

# int

---

将每一个浮点数乘上  $10^9$ ，然后问题就可以转化成，有多少对数的乘积至少包含 18 个末尾 0。

然后计算每一个数的 2 和 5 的因子数量。

统计一下 2 和 5 因子数量和都不小于 18 的数对数量即可。

# math

---

显然要将所有数从大到小、从高位到低位依次填入，使高位的数尽量大。

可以贪心地选择将当前的数字要填在哪一个中。

假设两个数已填入的前缀分别为  $a, b$ ，当前数字为  $c$ 。

若将  $c$  放在  $a$  后，乘积为  $(10a + c)b$ 。

若将  $c$  放在  $b$  后，乘积为  $(10b + c)a$ 。

相减得  $c(b - a)$ ，我们要选择较大的乘积，若  $b > a$  则将  $c$  放在  $a$  后，若  $a > b$  则将  $c$  放在  $b$  后这只是个感性的分析，但可以启示我们：将数放在当前较小的前缀后

写个暴力拍一拍，发现这样会错，需要加上一个补丁：当前缀相等时，放在可填的剩余位数较少的前缀后这样就可以了，比较大小与相乘的做法参考高精。

# game

---

我们知道两个人选的一定都是一段区间。考虑枚举 Alice 第一个落子的位置  $X$ ，那么最终的答案肯定是区间  $[L, R]$ ，其中  $X \in [L, R]$ ， $R - L + 1 = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ 。

Bob 会尽量让 Alice 选择最差的区间。考虑最差的区间是否会被 Bob 逼出来。

假设第一次落子在  $X$ ，最差答案为  $[L, R]$ 。假设 Bob 会落子在  $Y$ 。我们需要让除了  $[L, R]$  之外的所有位置到  $X$  的距离比到  $Y$  的距离更长，这样才能保证这些位置被  $Y$  控制。那么  $2L - X$  就是一个极好的位置，如果  $X$  往一个方向延伸，我们对应把  $Y$  往这个方向延伸即可。也就是说，如果第一步下在  $X$  的位置，之后就会被逼到所有包含了  $X$  的  $[L, R]$  中， $A_L + A_{L+1} + \dots + A_R$  最小的位置。单调队列维护这个东西即可。

以上描述全部在  $\text{mod } N$  意义下进行。

# posters

---

$k = 1$  时，直接输出唯一——张海报面积即可。

$k = 2$  时，注意到一定是贴在相对的两个角旁边最优，直接计算面积并。

$k = 3$  时，我们发现一个性质：最大的海报贴在角落是最优的。那么我们枚举剩下两张海报左上角的坐标，计算面积依然采用容斥原理。通过简单的剪枝或者保证较小的常数均可通过这一档的数据。

$k = 4$  以及  $k = 5$  的随机数据时，最大的海报依然要贴在角落，但是直接枚举每张海报的坐标已经不能忍受了，于是我们考虑如何对他进行优化。不难发现，最优的情况下，每张海报至少有两边要贴着墙边或者之前某张海报的边缘。证明考虑反证法，假如不是最优，那么朝着某个方向平移到边上必然不会更劣而可能更优，假设不成立。因此每次都要贴着边缘走，然后任意时刻至多  $4k + 4$  条边缘直线，每条直线长度至多 100 还不满，因此如果采用搜索的方式实现就能通过这一档。

$k = 5$  的非随机数据，如果搜索不够优秀，那么你可能会在不优的地方深挖下去导致超时，所以我们需要适当进行更多的剪枝。首先我们需要最优性剪枝，如果当前面积加上后面所有海报面积之和还没有超过当前最优答案，直接剪掉。然后我们用 set 去维护每条边缘，加速查询。枚举和搜索需要注意搜索序，优秀的搜索序可以使最优性剪枝的效果更加显著。当然还有一些技巧，需要根据自己的程序实现进行优化。

综合以上可以获得满分。

## ring

---

考场思路修改打标记，询问直接查询区间内所有点，复杂度  $\mathcal{O}(qn)$ 。

修改打标记，询问查所有环对这个区间的贡献，需要二分查找和前缀和，复杂度  $\mathcal{O}(mn \log n)$ 。

两者很不平衡，考虑分别操作，为了方便，我们假设  $n, m, q$  同数量级。把环大小超过和不超过  $B$  的环分别称作大环和小环。大环数量不会超过  $\frac{n}{B}$ 。

对小环的操作：暴力移位，维护区间和。树状数组维护：修改  $\mathcal{O}(B \log n)$ ，查询  $\mathcal{O}(\log n)$ ，很不平衡。改为分块：修改  $\mathcal{O}(B)$ ，查询  $\mathcal{O}(B + \frac{n}{B})$ 。

对大环的操作：同样维护环上前缀和，修改  $\mathcal{O}(1)$ ，查询  $\mathcal{O}(\frac{n}{B} \log n)$ 。 $B$  取  $\mathcal{O}(\sqrt{n \log n})$  达到最优，复杂度为  $\mathcal{O}(n \sqrt{n \log n})$ 。

然而复杂度不对。我们发现对大环的操作仍然很不平衡。如果要优化二分查找，需要  $\mathcal{O}(\frac{n^2}{B})$  的空间。在 32MB 下，这是不现实的。但是我们可以离线！我们对于每个大环，跑所有询问，预处理每个位置的 lower\_bound。那么只需要  $\mathcal{O}(n)$  的空间即可优化这个二分。取时间复杂度降为  $\mathcal{O}(n \sqrt{n})$ 。（还是可以在线做，对于每个块，维护经历大环的移动后，块内该大环最右边和最左边的点被移动到了什么位置，同样用前缀和即可查询，复杂度  $\mathcal{O}(n \sqrt{n})$ ）。