

		유형별 학습	이름
교과서_비상교육 - 공통수학2 26~28p(내분점-직방)			
선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리			

01 [2010년 11월 고1 3번]
두 점 $A(4, -3)$, $B(9, 7)$ 에 대하여 선분 AB 를
3 : 2로 내분하는 점의 좌표는?

- ① $(7, 3)$ ② $(7, 4)$ ③ $(13, 7)$
④ $(13, 15)$ ⑤ $(15, 2)$

02 두 점 $A(-3, -1)$, $B(1, 7)$ 에 대하여 선분 AB 를
1 : 3으로 내분하는 점이 직선 $y = ax + 5$ 위에 있을 때,
상수 a 의 값을 구하시오.

03 [2022년 9월 고1 5번/3점]
좌표평면 위의 두 점 $A(-4, 0)$, $B(5, 3)$ 에 대하여
선분 AB 를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표가 (a, b) 일 때,
 $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

04 좌표평면 위의 두 점 $A(4, 1)$, $B(-2, 5)$ 를
이은 선분 AB 를 3 : 1로 내분하는 점이
 $P(a, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

05 점 $(3, 2)$ 를 지나고 기울기가 -2 인 직선의 방정식을
 $y = ax + b$ 라 할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 6 ② 4 ③ 2
④ 0 ⑤ -2

06 두 점 $(3, 8)$, $(5, 16)$ 을 지나는 직선의 방정식을
 $ax + by - 4 = 0$ 이라고 할 때,
상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오.

07 점 $(2, -1)$ 을 지나고 직선 $y = 2x + 4$ 에 평행한 직선의 방정식은?

- ① $y = \frac{1}{2}x - 2$ ② $y = 2x - 5$
③ $y = -2x - 5$ ④ $y = 2x + 2$
⑤ $y = -2x + 5$

08 두 일차함수 $y = (2 - 3a)x - 2$ 와 $y = ax + 2$ 의 그래프가 서로 평행할 때, 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

09 점 $(2, 1)$ 을 지나고 직선 $x - 2y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = 2x + 5$ ② $y = -2x + 5$
③ $y = 2x - 5$ ④ $y = 5x + 2$
⑤ $y = 5x - 2$

10 점 $(1, 2)$ 를 지나고 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 과 평행한 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
③ $y = -2x + 2$ ④ $y = 2x - 5$
⑤ $y = 2x - \frac{5}{2}$

11 좌표평면 위의 점 $(2, 4)$ 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$
④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

12 점 $(-1, 2)$ 과 직선 $y = -4$ 사이의 거리를 구하시오.

13 두 점 $A(5, -1)$, $B(-3, 7)$ 에 대하여 선분 AB 를 $1:3$ 으로 내분하는 점을 P , 선분 AB 의 중점을 M 이라 할 때, 선분 PM 의 길이를 k 라 하자. k^2 의 값을 구하시오.

14 세 점 $A(3, a+1)$, $B(b+4, -5)$, $C(b-2, a-8)$ 에 대하여 선분 AB 를 $3:2$ 로 내분하는 점의 좌표가 $(6, 1)$ 일 때, 선분 BC 를 $1:2$ 로 내분하는 점의 좌표는 (p, q) 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

15 직선 $4x+5y=k$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

16 제3사분면을 지나지 않는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 15일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

17 두 직선 $x+2y+3=0$, $x+5y-11=0$ 의 교점을 지나고 직선 $x-y-4=0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- | | |
|----------------|----------------|
| ① $3x+3y+10=0$ | ② $3x+3y+20=0$ |
| ③ $3x+3y+23=0$ | ④ $5x+5y+18=0$ |
| ⑤ $5x+5y+23=0$ | |

18

[2019년 9월 고1 18번 변형]

0이 아닌 실수 m 에 대하여 직선 $l: y = \frac{1}{m}x + 3$ 위의

점 $A(a, 6)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B 라 하고,

점 B 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.

다음은 삼각형 OBH 가 m 의 값에 관계없이

이등변삼각형임을 보이는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)

점 $A(a, 6)$ 는 직선 $l: y = \frac{1}{m}x + 3$ 위의 점이므로

$$a = \boxed{\text{(가)}}$$

직선 BH 는 직선 l 에 수직이므로

$$\text{직선 BH의 방정식은 } y = -m(x - \boxed{\text{(가)}})$$

직선 l 과 직선 BH 가 만나는 점 H 의 좌표는

$$H\left(\frac{3m^3 - 3m}{\boxed{\text{(나)}}}, \frac{6m^2}{\boxed{\text{(나)}}}\right)$$

선분 OH 의 길이는

$$\sqrt{\left(\frac{3m^3 - 3m}{\boxed{\text{(나)}}}\right)^2 + \left(\frac{6m^2}{\boxed{\text{(나)}}}\right)^2}$$

$$= \frac{|3m|}{\boxed{\text{(나)}}} \sqrt{m^4 + \boxed{\text{(다)}} \cdot m^2 + 1}$$

$$= \boxed{\text{(가)}}|$$

즉, 선분 OH 의 길이와 선분 OB 의 길이가 서로 같다.

