

교과서_비상교육 - 공통수학2 (함수) 113~114p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

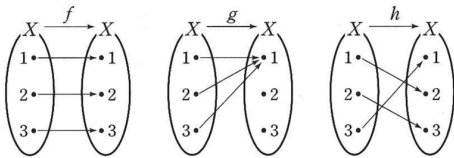
실시일자	-
32문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

- 01** 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{y | y \text{는 정수}\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 가 $f(n) = (n^3 \text{을 } 7 \text{로 나눈 나머지})$ 로 정의할 때, 치역의 모든 원소의 합을 구하시오.

- 02** 함수 f, g, h 의 대응 관계가 다음과 같다.



다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

<보 기>

- ㄱ. f 는 상수함수이다.
 ㄴ. g 는 항등함수이다.
 ㄷ. 일대일 대응인 것은 2개이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 03** 함수 $f(x) = -4x^2 - 4$ 에 대하여 $(f \circ f)(0)$ 의 값을 구하시오.

- 04** [2018년 3월 고3 문과 5번 변형]
 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(1)$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

- 05** 함수 $f(x) = 3x^2 + 1$ 에 대하여 $(f \circ f)(1)$ 의 값을 구하시오.

06 두 함수 $f(x)=x+3$, $g(x)=2x-1$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 는?

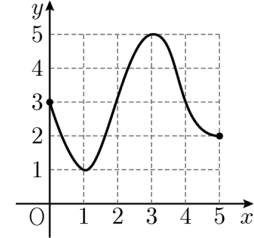
- ① $(f \circ g)(x)=2x+5$ ② $(f \circ g)(x)=2x+2$
 ③ $(f \circ g)(x)=x$ ④ $(f \circ g)(x)=-x+1$
 ⑤ $(f \circ g)(x)=3x-4$

07 세 함수 $f(x)=x+1$, $g(x)=3x-4$,
 $h(x)=x^2-2$ 에 대하여 $(h \circ (g \circ f))(1)$ 의 값을
 구하시오.

08 두 함수 $f(x)=x^2$, $g(x)=x+2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

- ① $(f \circ g)(x)=(x+2)^2$
 ② $(f \circ g)(x)=x^2+2$
 ③ $(f \circ g)(x)=(x-2)^2$
 ④ $(f \circ g)(x)=x^2-2$
 ⑤ $(f \circ g)(x)=-x^2+2$

09 $0 \leq x \leq 5$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음
 그림과 같을 때, $(f \circ f)(2)+(f \circ f \circ f)(5)$ 의 값은?



- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

10 함수 $f(x)=2x+3$ 에 대하여 $(g \circ f)(x)=x$ 를
 만족시키는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $g(x)=\frac{1}{2}x-1$ ② $g(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$
 ③ $g(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ ④ $g(x)=x-3$
 ⑤ $g(x)=2x+3$

11 함수 $f(x)=2x-3$ 에 대하여 $(g \circ f)(x)=x$ 를
 만족시키는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $g(x)=\frac{1}{2}x-1$ ② $g(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
 ③ $g(x)=\frac{1}{2}x+3$ ④ $g(x)=x-3$
 ⑤ $g(x)=2x+3$

- 12** 실수 전체의 집합에서 정의된
 함수 $f(x) = \begin{cases} (a-3)x+2 & (x \geq 0) \\ x+2 & (x < 0) \end{cases}$ 이 일대일대응이
 되도록 하는 a 의 범위가 $a > k$ 일 때, k^2 의 값을 구하시오.
 (단, a, k 는 상수이다.)

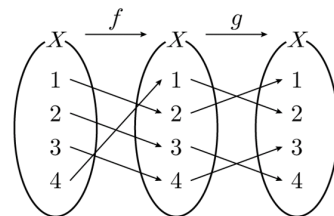
- 13** 두 집합 $X = \{x | x \geq 1\}$, $Y = \{y | y \geq -1\}$ 에
 대하여 $f: X \rightarrow Y$ 가 $f(x) = (x-a)^2 - 5$ 이고,
 일대일대응일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

- 14** 두 함수 $f(x) = 3x+1$, $h(x) = 9x-5$ 에서
 $(f \circ g)(x) = h(x)$ 를 만족시키는 함수 $g(x)$ 는?
- ① $g(x) = 3x-1$ ② $g(x) = 3x-2$
 ③ $g(x) = 3x+2$ ④ $g(x) = 6x-2$
 ⑤ $g(x) = 6x-5$

