

교과서_비상교육 - 공통수학2 (유리무리함수) 127~128p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
26문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 $\frac{2}{2-x} + \frac{2}{2+x} + \frac{4}{4+x^2}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{8}{4-x^2}$ ② $\frac{4x^2+18}{2-x^4}$
 ③ $\frac{4}{x^4-1}$ ④ $\frac{8x^2}{16-x^4}$
 ⑤ $\frac{48+4x^2}{16-x^4}$

02 $\frac{x-3}{x^2+x-6} \cdot \frac{x+3}{x^2-x-6}$ 을 간단히 하면?

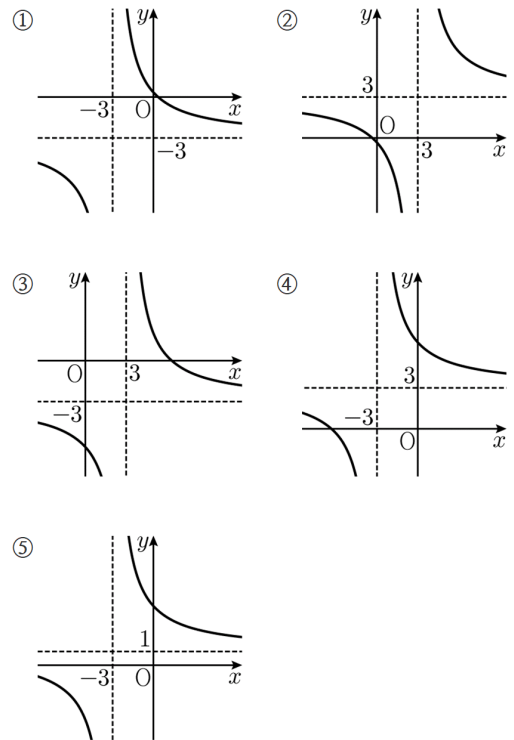
- ① $\frac{1}{x^2+4}$ ② $\frac{1}{x^2-x-2}$
 ③ $\frac{1}{x^2-2x+1}$ ④ $\frac{1}{x^2+x-2}$
 ⑤ $\frac{1}{x^2-4}$

03 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

- ① $\frac{8x^4}{1-x^4}$ ② $\frac{8}{1-x^4}$ ③ $\frac{8x^4}{1-x^8}$
 ④ $\frac{8}{1-x^8}$ ⑤ $\frac{8x^4}{1+x^8}$

04 다음 중 유리함수 $y = \frac{1-3x}{x+3}$ 의 그래프로 옳은 것은?



05 다음 중 함수 $y = \frac{1}{2x} + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행 이동한 그래프의 식은?

- ① $y = \frac{-4x+2}{2x-1}$ ② $y = \frac{-4x+3}{2x-2}$
 ③ $y = \frac{4x-3}{2x-2}$ ④ $y = \frac{4x+3}{2x+1}$
 ⑤ $y = \frac{4x+5}{2x+2}$

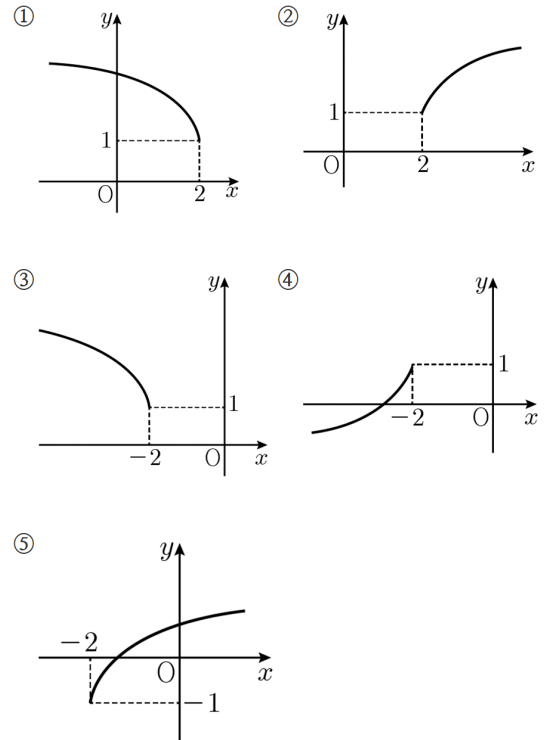
06 $(\sqrt{2x+3}-\sqrt{2x-3})(\sqrt{2x+3}+\sqrt{2x-3})$ 을 계산하시오.

