旅行者杯 Round.1

出题人 JDScript0117

验题人 grass8cao

题目总览

题目名	程序名	输入文件	输出文件	子任务数量	时空限制
inazuma	inazuma.cpp	inazuma.in	inazuma.out	3	3s 512MB
sumeru	sumeru.cpp	sumeru.in	sumeru.out	4	2s 512MB
fontaine	fontaine.cpp	fontaine.in	fontaine.out	21	6s 2048MB
natlan	natlan.cpp	natlan.in	natlan.out	5	10s 512MB

注意事项

递归栈与题目空间限制相同

请注意，每道题都会按照子任务与逻辑关系开捆绑与依赖

请选手注意特殊的时空限制（来自于出题人“优秀”的常数）

请选手认真做题，把握时间，尽量取得最好的成绩

向着星辰与深渊！！！

稻妻/inazuma

时空限制

3s 512MB

题目背景

雷神喜欢吃「三彩团子」，很明显，「三彩团子」是一串拥有三种不同颜色的团子，我们现在要做「n 彩团子」，且已经拥有了 n 种不同颜色的团子，很显然，这时只要将每种颜色编号，最后的「n 彩团子」就是一个排列

JDScript0117 此时就兴奋了，想了一道有关排列的题

题目描述

我们将所有长度为 n 的排列组成的集合称作 P_n

对于排列 $p,q \in P_n$，我们定义 $\forall 1 \le i \le n, (p \times q)_i = q_{p_i}$

那么很明显，我们也会定义

$$p^k = \begin{cases} p & (k=1) \\ p^{k-1} \times p & (k>1) \end{cases}$$

我们再定义 $f(p)$ 是满足 $\forall 1 \le i \le n, \left(p^k\right)_i = i$ 的最小正整数 k

我们称 $F_n = \{f(p) | p \in P_n\}$

现在，你会得到一个 n ，你需要求出 $\sum\limits_{x \in F_n} x$ 对 998244353 取模的值

输入格式

一行一个整数 n

输出格式

一行一个整数，表示答案

样例

样例输入

```
3
```

样例输出

```
6
```

样例解释

发现 $P_3 = \{[1,2,3],[1,3,2],[2,1,3],[2,3,1],[3,1,2],[3,2,1]\}$

比如 $[2,3,1]$ 发现

$$\begin{aligned}
[2,3,1]^1 &= [2,3,1] \\
[2,3,1]^2 &= [2,3,1]^1 \times [2,3,1] = [2,3,1] \times [2,3,1] \\
&= [[2,3,1]_{[2,3,1]_1}, [2,3,1]_{[2,3,1]_2}, [2,3,1]_{[2,3,1]_3}] \\
&= [[2,3,1]_2, [2,3,1]_3, [2,3,1]_1] = [3,1,2] \\
[2,3,1]^3 &= [2,3,1]^2 \times [2,3,1] = [3,1,2] \times [2,3,1] \\
&= [[2,3,1]_{[3,1,2]_1}, [2,3,1]_{[3,1,2]_2}, [2,3,1]_{[3,1,2]_3}] \\
&= [[2,3,1]_3, [2,3,1]_1, [2,3,1]_2] = [1,2,3]
\end{aligned}$$

容易证明， 3 是满足 $\forall 1 \le i \le 3, \left([2,3,1]^k\right)_i = i$ 的最小正整数 k

因此， $f([2,3,1]) = 3$

同理，可得以下数值

$$\begin{aligned}
&f([1,2,3]) = 1, f([1,3,2]) = 2, f([2,1,3]) = 2 \\
&f([2,3,1]) = 3, f([3,1,2]) = 3, f([3,2,1]) = 2
\end{aligned}$$

所以 $F_3 = \{1,2,3\}$

因此 $\sum\limits_{x \in F_n} x = 6$

数据范围

对于所有数据，满足 $n \le 10^5$

详细数据如下

id	n	pts
Subtask 1	$n \le 12$	$24\ pts$
Subtask 2	$n \le 53$	$25\ pts$
Subtask 3		$51\ pts$

须弥/sumeru

时空限制

2s　　512MB

题目背景

花神诞祭马上就要开始了，为了给小吉祥草王过生日，花环正在加急建造中

作为乐于助人的旅行者的乐于助人的好朋友，你也加入了建造工程

题目描述

每一个花环都是一个具有两个属性的几何图形，中心和半径，会覆盖所有与中心曼哈顿距离小于半径的点

此处 $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$ 的曼哈顿距离定义为 $|x_0 - x_1| + |y_0 - y_1|$

我们将这些花环都布置在一块 $n \times m$ 的板子上，每个花环的中心都一定在板子内（有可能一个花环会有部分在板子外），板子上的坐标为 $(1, 1)$ 到 (n, m)

