

실시일자	-	숙제	이름
63문제 / DRE수학			

교과서_미래엔 – 공통수학2 27,41,55,57~58p_

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 좌표평면 위의 점 $(4, 2)$ 와 직선 $3x + 4y = 0$ 사이의 거리는?

- ① 2
- ② $2\sqrt{2}$
- ③ 4
- ④ $4\sqrt{2}$
- ⑤ 8

02 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 2y + k = 0$ 이 원을 나타내도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k < -2$
- ② $k < -1$
- ③ $k > -2$
- ④ $k < 2$
- ⑤ $k > 1$

03 다음의 x, y 에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 않는 것은?

- ① $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$
- ② $x^2 + y^2 + 2x = 0$
- ③ $x^2 + y^2 - 2y = 0$
- ④ $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$
- ⑤ $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$

04 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, 7)$, $B(6, 8)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 가 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

05 점 $A(1, 2)$ 와 $B(-1, -2)$ 를 두 개의 꼭짓점으로 하는 정삼각형의 다른 꼭짓점 C 의 좌표는?

- ① $C(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ 또는 $C(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$
- ② $C(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 또는 $C(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$
- ③ $C(2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 또는 $C(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$
- ④ $C(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 또는 $C(\sqrt{3}, \sqrt{3})$
- ⑤ $C(-2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 또는 $C(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

06 좌표평면 위의 세 점 $A(5, 3)$, $B(a, -5)$, $C(9, b)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 $G(4, -3)$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.



07

$\triangle ABC$ 의 꼭짓점이 $A(4, -1)$, $B(3, -2)$ 이고
무게중심이 $(4, 2)$ 일 때, 꼭짓점 C 의 좌표는?

- | | | |
|----------|----------|-----------|
| ① (8, 9) | ② (5, 9) | ③ (8, 10) |
| ④ (6, 7) | ⑤ (7, 5) | |

08

다음 두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을
구하시오.

$$2x - y + 3 = 0, 2x - y + k = 0$$

09

두 직선 $x + 3y + 1 = 0$, $x + 3y + k = 0$ 사이의 거리가
 $2\sqrt{10}$ 이 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오.

10

두 직선 $2x - y + 2 = 0$, $mx - y - m + 1 = 0$ 의
좌표평면의 제2사분면 위에서 만나도록 하는 실수 m 의
값의 범위가 $\alpha < m < \beta$ 일 때, $\alpha + 4\beta$ 의 값은?

- | | | |
|------|------|-----|
| ① -3 | ② -1 | ③ 0 |
| ④ 1 | ⑤ 3 | |

11

직선 $(m+1)x + y - (2-2m) = 0$ 이 제3사분면을
지나지 않도록 하는 정수 m 의 개수를 구하시오.

12

점 $(-4, 1)$ 을 x 축의 방향으로 9만큼, y 축의 방향으로
-3만큼, 평행이동한 점이 직선 $y = ax - 17$ 위에 있을
때, 실수 a 의 값을 구하시오.

- 13** 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-2)$ 에 의하여 점 $(-1, 3)$ 이 직선 $y = kx - 2$ 위의 점으로 옮겨질 때, 상수 k 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

- 14** [2018년 9월 고1 7번/3점]
직선 $y = ax - 6$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선이 점 $(2, 4)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

- 15** 점 $A(-4, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오.

- 16** 원 $x^2 + y^2 + kx - 6y + 9 = 0$ 을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동 한 원은 직선 $y = 2x$ 에 대하여 둘레의 길이가 이등분된다고 한다. 이때 상수 k 의 값을 구하시오.

- 17** 두 점 $A(-5, 2), B(a, b)$ 에 대하여 선분 AB 를 $2:3$ 으로 내분하는 점이 x 축 위에 있고, 선분 BA 를 $3:5$ 로 내분하는 점이 y 축 위에 있다. $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

- 18** 점 $(2, a), (b, 3)$ 을 이은 선분을 $2:1$ 로 내분하는 점의 좌표가 $(b-1, a+6)$ 일 때, a, b 의 값은?

- ① $a = -6, b = 5$
② $a = 6, b = -5$
③ $a = -6, b = 3$
④ $a = 5, b = 3$
⑤ $a = 3, b = 5$

- 19** 직선 $4x - 3y + 7 = 0$ 과 평행하고 점 $(3, 1)$ 을 지나는
직선이 점 $\left(\frac{3}{2}, k\right)$ 를 지날 때, k 의 값을 구하시오.

- 20** 직선 $x + ay + 2 = 0$ 이 직선 $2x - by + 2 = 0$ 과는
수직이고 직선 $x - (b-3)y - 2 = 0$ 과는 평행할 때,
상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

- 21** 직선 $ax + 5y + 1 = 0$ 이 직선 $9x + (a+4)y - 7 = 0$ 에
평행하고 직선 $(a+3)x - 8y + 4 = 0$ 에 수직일 때,
상수 a 의 값을 구하시오.

- 22** 직선 $ax + 4y = 3$ 이 직선 $3x + 2y = 1$ 과 평행하고
직선 $2x + by + 1 = 0$ 과 수직이다. 이때 상수 a, b 에
대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

- 23** 중심이 x 축 위에 있고 두 점 $(3, 2), (-1, -2)$ 을
지나는 원의 반지름의 길이는?

- ① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3
④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

- 24** 직선 $y = 2x - 1$ 가 원 $x^2 + y^2 - 6x - 2ay + 18 = 0$ 의
중심을 지날 때, 실수 a 의 값을 구하시오.

- 25** 좌표평면 위의 세 점 $A(-1, -1)$, $B(3, -1)$, $C(2, 1)$ 을 지나는 원이 있다. 이 원의 중심의 좌표를 (p, q) 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

- 26** 세 점 $P(-1, 4)$, $Q(3, 6)$, $R(0, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 외접원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 - x - 2y - 3 = 0$
 ② $x^2 + y^2 + 2x - 1y - 10 = 0$
 ③ $x^2 + y^2 - 4x - 5y - 8 = 0$
 ④ $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$
 ⑤ $x^2 + y^2 - 6x - 5y - 20 = 0$

- 27** 직선 $4x + y - 2 = 0$ 에 평행하고 원 $x^2 + y^2 = 17$ 에 접하는 직선이 점 $(2, k)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오. (단, $k > 0$ 이다.)

- 28** 원 $x^2 + y^2 = 45$ 에 접하고, 직선 $y = -2x + 3$ 과 평행한 두 직선이 y 축과 만나는 점을 각각 P , Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이는?

- ① 10 ② 12 ③ 20
 ④ 26 ⑤ 30

- 29** 직선 $kx - y + k + 2 = 0$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 직선의 방정식이 $4x - y + 3 = 0$ 일 때, $k+m$ 의 값은?
 (단, k 는 상수이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

- 30** 직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 다시 $y = 2x - 3$ 의 그래프가 되었다. 이때 $\frac{b}{a}$ 의 값은?
 (단, $a \neq 0$)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

- 31** 원 $(x-3)^2 + (y-a)^2 = 36$ 을 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 원이 x 축에 접할 때, 상수 a 의 값은?
(단, $a > 0$ 이다.)