- 15** 두 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x+3$, $g(x) = -x^2-3$ 이 있다.
 모든 실수 x 에 대하여 함수 $h(x)$ 가
 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 를 만족시킬 때, $h(2)$ 의 값은?
- ① -20 ② -10 ③ 0
 ④ 10 ⑤ 20

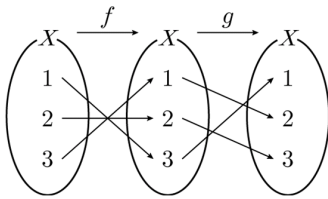
- 16** 세 함수 f, g, h 에 대하여
 $(h \circ g)(x) = -x+7$, $(h \circ g \circ f)(x) = \frac{1}{3}x+5$ 일 때,
 $f(12)$ 의 값을 구하시오.

- 17** 두 함수 f, g 가 다음 그림과 같을 때,
 $(g \circ f)^{-1}(2) + (f \circ g)^{-1}(2)$ 의 값을 구하시오.



- 18** 두 함수 f, g 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2, g^{-1}(2) = 3$ 일 때 $(f \circ g)^{-1}(1)$ 의 값을 구하시오.

- 19** 다음 그림과 같은 두 함수 f, g 에 대하여 $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3)$ 을 구하시오.



- 20** 두 함수 $f(x) = 4x + a, g(x) = -x + 30$ 이 $(f \circ g)(2) = -3$ 을 만족시킬 때, $(g \circ f^{-1})(1)$ 을 구하시오. (단, a 는 실수)

- 21** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f(2) = 6, f^{-1}(3) = -1$ 일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

- 22** 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$ 이고 $f(3x - 4) = g(x)$ 라 할 때, $g^{-1}(3)$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4
④ 3 ⑤ 2

- 23** 두 함수 $f(x) = 9x - 5, g(x) = 3x - 2$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(a) = 4$ 를 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오.

- 24** 두 함수 $f(x) = 3x - a$, $g(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = x - 2$ 일 때, $(g \circ f^{-1})(1)$ 의 값은?
 (단, a 는 상수이다.)

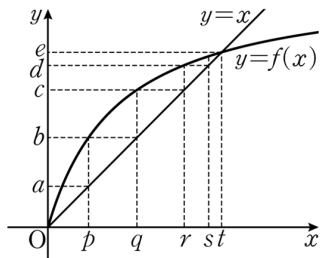
- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

- 25** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & (x \text{는 유리수}) \\ -x+2 & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$$

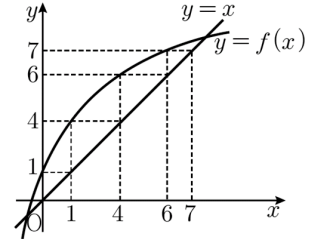
 일 때, $f(-1) + f(\sqrt{2}+3) = k$ 라 하자. 상수 k 에
 대하여 k^2 의 값을 구하시오.

- 26** 다음 그림은 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다.
 이를 이용하여 $(f \circ f)(x) = d$ 를 만족시키는 x 의 값은?

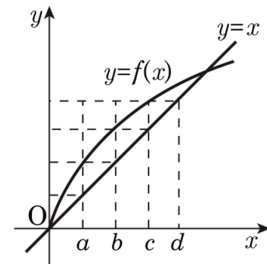


- ① p ② q ③ r
 ④ s ⑤ t

- 27** 두 함수 $y = f(x)$, $y = x$ 의 그래프가
 다음 그림과 같을 때, $f^{-1}(4)$ 의 값을 구하시오.



- 28** $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
 $b + f(b) + f^{-1}(b)$ 의 값은?



- ① b ② $b+d$ ③ $2b+c$
 ④ $b+c+d$ ⑤ $a+b+c$

- 29** 두 집합
 $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $Y = \{y \mid 0 \leq y \leq 3\}$
 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가
 일대일 대응일 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은?
 (단 $a < 0$)

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{7}{4}$ ③ -2
 ④ $-\frac{9}{4}$ ⑤ $-\frac{5}{2}$

30 두 집합 $X = \{x \mid x \geq 3\}$, $Y = \{y \mid y \geq 2\}$ 에 대하여
 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = x^2 - 6x - a$ 가
일대일대응일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는
상수이다.)