07 $\frac{1}{2-\sqrt{x+2}} + \frac{1}{2+\sqrt{x+2}}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{x}{2-x}$ ② $-\frac{x}{2-x}$ ③ $\frac{4}{2-x}$
 ④ $-\frac{4}{2-x}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{x+2}}{2-x}$

08 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 의 값을 구하시오.

09 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?



10 [2017년 11월 고1 4번 변형]
 무리함수 $f(x) = \sqrt{2x+k}$ 에 대하여 $f(-2) = 3$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

- 11** 함수 $y = \frac{3x+1}{x-4}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼,
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면
 함수 $y = \frac{5x+28}{x+3}$ 의 그래프와 일치한다. 상수 p, q 의
 합 $p+q$ 의 값을 구하시오.

- 12** 함수 $y = \frac{1}{x-3} + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼
 평행이동한 그래프가 원점을 지날 때, a 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

- 13** $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프는 점 $(2, 0)$ 을 지나고, $x=1$,
 $y=2$ 를 점근선으로 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ -2
 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -3

- 14** 함수 $y = \frac{2x-7}{x+5}$ 의 그래프의 두 점근선의 교점의 좌표가
 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은?

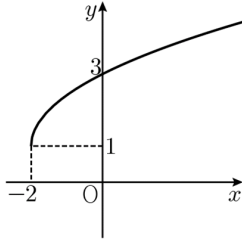
- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0

- 15** 유리함수 $y = \frac{50}{2x+1}$ 의 그래프 위의 점 중에서
 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 구하시오.

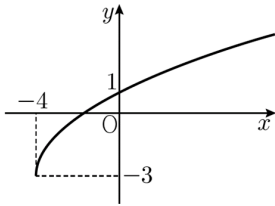
- 16** 유리함수 $f(x) = \frac{2x+k}{x+2}$ 를 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 곡선을 $y = g(x)$ 라
 하자. 곡선 $y = g(x)$ 의 두 점근선의 교점이
 곡선 $y = f(x)$ 위의 점일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

- 17 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값을 구하시오.



- 18 함수 $y = a\sqrt{x+b}-c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는?



- ① $(-\frac{15}{8}, 0)$ ② $(-\frac{7}{4}, 0)$ ③ $(-\frac{13}{8}, 0)$
 ④ $(-\frac{3}{2}, 0)$ ⑤ $(-\frac{11}{8}, 0)$

- 19 $-3 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = \sqrt{x+a}-1$ 의 최댓값이 2일 때, 최솟값을 구하시오.

- 20 함수 $y = \sqrt{2x-5}+a$ 의 최솟값이 6이고, 이 함수의 그래프가 점 $(b, 8)$ 을 지날 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 9 ② 15 ③ 21
 ④ 27 ⑤ 33

- 21 무리함수 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 와 그 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $f(2)=2, g(3)=3$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
 (단, a, b 는 상수)

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

- 22 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f^{-1}(\sqrt{x+a}-1)=x+b, f(1)=0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

- 23** 함수 $y = \frac{2}{x-3} + 2$ ($x > 3$)의 그래프 위의 한 점 $P(x, y)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 이때 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

- ① $1 + 2\sqrt{2}$ ② 5
 ③ $4 + \sqrt{13}$ ④ $5 + 2\sqrt{2}$
 ⑤ 9

- 24** 유리함수 $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ ($x > 2$)의 그래프 위의 임의의 한 점 P에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 할 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 m , 그때의 점 P의 x 좌표를 p 라 하자. $m + p$ 의 값을 구하시오.

- 25** 두 집합 $A = \{(x, y) | y = -\sqrt{x-4} + 3\}$,
 $B = \{(x, y) | y = mx - 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 이 되도록 하는 자연수 m 의 최솟값을 구하시오.

