

실시일자	-	내신대비	이름
25문제 / DRE수학			

2학기 중간고사-미래앤 \_ 1차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 정답 3

**해설** 삼각형 OAB가 정삼각형이므로  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB}$   
 (i)  $\overline{OA} = \overline{OB}$ 에서  $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로  
 $6^2 + 0^2 = a^2 + (3\sqrt{3})^2, a^2 = 9$   
 $\therefore a = -3$  또는  $a = 3$   
 (ii)  $\overline{OA} = \overline{AB}$ 에서  $\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로  
 $6^2 + 0^2 = (a-6)^2 + (3\sqrt{3})^2$   
 $a^2 - 12a + 27 = 0, (a-3)(a-9) = 0$   
 $\therefore a = 3$  또는  $a = 9$   
 (i), (ii)에 의하여 삼각형 OAB가 정삼각형이 되도록 하는 상수 a의 값은 3이다.

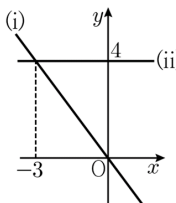
02 정답 ①

**해설** 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점의 좌표는  
 $\left( \frac{1 \cdot a + 3 \cdot 1}{1+3}, \frac{1 \cdot b + 3 \cdot 3}{1+3} \right) = \left( \frac{a+3}{4}, \frac{b+9}{4} \right)$   
 $\frac{a+3}{4} = 3, a = 9$   
 $\frac{b+9}{4} = 4, b = 7$   
 $\therefore a+b = 16$

03 정답 4

**해설** 세 점 A(2, 6), B(3, -7), C(-8, k)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는  
 $\left( \frac{2+3+(-8)}{3}, \frac{6+(-7)+k}{3} \right)$   
 $= \left( \frac{-3}{3}, \frac{k-1}{3} \right)$   
 $= \left( -1, \frac{k-1}{3} \right)$   
 이 점이 직선  $2x + y + 1 = 0$  위에 있으므로  
 $2 \cdot (-1) + \frac{k-1}{3} + 1 = \frac{k-4}{3} = 0$   
 $\therefore k = 4$

04 정답 2

**해설**  $(m+1)x + y - (1-3m) = 0$ 에서  
 $(x+3)m + (x+y-1) = 0 \dots \textcircled{1}$   
 $x+3=0, x+y-1=0$ 에서  $x=-3, y=4$   
 즉, 직선  $\textcircled{1}$ 은 m의 값에 관계없이 항상 점 (-3, 4)를 지난다. 다음 그림에서  
  
 (i) 직선  $\textcircled{1}$ 이 원점을 지날 때,  
 $3m - 1 = 0$   
 $\therefore m = \frac{1}{3}$   
 (ii) 직선  $\textcircled{1}$ 이 x축에 평행할 때,  
 $m + 1 = 0$   
 $\therefore m = -1$   
 (i), (ii)에 의하여 구하는 m의 값의 범위는  
 $-1 \leq m \leq \frac{1}{3}$   
 따라서 정수 m은 -1, 0의 2개다.

05 정답 ④

**해설** 직선  $x + ay - 1 = 0$ 이 직선  $3x + by + 1 = 0$ 과 수직이므로  
 $1 \cdot 3 + a \cdot b = 0, 3 + ab = 0$   
 $\therefore ab = -3 \dots \textcircled{1}$   
 또, 직선  $x + ay - 1 = 0$ 이 직선  $x - (b+3)y + 1 = 0$ 과 평행하므로  
 $\frac{1}{1} = -\frac{b+3}{a} \neq -\frac{1}{1}, 1 = -\frac{b+3}{a}$   
 $\therefore a+b = -3 \dots \textcircled{2}$   
 따라서  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여  
 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$   
 $= (-3)^2 - 2 \cdot (-3)$   
 $= 9 + 6 = 15$

## 2학기 중간고사-미래엔 \_ 1차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

### 06 정답 1

**해설** 구하는 원의 방정식을  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓으면 이 원이  
세 점 P(0, 1), Q(-3, 0), R(3, 0)을 지나므로  
세 점 P, Q, R의 좌표를 각각 대입하면  
 $1 + B + C = 0$ ,  $9 - 3A + C = 0$ ,  $9 + 3A + C = 0$   
세 식을 각각 연립하여 풀면  
 $A = 0$ ,  $B = 8$ ,  $C = -9$   
따라서 구하는 원의 방정식은  $x^2 + y^2 + 8y - 9 = 0$   
즉,  $x^2 + (y + 4)^2 = 5^2$   
따라서 원의 중심은 점 (0, -4)이고, 반지름의 길이는 5이므로  
 $a = 0$ ,  $b = -4$ ,  $r = 5$   
 $\therefore a + b + r = 1$

### 07 정답 ①

**해설** 직선  $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$ 이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점의 좌표는  
각각 (4, 0), (0, 5)  
이 두 점 사이의 거리는  
 $\sqrt{(4-0)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{41}$   
따라서 구하는 원의 방정식은  
 $x^2 + (y-5)^2 = 41$

### 08 정답 ③

**해설** 구하려는 접선이 직선  $y = 2x$ 에 평행하므로 접선의 방정식은  
 $y = 2x + b$  ... ㉠  
이때 원  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$ , 즉  
 $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 20$ 이므로  
이 원은 중심이 (1, -3)이고 반지름의 길이가  $\sqrt{20}$ 인 원이다.  
또한, 원의 중심 (1, -3)에서 직선  $y = 2x + b$ , 즉  
 $2x - y + b = 0$ 까지의 거리가 반지름의 길이와 같으므로  
 $\frac{|2+3+b|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \sqrt{20}$   
 $|b+5| = 10$ ,  $b+5 = \pm 10$   
 $\therefore b = 5$  또는  $b = -15$   
㉠에서 구하는 접선의 방정식은  
 $y = 2x + 5$  또는  $y = 2x - 15$ 이다.

