

2023山东NOIP赛前集训营day7

题目名称	锁链战车	刺探军情	一击制敌	仓皇逃跑
源文件名	chariot	intelligence	strike	escape
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
时间限制	1s	2s	3s	1s
内存限制	512MB	512MB	512MB	512MB
测试点/包个数	5	5	4	5
测试点是否等分	否	否	否	否

本次比赛共 4 道题目，时间为 8 : 00 ~ 12 : 30 。

我只是题目的搬运工，如果见过原题，请勿惊讶。

诚信比赛，认真做题！

最终得分与排名，以本地测试成绩为准。

齐鲁之战：

齐襄公于周庄王十一年（公元前686年）年底被公孙无知暗杀，月余后（前685年春季）公孙无知亦被国人所杀。公子纠及公子小白各自从鲁国及莒国返国。小白先至即位，是为齐桓公。

秋，鲁庄公为助公子纠争位，领兵攻齐，与齐军战于干时（今山东省桓台）。鲁国战败，鲁庄公被迫处死公子纠，并将管仲押回齐国。

齐国随后计划再攻鲁国。公元前684年，齐桓公命鲍叔牙领军攻鲁，战于长勺（今山东省莱芜）。

长勺之战中，鲁庄公听从曹刿的建议，从而带领鲁军击败齐国。左传经典篇目《曹刿论战》即记载此事。

T1-锁链战车

(chariot.cpp 1s/512MB)

题目描述

鲍叔牙被齐桓公任命为齐军统帅。誓要大破鲁军，为齐国完成霸主之业的齐国君臣正在精心的进行着战前谋划。

现在齐国有 n 辆战车（编号从 $1 \sim n$ ）， m 条锁链，每条锁链连接两辆战车 (a_i, b_i) 。若干条锁链连接后可以形成**战车队**，战车队的战斗力为最长链上的战车数量。

为了提高的战斗力，鲍叔牙紧急打造出数量足够多的锁链，将还没有连接的车车连接起来。但是为了保证战车的正常前进，战车队中不能出现环。

现在鲍叔牙想知道，齐军战车队的最大战斗力能达到多少？

输入格式

第一行，两个整数 n 和 m 。

接下来 m 行，每行两个正整数 a_i 和 b_i 。表示 a_i 号战车和 b_i 号战车之间有一条锁链。

数据保证 $a_i \neq b_i$ ，且同一条锁链只会出现一次，同时原有的锁链之间不存在环。

输出格式

仅一行，包含一个整数。表示齐军战车队能够达到的最大战斗力。

样例

输入样例1

```
50 0
```

输出样例1

```
50
```

样例解释1

在战车 $(1, 2) (2, 3) \dots (49, 50)$ 之间分别加装锁链。

输入样例2

```
8 6
1 2
1 3
1 4
5 6
5 7
5 8
```

输出样例2

6

样例解释2

在战车 (3,6) 之间添加一条锁链，战车队的最长链为 2-1-3-6-5-7。

输入样例3

```
6 5
1 2
2 3
3 4
4 6
4 5
```

输出样例3

5

输入输出样例4

见下发文件。

数据范围与提示

子任务1 (20分) : $m = n - 1$;

子任务2 (10分) : $b_i = a_i + 1$;

子任务3 (10分) : $1 \leq a_i \leq 2$;

子任务4 (20分) : $1 \leq n \leq 1000$;

子任务5 (40分) : 无特殊限制;

对于 100% 的数据, $1 \leq n \leq 10^5$, $0 \leq m < n$, $1 \leq a_i, b_i \leq n$ 。

T2-刺探军情

(intelligence.cpp 2s/512MB)

题目描述

齐军进犯的消息传来，鲁国的曹刿立即派出探子。

探子来到了齐军营前，有一排战车在他的面前，他想记录下战车的攻击力信息作为情报。

这排战车共有 n 辆，它们被视作序列 h_1, h_2, \dots, h_n ，其中 h_i 为第 i 辆战车的攻击力。探子将会记录下这排战车的一个子区间。为了更好的完成任务，他想记录至少 k 辆战车。

曹刿对于战车情报的价值度有着奇怪的认识：他认为情报中有着攻击力大的战车是有价值的；但如果情报中所有战车的攻击力有着很大的公约数，他认为更有价值。

如果记录下的战车区间为 $[l, r]$ ，且这段区间所有战车攻击力的 gcd 为 g ，则曹刿认为这个情报的价值为 $g \times \sum_{i=l}^r h_i$ 。

请帮助探子算出他能获得的情报的最大价值。

输入格式

第一行包含两个整数 n, k ；分别表示战车的总数和探子想至少记录的战车数。

第二行包含 n 个整数 h_i ，依次表示每辆战车的攻击力。

输出格式

一行一个整数，即情报的最大价值。

样例

输入样例1

```
6 2
2 1 4 4 4 2
```

输出样例1

```
48
```

样例解释1

探子记录下区间 $[3, 5]$ ，获得的情报价值为 $4 \times (4 + 4 + 4) = 48$ 。

输入样例2

```
4 1
7 3 9 4
```

输出样例2

81

样例解释2

探子记录下区间 $[3, 3]$, 获得的情报价值为 $9 \times 9 = 81$ 。

输入输出样例3

见下发文件，满足子任务2

输入输出样例4

见下发文件，满足子任务3

输入输出样例5

见下发文件，满足所有数据

数据范围与提示

子任务	分值	特殊性质
1	10	$n, k \leq 100$
2	20	$n, k \leq 5000$
3	20	$h_i \leq 100$
4	30	$n, k \leq 5 \times 10^4$
5	20	无特殊性质