따라서 삼각형 OBH 는 m 의 값에 관계없이

이등변삼각형이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 하고,

(다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k) + g(k)$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

19

세 점 $A(1, 2)$, $B(2, -3)$, $C(4, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에 대하여 점 A 를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

$$\textcircled{1} y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{2} y = \frac{1}{2}x + 5$$

$$\textcircled{3} y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{4} y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{5} y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

20

직선 $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$ 과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = mx$ 가 이등분할 때, 상수 m 의 값은?

$$\textcircled{1} \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} 1$$

$$\textcircled{3} \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{4} 2$$

$$\textcircled{5} \frac{5}{2}$$

21

세 점 $A(3, 0)$, $B(0, 4)$, $C(-1, 2)$ 에 대하여 점 C 에서 직선 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 CH 의 길이는?

$$\textcircled{1} 1$$

$$\textcircled{2} \sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} 2$$

$$\textcircled{4} \sqrt{5}$$

$$\textcircled{5} 3$$

22 두 점 $A(3, 1)$, $B(a, b)$ 를 이은 선분 AB 의 연장선 위의 점 $C(7, 9)$ 에 대하여 $3\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 3$)

23 $A(4, 3)$ 인 정삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 B, C 를 직선 $y = -x + 1$ 이 지날 때, 이 정삼각형의 한 변의 길이는?

- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ 4
④ 5 ⑤ 6

24 두 점 $A(a, 4)$, $B(-3, b)$ 에 대하여 \overline{AB} 의 중점의 좌표가 $(2, 1)$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

25 세 점 $A(-1, 1)$, $B(-3, -2)$, $C(2, -1)$ 에 대하여 사각형 $ABCD$ 가 평행사변형이 되도록 D 의 좌표를 정하면?

- ① $(4, 2)$ ② $(2, 4)$
③ $(3, 5)$ ④ $(5, 3)$
⑤ $(1, -5)$

26 $A(0, 6)$, $B(6, -2)$, $C(7, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 평행사변형 $ABCD$ 의 꼭짓점 D 의 좌표를 구하면?

- ① $(1, 0)$ ② $(2, 1)$
③ $(3, -1)$ ④ $(-1, 2)$
⑤ $(1, 13)$

		유형별 학습	이름
교과서_비상교육 - 공통수학2 26~28p(내분점-직방) 선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리			

빠른정답

01 ①	02 2	03 ④
04 ③	05 ①	06 - 4
07 ②	08 ③	09 ②
10 ①	11 ④	12 6
13 8	14 3	15 20
16 30	17 ③	18 ③
19 ①	20 ①	21 ③
22 7	23 ②	24 ⑤
25 ①	26 ⑤	

		유형별 학습	이름
교과서_비상교육 - 공통수학2 26~28p(내분점-직방)			
선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리			

01 정답 ①

해설 선분의 내분점의 좌표를 구하기
 선분 AB를 3:2로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 9 + 2 \times 4}{3+2}, \frac{3 \times 7 + 2 \times (-3)}{3+2} \right) = (7, 3)$$

02 정답 2

해설 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \cdot 1 + 3 \cdot (-3)}{1+3}, \frac{1 \cdot 7 + 3 \cdot (-1)}{1+3} \right), \text{ 즉 } (-2, 1)$$

 이때 점 $(-2, 1)$ 이 직선 $y = ax + 5$ 위에 있으므로
 $1 = -2a + 5, 2a = 4$
 $\therefore a = 2$

03 정답 ④

해설 선분의 내분점 계산하기
 선분 AB를 2:1로 내분하는 점의 좌표가 (a, b) 이므로
 $a = \frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot (-4)}{2+1} = 2, b = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0}{2+1} = 2$
 $\therefore a + b = 2 + 2 = 4$

04 정답 ③

해설 점 P의 좌표가 (a, b) 이므로
 $a = \frac{3 \times (-2) + 1 \times 4}{3+1} = -\frac{1}{2}$
 $b = \frac{3 \times 5 + 1 \times 1}{3+1} = \frac{16}{4} = 4$
 $\therefore a + b = \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = \frac{7}{2}$

05 정답 ①

해설 점 $(3, 2)$ 를 지나고 기울기가 -2 인 직선의 방정식은
 $y - 2 = -2(x - 3)$
 $\therefore y = -2x + 8$
 따라서 $a = -2, b = 8$ 이므로
 $a + b = -2 + 8 = 6$

