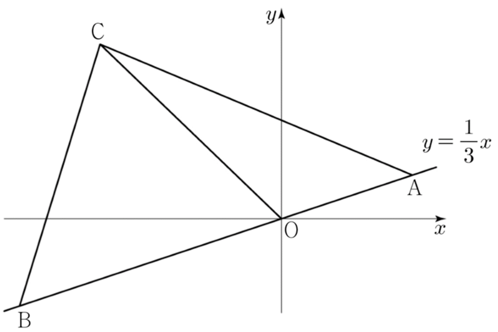
실시일자	-	# 내신 대비	이름
14문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 18~28p_좌표평면

선분의 내분, 내분점의 좌표

01 [2019년 9월 고1 12번/3점]

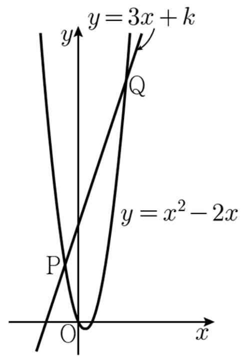
직선 $y=\frac{1}{3}x$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 1)$, $\mathrm{B}(a,\ b)$가 있다. 제2사분면 위의 한 점 C에 대하여 삼각형 BOC와 삼각형 OAC의 넓이의 비가 $2:1$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a<0$이고, O는 원점이다.)



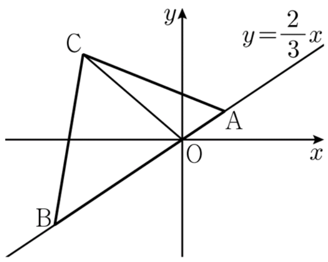
① -8 ② -7 ③ -6
④ -5 ⑤ -4

02 [2021년 3월 고2 27번/4점]

곡선 $y=x^2-2x$와 직선 $y=3x+k$ $(k>0)$이 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ를 $1:2$로 내분하는 점의 x좌표가 1일 때, 상수 k의 값을 구하시오. (단, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 작다.)



03 직선 $y=\frac{2}{3}x$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 2)$, $\mathrm{B}(a,\ b)$가 있다.
제2사분면 위의 한 점 C에 대하여 삼각형 BOC와 삼각형 OAC의 넓이의 비가 $3:1$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a<0$이고, O는 원점이다.)

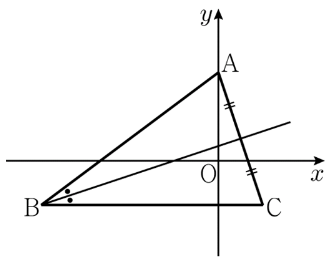


① -15 ② -12 ③ -9
④ -6 ⑤ -3

04 [2020년 11월 고1 26번 변형]
좌표평면에서 이차함수 $y=x^2-4x+3$의 그래프와 직선 $y=3x+4$가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 무게중심의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

05 [2021년 11월 고1 25번/3점]
세 양수 a, b, c에 대하여 좌표평면 위에 서로 다른 네 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$ $\mathrm{A}(a,\ 7)$, $\mathrm{B}(b,\ c)$, $\mathrm{C}(5,\ 5)$가 있다. 사각형 OABC가 선분 OB를 대각선으로 하는 마름모일 때, $a+b+c$의 값을 구하시오.
(단, 네 점 O, A, B, C 중 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않다.)

06 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(0,\ a)$, $\mathrm{B}(-4,\ -1)$, $\mathrm{C}(1,\ -1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle\mathrm{ABC}$의 이등분선이 선분 AC의 중점을 지날 때, 양수 a의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

07 두 점 $A(-1,\ 3)$, $B(3,\ 5)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 P, y축 위의 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이를 구하면?

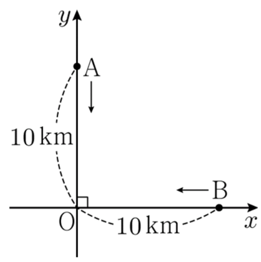
① 4 ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{5}$
④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

08 세 점 $A(0, 0)$, $B(2, 4)$, $C(6, 6)$에 대해 $\triangle ABC$의 외심의 좌표는?