- 26** 함수 $y = \sqrt{2x+6}$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 한 점에서 만날 때, 실수 k 의 최댓값은?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

교과서_비상교육 - 공통수학2 (유리무리함수) 127~128p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
26문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ⑤	02 ⑤	03 ③
04 ①	05 ⑤	06 6
07 ③	08 10	09 ①
10 ③	11 -5	12 ②
13 ⑤	14 ②	15 2
16 ②	17 8	18 ②
19 1	20 ④	21 ②
22 ③	23 ④	24 10
25 3	26 ④	

교과서_비상교육 - 공통수학2 (유리무리함수) 127~128p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
26문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ⑤

해설 $\frac{2}{2-x} + \frac{2}{2+x} + \frac{4}{4+x^2}$

$$= \frac{2(2+x)+2(2-x)}{(2-x)(2+x)} + \frac{4}{4+x^2}$$

$$= \frac{8}{4-x^2} + \frac{4}{4+x^2}$$

$$= \frac{8(4+x^2)+4(4-x^2)}{(4-x^2)(4+x^2)}$$

$$= \frac{48+4x^2}{16-x^4}$$

02 정답 ⑤

해설 (주어진 식) $= \frac{x-3}{(x+3)(x-2)} \cdot \frac{x+3}{(x-3)(x+2)}$

$$= \frac{1}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x^2-4}$$

03 정답 ③

해설 $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$

$$= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

$$= \frac{4}{1-x^4} - \frac{4}{1+x^4} = \frac{8x^4}{1-x^8}$$

04 정답 ①

해설 $y = \frac{1-3x}{x+3} = \frac{-3(x+3)+10}{x+3} = \frac{10}{x+3} - 3$

따라서 $y = \frac{1-3x}{x+3}$ 의 그래프는 $y = \frac{10}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로 ①과 같다.

05 정답 ⑤

해설 $y = \frac{1}{2x} + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$$y = \frac{1}{2(x+1)} + 1 + 1 = \frac{1}{2x+2} + 2 = \frac{4x+5}{2x+2}$$

06 정답 6

해설 $(\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x-3})(\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x-3})$

$$= (\sqrt{2x+3})^2 - (\sqrt{2x-3})^2$$

$$= (2x+3) - (2x-3)$$

$$= 6$$

07 정답 ③

해설 $\frac{1}{2-\sqrt{x+2}} + \frac{1}{2+\sqrt{x+2}}$

$$= \frac{2+\sqrt{x+2}+2-\sqrt{x+2}}{(2-\sqrt{x+2})(2+\sqrt{x+2})}$$

$$= \frac{4}{4-(x+2)} = \frac{4}{2-x}$$

08 정답 10

해설 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$

$$= (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$$

$$= (5-2\sqrt{6}) + (5+2\sqrt{6})$$

$$= 10$$

09 정답 ①

해설 $y = 2\sqrt{-3x+6}+1$
 $= 2\sqrt{-3(x-2)}+1$
 주어진 함수는 점 (2, 1)에서 시작하여
 정의역이 $x \leq 2$ 이고 치역이 $y \geq 1$ 이므로 그래프는
 ①이다.

10 정답 ③

해설 $f(-2)=3$ 이므로 $f(x)=\sqrt{2x+k}$ 에서
 $\sqrt{-4+k}=3$
 $\therefore k=13$

11 정답 -5

해설 두 함수 $y = \frac{3x+1}{x-4}$, $y = \frac{5x+28}{x+3}$ 에서
 $y = \frac{3x+1}{x-4} = \frac{13}{x-4} + 3 \quad \dots \textcircled{1}$
 $y = \frac{5x+28}{x+3} = \frac{13}{x+3} + 5 \quad \dots \textcircled{2}$
 이때 함수 ①을 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의
 방향으로 q 만큼 평행이동한 함수는
 $y - q = \frac{13}{(x-p)-4} + 3$
 $y = \frac{13}{x-p-4} + 3 + q \quad \dots \textcircled{3}$
 두 함수 ②과 ③이 일치해야 하므로
 $-p-4=3$, $3+q=5$ 에서 $p=-7$, $q=2$
 $\therefore p+q=-7+2=-5$

12 정답 ②

해설 $y = \frac{1}{x-3} + 1$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼
 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{1}{x-3} + 1 + a$
 이 함수의 그래프가 원점을 지나므로
 $0 = \frac{1}{0-3} + 1 + a$
 $\therefore a = -\frac{2}{3}$

13 정답 ⑤

해설 $x=1, y=2$ 가 점근선이므로
 $y = \frac{k}{x-1} + 2$ 이다.
 점(2,0)을 지나므로 $k=-2$
 $\therefore y = \frac{-2}{x-1} + 2 = \frac{-2+2(x-1)}{x-1} = \frac{2x-4}{x-1}$
 $\therefore a=2, b=-4, c=-1$
 $\therefore a+b+c=-3$

