

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
34문제 / DRE수학	

## 교재 오답

이름

- 01** 집합  $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 에 대하여 함수  $f: A \rightarrow A$ 를  $f(x) = (2x^2 \text{을 } 4 \text{로 나누었을 때의 나머지})$ 로 정의할 때, 함수  $f$ 의 치역은?

- ①  $\{0\}$       ②  $\{0, 2\}$       ③  $\{0, 1, 2\}$   
④  $\{0, 2, 3\}$     ⑤  $\{0, 1, 2, 3\}$

- 02** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & (x < 0) \\ x^2 - 2x + 3 & (x \geq 0) \end{cases}$$

다음 보기 중 옳은 것만을 있는대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 의 치역은 실수 전체의 집합이다.
- ㄴ. 함수  $f(x)$ 는 일대일대응이다.
- ㄷ. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는  $y$ 축 대칭이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 03** 정의역이  $\{1, 2\}$ 인 두 함수  $f(x) = ax + b$ ,  $g(x) = x^2 - 2x + 5$ 에 대하여  $f = g$  일 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 3      ② 4      ③ 5  
④ 6      ⑤ 7

- 04**  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ ,  $g(x) = x^2 + x + 1$ 에 대하여  $f = g$  가 성립하도록 하는 집합  $X$ 의 개수는?

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개  
④ 4개      ⑤ 5개

- 05** 실수 전체의 집합에서 정의된

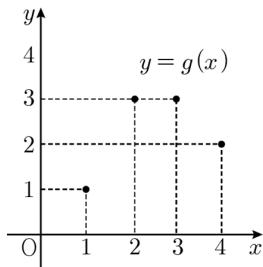
함수  $f(x) = a|x+2| - x + 5$ 가 일대일대응이 되도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $a < 0$       ②  $a < -1$       ③  $a > 1$   
④  $-1 < a < 1$     ⑤  $a < -1$  또는  $a > 1$



**06**

집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여  
두 함수  $f : X \rightarrow X, g : X \rightarrow X$ 가 있다.  
함수  $y = f(x)$ 는  $f(2) = 1$ 을 만족시키고  
함수  $y = g(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



두 함수  $y = f(x), y = g(x)$ 에 대하여

함수  $h : X \rightarrow X$ 를  $h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) & (g(x) > f(x)) \end{cases}$ 라

정의하자. 함수  $y = h(x)$ 가 일대일대응일 때,

$f(1) + h(3)$ 의 값을 구하시오.

**07**

자연수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f, g$ 에 대하여  $f$ 는 항등함수,  $g$ 는 상수함수이다.  $g(2) = 2$ 일 때,  $f(5) + g(5)$ 의 값은?

- |     |     |
|-----|-----|
| ① 3 | ② 4 |
| ③ 5 | ④ 6 |
| ⑤ 7 |     |

**08**

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f, g$ 에 대하여  $f$ 는 항등함수이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) = -3$ 일 때,  $f(5) + g(-2)$ 의 값을 구하시오.

**09**

집합  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여  $A$ 에서  $A$ 로의

함수  $f(x)$ 가  $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \leq 1) \\ 4-x & (x \geq 2) \end{cases}$ 이고,

$f^1(x) = f(x), f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ 로 정의할 때,

$f^{30}(2)$ 의 값을 구하시오. (단,  $n$ 은 자연수이다.)

**10**

집합  $X = \{0, 1, 2\}$ 일 때,  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f_1, f_2, f_3$ 은 다음과 같다.

$$f_1(x) = 0, f_2(x) = |x-1|, f_3(x) = 1$$

이차정사각행렬  $A$ 의  $(i, j)$  성분  $a_{ij}$ 를

$$a_{ij} = \begin{cases} (f_i \circ f_{j+1})(j) & (i=j) \\ (f_{i+1} \circ f_j)(i) & (i \neq j) \end{cases}$$

로 정의할 때, 행렬  $A^{50}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

**11**

[2016년 6월 고3 문과 4번 변형]

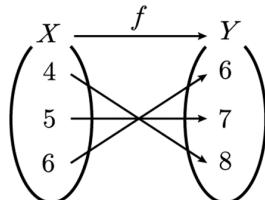
함수  $f(x)=5x-6$ 에 대하여  $f^{-1}(9)$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

**12**

[2018년 9월 고3 문과 4번 변형]

다음 그림은 함수  $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f(5)+f^{-1}(6)$ 의 값은?

