V$
$V \rightarrow bSa \mid ba\}$

(b) Kettenregeln entfernen:
$K_0 = \{(S_0, S_0), (S, S), (T, T), (V, V)\}$
$K_1 = \{(S_0, S_0), (S, S), (T, T), (V, V), (S_0, S), (S, T), (T, V)\}$
$K_2 = \{(S_0, S_0), (S, S), (T, T), (V, V), (S_0, S), (S, T), (T, V), (S_0, T), (S, V)\}$
$K_3 = \{(S_0, S_0), (S, S), (T, T), (V, V), (S_0, S), (S, T), (T, V), (S_0, T), (S, V), (S_0, V)\}$
$K_4 = \{(S_0, S_0), (S, S), (T, T), (V, V), (S_0, S), (S, T), (T, V), (S_0, T), (S, V), (S_0, V)\}$

Resultierende Grammatik $G_2 = (\{S, T, U, V\}, \{a, b\}, P_2, S_0)$ mit
$P_2 = \{S_0 \rightarrow \epsilon \mid aSb \mid ab \mid bSa \mid ba$
$S \rightarrow aSb \mid ab \mid bSa \mid ba$
$T \rightarrow bSa \mid ba$
$V \rightarrow bSa \mid ba\}$

(c) Chomsky-Normalform:
Resultierende Grammatik $G_3 = (\{S, T, U, V, C_1, C_2, X_a, X_b\}, \{a, b\}, P_3, S_0)$ mit
$P_3 = \{S_0 \rightarrow \epsilon \mid X_a C_1 \mid X_a X_b \mid X_b C_2 \mid X_b X_a$
$S \rightarrow X_a C_1 \mid X_a X_b \mid X_b C_2 \mid X_b X_a$
$T \rightarrow X_b C_1 \mid X_b X_a$
$V \rightarrow X_b C_1 \mid X_b X_a$
$C_1 \rightarrow S X_b$
$C_2 \rightarrow S X_a$
$X_a \rightarrow a$
$X_b \rightarrow b\}$

Hausaufgabe 7

(a) $G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P_1, S)$ mit
$P_1 = \{S \rightarrow aA \mid bB, A \rightarrow aA \mid bA \mid b, B \rightarrow aB \mid bB \mid b\}$

(b) **Induktionsanfang**:
Für jede Ableitung in einer Grammatik G_0 der Länge 1 existiert eine äquivalente Ableitung in G_1, welche ebenfalls die Länge 1 hat.

Man betrachte den Basisfall $G_0 = (\{S\}, \{a\}, \{S \rightarrow a\}, S)$.
Dann ist die dazu äquivalente rechtslineare Grammatik $G_1 = (\{S\}, \{a\}, \{S \rightarrow a\}, S)$.
$\Rightarrow |S \vdash^*_{G_0} w| = |S \vdash^*_{G_1} w| = 1$

Induktionsschritt:
Es sei G_0 eine linkslineare Grammatik und $w \in L(G_0)$.
Es existiert eine Ableitung von w in G_0:
$S = B_0 \vdash_{G_0} w_1 B_1 \vdash_{G_0} w_2 B_2 \vdash_{G_0} ... \vdash_{G_0} w$

Eine äquivalente rechtslineare Ableitung kann erstellt werden, indem die Reihenfolge der Produktionsregeln umgekehrt wird, sodass:
$S = B_0 \dashv_{G_0} w_1 B_1 \dashv_{G_0} w_2 B_2 \dashv_{G_0} ... \dashv_{G_0} w$

Somit existiert für jede linkslineare Grammatik G_0 eine äquivalente rechtslineare Grammatik G_1.