실시일자	-	유형별 학습	이름
100문제 / DRE수학			

교과서_미래엔 - 공통수학2 26~59p(중단원+대단원)

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

빠른정답

01 11	02 7	03 13
04 29	05 ④	06 ③
07 3	08 5	09 1
10 5	11 45	12 ②
13 ①	14 ⑤	15 ⑤
16 ③	17 ③	18 7
19 ③	20 ⑤	21 ①
22 ④	23 6	24 ⑤
25 ②	26 ④	27 ②
28 ④	29 ③	30 ②
31 ⑤	32 ④	33 ①
34 ④	35 2	36 ①
37 ②	38 ②	39 ②
40 ①	41 4	42 6
43 5	44 7	45 8
46 6	47 ⑤	48 ②
49 ②	50 ②	51 ④
52 ③	53 ①	54 2
55 ②	56 4	57 9
58 ③	59 3	60 11
61 ④	62 -20	63 ③
64 14	65 10	66 8
67 ②	68 74	69 0
70 ③	71 7	72 ①
73 ④	74 ③	75 -5
76 ⑤	77 ②	78 ③
79 ①	80 ④	81 ④
82 ①	83 ③	84 $\frac{49}{2}$
85 ③	86 $\frac{45}{2}$	87 ③
88 ③	89 ④	90 1
91 ④	92 ⑤	93 3
94 ①	95 ③	96 75
97 -15	98 1	99 ②
100 ①		

실시일자	-	유형별 학습	이름
100문제 / DRE수학			

교과서_미래엔 - 공통수학2 26~59p(중단원+대단원)

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 정답 11

해설 $\overline{AB}=|2-(-9)|=11$

02 정답 7

해설 $\overline{OA}=|7|=7$

03 정답 13

해설 $\overline{OA}=\sqrt{5^2+(-12)^2}=\sqrt{169}=13$

04 정답 29

해설 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구한다.
선분 AB의 길이는 두 점 A, B사이의 거리이므로
$l=\sqrt{(0-2)^2+(5-0)^2}=\sqrt{29}$
따라서 $l^2=29$

05 정답 ④

해설 선분의 내분점 계산하기
선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표가 $(a,\ b)$이므로
$a=\dfrac{2\cdot5+1\cdot(-4)}{2+1}=2,\ b=\dfrac{2\cdot3+1\cdot0}{2+1}=2$
$\therefore\ a+b=2+2=4$

06 정답 ③

해설 점 P의 좌표가 (a,b)이므로
$a=\dfrac{3\times(-2)+1\times4}{3+1}=-\dfrac{1}{2}$
$b=\dfrac{3\times5+1\times1}{3+1}=\dfrac{16}{4}=4$
$\therefore a+b=\left(-\dfrac{1}{2}\right)+4=\dfrac{7}{2}$

07 정답 3

해설 점 $(-4,\ 1)$과 직선 $3x-4y+1=0$ 사이의 거리는
$\dfrac{|3\cdot(-4)-4\cdot1+1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{15}{\sqrt{25}}=3$

08 정답 5

해설 $|2-7|=5$

09 정답 1

해설 점 $(-1,\ 4)$와 직선 $y=-\dfrac{4}{3}x+1$, 즉 $4x+3y-3=0$
사이의 거리는
$\dfrac{|4\cdot(-1)+3\cdot4-3|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{25}}=1$

10 정답 5

해설 $x^2-4x+y^2+8y-5=0$
$(x-2)^2+(y+4)^2=25$이므로
원의 반지름의 길이는 5이다.

11 정답 45

해설 $x^2+y^2-12x+6y=0$에서
$(x-6)^2+(y+3)^2=45$
이 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이므로
원의 넓이는 $\pi\cdot(3\sqrt{5})^2=45\pi$
$\therefore\ k=45$

12 정답 ②

해설 원 $x^2+y^2-4x-2y-k=0$ 을 표준형으로 고치면,

$(x-2)^2+(y-1)^2=k+5$

이 때, $k+5>0$ 이어야 하므로 $k>-5$

13 정답 ①

해설 ① $(x-1)^2+y^2=0$

② $(x+1)^2+y^2=1$

③ $x^2+(y-1)^2=1$

④ $x^2+(y+1)^2=2$

⑤ $(x-1)^2+(y+1)^2=2$

14 정답 ⑤

해설 원 $x^2+y^2=13$ 위의 점 $(2, 3)$에서의 접선의 방정식은

$2x+3y=13$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로

$a+b=5$

15 정답 ⑤

해설 원과 직선의 위치 관계 이해하기

원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $(3, 1)$에서의 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y=m(x-3)+1$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 $\sqrt{10}$과 같으므로

$$\frac{|-3m+1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{10}$$

$(3m-1)^2=10(m^2+1)$

$m^2+6m+9=0$

$\therefore m=-3$

따라서 접선의 방정식은 $y=-3x+10$이므로

y절편은 10이다.

16 정답 ③

해설 구하는 접선의 방정식은

$y=-\sqrt{3}x\pm2\sqrt{1+(-\sqrt{3})^2}$

$\therefore y=-\sqrt{3}x\pm4$

17 정답 ③

해설 구하는 접선의 방정식을 $y=-2x+k$라 하면

원의 중심 $(3, -1)$과

직선 $y=-2x+k$, 즉 $2x+y-k=0$ 사이의 거리 d는

$$d=\frac{|2\cdot3+1\cdot(-1)-k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|5-k|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이가 5이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|5-k|}{\sqrt{5}}=5,\ |k-5|=5\sqrt{5}$$

$k-5=\pm5\sqrt{5}$

$\therefore k=5\pm5\sqrt{5}$

이때 k가 두 직선의 y절편이므로 y절편의 합은

$(5+5\sqrt{5})+(5-5\sqrt{5})=10$

18 정답 7

해설 도형의 평행이동 이해하기

점 $(-4, 3)$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(-4+a, 3+b)$이므로

$a=5$, $b=2$

$\therefore a+b=7$

19 정답 ③

해설 $(-1+a, 2+b)=(6, 3)$

$\therefore a=7$, $b=1$

따라서 원점으로 옮겨지는 좌표를 찾으면

$(x+7, y+1)=(0, 0)$

$\therefore x=-7$, $y=-1$

즉, 평행이동 f에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는 $(-7, -1)$

20 정답 ⑤

해설 직선 $x+2y-3=0$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동시키면

$(x-2)+2(y+3)-3=0$

$\therefore x+2y+1=0$

21 정답 ①

해설 직선 $y=2x+1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면

$y+1=2(x-2)+1$,

$y=2x-4$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 -4 이다.