- ① 13      ② 14      ③ 15  
④ 16      ⑤ 17

**13**

일차함수  $f$ 에 대하여  $f^{-1}(2)=4$ ,  $(f \circ f)(4)=8$ 일 때,  
 $f(-1)$ 의 값은?

- ① 13      ② 15      ③ 17  
④ 19      ⑤ 21

**14**

실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 가

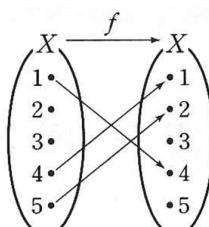
$f\left(\frac{2x-1}{3}\right)=x+5$ 를 만족시킬 때,  $f^{-1}(13)$ 의 값을 구하시오.

**15**

집합  $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$ 의 역함수  $f^{-1}$ 가 존재하고  $f(3)=2$ ,  $f^{-1}(3)=f(1)=4$ ,  $(f \circ f)(2)=1$ 일 때,  $f^{-1}(5)+(f \circ f)(3)$ 의 값을 구하시오.

**16**

그림은  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 의 대응 관계 중 일부를 나타낸 것이다.  $f$ 가 일대일 대응이고  $(f \circ f)(5)=3$ 일 때,  $f^{-1}(4)+f^{-1}(5)$ 의 값을 구하시오.



# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

**17**

실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 에 대하여  
 $f(4x-1)=12x+5$ 이다.  $f^{-1}(x)=ax+b$ 일 때,  
 $a-b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수)

**18**

두 함수  $f, g$ 에 대하여  $f(x)=2x+1$ 이고  
 $f^{-1}(x)=g\left(\frac{1}{4}x+1\right)$ 일 때, 함수  $g(x)$ 는?

- ①  $g(x)=-2x-5$
- ②  $g(x)=-2x-\frac{5}{2}$
- ③  $g(x)=2x-5$
- ④  $g(x)=2x-\frac{5}{2}$
- ⑤  $g(x)=2x+5$

**19**

유리함수  $y=\frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프는 점  $(1, -2)$ 에 대하여 대칭이고, 점  $(2, -4)$ 를 지난다.  
이때 세 수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 를 구하시오.

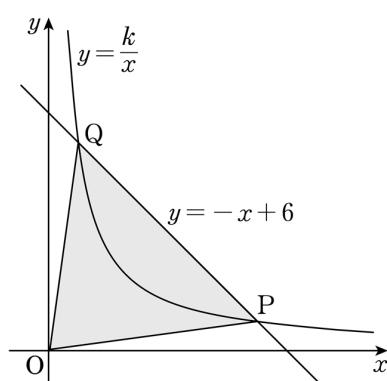
**20**

함수  $y=\frac{3x+b}{x+a}$ 의 그래프가 점  $(2, 4)$ 를 지난고  
점  $(1, c)$ 에 대하여 대칭일 때,  $a+b+c$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

**21**

[2016년 3월 고2 이과 18번/4점]  
그림과 같이 유리함수  $y=\frac{k}{x}$  ( $k > 0$ )의 그래프가  
직선  $y=-x+6$ 과 두 점 P, Q에서 만난다.  
삼각형 OPQ의 넓이가 14일 때, 상수  $k$ 의 값은?  
(단, O는 원점이다.)



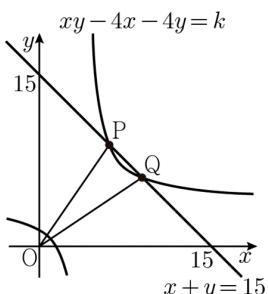
- ①  $\frac{32}{9}$
- ②  $\frac{34}{9}$
- ③ 4
- ④  $\frac{38}{9}$
- ⑤  $\frac{40}{9}$

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

**22**

- 다음 그림과 같이 곡선  $xy - 4x - 4y = k$ 가  
직선  $x + y = 15$ 와 만나는 두 점을 P, Q라 하자.  
두 점 P, Q의 x좌표의 곱이 54일 때,  
 $\overline{OP} \cdot \overline{OQ}$ 의 값을 구하시오. (단,  $k < 0$ )



**23**

- 무리함수  $y = -\sqrt{2x-4} + 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은  $\{x | x \geq 2\}$ 이다.
- ② 치역은  $\{y | y \leq 1\}$ 이다.
- ③ 그래프는  $y = -\sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
- ④ 그래프는 제1, 4사분면을 지난다.
- ⑤ 역함수는  $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 5$  ( $x \leq 1$ )이다.