对于 100% 的数据， 满足 $1 \leq k \leq n \leq 10^6, 1 \leq h_i \leq 10^6$ 。

T3-一击制敌

(strike.cpp 3s/512MB)

题目描述

曹刿获得情报以后，打算在齐军三通战鼓结束以后再发起进攻，以避敌锋芒。但是在强大的齐军面前，只能谋求速胜，长期消耗必定对鲁国不利。

为此，曹刿需要对齐军突然发动反击，达到一击制敌的效果。

鲁国共有 n 名士兵（编号 $1 \sim n$ ），曹刿打算从中选择一个连续区间 $[l, r]$ 组成前锋队伍来发动反击。

为了鼓舞士气。战斗前夕，曹刿打算宴请前锋队伍。曹刿知道鲁国所有的士兵最喜欢吃的菜。在宴会上，曹刿会准备大多数人喜欢的一道菜。**如果一个士兵战斗前吃到了自己最喜欢吃的菜，他就会进化成绝地战神。** 如果一个士兵没有被邀请过来参加宴会，那他就不是前锋队伍中的士兵。

如果前锋队伍中进化成绝地战神的士兵总数有 前锋队伍总人数 的一半以上，则鲁军必将一击制敌。

曹刿想知道，有多少组 (l, r) 可以使得鲁军一击制敌。

输入格式

第一行包含一个整数 n ，表示鲁国士兵的总数。

第二行包含 n 个整数 a_i ，表示第 i 个士兵最喜欢的菜。

输出格式

仅一行，输出可以使得鲁军一击制敌的 (l, r) 的组数。

样例

输入样例1

```
2
1 1
```

输出样例1

```
3
```

输入样例2

```
3
2 1 2
```

输出样例2

4

样例解释2

可以使得鲁国一击制敌的 (l, r) 有： $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 3)$ 。

输入样例3

5
2 2 1 2 3

输出样例3

10

输入输出样例4

见下发文件，满足子任务3。

输入输出样例5

见下发文件，满足所有数据。

数据范围与提示

子任务1（10分）： $1 \leq n \leq 300$ ；

子任务2（20分）： $1 \leq n \leq 2 \times 10^3$ ；

子任务3（20分）： $\forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}, 1 \leq a_i \leq 2$ ；

子任务4（50分）：没有额外限制；

对于 100% 的数据， $1 \leq l \leq r \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

T4-仓皇逃跑

(escape.cpp 1s/512MB)

题目描述

鲁国突然从齐军的侧翼发动反击，早已被锁链连接的齐国战车这时无法灵活的转过来应敌。于是，齐军一击即溃，只能丢盔弃甲，仓皇而逃。

在逃跑过程中，鲍叔牙竟然弄丢了帮管仲代购的鲁国特产。

已知鲁国特产是由 $n - 1$ 条丝带连接 n 个宝珠构成的。即你可以将鲁国特产看成一棵树。

树的每条边上的颜色都是 k 中颜色中的一种。如果树上的一条路径是彩色的，意味着这条路径上至少包含两种不同颜色的边。

鲍叔牙还记得 m 条彩色路径的地点和终点。他现在想知道满足条件的树有多少可能？

由于答案可能很大，所以请将答案对 $10^9 + 7$ 取模。

输入格式

第一行包含三个整数 n, m, k ，分别表示树上的节点数、鲍叔牙所记得的彩色路径的个数和树边的颜色总数。

接下来 $n - 1$ 行，第 $i + 1$ 行包含两个整数 a_i, b_i ，表示点 a_i 和点 b_i 之间有一条树边。

接下来 m 行，第 $n + j$ 行包含两个整数 c_j, d_j ，表示从点 c_j 到点 d_j 之间有一条彩色路径。保证 c_j 和 d_j 不相邻。

输出格式

仅一行，输出满足条件的树的可能数，答案需对 $10^9 + 7$ 取模。

样例

输入样例1

```
3 1 2
1 2
2 3
1 3
```

输出样例1

```
2
```

样例解释1

第一种情况是点 1 和点 2 之间的边涂颜色 1，点 2 和点 3 之间的边涂颜色 2。

第二种情况是点 1 和点 2 之间的边涂颜色 2，点 2 和点 3 之间的边涂颜色 1。

输入样例2

```
4 3 2
1 2
2 3
4 2
1 4
1 3
4 3
```

输出样例2

```
0
```

输入样例3

```
4 3 3
1 2
2 3
4 2
1 4
1 3
4 3
```

输出样例3

```
6
```

输入输出样例4

见下发文件，满足子任务3

输入输出样例5

见下发文件，满足子任务4

输入输出数据6

见下发文件，满足所有数据

数据范围与提示

- 子任务1 (10分) : $m = 1$;
- 子任务2 (20分) : $m = 2$;
- 子任务3 (15分) : 每个树边最多属于 m 条彩色路径中的一条;
- 子任务4 (15分) : $1 \leq n \leq 15, k = 2$;
- 子任务5 (40分) : 没有额外限制;

对于 100% 的数据, $3 \leq n \leq 60, 1 \leq a_i, b_i, c_j, d_j \leq n, 1 \leq m \leq 15, 2 \leq k \leq 10^9$ 。

