# 旅行者杯 Round 2.

## 明冠山地-苍风高地篇

出题人 JDScript0117

验题人 JDScript0117

## 题目总览

| 题目名 | 程序名 | 输入/出文件 | 子任务数量 | 时空限制 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| wolvedom | wolvedom.cpp | wolvedom.in/out | 2 | 3s 512MB |
| springvale | springvale.cpp | springvale.in/out | 5 | 3s 512MB |
| stormterrorslair | stormterrorslair.cpp | stormterrorslair.in/out | 6 | 2s 512MB |
| dawnwinery | dawnwinery.cpp | dawnwinery.in/out | 5 | 5s 1536MB |

## 注意事项

递归栈与题目空间限制相同

请注意，每道题都会按照子任务与逻辑关系开捆绑与依赖

请选手注意特殊的时空限制（来自于出题人“优秀”的常数）

请选手认真做题，把握时间，尽量取得最好的成绩

## 向着星辰与深渊！！！

你穿过了 明冠峡

# 奔狼岭/wolvedom

## 时空限制

3s 512MB

## 题目背景

旅行者来到了奔狼岭

北风狼觉得奔狼岭的树太多了，需要用它的法术摧毁一些

## 题目描述

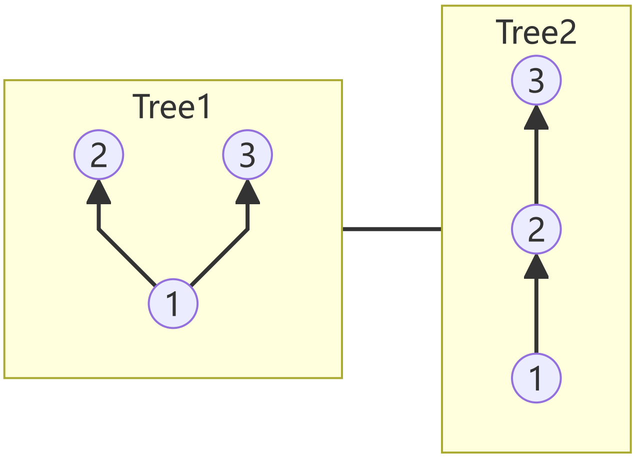
我们认为奔狼岭一棵大小为 $m$ 的树是如下所述随机生长出来的

初始有一个节点 $1$ ，接下来执行 $m-1$ 轮

第 $i$ 轮在已有节点的选一个，选到点 $j \le i$ 的概率为 $\frac{p_j}{\sum\limits_{k=1}^{i} p_k}$ ，并从点 $j$ 向上连出一个点 $i+1$

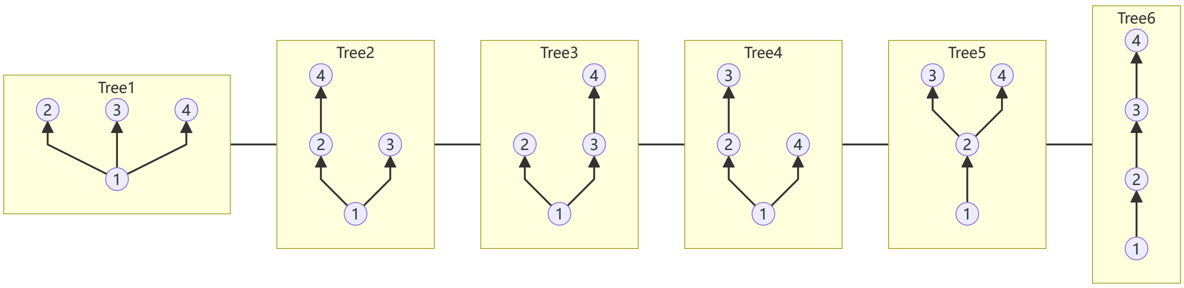
例如 $m=3, p=\{1,1,998244352\}$ 时，就会等概率（这是因为前两个 $p$ 一样）生成如下两种树