### 09 정답 -28

**해설**  $(2, -1) = (-1+3, 5+(-6))$ 이므로  
점 (2, -1)은 점 (-1, 5)를  $x$ 축의 방향으로 3만큼,  
 $y$ 축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것이다.  
따라서 직선  $x - 3y - 4 = 0$ 에  
 $x$ 대신  $x-3$ ,  $y$ 대신  $y+6$ 을 대입하면  
 $(x-3) - 3(y+6) - 4 = 0$   
 $\therefore x - 3y - 25 = 0$   
따라서  $p = -3$ ,  $q = -25$ 이므로  
 $p + q = -28$

### 10 정답 2

**해설** 원의 평행이동은 원의 중심의 평행이동과 일치하므로  
주어진 두 원의 중심의 좌표를 구하면  
 $(x-2)^2 + (y-3) = 5 \rightarrow$  원의 중심: (2, 3)  
 $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 5 \rightarrow$  원의 중심: (-1, 5)  
점 (-1, 5)는 점 (2, 3)을  $x$ 축의 방향으로 -3만큼,  
 $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.  
따라서 직선  $x + 3y + 2 = 0$ 을  $x$ 축의 방향으로 -3만큼,  
 $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은  
 $(x+3) + 3(y-2) + 2 = 0$   
 $\therefore x + 3y - 1 = 0$  ... ㉠  
㉠이  $x + ay + b = 0$ 과 일치하므로  
 $a = 3$ ,  $b = -1$ ,  
 $\therefore a + b = 2$

### 11 정답 ⑤

**해설** 대칭이동 이해하기  
직선  $3x - 2y + a = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한  
직선  $-3x + 2y + a = 0$ 이 점 (3, 2)를 지나므로  
 $-9 + 4 + a = 0$   
 $\therefore a = 5$

## 2학기 중간고사-미래엔 \_ 1차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

### 12 정답 -12

**해설** 원  $x^2 + y^2 + kx - 6y + 9 = 0$ 을 표준형으로 고치면

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y-3)^2 = \frac{k^2}{4}$$

이 원을 직선  $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$\left(-y + \frac{k}{2}\right)^2 + (-x-3)^2 = 36$$

$$\therefore (x+3)^2 + \left(y - \frac{k}{2}\right)^2 = 36 \quad \dots \textcircled{1}$$

직선  $y = 2x$ 가 원  $\textcircled{1}$ 의 둘레의 길이를 이등분하므로  $\textcircled{1}$ 의

중심  $\left(-3, \frac{k}{2}\right)$ 이 직선  $y = 2x$ 위에 있어야 한다.

$$\frac{k}{2} = 2 \cdot (-3) = -6$$

$$\therefore k = -12$$

### 13 정답 ②

**해설** 선분  $AB$ 를  $(1+t):t$ 로 내분하는

점의 좌표는

$$\left(\frac{(1+t) \times 1 + t \times 4}{1+t+t}, \frac{(1+t) \times a + t \times (-3)}{1+t+t}\right) \\ = \left(\frac{1+5t}{1+2t}, \frac{a+(a-3)t}{1+2t}\right) = (2, 3)$$

$$\text{이므로 } \frac{1+5t}{1+2t} = 2, \frac{a+(a-3)t}{1+2t} = 3$$

$$\therefore t = 1, a = 6$$

### 14 정답 ①

**해설** 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$$2x + y - 4 + k(2x - 3y + 4) = 0 \quad (k \text{는 실수})$$

으로 놓으면 이 직선이 점  $(4, -1)$ 을 지날 때

$$8 - 1 - 4 + k(8 + 3 + 4) = 0$$

$$3 + 15k = 0 \quad \therefore k = -\frac{1}{5}$$

따라서 직선  $l$ 의 방정식은

$$2x + y - 4 - \frac{1}{5}(2x - 3y + 4) = 0$$

$$\frac{8}{5}x + \frac{8}{5}y - \frac{24}{5} = 0$$

$$\therefore x + y - 3 = 0$$

이때 점  $(p, 5)$ 가 직선  $x + y - 3 = 0$  위의

점이므로

$$p + 5 - 3 = 0 \quad \therefore p = -2$$

### 15 정답 ③

**해설**  $P(x, y)$ 라 하면

(i)  $2x - y - 1 = 0$ 까지의 거리  $d_1$ 은

$$d_1 = \frac{|2x - y - 1|}{\sqrt{4+1}}$$

(ii)  $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리  $d_2$ 는

$$d_2 = \frac{|x + 2y - 1|}{\sqrt{1+4}}$$

$$d_1 = d_2 \text{이므로 } |2x - y - 1| = |x + 2y - 1|$$

$$\therefore 2x - y + 1 = \pm(x + 2y - 1)$$

$$\text{즉, } x - 3y = 0, 3x + y - 2 = 0$$

그런데 기울기가 양수이므로  $x - 3y = 0$

$$\therefore y = \frac{1}{3}x$$

### 16 정답 ①

**해설**  $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 20a - 25 = 0$ 을

표준형으로 나타내면

$$(x+a)^2 + (y-2a)^2 = 5a^2 - 20a + 25$$

이 원의 넓이는

$$\pi(5a^2 - 20a + 25) = 5\pi(a-2)^2 + 5\pi$$

따라서  $a = 2$ 일 때, 넓이가 최소이고

이때 원의 중심의 좌표는  $(-2, 4)$ 이다.

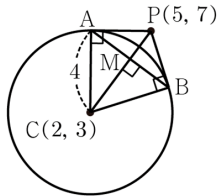
$$\text{즉, } p = -2, q = 4 \text{이므로}$$

$$p - q = -6$$

## 17 정답 $\frac{24}{5}$

**해설** 원의 중심  $C(2, 3)$ 과 점  $P(5, 7)$  사이의 거리는

$$\overline{CP} = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = 5$$



$\triangle CAP$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{PA} = \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CA}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$\overline{AB}$ 와  $\overline{CP}$ 의 교점을 M이라 하면  $\overline{AB} \perp \overline{CP}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \cdot \overline{PA} \cdot \overline{CA} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CP} \cdot \overline{AM} \text{에서}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \overline{AM}$$

$$\therefore \overline{AM} = \frac{12}{5}$$

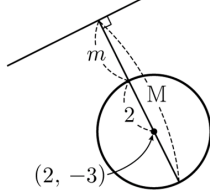
$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = \frac{24}{5}$$