22 정답 ④

해설 원 $x^2+y^2=r^2$ $\cdots$ ㉠

위의 임의의 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 점을 $\mathrm{P}(x',\ y')$이라 하면

$x'=x+2,\ y'=y+3$이므로

$x=x'-2,\ y=y'-3$ $\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$(x'-2)^2+(y'-3)^2=r^2$

점 $\mathrm{P}(x',\ y')$는 평행이동한 원 위의 임의의 점이므로 구하는 방정식은

$(x-2)^2+(y-3)^2=r^2$

23 정답 6

해설 원의 중심 $(1,\ -2)$를 x축으로 2, y축으로 5만큼 평행이동하면 $(1,\ -2)\rightarrow(3,\ 3)$

따라서 $a=3,\ b=3$이므로 $a+b=6$

24 정답 ⑤

해설 점 $(2,\ -7)$을 y축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2,\ -7)$

이 점을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(2,\ 7)$

25 정답 ②

해설 원 $(x+4)^2+(y-3)^2=3$을 원점에 대하여 대칭이동하면

$(-x+4)^2+(-y-3)^2=3$

$\therefore\ (x-4)^2+(y+3)^2=3$

26 정답 ④

해설 주어진 방정식을 원점대칭하면

$(-x)^2+(-y)^2+2\cdot(-x)-6\cdot(-y)+6=0$

$\therefore\ x^2+y^2-2x+6y+6=0$

27 정답 ②

해설 원 $(x+4)^2+(y-3)^2=3$을 원점에 대하여 대칭이동하면

$(-x+4)^2+(-y-3)^2=3$

$\therefore\ (x-4)^2+(y+3)^2=3$

28 정답 ④

해설 주어진 방정식을 원점대칭하면

$(-x)^2+(-y)^2+2\cdot(-x)-6\cdot(-y)+6=0$

$\therefore\ x^2+y^2-2x+6y+6=0$

29 정답 ③

해설 $y=x$대칭은 x 대신 y를, y 대신 x를 대입한다.

즉, $y=2x$에서 $x=2y$

$\therefore\ y=\dfrac{1}{2}x$

30 정답 ②

해설 직선의 방정식 $y=3x-3$에 x 대신 y, y 대신 x를 대입하면

$x=3y-3,\ x+3=3y$

$\therefore\ y=\dfrac{1}{3}x+1$

31 정답 ⑤

해설 $\triangle ABC$에서 $\angle A$가 직각이므로 피타고라스의 정리에 의해 $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$ $\cdots$ ㉠

이때 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$에 대하여

$\overline{AB}^2=(-1-a)^2+(-5-3)^2=a^2+2a+65$

$\overline{CA}^2=(a-3)^2+(3-7)^2=a^2-6a+25$

$\overline{BC}^2=(3+1)^2+(7+5)^2=160$이므로

㉠에 의해 $2a^2-4a+90=160$

$\therefore a^2-2a-35=0$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a의 값들의 합은 2이다.

32 정답 ④

해설 세 점 $A(5, 3)$, $B(1, -1)$, $C(-1, 1)$에 대하여

$\overline{AB}^2=(5-1)^2+(3+1)^2=32$

$\overline{BC}^2=(1+1)^2+(-1-1)^2=8$

$\overline{CA}^2=(-1-5)^2+(1-3)^2=40$이므로

$\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

따라서 삼각형 ABC는 변 CA가 빗변인 직각삼각형이다.

$\therefore \angle B=90^\circ$

33 정답 ①

해설 선분 AB를 $1:3$으로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot a+3\cdot 1}{1+3}, \frac{1\cdot b+3\cdot 3}{1+3}\right)=\left(\frac{a+3}{4}, \frac{b+9}{4}\right)$

$\frac{a+3}{4}=3$, $a=9$

$\frac{b+9}{4}=4$, $b=7$

$\therefore a+b=16$

34 정답 ④

해설 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(2, -2)$이므로

$\frac{3+a-1}{3}=2$, $\frac{-2+1+2b+3}{3}=-2$

$a+2=6$, $2b+2=-6$

따라서 $a=4$, $b=-4$이므로

$a+b=4+(-4)=0$

35 정답 2

해설 $A(a, 2)$, $B(-5, 5)$, $C(-2, -4)$의 무게중심 G의 좌표는 $\left(\frac{a-5-2}{3}, \frac{2+5-4}{3}\right)$, 즉 $\left(\frac{a-7}{3}, 1\right)$

이때 $G(-2, b)$이므로

$\frac{a-7}{3}=-2$, $b=1$

따라서 $a=1$, $b=1$이므로

$a+b=2$

36 정답 ①

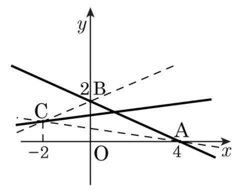
해설 $y=-\frac{1}{2}x+2\cdots$㉠

$y=kx+2k+1\cdots$㉡

㉡을 k에 대하여 정리하면

$k(x+2)+(1-y)=0$ 이므로

k의 값에 관계없이 정점 $C(-2, 1)$을 지난다.



