

# 마플시너지(2025) - 공통수학2 122~137p

집합의 개념과 표현 ~ 두 집합 사이의 포함관계

실시일자	-
41문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

**01** 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 작은 홀수의 집합
- ② 이태리 요리를 맛있게 만드는 사람들의 모임
- ③ 노래를 잘하는 사람들의 모임
- ④ 우리 반 학생 중에서 3월에 태어난 학생들의 모임
- ⑤ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임

**02** 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 50에 가까운 수의 모임
- ㉤ 유명한 축구 선수의 모임

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉡, ㉤
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

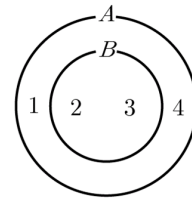
**03** 10보다 크고 20보다 작은 자연수 중에서 4의 배수의 집합을 A라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $10 \in A$
- ②  $14 \in A$
- ③  $16 \notin A$
- ④  $18 \notin A$
- ⑤  $20 \in A$

**04** 정수 전체의 집합을  $Z$ , 유리수 전체의 집합을  $Q$ , 실수 전체의 집합을  $R$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $\sqrt{16} \in Z$
- ②  $\sqrt{6} \notin Q$
- ③  $\frac{1}{3-i} \notin Q$
- ④  $\sqrt{3}-1 \in R$
- ⑤  $\frac{1+i}{1-i} \in R$

**05** 두 집합  $A, B$ 가 다음 벤다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ①  $2 \in B$
- ②  $4 \in A$
- ③  $\{1, 2, 3\} \not\subset B$
- ④  $\{4\} \not\subset A$
- ⑤  $\{2, 3\} \subset B$

**06** 집합  $A = \{\emptyset, 1, \{3, 5\}, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $\emptyset \subset A$                       ②  $1 \in A$   
 ③  $\{3, 5\} \in A$                   ④  $\{1, 5\} \subset A$   
 ⑤  $\{3\} \subset A$

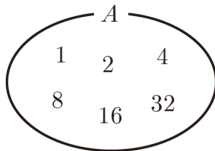
**07** 집합  $A = \{\emptyset, 1, 2, \{3, 4\}\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㉠.  $\{1\} \subset A$   
 ㉡.  $\{3, 4\} \not\subset A$   
 ㉢.  $\emptyset \subset A$   
 ㉣.  $\{\emptyset\} \not\subset A$   
 ㉤.  $\{\emptyset, 1, 2, \{3, 4\}\} \subset A$

- ① ㉠                                  ② ㉠, ㉡  
 ③ ㉠, ㉢, ㉤                      ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤  
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

**08** 다음 중 아래 그림과 같은 집합  $A$ 를 조건제시법으로 나타낸 것은?



- ①  $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 양의 약수}\}$   
 ②  $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 양의 약수}\}$   
 ③  $A = \{x \mid x \text{는 } 32 \text{의 양의 약수}\}$   
 ④  $A = \{x \mid x \text{는 } 32 \text{ 이하의 } 4 \text{의 양의 배수}\}$   
 ⑤  $A = \{x \mid x \text{는 } 32 \text{ 이하의 } 8 \text{의 양의 배수}\}$

**09** 다음 중 집합

$A = \{x \mid x = 2^a \cdot 3^b, a, b \text{는 음이 아닌 정수}\}$   
 의 원소가 아닌 것은?

- ① 8                                  ② 9                                  ③ 12  
 ④ 18                                ⑤ 20

**10** 집합  $\{9, 18, 27, 36, 45\}$ 를 조건제시법으로 나타내면  $\{x \mid x \text{는 } \square \text{보다 작은 } 9 \text{의 양의 배수}\}$ 이다. 이때  $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수의 개수를 구하시오.