① $(6, 0)$ ② $(6, -1)$
③ $(7, -1)$ ④ $(7, 0)$
⑤ $(8, 0)$

09 삼각형 ABC에서 꼭짓점 A의 좌표가 $(9,\ -8)$이고 $\overline{AB}$의 중점 M의 좌표가 $(6,\ -2)$, 무게중심 G의 좌표가 $(3,\ 1)$일 때, $\overline{BC}$를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표는 $(a,\ b)$라 한다. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

10 다음 그림과 같이 지점 O에서 수직으로 만나는 도로가 있다. 지점 O에서 각각 10km 떨어진 지점에서 두 자동차 A, B가 일정한 속도로 지점 O를 향해 달리고 있다. 자동차 A는 매분 2km, 자동차 B는 매분 1km의 속도로 동시에 출발하여 움직일 때, 두 자동차의 거리가 가장 가까워지는 것은 몇 분 후인지 구하면?



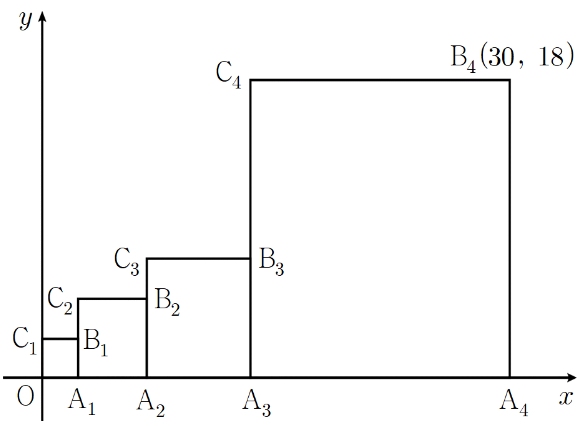
① 2분 ② 3분 ③ 5분
④ 6분 ⑤ 7분

11 삼각형 ABC에서 꼭짓점 A의 좌표가 $(3,\ -2)$이고 $\overline{AB}$의 중점 M의 좌표가 $(4,\ 2)$, 무게중심 G의 좌표가 $\left(\frac{4}{3},\ 2\right)$일 때, $\overline{BC}$를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는 $(a,\ b)$라 한다. 이때 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{7}{3}$

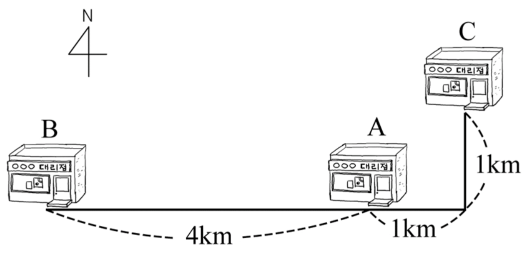
12 [2013년 9월 고1 28번/4점]

그림과 같이 x축 위의 네 점 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{A_2}$, $\mathrm{A_3}$, $\mathrm{A_4}$에 대하여 $\overline{\mathrm{OA_1}}$, $\overline{\mathrm{A_1A_2}}$, $\overline{\mathrm{A_2A_3}}$, $\overline{\mathrm{A_3A_4}}$를 각각 한 변으로 하는 정사각형 $\mathrm{OA_1B_1C_1}$, $\mathrm{A_1A_2B_2C_2}$, $\mathrm{A_2A_3B_3C_3}$, $\mathrm{A_3A_4B_4C_4}$가 있다. 점 $\mathrm{B_4}$의 좌표가 $(30,\ 18)$이고 정사각형 $\mathrm{OA_1B_1C_1}$, $\mathrm{A_1A_2B_2C_2}$, $\mathrm{A_2A_3B_3C_3}$의 넓이의 비가 $1:4:9$일 때, $\overline{\mathrm{B_1B_3}}^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



13 [2010년 3월 고2 20번]

세 지점 A, B, C에 대리점이 있는 회사가 세 지점에서 같은 거리에 있는 지점에 물류창고를 지으려고 한다. 그림과 같이 B지점은 A지점에서 서쪽으로 $4\,\mathrm{km}$만큼 떨어진 위치에 있고, C지점은 A지점에서 동쪽으로 $1\,\mathrm{km}$, 북쪽으로 $1\,\mathrm{km}$만큼 떨어진 위치에 있을 때, 물류창고를 지으려는 지점에서 A지점에 이르는 거리는?