06 정답 -4

해설 두 점 $(3, 8), (5, 16)$ 을 지나는 직선의 방정식은
 $y - 8 = \frac{16-8}{5-3}(x-3)$
 $\therefore y = 4x - 4$
 즉, $4x - y - 4 = 0$ 이므로 $a = 4, b = -1$
 $\therefore ab = -4$

07 정답 ②

해설 $y = 2x + 4$ 에 평행한 직선의 기울기는 2이다.
 따라서 구하는 직선의 방정식은
 $y - (-1) = 2(x - 2)$
 $\therefore y = 2x - 5$

08 정답 ③

해설 기울기가 같고 y절편이 다르면 두 직선은 평행하다.
 두 그래프의 기울기가 같으므로 $2 - 3a = a$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$

09 정답 ②

해설 $x - 2y + 1 = 0, y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 이 직선과 수직이므로 기울기는 -2
 따라서 구하는 직선의 방정식은
 $y - 1 = -2(x - 2)$
 $\therefore y = -2x + 5$

10 정답 ①

해설 $x+2y-3=0$ 의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이므로

(1,2)를 지나는 직선의 방정식은

$$y-2=-\frac{1}{2}(x-1)$$

$$\therefore y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$$

11 정답 ④

해설 점 (2, 4)와 직선 $x+2y=0$ 사이의 거리 d 는

$$d=\frac{|1\cdot 2+2\cdot 4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=2\sqrt{5}$$

12 정답 6

해설 $|-4-2|=6$

13 정답 8

해설 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{1\cdot(-3)+3\cdot 5}{1+3}, \frac{1\cdot 7+3\cdot(-1)}{1+3}\right), \text{ 즉 } (3, 1)$$

점 M의 좌표는

$$\left(\frac{5+(-3)}{2}, \frac{-1+7}{2}\right), \text{ 즉 } (1, 3)$$

$$\therefore \overline{PM}=k=\sqrt{(3-1)^2+(1-3)^2}=\sqrt{8}$$

$$\therefore k^2=8$$

14 정답 3

$$\text{해설 } \frac{3\cdot(b+4)+2\cdot 3}{3+2}=6,$$

$$\frac{3\cdot(-5)+2\cdot(a+1)}{3+2}=1\text{이므로}$$

$$3b+12=24, 2a+2=20$$

$$\therefore a=9, b=4$$

$$\therefore B(8, -5), C(2, 1)$$

따라서 두 점 B(8, -5), C(2, 1)에 대하여 선분 BC를 1:2로 내분하는 점의 좌표가 (p, q)이므로

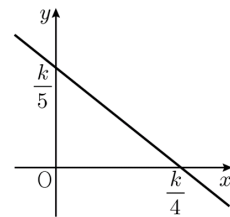
$$p=\frac{1\cdot 2+2\cdot 8}{1+2}=6, q=\frac{1\cdot 1+2\cdot(-5)}{1+2}=-3$$

$$\therefore p+q=3$$

15 정답 20

해설 $4x+5y=k$ 에서 x 절편은 $\frac{k}{4}$, y 절편은 $\frac{k}{5}$ 이다.

다음 그림에서 삼각형의 넓이가 10이므로



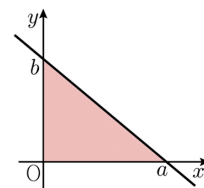
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{k}{4} \cdot \frac{k}{5} = 10, k^2 = 400$$

$$\therefore k=20 (\because k>0)$$

16 정답 30

해설 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 에서 x 절편은 a , y 절편은 b 이다.

이때 이 직선이 제3사분면을 지나지 않으므로 $a>0$, $b>0$ 이고 그래프는 다음 그림과 같다.



어두운 부분의 넓이가 15이므로

$$\frac{1}{2}ab=15$$

$$\therefore ab=30$$

17 정답 ③

해설 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은 $x+2y+3+k(x+5y-11)=0$ (단, k 는 실수)