## 18 정답 16

**해설**  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$ 을 변형하면

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$$

$$x-2y+2=0$$



원의 중심인 점  $(2, -3)$ 과 직선  $x-2y+2=0$

사이의 거리는  $2\sqrt{5}$ 이고, 원의 반지름의 길이는 2이므로

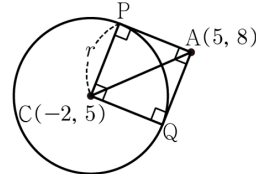
$$M = 2\sqrt{5} + 2$$

$$m = 2\sqrt{5} - 2$$

따라서  $Mm = 16$

## 19 정답 ①

**해설** 원의 중심을  $C(-2, 5)$ , 두 접선의 접점을  $P, Q$ 라 하면 두 접선이 서로 수직이므로 사각형  $CQAP$ 는 정사각형이다.



따라서 직각삼각형  $CAP$ 에서

$$\overline{CA}^2 = \overline{CP}^2 + \overline{AP}^2 \text{이므로}$$

$$\{5 - (-2)\}^2 + \{8 - 5\}^2 = r^2 + r^2$$

$$r^2 = 29 \quad \therefore r = \sqrt{29} \quad (\because r > 0)$$

## 20 정답 7

**해설** 원  $(x+2)^2 + (y-a)^2 = 16$ 을  $x$ 축의 방향으로 5만큼,

$y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x-5+2)^2 + (y+3-a)^2 = 16$$

$$\therefore (x-3)^2 + (y+3-a)^2 = 16$$

이 원을 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(y-3)^2 + (x+3-a)^2 = 16$$

$$\therefore (x+3-a)^2 + (y-3)^2 = 16$$

이 원이  $y$ 축에 접하므로

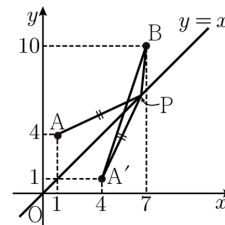
$|(중심의 x좌표)| = (\text{반지름의 길이})$ 에서

$$|a-3| = 4, \quad a-3 = \pm 4$$

$$\therefore a = 7 \quad (\because a > 0)$$

## 21 정답 ②

**해설** 점  $A(1, 4)$ 를 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을  $A'$ 이라 하면  $A'(4, 1)$



$$\therefore \overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

$$= \sqrt{(7-4)^2 + (10-1)^2}$$

$$= 3\sqrt{10}$$

## 2학기 중간고사-미래엔 \_ 1차분

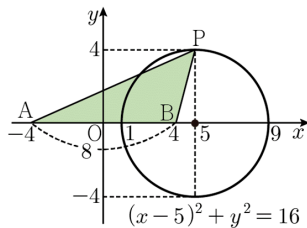
선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

### 22 정답 7

**해설** 원  $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ 을 표준형으로 고치면  
 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$   
 이 원을 직선  $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하면  $x$  대신  $-y$ ,  
 $y$  대신  $-x$ 를 대입하므로  
 $(-y+3)^2 + (-x-4)^2 = 25$   
 즉,  $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25 \quad \dots \textcircled{1}$   
 직선  $y = x+k$ 가 원  $\textcircled{1}$ 의 둘레의 길이를 이등분하므로  
 $\textcircled{1}$ 의 중심  $(-4, 3)$ 이 직선  $y = x+k$  위에 있어야 한다.  
 $3 = -4 + k$   
 $\therefore k = 7$

### 23 정답 ②

**해설**  $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ 에서  
 $(x-5)^2 + y^2 = 16$   
 즉, 점 P는 다음 그림과 같이 중심이  $(5, 0)$ , 반지름의  
 길이가 4인 원 위의 움직인다.



이때 선분 AB의 길이는 8로 항상 일정하므로  
 삼각형 PAB의 넓이가 최대가 되려면 높이가 최대이어야  
 한다.  
 따라서 높이가 반지름의 길이와 같을 때, 삼각형의 넓이가  
 최대이므로 구하는 삼각형의 넓이의 최댓값은  
 $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16$

### 24 정답 2

**해설** 평행이동한 포물선의 방정식은  
 $y+3 = -(x+2)^2 + 6(x+2)$   
 $\therefore y = -x^2 + 2x + 5$   
 두 점 P, Q의  $x$ 좌표를 각각  $p, q$ 라 하면  
 $p, q$ 는 이차방정식  
 $-x^2 + 2x + 5 = ax$ , 즉  $x^2 - (2-a)x - 5 = 0$ 의  
 두 실근이므로 근과 계수의 관계에 의하여  
 $p+q = 2-a$   
 선분 PQ의 중점이 원점이므로  
 $\frac{p+q}{2} = \frac{2-a}{2} = 0$   
 $\therefore a = 2$

### 25 정답 14

**해설** 원  $x^2 + (y-6)^2 = 9$ 의 중심은  $A(0, 6)$ 이고, 반지름의  
 길이는 3이다. 점  $R(15, 2)$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한  
 점을  $R'(15, -2)$ 라 하면  $\overline{QR} = \overline{QR'}$ 이므로  
 $\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PQ} + \overline{QR'}$   
 이때 이 값이 최소가 되려면 점 Q는 선분  $PR'$  위에 있어야  
 하므로  $\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PQ} + \overline{QR'}$ 의 최솟값은 선분  $PR'$ 의  
 길이이다.  
 따라서  $\overline{PR'}$ 의 최솟값은  $\overline{AR'}$ 의 길이에서 원의 반지름의  
 길이 3을 뺀 것이므로 구하는 최솟값은  
 $\overline{AR'} - 3 = \sqrt{(15-0)^2 + (-2-6)^2} - 3$   
 $= 17 - 3 = 14$

실시일자	-	내신대비	이름
25문제 / DRE수학			
2학기 중간고사_미래앤_2차분 선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동			

01

정답  $\frac{3}{2}$

**해설** 두 직선  $4x+3y-4=0$ ,  $8x+6y+7=0$ 은  
 평행하므로 두 직선 사이의 거리는  
 직선  $4x+3y-4=0$  위의 한 점  $(1, 0)$ 과  
 직선  $8x+6y+7=0$  사이의 거리와 같다.  
 $\therefore \frac{|8 \cdot 1+6 \cdot 0+7|}{\sqrt{8^2+6^2}}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$

02

정답 ④

**해설** ①  $x^2+y^2+x+5y+5=0$ 에서  
 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{3}{2}$   
 ②  $x^2+y^2+2x+6y+1=0$ 에서  
 $(x+1)^2+(y+3)^2=9$   
 ③  $x^2+y^2+3x+y+2=0$ 에서  
 $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$   
 ④  $x^2+y^2+4x+6y+13=0$ 에서  
 $(x+2)^2+(y+3)^2=0$   
 ⑤  $x^2+y^2+6x+2y+8=0$ 에서  
 $(x+3)^2+(y+1)^2=2$   
 따라서 원의 방정식이 아닌 것은 ④이다.