㉠, ㉡이 제1 사분면에서 만날 조건은 그림에서 직선 AC, BC 사이를 직선 ㉡이 지나야 한다.

$\overline{AC}$의 기울기는 $-\frac{1}{6}$,

$\overline{BC}$의 기울기는 $\frac{1}{2}$

따라서 기울기 k는 $-\frac{1}{6}$보다 커야하고 $\frac{1}{2}$보다 작아야 제 1사분면에서 만난다.

$\therefore -\frac{1}{6}<k<\frac{1}{2}$

37 정답 ②

해설 두 직선 $x+y=1$, $ax+2y+a+2=0$이 만나야하므로
$a\neq 2$
두 직선의 교점을 구하면
$\left(\frac{a+4}{2-a}, \frac{2a+2}{a-2}\right)$
교점이 제1사분면에 있어야 하므로
$\frac{a+4}{2-a}>0$, $\frac{2a+2}{a-2}>0$
(ⅰ) $\frac{a+4}{2-a}>0$에서 분모와 분자가 0이 아니고 부호가 서로 같아야 하므로
$(a-2)(a+4)<0$
$\therefore\ -4<a<2$
(ⅱ) $\frac{2a+2}{a-2}>0$에서 분모와 분자가 0이 아니고 부호가 서로 같아야 하므로
$(2a+2)(a-2)>0$
$\therefore\ a<-1$ 또는 $a>2$
두 식의 양변에 $(a-2)^2$을 곱하면
즉, (ⅰ), (ⅱ)에서 $-4<a<-1$이다.
따라서 정수 a는 -3, -2의 2개이다.

38 정답 ②

해설 $y=2x+4$에 평행한 직선의 기울기는 2이다.
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y-(-1)=2(x-2)$
$\therefore\ y=2x-5$

39 정답 ②

해설 두 점 $(-2, 6)$, $(4, -3)$을 지나는 직선의 기울기는
$\frac{(-3)-6}{4-(-2)}=-\frac{3}{2}$
따라서 기울기가 $-\frac{3}{2}$이고 점 $(6, -4)$를 지나는 직선의 방정식은
$y-(-4)=-\frac{3}{2}(x-6)$, 즉 $y=-\frac{3}{2}x+5$
이 직선이 점 $(2, a)$를 지나므로
$a=-3+5=2$
$\therefore\ a=2$

40 정답 ①

해설 두 직선 $y=ax+b$, $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$이 수직이므로
$\frac{1}{2}a=-1$
$\therefore\ a=-2$
따라서 직선 $y=-2x+b$가 점 $(1, 2)$를 지나므로
$2=-2+b$
$\therefore\ b=4$
$\therefore\ ab=-8$

41 정답 4

해설 직선 AB의 기울기는
$\frac{3-5}{6-2}=-\frac{1}{2}$
따라서 직선 AB에 수직인 직선의 기울기는 2이다.
기울기가 2이고, y절편이 -8인 직선의 방정식은
$y=2x-8$
따라서 이 직선의 x절편은 4이다.

42 정답 6

해설 두 직선이 평행하거나 일치하려면
$\frac{k}{4}=\frac{-2}{-k-2}$에서 $-k^2-2k=-8$
$k^2+2k-8=0$, $(k+4)(k-2)=0$
$\therefore\ k=-4$ 또는 $k=2$
(ⅰ) $k=-4$일 때, $\frac{-4}{4}=\frac{-2}{2}\neq\frac{1}{-4}$이므로
두 직선은 평행하다. $\therefore\ a=-4$
(ⅱ) $k=2$일 때, $\frac{2}{4}=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$이므로
두 직선은 일치한다. $\therefore\ b=2$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $b-a=6$

43 정답 5

해설 두 직선 $x+ay+1=0$, $2x+by+1=0$이 서로 수직이므로

$1\times2+a\times b=0$

$\therefore\ ab=-2$ $\cdots$ ㉠

두 직선 $x+ay+1=0$, $x-(b-1)y-1=0$이 서로 평행하므로

$\dfrac{1}{1}=\dfrac{a}{1-b}\neq\dfrac{1}{-1}$ $\quad\therefore\ a+b=1$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

따라서 $a^2+b^2=1^2-2\times(-2)=5$

44 정답 7

해설 두 직선이 평행하거나 일치하려면

$\dfrac{k}{2}=\dfrac{-6}{-k-1}$에서 $-k^2-k=-12$

$k^2+k-12=0$, $(k+4)(k-3)=0$

$\therefore\ k=-4$ 또는 $k=3$

(ⅰ) $k=-4$일 때, $\dfrac{-4}{2}=\dfrac{-6}{3}=\dfrac{8}{-4}$이므로

두 직선은 일치한다. $\quad\therefore\ b=-4$

(ⅱ) $k=3$일 때, $\dfrac{3}{2}=\dfrac{-6}{-4}\neq\dfrac{8}{3}$이므로

두 직선은 평행하다. $\quad\therefore\ a=3$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a-b=7$

45 정답 8

해설 직선 $2x-y+3=0$위의 한 점 $(1,\ 5)$에서 직선 $2x-y+k=0$까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$\dfrac{|2\cdot1-1\cdot5+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{|-3+k|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

$|-3+k|=5$

$\therefore\ k=8$ ($\because$ k는 양수)

46 정답 6

해설 두 직선 $3x+4y+3=0$, $3x+4y+k=0$이 서로 평행하므로 직선 $3x+4y+3=0$ 위의 한 점 $(-1,\ 0)$과 직선 $3x+4y+k=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3\times(-1)+0+k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$

$|k-3|=10$, $k-3=\pm10$

$\therefore\ k=-7$ 또는 $k=13$

따라서 상수 k의 값의 합은 $-7+13=6$

47 정답 ⑤

해설 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{1+5}{2},\ \dfrac{4+2}{2}\right)$, 즉 $(3,\ 3)$

반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\sqrt{(5-1)^2+(2-4)^2}=\sqrt{5}$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y-3)^2=5$

48 정답 ②

해설 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{6-2}{2},\ \dfrac{4-2}{2}\right)$, 즉 $(2,\ 1)$

원의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\sqrt{(-2-6)^2+(-2-4)^2}=5$

따라서 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y-1)^2=25$이므로 이 원 위의 점인 것은 ②이다.