我们认为如果板子上花环出现了相交或相含是不好看的，所以我们会避免这种情况

须弥的人民对于建造花环这件事很积极，你按顺序收到了 q 个纸条，第 i 纸条上让你以 (x_i, y_i) 为中心，建造一个半径为 r_i 的花环，如果这个花环建造后整个建造方案合法，你就会建造，否则，你就会忽视这张纸条

最后，你需要对须弥的人民展示这个花环，请先输出留下来的花环的个数 tot ，按建造的先后顺序输出留下的花环的编号（从 1 到 q ）

输入格式

第一行三个整数 n, m, q

接下来 q 行，第 i 行三个整数 x_i, y_i, r_i

输出格式

第一行一个整数 tot

第二行 tot 个整数，表示按先后顺序留下的花环的编号

样例

样例输入

```
4 4 5
3 3 2
1 1 4
1 1 3
4 1 2
4 2 1
```

样例输出

```
3
1 3 5
```

样例解释

我们先来看一下板子

$(1,4),(2,4),(3,4),(4,4)$
$(1,3),(2,3),(3,3),(4,3)$
$(1,2),(2,2),(3,2),(4,2)$
$(1,1),(2,1),(3,1),(4,1)$

初始时，板子如果所示（下文中地图中表示的为被覆盖的次数）

$0,0,0,0$
$0,0,0,0$
$0,0,0,0$
$0,0,0,0$

加入第一个花环，板子如图所示，合法，故保留

$0,0,1,0$
$0,1,1,1$
$0,0,1,0$
$0,0,0,0$

加入第二个花环，板子如图所示，不合法，故舍弃

$1,0,1,0$
$1,2,1,1$
$1,1,2,0$
$1,1,1,1$

加入第三个花环，板子如图所示，合法，故保留

$0,0,1,0$
$1,1,1,1$
$1,1,1,0$
$1,1,1,0$

加入第四个花环，板子如图所示，不合法，故舍弃

$0, 0, 1, 0$
$1, 1, 1, 1$
$1, 1, 1, 1$
$1, 1, 2, 1$

加入第五个花环，板子如图所示，合法，故保留

$0, 0, 1, 0$
$1, 1, 1, 1$
$1, 1, 1, 0$
$1, 1, 1, 1$

因此，被保留的花环为第 $1, 3, 5$ 个

数据范围

对于所有的数据，满足以下条件

$1 \le n, m \le 10^6, 1 \le n \times m \le 10^6$
$0 \le q \le 2 \times 10^5$
$\forall 1 \le i \le q, 1 \le x_i \le n, 1 \le y_i \le m, 1 \le r_i \le 10^9$

详细数据如下

id	n, m	q	r	pts
Subtask 1		$q \le 2 \times 10^4$		$12\ pts$
Subtask 2			$\forall 1 \le i \le q, r_i \le 30$	$12\ pts$
Subtask 3	$n \le 200$	$q \le 10^5$		$25\ pts$
Subtask 4				$51\ pts$

枫丹/fontaine

时空限制

6s　　2048MB

题目背景

芙芙十分喜欢吃小蛋糕，于是乐于助人的旅行者就在做小蛋糕给芙芙吃，但芙芙毕竟还是有一定的要求的，所以旅行者需要同样乐于助人的你来出谋划策

题面描述

首先，我们先如下定义一个函数

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1 & (x = 0) \\ a \times f(x-1) + b \times f(x-2) + c & (x > 0) \end{cases}$$

这和蛋糕的口味有关，旅行者一共会做 n 种蛋糕，每种蛋糕都会经历 k 道工序，这时候就会有一个 $n \times k$ 工序数组 W，其中 $W_{i,j} \in \mathbb{N}$ 就表示第 i 种小蛋糕的第 j 道工序

我们定义一种小蛋糕的风味 $F_i = \left(\sum_{j=1}^{k} f(W_{i,j})\right) \bmod m + 1$

这时，芙芙会在 n 种蛋糕种选取一段非空连续区间

对于区间 l 到 r，我们称这个区间的口味丰富当且仅当如下条件成立

$\forall x \in \mathbb{Z}, \exists k_l, k_{l+1}, k_{l+2}, \ldots, k_r \in \mathbb{Z}, k_l \times F_l + k_{l+1} \times F_{l+1} + k_{l+2} \times F_{l+2} + \cdots + k_r \times F_r = x$

旅行者需要你帮忙求芙芙有多少种选择可以使口味丰富

同时，旅行者还会修改 q 次制作工序，第 i 次修改他每次会将第 x_i 种小蛋糕的第 ql_i 到 qr_i 道工序增加 qd_i，每次修改之后你都需要输出芙芙有多少种选择可以使口味丰富