03

정답 ④

**해설** 세 점  $A(5, 3)$ ,  $B(1, -1)$ ,  $C(-1, 1)$ 에 대하여  
 $\overline{AB}^2=(5-1)^2+(3+1)^2=32$   
 $\overline{BC}^2=(1+1)^2+(-1-1)^2=8$   
 $\overline{CA}^2=(-1-5)^2+(1-3)^2=40$ 이므로  
 $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$   
 따라서 삼각형  $ABC$ 는 변  $CA$ 가 빗변인  
 직각삼각형이다.  
 $\therefore \angle B=90^\circ$

04

정답 3

**해설**  $\frac{x+(-4)}{2}=-1$ ,  $\frac{3+y}{2}=2$ 이므로  
 $x=2$ ,  $y=1$   
 $\therefore x+y=3$

05

정답 ②

**해설** 두 직선  $x+y=1$ ,  $ax+2y+a+2=0$ 이 만나야하므로  
 $a \neq 2$   
 두 직선의 교점을 구하면  
 $\left(\frac{a+4}{2-a}, \frac{2a+2}{a-2}\right)$   
 교점이 제1사분면에 있어야 하므로  
 $\frac{a+4}{2-a}>0$ ,  $\frac{2a+2}{a-2}>0$   
 (i)  $\frac{a+4}{2-a}>0$ 에서 분모와 분자가 0이 아니고 부호가  
 서로 같아야 하므로  
 $(a-2)(a+4)<0$   
 $\therefore -4< a < 2$   
 (ii)  $\frac{2a+2}{a-2}>0$ 에서 분모와 분자가 0이 아니고 부호가  
 서로 같아야 하므로  
 $(2a+2)(a-2)>0$   
 $\therefore a<-1$  또는  $a>2$   
 두 식의 양변에  $(a-2)^2$ 을 곱하면  
 즉, (i), (ii)에서  $-4< a < -1$ 이다.  
 따라서 정수  $a$ 는  $-3, -2$ 의 2개이다.

## 2학기 중간고사\_미래엔\_2차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

### 06 정답 ②

**해설** 직선  $3x + y - 2 = 0$ 의 기울기가  $-3$ 이므로  
이 직선과 평행한 직선의 기울기도  $-3$ 이다.  
기울기가  $-3$ 이고 점  $(3, a)$ 를 지나는 직선의 방정식은  
 $y = -3(x - 3) + a$   
 $3x + y - a - 9 = 0$   
 $6x + 2y - 2(a + 9) = 0$   
따라서  $a = -10$ ,  $b = 6$ 이므로  
 $b - a = 16$

### 07 정답 ②

**해설** 중심의 좌표는  $(a, b)$ 이고, 반지름의 길이는  $r$ 인 원의 방정식은  
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이므로  
 $P(-2, -4)$ ,  $Q(1, 5)$ ,  $R(5, 3)$ 을 각각 대입하면  
$$\begin{cases} (-2 - a)^2 + (-4 - b)^2 = r^2 \\ (1 - a)^2 + (5 - b)^2 = r^2 \\ (5 - a)^2 + (3 - b)^2 = r^2 \end{cases}$$
  
세 식을 연립하여 정리하면  
 $a + 3b = 1$ ,  $2a - b = 2$ ,  $a + b = 1$ 에서  
 $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $r^2 = 25$ 에서 반지름  $r = 5$ 이므로  
 $a + b + r = 1 + 0 + 5 = 6$

### 08 정답 6

**해설** 직선  $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ 이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점의 좌표는 각각  
 $(3, 0)$ ,  $(0, -4)$   
즉, 원의 중심의 좌표가  $(3, 0)$ 이므로 원의 반지름의 길이를  $r$ 이라 하면 원의 방정식은  
 $(x - 3)^2 + y^2 = r^2$   
또, 이 원이 점  $(0, -4)$ 를 지나므로  
 $(0 - 3)^2 + (-4)^2 = r^2$   
 $\therefore r^2 = 25$   
따라서 원의 방정식은  $(x - 3)^2 + y^2 = 25$ 이다.  
이때 이 원이 점  $(a, 0)$ 을 지나므로  
 $(a - 3)^2 + 0^2 = 25$ ,  $a - 3 = \pm 5$   
 $\therefore a = -2$  또는  $a = 8$   
따라서 모든  $a$ 의 값의 합은  
 $-2 + 8 = 6$

### 09 정답 ⑤

**해설**  $x + y + 2 = 0$ 에서  $y = -x - 2$ 이므로  
(기울기)  $= -1$   
이 직선에 수직인 접선의 기울기는  $1$ 이므로 기울기가  
 $1$ 이고, 원  $x^2 + y^2 = 2$ 에 접하는 직선의 방정식은  
 $y = x \pm \sqrt{2} \sqrt{1^2 + 1}$   
 $\therefore y = x \pm 2$

### 10 정답 ②

**해설** 점  $(4, a)$ 가 주어진 평행이동에 의하여 옮겨지는 점의 좌표는  $(4 - 5, a + 3)$ , 즉  $(-1, a + 3)$   
이 점이 직선  $y = 4x + 9$  위의 점이므로  
 $a + 3 = 4 \cdot (-1) + 9$   
 $\therefore a = 2$

### 11 정답 ①

**해설** 직선  $y = 2x - 3$ 를  
평행이동  $(x, y) \rightarrow (x - 2a, y - 3a)$ 에 의하여 옮기면  
 $y + 3a = 2(x + 2a) - 3$   
 $\therefore y = 2x + a - 3$   
이 직선이 직선  $y = 2x + 8$ 와 일치하므로  
 $a - 3 = 8 \quad \therefore a = 11$

### 12 정답 4

**해설**  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 에서  
 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$   
이 원을 평행이동한 원  $C_2$ 의 방정식은  
 $(x - 3 + 2)^2 + (y - k - 1)^2 = 4$   
 $\therefore (x - 1)^2 + (y - k - 1)^2 = 4$   
두 원  $C_1$ ,  $C_2$ 의 중심의 좌표가 각각  
 $(-2, 1)$ ,  $(1, k + 1)$ 이므로  
 $\sqrt{(1 + 2)^2 + (k + 1 - 1)^2} = 5$   
 $9 + k^2 = 25$ ,  $k^2 = 16$   
 $\therefore k = 4$  ( $\because k > 0$ )

## 2학기 중간고사\_미래엔\_2차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

### 13 정답 ④

**해설** 직선  $4x - 3y + 5 = 0$ 을  $y$ 축에 대하여 대칭이동하면  
 $4(-x) - 3y + 5 = 0$   
 $\therefore 4x + 3y - 5 = 0$   
 이 직선과 평행한 직선의 기울기는  $-\frac{4}{3}$ 이므로  
 기울기가  $-\frac{4}{3}$ 이고 점  $(2, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은  
 $y - 1 = -\frac{4}{3}(x - 2)$   
 $\therefore 4x + 3y - 11 = 0$   
 따라서  $a = 3, b = -11$ 이므로  
 $a + b = -8$

