		# 유형별 학습	이름

09월 08일 (공통수학2)

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 두 직선의 평행 조건과 수직 조건

01 점 $(3,\ 2)$를 지나고 직선 $x+6y+9=0$에 평행한 직선이 점 $(a,\ 3)$을 지날 때, a의 값은?

① -5　② -4　③ -3
④ -2　⑤ -1

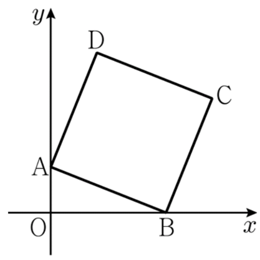
02 [2010년 11월 고1 5번]
두 직선 $(2+k)x-y-10=0$과 $y=-\frac{1}{3}x+1$이 서로 수직일 때, 상수 k의 값은?

① -5　② -3　③ -1
④ 1　⑤ 3

03 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ -1)$, $\mathrm{B}(4,\ 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y=ax+b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

04 두 점 $\mathrm{A}(-5,\ 4)$, $\mathrm{B}(3,\ -2)$에 대하여 선분 AB의 수직이등분선의 방정식이 $ax+by+7=0$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

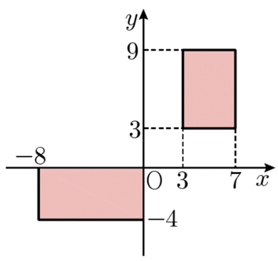
05 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에 대하여 $\mathrm{A}(0,\ 2)$, $\mathrm{B}(5,\ 0)$일 때, 직선 CD의 y절편을 구하시오. (단, 점 C, D는 제 1사분면 위의 점이다.)



06 점 $(2, 3)$을 지나는 직선 l의 x절편과 y절편의 값이 같을 때, 직선 l의 x절편과 y절편의 곱은? (단, x절편은 0이 아니다.)

① -25　② -16　③ 16
④ 25　⑤ 36

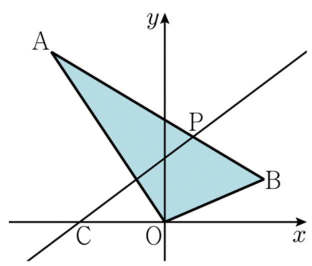
07 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 두 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 x절편과 y절편의 곱을 구하시오.



08 [2004년 11월 고1 29번]
좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(1, 5)$, $\mathrm{B}(4, 2)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점을 지나고, 직선 AB에 수직인 직선의 방정식을 $ax-y+b=0$이라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

09 세 점 $\mathrm{A}(0, 0)$, $\mathrm{B}(3, 0)$, $\mathrm{C}(1, 2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여 각 꼭짓점에서 마주보는 대변에 내린 수선의 교점을 (a, b)라 할 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.

10 [2024년 9월 고1 20번/4점]
그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 $\mathrm{A}(-8, a)$, $\mathrm{B}(7, 3)$, $\mathrm{C}(-6, 0)$이 있다. 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 P라 할 때, 직선 PC가 삼각형 AOB의 넓이를 이등분한다. 양수 a의 값은? (단, O는 원점이다.)



① $\dfrac{21}{2}$　② 11　③ $\dfrac{23}{2}$
④ 12　⑤ $\dfrac{25}{2}$

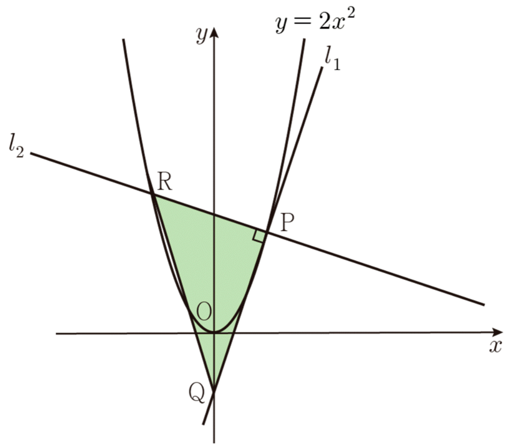
11 직선 $x+y-6=0$과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 두 직선 $y=mx$, $y=nx$에 의하여 삼등분될 때, $m+n$의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 4

12 좌표평면 위의 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하고, 변 AB, 변 BC, 변 CA의 중점의 좌표를 각각 $\mathrm{L}(2,\ 3)$, $\mathrm{M}(0,\ -1)$, $\mathrm{N}(a,\ b)$라 하자. 직선 BN과 직선 LM이 서로 수직이고, 점 G에서 직선 LM까지의 거리가 $2\sqrt{5}$일 때, ab의 값은? (단, 무게중심 G는 제4사분면에 있다.)