输入格式

第一行七个整数 a, b, c, n, k, m, q

接下来是输入 W 的部分，此处考虑使用特殊输入

我们将 W 分为 n 行，再设一个初始全为 0，长度为 k 的数组 Arr

我们接下来分为 n 组，第 i 组第一行输入 cnt_i，表示会对 Arr 修改几次

第 i 组接下来 cnt_i 行，第 j 行会输入三个整数 $l_{i,j}, r_{i,j}, d_{i,j}$ 表示会将 Arr 从 Arr_l 到 Arr_r 增加 d

接下来，第 $\forall 1 \leq j \leq k, W_{i,j} = Arr_j$

值得注意的是，每一组的修改会对之后的组产生影响

接下来 q 行，第 i 行四个整数 x_i, ql_i, qr_i, qd_i

值得注意的是，每一次的制作工序修改同样会对之后的组产生影响

输出格式

第一行一个整数，表示修改制作工序之前的答案

接下来 q 行，第 i 行一个整数，表示第 i 次制作工序修改之后的答案

样例

样例输入

```
1 1 0 3 3 998244353 1
2
1 2 1
2 3 1
1
1 3 1
2
1 1 2
3 3 3
1 1 2 2
```

样例输出

```
3
2
```

样例解释

根据输入可知，初始时，制作工序数组如下所示

$$W_{1,1}=1,W_{1,2}=2,W_{1,3}=1$$
$$W_{2,1}=2,W_{2,2}=3,W_{2,3}=2$$
$$W_{3,1}=4,W_{3,2}=3,W_{3,3}=5$$

同时，我们根据 $a=1,b=1,c=0$ ，写出 f 的递推式如下所示

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x<0)\\ 1 & (x=0)\\ f(x-1)+f(x-2) & (x>0)\end{cases}$$

很明显，这是我们熟悉的斐波那契数列，我们列举几项

$$f(0)=1,f(1)=1,f(2)=2,f(3)=3,f(4)=5,f(5)=8$$

因此，初始时每个小蛋糕的风味如下

$$F_1=(f(W_{1,1})+f(W_{1,2})+f(W_{1,3}))\bmod m+1=(1+2+1)\bmod 998244353+1=5$$
$$F_2=(f(W_{2,1})+f(W_{2,2})+f(W_{2,3}))\bmod m+1=(2+3+2)\bmod 998244353+1=8$$
$$F_3=(f(W_{3,1})+f(W_{3,2})+f(W_{3,3}))\bmod m+1=(5+3+8)\bmod 998244353+1=17$$

此时，容易证明，口味丰富的选择有以下几种

$$l=1,r=2$$
$$l=1,r=3$$
$$l=2,r=3$$

故第一个答案为 3

进行下一次修改，将 W_1 修改成如下

$$W_{1,1}=3,W_{1,2}=4,W_{1,3}=1$$

重新计算可知 $F_1=10$

此时，容易证明，口味丰富的选择有以下几种

$$l=1,r=3$$
$$l=2,r=3$$

故第二个答案为 2

数据范围

对于所有的数据，满足以下条件

$0 \le a,b,c < m, a+b+c > 0$
$1 \le n \le 10^5, 1 \le k \le 3 \times 10^5, 2 \le m \le 10^5$
$0 \le \sum_{i=1}^{n} cnt_i \le 10^5$
$\forall 1 \le i \le n, cnt_i \ge 0$
$\forall 1 \le i \le n, 1 \le j \le cnt_i, 1 \le l_{i,j} \le r_{i,j} \le k, 1 \le d_{i,j} \le 10^9$
$0 \le q \le 10^5$
$\forall 1 \le i \le q, 1 \le x_i \le n, 1 \le ql_i \le qr_i \le k, 1 \le qd_i \le 10^9$

详细数据如下

id	a,b,c	n	k	m	q	pts
Subtask 1	$a=1,b=0$	$n \le 10^4$			$q=0$	$2\ pts$
Subtask 2	$b=0,c=0$	$n \le 10^4$	$k=1$		$q=0$	$2\ pts$
Subtask 3	$b=0$	$n \le 10^4$	$k=1$		$q=0$	$4\ pts$
Subtask 4	$a=1,b=0$				$q \le 5$	$3\ pts$
Subtask 5	$b=0,c=0$		$k=1$		$q \le 5$	$3\ pts$
Subtask 6	$b=0$		$k=1$		$q \le 5$	$5\ pts$
Subtask 7	$b=0$			$m=2$		$4\ pts$
Subtask 8	$a=1,b=0$					$4\ pts$
Subtask 9	$b=0,c=0$		$k=1$			$5\ pts$
Subtask 10	$b=0$		$k=1$			$8\ pts$
Subtask 11	$b=0,c=0$	$n \le 10^4$			$q=0$	$4\ pts$
Subtask 12	$b=0,c=0$				$q=0$	$5\ pts$
Subtask 13	$a=1,b=1,c=0$		$k=1$		$q \le 5$	$2\ pts$
Subtask 14	$c=0$		$k=1$		$q \le 5$	$4\ pts$
Subtask 15			$k=1$		$q \le 5$	$4\ pts$
Subtask 16	$a=1,b=1,c=0$		$k=1$			$4\ pts$
Subtask 17	$c=0$		$k=1$			$8\ pts$
Subtask 18			$k=1$			$9\ pts$
Subtask 19	$a=1,b=1,c=0$					$4\ pts$
Subtask 20	$c=0$					$6\ pts$
Subtask 21						$10\ pts$