31 함수 $f(x) = ax + 6$ 에 대하여 $f = f^{-1}$ 가 성립할 때,
 $f(3)$ 을 구하시오. (단, a 는 실수)

32 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가
 $(f \circ f)(x) = x$, $f(2) = 3$ 을 만족할 때, $f(1)$ 의 값을
구하시오.

교과서_비상교육 - 공통수학2 (함수) 113~114p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
32문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 7	02 ②	03 -68
04 ③	05 49	06 ②
07 2	08 ①	09 ⑤
10 ②	11 ②	12 9
13 -1	14 ②	15 ①
16 -2	17 6	18 3
19 1	20 1	21 4
22 ⑤	23 11	24 ⑤
25 2	26 ②	27 1
28 ⑤	29 ④	30 6
31 3	32 1	

교과서_비상교육 - 공통수학2 (함수) 113~114p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
32문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 7

해설 $1^3 = 1$
즉, 나머지: 1
 $2^3 = 7 \times 1 + 1$
즉, 나머지: 1
 $3^3 = 27 = 7 \times 3 + 6$
즉, 나머지: 6
 $4^3 = 64 = 7 \times 9 + 1$
즉, 나머지: 1
 $5^3 = 125 = 7 \times 17 + 6$
즉, 나머지: 6
따라서 치역은 $\{1, 6\}$
 \therefore 치역의 모든 원소의 합은 7이다.

02 정답 ②

해설 ㄱ. 정의역과 공역이 같고, $f(1)=1$, $f(2)=2$,
 $f(3)=3$ 이므로 f 는 항등함수이다.
ㄴ. $g(1)=1$, $g(2)=1$, $g(3)=1$ 이므로 g 는
상수함수이다.
ㄷ. 일대일 대응인 것은 f , h 의 2개이다.

03 정답 -68

해설 $(f \circ f)(0) = f(f(0)) = f(-4) = -68$

04 정답 ③

해설 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 에서
 $g(1) = \sqrt{1+3} - 1 = 1$
 $f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$
 $\therefore (f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = 1$

05 정답 49

해설 $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(4) = 49$

06 정답 ②

해설 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
 $= f(2x - 1)$
 $= (2x - 1) + 3$
 $= 2x + 2$

07 정답 2

해설 $(h \circ (g \circ f))(1) = h(g(f(1)))$
 $= h(g(2))$
 $= h(2)$
 $= 2^2 - 2 = 2$

08 정답 ①

해설 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

09 정답 ⑤

해설 $(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(3) = 5$
 $(f \circ f \circ f)(5) = f(f(f(5))) = f(f(2))$
 $= f(3) = 5$
 $\therefore (f \circ f)(2) + (f \circ f \circ f)(5) = 5 + 5 = 10$

10 정답 ②

해설 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = x$ 이므로

$$f(x) = g^{-1}(x)$$

$$\therefore g(x) = f^{-1}(x)$$

즉, 함수 $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이므로

$y = 2x + 3$ 으로 놓고 x 에 대하여 정리하면

$$2x = y - 3$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}y - \frac{3}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\therefore g(x) = f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

11 정답 ②

해설 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = x$ 이므로

$$f(x) = g^{-1}(x)$$

$$\therefore g(x) = f^{-1}(x)$$

즉, 함수 $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이므로

$y = 2x - 3$ 으로 놓고 x 에 대하여 정리하면

$$2x = y + 3$$

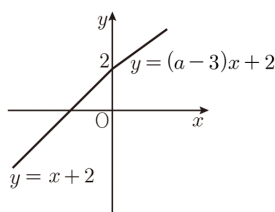
$$\therefore x = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$$\therefore g(x) = f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

12 정답 9

해설 함수 f 가 일대일대응이고 $x < 0$ 에서 직선 $y = x + 2$ 의 기울기가 양수이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