① -70 ② -65 ③ -60
④ -55 ⑤ -50

13 [2018년 9월 고1 28번 변형]
다음 그림과 같이 좌표평면에서 이차함수 $y=2x^2$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(1,\ 2)$에서의 접선을 l_1, 점 P를 지나고 직선 l_1과 수직인 직선을 l_2라 하자. 직선 l_1이 y축과 만나는 점을 Q, 직선 l_2가 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 만나는 점 중 점 P가 아닌 점을 R라 하자.
삼각형 PRQ의 넓이를 S라 할 때, $64S$의 값을 구하시오.



14 서로 다른 세 직선 $5x-y+3=0$, $ax+2y-2=0$, $x+by+8=0$에 의하여 좌표평면이 네 부분으로 나누어질 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

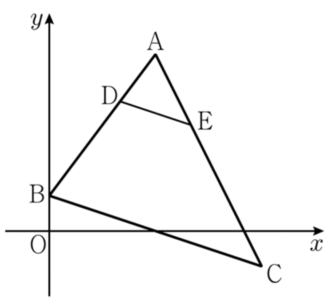
15 세 직선 $x+3y=1$, $x-2y=3$, $x+ay=2$가 좌표평면을 6개의 영역으로 나누도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱을 구하시오.

16 [2018년 9월 고1 16번/4점]

그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(3,\ 5)$, $\mathrm{B}(0,\ 1)$, $\mathrm{C}(6,\ -1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB 위의 한 점 D와 선분 AC 위의 한 점 E가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 DE와 선분 BC는 평행하다.
(나) 삼각형 ADE와 삼각형 ABC의 넓이의 비는 $1:9$이다.

직선 BE의 방정식이 $y=kx+1$일 때, 상수 k의 값은?



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

유형별 학습

		이름

09월 08일 (공통수학2)

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 두 직선의 평행 조건과 수직 조건

정답

01 ③	02 ④	03 1
04 1	05 $\frac{39}{5}$	06 ④
07 $-\frac{49}{18}$	08 3	09 2
10 ④	11 ④	12 ②
13 289	14 2	15 -3
16 ④		

		유형별 학습	이름

09월 08일 (공통수학2)

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 두 직선의 평행 조건과 수직 조건

01 **정답** ③

해설 직선 $x+6y+9=0$, 즉 $y=-\frac{1}{6}x-\frac{3}{2}$에

평행한 직선의 기울기는 $-\frac{1}{6}$이다.

따라서 점 $(3,\ 2)$를 지나고 기울기가 $-\frac{1}{6}$인

직선의 방정식은

$y-2=-\frac{1}{6}(x-3)$

$\therefore\ y=-\frac{1}{6}x+\frac{5}{2}$

이 직선이 점 $(a,\ 3)$을 지나므로

$3=-\frac{1}{6}a+\frac{5}{2}$

$\therefore\ a=-3$

02 **정답** ④

해설 두 직선의 위치 관계를 이해하기

두 직선 $(2+k)x-y-10=0$과 $y=-\frac{1}{3}x+1$이 서로

수직이므로 두 직선의 기울기의 곱이 -1이어야 한다.

즉, $(2+k)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$에서

$2+k=3$

$\therefore\ k=1$

03 **정답** 1

해설 선분 AB의 중점의 좌표는 $(1,\ 1)$

선분 AB의 기울기는 $\frac{3-(-1)}{4-(-2)}=\frac{2}{3}$

따라서, 선분 AB의 수직이등분선은 점 $(1,\ 1)$을

지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-1=-\frac{3}{2}(x-1)$

즉, $y=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$

따라서, $a+b=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=1$

04 **정답** 1

해설 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{-5+3}{2},\ \frac{4-2}{2}\right)$, 즉 $(-1,\ 1)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{-2-4}{3-(-5)}=-\frac{3}{4}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 기울기가 $\frac{4}{3}$이고

