

MIA Feuille d'exercices numéro 2

Yannick Brenning

September 27, 2024

Exercice 2

1.

On peut exprimer la probabilité d'une intersection d'évènements avec la formule des probabilités composées:

$$P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

On utilisant la modèle graphique, on peut simplifier les évènements indépendants. Bien sûr que TS est indépendant de tout les autres évènements, et SlO , SuO sont indépendants entre eux.

$$\begin{aligned} P(SlL, SuL, SlO, SuO, TS) \\ = P(TS) \cdot P(SlO) \cdot P(SuO) \cdot P(SlL|SlO, TS) \cdot P(SuL|SuO, TS) \end{aligned}$$

2. Oui, parce que les valeurs t, u et l contiennent implicitement l'information sur $P(SlL|SlO, TS)$ et $P(SuL|SuO, TS)$. Cela se voit dans les formules $P(SlL = 1|SlO = a, TS = b) = a \vee b$ et $P(SuL = 1|SuO = a, TS = b) = a \vee b$, qui sont équivalentes et directement liées à les valeurs de t, u et l .

On peut donc exprimer la factorisation de la manière suivante:

$$P(SlL, SuL, SlO, SuO, TS) = t \cdot u \cdot l$$

3.

$$\begin{aligned}
P(TS = 1|SlL = 1) &= \frac{P(TS = 1, SlL = 1)}{P(SlL = 1)} \\
&= \frac{P(SlL = 1|TS = 1) \cdot P(TS = 1)}{P(SlL = 1)} = \frac{P(TS = 1)}{P(SlO = 1) + P(TS = 1) - P(SlO = 1, TS = 1)} \\
&= \frac{P(TS = 1)}{P(SlO = 1) + P(TS = 1) - P(SlO = 1)P(TS = 1)} = \frac{t}{l + t - l \cdot t}
\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}
P(SlO = 1|SlL = 1) &= \frac{P(SlO, SlL)}{P(SlL)} \\
\frac{P(SlO) \cdot P(SlL)}{P(SlL)} &= P(SlO) = l
\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}
P(TS = 1|SlL = 1, SuL = 1) &= \frac{P(TS, SlL, SuL)}{P(SlL, SuL)} \\
&= \frac{P(TS) \cdot P(SlL|TS) \cdot P(SuL|TS)}{P(SlL) \cdot P(SuL)} = \frac{P(TS) \cdot}{P(SlL) \cdot P(SuL)}
\end{aligned}$$