纳塔/natlan

时空限制

10s　　512MB

题目背景

和深渊的最后一战马上就要打响了，玛薇卡十分信任你，决定将战略部署这一艰巨的任务交给你

题目描述

我们有 n 种部署方案，编号集合为 $U=\{1,2,3,\dots,n\}$

我们认为第 i 种方案是在 t_i 时刻部署军队，攻击的深渊据点为 $T_i=\{T_{i,1},T_{i,2},T_{i,3},\dots,T_{i,len_i}\}$

那么，我们认为如果我们存在一种方案没有用，那就是给了深渊些许喘息的机会

玛薇卡不想给同一个深渊据点的喘息机会，所以假设我们所选择的部署方案编号集合为 $S=\{S_1,S_2,S_3,\dots,S_k\}$，那么我们令 $S'=\{x\in U|x\notin S\}$

容易证明， S' 共有 $n-k$ 个编号，所以 $S'=\{S'_1,S'_2,S'_3,\dots,S'_{n-k}\}$

玛薇卡要求你的部署方案必须满足 $\forall 1\le i<j\le n-k, T_{S'_i}\cap T_{S'_j}=\varnothing$

容易证明，至少存在一种部署方案

当然，玛薇卡和纳塔人民需要休整，但由于受到深渊的影响，纳塔全境的时间发生了错乱

具体来讲，对于两个时间点 x,y 之间，只间隔了 $x\oplus y$ 的时间，其中 $\oplus$ 表示按位异或

所以说假设最终的选点策略为 $S=\{S_1,S_2,S_3,\dots,S_k\}$，我们定义所能获取到的休整时间为如下形式

$$f(S)=\begin{cases}2^{28} & (k\le 1)\\ \min\limits_{1\le i<j\le k} t_{S_i}\oplus t_{S_j} & (k>1)\end{cases}$$

最终，你需要求出所有合法部署方案中能获取到的最多的休整时间

输入格式

第一行一个整数 n

接下来 n 组，第 i 组第一行两个整数 t_i,len_i

第 i 组第二行 len_i 个整数，第 j 个为 $T_{i,j}$

输出格式

一行一个整数，表示答案

样例

样例输入1

```
3
1 4
1 2 3 4
2 5
4 5 6 7 8
3 3
8 9 10
```

样例输出1

```
268435456
```

样例解释1

最优合法选点方案为 $S=\{2\}$ ，此时 $f(S)=2^{28}$

样例输入2

```
3
1 4
1 2 3 4
2 5
4 5 6 7 8
3 3
8 9 1
```

样例输出2

```
3
```

样例解释2

最优合法选点方案为 $S=\{1,2\}$ ，此时 $f(S)=t_1\oplus t_2$

数据范围

对于所有的数据，满足以下条件

$1\le n\le 10^5$

$1\le \sum_{i=1}^{n} len_i\le 2\times 10^5$

$\forall 1\le i\le n, 0\le t_i<2^{28}, len_i\ge 0$

$\forall 1\le i<j\le n, t_i\ne t_j$

$\forall 1\le i\le n, \forall 1\le j\le len_i, 0\le T_{i,j}<2\times 10^5$

$\forall 1\le i\le n, \forall 1\le j<k\le len_i, T_{i,j}\ne T_{i,k}$

详细数据如下

id	n	len	Special properties	pts
Subtask 1	$n \le 22$			12 pts
Subtask 2			A	12 pts
Subtask 3	$n \le 5 \times 10^3$			12 pts
Subtask 4			B	13 pts
Subtask 5				51 pts

$A \to \exists x, \forall 1 \le i \le n, len_i = 1, T_{i,1} = x$

$B \to \forall 1 \le x < y < z \le n, 1 \le a \le len_x, 1 \le b \le len_y, 1 \le c \le len_z, \neg(T_{x,a} = T_{y,b} = T_{z,c})$