A、谁开了小号

小数据

我们直接 dfs 一下谁和谁是一个号，然后 $check$ 一下合法性即可。实际上不用剪枝理论上也是可以过的，毕竟 n 个元素分成若干个集合的方案数是贝尔数。常见的一种计算方法是：$B_{n+1}=\sum_{i=0}^{n}C_n^iB_{n-i}$。意义很简单，我们考虑第 $n+1$ 个元素所在集合有额外 i 个元素，那么把他们提出来以后，剩余的就是 B_{n-i} 了。大概第 14 项是 1000 多万，剪枝一下随便过。

满分

我们考虑这样一件事：参加了 4 场比赛的账号必然是一个真人。参加了 3 场比赛的账号，如果这个人开小号了，最多是，参加了另一场单独比赛的账号是他的小号。参加了 2 场比赛的账号，假设他参加的是 $1,3$，那么最好是同时参加了 $2,4$ 的账号跟他是一个主人。其次是，消化掉一个只参加 2 的，一个只参加 4 的账号。除去上述情况，就只剩下参加 1 场单独比赛的账号了，那么最好的情况就是 $1,2,3,4$ 单独参赛的账号，四个一匹配，四个一匹配。算出来最多多少个真人，就知道最多多少个小号了。一个细节是，真人至少得有 1 个，如果忘了特判这个，会`wa on 1`。

B、终端命令

数据真难造，出题半小时，造数据两小时。懒得写部分分做法了。正解就是，我们考虑建立一个字典树。那么，每次按键，相当于是在字典树上走了一步（不在字典树上的点显然不会被揍到）。边有两类：（1）加了一个字符。 相当于是在字典树上向子树走了一步。（2）`tab`。 如果这个节点是一个完整字符串，则走到下一个字符串所在结尾位置。如果这个节点不是一个完整字符串，则走到子树内编号最小的字符串结尾位置。这个是可以预处理的。预处理好边以后，直接 `bfs` 即可。

C、又见LIS

这个题首先得意识到，本质上跟随机了一个 $1,...,n$ 的排列是没区别的。原因也显而易见：比如一个序列$[1,3,1,3,2,2]$，我们可以把它等价成：$[2,6,1,5,4,3]$。它的 `LIS` 数组显然是没变的。这样，你就可以$O(n!n^2)$的速度来暴力了，可以拿到很好的分数。

我们继续考虑假设全是 0 会怎么样。`LIS` 数组的形态，必然是满足：$a_1=1,a_i\le\max_{j<i}(a_j+1)$的，而且只要满足这个要求，就一定能构造出来。所以我们直接 $dp_{i,j}$ 表示考虑了前 i 位，最大的 a 是 j 的时候的方案数。转移很简单：$dp_{i,j}=jdp_{i-1,j}+dp_{i-1,j-1}$。意为：如果之前最大值已经是 j 了，那么我这一位填 $\le j$ 的任何数字都合法，否则只能填 j。

那么 a_i 被指定了某个值会怎么样呢？假设 $a_i=k$ 是确定的。那么 $dp_{i,j>k}=dp_{i-1,j},dp_{i,k}=dp_{i-1,k}+dp_{i-1,k-1}$。意为：这个位置确定只能填 k 了。这样就拿到了除了 $a_i=-1$ 外的所有分数了。

那么 $a_i=-1$ 该怎么处理呢？我们考虑，假设之前的序列是 $[1,2,2,3,1,3]$，我们不关心下一个位置，也就是下一个位置填 $1,2,3,4$ 对我们来说都是一样的。那么：此时，我可以认为，只有填 4 的这一种情况是值得保留的。原因也很简单：剩余的填法，未来能构成的方案，都可以由填 4 构成。因此：$dp_{i,j}=dp_{i-1,j-1}$。总结一下，三种情况：

$a_i=0$：$dp_{i,j}=jdp_{i-1,j}+dp_{i-1,j-1}$。

$a_i=k$：$dp_{i,j>k}=dp_{i-1,j},dp_{i,k}=dp_{i-1,k}+dp_{i-1,k-1}$。

$a_i=-1$：$dp_{i,j}=dp_{i-1,j-1}$。

时间复杂度$O(n^2)$。

D、飞一飞呀

SOURCE：ABC240 G

首先，输入的 X,Y,Z 直接取绝对值计算是没问题的。如果 $X+Y+Z>N$ 或者 $X+Y+Z$ 和 N 不同奇偶性显然无解。

15 分：

我们考虑 $dp_{i,x,y,z}$ 表示一共 i 步，走到 x,y,z 的方案数。因为 x,y,z 有负数，用 map 来存储对应的 x,y,z 就可以。

25 分：

上述 DP 在 $N\le 100$ 的情况下，可能会炸（比如$N=100,X,Y,Z=0$）。于是我们可以考虑一开始预处理出所有可能被走到的坐标，然后开个数组，给这些坐标分别编号成 $1,2,\dots,tot$。然后用 $dp_{i,id}$ 来做上述DP。

45 分：

我们直接考虑用组合数来计算：暴力枚举 X,Y 方向分别向错误的方向多走了多少步，那么答案可以直接用下式计算：

$\sum_i\sum_j C_N^{X+i,i,Y+j,j,Z+(N-i-j)}$

上式中 $C_N^{a,b,c,d}$ 的意思是从 N 个元素中，先取 a 个，再取 b 个，再取 c 个，再取 d 个的方案数。

65 分：

我们可以先求出一个数组 F_k，表示我用了 k 次走 XY 方向，恰好走到目标(X,Y)的方案数，然后用$\sum_k F_k\times C_N^k\times C_{N-k}^{\frac{N-k-Z}{2}}$ 来计算答案。

F_k 就很简单了，我枚举 X 方向一共走了几步，那么就是个简单组合数。

时间复杂度$O(N^2)$

100 分：

考虑加速 F_k 的计算。

此处为了方便，我们把 F_k 表示改一下，变成我一共用了 $X+Y+2k$ 次走 XY 方向，恰好走到 (X,Y) 的方案数。那么：

$F_k=\sum_{i=0}^k C_{x+y+2k}^{x+i,i,y+k-i,k-i}$

其中，i 是我们枚举其中 $X+2i$ 走了 X 方向。

继续化简：

$F_k=\sum_{i=0}^k C_{x+y+2k}^{x+i,k-i}C_{x+y+2k-(x+i+k-i)}^{i,y+k-i}$

$=\sum_{i=0}^k C_{x+y+2k}^{x+k}C_{x+k}^{k-i}C_{y+k}^{i}$

$=C_{x+y+2k}^{x+k}\sum_{i=0}^k C_{x+k}^{k-i}C_{y+k}^{i}$

到这里，右边就是一个组合恒等式了：

有 $x+k$ 个男生和 $y+k$ 个女生，我们要选择 k 个人出来参加活动，所以式子是枚举女生出去了 i 个人，男生就出去了 $k-i$ 个人，方案数是：

$\sum_{i=0}^{k} C_{x+k}^{k-i} C_{y+k}^{i}$。

既然如此，方案数也可以是 C_{x+y+2k}^{k}。

那么$F_k = C_{x+y+2k}^{x+k} C_{x+y+2k}^{k}$

到这为止就可以$O(1)$计算 F_k 了。

这是一道纯纯的数学竞赛题！