Trees generated by m = 3 and p = {1, 1, 998244352}




例如 $m=4, p=\{1,1,1,998244352\}$ 时，就会等概率（这是因为前三个 $p$ 一样）生成如下六种树

Trees generated by m = 4 and p = {1, 1, 1, 998244352}




我们认为其中一个节点的重量就是这个点及它上方的点的数量，即它子树内的节点个数

我们认为一棵树的法力值就是点 $x$ 的重量

奔狼岭上的树组成了一个整体，可以看作排成一排的 $2 \times n + 1$ 个大小为 $m$ 的树

我们认为一棵树小于另一棵树当且仅当它的法力值小于另一棵树，或者法力值相等且编号小于另一棵树

可以证明，任意两棵不同编号的树都不会相等

我们排序后第 $n+1$ 小的树叫做最重要的树，很明显，最重要的树从原本的位置剔除后，会将整排树分成两个部分

当大小较大的部分（如果大小一样则选右边的部分）里的树必须可以分成左右两段，左边的树都小于最重要的树，右边的树都大于最重要的树时，这个整体的法力值就是最重要的树的法力值，否则为 $0$

狼王想让旅行者告诉它整体的法力值的期望，对 $998244353$ 取模的值，以备施展法术

# 输入格式

第一行三个整数 $n, m, x$

第二行 $m$ 个整数，第 $i$ 个整数表示 $p_i$

# 输出格式

一行一个整数，表示答案

# 样例

## 样例输入1

```
1 3 1
1 1 1
```

## 样例输出1

```
873463810
```

## 样例解释1

发现相当于等概率生成

根据上面的图可以得到每棵树法力值为 $1, 2$ 各有 $\frac{1}{2}$ 的概率

然后枚举法力值序列对应的最终的法力值，如下所示

（红色的表示最重要的树，绿色和蓝色表示大的部分分出来的两段）

$$\begin{array}{lll} 1 & \color{red}{1} & \color{blue}{1} \rightarrow 1 \\ 1 & \color{red}{1} & \color{blue}{2} \rightarrow 1 \\ \color{green}{1} & \color{blue}{2} & \color{red}{1} \rightarrow 1 \\ 1 & \color{red}{2} & \color{blue}{2} \rightarrow 2 \\ \color{gray}{2} & \color{gray}{1} & \color{red}{1} \rightarrow 0 \\ \color{red}{2} & \color{green}{1} & \color{blue}{2} \rightarrow 2 \\ \color{red}{2} & \color{gray}{2} & \color{gray}{1} \rightarrow 0 \\ 2 & \color{red}{2} & \color{blue}{2} \rightarrow 2 \end{array}$$

因此，期望值应该是 $\frac{9}{8}$

## 样例输入2

```
1 3 2
1 1 998244352
```

## 样例输出2

```
873463810
```

## 样例解释2

很明显最后一个 $p$ 不会影响答案

## 样例输入3

```
1 4 2
10 11 12 13
```

## 样例输出3

```
427629222
```

## 样例解释3

加油，我相信你能算出来的

# 数据范围

对于所有数据，满足以下条件

$1 \le n \le 10^{18}$
$1 \le x \le m \le 10^6$
$\forall 1 \le i \le m, 0 \le p_i < 998244353$
$\forall 1 \le i \le m, \sum_{j=1}^{i} p_j \bmod 998244353 \ne 0$

详细数据范围如下

| Subtask | $n$ | $m$ | $pts$ |
|---|---|---|---|
| Subtask 1 | $n \le 300$ | $m \le 300$ | $49\ pts$ |
| Subtask 2 | | | $51\ pts$ |

# 清泉镇/springvale

# 时空限制

3s　　512MB

# 题目背景

旅行者来到了清泉镇

清泉镇的泉水还是那么捉摸不透，这就是大自然的力量

# 题目描述

清泉镇有 $+\infty$ 脉泉水，第 $x$ 脉泉的初始水量为 $f_0(x-1)$

由于大自然的力量，泉水会增长 $m$ 轮，经过了 $y$ 轮增长后，第 $x$ 脉泉的水量为 $f_y(x-1)$

增长是有规律的，$f_y(x) = \sum\limits_{i=0}^{x} f_{y-1}(i)$，其中 $x \in \mathbb{N}, y \le m \in \mathbb{N}$