**11** 집합  $A = \{x \mid x = i^{n+2} - i^n, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 집합  $B = \{x_1^2 + x_2^2 \mid x_1 \in A, x_2 \in A\}$ 일 때, 집합  $B$ 의 원소의 개수를 구하시오. (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

**12** 다음 중 유한집합인 것은?

- ①  $\{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$
- ②  $\{x|x \text{는 음의 정수}\}$
- ③  $\{x|x^2 < 0 \text{인 실수}\}$
- ④  $\{x|x \text{는 } 100 \text{보다 큰 홀수}\}$
- ⑤  $\{x|x \text{는 } 5 \text{로 나누어떨어지는 자연수}\}$

**13** 다음 집합 중에서 무한집합인 것을 모두 고르면?

- ①  $\{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$
- ②  $\{x|x \text{는 } 100 \text{이하의 홀수}\}$
- ③  $\{x|x \text{는 } x \geq 5 \text{인 수}\}$
- ④  $\{x|x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 분수}\}$
- ⑤  $\{x|x \text{는 } 6 < x < 7 \text{인 자연수}\}$

**14** 두 집합  $A = \{x|x \text{는 } 25 \text{미만인 } 5 \text{의 배수}\}$ ,  
 $B = \{x|x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$  일 때,  
 $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하시오.

**15** 집합  $A = \{a, \emptyset, \{a\}, \{a, \emptyset\}\}$ 에 대하여  
 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $\{a\} \in A$
- ②  $\{\emptyset\} \subset A$
- ③  $\{a, \emptyset\} \subset A$
- ④  $\{a, \emptyset\} \in A$
- ⑤  $n(A) = 5$

**16** 두 집합  $A = \{1, 2, a\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여  
 집합  $X = \{x+y|x \in A, y \in B\}$ 라 할 때,  
 $n(X) = 11$ 이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최댓값을  
 구하시오.

**17** 두 집합  $A = \{x|x^2 + 3x + 3 = 0, x \text{는 실수}\}$ ,  
 $B = \{x|x^2 - 2kx + 5k = 0, x \text{는 실수}\}$ 에 대하여  
 $n(A) = n(B)$ 가 되도록 하는 정수  $k$ 의 개수는?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

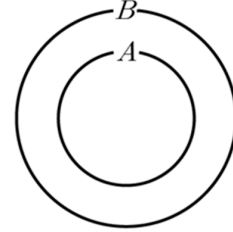
**18** 집합  $A = \{x \mid (k-8)x^2 - 6x + k = 0, x \text{는 실수}\}$ 에 대하여  $n(A)=1$ 이 되게 하는 모든 상수  $k$ 의 값의 합은?

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
④ 16                      ⑤ 18

**19** 세 집합  
 $A = \{0, 1, 2\}$ ,  
 $B = \{x - y \mid x \in A, y \in A\}$ ,  
 $C = \{-2x + y \mid x \in A, y \in A\}$   
 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ①  $A \subset B \subset C$                       ②  $A \subset C \subset B$   
 ③  $B \subset A \subset C$                       ④  $B \subset C \subset A$   
 ⑤  $C \subset B \subset A$

**20** 다음 중 두 집합  $A, B$  사이의 포함 관계가 아래 벤다이어그램과 같은 것은?



- ①  $A = \{\emptyset\}, B = \emptyset$   
 ②  $A = \{3, 6, 9, \dots\}, B = \{6, 12, 18, \dots\}$   
 ③  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  
 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$   
 ④  $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$ ,  
 $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$   
 ⑤  $A = \{x \mid x = 2n - 1, n \text{은 자연수}\}$ ,  
 $B = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 양의 약수}\}$

**21** 두 집합  $A = \{3x + 1 \mid x \text{는 } 4 \text{ 이하의 자연수}\}$ ,  
 $B = \{4, 7, a + 1, b\}$ 에 대하여  $A \subset B$ 이고  
 $B \subset A$ 이다. 이때 상수  $a, b$ 에 대하여  $a - b$ 의 값을  
 구하시오. (단,  $a > b$ )

- 22** 두 집합  $A = \{-1, 4, a^2 - a\}$ ,  $B = \{2a, a - 3, 2\}$ 에 대하여  $A = B$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

- 23** 두 집합  $A = \{a^2 + 2a, 4, 9\}$ ,  
 $B = \{3, 1 - a, -3a\}$ 에 대하여  $A \subset B$ 이고  
 $B \subset A$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① -3                      ② -2                      ③ -1  
 ④ 0                        ⑤ 1

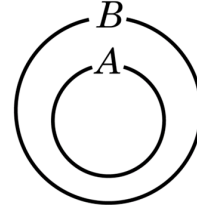
- 24** 두 집합  $A = \{a + 3, a^2 - 6\}$ ,  $B = \{3, 9 - a\}$ 에 대하여  
 $A = B$ 일 때,  $a$ 의 값은?