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

- 32** 원 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 8$ 을
원 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 8$ 로 옮기는 평행이동에 의하여
점 $(-4, 2)$ 가 옮겨지는 점의 좌표는?

- ① $(-7, 11)$ ② $(-8, 10)$ ③ $(-9, 9)$
④ $(-10, 8)$ ⑤ $(-11, 7)$

- 33** [2021년 9월 고1 9번 변형]
좌표평면 위의 점 $(a, 2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A라 하자. 점 A를 y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가 $(b, 5)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

- 34** 원 $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 20 = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 직선 $4x + y - k = 0$ 위에 있을 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

- ① -11 ② -10 ③ -9
④ -8 ⑤ -7

- 35** 두 점 A(1, 4), B(5, -2)를 잇는 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 직선 $y = 3x + a$ 위에 있을 때, 상수 a 의 값은?

- 36** 두 점 A(2, k), B($2k$, 7)에 대하여 선분 AB를 $k:1$ 로 내분하는 점이 직선 $y = 2x$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하시오.

- 37** 두 직선 $2x - y + 3 = 0$, $-x - 2y + 5 = 0$ 의 교점과 점 $(-2, 5)$ 를 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.

- 38** 두 직선 $3x - 4y + 3 = 0$, $4x - 3y - 2 = 0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선이 점 $(-1, a)$ 를 지날 때, 모든 상수 a 의 값의 곱은?

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} - \frac{34}{7} & \textcircled{2} - 5 & \textcircled{3} - \frac{36}{7} \\ \textcircled{4} - \frac{37}{7} & \textcircled{5} - \frac{38}{7} & \end{array}$$

- 39** 방정식 $x^2 + y^2 - 4kx - 2y + k^2 - 11k + 1 = 0$ 이 반지름의 길이가 2 이하인 원을 나타낼 때, 다음 중 실수 k 의 값이 될 수 있는 것은?

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} - \frac{25}{6} & \textcircled{2} - \frac{23}{6} & \textcircled{3} - \frac{11}{3} \\ \textcircled{4} - \frac{1}{6} & \textcircled{5} \frac{7}{6} & \end{array}$$

- 40** 점 $(-1, 2)$ 를 지나고 x 축과 y 축에 동시에 접하는 원의 방정식을 구하면?

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } \\ \quad (x+5)^2 + (y-5)^2 = 25 \\ \textcircled{2} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 2 \text{ 또는 } \\ \quad (x+4)^2 + (y-4)^2 = 16 \\ \textcircled{3} (x-3)^2 + (y-3)^2 = 3 \text{ 또는 } \\ \quad (x+3)^2 + (y-3)^2 = 9 \\ \textcircled{4} (x-4)^2 + (y-4)^2 = 4 \text{ 또는 } \\ \quad (x+2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ \textcircled{5} (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5 \text{ 또는 } \\ \quad (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1 \end{array}$$

- 41** 원 $x^2 + y^2 - 2kx - 2ky + 4k - 4 = 0$ 이 x 축, y 축에 동시에 접할 때, 상수 k 의 값은?

$$\textcircled{1} 1 \textcircled{2} 2 \textcircled{3} 3 \textcircled{4} 4 \textcircled{5} 5$$

42 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $3x + 4y + 10 = 0$ 과의
최소거리와 최대거리의 합을 구하시오.

43 원 $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 10 = 0$ 위의 점 P와
직선 $3x - 3y - 12 = 0$ 사이의 거리가 정수인 점 P의
개수를 구하시오.

44 [2019년 11월 고1 14번/4점]
좌표평면 위의 점 $(2, -4)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 20$ 에 그은
두 접선이 각각 y축과 만나는 점의 좌표를
 $(0, a), (0, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

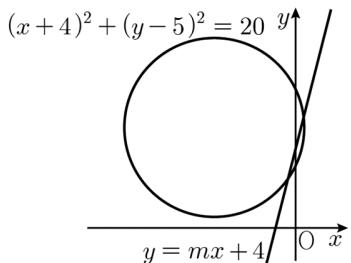
- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

45 점 $(1, a)$ 에서 원 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$ 에 그은 두
접선이 서로 수직일 때, 모든 a의 값의 합을 구하시오.

46 원 $x^2 + y^2 - 6x + 4y - k = 0$ 이 y축과 만나는 두 점을
A, B라 할 때, $\overline{AB} = 8$ 을 만족시키는 상수 k의 값을
구하시오.

47

다음 그림은 원 $(x+4)^2 + (y-5)^2 = 20$ 과
직선 $y = mx + 4$ 를 좌표평면 위에 나타낸 것이다.
원과 직선의 두 교점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의
길이가 $2\sqrt{3}$ 이 되도록 하는 상수 m의 값은?



- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$
 ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

49

직선 $x + 7y - 9 = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
직선을 l 이라 할 때, 직선 l 과 원 $(x-2)^2 + y^2 = 9$ 의
교점의 개수를 구하시오.

50

원 $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한
원의 넓이를 직선 $y = -x + k$ 가 이등분 할 때, 상수 k 의
값을 구하시오.

48

직선 $l : y = ax + 4$ 를 x 축의 방향으로 5만큼, y 축의
방향으로 -2 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여
대칭이동한 직선을 l' 이라 하자. 두 직선 l , l' 이 y 축 위의
점에서 만날 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

51

직선 $3x + y + a = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선이
원 $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 10$ 과 만나지 않을 때,
자연수 a 의 최솟값을 구하시오.

52

두 직선 $x+2y-1=0$, $2x+y+1=0$ 이 이루는 각의 이등분선의 방정식이 $ax+by+c=0$ 일 때, 상수 a , b , c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?
(단, $a > 0$, $c \neq 0$ 이고, a , b , c 는 서로소이다.)

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

53

[2023년 3월 고2 9번/3점]
원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $(a, 4\sqrt{3})$ 에서의 접선의 방정식이 $x - \sqrt{3}y + b = 0$ 일 때, $a + b + r$ 의 값은?
(단, r 는 양수이고, a , b 는 상수이다.)

- ① 17 ② 18 ③ 19
④ 20 ⑤ 21

55

직선 $3x - 4y + 1 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선은 원 $(x-a)^2 + (y-2)^2 = 16$ 의 넓이를 이등분한다. 이때 상수 a 의 값을 구하시오.