49 정답 ②

해설 $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=6$, $\overline{CA}=10$이므로

$\angle ABC=90^\circ$ 이다.

따라서 원의 중심은 선분 AC의 중점이므로

$p=\dfrac{-6+2}{2}=-2$, $q=\dfrac{0+6}{2}=3$

$\therefore\ p^2+q^2=13$

50 **정답** ②

해설 구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓는다. 세 점 $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(1, \sqrt{2})$는 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 위의 점이므로 등식이 성립한다. 따라서 세 점을 대입한 식을 연립하면 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-3x=0$이다.
$x^2+y^2-3x=0$을 정리하면
$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=\frac{9}{4}$이다.
따라서 $a=\frac{3}{2}$, $b=0$, $r=\frac{3}{2}$이므로
$a+b+r=3$이다.

51 **정답** ④

해설 원의 중심이 x축 위에 있으므로 원의 중심의 좌표를 $(a, 0)$으로 놓고, 반지름의 길이를 r라 하면 구하는 원의 방정식은
$(x-a)^2+y^2=r^2$ ⋯ ㉠
이 원이 두 점 $(1, 1)$, $(-3, 3)$을 지나므로
두 점의 좌표를 각각 ㉠에 대입하면
$(1-a)^2+1^2=r^2$, $(-3-a)^2+3^2=r^2$
$\therefore\ a^2-2a+2=r^2$, $a^2+6a+18=r^2$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-2$, $r^2=10$
따라서 구하는 원의 반지름의 길이는
$r=\sqrt{10}\ (\because\ r>0)$

52 **정답** ③

해설 원의 중심의 좌표를 $(0, a)$, 반지름의 길이를 r라 하면
원의 방정식은 $x^2+(y-a)^2=r^2$
이 원이 점 $(-5, 2)$를 지나므로
$25+(2-a)^2=r^2$
$\therefore a^2-4a+29=r^2$ ⋯ ㉠
또, 점 $(1, 0)$을 지나므로
$1+(-a)^2=r^2$
$\therefore a^2+1=r^2$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=7$, $r^2=50$
따라서 주어진 원의 방정식은 $x^2+(y-7)^2=50$
ㄱ. $49+(8-7)^2=50$이므로 주어진 원은 점 $(7, 8)$을 지난다. (참)
ㄴ. 원의 중심의 좌표는 $(0, 7)$이다. (참)
ㄷ. 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$이므로 둘레의 길이는 $10\sqrt{2}\pi$이다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

53 **정답** ①

해설 원의 중심과 직선 $2x-y+k=0$ 사이의 거리 d는
$d=\frac{|0-0+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{5}}$
이때 원의 반지름의 길이가 2이므로
원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면
$\frac{|k|}{\sqrt{5}}<2$, $|k|<2\sqrt{5}$
$\therefore\ -2\sqrt{5}<k<2\sqrt{5}$

54 **정답** 2

해설 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $x-y+2\sqrt{2}=0$ 사이의 거리는 $\frac{|2\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2$ 이므로 원과 직선이 접하려면
$r=2$

55 정답 ②

해설 원과 직선의 방정식을 연립하여 얻은 이차방정식
$5x^2+4bx+b^2-4=0$ ⋯ ㉠
의 판별식을 D라고 하면
$\frac{D}{4}=(2b)^2-5(b^2-4)=-b^2+20$
원과 직선이 만나지 않으려면 ㉠이 실근을 갖지 않아야 하므로 $\frac{D}{4}<0$에서 $-b^2+20<0$, $b^2-20>0$
$\therefore b<-2\sqrt{5}$ 또는 $b>2\sqrt{5}$

56 정답 4

해설 $x^2+y^2=2r$, $x+y=r$이 접하므로 연립방정식의 해가 중근을 가진다.
$x^2+(r-x)^2=2r$, $2x^2-2rx+r^2-2r=0$
$\frac{D}{4}=r^2-2(r^2-2r)=0$에서
$-r^2+4r=0$
$\therefore r=0$ 또는 $r=4$
따라서 양수 r의 값은 4이다.

57 정답 9

해설 직선 $4x+y-2=0$에 평행한 직선의 기울기는 -4이므로 원 $x^2+y^2=17$에 접하고 기울기가 -4인 접선의 방정식은
$y=-4x\pm17$
이 접선이 점 $(2,\ k)$를 지나므로
$k=-25$ 또는 $k=9$
이때 $k>0$이므로 $k=9$

58 정답 ③

해설 직선 $y=2x-3$의 기울기가 2이므로 구하는 접선의 기울기도 2이다.
구하는 직선의 방정식을 $y=2x+k$ (k는 실수)로 놓으면
$2x-y+k=0$
원 $(x-1)^2+(y-2)^2=9$의 중심 $(1,\ 2)$와 이 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 3과 같아야 하므로
$\frac{|2-2+k|}{\sqrt{2+(-1)^2}}=3$, $|k|=3\sqrt{5}$
$\therefore k=\pm3\sqrt{5}$
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=2x\pm3\sqrt{5}$ 이다.