- ① -3                      ② -1                      ③ 0  
 ④ 1                        ⑤ 3

- 25** 두 집합  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, a - 1, 4a - 1\}$ 에  
 대하여  $A \subset B$ 가 성립하도록 하는 모든 자연수  $a$ 의 값의  
 합은?

- ① 5                      ② 6                      ③ 7  
 ④ 8                      ⑤ 9

- 26** 두 집합  
 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ ,  
 $B = \{x | x \text{는 } b \text{의 배수}\}$ 의 관계가 다음의 벤  
 다이어그램과 같을 때,  $b$ 의 값으로 가능한 모든 자연수의  
 합을 구하시오. (단,  $1 < b < 12$ )



- 27** 두 집합  $A = \{x | (x - 3)(x + a) = 0\}$ ,  
 $B = \{-6, 3\}$ 에 대하여  $A \subset B$ 를 만족시키는  
 양수  $a$ 값을 구하시오.

- 28 자연수  $n$ 에 대하여 자연수 전체 집합의 부분집합  $A_n$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$A_n = \{x \mid x \text{는 } \sqrt{n} \text{ 이하의 홀수}\}$$

$A_n \subset A_{81}$ 을 만족시키는  $n$ 의 최댓값을 구하시오.

- 29 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 양의 약수}\}$ 의 진부분집합을  $X$ 라 하자. 집합  $X$ 의 모든 원소의 합을  $S(X)$ 라 할 때,  $S(X)$ 의 최댓값을 구하시오.

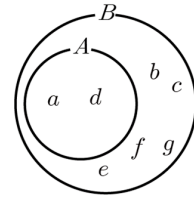
- 30 다음 중 진부분집합의 개수가 15인 것은?

- ①  $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 양의 약수}\}$
- ②  $\{a, b, c\}$
- ③  $\{x \mid x \text{는 } 3 < x < 8 \text{인 자연수}\}$
- ④  $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수인 자연수}\}$
- ⑤  $\{x \mid x \text{는 } 15 \text{이하의 } 3 \text{의 양의 배수}\}$

- 31 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } k \text{이하의 자연수, } k \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 3, 5를 반드시 원소로 갖고, 2, 7을 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수가 32일 때,  $k$ 의 값은?

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

- 32 다음 그림과 같은 벤다이어그램의 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $A \subset X \subset B$ 를 만족시키는 집합  $X$  중에서  $f$ 를 원소로 갖지 않는 집합의 개수는?



- ① 2
- ② 4
- ③ 8
- ④ 12
- ⑤ 16

- 33 [2015년 9월 고2 이과 23번/3점]  
전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때,  $A \subset X \subset B$ 를 만족시키는 집합  $X$ 의 개수를 구하시오.

34 집합  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합의 개수를 구하시오.

35 집합  $A = \{5x + 1 \mid x \text{는 } 4 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 11 또는 21을 원소로 갖는 집합의 개수는?

- ① 10                      ② 12                      ③ 14
- ④ 16                      ⑤ 18

36 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 진부분집합 중 홀수를 1개 이상 포함하는 집합의 개수를 구하시오.

37 [2019년 10월 고3 문과 25번 변형]  
전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의  
부분집합  $A$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$m$ 이 집합  $A$ 의 원소이면  $m^4$ 의 일의 자릿수와  
 $n^4$ 의 일의 자릿수가 같아지는  $m$ 이 아닌 모든  
자연수  $n$ 이 집합  $A$ 에 존재한다.

예를 들면, 2가 집합  $A$ 의 원소이면  $2^4$ 의 일의 자릿수와  
 $8^4$ 의 일의 자릿수가 같으므로 8도 집합  $A$ 의 원소이다.  
공집합이 아닌 집합  $A$ 의 개수를 구하시오.