점 $(-1,\ 1)$을 지나므로 그 방정식은

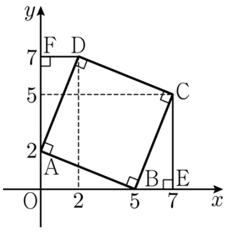
$y-1=\frac{4}{3}(x+1)$

$\therefore\ 4x-3y+7=0$

즉, $a=4,\ b=-3$이므로 $a+b=1$

05 정답 $\frac{39}{5}$

해설 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 E,
점 D에서 y축에 내린 수선의 발을 F라 하면



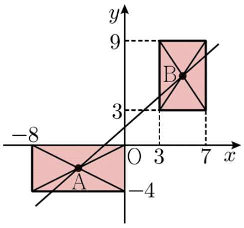
$\triangle AOB \equiv \triangle BEC \equiv \triangle DFA$ (RHA 합동)이므로
$C(7, 5)$, $D(2, 7)$
따라서 직선 CD의 방정식은
$y-5=\frac{7-5}{2-7}(x-7)$, 즉 $y=-\frac{2}{5}x+\frac{39}{5}$ 이므로
구하는 y절편은 $\frac{39}{5}$

06 정답 ④

해설 직선 l의 x절편을 a라 하면 y절편은 a이므로
$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$ $\quad\quad\therefore x+y=a$
점 $(2, 3)$을 지나므로 $2+3=a$
$\therefore a=5$
따라서 직선 l의 방정식은 $x-y=5$이므로
x절편과 y절편의 곱 $5\times5=25$

07 정답 $-\frac{49}{18}$

해설 두 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선은
두 직사각형의 각 대각선의 교점을 지나야 한다.
이때 다음 그림과 같이 두 직사각형의 대각선의 교점을
각각 A, B라 하면



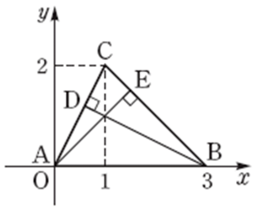
$A\left(\frac{-8}{2}, \frac{-4}{2}\right)$, 즉 $A(-4, -2)$
$B\left(\frac{3+7}{2}, \frac{9+3}{2}\right)$, 즉 $B(5, 6)$
두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은
$y+2=\frac{6-(-2)}{5-(-4)}(x+4)$
$\therefore y=\frac{8}{9}x+\frac{14}{9}$
따라서 이 직선의 x절편은 $-\frac{7}{4}$, y절편은 $\frac{14}{9}$ 이므로
그 곱은 $-\frac{49}{18}$이다.

08 정답 3

해설 직선의 방정식 구하기
$\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점을 C라고 하면
$C\left(\frac{6}{3}, \frac{12}{3}\right)=C(2, 4)$이고 직선 AB의 기울기는
-1이므로 직선 AB에 수직인 직선의 기울기는 1이다.
그러므로 직선의 방정식은 $y-4=(x-2)$이다.
따라서 $a=1$, $b=2$이므로 $a+b=3$이다.

09 정답 2

해설



위 그림과 같이 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 E라 하면 직선 BC의 기울기는 $\frac{0-2}{3-1}=-1$이므로

직선 AE의 방정식은 $y=x$

또, 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D라 하면 직선 AC의 기울기는 2이므로 직선 BD의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이다.

따라서 직선 BD의 방정식은

$y=-\frac{1}{2}(x-3)$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

따라서 $y=x$와 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$을 연립하여 풀면

$x=1,\ y=1$

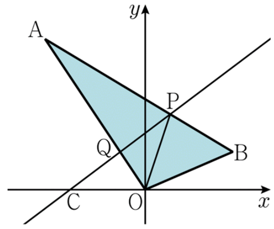
따라서 수심의 좌표는 $(1,\ 1)$이므로

$a=1,\ b=1$

$\therefore a+b=2$

10 정답 ④

해설 선분의 내분을 활용하여 문제 해결하기



직선 PC와 선분 AO가 만나는 점을 Q라 하고

삼각형 AOB의 넓이를 S라 하자.

두 삼각형 AOP, AQP의 넓이가 각각 $\frac{2}{3}S,\ \frac{1}{2}S$이므로

삼각형 QOP의 넓이는 $\frac{1}{6}S$이다.

두 삼각형 AQP와 QOP의 넓이의 비는 선분 AQ와 선분 QO의 길이의 비와 같다.