初始的泉水是有规律的，$f_0(x) = \sum\limits_{i=0}^{n} k_i \times x^i$，其中 $x \in \mathbb{N}$，此处钦定 $0^0 = 1$

接下来会有 $q$ 个求 $f_y(x)$ 的询问，答案均对 $998244353$ 取模

# 输入格式

第一行两个整数 $n, m$

第二行 $n+1$ 个整数，第 $i$ 个表示 $k_{i-1}$

第三行一个整数 $q$

接下来 $q$ 行每行两个整数 $x, y$ ，保证 $x \in \mathbb{N}, y \leq m \in \mathbb{N}$

# 输出格式

$q$ 行，第 $i$ 行一个整数，表示第 $i$ 组询问的答案

# 样例

## 样例输入1

```
2 1
1 1 1
2
3 0
3 1
```

## 样例输出1

```
13
24
```

## 样例解释1

知道 $f_0(x) = x^2 + x^1 + 1$

对于第一个询问，容易算出 $f_0(3) = 3^2 + 3^1 + 1 = 13$

对于第二个询问，知道 $f_1(3) = f_0(0) + f_0(1) + f_0(2) + f_0(3) = 24$

## 样例输入2

```
1 2
0 1
3
3 0
3 1
3 2
```

## 样例输出2

```
3
6
10
```

### 样例解释2

知道 $f_0(x)=x$

对于第一个询问，容易算出 $f_0(3)=3$

对于第二个询问，知道 $f_1(3)=f_0(0)+f_0(1)+f_0(2)+f_0(3)=6$

对于第三个询问，知道 $f_2(3)=f_1(0)+f_1(1)+f_1(2)+f_1(3)=10$

## 数据范围

对于所有数据，满足以下条件

$0\le n,m\le 5000, 1\le q\le 2\times 10^4$
$0\le k<998244353$
$x\le 10^9$

详细数据范围如下

| $\text{Subtask}$ | $n,m$ | $q$ | $pts$ |
|---|---|---|---|
| $\text{Subtask 1}$ | $n+m\le 5$ | | $12\ pts$ |
| $\text{Subtask 2}$ | | $q\le 4$ | $12\ pts$ |
| $\text{Subtask 3}$ | $n,m\le 100$ | | $25\ pts$ |
| $\text{Subtask 4}$ | $n,m\le 500$ | | $25\ pts$ |
| $\text{Subtask 5}$ | | | $26\ pts$ |

# 风龙废墟/stormterrorslair

## 时空限制

2s　　512MB

## 题目背景

旅行者来到了风龙废墟

风龙废墟遗迹的解秘还是那么令人费解，旅行者碰到了一个与矩阵有关的计数解秘题

## 题目描述

以下有两种版本的题面，一版数学语言偏多，一版文字语言偏多，请自行选择

### Version 1.

我们定义 $\mathbb{R}^{n\times n}$ 表示所有 $n\times n$ 的方阵所构成的集合

我们定义一个函数 $F(A)$ ，其中 $A$ 必须是一个方阵，我们假设 $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$

则 $F(A)\in\mathbb{R}^{n^2\times n^2}$ 且 $\forall 1\le i,j\le n^2, f(A)_{i,j}=(A^j)_{\lfloor\frac{i}{n}\rfloor,i \bmod n}$

很明显，对于任何一个确定的 $A$ ， $F(A)$ 也是确定的

我们定义 $f(A)$ 表示 $det\ F(A)$

对于一个矩阵集合 $T$ ，定义 $g(T)=\sum\limits_{A\in T}f(A)$

我们定义 $G_n=\{A\in\mathbb{R}^{n\times n}|\forall 1\le i,j\le n,A_{i,j}\in\mathbb{N}\le v\}$

接着定义 $U_n=\bigcup\limits_{i=1}^{n}G_i$

我们要求大小为 $m$ 的矩阵集合的集合 $S$ 的数量，满足如下条件，对 998244353 取模

$$\bigcup_{i=1}^{m}S_i=U_n$$
$$\forall 1\le i<j\le m,S_i\cap S_j=\varnothing$$
$$\forall 1\le i\le m,g(S_i)\ne 0$$