56

원 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원을 C , 직선 $x+my+2=0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l 이라 하자. 직선 l 이 원 C 의 넓이를 이등분할 때, 상수 m 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

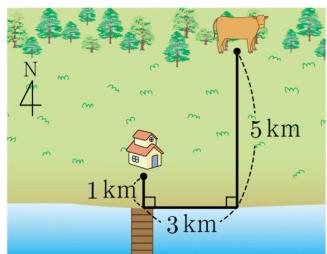
54

원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$ 위의 점 $(3, 0)$ 에서의 접선의 방정식은 $ax + by = 3$ 이다. 이때 $a - b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

57

철수의 집은 다리로부터 정북으로 1km 떨어져 있고, 시냇물이 정동에서 정서로 다리를 관통해서 흐르고 있다. 지금 철수는 다리에서 정동으로 3km, 정북으로 5km 떨어진 곳에서 소에게 물을 먹이고 있다. 이때 철수가 시냇물로 가서 소에게 물을 먹이고 집으로 가는 최단 거리는?



- ① 5km ② 6km ③ $3\sqrt{5}$ km
 ④ $5\sqrt{3}$ km ⑤ $4\sqrt{5}$ km

58

좌표평면 위의 네 점 $A(1, 2)$, $P(0, b)$, $Q(a, 0)$, $B(5, 1)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오.

59

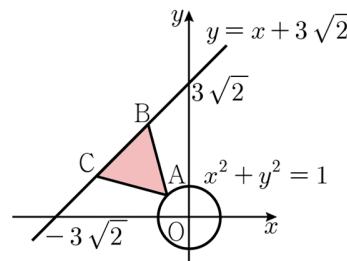
원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(2, -1)$ 에서의 접선이 원 $x^2 + y^2 - 6x - 4y + a = 0$ 과 접할 때, 실수 a 의 값을 구하시오.

60

원 $x^2 + y^2 = 100$ 위의 점 $(8, 6)$ 에서의 접선이 원 $(x+3)^2 + (y-9)^2 = k$ 에 접할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

61

다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 A와 직선 $y = x + 3\sqrt{2}$ 위의 두 점 B, C를 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 넓이의 최솟값과 최댓값의 비는 $p : q$ 일 때, $9(q-p)$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)



62 원 $x^2 + y^2 = 16$ 위의 점 P와

두 점 A(-12, 0), B(0, 5)에 대하여 삼각형 PAB의
넓이의 최댓값을 구하시오.

63 포물선 $y = -x^2 - 9x$ 를 x 축의 방향으로 6만큼,

y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 직선 $y = ax$ 와
두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ의 중점이 (1, 1)일 때,
상수 a 의 값을 구하시오.

실시일자	-	숙제	이름
63문제 / DRE수학			

교과서_미래엔 – 공통수학2 27,41,55,57~58p_

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

빠른정답

01 ③	02 ④	03 ①
04 ②	05 ③	06 53
07 ②	08 8	09 2
10 ④	11 3	12 3
13 ①	14 ①	15 21
16 – 12	17 ③	18 ①
19 – 1	20 ③	21 5
22 3	23 ②	24 5
25 ①	26 ④	27 9
28 ⑤	29 ④	30 ④
31 ③	32 ③	33 ③
34 7	35 ①	36 1
37 $\frac{35}{12}$	38 ③	39 ②
40 ①	41 ②	42 4
43 16	44 ③	45 – 4
46 12	47 ⑤	48 $\frac{6}{5}$
49 2	50 – 1	51 2
52 ①	53 ④	54 ⑤
55 3	56 ①	57 ③
58 45	59 $\frac{64}{5}$	60 49
61 27	62 56	63 1



실시일자	-	숙제	이름
63문제 / DRE수학			

교과서_미래엔 – 공통수학2 27,41,55,57~58p_

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 정답 ③

해설 점 $(4, 2)$ 와 직선 $3x + 4y = 0$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|3 \cdot 4 + 4 \cdot 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$$

02 정답 ④

해설 $x^2 + y^2 - 2x + 2y + k = 0$ 에서

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) = 2 - k$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y+1)^2 = 2 - k$$

따라서 주어진 방정식이 원을 나타내려면

$2 - k > 0$ 이어야 하므로

$$k < 2$$

03 정답 ①

해설 ① $(x-1)^2 + y^2 = 0$

② $(x+1)^2 + y^2 = 1$

③ $x^2 + (y-1)^2 = 1$

④ $x^2 + (y+1)^2 = 2$

⑤ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$

04 정답 ②

해설 $\overline{OA}^2 = a^2 + 7^2 = a^2 + 49$,

$\overline{OB}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$,

$\overline{AB}^2 = (6-a)^2 + (8-7)^2 = a^2 - 12a + 37$ 이고,

$\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2$ 이므로

$100 = (a^2 + 49) + (a^2 - 12a + 37)$

$a^2 - 6a - 7 = 0$, $(a+1)(a-7)=0$

$\therefore a = -1$ 또는 $a = 7$

따라서 모든 a 의 값의 합은 6이다.

05 정답 ③

해설 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

점 C 의 좌표를 (x, y) 라 하면, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서

$$\sqrt{(1+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 + 2x + y^2 + 4y = 15 \quad \dots \textcircled{①}$$

$\overline{AB} = \overline{CA}$ 에서

$$\sqrt{(1+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 - 2x + y^2 - 4y = 15 \quad \dots \textcircled{②}$$

$\textcircled{①} - \textcircled{②}$ 에서 $x + 2y = 0$

$$\therefore x = -2y$$

이것을 $\textcircled{①}$ 에 대입하면 $4y^2 - 4y + y^2 + 4y = 15$

$$\therefore y^2 = 3$$

$$\therefore y = \pm \sqrt{3}$$

따라서 $x = \mp 2\sqrt{3}$ (복호동순)이므로

$$C(2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$$
 또는 $C(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$

06 정답 53

해설 세 꼭짓점의 좌표가 $A(5, 3)$, $B(a, -5)$, $C(9, b)$ 인

$\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는

$$G\left(\frac{5+a+9}{3}, \frac{3+(-5)+b}{3}\right)$$
 이다.

$G(4, -3)$ 이므로

$$\frac{5+a+9}{3} = 4, \frac{3+(-5)+b}{3} = -3$$

$$a+14=12, (-2)+b=-9$$

$$\therefore a=-2, b=-7$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 53$$



07 정답 ②

해설 $C(a, b)$ 라 하면,

$$\text{무게중심은 } \left(\frac{4+3+a}{3}, \frac{-1-2+b}{3} \right) = (4, 2) \text{이므로}$$

$$a=5, b=9$$

$$\therefore C=(5, 9)$$

08 정답 8

해설 직선 $2x - y + 3 = 0$ 위의 한 점 $(1, 5)$ 에서

직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 5 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|-3 + k|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$|-3 + k| = 5$$

$$\therefore k = 8 (\because k \text{는 양수})$$

09 정답 2

해설 두 직선이 평행하므로 직선 $x + 3y + 1 = 0$ 위의 한 점

$(-1, 0)$ 과 직선 $x + 3y + k = 0$ 사이의 거리가

$$2\sqrt{10}$$
 이다.

$$\frac{|-1 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = 2\sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$|k - 1| = 20, k - 1 = \pm 20$$

$$\therefore k = 21 \text{ 또는 } k = -19$$

따라서 모든 실수 k 의 값의 합은

$$21 + (-19) = 2$$

10 정답 ④

해설 직선 $mx - y - m + 1 = 0$, 즉 $y = m(x - 1) + 1$ 은

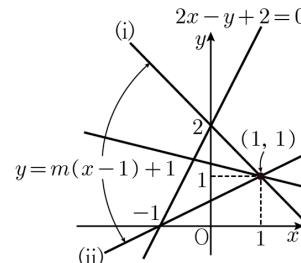
기울기인 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

따라서 두 직선 $2x - y + 2 = 0$, $y = m(x - 1) + 1$ 이

제2사분면에서 만나려면 다음 그림과 같이

직선 $y = m(x - 1) + 1$ 이 (i), (ii)의

두 가지 경우 사이에 존재해야 한다.