$$\therefore (k+1)x+(5k+2)y-11k+3=0 \quad \dots \textcircled{1}$$

직선 ①과 직선 $x-y-4=0$ 이 서로 수직이므로

$$(k+1)\cdot 1+(5k+2)\cdot(-1)=0$$

$$-4k-1=0$$

$$\therefore k=-\frac{1}{4}$$

$k=-\frac{1}{4}$ 을 ①에 대입하여 정리하면

$$\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}y+\frac{23}{4}=0$$

$$\therefore 3x+3y+23=0$$

18 정답 ③

해설 점 A(a, 6)는 직선 $l: y = \frac{1}{m}x + 3$ 위의 점이므로

$$a = \boxed{3m}$$

직선 BH는 직선 l에 수직이므로

직선 BH의 방정식은 $y = -m(x - \boxed{3m})$

$$\frac{1}{m}x + 3 = -m(x - 3m)$$

직선 l과 직선 BH가 만나는 점 H의 좌표는

$$H\left(\frac{3m^3 - 3m}{m^2 + 1}, \frac{6m^2}{m^2 + 1}\right)$$

선분 OH의 길이는

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(\frac{3m^3 - 3m}{m^2 + 1}\right)^2 + \left(\frac{6m^2}{m^2 + 1}\right)^2} \\ &= \frac{|3m|}{m^2 + 1} \sqrt{m^4 + \boxed{2} \cdot m^2 + 1} \\ &= \boxed{3m} \end{aligned}$$

즉, 선분 OH의 길이와 선분 OB의 길이가 서로 같다.

따라서 삼각형 OBH는 m의 값에 관계없이
이등변삼각형이다.

즉, $f(m) = 3m$, $g(m) = m^2 + 1$, $k = 2$ 이므로
 $f(2) + g(2) = 6 + 5 = 11$

19 정답 ①

해설 점 A를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면 직선이
 \overline{BC} 의 중점을 지나야 한다.

\overline{BC} 의 중점은 $\left(\frac{2+4}{2}, \frac{-3+5}{2}\right)$, 즉 (3, 1)이므로

두 점 (1, 2), (3, 1)을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1-2}{3-1}(x-1)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

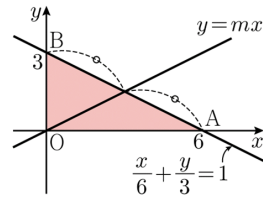
20 정답 ①

해설 직선 $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$ 과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라 하면

A(6, 0), B(0, 3)

다음 그림과 같이 직선 $y = mx$ 가 원점 O를 지나므로

삼각형 OAB의 넓이를 이등분하려면 \overline{AB} 의 중점을
지나야 한다.



\overline{AB} 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{6+0}{2}, \frac{0+3}{2}\right), \text{ 즉 } \left(3, \frac{3}{2}\right)$$

따라서 직선 $y = mx$ 가 점 $\left(3, \frac{3}{2}\right)$ 을 지나므로

$$\frac{3}{2} = 3m$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}$$

21 정답 ③

해설 직선 AB의 방정식은

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1, 4x + 3y = 12$$

$$\therefore 4x + 3y - 12 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

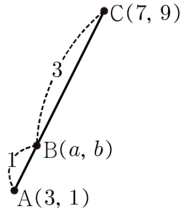
점 C에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H에 대하여 선분
CH의 길이는 직선 $\textcircled{1}$ 과 점 C 사이의 거리와 같으므로

$$\overline{CH} = \frac{|4 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

22 정답 7

해설 $3\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 3$

점 C는 \overline{AB} 의 연장선 위에 있고 $a > 0$ 이므로
세 점 A, B, C의 위치는 다음 그림과 같다.



점 B는 \overline{AC} 를 1:3으로 내분하는 점이므로

$$a = \frac{1 \cdot 7 + 3 \cdot 3}{1 + 3} = 4$$

$$b = \frac{1 \cdot 9 + 3 \cdot 1}{1 + 3} = 3$$

$$\therefore a + b = 7$$

23 정답 ②

해설 점 A(4, 3)과 직선 $x + y - 1 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4 + 3 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 3\sqrt{2}$$

정삼각형의 한 변의 길이를 a , 높이를 h 라고 하면

$$\frac{h}{a} = \sin 60^\circ \quad \text{곧, } a = \frac{2}{\sqrt{3}}h$$

이므로 한 변의 길이는

$$3\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

24 정답 ⑤

해설 선분 AB의 중점의 좌표가 (2, 1)이므로

$$\frac{a-3}{2} = 2, \quad \frac{4+b}{2} = 1$$

따라서 $a = 7, b = -2$ 이므로

$a + b$ 의 값은 5이다.

25 정답 ①

해설 D(a, b)라 두면 평행사변형의 성질로부터

대각선 \overline{AD} 의 중점과 \overline{BC} 의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

26 정답 ⑤

해설 "평행사변형의 대각선은 서로를 이등분한다."는 성질을 이용하자.

D(x, y)라 하면 \overline{AC} 의 중점 $\left(\frac{7}{2}, \frac{11}{2}\right)$ 과 \overline{BD} 의 중점

$\left(\frac{6+x}{2}, \frac{-2+y}{2}\right)$ 가 같다.

$$\text{즉 } 6+x=7, \quad -2+y=11$$

$$\therefore x=1, y=13$$