38 집합  $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ 의 부분집합을 각각  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{16}$ 이라 하고,  $B_1$ 의 원소의 총합을  $a_1$ ,  $B_2$ 의  
원소의 총합을  $a_2, \dots, B_{16}$ 의 원소의 총합을  $a_{16}$ 이라 할  
때,  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{16}$ 의 값은?

- ① 16                      ② 18                      ③ 20
- ④ 22                      ⑤ 24

39 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합  $X$ 의  
모든 원소의 합을  $S(X)$ 라 하자.  $2 \notin X, 4 \in X,$   
 $8 \notin X$ 인 모든  $X$ 에 대하여  $S(X)$ 의 합은?

- ① 456                      ② 464                      ③ 472
- ④ 480                      ⑤ 488

**40** 집합  $U = \{1, 2, 3, x, 7, 9\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 부분집합을 각각  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 이라 하고, 집합  $A_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ )의 모든 원소의 합을  $s_k$ 라 하자.  
 $s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n = 150$ 일 때,  $x$ 의 값을 구하시오.

**41** 집합  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 의 공집합이 아닌 서로 다른 15개의 부분집합을 각각  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{15}$ 라 하고,  $A_1$ 의 원소 중에서 최소인 원소를  $a_1$ ,  $A_2$ 의 원소 중에서 최소인 원소를  $a_2$ , ...,  $A_{15}$ 의 원소 중에서 최소인 원소를  $a_{15}$ 라 할 때,  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}$ 의 값을 구하시오.

# 마플시너지(2025) - 공통수학2 122~137p

집합의 개념과 표현 ~ 두 집합 사이의 포함관계

실시일자	-
41문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

## 빠른정답

01 ④, ⑤	02 ①	03 ④
04 ⑤	05 ④	06 ⑤
07 ④	08 ③	09 ⑤
10 9	11 3	12 ③
13 ①, ③, ④		14 4
15 ⑤	16 8	17 ①
18 ④	19 ①	20 ④
21 2	22 2	23 ①
24 ⑤	25 ①	26 15
27 6	28 120	29 59
30 ③	31 ②	32 ⑤
33 8	34 32	35 ②
36 55	37 3	38 ①
39 ④	40 8	41 37

# 마플시너지(2025) - 공통수학2 122~137p

집합의 개념과 표현 ~ 두 집합 사이의 포함관계

실시일자	-
41문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

### 01 정답 ④, ⑤

**해설** '작은', '맛있게', '잘하는' 등은 어떤 기준이 없어서 그 대상을 분명히 구별할 수 없으므로 집합이 아니다.

### 02 정답 ①

**해설** ㉠ '가까운'이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.  
㉡ '유명한'이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

### 03 정답 ④

**해설** 집합 A의 원소는 12, 16이므로 옳은 것은 ④이다.

### 04 정답 ⑤

**해설** ①  $\sqrt{16} = 4$ 이므로  $\sqrt{16} \in \mathbb{Z}$   
②, ④  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{3}-1$ 은 모두 무리수이므로  
 $\sqrt{6} \notin \mathbb{Q}$ ,  $\sqrt{3}-1 \in \mathbb{R}$   
③, ⑤  $\frac{1}{3-i} = \frac{3+i}{10}$ ,  $\frac{1+i}{1-i} = i$ 에서 두 수는 모두  
허수이므로  $\frac{1}{3-i} \notin \mathbb{Q}$ ,  $\frac{1+i}{1-i} \notin \mathbb{R}$

### 05 정답 ④

**해설**  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3\}$   
④  $\{4\} \subset A$

### 06 정답 ⑤

**해설** ① 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로  $\emptyset \subset A$   
② 1은 집합 A의 원소이므로  $1 \in A$   
③  $\{3, 5\}$ 는 집합 A의 원소이므로  $\{3, 5\} \in A$   
④ 1, 5는 집합 A의 원소이므로 집합  $\{1, 5\}$ 는 A의 부분집합이다.  
 $\therefore \{1, 5\} \subset A$   
⑤  $\{3, 5\}$ 는 집합 A의 원소이지만 3은 집합 A의 원소가 아니므로  $\{3\}$ 은 A의 부분집합이 아니다.  
 $\therefore \{3\} \not\subset A$