즉, $x \geq 0$ 에서 직선 $y = (a-3)x + 2$ 의 기울기도 양수이어야 하므로

$$a - 3 > 0$$

$$\therefore a > 3$$

따라서 $k = 3$ 이므로

$$k^2 = 9$$

13 정답 -1

해설 이차함수 $f(x) = (x-a)^2 - 5$ 의 정의역이

$$X = \{x \mid x \geq 1\} \text{ 이고}$$

이차함수 $f(x) = (x-a)^2 - 5$ 의 그래프의

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 함수 $f(x)$ 가

일대일대응이라면

$$a \leq 1$$

또, 공역이 $Y = \{y \mid y \geq -1\}$ 이므로 함수 $f(x)$ 가

일대일대응이라면 $f(1) = -1$ 이어야 한다.

$$f(1) = (1-a)^2 - 5$$

$$= a^2 - 2a - 4 = -1$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0, (a-3)(a+1) = 0$$

이때 $a \leq 1$ 이므로

$$a = -1$$

14 정답 ②

해설 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3g(x) + 1$

이때 $(f \circ g)(x) = h(x)$ 이므로

$$3g(x) + 1 = 9x - 5$$

$$3g(x) = 9x - 6$$

$$\therefore g(x) = 3x - 2$$

15 정답 ①

해설 $h(2) = k$ 라 하면 $f(h(2)) = g(2)$ 이므로

$$f(k) = -7$$

$$f(k) = \frac{1}{2}k + 3 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}k + 3 = -7 \quad \therefore k = -20$$

$$\therefore h(2) = -20$$

16 정답 -2

해설 $(h \circ g \circ f)(x) = ((h \circ g) \circ f)(x)$

$$= (h \circ g)(f(x))$$

$$= -f(x) + 7$$

따라서 $-f(x) + 7 = \frac{1}{3}x + 5$ 이므로

$$-f(x) = \frac{1}{3}x - 2$$

$$\therefore f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$$

$$\therefore f(12) = -\frac{1}{3} \cdot 12 + 2 = -2$$

17 정답 6

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } (g \circ f)^{-1}(2) &= (f^{-1} \circ g^{-1})(2) \\
 &= f^{-1}(g^{-1}(2)) \\
 &= f^{-1}(1) \\
 &= 4 \\
 (f \circ g)^{-1}(2) &= (g^{-1} \circ f^{-1})(2) \\
 &= g^{-1}(f^{-1}(2)) \\
 &= g^{-1}(1) \\
 &= 2 \\
 \therefore (g \circ f)^{-1}(2) + (f \circ g)^{-1}(2) &= 4 + 2 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

18 정답 3

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } (f \circ g)^{-1} &= g^{-1} \circ f^{-1} \text{이고} \\
 f^{-1}(1) &= 2, g^{-1}(2) = 3 \text{이므로} \\
 (f \circ g)^{-1}(1) &= (g^{-1} \circ f^{-1})(1) \\
 &= g^{-1}(f^{-1}(1)) \\
 &= g^{-1}(2) = 3
 \end{aligned}$$

19 정답 1

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } (f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3) &= f^{-1}(g^{-1}(f(3))) \\
 &= f^{-1}(g^{-1}(1)) \\
 &= f^{-1}(3) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

20 정답 1

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } (f \circ g)(2) &= f(g(2)) = f(1) = 4 + a = -3 \\
 \therefore a &= -7 \\
 f(x) &= 4x - 7 \text{에서 } f(2) = 1 \text{이므로 } f^{-1}(1) = 2 \\
 \therefore (g \circ f^{-1})(1) &= g(f^{-1}(1)) = g(2) = 1
 \end{aligned}$$

21 정답 4

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } f(2) &= 6 \text{에서 } 2a + b = 6 \quad \dots \text{㉠} \\
 f^{-1}(3) &= -1 \text{에서 } f(-1) = 3 \text{이므로} \\
 -a + b &= 3 \quad \dots \text{㉡} \\
 \text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a &= 1, b = 4 \\
 \therefore ab &= 4
 \end{aligned}$$

22 정답 ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } g^{-1}(3) &= k \text{ 라 하면 } g(k) = 3 \\
 \therefore f(3k - 4) &= g(k) = 3 \\
 f^{-1}(3) &= 3k - 4 = 2 \text{ 이므로 } k = 2 \\
 \therefore g^{-1}(3) &= 2
 \end{aligned}$$