## Version 2.

我们定义一个函数 $F(A)$ ，其中 $A$ 必须是一个方阵，$F(A)$ 也会是一个方阵

我们假设 $A=\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix}$ ，那么很明显

$$A^1=\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix},A^2=\begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix},A^3=\begin{bmatrix}3&2\\2&1\end{bmatrix},A^4=\begin{bmatrix}5&3\\3&2\end{bmatrix}$$

我们将 $A^i$ 的 $n^2$ 个元素依次填入 $F(A)$ 的第 $i$ 列，也就得到

$$F(A)=\begin{bmatrix}1&2&3&5\\1&1&2&3\\1&1&2&3\\0&1&1&2\end{bmatrix}$$

当然上面这个只是一个特例

我们定义 $f(A)$ 表示 $F(A)$ 的行列式

对于一个矩阵集合，$g(T)$ 就是里面所有矩阵的 $f$ 之和

接着定义 $U_n$ 表示所有大小不超过 $n\times n$ 且每个元素都是 $[0,v]$ 之间的整数的方阵构成的集合

我们要求将 $U_n$ 划分成 $m$ 个 $g$ 不为 0 的互不区分的矩阵集合的方案数，对 998244353 取模，划分要求不重不漏

## 行列式

这里给不熟悉行列式的同学把定义式写下来

我们定义 $N(p)$ 表示排列 $p$ 的逆序对数

$$det\ A=\sum_{p}(-1)^{N(p)}\times\sum_{i=1}^{n}A_{i,p_i}$$

# 输入格式

一行三个整数 $n,m,v$

# 输出格式

一行一个整数，表示答案

# 样例

## 样例输入1

```
100000000 1 1000000000000000000
```

## 样例输出1

```
1
```

## 样例解释1

显然，因为划分成一块的唯一方式就是不分

## 样例输入2

```
1 2 1000000000000000000
```

## 样例输出2

```
242199766
```

## 样例解释2

显然，因为所有范围内的矩阵中除了 $[0]$ 其余的都满足 $f > 0$ ，所以应该是
$\frac{2^{10^{18}+1}-4}{2} \bmod 998244353$

## 样例输入3

```
1 5000 5000
```

## 样例输出3

```
5000
```

## 样例解释3

显然，由于所有范围内的 $5001$ 个矩阵中除了 $[0]$ 的 $f = 0$ ，剩下的 $5000$ 个矩阵的 $f > 0$

要分成 $5000$ 个 $f$ 之和不为 $0$ 的集合，显然剩下的 $5000$ 个矩阵各自在一个集合内，而 $[0]$ 可以在 $5000$ 个集合中挑一个

## 样例输入4

```
100000000 1000000 1000000000000000000
```

### 样例输出4

```
25514039
```

### 样例解释4

这个不显然，自己算，加油

## 数据范围

对于所有数据，满足以下条件

$1 \le n \le 10^8, 1 \le m \le 10^6, 0 \le v \le 10^{18}$

详细数据范围如下

| Subtask | $n$ | $m$ | $v$ | $pts$ |
|---|---|---|---|---|
| Subtask 1 | $n = 1$ | $m \le 10^4$ | $v \le 10^4$ | $12\ pts$ |
| Subtask 2 | $n = 1$ | | | $12\ pts$ |
| Subtask 3 | $n \le 10^6$ | $m \le 10^4$ | $v \le 10^4$ | $12\ pts$ |
| Subtask 4 | $n \le 10^6$ | | | $13\ pts$ |
| Subtask 5 | | $m \le 10^4$ | $v \le 10^4$ | $25\ pts$ |
| Subtask 6 | | | | $26\ pts$ |

# 晨曦酒庄/dawnwinery

## 时空限制

5s　　1536MB

## 题目背景

旅行者来到了晨曦酒庄

迪卢克的酒庄内有很多美酒，现在需要了解市场的旅行者送往蒙德城

## 题目描述

迪卢克的酒庄内有 $n$ 种美酒，第 $i$ 种美酒有 $A_i$ 箱

蒙德城内每种美酒的需求量为 $B_i$ 箱

一种运送发案可以用一个长度为 $n$ 的数组 $S$ 表示，其中 $\forall 1 \le i \le n, S_i \in \mathbb{N} \le A_i$

