T1~Game

算法 1: 30pts

 $n, m \leq 50$

把第二个班的人看成负容量,只要求最终容量为0的最大权值,简单的01背包。

算法 2: 40pts

 $|v_i| \le 10000$

防止没开long long的小倒霉蛋爆掉,如果有根据这个性质得来的解法一定请讲讲XD。

算法 3: 100pts

原题范围

大水题,沿用算法1的做法,中途舍弃过大的状态(因为在随机情况下,中途重新偏回来恰好为0的概率很小),为了强行制造随机情况,防止被精心构造的数据hack掉, $random_shuffle$ 一下即可。

T2 Meeting

算法 1: 20pts

 $n \le 20$

 2^n 枚举所有状态,然后枚举每个点作为集合中心计算答案即可,复杂度 $O(n \cdot 2^n)$

算法 2: 30pts

 $n \leq 25$

注意到合法状态没有那么多,只有C(n,m)而已,依然枚举所有状态,求出答案(可能需要优秀的常数),复杂度 $O(n\cdot C(n,m))$

算法 3: 10pts

m=2

只有两个点,最优集合点必然是在两点之间的路径上,也就是所有点对之间的距离和,很容易求出来,复杂度O(n)

算法 4: 20pts

*m*是奇数, 且树是一条链

由于m是奇数,那么最优答案一定在m个点最中心的点上,枚举这个点,求出以其作为中心点的答案即可,复杂度O(n)。

算法 5:100pts

原题数据范围

按点考虑并不好做,我们按边考虑。对于一条边,如果在其两侧分别有x和m-x个关键点(不妨设 $x \le m-x$),那么肯定是将集合点设置在m-x那个方向,这样这条边只会被x个点经过。

不妨设某条边两侧分别有s和n-s个点,那么我们要求的就是

 $\sum_{i=1}^{m-1} C(s,i) \cdot C(n-s,m-i) \cdot \min(i,m-i)$ 。 这东西有min,不太好求,我们直接把他拆成两个类似的东西, $2 \times \sum_{i=1}^{\frac{m-1}{2}} C(s,i) \cdot C(n-s,m-i) \cdot i + [m\%2 == 0] C(s,\frac{m}{2}) \cdot C(n-s,\frac{m}{2}) \cdot \frac{m}{2}$ 。后面那个可以单独特判暴算,我们只需要计算前面那个。

不妨设
$$\frac{m-1}{2}=k$$
,令
$$ans=\sum_{i=1}^k C(s,i)\cdot C(n-s,m-i)\cdot i=s\cdot \sum_{i=1}^k C(s-1,i-1)\cdot C(n-s,m-i)$$
令 $G(s)=\sum_{i=1}^k C(s-1,i-1)\cdot C(n-s,m-i)$,则 $ans=s\cdot G(s)$

我们现在考虑G(s)的组合意义,可以理解为n-1个物品里,一共要选m-1个,前面s-1个里最多选k-1个的方案数,要从G(i)变成G(i+1),发现答案变少的部分就是前面i-1个选了k-1个,而i也被选中了,只有这种情况会被G(i)计算而不会被G(i+1)计算,O(n)递推即可计算,最后枚举每一条边算贡献再累加即可。

 $T3\ Unreal$

算法 1: 10pts

 $n = 2, s_i = 0$

怎么暴力都可以。

算法 2: 40pts

 $n \le 200, s_i = 0$

由于n比较小,而且 $s_i=0$,所以猜测可能可以枚举一些时刻暴力计算答案。但是枚举的精度显然应该要比秒还要小很多,暂时没有想到比较能够接受的算法,希望有会的同学可以分享一下。

算法 3: 20pts

 $h_i = h_i, m_i < 30$

由于小时数相同,并且分针全都在表盘的前半圈,那么很显然时针的差异无论如何不会超过分针的差异,那么只需要最小化分针的差异即可。容易发现,最优情况一定是选择最小分针角度和最大分针角度的等分点。

算法 4: 100pts

原题数据范围

要求最小化最大误差,很容易想到二分答案。那么我们二分答案后,只需要判定是否存在某个时间满足误差小于二分的答案即可。不妨设二分的答案为x,对于每个指针,向前x°一直到向后x°的区间内都是合法的。

于是我们可以对时针和分针分别求出n个钟表的合法区间交集,若某种指针为空集,则肯定无解;否则,我们就可以得到时针和分针各自的范围。

如果时针的范围超过1h,那么任意一个分针都是合法的,此时必定有解;如果时针的范围不到1h,那么可以用时针范围直接计算出可被允许的分针范围,再与之前求出的分针范围求交集,若有交则有解,否则无解。

 $T4\ Tree$

算法 1: 10pts

 $n \leq 5$

大暴力,怎么写都可以。

算法 2: 20pts

 $n \leq 7$

有点优化的大暴力。

算法 3: 40pts

 $n \leq 15$

考虑DP, f[i][s]表示当前考虑了前i短的边,联通状态为s的方案数,s的表示方法可以使用最小表示法之类的,状态转移只需要考虑下一条边连接了哪些点即可。

算法 4: 60pts

 $n \le 30$

如果正解常数不够优秀,超时后的保底分数。事实上也可能被非常优秀的大暴力们水过去。

算法 5: 20pts

 $a_i \leq n$

有用的边只剩下前n条,假设x这条边不存在最小生成树里,那么必然是使得前x-1条边形成的生成树上出现了环,枚举环长后组合数学随便算算即可。

算法6: 100pts

原题数据范围

考虑优化算法3,并不需要表示出具体的连通关系,只需要知道连通块的大小即可。于是方案数变成了40的整数分拆数,只有P(40)=37338,枚举时也只需要枚举连通块大小而不需要枚举具体是哪个连通块,显然不同大小的连通块只会有 \sqrt{n} 个,枚举两个连通块复杂度是O(n)的。而需要进行枚举的转移也只有n-1次(只有n-1条有效边),其余根本不需要转移。所以最终复杂度是 $O(n^2P(n))$ 的。