① $2\sqrt{2}$ km ② $\sqrt{13}$ km ③ $\sqrt{17}$ km
④ $2\sqrt{5}$ km ⑤ $\sqrt{29}$ km

14 [2021년 9월 고1 21번 변형]

실수 k에 대하여 이차함수 $y=(x-k)^2-3$의 그래프와 직선 $y=6$은 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 이때 삼각형 AOB가 이등변삼각형이 되도록 하는 서로 다른 k의 개수를 n, k의 최댓값을 M이라 하자. $n+M$의 값은? (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

실시일자	-	유형별 학습	이름
14문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 18~28p_좌표평면

선분의 내분, 내분점의 좌표

정답

01 ①	02 14	03 ①
04 12	05 19	06 ②
07 ④	08 ③	09 6
10 ④	11 ⑤	12 116
13 ②	14 ③	

실시일자	-	유형별 학습	이름
14문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 18~28p_좌표평면

선분의 내분, 내분점의 좌표

01 정답 ①

해설 삼각형 BOC와 삼각형 OAC의 넓이의 비는 $2:1$이므로

$\overline{\mathrm{BO}}:\overline{\mathrm{OA}}=2:1$

점 O는 선분 BA를 $2:1$로 내분하는 점이다.

$0=\dfrac{a+6}{6}$, $a=-6$

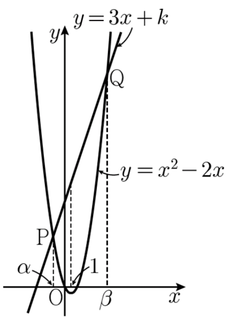
$0=\dfrac{b+2}{3}$, $b=-2$

따라서 $a+b=(-6)+(-2)=-8$

02 정답 14

해설 근과 계수의 관계와 선분의 내분을 이용하여 상수를 구하는 문제를 해결한다.

두 점 P, Q의 x좌표를 각각 α, β라 하자.



곡선 $y=x^2-2x$와 직선 $y=3x+k$가 만나는 점이 P, Q이므로 두 식 $y=x^2-2x$, $y=3x+k$를 연립하여 얻은 방정식 $x^2-2x=3x+k$, 즉 $x^2-5x-k=0$의 두 실근이 α, β이어야 한다.

이때 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=5$ $\cdots$ ㉠

$\alpha\beta=-k$ $\cdots$ ㉡

선분 PQ를 $1:2$로 내분하는 점의 x좌표가 1이므로

$\dfrac{1\cdot\beta+2\cdot\alpha}{1+2}=1$

$\therefore\ 2\alpha+\beta=3$ $\cdots$ ㉢

㉠, ㉢을 연립하여 풀면

$\alpha=-2$, $\beta=7$

㉡에서 $-k=\alpha\beta=-14$

$\therefore\ k=14$

03 정답 ①

해설 삼각형 BOC와 삼각형 OAC의 넓이의 비는 $3:1$이므로

$\overline{\mathrm{BO}}:\overline{\mathrm{OA}}=3:1$

점 O는 선분 BA를 $3:1$로 내분하는 점이다.

$0=\dfrac{3\cdot3+1\cdot a}{3+1}$에서

$a=-9$

또한, $0=\dfrac{3\cdot2+1\cdot b}{3+1}$에서

$b=-6$

$\therefore\ a+b=(-9)+(-6)=-15$

04 정답 12

해설 곡선 $y=x^2-4x+3$과 직선 $y=3x+4$의 두 교점 A, B의 좌표를 각각 $(\alpha,\ 3\alpha+4)$, $(\beta,\ 3\beta+4)$라 하면

α, β는 $x^2-7x-1=0$의 서로 다른 두 실근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=7$

이때 점 $(a,\ b)$가 삼각형 OAB의 무게중심으로

$a=\dfrac{\alpha+\beta+0}{3}$, $b=\dfrac{(3\alpha+4)+(3\beta+4)+0}{3}$에서

$a=\dfrac{7}{3}$, $b=\dfrac{3\cdot7+8}{3}=\dfrac{29}{3}$

$\therefore\ a+b=12$

05 정답 19

해설 두 점 사이의 거리를 활용하여 문제해결하기

마름모 OABC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\sqrt{a^2+7^2}=\sqrt{5^2+5^2}$

$a^2=1$에서 $a=1$ $(a>0)$

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

선분 AC의 중점은 선분 OB의 중점과 같다.