두 삼각형 AQP와 QOP의 넓이의 비가 3 : 1이므로

$\overline{AQ}:\overline{QO}=3:1$

점 Q의 좌표는

$\left(\frac{3\cdot 0+1\cdot(-8)}{3+1},\ \frac{3\cdot 0+1\cdot a}{3+1}\right)=\left(-2,\ \frac{a}{4}\right)$

점 P의 좌표는

$\left(\frac{2\cdot 7+1\cdot(-8)}{2+1},\ \frac{2\cdot 3+1\cdot a}{2+1}\right)=\left(2,\ \frac{a+6}{3}\right)$

직선 PC의 방정식은

$y=\frac{\frac{a+6}{3}}{2-(-6)}(x+6)=\frac{a+6}{24}(x+6)$

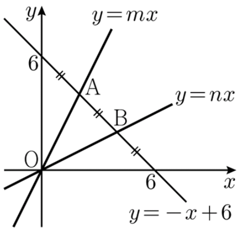
점 Q가 직선 PC 위의 점이므로

$\frac{a}{4}=\frac{a+6}{24}\cdot(-2+6)$

$\therefore a=12$

11 정답 ④

해설 다음 그림과 같이 직선 $y=-x+6$과 두 직선 $y=mx$, $y=nx$의 교점을 각각 A, B라 하자.



두 점 $(6,\ 0)$, $(0,\ 6)$을 잇는 선분을 $2:1$로 내분하는 점이 A이고, $1:2$로 내분하는 점이 B이다.

이때 두 점 A, B의 좌표는

$\mathrm{A}\left(\dfrac{2\cdot 0+1\cdot 6}{2+1},\ \dfrac{2\cdot 6+1\cdot 0}{2+1}\right)$,

$\mathrm{B}\left(\dfrac{1\cdot 0+2\cdot 6}{1+2},\ \dfrac{1\cdot 6+2\cdot 0}{1+2}\right)$

$\therefore\ \mathrm{A}(2,\ 4),\ \mathrm{B}(4,\ 2)$

따라서 직선 $y=mx$는 점 $(2,\ 4)$를 지나고,

직선 $y=nx$는 점 $(4,\ 2)$를 지나므로

$m=2,\ n=\dfrac{1}{2}$

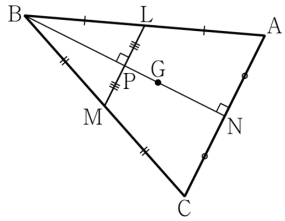
$\therefore\ m+n=\dfrac{5}{2}$

12 정답 ②

해설 삼각형 ABC에서 두 변 AB, BC의 중점이 각각 L, M이므로 $\overline{\mathrm{LM}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{AC}}$이고, 직선 BN과 직선 LM이 서로 수직이므로 $\overline{\mathrm{BN}}\perp\overline{\mathrm{AC}}$이다.

즉, 직선 BN은 선분 AC의 수직이등분선이므로

두 직선 BN, LM의 교점을 P라 하면 점 P는 선분 LM의 중점이다.



$\mathrm{L}(2,\ 3)$, $\mathrm{M}(0,\ -1)$이므로 점 P의 좌표는

$\mathrm{P}\left(\dfrac{2+0}{2},\ \dfrac{3-1}{2}\right)$, 즉 $\mathrm{P}(1,\ 1)$

삼각형 ABC의 무게중심 G에 대하여

$\overline{\mathrm{BG}}:\overline{\mathrm{GN}}=2:1$이고, $\overline{\mathrm{NP}}=\overline{\mathrm{BP}}$, $\overline{\mathrm{PG}}=2\sqrt{5}$ 이므로

$(\overline{\mathrm{BP}}+\overline{\mathrm{PG}}):(\overline{\mathrm{NP}}-\overline{\mathrm{PG}})=2:1$

$(\overline{\mathrm{NP}}+2\sqrt{5}):(\overline{\mathrm{NP}}-2\sqrt{5})=2:1$

$2(\overline{\mathrm{NP}}-2\sqrt{5})=\overline{\mathrm{NP}}+2\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{NP}}=6\sqrt{5}$