(i) 직선 $y = m(x - 1) + 1$ 이

점 $(0, 2)$ 를 지나는 경우

$$2 = -m + 1$$

$$\therefore m = -1$$

(ii) 직선 $y = m(x - 1) + 1$ 이 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 경우

$$0 = -2m + 1$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}$$

(i), (ii)에 의하여 $-1 < m < \frac{1}{2}$ 이므로

$$\alpha = -1, \beta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha + 4\beta = -1 + 4 \times \frac{1}{2} = -1 + 2 = 1$$

【다른 풀이】

$2x - y + 2 = 0, mx - y - m + 1 = 0$ 을 연립하여 풀면

$$x = \frac{m+1}{m-2}, y = \frac{4m-2}{m-2}$$

즉, 두 직선 $2x - y + 2 = 0, mx - y - m + 1 = 0$ 의

교점 $\left(\frac{m+1}{m-2}, \frac{4m-2}{m-2} \right)$ 가 제2사분면 위에 있어야

하므로 $\frac{m+1}{m-2} < 0$ 에서 $-1 < m < 2$... ①

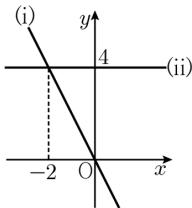
$\frac{4m-2}{m-2} > 0$ 에서 $m < \frac{1}{2}$ 또는 $m > 2$... ②

①, ②에 의하여 $-1 < m < \frac{1}{2}$

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

11 정답 3

해설 $(m+1)x+y-(2-2m)=0$ 에서
 $(x+2)m+(x+y-2)=0 \quad \dots \textcircled{①}$
 $x+2=0, x+y-2=0$ 에서 $x=-2, y=4$
 즉, 직선 $\textcircled{①}$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-2, 4)$ 를
 지난다. 다음 그림에서



(i) 직선 $\textcircled{①}$ 이 원점을 지날 때,

$$2m-2=0 \\ \therefore m=1$$

(ii) 직선 $\textcircled{①}$ 이 x 축에 평행할 때,

$$m+1=0 \\ \therefore m=-1$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 m 의 값의 범위는
 $-1 \leq m \leq 1$

따라서 정수 m 은 $-1, 0, 1$ 의 3개다.

12 정답 3

해설 점 $(-4, 1)$ 을 x 축의 방향으로 9만큼 y 축의 방향으로
 -3만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(5, -2)$
 이 점이 직선 $y = ax - 17$ 위에 있으므로
 $-2 = 5a - 17$
 $\therefore a = 3$

13 정답 ①

해설 점 $(-1, 3)$ 이 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-2)$ 에
 의해 옮겨진 점은 $(-1+2, 3-2)$, 즉 $(1, 1)$
 이때 점 $(1, 1)$ 이 직선 $y = kx - 2$ 를 지나므로
 $1 = k - 2 \quad \therefore k = 3$

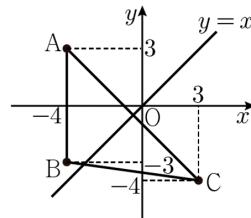
14 정답 ①

해설 도형의 대칭이동 이해하기
 직선 $y = ax - 6$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선은
 $y = -ax + 6$ 이고, 이 직선이 점 $(2, 4)$ 를 지나므로
 $4 = -2a + 6$
 따라서 $a = 1$

15 정답 21

해설 점 $A(-4, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점 B 의
 좌표는 $(-4, -3)$
 점 $A(-4, 3)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
 점을 C 의 좌표는 $(3, -4)$
 따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 = 21$$



16 정답 -12

해설 원 $x^2 + y^2 + kx - 6y + 9 = 0$ 을 표준형으로 고치면
 $\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y - 3)^2 = \frac{k^2}{4}$
 이 원을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $\left(-y + \frac{k}{2}\right)^2 + (-x - 3)^2 = 36$
 $\therefore (x+3)^2 + \left(y - \frac{k}{2}\right)^2 = 36 \quad \dots \textcircled{①}$
 직선 $y = 2x$ 가 원 $\textcircled{①}$ 의 둘레의 길이를 이등분하므로 $\textcircled{①}$ 의
 중심 $\left(-3, \frac{k}{2}\right)$ 이 직선 $y = 2x$ 위에 있어야 한다.
 $\frac{k}{2} = 2 \cdot (-3) = -6$
 $\therefore k = -12$

17 정답 ③

해설 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{2 \cdot a + 3 \cdot (-5)}{2+3}, \frac{2 \cdot b + 3 \cdot 2}{2+3} \right)$$

$$\text{즉, } \left(\frac{2a - 15}{5}, \frac{2b + 6}{5} \right)$$

이 점이 x축 위에 있으므로

$$2b + 6 = 0$$

$$\therefore b = -3$$

또, 선분 BA를 3:5로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{3 \cdot (-5) + 5 \cdot a}{3+5}, \frac{3 \cdot 2 + 5 \cdot b}{3+5} \right)$$

$$\text{즉, } \left(\frac{5a - 15}{8}, \frac{5b + 6}{8} \right)$$

이 점이 y축 위에 있으므로

$$5a - 15 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

따라서 $a = 3, b = -3$ 이므로

$$\therefore a+b = 3+(-3) = 0$$

18 정답 ①

해설 점 $(2, a), (b, 3)$ 을 이은 선분을 2:1로 내분하는 점의 좌표 (x, y) 는

$$x = \frac{2 \cdot b + 1 \cdot 2}{2+1} = \frac{2b+2}{3},$$

$$y = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot a}{2+1} = \frac{6+a}{3}$$

이 점의 좌표가 $(b-1, a+6)$ 이므로

$$\frac{2b+2}{3} = b-1, \frac{6+a}{3} = a+6$$

이 식을 풀면, $a = -6, b = 5$

19 정답 -1

해설 $4x - 3y + 7 = 0$ 에서

$$y = \frac{4}{3}x + \frac{7}{3} \text{ 이므로 기울기는 } \frac{4}{3} \text{이다.}$$

따라서 기울기가 $\frac{4}{3}$ 이고 점 $(3, 1)$ 을 지나는 직선의

방정식은

$$y = \frac{4}{3}(x-3) + 1$$

이 직선이 점 $\left(\frac{3}{2}, k\right)$ 을 지나므로

$$k = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} - 3 \cdot \frac{4}{3} + 1 = 2 - 4 + 1 = -1$$