### 14 정답 ③

**해설** 점  $(3, 1)$   $\xrightarrow{x\text{축에대하여 대칭이동}}$  점  $(3, -1)$   
 $\xrightarrow{직선 y=x\text{에대하여 대칭이동}}$  점  $(-1, 3)$

### 15 정답 6

**해설**  $\triangle ABC$ 와 이 삼각형 내부의 임의의 점  $P$ 에 대하여  
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점  $P$ 는  
 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 일치하므로 점  $P$ 의 좌표는  
 $\left(\frac{1+7+1}{3}, \frac{0+0+a}{3}\right)$ , 즉  $\left(3, \frac{a}{3}\right)$   
 따라서  $P\left(3, \frac{a}{3}\right)$ 일 때  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값이  
 48이므로  
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$   
 $= \left\{(3-1)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^2\right\} + \left\{(3-7)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^2\right\}$   
 $\quad + \left\{(3-1)^2 + \left(\frac{a}{3} - a\right)^2\right\}$   
 $= \frac{2}{3}a^2 + 24 = 48$   
 $a^2 = 36$   
 $\therefore a = 6 (\because a > 0)$

### 16 정답 2

**해설** 두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는  
 $(-2, 1)$ 이고 기울기는  $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.  
 따라서 구하는 직선의 방정식은  
 $y - 1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x + 2)$ , 즉  $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$   
 $\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3}$   
 $\therefore b + c = 2$

### 17 정답 ⑤

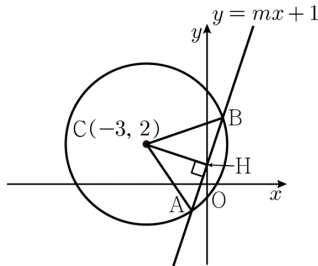
**해설** 주어진 두 직선이 이루는 각의 이등분선의 위의 임의의  
 점을  $P(x, y)$ 라 하면 점  $P$ 에서 두 직선에 이르는 거리가  
 같으므로  
 $\frac{|x + 3y + 4|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|3x + y + 16|}{\sqrt{3^2 + 1^2}}$   
 $|x + 3y + 4| = |3x + y + 16|$   
 $x + 3y + 4 = \pm(3x + y + 16)$   
 $\therefore x - y + 6 = 0$  또는  $x + y + 5 = 0$   
 이 중 기울기가 양수인 것은  $x - y + 6 = 0$ 이다.

### 18 정답 ③

**해설** 원이 점  $(2, -5)$ 를 지나고  $x$ 축과  $y$ 축에 동시에  
 접하려면 주어진 원의 중심은 제4사분면 위에 있어야  
 한다.  
 이때 반지름의 길이를  $r$ 라 하면  
 중심의 좌표는  $(r, -r)$ 이므로 원의 방정식은  
 $(x - r)^2 + (y + r)^2 = r^2$   
 이 원이 점  $(2, -5)$ 를 지나므로  
 $(2 - r)^2 + (-5 + r)^2 = r^2$   
 $\therefore r^2 - 14r + 29 = 0$   
 따라서 근과 계수의 관계에 의하여 두 원의 반지름의  
 길이의 합은 14이다.

## 19 정답 ②

**해설** 다음 그림과 같이 주어진 원의 중심을  $C(-3, 2)$ 라 하고 점  $C$ 에서 직선  $y = mx + 1$ , 즉  $mx - y + 1 = 0$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하면



$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \sqrt{6}, \overline{CA} = 4$$

직각삼각형  $CAH$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{CH} &= \sqrt{\overline{CA}^2 - \overline{AH}^2} \\ &= \sqrt{4^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

이때 점  $C(-3, 2)$ 와 직선  $mx - y + 1 = 0$  사이의 거리는

$$\frac{|-3m - 2 + 1|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{|3m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$\text{따라서 } \frac{|3m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$|3m + 1| = \sqrt{10m^2 + 10}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$m^2 - 6m + 9 = 0, (m - 3)^2 = 0$$

$$\therefore m = 3$$

## 20 정답 30

**해설** 원의 중심  $(0, 0)$ 에서 직선  $4x + 3y + k = 0$ 에 이르는 거리는  $\frac{|k|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|k|}{5}$  이고, 원의 반지름의 길이는

4이므로 원 위의 점과 직선 사이의 거리의 최솟값은

$$\frac{|k|}{5} - 4 = 2, |k| = 30$$

$$\therefore k = 30 (\because k > 0)$$

## 21 정답 ①

**해설** 직선의 기울기를  $m$ 이라 하면  $x$ 절편이 4이므로 직선의 방정식은

$$y = m(x - 4)$$

$$\therefore mx - y - 4m = 0$$

원의 중심  $(0, 1)$ 과 직선  $mx - y - 4m = 0$  사이의 거리는

$$\frac{|-1 - 4m|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{|1 + 4m|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

원의 반지름의 길이가 2이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|1 + 4m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2, |1 + 4m| = 2\sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$12m^2 + 8m - 3 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 두 직선의

기울기의 합은  $-\frac{2}{3}$ 이다.

## 22 정답 0

**해설** 원  $(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 25$ 를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 25 \quad \dots \textcircled{1}$$

원  $(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 25$ 를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,

$y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x - a + 5)^2 + (y - b - 1)^2 = 25 \quad \dots \textcircled{2}$$

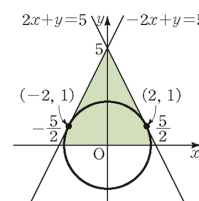
①, ②이 겹쳐지므로

$$-a + 5 = -1, -b - 1 = 5 \quad \therefore a = 6, b = -6$$

$$\therefore a + b = 0$$

## 23 정답 $\frac{25}{2}$

**해설** 원  $x^2 + y^2 = 5$  위의 두 점  $(2, 1)$ ,  $(-2, 1)$ 에서의 접선의 방정식은 각각  $2x + y = 5$ ,  $-2x + y = 5$



이때 두 직선이  $x$ 축과 만나는 점의 좌표는 각각

$$\left(\frac{5}{2}, 0\right), \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$$

