

# 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

미분계수 ~ 접선의 방정식

실시일자	-
21문제 / DRE수학	

숙제

이름

- 01** 점  $(0, 2)$ 에서 곡선  $y = x^3 - 2x$ 에 그은 접선의 기울기는?

- ① -2      ② -1      ③ 1  
④ 2      ⑤ 4

- 02** 함수  $y = x^2 - x$ 의 구간  $[t, t+2]$ 에서의 평균변화율이 7일 때,  $t$ 의 값을 구하시오.

- 03** 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$ 에 대하여  $x = 1$ 에서  $x = a$ 까지의 평균변화율이 17일 때,  $a$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a > 1$ )

- 04** 다항식  $f(x)$ 가  $(x-2)^2$ 으로 나누어떨어질 때, 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오.

- 05** 함수  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x^2 & (x \geq 2) \\ ax - b & (x < 2) \end{cases}$ 가  $x = 2$ 에서 미분가능할 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은?

- ① 26      ② 28      ③ 30  
④ 32      ⑤ 34

- 06** [2017년 9월 고2 문과 25번 변형]  
두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + ax + b & (x < 1) \\ 4ax - 8 & (x \geq 1) \end{cases}$$

가  $x = 1$ 에서 미분가능할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.



# 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

미분계수 ~ 접선의 방정식

07

[2019년 11월 고2 문과 9번 변형]

함수  $f(x) = (2x+1)(3x^2 - 5x + a)$ 에 대하여  
 $f'(0) = 7$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 4      ② 5      ③ 6  
④ 7      ⑤ 8

08

함수  $f(x) = (2x^2 - 3)(x+1)(-3x+a)$ 에 대하여  
 $f'(1) = 41$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7  
④ 8      ⑤ 9

09

함수  $f(x) = x^3 - 6x + 7$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(2, 3)$ 에서의 접선이  $(a, 15)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{2}$       ② 3      ③  $\frac{7}{2}$   
④ 4      ⑤  $\frac{9}{2}$

10

곡선  $y = x^3 + ax + b$  위의 점  $(1, 0)$ 에서의 접선의 방정식이  $y = -x + 1$ 일 때, 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하시오.

11 곡선  $y = (x+2)(x^2 - 15)$  위의  $x = -2$ 인 점에서의 접선이 점  $(-3, a)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 10      ② 11      ③ 12  
④ 13      ⑤ 14

12

두 곡선  $y = x^3 + ax$ ,  $y = bx^2 + c$  가 점  $(1, 0)$ 을 지나고, 이 점에서 공통인 접선을 가질 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a, b, c$ 는 상수)

# 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

미분계수 ~ 접선의 방정식

**13** 두 곡선  $y = -x^3 + ax^2$ ,  $y = x^2 + 4$ 가

점  $(t, t^2 + 4)$ 에서 접할 때, 상수  $a, t$ 에 대하여  $a+t$ 의  
값은?

- ① -6      ② -3      ③ 0  
④ 3      ⑤ 6

**14** 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1) = 2$ ,  $f'(1) = 4$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(1) - f(x)}{x - 1}$ 의 값은?

- ① -1      ② -2      ③ -3  
④ -4      ⑤ -5

[2008년 11월 고3 이과 18번]

**15** 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+1)-8}{x^2-4} = 5$ 일 때,  
 $f(3) + f'(3)$ 의 값을 구하시오.

**16**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{12} + 5x + 4}{x + 1}$ 의 값을 구하시오.

**17**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 3x + 2}{x - 1} = 12$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의  
값은?

- ① 12      ② 13      ③ 14  
④ 15      ⑤ 16

**18** 다항함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점  $(1, 3)$ 에서의

접선의 기울기가 2이다.  $f(x)$ 를  $(x-1)^2$ 으로 나누었을  
때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(2)$ 의 값을 구하시오.

## 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

미분계수 ~ 접선의 방정식

- 19** 다항식  $x^{15} + ax + b$ 를  $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $3x+4$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $b-a$ 의 값을 구하시오.

- 20** 점 A(0, -16)에서 곡선  $y = x^2 - 4x$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 (a, b)이다. 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + 3b$ 의 값은?

- ① 12    ② 14    ③ 16    ④ 18    ⑤ 20

- 21** 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 P(3, 9)에서의 접선의 방정식이  $y = 6x - 9$ 이다. 이때  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3} \left\{ f\left(3 + \frac{1}{2n}\right) - f(3) \right\}$ 의 값을 구하시오.