20 정답 ③

해설 두 직선 $x + ay + 2 = 0, 2x - by + 2 = 0$ 이 수직이므로

$$1 \cdot 2 + a \cdot (-b) = 0$$

$$\therefore ab = 2$$

또한, 두 직선 $x + ay + 2 = 0, x - (b-3)y - 2 = 0$ 이

평행하므로 $\frac{1}{1} = \frac{a}{-(b-3)} \neq \frac{2}{-2}$ 에서

$$a = -b + 3$$

$$\therefore a+b = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$$

21 정답 5

해설 (i) 두 직선 $ax + 5y + 1 = 0, 9x + (a+4)y - 7 = 0$ 이

서로 평행하므로 두 직선의 기울기가 같아야 한다.

$$\text{즉, } \frac{a}{9} = \frac{5}{a+4}, a^2 + 4a - 45 = 0$$

$$(a+9)(a-5) = 0$$

$$\therefore a = -9 \text{ 또는 } a = 5$$

(ii) 두 직선 $ax + 5y + 1 = 0, (a+3)x - 8y + 4 = 0$ 이

서로 수직이므로

$$-\frac{a}{5} \cdot \frac{a+3}{8} = -1, a^2 + 3a - 40 = 0$$

$$(a+8)(a-5) = 0$$

$$\therefore a = -8 \text{ 또는 } a = 5$$

(i), (ii)에 의하여 $a = 5$

22 정답 3

해설 두 직선 $ax + 4y - 3 = 0, 3x + 2y - 1 = 0$ 은 서로

평행하므로

$$\frac{a}{3} = \frac{4}{2} \neq \frac{-3}{-1}$$

$$\therefore a = 6$$

두 직선 $ax + 4y - 3 = 0, 2x + by + 1 = 0$ 은 서로

수직이므로

$$a \cdot 2 + 4 \cdot b = 0$$

이 식에 $a = 6$ 을 대입하면

$$12 + 4b = 0$$

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore a+b = 6+(-3) = 3$$

23 정답 ②

해설 원의 중심이 x 축 위에 있으므로 원의 중심의 좌표를 $(a, 0)$ 으로 놓고, 반지름의 길이를 r 라 하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + y^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

이 원이 두 점 $(3, 2), (-1, -2)$ 를 지나므로 두 점의 좌표를 각각 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$(3-a)^2 + 2^2 = r^2,$$

$$(-1-a)^2 + (-2)^2 = r^2$$

$$\therefore a^2 - 6a + 13 = r^2, a^2 + 2a + 5 = r^2$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, r^2 = 8$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = 2\sqrt{2} \quad (\because r > 0)$$

| 다른 풀이 |

원의 중심이 x 축 위에 있으므로 원의 중심의 좌표를

$(a, 0)$ 으로 놓으면 점 $(a, 0)$ 에서 두 점 $(3, 2), (-1, -2)$ 에 이르는 거리가 같으므로

$$\sqrt{(a-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{(a+1)^2 + 2^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - 6a + 13 = a^2 + 2a + 5, -8a = -8 \\ \therefore a = 1$$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이를 r 라 하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + y^2 = r^2$$

이 원이 점 $(3, 2)$ 를 지나므로

$$(3-1)^2 + 2^2 = r^2, r^2 = 8$$

$$\therefore r = 2\sqrt{2} \quad (\because r > 0)$$

24 정답 5

$$\begin{aligned} \text{해설 } &x^2 + y^2 - 6x - 2ay + 18 \\ &= x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2ay + a^2 + 9 - a^2 \\ &= (x-3)^2 + (y-a)^2 + 9 - a^2 \end{aligned}$$

따라서 주어진 원의 중심의 좌표는 $(3, a)$ 이다.

이 점이 직선 $y = 2x - 1$ 위의 점이므로

$$a = 6 - 1 = 5$$

25 정답 ①

해설 원의 중심의 좌표를 $P(p, q)$ 라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{에서 } \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \text{이므로}$$

$$(p+1)^2 + (q+1)^2 = (p-3)^2 + (q+1)^2$$

$$8p = 8$$

$$\therefore p = 1$$

$$\overline{PB} = \overline{PC} \text{에서 } \overline{PB}^2 = \overline{PC}^2 \text{이므로}$$

$$(p-3)^2 + (q+1)^2 = (p-2)^2 + (q-1)^2$$

$$2p - 4q - 5 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$p = 1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$4q = -3$$

$$\therefore q = -\frac{3}{4}$$

$$\text{따라서 } p = 1, q = -\frac{3}{4} \text{이므로}$$

$$p+q = \frac{1}{4}$$

26 정답 ④

해설 구하는 원의 방정식을

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

으로 놓으면 이 원이

세 점 $P(-1, 4), Q(3, 6), R(0, -3)$ 을

지나므로 차례로 대입하면

$$1 + 16 - A + 4B + C = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$9 + 36 + 3A + 6B + C = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$9 - 3B + C = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = -2, C = -15$$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$$

27 정답 9

해설 직선 $4x + y - 2 = 0$ 에 평행한 직선의 기울기는

-4 이므로 원 $x^2 + y^2 = 17$ 에 접하고 기울기가 -4 인

접선의 방정식은

$$y = -4x \pm 17$$

이 접선이 점 $(2, k)$ 를 지나므로

$$k = -25 \text{ 또는 } k = 9$$

이때 $k > 0$ 이므로 $k = 9$

28 정답 ⑤

해설 직선 $y = -2x + 3$ 과 평행한 직선의 기울기는 -2 이고, 원 $x^2 + y^2 = 45$ 의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이므로 구하는 접선의 방정식은

$$y = -2x \pm 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1}$$

 $\therefore y = -2x \pm 15$
 따라서 접선이 y 축과 만나는 점의 좌표가 각각 $(0, 15), (0, -15)$ 이므로
 선분 PQ의 길이는
 $|15 - (-15)| = 30$

29 정답 ④

해설 평행이동한 직선의 방정식은
 $k(x-m) - (y-5) + k + 2 = 0$
 $\therefore kx - y - km + k + 7 = 0$
 이 직선이 직선 $4x - y + 3 = 0$ 과 일치하므로
 $k = 4, -km + k + 7 = 3$
 따라서 $k = 4, m = 20$ 이므로
 $k + m = 6$

30 정답 ④

해설 직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $y - b = 2(x - a) - 3$
 직선의 방정식을 정리하면
 $y = 2x - 2a - 3 + b$
 위 직선이 원래 직선과 같아졌으므로
 $-2a + b - 3 = -3, 2a = b$
 $\therefore \frac{b}{a} = 2$

31 정답 ③

해설 원 $(x-3)^2 + (y-a)^2 = 36$ 를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 도형의 방정식은
 $(x-3)^2 + (y+4-a)^2 = 36$
 즉, 원의 중심이 점 $(3, a-4)$ 이고 반지름의 길이가 6인 원이다. 이때 이 원이 x 축에 접하므로
 $|a-4| = 6$
 $a-4 = 6$ 또는 $a-4 = -6$ 에서 $a = 10$ 또는 $a = -2$
 이때 $a > 0$ 이므로
 $a = 10$