또, 두 직선이  $y$ 축과 만나는 점의 좌표는  $(0, 5)$

따라서 구하는 삼각형의 넓이는  $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2}$

## 24 정답 2

**해설** 평행이동한 포물선의 방정식은

$$y+3=-(x+2)^2+6(x+2)$$

$$\therefore y=-x^2+2x+5$$

두 점 P, Q의 x좌표를 각각  $p, q$ 라 하면

$p, q$ 는 이차방정식

$$-x^2+2x+5=ax, \text{ 즉 } x^2-(2-a)x-5=0 \text{의}$$

두 실근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$p+q=2-a$$

선분 PQ의 중점이 원점이므로

$$\frac{p+q}{2}=\frac{2-a}{2}=0$$

$$\therefore a=2$$

## 25 정답 ⑤

**해설** 점 A(2, 5)를 직선  $y=-x+8$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A'(a, b)라 하면

(i) 선분 AA'의 중점  $\left(\frac{a+2}{2}, \frac{b+5}{2}\right)$ 가

직선  $y=-x+8$  위에 있으므로

$$\frac{b+5}{2}=-\frac{a+2}{2}+8, b+5=-a-2+16$$

$$\therefore a+b=9 \quad \dots \textcircled{1}$$

(ii) 직선 AA'이 직선  $y=-x+8$ 과 수직이므로

$$\frac{b-5}{a-2}=1, a-2=b-5$$

$$\therefore a-b=-3 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=3, b=6$$

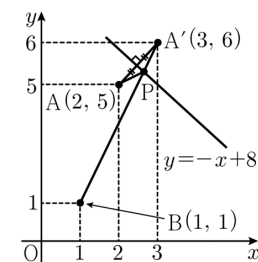
$$\therefore A'(3, 6)$$

이때  $\overline{PA}=\overline{PA'}$  이므로

$$\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{PA'}+\overline{PB} \geq \overline{A'B}$$

즉,  $\overline{PA}+\overline{PB}$ 의 값이 최소가 되려면 점 P는

직선  $y=-x+8$ 과 직선 A'B의 교점이어야 한다.



두 점 A'(3, 6), B(1, 1)을 지나는 직선의 방정식은

$$y-1=\frac{1-6}{1-3}(x-1)$$

$$\therefore y=\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}$$

$$y=-x+8, y=\frac{5}{2}x-\frac{3}{2} \text{을 연립하여 풀면}$$

$$x=\frac{19}{7}, y=\frac{37}{7}$$

따라서 조건을 만족시키는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{19}{7}, \frac{37}{7}\right) \text{이다.}$$

실시일자	-	내신대비	이름
25문제 / DRE수학			

2학기 중간고사\_미래엔\_3차

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01    정답 4

**해설** 점  $(-1, -5)$ 와 직선  $y=-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$   
즉,  $4x+3y-1=0$  사이의 거리는  
 $\frac{|4 \cdot (-1)+3 \cdot (-5)-1|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{20}{\sqrt{25}}=4$

02    정답 ②

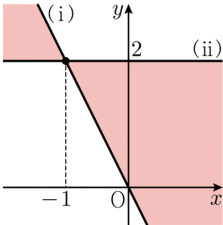
**해설** 삼각형 ABC는  $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로  
 $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$   
 $(a-6)^2+a^2=a^2+(a-3)^2$   
 $2a^2-12a+36=2a^2-6a+9$   
 $6a=27$   
 $\therefore a=\frac{9}{2}$

03    정답 50

**해설**  $\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점의 좌표는  
 $\left(\frac{1 \cdot (-5)+2 \cdot 4}{1+2}, \frac{1 \cdot 3+2 \cdot 9}{1+2}\right)$ , 즉  $(1, 7)$   
따라서 이 점과 원점 사이의 거리  $p$ 는  
 $p=\sqrt{1^2+7^2}=\sqrt{50}$   
 $\therefore p^2=50$

04    정답 3

**해설**  $(m+1)x+y-(1-m)=0$ 에서  
 $(x+1)m+(x+y-1)=0 \dots \textcircled{1}$   
 $x+1=0, x+y-1=0$ 에서  $x=-1, y=2$   
즉, 직선  $\textcircled{1}$ 은  $m$ 의 값에 관계없이 항상 점  $(-1, 2)$ 를 지난다. 다음 그림에서



(i) 직선  $\textcircled{1}$ 이 원점을 지날 때,  
 $m-1=0$   
 $\therefore m=1$   
(ii) 직선  $\textcircled{1}$ 이  $x$ 축에 평행할 때,  
 $m+1=0$   
 $\therefore m=-1$   
(i), (ii)에 의하여 구하는  $m$ 의 값의 범위는  
 $-1 \leq m \leq 1$   
따라서 구하는 정수  $m$ 은  $-1, 0, 1$ 의 3개이다.

05    정답 16

**해설** 두 직선  $(a-1)x+y+3=0$ 과  $ax-6y+b=0$ 은 서로 수직이므로  
 $(a-1) \cdot a+1 \cdot (-6)=0$   
 $a^2-a-6=0$   
 $(a+2)(a-3)=0$   
 $\therefore a=3 (\because a>0)$   
따라서 두 직선은  $2x+y+3=0, 3x-6y+b=0$ 이고,  
두 직선의 교점이  $(-2, c)$ 이므로  $-4+c+3=0,$   
 $-6-6c+b=0$   
 $\therefore c=1, b=12$   
 $\therefore a+b+c=3+12+1=16$

06    정답 ④

**해설** 원의 중심의 좌표를  $P(p, q)$ 라고 하면  
 점  $P$ 에서 각각의 점까지의 거리는 같다.  
 $(p+3)^2+(q+2)^2=(p-1)^2+q^2 \quad \cdots \textcircled{㉠}$   
 $(p+2)^2+(q-1)^2=(p-1)^2+q^2 \quad \cdots \textcircled{㉡}$   
 $\textcircled{㉠}$ 에서  
 $(p+3)^2+(q+2)^2=(p-1)^2+q^2$   
 $p^2+6p+9+q^2+4q+4=p^2-2p+1+q^2$   
 $8p+4q=-12$   
 $\textcircled{㉡}$ 에서  
 $(p+2)^2+(q-1)^2=(p-1)^2+q^2$   
 $p^2+4p+4+q^2-2q+1=p^2-2p+1+q^2$   
 $6p-2q=-4$   
 이를 연립하여 풀면  
 $\therefore p=-1, q=-1$   
 이때 원의 반지름의 길이는  
 $\sqrt{(-1-1)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{5}$   
 따라서 구하는 원의 넓이는  $5\pi$ 이다.