# 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

미분계수 ~ 접선의 방정식

실시일자	-
21문제 / DRE수학	

**숙제**

이름

## 빠른정답

01 ③	02 3	03 2
04 0	05 ④	06 29
07 ③	08 ④	09 ④
10 – 12	11 ②	12 – 1
13 ⑤	14 ②	15 28
16 – 7	17 ④	18 5
19 30	20 ③	21 1



# 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

미분계수 ~ 접선의 방정식

실시일자	-
21문제 / DRE수학	

숙제

이름

## 01 정답 ③

해설  $f(x)=x^3-2x$ 로 놓으면

$$f'(x)=3x^2-2$$

접점의 좌표를  $(t, t^3-2t)$ 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는  $f'(t)=3t^2-2$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(t^3-2t)=(3t^2-2)(x-t)$$

$$\therefore y=(3t^2-2)x-2t^3$$

이 직선이 점  $(0, 2)$ 를 지나므로

$$-2t^3=2, t^3=-1$$

$$\therefore t=-1$$

따라서 구하는 접선의 기울기는

$$f'(-1)=1$$

## 02 정답 3

해설 함수  $f(x)=x^2-x$ 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(t+2)-f(t)}{(t+2)-t} \\ &= \frac{\{(t+2)^2-(t+2)\}-(t^2-t)}{(t+2)-t} \\ &= \frac{4t+2}{2} \\ &= 2t+1 \\ 2t+1 &= 7 \\ \therefore t &= 3\end{aligned}$$

## 03 정답 2

해설  $f(x)=x^3+3x^2+x-1$ 에서

$$\begin{aligned}\frac{\Delta f}{\Delta x} &= \frac{f(a)-f(1)}{a-1} \\ &= \frac{(a^3+3a^2+a-1)-4}{a-1} \\ &= \frac{a^3+3a^2+a-5}{a-1} \\ &= \frac{(a-1)(a^2+4a+5)}{a-1} \\ &= a^2+4a+5\end{aligned}$$

이때 평균변화율이 17이므로

$$a^2+4a+5=17$$

$$a^2+4a-12=0, (a+6)(a-2)=0$$

$$\therefore a=2 (\because a>1)$$

## 04 정답 0

해설 다항식  $f(x)$ 를  $(x-2)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라

하면 다항식  $f(x)$ 가  $(x-2)^2$ 으로 나누어떨어지므로

$$f(x)=(x-2)^2 Q(x)$$

$$f'(x)=2(x-2)Q(x)+(x-2)^2 Q'(x)$$

따라서 점  $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(2)=0$$



# 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

미분계수 ~ 접선의 방정식

## 05 정답 ④

**해설**  $f(x)$ 가  $x = 2$ 에서 미분가능하므로

미분계수  $f'(2)$ 가 존재해야 한다.

즉, 극한값  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$  가 존재해야 한다.

(i) 함수  $f(x)$ 가  $x = 2$ 에서 미분가능하므로

$x = 2$ 에서 연속이다.

$$\text{즉}, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (ax - b) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^3 - 2x^2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2$$

$$\text{에서 } 2a - b = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

(ii) 극한값  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$  가 존재하려면

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ax - 2a}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} a = \lim_{x \rightarrow 2^+} x^2$$

$$a = 4 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서  $a = 4, b = 8$ 이므로

$$ab = 32$$

## 06 정답 29

**해설** (i) 함수  $f(x)$ 가  $x = 1$ 에서 미분가능하므로

$x = 1$ 에서 연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \text{이므로}$$

$$4a - 8 = 3 + a + b$$

$$\therefore 3a - b = 11$$

(ii) 함수  $f(x)$ 가  $x = 1$ 에서 미분가능하므로

미분계수  $f'(1)$ 이 존재한다.

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\{3(1+h)^2 + a(1+h) + b\} - (4a - 8)}{h}$$

$$= 6 + a$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\{4a(1+h) - 8\} - (4a - 8)}{h}$$

$$= 4a$$

이때

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

이므로  $6 + a = 4a$ , 즉  $3a = 6, a = 2$

(i), (ii)에 의하여  $3a - b = 11, a = 2$ 이므로  $b = -5$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = 29$$