이때 $\mathrm{N}(a,\ b)$, $\mathrm{P}(1,\ 1)$이므로

$\overline{\mathrm{NP}}^2=(a-1)^2+(b-1)^2=(6\sqrt{5})^2$ $\cdots$ ㉠

한편, 직선 LM의 기울기는 $\dfrac{-1-3}{0-2}=2$,

직선 NP의 기울기는 $\dfrac{1-b}{1-a}$이고,

이 두 직선이 서로 수직이므로

$2\cdot\dfrac{1-b}{1-a}=-1$

$\therefore\ a=-2b+3$ $\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하여 풀면

$5(b-1)^2=180,\ (b-1)^2=36$

무게중심 $\mathrm{G}\left(\dfrac{a+2}{3},\ \dfrac{b+2}{3}\right)$가 제4사분면에 있으므로

$b<-2$

$\therefore\ b=-5$

이것을 ㉡에 대입하면

$a=13$

$\therefore\ ab=-65$

13 정답 289

해설 직선 l_1의 기울기를 m이라 하면 직선 l_1의 방정식은

$y-2=m(x-1)$

직선 l_1이 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 접하므로

이차방정식 $2x^2-mx+m-2=0$의 판별식을 D라 할 때

$D=(-m)^2-8(m-2)$

$\quad=(m-4)^2=0$

$\therefore\ m=4$

따라서 직선 l_1의 방정식은 $y=4x-2$이므로

$Q(0,\ -2)$

또, 두 직선 l_1, l_2가 서로 수직이므로 직선 l_2의 기울기는

$-\dfrac{1}{4}$이므로 직선 l_2의 방정식은 $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{9}{4}$이고

$y=2x^2$과 연립하여 정리하면

$8x^2+x-9=0$

$(x-1)(8x+9)=0$

$\therefore\ x=-\dfrac{9}{8}$, 즉 $R\left(-\dfrac{9}{8},\ \dfrac{81}{32}\right)$

따라서 $\triangle PRQ=\dfrac{1}{2}\cdot\overline{PQ}\cdot\overline{PR}$에서

$S=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{17}\cdot\dfrac{17\sqrt{17}}{32}=\dfrac{289}{64}$

$\therefore\ 64S=289$

14 정답 2

해설 서로 다른 세 직선이 좌표평면을 네 부분으로 나누려면 세 직선이 모두 평행해야 한다.

두 직선 $5x-y+3=0$, $ax+2y-2=0$이 평행하려면

$\dfrac{5}{a}=\dfrac{-1}{2}\neq\dfrac{3}{-2}$

$\therefore\ a=-10$

두 직선 $5x-y+3=0$, $x+by+8=0$이 평행하려면

$\dfrac{5}{1}=\dfrac{-1}{b}\neq\dfrac{3}{8}$

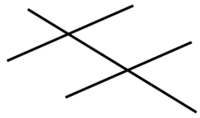
$\therefore\ b=-\dfrac{1}{5}$

$\therefore\ ab=2$

15 정답 -3

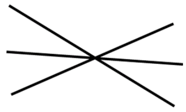
해설 주어진 세 직선이 좌표평면을 6개의 영역으로 나누는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 직선 $x+ay=2$가 직선 $x+3y=1$ 또는 $x-2y=3$과 평행할 때



$a=3$ 또는 $a=-2$

(ⅱ) 직선 $x+ay=2$가 두 직선 $x+3y=1$, $x-2y=3$의 교점을 지날 때



$x+3y=1$, $x-2y=3$을 연립하여 풀면

$x=\dfrac{11}{5}$, $y=-\dfrac{2}{5}$

따라서 직선 $x+ay=2$가 점 $\left(\dfrac{11}{5},\ -\dfrac{2}{5}\right)$를 지나려면 $\dfrac{11}{5}-\dfrac{2}{5}a=2$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 상수 a의 값의 곱은

$3\cdot(-2)\cdot\dfrac{1}{2}=-3$

16 정답 ④

해설 선분의 내분을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

조건 (가)에 의하여 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)

조건 (나)에 의하여 두 삼각형 ADE, ABC의 넓이의 비가 $1:9$이므로 두 삼각형의 닮음비는 $1:3$이다.

즉, 점 E는 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점이므로

$E\left(\dfrac{1\cdot6+2\cdot3}{1+2},\ \dfrac{1\cdot(-1)+2\cdot5}{1+2}\right)$

$\therefore\ E(4,\ 3)$

따라서 직선 BE의 방정식은 $y=\dfrac{1}{2}x+1$이므로

$k=\dfrac{1}{2}$