32 정답 ③

해설 원 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 8$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원의 방정식은
 $(x-a-3)^2 + (y-b+4)^2 = 8$
 이 원이 원 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 8$ 과 일치하므로
 $-a-3 = 2, -b+4 = -3$
 $\therefore a = -5, b = 7$
 따라서 점 $(-4, 2)$ 를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 7 만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(-4-5, 2+7)$, 즉 $(-9, 9)$

33 정답 ③

해설 점 $(a, 2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 A의 좌표는 $(2, a)$ 이고, 점 A를 y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2, a)$ 이므로
 $a = 5, b = -2$
 $\therefore a+b = 3$

34 정답 7

해설 $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 20 = 0$ 을 변형하면
 $(x+5)^2 + (y-3)^2 = 14$
 따라서 주어진 원의 중심의 좌표는 $(-5, 3)$ 이므로
 이 원을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 중심의 좌표는 $(3, -5)$ 이다.
 이때 점 $(3, -5)$ 가 직선 $4x + y - k = 0$ 위에 있으므로
 $4 \cdot 3 + 1 \cdot (-5) - k = 0$
 $\therefore k = 7$

35 정답 ①

해설 \overline{AB} 를 $2:1$ 로 내분하는 점의 좌표는
 $\left(\frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot 1}{2+1}, \frac{2 \cdot (-2) + 1 \cdot 4}{2+1} \right), \text{ 즉 } \left(\frac{11}{3}, 0 \right)$
 이 점이 직선 $y = 3x + a$ 위에 있으므로
 $0 = 3 \cdot \frac{11}{3} + a \quad \therefore a = -11$

36 정답 1

해설 선분 AB를 $k:1$ 로 내분하는 점을 P라 하자.

점 P의 x좌표는

$$\frac{k \cdot 2k + 1 \cdot 2}{k+1} = \frac{2k^2 + 2}{k+1}$$

점 P의 y좌표는

$$\frac{k \cdot 7 + 1 \cdot k}{k+1} = \frac{8k}{k+1}$$

점 P가 직선 $y=2x$ 위의 점이므로

$$\frac{8k}{k+1} = 2 \cdot \frac{2k^2 + 2}{k+1}$$

$$k^2 - 2k + 1 = 0, (k-1)^2 = 0$$

$$\therefore k=1$$

37 정답 $\frac{35}{12}$

해설 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$2x-y+3+k(-x-2y+5)=0 \quad (k\text{는 실수}) \quad \dots \textcircled{1}$$

로 놓으면 이 직선이 점 $(-2, 5)$ 를 지나므로

$$-4-5+3+k(2-10+5)=0$$

$$-6-3k=0$$

$$\therefore k=-2$$

$k=-2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2x-y+3-2(-x-2y+5)=0$$

$$\therefore 4x+3y-7=0$$

따라서 $A\left(\frac{7}{4}, 0\right), B\left(0, \frac{7}{3}\right)$ 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{\left(0 - \frac{7}{4}\right)^2 + \left(\frac{7}{3} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{1225}{144}} = \frac{35}{12}$$

38 정답 ③

해설 두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 점 $(-1, a)$ 와 두 직선 사이의 거리가 서로 같으므로

$$\frac{|-3-4a+3|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|-4-3a-2|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}$$

$$|-4a|=|-6-3a|, -4a=\pm(-6-3a)$$

$$\therefore a=6 \text{ 또는 } a=-\frac{6}{7}$$

따라서 모든 상수 a 의 값의 합은 $-\frac{36}{7}$ 이다.

39 정답 ②

해설 $x^2+y^2-4kx-2y+k^2-11k+1=0$ 에서

$$(x-2k)^2+(y-1)^2=3k^2+11k$$

이 방정식이 반지름의 길이가 2 이하인 원을 나타내려면

$$0 < \sqrt{3k^2+11k} \leq 2$$

$$\therefore 0 < 3k^2+11k \leq 4$$

$$3k^2+11k > 0 \text{에서 } k(3k+11) > 0$$

$$\therefore k < -\frac{11}{3} \text{ 또는 } k > 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

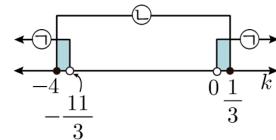
$$3k^2+11k \leq 4 \text{에서 } 3k^2+11k-4 \leq 0$$

$$(k+4)(3k-1) \leq 0$$

$$\therefore -4 \leq k \leq \frac{1}{3} \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 공통부분을 구하면

$$-4 \leq k < -\frac{11}{3} \text{ 또는 } 0 < k \leq \frac{1}{3}$$



따라서 실수 k 의 값이 될 수 있는 것은 $\textcircled{2}$ 이다.

40 정답 ①

해설 점 $(-1, 2)$ 를 지나고 x 축과 y 축이 동시에 접하려면

그림과 같이 원의 중심이 제2사분면에 있어야 한다.

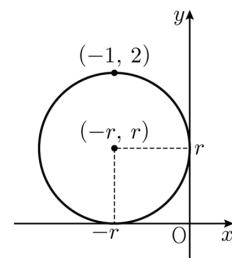
따라서 반지름의 길이를 r 이라고 하면 원의 중심은 $(-r, r)$ 이므로 구하는 원의 방정식을

$$(x+r)^2+(y-r)^2=r^2 \text{으로 놓을 수 있다.}$$

이때 이 원이 점 $(-1, 2)$ 를 지나므로

$$(-1+r)^2+(2-r)^2=r^2, r^2-6r+5=0$$

$$\therefore r=1 \text{ 또는 } r=5$$



41 정답 ②

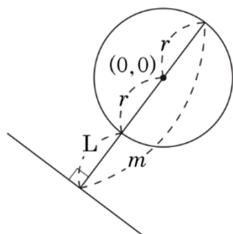
해설 $x^2 + y^2 - 2kx - 2ky + 4k - 4 = 0$ 에서
 $(x-k)^2 + (y-k)^2 = 2k^2 - 4k + 4$
 이 원의 x 축, y 축에 동시에 접하므로
 $|$ 중심의 x 좌표 $| = |$ 중심의 y 좌표 $|$
 $=$ (반지름의 길이)
 $|k| = \sqrt{2k^2 - 4k + 4}$, $k^2 = 2k^2 - 4k + 4$
 $k^2 - 4k + 4 = 0$, $(k-2)^2 = 0$
 $\therefore k = 2$

42 정답 4

해설 먼저 원의 중심과 직선 사이의 거리를 구한다.