## 07 정답 ③

**해설** 함수  $f(x) = (2x+1)(3x^2 - 5x + a)$ 에서

$$f'(x) = 2(3x^2 - 5x + a) + (2x+1)(6x-5)$$

$$f'(0) = 2a + (-5) = 7$$

따라서  $a = 6$

## 08 정답 ④

**해설**  $f'(x) = (2x^2 - 3)'(x+1)(-3x+a)$

$$+ (2x^2 - 3)(x+1)'(-3x+a)$$

$$+ (2x^2 - 3)(x+1)(-3x+a)'$$

$$= 4x(x+1)(-3x+a)$$

$$+ (2x^2 - 3) \cdot 1 \cdot (-3x+a)$$

$$+ (2x^2 - 3)(x+1) \cdot (-3)$$

$$f'(1) = -15 + 7a = 41 \text{이므로 } 7a = 56$$

$$\therefore a = 8$$

## 09 정답 ④

**해설**  $f(x) = x^3 - 6x + 7$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 6$$

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기가

$$f'(2) = 12 - 6 = 6$$

이므로 접선의 방정식은

$$y - 3 = 6(x - 2)$$

$$\text{즉}, y = 6x - 9$$

이 접선이  $(a, 15)$ 를 지나므로

$$6a - 9 = 15$$

따라서  $a = 4$

## 10 정답 -12

**해설** 점  $(1, 0)$ 이 곡선  $y = x^3 + ax + b$  위의 점이므로

$$0 = 1 + a + b$$

$$\therefore a + b = -1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$f(x) = x^3 + ax + b$ 로 놓으면  $f'(x) = 3x^2 + a$ 이고,

점  $(1, 0)$ 에서의 접선의 기울기가  $-1$ 이므로

$$f'(1) = 3 + a = -1 \quad \therefore a = -4$$

$a = -4$ 를 ①에 대입하면

$$-4 + b = -1 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore ab = (-4) \cdot 3 = -12$$

# 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

미분계수 ~ 접선의 방정식

## 11 정답 ②

**해설**  $f(x) = (x+2)(x^2 - 15)$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x+2)'(x^2 - 15) + (x+2)(x^2 - 15)' \\ &= (x^2 - 15) + 2x(x+2) \\ &= 3x^2 + 4x - 15 \end{aligned}$$

즉, 곡선  $y = f(x)$  위의  $x = -2$ 인 점에서의 접선의 기울기는

$$f'(-2) = 12 - 8 - 15 = -11$$

$$\text{또, } f(-2) = (-2+2)(4-15) = 0$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - 0 = -11 \cdot (x + 2)$$

$$\therefore y = -11x - 22$$

이때 점  $(-3, a)$ 가 직선  $y = -11x - 22$  위의

점이므로

$$a = -11 \cdot (-3) - 22 = 11$$

## 12 정답 -1

**해설**  $f(x) = x^3 + ax$ ,  $g(x) = bx^2 + c$  라 하면 먼저 두 곡선이  $(1, 0)$ 을 지나므로

$$f(1) = 1 + a = 0, g(1) = b + c = 0$$

$$\therefore a = -1, b + c = 0$$

또한, 이 점에서 공통의 접선을 가진다고 했으므로  $x = 1$ 에서의 미분계수가 같아야 한다.

$$f'(x) = 3x^2 + a, g'(x) = 2bx$$

$$f'(1) = 3 + a, g'(1) = 2b$$

$$\therefore 3 + a = 2b$$

$$\therefore b = 1, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

## 13 정답 ⑤

**해설**  $f(x) = -x^3 + ax^2$ ,  $g(x) = x^2 + 4$ 로 놓으면

$$f'(x) = -3x^2 + 2ax, g'(x) = 2x$$

두 곡선  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 가 모두 점  $(t, t^2 + 4)$ 를 지나므로  $f(t) = g(t) = t^2 + 4$

$$-t^3 + at^2 = t^2 + 4 \quad \cdots \textcircled{1}$$

두 곡선의 접점  $(t, t^2 + 4)$ 에서의 접선의 기울기가 같으므로  $f'(t) = g'(t)$

$$-3t^2 + 2at = 2t$$

$$-3t + 2a = 2 \quad (\because \textcircled{1} \text{에서 } t \neq 0)$$

$$2a = 3t + 2$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}t + 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

\textcircled{2}을 \textcircled{1}에 대입하면

$$-t^3 + \left(\frac{3}{2}t + 1\right)t^2 = t^2 + 4$$

$$\frac{1}{2}t^3 = 4, t^3 = 8, t^3 - 8 = 0$$

$$(t-2)(t^2 + 2t + 4) = 0$$

$$\therefore t = 2$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } a = \frac{3}{2} \cdot 2 + 1 = 4$$

$$\therefore a + t = 4 + 2 = 6$$

## 14 정답 ②

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(1) - f(x)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(1) - f(1) + f(1) - f(x)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{(x-1)f(1)}{x-1} - \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \right\} \\ &= f(1) - f'(1) \\ &= 2 - 4 = -2 \end{aligned}$$