59 정답 3

해설 점 $(-4,\ 1)$을 x축의 방향으로 9만큼 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(5,\ -2)$
이 점이 직선 $y=ax-17$ 위에 있으므로
$-2=5a-17$
$\therefore a=3$

60 정답 11

해설 점 $(2,\ 8)$이 점 $(0,\ 5)$로 이동하려면
x축의 방향으로 -2만큼, y축 방향으로 -3만큼 평행이동해야 한다.
이때 점 $(a,\ b)$를 x축의 방향으로 -2만큼, y축 방향으로 -3만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(a-2,\ b-3)$이므로
$a-2=-1$, $b-3=7$에서 $a=1$, $b=10$
$\therefore a+b=11$

61 정답 ④

해설 평행이동한 직선의 방정식은
$k(x-m)-(y-5)+k+2=0$
$\therefore kx-y-km+k+7=0$
이 직선이 직선 $4x-y+3=0$과 일치하므로
$k=4$, $-km+k+7=3$
따라서 $k=4$, $m=2$이므로
$k+m=6$

62 정답 -20

해설 $(0,\ 1)=(3+(-3),\ -4+5)$이므로
점 $(0,\ 1)$은 점 $(3,\ -4)$를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.
직선 $2x+5y-6=0$에 x대신 $x+3$, y 대신 $y-5$를 대입하면
$2(x+3)+5(y-5)-6=0$
$\therefore 2x+5y-25=0$
따라서 $p=5$, $q=-25$이므로
$p+q=-20$

63 정답 ③

해설 원 $(x-3)^2+(y-a)^2=36$를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 도형의 방정식은
$(x-3)^2+(y+4-a)^2=36$
즉, 원의 중심이 점 $(3,\ a-4)$이고 반지름의 길이가 6인 원이다. 이때 이 원이 x축에 접하므로
$|a-4|=6$
$a-4=6$ 또는 $a-4=-6$에서 $a=10$ 또는 $a=-2$
이때 $a>0$이므로
$a=10$

64 정답 14

해설 점 $(3,\ -1)$을 점 $(1,\ 2)$로 옮기는 평행이동은 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
$x^2+y^2+ax+by+c=0$에서 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-3$을 대입하면
$(x+2)^2+(y-3)^2+a(x+2)+b(y-3)+c=0$
$x^2+y^2+(a+4)x+(b-6)y+2a-3b+c+13=0$
이 식과 $x^2+y^2=1$이 일치하므로
$a+4=0,\ b-6=0,\ 2a-3b+c+13=-1$
$\therefore\ a=-4,\ b=6,\ c=12$
$\therefore\ a+b+c=14$

65 정답 10

해설 점 $(3,\ -4)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점 P의 좌표는 $(3,\ 4)$
점 $(3,\ -4)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표는 $(-3,\ -4)$
따라서 선분 PQ의 길이는
$\sqrt{(-3-3)^2+(-4-4)^2}=\sqrt{100}=10$

66 정답 8

해설 점 $(2,\ 3)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2,\ -3)$
이 점이 직선 $ax-5y+1=0$ 위에 있으므로
$-2a+15+1=0$
$\therefore\ a=8$

67 정답 ②

해설 직선 $y=\frac{1}{3}x+k$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $y=3x-3k$
이 직선이 점 $(2,\ -3)$을 지나므로
$-3=6-3k\qquad \therefore\ k=3$

68 정답 74

해설 점 $(7,\ 5)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{A}(7,\ -5)$
점 $(7,\ 5)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{B}(-7,\ 5)$
점 $(7,\ 5)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{C}(5,\ 7)$
따라서 삼각형 ABC에서
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(-7-7)^2+\{5-(-5)\}^2}=2\sqrt{74}$
$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{\{5-(-7)\}^2+(7-5)^2}=2\sqrt{37}$
$\overline{\mathrm{CA}}=\sqrt{(7-5)^2+(-5-7)^2}=2\sqrt{37}$
이때 $\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{BC}}^2+\overline{\mathrm{CA}}^2$이므로
삼각형 ABC는 $\angle\mathrm{C}=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
따라서 삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{BC}}\cdot\overline{\mathrm{CA}}=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{37}\cdot 2\sqrt{37}=74$

69 정답 0

해설 원 $(x-1)^2+(y+1)^2=1$의 중심은 $(1,\ -1)$이고 반지름의 길이는 1이므로 주어진 원을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 중심은 $(-1,\ 1)$이다.
점 $(-1,\ 1)$을 y축에 대하여 대칭이동하면 $(1,\ 1)$이므로 구하는 원의 중심은 $(1,\ 1)$이다.
따라서 원의 중심 $(1,\ 1)$이 직선 $y=ax+1$ 위에 있으므로 $1=a+1$
$\therefore\ a=0$

70 정답 ③

해설 점 $(a,\ 2)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점 A의 좌표는 $(2,\ a)$이고, 점 A를 y축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2,\ a)$이므로
$a=5,\ b=-2$
$\therefore\ a+b=3$

71 정답 7

해설 $x^2+y^2+10x-6y+20=0$을 변형하면
$(x+5)^2+(y-3)^2=14$
따라서 주어진 원의 중심의 좌표는 $(-5,\ 3)$이므로
이 원을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 중심의 좌표는 $(3,\ -5)$이다.
이때 점 $(3,\ -5)$가 직선 $4x+y-k=0$ 위에 있으므로
$4\cdot3+1\cdot(-5)-k=0$
$\therefore\ k=7$

72 정답 ①

해설 좌표평면에서 선분의 내분점을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는
$$\left(\frac{2\times5+1\times(-1)}{2+1},\ \frac{2\times(-5)+1\times4}{2+1}\right)=(3,\ -2)$$
이다.
점 $(3,\ -2)$가 직선 $y=2x+k$ 위의 점이므로
$-2=6+k$
$\therefore\ k=-8$

73 정답 ④

해설 $\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{PB}}=2:1$에서 점 P는 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이므로 점 P의 좌표는
$$\mathrm{P}\left(\frac{2\cdot4+1\cdot(-3)}{2+1},\ \frac{2\cdot k+1\cdot4}{2+1}\right)$$
$$\therefore \mathrm{P}\left(\frac{5}{3},\ \frac{2k+4}{3}\right)$$
이때, 점 P는 x축 위의 점이므로 y좌표가 0이다.
$2k+4=0 \qquad \therefore k=-2$

74 정답 ③

해설 $\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2$
$=(x-2)^2+(y-6)^2+x^2+(y-2)^2+(x-4)^2+(y+2)^2$
$=3x^2-12x+3y^2-12y+64$
$=3(x-2)^2+3(y-2)^2+40$
따라서 $x=2,\ y=2$일 때, 최솟값은 40이다.