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times 4 + 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

반지름보다 크므로 다음 그림과 같이 직선이 원 밖에 위치한다.



$$\text{최소거리 } L = (\text{중심 사이의 거리}) - (\text{반지름}) \\ = 2 - 1 = 1$$

$$\text{최대거리 } m = (\text{중심 사이의 거리}) + (\text{반지름}) \\ = 2 + 1 = 3$$

따라서 $1 + 3 = 4$

43 정답 16

해설 $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 10 = 0$ 에서
 $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 18$
 원의 중심 $(-2, 2)$ 와 직선 $3x - 3y - 12 = 0$ 사이의 거리는
 $\frac{|-6 - 6 - 12|}{\sqrt{3^2 + (-3)^2}} = 4\sqrt{2}$
 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$ 이므로 원 위의 점 P와
 직선 $3x - 3y - 12 = 0$ 사이의 거리를 d라 하면
 $4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \leq d \leq 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
 $\therefore \sqrt{2} \leq d \leq 7\sqrt{2}$
 따라서 정수 d는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9이고 각각의
 거리에 해당하는 점 P가 2개씩 있으므로 구하는 점
 P의 개수는 16이다.

44 정답 ③

해설 원과 직선의 위치관계 이해하기

점 $(2, -4)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 2$ 에 그은 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$$y + 4 = m(x - 2)$$

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $y + 4 = m(x - 2)$ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|-2m - 4|}{\sqrt{1+m^2}} = \sqrt{2} \text{에서 } m^2 + 8m + 7 = 0$$

$m = -1$ 또는 $m = -7$

$y = mx - 2m - 4$ 가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -2), (0, 10)$
 따라서 $a+b=8$

45 정답 -4

해설 접선의 기울기를 m이라 하면 기울기가 m이고

점 $(1, a)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y - a = m(x - 1)$$

$$\therefore mx - y - m + a = 0$$

원의 중심의 좌표가 $(1, -2)$, 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|m + 2 - m + a|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}$$

$$|2 + a| = 2\sqrt{2}\sqrt{m^2 + 1}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } a^2 + 4a + 4 = 8m^2 + 8$$

$$\therefore 8m^2 - (a^2 + 4a - 4) = 0 \dots \textcircled{1}$$

m에 대한 이차방정식 $\textcircled{1}$ 의 두 근을 m_1, m_2 라 하면 두 접선이 서로 수직이므로

$$m_1 m_2 = -1$$

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$$-\frac{a^2 + 4a - 4}{8} = -1$$

$$a^2 + 4a - 4 = 8$$

$$a^2 + 4a - 12 = 0$$

$$\therefore a = -6 \text{ 또는 } a = 2$$

따라서 모든 a의 값의 합은

$$-6 + 2 = -4$$

46 정답 12

해설 y 축과 만나는 점 A의 좌표를 $(0, a)$, 점 B의 좌표를 $(0, b)$ 라 하면 $\overline{AB} = 8$ 이므로

$$\sqrt{(0-0)^2 + (a-b)^2} = 8$$

$$(a-b)^2 = 64 \quad \cdots \textcircled{①}$$

두 점 A, B의 y 좌표는 주어진 원의 방정식에 $x=0$ 을 대입하여 얻은 이차방정식 $y^2 + 4y - k = 0$ 의 두 근과 같으므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$a+b=-4, ab=-k \quad \cdots \textcircled{②}$$

①, ②를 $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ 에 대입하면

$$64 = (-4)^2 + 4k$$

$$\therefore k = 12$$

48 정답 $\frac{6}{5}$

해설 직선 l 을 x 축의 방향으로 5만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$y+2 = a(x-5)+4$$

$$\therefore y = ax - 5a + 2$$

이 직선을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$-y = ax - 5a + 2$$

$$\therefore y = -ax + 5a - 2$$

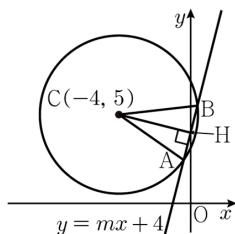
두 직선 l , l' 이 y 축 위의 점 $(0, 4)$ 에서 만나므로

$$4 = 5a - 2$$

$$\therefore a = \frac{6}{5}$$

47 정답 ⑤

해설 다음 그림과 같이 주어진 원의 중심을 $C(-4, 5)$ 라 하고 점 C에서 직선 $y = mx + 4$, 즉 $mx - y + 4 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \sqrt{3}, \overline{CA} = 2\sqrt{5}$$

직각삼각형 CAH에서

$$\begin{aligned} \overline{CH} &= \sqrt{\overline{CA}^2 - \overline{AH}^2} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{17} \end{aligned}$$

이때 점 C(-4, 5)와 직선 $mx - y + 4 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-4m-5+4|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = \frac{|4m+1|}{\sqrt{m^2+1}}$$

$$\text{따라서 } \frac{|4m+1|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{17} \text{ 이므로}$$

$$|4m+1| = \sqrt{17m^2+17}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$m^2 - 8m + 16 = 0, (m-4)^2 = 0$$

$$\therefore m = 4$$

49 정답 2

해설 직선 l 의 방정식은

$$7x + y - 9 = 0$$

원 $(x-2)^2 + y^2 = 9$ 의 중심 $(2, 0)$ 과 직선 l 사이의 거리를 원의 반지름의 길이 3과 비교하면

$$\frac{|14+0-9|}{\sqrt{7^2+1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} < 3$$

따라서 직선 l 과 원 $(x-2)^2 + y^2 = 9$ 는 서로 다른 두 점에서 만나므로 교점의 개수는 2이다.

50 정답 -1

해설 원 $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ 에서 $x^2 + (y-1)^2 = 5$

이 원을 원점에 대하여 대칭이동하면

$$(-x)^2 + (-y-1)^2 = 5$$

$$\therefore x^2 + (y+1)^2 = 5 \quad \cdots \textcircled{①}$$

이때 직선 $y = -x + k$ 가 원 ①의 넓이를 이등분하려면

직선이 원 ①의 중심 $(0, -1)$ 을 지나야 하므로

$$k = -1$$

51 정답 2

해설 직선 $3x + y + a = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은
 $-3x - y + a = 0$
 $\therefore 3x + y - a = 0 \quad \text{… } \textcircled{1}$
 직선 $\textcircled{1}$ 이 원 $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 10$ 과 만나지
않으므로
 $\frac{|-6-3-a|}{\sqrt{3^2+1^2}} > \sqrt{10}, |a+9| > 10$
 $a+9 < -10$ 또는 $a+9 > 10$
 $\therefore a < -19$ 또는 $a > 1$
 따라서 자연수 a 의 최솟값은 2이다.