### 07 정답 ④

**해설** 르.  $\emptyset \in A$ 이므로  $\{\emptyset\} \subset A$  (거짓)

### 08 정답 ③

**해설** ①  $A = \{1, 2, 4, 8\}$   
②  $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$   
③  $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$   
④  $A = \{4, 8, 12, 16, 32\}$   
⑤  $A = \{8, 16, 24, 32\}$

### 09 정답 ⑤

**해설** ①  $8 = 2^3 \cdot 3^0$                       ②  $9 = 2^0 \cdot 3^2$   
③  $12 = 2^2 \cdot 3^1$                       ④  $18 = 2^1 \cdot 3^2$   
⑤  $20 = 2^2 \cdot 5^1$

### 10 정답 9

**해설** ☐ 보다 작은 9의 양의 배수가 9, 18, 27, 36, 45이므로  
☐ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 46, 47, 48, 49, 50,  
51, 52, 53, 54의 9개이다.

## 11 정답 3

**해설**  $A = \{2i, -2i, 2, -2\}$ 이고  $x \in A$ 이면  
 $x^2 = 4$  또는  $x^2 = -4$ 이므로  
 $B = \{x_1^2 + x_2^2 \mid x_1 \in A, x_2 \in A\} = \{-8, 0, 8\}$   
 따라서 집합  $B$ 의 원소의 개수는 3이다.

## 12 정답 ③

**해설** ① 무한집합  
 ②  $\{-1, -2, -3, \dots\}$ 이므로 무한집합  
 ③  $\emptyset$ 이므로 유한집합  
 ④  $\{101, 103, 105, \dots\}$ 이므로 무한집합  
 ⑤  $\{5, 10, 15, \dots\}$ 이므로 무한집합

## 13 정답 ①, ③, ④

**해설** ①  $\{5, 10, 15, 20, \dots\}$  무한집합  
 ②  $\{1, 3, 5, 7, \dots, 97, 99\}$  유한집합  
 ③  $\{5, 6, 7, 8, \dots\}$  무한집합  
 ④  $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$  무한집합  
 ⑤ 공집합

## 14 정답 4

**해설**  $A = \{5, 10, 15, 20\}$ ,  $B = \emptyset$ 이므로  
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

## 15 정답 ⑤

**해설** ⑤ 집합  $A$ 의 원소는  $a, \emptyset, \{a\}, \{a, \emptyset\}$ 의 4개이므로  
 $n(A) = 4$  (거짓)

## 16 정답 8

**해설**

$x \backslash y$	2	4	6	8
1	3	5	7	9
2	4	6	8	10
$a$	$a+2$	$a+4$	$a+6$	$a+8$

$x \in A, y \in B$ 인  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값을 구하면  
 위 표와 같으므로  
 $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, a+2, a+4, a+6, a+8$   
 이때  $n(X) = 11$ 이 되려면  $a+2, a+4, a+6, a+8$  중  
 하나만  $3, 4, 5, \dots, 10$  중 하나와 같아야 한다.  
 한편  $a$ 는 자연수이므로  
 $3 \leq a+2 < a+4 < a+6 < a+8$   
 즉,  $a+2$ 만  $3, 4, 5, \dots, 9$  중 하나와 같아야 하므로  
 $3 \leq a+2 \leq 10, a+4 > 10$   
 $\therefore 6 < a \leq 8$   
 따라서 자연수  $a$ 의 최댓값은 8이다.

## 17 정답 ①

**해설** 이차방정식  $x^2 + 3x + 3 = 0$ 의 판별식을  $D_1$ 이라 하면  
 $D_1 = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3 < 0$   
 따라서 이차방정식  $x^2 + 3x + 3 = 0$ 은 실근을 갖지  
 않는다.  
 $\therefore n(A) = 0$   
 이때  $n(A) = n(B)$ 가 되려면  $n(B) = 0$ 이어야 하므로  
 이차방정식  $x^2 - 2kx + 5k = 0$ 은 실근을 갖지 않아야  
 한다.  
 이차방정식  $x^2 - 2kx + 5k = 0$ 의 판별식을  $D_2$ 라 하면  
 $\frac{D_2}{4} = (-k)^2 - 5k < 0$   
 $k(k-5) < 0$   
 $\therefore 0 < k < 5$   
 따라서 정수  $k$ 는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

## 18 정답 ④

**해설**  $n(A)=1$ 이 되게 하려면

방정식  $(k-8)x^2-6x+k=0$ 을 만족시키는  $x$ 의 값이 한 개이어야 한다.