07    정답 ②

**해설** 직선  $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$ 이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점의 좌표는  
 각각  $(5, 0), (0, 3)$   
 이 두 점 사이의 거리는  
 $\sqrt{(5-0)^2+(0-3)^2}=\sqrt{34}$   
 따라서 구하는 원의 방정식은  
 $x^2+(y-3)^2=34$

08    정답 ③

**해설** 직선  $y=2x-3$ 의 기울기가 2이므로 구하는 접선의  
 기울기도 2이다.  
 구하는 직선의 방정식을  $y=2x+k$  ( $k$ 는 실수)로 놓으면  
 $2x-y+k=0$   
 원  $(x-1)^2+(y-2)^2=9$ 의 중심  $(1, 2)$ 와 이 직선  
 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 3과 같아야 하므로  
 $\frac{|2-2+k|}{\sqrt{2+(-1)^2}}=3, |k|=3\sqrt{5}$   
 $\therefore k=\pm 3\sqrt{5}$   
 따라서 구하는 직선의 방정식은  $y=2x\pm 3\sqrt{5}$ 이다.

09    정답 ④

**해설** 점  $(2, 3)$ 을  $x$ 축으로  $-3$ 만큼,  $y$ 축으로 2만큼  
 평행이동한 점의 좌표는  
 $(2-3, 3+2)$ , 즉  $(-1, 5)$   
 이 점이 직선  $y=3x+a$  위의 점이므로  
 $5=3\cdot(-1)+a$   
 $\therefore a=8$

10    정답 7

**해설** 원  $O: x^2+y^2+4x+2y-4=0$ 을 표준형으로 고치면  
 $(x+2)^2+(y+1)^2=9 \quad \cdots \textcircled{㉠}$   
 원  $O': x^2+y^2-8x+7=0$ 을 표준형으로 고치면  
 $(x-4)^2+y^2=9 \quad \cdots \textcircled{㉡}$   
 따라서  $\textcircled{㉠}$ 과  $\textcircled{㉡}$ 의 중심의 좌표는 각각  $(-2, -1),$   
 $(4, 0)$ 이므로 점  $(-2, -1)$ 은  
 평행이동  $(x, y)\rightarrow(x+a, y+b)$ 에 의하여 점  
 $(4, 0)$ 으로 옮겨진다.  
 따라서  $-2+a=4, -1+b=0$ 이므로  
 $a=6, b=1$   
 $\therefore a+b=7$

11    정답 ②

**해설** 직선  $y=\frac{1}{3}x+k$ 를 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한  
 직선의 방정식은  $y=3x-3k$   
 이 직선이 점  $(2, -3)$ 을 지나므로  
 $-3=6-3k \quad \therefore k=3$

12    정답 4

**해설** 점  $(k, 2)$ 를  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점  $P$ 의 좌표는  
 $(-k, 2)$   
 점  $(k, 2)$ 를 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점  $Q$ 의  
 좌표는  $(2, k)$   
 선분  $PQ$ 의 길이가  $2\sqrt{10}$ 이므로  
 $\sqrt{(2+k)^2+(k-2)^2}=2\sqrt{10}$   
 $\sqrt{2k^2+8}=2\sqrt{10}$   
 양변을 제곱하면  $2k^2+8=40$   
 $k^2=16$   
 $\therefore k=4 (\because k>0)$

## 2학기 중간고사\_미래엔\_3차

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

### 13 정답 ③

**해설** 선분의 내분을 이해하여 점의 좌표를 구한다.

선분 AB를 1:2로 내분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{6}{1+2}, \frac{2a}{1+2} \right), \text{ 즉 } \left( 2, \frac{2a}{3} \right)$$

이 점이 직선  $y = -x$  위의 점이므로

$$\frac{2a}{3} = -2, a = (-2) \cdot \frac{3}{2} = -3$$

### 14 정답 ④

**해설**  $B(a_1, b_1), C(a_2, b_2)$ 라 하면 두 점 M, N은 각각

$\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 중점이므로

$$\frac{-3+a_1}{2} = x_1 \text{에서 } -3+a_1 = 2x_1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{4+b_1}{2} = y_1 \text{에서 } 4+b_1 = 2y_1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\frac{-3+a_2}{2} = x_2 \text{에서 } -3+a_2 = 2x_2 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\frac{4+b_2}{2} = y_2 \text{에서 } 4+b_2 = 2y_2 \quad \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{3}$ 을 하면

$$-6+a_1+a_2 = 2(x_1+x_2), -6+a_1+a_2 = 10$$

$$\therefore a_1+a_2 = 16$$

또한,  $\textcircled{2} + \textcircled{4}$ 을 하면

$$8+b_1+b_2 = 2(y_1+y_2), 8+b_1+b_2 = -6$$

$$\therefore b_1+b_2 = -14$$

따라서 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$$\left( \frac{-3+a_1+a_2}{3}, \frac{4+b_1+b_2}{3} \right), \text{ 즉 } \left( \frac{13}{3}, -\frac{10}{3} \right)$$

### 15 정답 ⑤

**해설** 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(2a-5)x - (a-5)y - 14 + k(ax-5y+2) = 0$$

( $k$ 는 실수)  $\cdots \textcircled{1}$

로 놓으면 이 직선이 원점을 지나므로

$$-14+2k=0 \quad \therefore k=7$$

$k=7$ 을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$(2a-5)x - (a-5)y - 14 + 7(ax-5y+2) = 0$$

$$\therefore (9a-5)x - (a+30)y = 0$$

이 직선의 기울기가  $\frac{2}{3}$ 이므로

$$\frac{9a-5}{a+30} = \frac{2}{3}, 27a-15 = 2a+60$$

$$25a = 75 \quad \therefore a = 3$$

### 16 정답 ②

**해설** 주어진 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 임의의 점을

$P(x, y)$ 라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가

같으므로

$$\frac{|x+2y-3|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{|2x-y+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$$

$$|x+2y-3| = |2x-y+5|$$

$$x+2y-3 = \pm(2x-y+5)$$

$$\therefore x-3y+8=0 \text{ 또는 } 3x+y+2=0$$

따라서 두 직선이 이루는 각의 이등분선의 방정식은

$\neg, \sqcup$ 이다.

### 17 정답 ③

**해설**  $x^2+y^2+2kx+6ky+20k-15=0$ 에서

$$(x+k)^2 + (y+3k)^2 = 10k^2 - 20k + 15$$

이 원의 중심의 좌표는  $(-k, -3k)$ 이고 반지름의 길이는

$$\sqrt{10k^2 - 20k + 15} \text{ 이다.}$$

원의 넓이가 최소가 되려면 반지름의 길이가 최소가 되어야 하므로

$$\sqrt{10k^2 - 20k + 15} = \sqrt{10(k-1)^2 + 5} \text{ 에서}$$

$k=1$ 일 때 원의 반지름의 길이가 최소가 되고 그 때의 원의 중심의 좌표는  $(-1, -3)$ 이다.