23 정답 11

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } (f^{-1} \circ g)(a) &= f^{-1}(g(a)) = 4 \text{에서} \\
 f(4) &= g(a) \text{이므로} \\
 9 \cdot 4 - 5 &= 3a - 2, 3a = 33 \\
 \therefore a &= 11
 \end{aligned}$$

24 정답 ⑤

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
 &= 3\left(\frac{1}{3}x + 2\right) - a \\
 &= x + 6 - a \\
 \text{즉, } x + 6 - a &= x - 2 \text{이므로} \\
 6 - a &= -2 \\
 \therefore a &= 8 \\
 \text{따라서 } f(x) &= 3x - 8, f^{-1}(1) = k \text{라 하면} \\
 f(k) &= 1 \text{이므로} \\
 3k - 8 &= 1, 3k = 9 \\
 \therefore k &= 3 \\
 \therefore (g \circ f^{-1})(1) &= g(f^{-1}(1)) \\
 &= g(3) \\
 &= \frac{1}{3} \cdot 3 + 2 = 3
 \end{aligned}$$

25 정답 2

$$\begin{aligned}
 \text{해설 } f(-1) &= -2 + 3 = 1 \\
 f(\sqrt{2} + 3) &= -(\sqrt{2} + 3) + 2 = -\sqrt{2} - 1 \\
 \therefore f(-1) + f(\sqrt{2} + 3) &= -\sqrt{2} \\
 \text{따라서 } k &= -\sqrt{2} \text{이므로 } k^2 = 2
 \end{aligned}$$

26 정답 ②

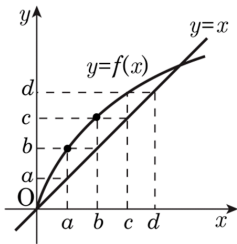
$$\begin{aligned}
 \text{해설 } (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = d \quad \dots \text{㉠} \\
 \text{이때 주어진 그래프에서 } f(r) &= d \text{이므로} \\
 \text{㉠에서 } f(x) &= r \\
 \therefore r = c \text{에서 } f(x) &= r = c \\
 \therefore x &= q
 \end{aligned}$$

27 정답 1

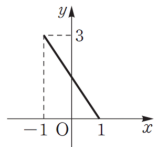
해설 $f^{-1}(4) = k$ 라 하면 $f(k) = 4$
 $\therefore k = 1$
 따라서 $f^{-1}(4) = 1$ 이다.

28 정답 ⑤

해설 다음 그림에서 $f(b) = c$, $f^{-1}(b) = a$ 이므로
 $b + f(b) + f^{-1}(b) = b + c + a$

**29** 정답 ④

해설 $a < 0$ 이고 $f(x) = ax + b$ 가 일대일 대응이므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



즉 $f(-1) = 3$, $f(1) = 0$ 이므로
 $-a + b = 3$, $a + b = 0$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}, b = \frac{3}{2} \quad \therefore ab = -\frac{9}{4}$$

30 정답 6

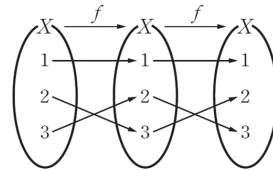
해설 $f(x) = x^2 - 6x - a = (x-3)^2 - 9 - a$ 이므로
 $x \geq 3$ 일 때 x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값도 증가한다.
 따라서 함수 f 가 일대일대응이 되려면 $f(3) = 2$ 이어야
 하므로 $9 - 18 - a = 2$
 $\therefore a = -11$
 즉, $f(x) = x^2 - 6x + 11$ 이므로 $f(5) = 6$

31 정답 3

해설 $f(3) = k$ 라고 하면 $f = f^{-1}$ 에 따라 $f(3) = k$,
 $f(k) = 3$ 이므로
 $3a + 6 = k$, $ak + 6 = 3$
 $a = \frac{k-6}{3}$ 을 $ak + 6 = 3$ 에 대입하면
 $\frac{k-6}{3} \cdot k = -3$
 $k^2 - 6k + 9 = 0$
 $\therefore k = 3$
 따라서 $f(3) = 3$

32 정답 1

해설 $(f \circ f)(x) = x$ 에서 함수 $f \circ f$ 는 항등함수이다.
 이때 $f(2) = 3$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 대응은
 다음과 같은 경우뿐이다.



$$\therefore f(1) = 1$$