(i)  $k=8$ 일 때,

주어진 방정식은  $-6x+8=0$ , 즉  $x=\frac{4}{3}$ 이므로

조건을 만족시킨다.

(ii)  $k \neq 8$ 일 때,

주어진 이차방정식이 중근을 가져야 하므로

이차방정식  $(k-8)x^2-6x+k=0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$\frac{D}{4}=(-3)^2-k(k-8)=0, k^2-8k-9=0$$

이때  $k$ 에 대한 이차방정식  $k^2-8k-9=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합은 8이다.

(i), (ii)에 의하여 모든 상수  $k$ 의 값의 합은

$$8+8=16$$

## 19 정답 ①

**해설**  $x \in A, y \in A$ 인  $x, y$ 에 대하여  $x-y, -2x+y$ 의 값을 구하면 각각 다음 [표 1], [표 2]와 같다.

$\begin{smallmatrix} y \\ x \end{smallmatrix}$	0	1	2
0	0	-1	-2
1	1	0	-1
2	2	1	0

[표 1]

$$B=\{-2, -1, 0, 1, 2\},$$

$$C=\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\} \text{이므로}$$

$$A \subset B \subset C$$

$\begin{smallmatrix} y \\ x \end{smallmatrix}$	0	1	2
0	0	1	2
1	-2	-1	0
2	-4	-3	-2

[표 2]

## 20 정답 ④

**해설** 주어진 벤다이어그램에서 두 집합  $A, B$  사이의 포함 관계는  $A \subset B$ 이다.

①  $B \subset A$

②  $B \subset A$

③  $B=\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

$$A \not\subset B, B \not\subset A$$

④  $A=\{1, 2, 3, 4\}, B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로

$$A \subset B$$

⑤  $A=\{1, 3, 5, \dots\}, B=\{1, 5, 25\}$ 이므로

$$B \subset A$$

따라서  $A \subset B$ 가 성립하는 것은 ④이다.

## 21 정답 2

**해설**  $A=\{4, 7, 10, 13\}$

$A \subset B$ 이고  $B \subset A$ 이면  $A=B$ 이므로

$$a+1=10, b=13 \text{ 또는 } a+1=13, b=10$$

$$\therefore a=9, b=13 \text{ 또는 } a=12, b=10$$

이때  $a > b$ 이므로

$$a=12, b=10$$

$$\therefore a-b=2$$

## 22 정답 2

**해설**  $2 \in B$ 이므로  $2 \in A$ 이다.

$$\text{즉, } a^2-a=2, a^2-a-2=0$$

$$(a+1)(a-2)=0$$

$$\therefore a=-1 \text{ 또는 } a=2$$

(i)  $a=-1$ 일 때,

$$A=\{-1, 2, 4\}, B=\{-4, -2, 2\} \text{이므로}$$

$$A \neq B$$

(ii)  $a=2$ 일 때,

$$A=\{-1, 2, 4\}, B=\{-1, 2, 4\} \text{이므로 } A=B$$

따라서 구하는 상수  $a$ 의 값은 2이다.