### 18 정답 5

**해설** 중심의 좌표가  $(-5, 5)$ 이고  $x$ 축과  $y$ 축에 동시에 접하는

원의 반지름의 길이는 5이므로 원의 방정식은

$$(x+5)^2 + (y-5)^2 = 25$$

이 원이 점  $(-10, a)$ 를 지나므로

$$25 + (a-5)^2 = 25$$

$$(a-5)^2 = 0$$

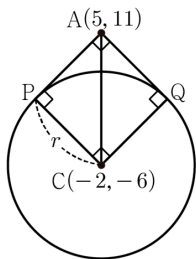
$$\therefore a = 5$$

19    정답 ②

**해설** 점  $(-5, k)$ 가 원  $x^2 + y^2 = 169$  위의 점이므로  
 $(-5)^2 + k^2 = 169, k^2 = 144$   
 $\therefore k = 12 \ (\because k > 0)$   
 원  $x^2 + y^2 = 169$  위의 점  $(-5, 12)$ 에서의 접선의  
 방정식은  
 $-5x + 12y = 169$   
 $\therefore y = \frac{5}{12}x + \frac{169}{12}$   
 따라서 구하는  $y$ 절편은  $\frac{169}{12}$ 이다.

20    정답 13

**해설** 원의 중심을  $C(-2, -6)$ , 두 접선의 접점을  $P, Q$ 라 하면  
 두 접선이 수직이므로 사각형  $APCQ$ 는 정사각형이다.



따라서 직각삼각형  $CAP$ 에서  
 $\overline{CA}^2 = \overline{CP}^2 + \overline{AP}^2$ 이므로  
 $\{5 - (-2)\}^2 + \{11 - (-6)\}^2 = r^2 + r^2$   
 $2r^2 = 338, r^2 = 169$   
 $\therefore r = 13 \ (\because r > 0)$

21    정답 6

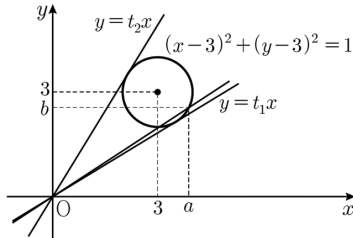
**해설** 원  $(x+7)^2 + (y-a)^2 = 14$ 를  $x$ 축의 방향으로 1만큼  
 평행이동한 원의 방정식은  
 $(x+6)^2 + (y-a)^2 = 14$   
 이 원을  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은  
 $(x-6)^2 + (y-a)^2 = 14$   
 이 원이 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이므로  
 원의 중심  $(6, a)$ 가 직선  $y = x$ 위에 있어야 한다.  
 $\therefore a = 6$

22    정답  $\frac{3}{4}$

**해설**  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 5 = 0$ 에서  
 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 20$   
 이때 직선  $y = mx$ 가 원의 중심  $(4, 3)$ 을 지날 때,  
 선분  $AB$ 의 길이는 지름으로 최대가 된다.  
 $\therefore m = \frac{3}{4}$

## 23 정답 ③

**해설** 원  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$  은 중심이 점  $(3, 3)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원이다.



$\frac{b}{a} = \frac{b-0}{a-0}$  은 원점과 점  $A(a, b)$ 를 지나는 직선의 기울기와 같다.

원점  $O$ 를 지나고 원  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$ 에 접하는 직선의 기울기를  $t$ 라 하면 이 직선의 방정식은

$$y = tx, tx - y = 0$$

원  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$ 의 중심인 점  $(3, 3)$ 과 직선  $tx - y = 0$  사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 1이어야 하므로

$$\frac{|3t-3|}{\sqrt{t^2+(-1)^2}} = 1$$

$$|3t-3| = \sqrt{t^2+1}$$

양변을 제곱하면

$$(3t-3)^2 = t^2 + 1$$

$$4t^2 - 9t + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 17 > 0$$

이므로 이차방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

두 실근을  $t_1, t_2$  ( $t_1 < t_2$ )라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$t_1 + t_2 = \frac{9}{4}, t_1 t_2 = 1$$

따라서  $\frac{b}{a}$ 의 최댓값은  $M = t_2$ , 최솟값은  $m = t_1$ 이므로

$$M^2 + m^2 = t_2^2 + t_1^2$$

$$= (t_1 + t_2)^2 - 2t_1 t_2$$

$$= \left(\frac{9}{4}\right)^2 - 2 \cdot 1 = \frac{49}{16}$$

## 24 정답 -6

**해설** 평행이동한 포물선의 방정식은

$$y + 10 = (x-2)^2 - 2(x-2)$$

$$\therefore y = x^2 - 6x - 2$$

두 점  $P, Q$ 의  $x$ 좌표를 각각  $p, q$ 라 하면

$p, q$ 는 이차방정식  $x^2 - 6x - 2 = ax$ , 즉

$x^2 - (a+6)x - 2 = 0$ 의 두 실근이므로 근과 계수의

관계에 의하여  $p+q = a+6$

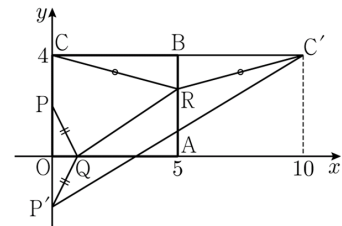
이때 선분  $PQ$ 의 중점이 원점이므로

$$\frac{p+q}{2} = \frac{a+6}{2} = 0$$

$$\therefore a = -6$$

## 25 정답 ③

**해설**



점  $P$ 는 선분  $OC$ 의 중점이므로  $P(0, 2)$

점  $P$ 를 직선  $OA$ , 즉  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을

$P'$ 이라 하면  $P'(0, -2)$ 이고  $\overline{PQ} = \overline{P'Q}$

점  $C$ 를 직선  $AB$ 에 대하여 대칭이동한 점을  $C'$ 이라 하면

$\overline{BC} = 5$ 이므로  $C'(10, 4)$ 이고  $\overline{RC} = \overline{RC'}$

이때

$$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RC} = \overline{P'Q} + \overline{QR} + \overline{RC'} \geq \overline{P'C'}$$

즉,  $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RC}$ 의 최솟값은 선분  $P'C'$ 의 길이이다.

따라서 구하는 최솟값은

$$\overline{P'C'} = \sqrt{(10-0)^2 + \{4-(-2)\}^2} = 2\sqrt{34}$$