14 정답 ②

해설 $y = \frac{2x-7}{x+5} = \frac{2(x+5)-17}{x+5} = -\frac{17}{x+5} + 2$
 이 함수의 그래프의 점근선의 방정식은
 $x=-5, y=2$
 따라서 두 점근선의 교점의 좌표는 $(-5, 2)$ 이므로
 $a=-5, b=2$
 $\therefore a+b=-3$

15 정답 2

해설 50의 양의 약수는
 1, 2, 5, 10, 25, 50이고,
 이 중 x 가 자연수일 때 $2x+1$ 이 될 수 있는 값은
 5, 25이므로 2개의 점만이 x 좌표, y 좌표가 모두
 자연수이다.

16 정답 ②

해설 $f(x) = \frac{2x+k}{x+2} = \frac{2(x+2)+k-4}{x+2} = \frac{k-4}{x+2} + 2$
 이므로 유리함수 $y=f(x)$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼
 평행이동한 그래프는
 $y-3 = \frac{k-4}{(x+2)+2} + 2$
 $\therefore g(x) = \frac{k-4}{x+4} + 5$
 유리함수 $y=g(x)$ 의 그래프의 두 점근선의 방정식이
 $x=-4, y=5$ 이므로 두 점근선의 교점의 좌표는
 $(-4, 5)$ 이다.
 점 $(-4, 5)$ 가 곡선 $y=f(x)$ 위의 점이므로
 $f(-4) = \frac{2 \cdot (-4)+k}{-4+2} = 5$
 $-8+k=-10$
 $\therefore k=-2$

17 정답 8

해설 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x+2)} + 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

로 놓을 수 있다.

$\textcircled{1}$ 의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a} + 1, \sqrt{2a} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

$a = 2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$

$$\therefore y = \sqrt{2x+4} + 1$$

따라서 $a = 2, b = 4, c = 1$ 이므로 $abc = 8$

18 정답 ②

해설 함수 $y = a\sqrt{x+b} - c$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로 대입하면

$$1 = a\sqrt{b} - c \quad \dots \textcircled{1}$$

또, 함수 $y = a\sqrt{x+b} - c$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표가 $(-4, -3)$ 이므로 대입하면

$$b = 4, c = 3$$

임을 알 수 있다.

$\textcircled{1}$ 의 식에 b, c 값을 대입하면

$$1 = a\sqrt{4} - 3, \text{ 즉 } 2a - 3 = 1$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 $a = 2, b = 4, c = 3$ 이므로

$$y = 2\sqrt{x+4} - 3$$

이고, 이 함수의 그래프의 x 절편은

$$0 = 2\sqrt{x+4} - 3, \frac{3}{2} = \sqrt{x+4}$$

$$x+4 = \frac{9}{4}$$

$$\therefore x = -\frac{7}{4}$$

따라서 주어진 함수와 x 축의 교점의 좌표는 $\left(-\frac{7}{4}, 0\right)$ 이다.

19 정답 1

해설 $y = \sqrt{x+a} - 1$ 의 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이므로 증가함수이다.

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값, $x = -3$ 일 때 최솟값을 가진다.

$x = 2$ 일 때, 최댓값이 2 이므로 $\sqrt{2+a} - 1 = 2$

$$\therefore a = 7$$

$$\therefore y = \sqrt{x+7} - 1$$

따라서 $x = -3$ 일 때,

$$\text{최솟값은 } \sqrt{-3+7} - 1 = 1$$

20 정답 ④

해설 함수 $y = \sqrt{2x-5} + a$ 는 $x = \frac{5}{2}$ 일 때 최솟값 a 를 가지므로 $a = 6$

또, 함수 $y = \sqrt{2x-5} + 6$ 의 그래프가 점 $(b, 8)$ 을 지나므로

$$8 = \sqrt{2b-5} + 6, \sqrt{2b-5} = 2$$

$$\therefore b = \frac{9}{2}$$

따라서 $ab = 27$

21 정답 ②

해설 $f(2) = 2$ 이므로 $\sqrt{2a+b} = 2$

$$\therefore 2a+b = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$g(3) = 3$ 에서 $f(3) = 3$ 이므로

$$\sqrt{3a+b} = 3$$

$$\therefore 3a+b = 9 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 5, b = -6$$