## 23 정답 ①

**해설**  $A \subset B$ 이고  $B \subset A$ 이므로  $A=B$

$$A=B \text{이므로 } 3 \in A, \text{ 즉 } a^2+2a=3$$

$$a^2+2a-3=0, (a-1)(a+3)=0$$

$$\therefore a=1 \text{ 또는 } a=-3$$

(i)  $a=1$ 일 때,

$$A=\{3, 4, 9\}, B=\{-3, 0, 3\}$$

$$\therefore A \neq B$$

(ii)  $a=-3$ 일 때,

$$A=\{3, 4, 9\}, B=\{3, 4, 9\}$$

$$\therefore A=B$$

(i), (ii)에 의하여  $a=-3$

## 24 정답 ⑤

**해설**  $A = B$ 이므로  
 $a + 3 = 3$  또는  $a^2 - 6 = 3$   
 $\therefore a = -3$  또는  $a = 0$  또는  $a = 3$   
 (i)  $a = -3$ 일 때  
 $A = \{0, 3\}, B = \{3, 12\}$ 이므로  $A \neq B$   
 (ii)  $a = 0$ 일 때  
 $A = \{-6, 3\}, B = \{3, 9\}$ 이므로  $A \neq B$   
 (iii)  $a = 3$ 일 때  
 $A = \{3, 6\}, B = \{3, 6\}$ 이므로  $A = B$   
 따라서  $a = 3$ 이다.

## 25 정답 ①

**해설**  $A \subset B$ 가 성립하려면  $3 \in B$ 이어야 하므로  
 $a - 1 = 3$  또는  $4a - 1 = 3$   
 $\therefore a = 4$  또는  $a = 1$   
 따라서 구하는  $a$ 의 값의 합은  
 $4 + 1 = 5$

## 26 정답 15

**해설** 12의 약수가  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 이 약수의 배수의  
 집합이 12의 배수의 집합을 포함한다. 문제의 조건이  
 $1 < b < 12$ 이므로  $b = 2, 3, 4, 6$ 이고 합은 15이다.

## 27 정답 6

**해설**  $(x - 3)(x + a) = 0$ 에서  $x = 3$  또는  $x = -a$   
 즉,  $A$ 는 3,  $-a$ 를 원소로 갖는다.  
 이때  $A \subset B$ 이려면  $-a \in B$ 이어야 하므로  
 $a = 6$  ( $\because a > 0$ )

## 28 정답 120

**해설**  $A_{81} = \{x \mid x \text{는 } \sqrt{81} \text{ 이하의 홀수}\}$ 에서  
 $\sqrt{81} = 9$ 이므로  
 $A_{81} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 $A_n = \{x \mid x \text{는 } \sqrt{n} \text{ 이하의 홀수}\}$ 에서  $A_n \subset A_{81}$ 을  
 만족시키려면  $\sqrt{n} < 11$ 이어야 한다.  
 이때  $n$ 은 자연수이므로  
 $1 \leq \sqrt{n} < 11$   
 $\therefore 1 \leq n < 121$   
 따라서 자연수  $n$ 의 최댓값은 120이다.

## 29 정답 59

**해설**  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$   
 1을 제외한  $A$ 의 모든 원소가  $X$ 의 원소일 때  
 $S(X)$ 의 값이 최대이므로 구하는 최댓값은  
 $2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 24 = 59$

## 30 정답 ③

**해설** ①  $2^2 - 1 = 3$   
 ②  $2^3 - 1 = 7$   
 ③  $2^4 - 1 = 15$   
 ④  $2^5 - 1 = 31$   
 ⑤  $2^5 - 1 = 31$

## 31 정답 ②

**해설**  $n(A) = k$ 이므로 3, 5를 반드시 원소로 갖고 2, 7을  
 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는  
 $2^{k-2-2} = 32 = 2^5$   
 $k - 4 = 5 \quad \therefore k = 9$

## 32 정답 ⑤

**해설** 집합  $X$ 의 개수는  $B$ 의 부분집합 중에서  $a, d$ 를 반드시  
 원소로 갖고  $f$ 를 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수와  
 같으므로  $2^{7-2-1} = 2^4 = 16$

## 33 정답 8

**해설** 집합의 포함관계 이해하기  
 $\{1, 2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로  
 조건을 만족시키는 집합  $X$ 의 개수는  $2^3 = 8$

## 34 정답 32

**해설**  $2^5 = 32$

### 35 정답 ②

**해설** 집합  $A$ 의 부분집합 중에서  
11 또는 21을 원소로 갖는 집합은  
 $A = \{6, 11, 16, 21\}$ 의 부분집합 중에서  
집합  $\{6, 16\}$ 의 부분집합을 제외한 것과 같으므로  
그 개수는  
 $2^4 - 2^2 = 16 - 4 = 12$