52 정답 ①

해설 각의 이등분선의 위의 임의의 점을 $P(x, y)$ 라 하면
 점 P 에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로
 $\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{|2x+y+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}$
 $|x+2y-1| = |2x+y+1|$
 $x+2y-1 = \pm(2x+y+1)$
 $\therefore x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$
 그런데 $c \neq 0$ 이므로 $x-y+2=0$
 따라서 $a=1, b=-1, c=2$ 이므로 $a+b+c=2$

53 정답 ④

해설 원의 접선의 방정식을 이해하여 미지수의 값을 구한다.
 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $(a, 4\sqrt{3})$ 에서의 접선의
 방정식은
 $ax + 4\sqrt{3}y = r^2, ax + 4\sqrt{3}y - r^2 = 0$
 이 접선이 직선 $x - \sqrt{3}y + b = 0$ 과 일치하므로
 $\frac{a}{1} = \frac{4\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = \frac{-r^2}{b}$
 $\therefore a = -4, r^2 = 4b \quad \text{… } \textcircled{1}$
 또, 점 $(a, 4\sqrt{3})$ 이 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점이므로
 $a^2 + (4\sqrt{3})^2 = r^2$
 $r^2 = (-4)^2 + (4\sqrt{3})^2 = 64$
 이때 $r > 0$ 이므로
 $r = 8$
 $\textcircled{1}$ 에서 $b = \frac{r^2}{4} = \frac{64}{4} = 16$
 따라서 $a = -4, b = 16, r = 8$ 이므로
 $a+b+r = 20$

54 정답 ⑤

해설 원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$ 을 표준형으로 바꾸면
 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 10$
 이 원 위의 점 $(3, 0)$ 에서의 접선의 방정식은
 $(3-2)(x-2) + (0-3)(y-3) = 10$
 $\therefore x-3y = 3$
 따라서 $a = 1, b = -3$ 이므로
 $a-b = 1 - (-3) = 4$

55 정답 3

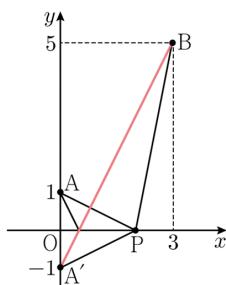
해설 직선 $3x - 4y + 1 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은
 $3(-x) - 4(-y) + 1 = 0$
 $3x - 4y - 1 = 0$
 이 직선이 원의 중심인 점 $(a, 2)$ 를 지날 때
 원의 넓이를 이등분하므로
 $3a - 4 \cdot 2 - 1 = 0, a = 3$

56 정답 ①

해설 원 C 의 방정식은 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$
 직선 l 의 방정식은 $x - my + 2 = 0$
 직선 l 이 원 C 의 넓이를 이등분하려면 직선이
 원의 중심 $(-1, 2)$ 를 지나야 하므로
 $-1 - 2m + 2 = 0$
 $\therefore m = \frac{1}{2}$

57 정답 ③

해설 다음 그림과 같이 다리가 시작하는 위치를 원점 O, 철수의 집의 위치를 점 A, 소의 위치를 점 B라 하면
 $A(0, 1), B(3, 5)$



점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $A'(0, -1)$
 이때 철수가 x축의 시냇물을 거치는 지점을 P라 하면
 철수가 집으로 가는 최단 거리는
 $\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB}$
 $\geq \overline{A'B}$
 $= \sqrt{(3-0)^2 + (5+1)^2}$
 $= 3\sqrt{5}$ (km)

58 정답 45

해설 점 A(1, 2)의 y축에 대하여 대칭인 점을 $A'(-1, 2)$,
 점 B(5, 1)의 x축에 대하여 대칭인 점을 $B'(5, -1)$ 이라
 하면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'}$
 $\geq \overline{A'B'}$
 $= \sqrt{(5+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{45}$

따라서 $k = \sqrt{45}$ 이므로

$$k^2 = 45$$

59 정답 $\frac{64}{5}$

해설 원 $x^2 + y^2 - 6x - 4y + a = 0$ 을 표준형으로 바꾸면
 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 13-a$
 이다. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 (2, -1)에서의
 접선의 방정식은 $2x - y = 5$
 이다. 이 직선이 원 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 13-a$ 에
 접하려면 원의 중심 (3, 2)에서 직선
 $2x - y - 5 = 0$ 까지 거리가 원의 반지름과 같으면
 된다.

$$\frac{|6-2-5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{13-a}$$

$$\sqrt{5}\sqrt{13-a} = 1$$

$$5(13-a) = 1$$

$$\therefore a = \frac{64}{5}$$

60 정답 49

해설 원 $x^2 + y^2 = 100$ 위의 점 (8, 6)에서의 접선의 방정식은
 $8x + 6y = 100$
 직선 $8x + 6y - 100 = 0$ 과
 원 $(x+3)^2 + (y-9)^2 = k$ 가 접할 때, 접선과 원의
 중심인 점 (-3, 9) 사이의 거리가 원의 반지름의 길이
 \sqrt{k} 와 같으므로
 $\frac{|8 \cdot (-3) + 6 \cdot 9 - 100|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \sqrt{k}, 7 = \sqrt{k}$
 $\therefore k = 49$

61 정답 27

해설 원점 O와 직선 $y = x + 3\sqrt{2}$, 즉 $x - y + 3\sqrt{2} = 0$
 사이의 거리는 $\frac{|3\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 3$
 원의 반지름의 길이가 1이므로
 정삼각형 ABC의 넓이가 최소일 때의 높이는 $3-1=2$
 정삼각형 ABC의 넓이가 최대일 때의 높이는 $3+1=4$
 따라서 정삼각형 ABC의 넓이의 최솟값과 최댓값의
 비는 $2^2 : 4^2$, 즉 $1 : 4$ 이다.
 따라서 $p=1, q=4$ 이므로
 $9(q-p) = 9(4-1) = 9 \cdot 3 = 27$

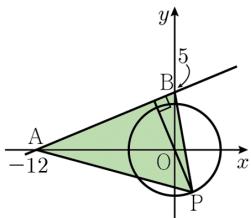
62 정답 56

해설 삼각형 PAB에서 \overline{AB} 의 길이는

$$\overline{AB} = \sqrt{(0+12)^2 + (5-0)^2} = 13 \text{으로 일정하므로}$$

원 위의 점 P와 직선 AB 사이의 거리가 최대일 때

삼각형 PAB의 넓이는 최대가 된다.



직선 AB의 방정식은

$$\frac{x}{-12} + \frac{y}{5} = 1, 5x - 12y + 60 = 0$$

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $5x - 12y + 60 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|60|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{60}{13}$$

원의 반지름의 길이가 4이므로 원 위의 점 P와 직선 AB 사이의 거리의 최댓값은

$$\frac{60}{13} + 4 = \frac{112}{13}$$

따라서 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2} \cdot 13 \cdot \frac{112}{13} = 56$$

63 정답 1

해설 평행이동한 포물선의 방정식은

$$y + 3 = -(x - 6)^2 - 9(x - 6)$$

$$\therefore y = -x^2 + 3x + 15$$

두 점 P, Q의 x좌표를 각각 p, q 라 하면

p, q 는 이차방정식 $-x^2 + 3x + 15 = ax$,

즉 $x^2 + (a-3)x - 15 = 0$ 의 두 실근이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$$p + q = 3 - a \quad \dots \textcircled{1}$$

선분 PQ의 중점이 $(1, 1)$ 이므로 $\frac{p+q}{2} = 1$

$$\therefore p + q = 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여 $a = 1$ 이다.