$$\therefore a+b = -1$$

22 정답 ③

해설 $f^{-1}(\sqrt{x+a} - 1) = x+b$ 에서

$$f(x+b) = \sqrt{x+a} - 1$$

이 때, $f(1) = 0$ 이므로

위의 식에 $x = 1-b$ 를 대입하면

$$f(1-b+b) = \sqrt{1-b+a} - 1$$

$$0 = \sqrt{1-b+a} - 1, \sqrt{a-b+1} = 1$$

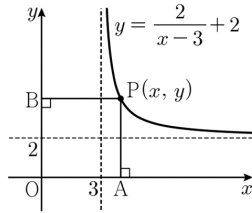
$$a-b+1 = 1$$

$$\therefore a-b = 0$$

23 정답 ④

해설 함수 $y = \frac{2}{x-3} + 2$ ($x > 3$)의 그래프와 점 P를

좌표평면에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $\overline{PA} = y = \frac{2}{x-3} + 2$, $\overline{PB} = x$ ($x > 3$)

$$\begin{aligned} \therefore \overline{PA} + \overline{PB} &= \frac{2}{x-3} + 2 + x \\ &= x - 3 + \frac{2}{x-3} + 5 \\ &\geq 2\sqrt{(x-3) \cdot \frac{2}{x-3}} + 5 \\ &= 5 + 2\sqrt{2} \\ &\quad \left(\text{단, 등호는 } x-3 = \frac{2}{x-3} \text{ 일 때 성립} \right) \end{aligned}$$

24 정답 10

해설 유리함수 $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ 의 그래프 위의 임의의 한 점

P의 좌표를 $\left(a, \frac{3a-5}{a-2}\right)$ ($a > 2$)라 하면

$$\overline{PA} = \frac{3a-5}{a-2}, \overline{PB} = a$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{PA} + \overline{PB} &= \frac{3a-5}{a-2} + a = \frac{3(a-2)+1}{a-2} + a \\ &= \frac{1}{a-2} + a + 3 \end{aligned}$$

$a > 2$ 이므로 $a-2 > 0$

따라서 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} \frac{1}{a-2} + a + 3 &= \frac{1}{a-2} + a - 2 + 5 \\ &\geq 2\sqrt{\frac{1}{a-2} \cdot (a-2)} + 5 \\ &= 2 + 5 = 7 \end{aligned}$$

$$\therefore m = 7$$

이때 등호는 $\frac{1}{a-2} = a-2$ 일 때 성립하므로

$$(a-2)^2 = 1, a-2 = \pm 1$$

$$\therefore a = 3 \quad (\because a > 2)$$

$$\therefore p = 3$$

$$\therefore m+p = 7+3 = 10$$

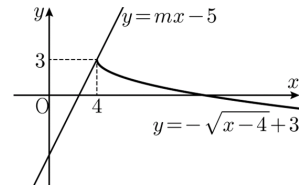
25 정답 3

해설 직선 $y = mx - 5$ 가 점 (4, 3)을 지난다고 하면

$$3 = 4m - 5$$

$$\therefore m = 2$$

$m = 2$ 일 때 $y = -\sqrt{x-4} + 3$ 와 $y = mx - 5$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

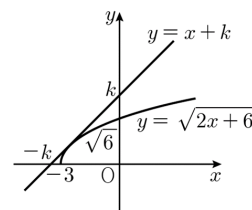


따라서 함수 $y = -\sqrt{x-4} + 3$ 의 그래프와

$y = mx - 5$ 가 만나지 않도록 하는 자연수 m 의 값의 범위는 $m > 2$ 이고 구하는 자연수 m 의 최솟값은 3

26 정답 ④

해설 함수 $y = \sqrt{2x+6}$ 의 그래프와 직선 $y = x+k$ 는 다음 그림과 같다.



함수 $y = \sqrt{2x+6}$ 의 그래프와 직선 $y = x+k$ 가 한 점에서 만나면서 k 의 값이 최대가 되려면

함수 $y = \sqrt{2x+6}$ 의 그래프와 직선 $y = x+k$ 가 접해야 한다.

$\sqrt{2x+6} = x+k$ 의 양변을 제곱하면

$$2x+6 = x^2 + 2kx + k^2$$

$$x^2 + 2(k-1)x + k^2 - 6 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2 - 6) = 0$$

$$k^2 - 2k + 1 - k^2 + 6 = -2k + 7 = 0$$

$$\therefore k = \frac{7}{2}$$