## 题目简述

可以把题目的要点再说一遍,但本题题目描述已经很简单了。

## 子任务设计

前 40% 供爆搜。

中间 20% 可以数学推导。由于不是本题的重点,推导从略。

## 算法1:搜索

直接  $O(10^n)$  枚举每种可能的序列,并枚举子序列的开头位置进行判断。

总复杂度  $O(n10^n)$ , 可以拿到 40 分。

## 算法 2: 正解

考虑一种最简单的 DP:记  $f^*$  (i,j,k) 表示对于序列的前 i 个元素,它的后缀可以对应 x,y,z 中前 (j-1) 个数及第 j 个数的 k 的值 (j=1 时  $k\leq x$  , j=2 时  $k\leq y$  , j=3 时  $k\leq z$  。

这个 DP 有一个问题: 它在出现不能匹配上的问题时,无法很好的转移状态。例如 x=y=z=2,序列为 1,1,1,2 和 1,2,1,2, DP 无法从  $f^*$  (3,2,1) 同时转移到  $f^*$  (4,2,2) (或  $f^*$  (4,3,0)) 和  $f^*$  (4,1,2) (或  $f^*$  (4,2,0))。

所以我们需要设计一种能够将前 i 个元素的一个后缀记录下来的状态。考虑到连续的 x,y,z 会自然引入和的限制,即一个和大于 (x+y+z) 的后缀一定是不合法的,我们用一种与和相关的状态来记录当前匹配上的后缀。用一个二进制数 S 来表示后缀的情况,其中第 i 位(最低位为 0)表示能否匹配上和为 (i+1) 的情况。则当前的状态同时匹配上 z,(y+z),(x+y+z) 即为好的序列,否则即为不好的序列。

考虑到一个序列可能同时有多个子序列满足要求,我们统计不好的序列,并用  $10^n$  减去不好的序列的方案数。而此时由于第 (x+y+z-1) 位上为 1 的状态一定对应好的序列,超出去的部分对于判断是否满足要求没有影响,我们只需记录小于 (x+y+z-1) 的所有位即可。这可以用一个简单的状压完成。

记 f(i,S) 表示序列前 i 位的后缀对应状态 S 的方案数。每次枚举下一个元素 j,如果  $S'=S\cdot 2^j+2^{j-1}$  对应好的序列则不转移,否则转移给  $f\left(i+1,S'\bmod 2^{x+y+z-1}\right)$ 。初始状态  $f\left(0,S\right)=\begin{cases} 1, & S=0\\ 0, & S\neq 0'\end{cases}$  最终答案为  $10^n-\sum_S f\left(n,S\right)$ 。复杂度为  $O\left(wn2^{x+y+z}\right)$ (w 表示每一位的取值种类,本题中为 10),可以通过本题。