따라서 $\frac{1+5}{2}=\frac{0+b}{2}$, $\frac{7+5}{2}=\frac{0+c}{2}$에서

$b=6$, $c=12$

따라서 $a=1$, $b=6$, $c=12$이므로

$a+b+c=19$

06 정답 ②

해설 $\angle$ABC의 이등분선이 선분 AC의 중점을 지나므로

삼각형 ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로

$\sqrt{16+(a+1)^2}=5$

$\therefore a=-4$ 또는 $a=2$

이때 $a>0$이므로

$a=2$

07 정답 ④

해설 P$(a,\ 0)$이라 하면, $\overline{AP}=\overline{BP}$

$(a+1)^2+3^2=(a-3)^2+5^2$

$8a=24$ $\quad\therefore a=3$

Q$(0,\ b)$이라 하면, $\overline{AQ}=\overline{BQ}$

$1^2+(b-3)^2=(-3)^2+(b-5)^2$

$4b=24$ $\quad\therefore b=6$

P$(3,\ 0)$, Q$(0,\ 6)$

$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

08 정답 ③

해설 외심의 성질 : 삼각형의 세 점에서의 거리가 같다.

외심을 (x, y)라 하면

$\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}\cdots$ ①

$\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x-6)^2+(y-6)^2}\cdots$ ②

①, ②의 양변을 제곱하여 정리하면

$x+2y=5,\ x+y=6$

두 식을 연립하여 풀면 $(x, y)=(7,\ -1)$

외심이 세 변의 수직이등분선의 교점이라는 것을 이용하여 구할 수도 있다.

09 정답 6

해설 B$(b_1,\ b_2)$, C$(c_1,\ c_2)$라 하면 $\overline{AB}$의 중점 M의 좌표가 $(6,\ -2)$이므로

$\frac{9+b_1}{2}=6$, $\frac{-8+b_2}{2}=-2$

$\therefore b_1=3,\ b_2=4$ $\quad\therefore$ B$(3,\ 4)$

또, 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가 $(3,\ 1)$이므로

$\frac{9+3+c_1}{3}=3$, $\frac{-8+4+c_2}{3}=1$

$\therefore c_1=-3,\ c_2=7$ $\quad\therefore$ C$(-3,\ 7)$

따라서 $\overline{BC}$를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot(-3)+2\cdot3}{3},\ \frac{1\cdot7+2\cdot4}{3}\right)$, 즉 $(1,\ 5)$이므로

$a=1$, $b=5$

$\therefore a+b=6$

10 정답 ④

해설 출발한 다음 t분 후의 두 점 A, B의 위치를 각각 A$(0,\ 10-2t)$, B$(10-t,\ 0)$이라 하면 두 자동차의 거리가 가장 가까워지는 것은 $\overline{AB}$의 길이가 가장 짧을 때이다.

$$\overline{AB}=\sqrt{(10-t)^2+(10-2t)^2}$$
$$=\sqrt{5t^2-60t+200}$$
$$=\sqrt{5(t-6)^2+20}$$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $t=6$일 때 최솟값이 $\sqrt{20}$ 이므로 두 자동차의 거리가 가장 가까워지는 것은 출발한 지 6분 후이다.

11 정답 ⑤

해설 두 점 B, C의 좌표를 각각 $(b_1,\ b_2)$, $(c_1,\ c_2)$라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점 M의 좌표가 $(4,\ 2)$이므로

$$\frac{3+b_1}{2}=4,\quad \frac{-2+b_2}{2}=2$$

$$\therefore b_1=5,\ b_2=6 \qquad \therefore \mathrm{B}(5,\ 6)$$

또한, $\overline{\mathrm{CM}}$을 $2:1$로 내분하는 점이 삼각형 ABC의 무게중심 이므로

$$\left(\frac{2\times4+1\times c_1}{2+1},\ \frac{2\times2+1\times c_2}{2+1}\right)=\left(\frac{4}{3},\ 2\right)$$

$$\therefore\ c_1=-4,\ c_2=2 \qquad \therefore\ \mathrm{C}(-4,\ 2)$$

따라서 $\overline{\mathrm{BC}}$를 $2:1$로 내분하는 점 $(a,\ b)$의 좌표는

$$a=\frac{2\times(-4)+1\times5}{2+1}=-1$$

$$b=\frac{2\times2+1\times6}{2+1}=\frac{10}{3}$$

$$\therefore a+b=\frac{7}{3}$$

12 정답 116

해설 평면좌표를 이용하여 수학내적문제 해결하기

정사각형 $\mathrm{A_3A_4B_4C_4}$는 한 변의 길이가 18이므로

점 $\mathrm{A_3}$의 좌표는 $(12,\ 0)$

정사각형 $\mathrm{OA_1B_1C_1}$, $\mathrm{A_1A_2B_2C_2}$, $\mathrm{A_2A_3B_3C_3}$의 넓이의 비가 $1:4:9$이므로 정사각형의 한 변의 길이의 비는