### 36 정답 55

**해설** 집합  $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 의 진부분집합 중에서  
원소가 모두 짝수인 집합  $\{6, 12, 18\}$ 의 부분집합을  
제외하면 되므로 구하는 집합의 개수는  
 $(2^6 - 1) - 2^3 = 64 - 1 - 8$   
 $= 55(\text{개})$

### 37 정답 3

**해설** 전체집합  $U$ 의 원소 중에서  
네제공하여 일의 자릿수가 1인 원소는 1, 3, 7, 9이고,  
네제공하여 일의 자릿수가 6인 원소는 2, 4, 6, 8,  
네제공하여 일의 자릿수가 5인 원소는 5이다.  
집합  $A$ 는 조건을 만족하는  $m$ 이 아닌 자연수를 포함해야  
하므로 5는 집합  $A$ 의 원소가 될 수 없다.  
(i)  $n(A) = 4$ 인 경우  
 $\{1, 3, 7, 9\}, \{2, 4, 6, 8\}$ 의 2개  
(ii)  $n(A) = 8$ 인 경우  
 $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 의 1개  
따라서 조건을 만족시키는 집합  $A$ 의 개수는 3

### 38 정답 ①

**해설** 집합  $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ 의 부분집합 중에서  
-1을 반드시 포함하는 집합은 8개,  
0을 반드시 포함하는 집합은 8개,  
1을 반드시 포함하는 집합은 8개,  
2를 반드시 포함하는 집합은 8개이므로  
구하는 원소의 총합은  
 $8(-1 + 0 + 1 + 2) = 16$

### 39 정답 ④

**해설**  $2 \notin X, 4 \in X, 8 \notin X$ 인 집합  $X$ 의 개수는  
 $2^{8-1-1-1} = 2^5 = 32$   
한편, 32개의 집합 중에서 1을 반드시 원소로 갖는 집합의  
개수는  $1 \in X, 2 \notin X, 4 \in X, 8 \notin X$ 인 집합의 개수와  
같으므로  
 $2^{8-1-3} = 2^4 = 16$   
마찬가지로 3, 5, 6, 7을 각각 원소로 갖는 집합의 개수도  
16이므로  $S(X)$ 의 합은  
 $32 \cdot 4 + 16(1 + 3 + 5 + 6 + 7) = 480$

### 40 정답 8

**해설** 집합  $U = \{1, 2, 3, x, 7, 9\}$ 의 부분집합 중  
원소의 개수가 2인 부분집합은  
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, x\}, \{1, 7\}, \{1, 9\}, \{2, 3\},$   
 $\{2, x\}, \{2, 7\}, \{2, 9\}, \{3, x\}, \{3, 7\}, \{3, 9\},$   
 $\{x, 7\}, \{x, 9\}, \{7, 9\}$ 로 15개다.  
 $\therefore n = 15$   
집합  $U$ 의 부분집합 중 1을 포함하고 원소의 개수가 2인  
부분집합의 개수는 5이다.  
마찬가지로 2, 3,  $x$ , 7, 9를 각각 포함하는 원소의 개수가  
2인 부분집합의 개수도 5이므로  
 $s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n = 5 \cdot (1 + 2 + 3 + x + 7 + 9)$   
 $5(x + 22) = 150$   
 $\therefore x = 8$

### 41 정답 37

**해설** 집합  $A$ 의 공집합이 아닌 부분집합의 원소 중에서 최소인  
원소는 1, 3, 5, 7 중 하나이다.  
(i) 최소인 원소가 1인 집합은 1을 반드시 원소로 갖는  
부분집합이므로 그 개수는  
 $2^{4-1} = 2^3 = 8$   
(ii) 최소인 원소가 3인 집합은 3을 반드시 원소로 갖고  
1을 원소로 갖지 않는 부분집합이므로 그 개수는  
 $2^{4-1-1} = 2^2 = 4$   
(iii) 최소인 원소가 5인 집합은 5를 반드시 원소로 갖고 1,  
3을 원소로 갖지 않는 부분집합이므로 그 개수는  
 $2^{4-1-2} = 2^1 = 2$   
(iv) 최소인 원소가 7인 집합은  $\{7\}$ 의 1개이다.  
(i) ~ (iv)에 의하여  
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}$   
 $= 1 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 7 \cdot 1 = 37$