我们称第 $i$ 种美酒是充足的当且仅当 $S_i \ge B_i$

蒙德城内还有 $n-1$ 个喝酒的人，第 $i$ 个人有两种最喜爱的酒 $i+1, f_i$，当第 $i+1, f_i$ 种美酒都充足时他就是高兴的

我们认为一种运送方案是好的，当且仅当至少一个人高兴

我们认为两种运送方案 $S, T$ 是不同的当且仅当 $\exists 1 \leq i \leq n, S_i \neq T_i$

库存和需求是会变的，所以接下来会有 $q$ 次不独立的更改，每次更改形如 $x, a, b$ ，表示将 $A_x$ 修改为 $a$ ，将 $B_x$ 修改为 $b$

你需要在初始时和每次修改后输出好的运送方案数，对 $998244353$ 取模

# 输入格式

第一行两个整数 $n, q$

第二行 $n$ 个整数，第 $i$ 个表示 $A_i$

第三行 $n$ 个整数，第 $i$ 个表示 $B_i$

第四行 $n-1$ 个整数，第 $i$ 个表示 $f_i$

接下来 $q$ 行，每行三个整数 $x, a, b$

# 输出格式

第一行一个整数，表示初始时的答案

接下来 $q$ 行，第 $i$ 行一个整数，表示第 $i$ 次修改后的答案

# 样例

## 样例输入1

```
1 0
100
100
```

## 样例输出1

```
0
```

## 样例解释1

没有人当然就满足不了至少一个人满意啦

## 样例输入2

```
2 0
0 0
1 1
1
```

## 样例输出2

```
0
```

## 样例解释2

我没有酒怎么给你掏出来啊

## 样例输入3

```
3 3
1 1 1
0 0 0
1 1
1 2 1
2 2 1
3 2 1
```

## 样例输出3

```
8
8
12
16
```

## 样例解释3

初始时好的运送方案如下所示

$$[0,0,0],[0,0,1],[0,1,0],[0,1,1]$$
$$[1,0,0],[1,0,1],[1,1,0],[1,1,1]$$

第一次询问后好的运送方案如下所示

$$[1,0,0],[1,0,1],[1,1,0],[1,1,1]$$
$$[2,0,0],[2,0,1],[2,1,0],[2,1,1]$$

第二次询问后好的运送方案如下所示

$$[1,0,0],[1,0,1],[1,1,0],[1,1,1],[1,2,0],[1,2,1]$$
$$[2,0,0],[2,0,1],[2,1,0],[2,1,1],[2,2,0],[2,2,1]$$

第三次询问后好的运送方案如下所示

$$[1,0,1],[1,0,2],[1,1,0],[1,1,1],[1,1,2],[1,2,0],[1,2,1],[1,2,2]$$
$$[2,0,1],[2,0,2],[2,1,0],[2,1,1],[2,1,2],[2,2,0],[2,2,1],[2,2,2]$$

# 数据范围

对于所有数据，满足以下条件

$$1 \le n \le 2 \times 10^5, 0 \le q \le 5 \times 10^5$$
$$\forall 1 \le i \le n, 0 \le A_i, B_i \le 10^{18}$$
$$\forall 1 \le i \le n-1, 1 \le f_i \le i$$
$$\forall x, 1 \le x \le n$$
$$\forall a, b, 0 \le a, b \le 10^{18}$$

详细数据范围如下

| Subtask | $n$ | $q$ | Special properties | $pts$ |
|---|---|---|---|---|
| Subtask 1 | | $q \leq 3000$ | $A$ | 12 $pts$ |
| Subtask 2 | | $q \leq 3000$ | | 12 $pts$ |
| Subtask 3 | | | $A$ | 25 $pts$ |
| Subtask 4 | | $q \leq 3 \times 10^5$ | | 25 $pts$ |
| Subtask 5 | | | | 26 $pts$ |

$A \to \forall 1 \leq i \leq n-1, f_i = i$