$\overline{\mathrm{OA_1}}:\overline{\mathrm{A_1A_2}}:\overline{\mathrm{A_2A_3}}=1:2:3$

$\overline{\mathrm{OA_3}}=12$이므로

$\overline{\mathrm{OA_1}}=2$, $\overline{\mathrm{A_1A_2}}=4$, $\overline{\mathrm{A_2A_3}}=6$

그러므로 $\mathrm{B_1}(2,\ 2)$, $\mathrm{B_3}(12,\ 6)$

따라서 $\overline{\mathrm{B_1B_3}}^2=\left(\sqrt{100+16}\right)^2=116$

13 정답 ②

해설 두 점 사이의 거리를 이해하고 이를 실생활에 적용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 A를 좌표평면상의 원점으로 두면

$\mathrm{A}(0,0)$, $\mathrm{B}(-4,0)$, $\mathrm{C}(1,1)$

세 점 A, B, C에서 같은 거리에 있는 점의 좌표를 $\mathrm{P}(x,y)$라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{CP}}$에서

$x^2+y^2=(x+4)^2+y^2=(x-1)^2+(y-1)^2$

연립방정식을 풀면

$x=-2,\ y=3$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{13}$

[다른 풀이]

점 A를 좌표평면상의 원점으로 두면

$\mathrm{A}\ (0,\ 0)$, $\mathrm{B}\ (-4,\ 0)$, $\mathrm{C}\ (1,\ 1)$

세 점 A, B, C에서 같은 거리에 있는 점 P라 하면

점 P는 세 점 A, B, C를 지나는 원의 중심이다.

원의 방정식을 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 이라 하면

$(0,0)$을 지나므로 $c=0$ $\cdots$ ㉠

$(-4,0)$을 지나므로 $16-4a=0$ $\cdots$ ㉡

$(1,\ 1)$을 지나므로 $1+1+a+b=0$ $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

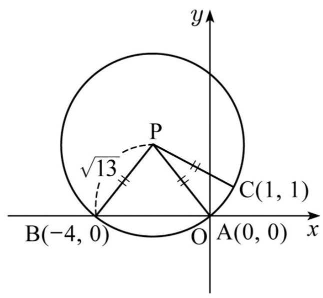
$a=4,\ b=-6,\ c=0$

원의 방정식은

$x^2+y^2+4x-6y=0$, $(x+2)^2+(y-3)^2=13$

구하는 거리는 이 원의 반지름의 길이이므로

$\sqrt{13}$(km)이다.



14 정답 ③

해설 이차함수 $y=(x-k)^2-3$의 그래프와 직선 $y=6$이 서로 다른 두 점 A, B에서 만나므로

$(x-k)^2-3=6$, $(x-k)^2=9$

$\therefore\ x=k-3$ 또는 $x=k+3$

따라서 $\mathrm{A}(k-3,\ 6)$, $\mathrm{B}(k+3,\ 6)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=(k+3)-(k-3)=6$

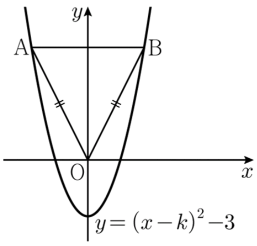
삼각형 AOB가 이등변삼각형이 되는 경우는

(ⅰ) $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$인 경우

$\sqrt{(k-3)^2+6^2}=\sqrt{(k+3)^2+6^2}$

$(k-3)^2=(k+3)^2$

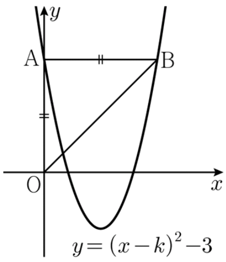
$\therefore\ k=0$



(ⅱ) $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{AB}}$인 경우

$\sqrt{(k-3)^2+6^2}=6$, $(k-3)^2=0$

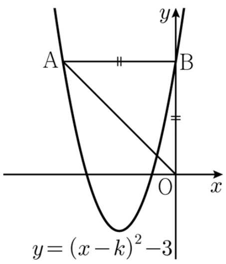
$\therefore\ k=3$



(ⅲ) $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{AB}}$인 경우

$\sqrt{(k+3)^2+6^2}=6$, $(k+3)^2=0$

$\therefore\ k=-3$



(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $n=3$, $M=3$이므로

$n+M=6$