75 정답 -5

해설 실수 k에 대하여 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을
$ax+(a+3)y-4+k\{(a-4)x+ay+4\}=0 \quad \cdots ㉠$
으로 놓으면 직선 ㉠이 원점을 지나므로
$-4+4k=0$
$\therefore\ k=1$
이것을 ㉠에 대입하면
$ax+(a+3)y-4+(a-4)x+ay+4=0$
$\therefore\ (2a-4)x+(2a+3)y=0$
이 직선의 기울기가 -2이므로
$-\dfrac{2a-4}{2a+3}=-2,\ 2a-4=4a+6$
$\therefore\ a=-5$

76 정답 ⑤

해설 두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 점을 $\mathrm{P}(x,\ y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로
$$\frac{|-x+4y+8|}{\sqrt{(-1)^2+4^2}}=\frac{|4x+y+3|}{\sqrt{4^2+1^2}}$$
$|-x+4y+8|=|4x+y+3|$
$-x+4y+8=\pm(4x+y+3)$
$\therefore\ 5x-3y-5=0$ 또는 $3x+5y+11=0$
따라서 주어진 두 직선이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식은 ㄷ, ㄹ이다.

77 정답 ②

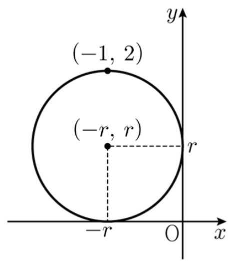
해설 주어진 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(x,\ y)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로
$$\frac{|x+2y-3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|2x-y+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$$
$|x+2y-3|=|2x-y+5|$
$x+2y-3=\pm(2x-y+5)$
$\therefore\ x-3y+8=0$ 또는 $3x+y+2=0$
따라서 두 직선이 이루는 각의 이등분선의 방정식은 ㄱ, ㄷ이다.

78 정답 ③

해설 $x^2+y^2-4ax+8y-16a-11=0$에서
$(x-2a)^2+(y+4)^2=4a^2+16a+27$ $\cdots$ ㉠
이 원의 반지름의 길이를 r라 하면
r^2이 최소일 때 원의 넓이가 최소이다.
이때 ㉠에서
$r^2=4a^2+16a+27=4(a+2)^2+11$이므로 r^2은
$a=-2$일 때 최솟값 11을 갖는다.
따라서 구하는 원의 넓이의 최솟값은 11π이다.

79 정답 ①

해설 점 $(-1,\ 2)$를 지나고 x축과 y축이 동시에 접하려면
그림과 같이 원의 중심이 제2사분면에 있어야 한다.
따라서 반지름의 길이를 r이라고 하면 원의 중심은
$(-r,\ r)$이므로 구하는 원의 방정식을
$(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$으로 놓을 수 있다.
이때 이 원이 점 $(-1,\ 2)$를 지나므로
$(-1+r)^2+(2-r)^2=r^2,\ r^2-6r+5=0$
$\therefore\ r=1$ 또는 $r=5$



80 정답 ④

해설 원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 둘레의 길이가
16π이므로
$2\pi r=16\pi$
$\therefore\ r=8$
반지름의 길이가 8이고 원의 중심이 제2사분면 위에
있으므로 중심의 좌표는 $(-8,\ 8)$이다.
따라서 구하는 원의 방정식은
$(x+8)^2+(y-8)^2=64$
즉, $x^2+y^2+16x-16y+64=0$이므로
$a=16,\ b=-16,\ c=64$
$\therefore\ c+b-a=32$

81 정답 ④

해설 원의 중심 $(2,\ -2)$와 직선 $4x-3y+6=0$의
사이의 거리는
$\dfrac{|4\cdot2-3\cdot(-2)+6|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=4$
이때, 원의 반지름의 길이가 2이므로
(거리의 최댓값)$=4+2=6$,
(거리의 최솟값)$=4-2=2$
따라서 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 $6+2=8$

82 정답 ①

해설 직선 위의 한 점 P 에서 원까지의 최단거리는
원점에서 직선까지의 거리에서 원의 반지름의
길이를 뺀 것이다.
따라서 (최단거리) $=\dfrac{|0+0-15|}{\sqrt{4^2+3^2}}-2$
$=\dfrac{15}{5}-2=3-2=1$

83 정답 ③

해설 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 $(a,\ 5\sqrt{3})$에서의 접선의
방정식은
$ax+5\sqrt{3}y=r^2,\ ax+5\sqrt{3}y-r^2=0$
이 접선이 직선 $x-\sqrt{3}y+b=0$과 일치하므로
$\dfrac{a}{1}=\dfrac{5\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}=\dfrac{-r^2}{b}$
$\therefore\ a=-5,\ r^2=5b$ $\cdots$ ㉠
또, 점 $(a,\ 5\sqrt{3})$이 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점이므로
$a^2+(5\sqrt{3})^2=r^2$
$r^2=(-5)^2+(5\sqrt{3})^2=100$
이때 $r>0$이므로
$r=10$
㉠에서 $b=\dfrac{r^2}{5}=\dfrac{100}{5}=20$
따라서 $a=-5,\ b=20,\ r=10$이므로
$a+b+r=25$