# 교과서 (수학 II) - 미래엔 106~107p\_대단원(접선의 방정식)

## 미분계수 ~ 접선의 방정식

### 15 정답 28

**해설**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+1)-8}{x^2-4} = 5$ 에서  
 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분모)  $\rightarrow 0$ 이므로  
(분자)  $\rightarrow 0$ 이어야 한다.  
즉,  $\lim_{x \rightarrow 2} \{f(x+1)-8\} = 0$ 이어야 하므로  
 $f(3)=8$   
 $x+1=t$ 로 놓으면  
 $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{f(t)-f(3)}{t^2-2t-3} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{f(t)-f(3)}{t-3} \times \lim_{t \rightarrow 3} \frac{1}{t+1}$   
 $= \frac{1}{4} f'(3) = 5$   
 $\therefore f'(3) = 20$   
 $\therefore f(3) + f'(3) = 28$

### 16 정답 -7

**해설**  $f(x) = x^{12} + 5x$ 로 놓으면  $f(-1) = -4$ 이므로  
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{10} + 5x + 4}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$   
 $= f'(-1)$   
 $f'(x) = 12x^{11} + 5$ 이므로  
 $f'(-1) = -7$

### 17 정답 ④

**해설**  $f(x) = x^n - 3x$ 로 놓으면  $f(1) = -2$ 이므로  
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$   
 $f'(x) = nx^{n-1} - 3$ 이므로  
 $f'(1) = n - 3$   
 $n - 3 = 12$ 에서  $n = 15$

### 18 정답 5

**해설**  $f(x)$ 를  $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ ,  
나머지를  $R(x) = ax + b$  ( $a, b$ 는 상수)라 하면  
 $f(x) = (x-1)^2 Q(x) + ax + b$  ... ①  
점 (1, 3)이 함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점이므로  
 $f(1) = 3 \quad \therefore a + b = 3$  ... ②  
①의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면  
 $f'(x) = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + a$   
점 (1, 3)에서의 접선의 기울기가 2이므로  $f'(1) = 2$   
 $\therefore a = 2$   
 $a = 2$ 를 ②에 대입하면  $b = 1$   
따라서  $R(x) = 2x + 1$ 이므로  
 $R(2) = 5$

### 19 정답 30

**해설** 다항식  $x^{15} + ax + b$ 를  $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의  
몫을  $Q(x)$ 라 하면  
 $x^{15} + ax + b = (x-1)^2 Q(x) + 3x + 4$  ... ①  
양변에  $x=1$ 을 대입하면  
 $1 + a + b = 7$   
 $\therefore a + b = 6$  ... ②  
①의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하면  
 $15x^{14} + a = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + 3$   
양변에  $x=1$ 을 대입하면  
 $15 + a = 3$   
 $\therefore a = -12$   
 $a = -12$ 를 ②에 대입하면  
 $b = 18$   
 $\therefore b - a = 30$

**20 정답 ③**

**해설**  $f(x) = x^2 - 4x$  로 놓으면

$f'(x) = 2x - 4$  과 접점의 좌표를  $(t, t^2 - 4t)$  라 하면

이 점에서의 접선의 기울기는

$f'(t) = 2t - 4$  이므로

접선의 방정식은

$$y - (t^2 - 4t) = (2t - 4)(x - t)$$

$$y = (2t - 4)x - t^2$$

이 직선이 점 A(0, -16) 을 지나므로

$$-16 = -t^2, t^2 = 16$$

$$t = -4 \text{ 또는 } t = 4$$

따라서 B(-4, 32), C(4, 0) 이므로

삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표는

$$\left( \frac{0 + (-4) + 4}{3}, \frac{-16 + 32 + 0}{3} \right),$$

즉  $\left(0, \frac{16}{3}\right)$  이다.

따라서  $a = 0, b = \frac{16}{3}$  이므로

$$a + 3b = 16$$

**21 정답 1**

**해설** 함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 P(3, 9)에서의 접선의 방정식이  $y = 6x - 9$  이므로

$$f'(3) = 6$$

$h = \frac{1}{2n}$  로 놓으면  $n \rightarrow \infty$  일 때  $h \rightarrow 0$  이므로

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3} \left\{ f\left(3 + \frac{1}{2n}\right) - f(3) \right\} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{6h} \\ &= \frac{1}{6} f'(3) \\ &= \frac{1}{6} \cdot 6 = 1 \end{aligned}$$