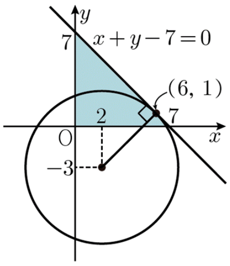
84 정답 $\frac{49}{2}$

해설 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=32$ 위의 점 $(6, 1)$에서의 접선의 방정식은

$(6-2)(x-2)+(1+3)(y+3)=32$

$\therefore x+y-7=0$

따라서 다음 그림에서 구하는 넓이는



$\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 7=\frac{49}{2}$

85 정답 ③

해설 점 $(3, -4)$에서 원 $x^2+y^2=5$에 그은 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은 $y+4=m(x-3)$이다.
원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $y+4=m(x-3)$ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$\frac{|-3m-4|}{\sqrt{1+m^2}}=\sqrt{5}$에서

$4m^2+24m+11=0$

$\therefore m=-\frac{11}{2}$ 또는 $m=-\frac{1}{2}$

$y=mx-3m-4$가 y축과 만나는 점의 좌표는

$\mathrm{B}\left(0, \frac{25}{2}\right)$, $\mathrm{C}\left(0, -\frac{5}{2}\right)$이므로 삼각형 ABC의 넓이는

$\left\{\frac{25}{2}-\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}\cdot 3\cdot\frac{1}{2}=\frac{45}{2}$

86 정답 $\frac{45}{2}$

해설 접선의 기울기를 m이라 하면 기울기가 m이고 점 $(3, 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-4=m(x-3)$

$\therefore mx-y-3m+4=0$

원의 중심의 좌표가 $(0, 0)$, 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이므로 원과 직선이 접하려면

$\frac{|-3m+4|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $|3m-4|=\sqrt{5m^2+5}$

양변을 제곱하면

$9m^2-24m+16=5m^2+5$

$4m^2-24m+11=0$, $(2m-1)(2m-11)=0$

$\therefore m=\frac{1}{2}$ 또는 $m=\frac{11}{2}$

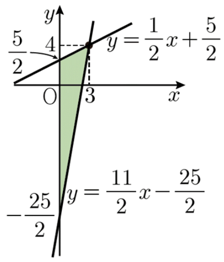
따라서 두 접선의 방정식은

$\frac{1}{2}x-y+\frac{5}{2}=0$, $\frac{11}{2}x-y-\frac{25}{2}=0$

$\therefore y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$, $y=\frac{11}{2}x-\frac{25}{2}$

두 직선의 y절편은 각각 $\frac{5}{2}$, $-\frac{25}{2}$이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot\left\{\frac{5}{2}-\left(-\frac{25}{2}\right)\right\}\cdot 3=\frac{45}{2}$



87 정답 ③

해설 직선 $x+5y+8=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$y+5x+8=0$

$\therefore 5x+y+8=0$

이 직선을 평행이동 $(x, y)\to(x+a, y+3)$에 의하여 옮긴 직선의 방정식은

$5(x-a)+(y-3)+8=0$

$\therefore 5x+y-5a+5=0$

이 직선이 직선 $5x+y-10=0$과 일치하므로

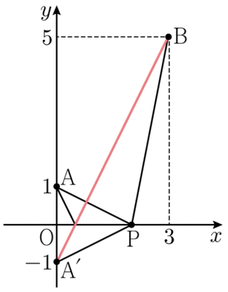
$-5a+5=-10$

$\therefore a=3$

88 정답 ③

해설 다음 그림과 같이 다리가 시작하는 위치를 원점 O, 철수의 집의 위치를 점 A, 소의 위치를 점 B라 하면

A$(0,\ 1)$, B$(3,\ 5)$



점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점은 A′$(0,\ -1)$

이때 철수가 x축의 시냇물을 거치는 지점을 P라 하면

철수가 집으로 가는 최단 거리는

$$\begin{aligned}\overline{AP}+\overline{PB}&=\overline{A'P}+\overline{PB}\\&\geq \overline{A'B}\\&=\sqrt{(3-0)^2+(5+1)^2}\\&=3\sqrt{5}\,(\mathrm{km})\end{aligned}$$

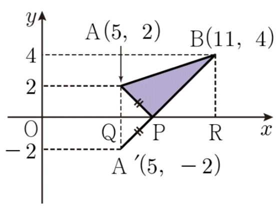
89 정답 ④

해설 점 A$(5,\ 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면 A′$(5,\ -2)$이다.

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\geq\overline{A'B}$

직선 A′B의 방정식은

$y-(-2)=\dfrac{4-(-2)}{11-5}(x-5)$, 즉 $y=x-7$



이때 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하면 Q$(5,\ 0)$, R$(11,\ 0)$이다.

한편, 점 P의 좌표는 $(7,\ 0)$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}$의 값이 최소일 때 삼각형 ABP의 넓이는

$\triangle ABP=\square AQRB-\triangle AQP-\triangle BPR$

또, $\overline{QR}=6$, $\overline{QP}=7-5=2$, $\overline{PR}=11-7=4$이므로

$$\begin{aligned}\triangle ABP&=\frac{1}{2}\cdot(2+4)\cdot 6-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\\&=18-2-8=8\end{aligned}$$

90 정답 1

해설 직선 l의 방정식은

$12x+5y-8=0$

원 $(x-5)^2+y^2=16$의 중심 $(5,\ 0)$과 직선 l 사이의 거리를 원의 반지름의 길이 4와 비교하면

$\dfrac{|60+0-8|}{\sqrt{12^2+5^2}}=\dfrac{52}{13}=4$

따라서 직선 l과 원 $(x-5)^2+y^2=16$은 한 점에서 접하므로 교점의 개수는 1이다.

91 정답 ④

해설 원 $x^2+2x+y^2=3$을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$(-x)^2+2(-x)+(-y)^2=3$

$\therefore\ x^2-2x+y^2=3$

이 원을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$y^2-2y+x^2=3$

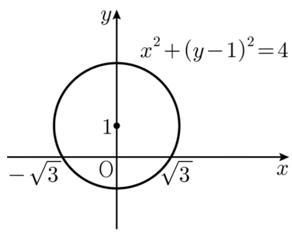
$\therefore\ x^2+y^2-2y=3$

이 원이 축과 서로 다른 두 점 A, B에서 만나므로

$y=0$을 대입하면

$x^2=3,\ x=\pm\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AB}=2\sqrt{3}$



92 정답 ⑤

해설 직선 $3x-4y+a=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$3(-x)-4(-y)+a=0\quad\therefore\ 3x-4y-a=0$

이 직선이 원 $(x-5)^2+(y-1)^2=9$에 접하므로 원의 중심 $(5,\ 1)$과 직선 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 3과 같다.

즉, $\dfrac{|15-4-a|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=3$이므로 $|11-a|=15$

$11-a=\pm15\qquad\therefore\ a=26\ (\because\ a>0)$

93 정답 3

해설 직선 $3x-4y+1=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$3(-x)-4(-y)+1=0$
$3x-4y-1=0$
이 직선이 원의 중심인 점 $(a, 2)$를 지날 때 원의 넓이를 이등분하므로
$3a-4\cdot2-1=0,\ a=3$

94 정답 ①

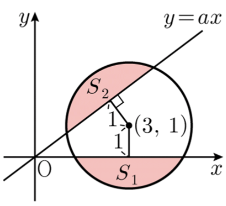
해설 직선 $2x-3y-1=0$을 원점에 대하여 대칭이동하면
$-2x+3y-1=0$
이 직선을 다시 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면
$-2y+3x-1=0$
$\therefore\ 3x-2y-1=0$
이 직선이 원 $(x-1)^2+(y-a)^2=5$의 넓이를 이등분하므로 원의 중심 $(1, a)$를 지난다.
즉, $3-2a-1=0$, $2a=2$
$\therefore\ a=1$

95 정답 ③

해설 직선의 방정식을 원의 방정식에 대입하여 정리하면
$x^2-22x+120=0$, $(x-10)(x-12)=0$
$x=10$ 또는 $x=12$
따라서 원과 직선의 두 교점의 좌표는 $(10, -6)$, $(12, 0)$
이때 원의 중심은 두 점 $(10, -6)$, $(12, 0)$을 이은 선분의 중점이므로 $\left(\frac{10+12}{2}, \frac{-6+0}{2}\right)$
즉, $(11, -3)$이다.

96 정답 75

해설 $S_1=S_2$이면 중심 $(3, 1)$에서 직선 $y=ax$까지의 거리는 1이다.
따라서 $1=\frac{|3a-1|}{\sqrt{a^2+1}}$이고, $a=\frac{3}{4}$이다.
$\therefore\ 100a=75$



97 정답 -15

해설 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 방정식은
$x+2y=5$ $\therefore$ $x+2y-5=0$ $\cdots$ ㉠
$x^2+y^2+2x+4y+k=0$에서
$(x+1)^2+(y+2)^2=5-k$ $\cdots$ ㉡
직선 ㉠과 원 ㉡의 중심 $(-1, -2)$ 사이의 거리는
$\frac{|-1-4-5|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$
이때 직선 ㉠과 원 ㉡이 접하므로
$5-k=(2\sqrt{5})^2$ $\quad\therefore\ k=-15$

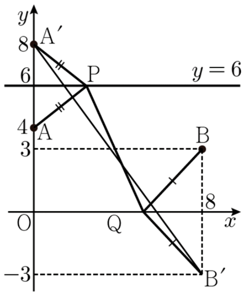
98 정답 1

해설 평행이동한 포물선의 방정식은
$y+3=-(x-6)^2-9(x-6)$
$\therefore\ y=-x^2+3x+15$
두 점 P, Q의 x좌표를 각각 p, q라 하면
p, q는 이차방정식 $-x^2+3x+15=ax$,
즉 $x^2+(a-3)x-15=0$의 두 실근이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$p+q=3-a$ $\cdots$ ㉠
선분 PQ의 중점이 $(1, 1)$이므로 $\frac{p+q}{2}=1$
$\therefore\ p+q=2$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $a=1$이다.

99 정답 ②

해설 점 $\mathrm{A}(0,\ 4)$를 직선 $y=6$에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{A}'(a,\ b)$라 하면 $\overline{\mathrm{AA}'}$의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{0+a}{2},\ \dfrac{4+b}{2}\right)$, 즉 $\left(\dfrac{a}{2},\ \dfrac{4+b}{2}\right)$



이 점이 직선 $y=6$ 위의 점이므로 $\dfrac{4+b}{2}=6$

$\therefore\ b=8$

또, 직선 AA'이 직선 $y=6$과 수직이므로 $a=0$

따라서 점 A'의 좌표는 $(0,\ 8)$

점 $\mathrm{B}(8,\ 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 $\mathrm{B}'(8,\ -3)$

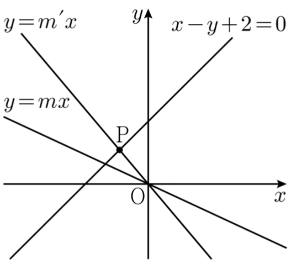
$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}&=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB'}}\\&\ge\overline{\mathrm{A'B'}}\\&=\sqrt{(8-0)^2+(-3-8)^2}\\&=\sqrt{185}\end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은 $\sqrt{185}$이다.

100 정답 ①

해설 직선 $y=0$을 직선 $y=mx$에 대하여 대칭이동시킨 직선을 $y=m'x$라 하자.

두 직선 $y=m'x$, $x-y+2=0$의 교점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{OP}}$의 최솟값은 원점에서 직선 $x-y+2=0$에 이르는 거리와 같다.



따라서 구하는 $\overline{\mathrm{OP}}$의 최솟값은

$\dfrac{|2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$