**24**

- 다음 중 함수  $y = \sqrt{4-2x} - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

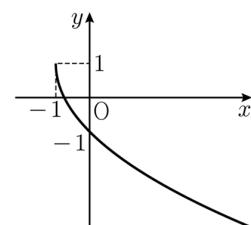
〈보기〉

- ㄱ. 정의역은  $\{x | x \leq 2\}$ ,  
치역은  $\{y | y \geq -3\}$ 이다.
- ㄴ. 함수  $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 평행 이동한  
것이다.
- ㄷ. 제3사분면을 지난다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

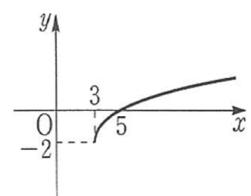
**25**

- 함수  $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  
상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값을 구하시오.



**26**

- 무리함수  $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 의 값을 구하시오.



**27**

- 공기의 온도가  $x$  °C 일 때, 공기 중에서 소리의 전달 속도를  $ym/s$ 라 하면  $x$ 와  $y$  사이에  $y = 21\sqrt{269+x}$  인 관계가 성립한다고 한다. 소리의 전달 속도가 357 m/s일 때, 공기의 온도를 구하시오.

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

28

높이가 32m인 어느 탑에서 물체를 떨어뜨릴 때,  
물체가 떨어진 지  $t$ 초 후의 높이를  $h$ m라고 하면  
 $h = -2t^2 + 32$  ( $0 \leq t \leq 4$ )와 같은 관계식이 성립한다.  
이때 물체가 14m 높이까지 떨어지는데 걸리는 시간은  
24m 높이까지 떨어지는데 걸리는 시간의 몇 배인지  
구하시오.

29

두 함수  $f(x) = 2x + 5$ ,  $g(x) = -3x + k$ 에 대하여  
 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립할 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① -20      ② -10      ③ 0  
④ 10      ⑤ 20

30

두 함수  $f(x) = ax + 3$ ,  $g(x) = -x + 4$ 에 대하여  
 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립할 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a$ 는 상수)

31

함수  $f(x) = \frac{ax+1}{x-b}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가  
모두 점 (2, 3)을 지날 때, 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

32

함수  $g(x) = \frac{3x}{2x-1}$ 에 대하여  $(g \circ f)(x) = x$ 를  
만족시키는 함수  $f(x)$ 가 존재할 때,  $f(2)$ 의 값은?

- ① -2      ② -1  
③ 0      ④ 1  
⑤ 2

33

$f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 과 그 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g(x)$ 와  
 $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 교점 사이의 거리를 각각 옳게 구한 것은?

- ①  $g(x) = x^2 - 2x + 2$  ( $x \geq 1$ ),  $\sqrt{3}$   
②  $g(x) = x^2 - 2x + 2$  ( $x \geq 1$ ),  $\sqrt{2}$   
③  $g(x) = x^2 - 2x + 1$  ( $x \geq 1$ ),  $\sqrt{2}$   
④  $g(x) = x^2 - 2x + 1$  ( $x \geq 1$ ),  $\sqrt{3}$   
⑤  $g(x) = x^2 - 2x + 1$  ( $x \geq 1$ ),  $\sqrt{5}$

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

**34**

[2018년 3월 고3 문과 17번 변형]

무리함수  $f(x) = \sqrt{ax+b} + 2$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.  
곡선  $y = f(x)$ 와 곡선  $y = g(x)$ 가 점  $(2, 4)$ 에서 만날 때,  
 $g(6)$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① -6      ② -5      ③ -4  
④ -3      ⑤ -2

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
34문제 / DRE수학	

## 교재 오답

이름

### 빠른정답

01 ②	02 ①	03 ①
04 ③	05 ④	06 5
07 ⑤	08 2	09 2
10 2	11 ③	12 ①
13 ③	14 5	15 7
16 4	17 3	18 ④
19 -3	20 ①	21 ①
22 117	23 ⑤	24 ⑤
25 0	26 -6	27 20°C
28 $\frac{3}{2}$ 배	29 ①	30 2
31 ①	32 ⑤	33 ②
34 ③		



# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
34문제 / DRE수학	

## 교재 오답

이름

### 01 정답 ②

해설 음이 아닌 정수  $k$ 에 대하여

(i)  $x = 2k$  일 때,

$$2x^2 = 2 \cdot (2k)^2 = 8k^2 = 4 \cdot 2k^2$$

$$\therefore f(x) = 0$$

(ii)  $x = 2k+1$  일 때,

$$2x^2 = 2(2k+1)^2 = 8k^2 + 8k + 2$$

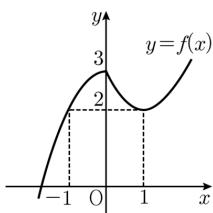
$$= 4(2k^2 + 2k) + 2$$

$$\therefore f(x) = 2$$

(i), (ii)에 의하여 함수  $f$ 의 치역은  $\{0, 2\}$ 이다.

### 02 정답 ①

해설  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & (x < 0) \\ x^2 - 2x + 3 & (x \geq 0) \end{cases}$  이므로 함수  $y = f(x)$ 의  
그래프는 다음 그림과 같다.



ㄱ.  $x < 0$ 인 모든 실수에서  $f(x) < 3$ 이고

$x \geq 0$ 인 모든 실수에서  $f(x) \geq 2$ 이므로

함수  $f(x)$ 의 치역은 실수 전체의 집합이다.

ㄴ. 위의 그림에서  $f(-1) = f(1) = 2$ 이므로

서로 다른  $x$ 의 값에 대응하는 함숫값이 같다.

즉, 함수  $f(x)$ 는 일대일대응이 아니다. (거짓)

ㄷ. 모든 실수  $x$ 에 대하여

$f(x) = f(-x)$ 가 성립하지 않으므로 함수

$y = f(x)$ 의 그래프는  $y$ 축 대칭이 아니다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

### 03 정답 ①

해설 두 함수  $f, g$ 가 서로 같으므로

정의역의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $f(x) = g(x)$ 이다.

즉,  $f(1) = g(1), f(2) = g(2)$

$f(1) = a+b, g(1) = 4$ 에서

$$a+b = 4$$

$f(2) = 2a+b, g(2) = 5$ 에서

$$2a+b = 5$$

$$\therefore a = 1, b = 3$$

따라서  $ab = 1 \cdot 3 = 3$

### 04 정답 ③

해설 두 함수가 같다는 것은 정의역의 임의의  $x$ 값에 대하여  
그 함수값이 같다는 것이다.

그러므로  $f(x) = g(x)$ 를 만족시키는  $x$ 들만을 원소로  
갖는 집합이 정의역이 된다.

따라서  $2x^2 - 3x + 4 = x^2 + x + 1, x^2 - 4x + 3 = 0$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, 3$$

따라서 1, 3을 원소로 갖는 집합을 구하면 된다.

즉,  $\{1\}, \{3\}, \{1, 3\}$

### 05 정답 ④

해설 함수  $f(x) = a|x+2| - x + 5$ 에서

(i)  $x \geq -2$  일 때,

$$f(x) = ax + 2a - x + 5 = (a-1)x + 2a + 5$$

(ii)  $x < -2$  일 때,

$$f(x) = -ax - 2a - x + 5 = -(a+1)x - 2a + 5$$

(i), (ii)에 의하여

$$f(x) = \begin{cases} (a-1)x + 2a + 5 & (x \geq -2) \\ -(a+1)x - 2a + 5 & (x < -2) \end{cases}$$

함수  $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면  $x \geq -2$  일 때와

$x < -2$  일 때 일차함수  $f(x)$ 의 기울기의 부호가 서로  
같아야 하므로

$$-(a+1)(a-1) > 0, (a+1)(a-1) < 0$$

따라서  $-1 < a < 1$



# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

## 06 정답 5

**해설**  $f(2)=1$ 이고 주어진 그래프에서  $g(2)=3$ 이므로  
 $g(2) > f(2)$ 에서  $h(2)=g(2)-f(2)=3-1=2$   
그런데 함수  $h(x)$ 는 일대일대응이므로  $h(3) \neq 3$   
이때  $g(3)=3$ 이므로  $h(3) \neq g(3)$   
즉,  $h(3)=f(3)$ 이고  $f(3) > g(3)=3$ 이므로  $f(3)=4$   
 $\therefore h(3)=4$   
이때  $h(2)=3$ ,  $h(3)=4$ 이므로  
 $h(1), h(4)$ 는 각각 1, 2 중 하나의 값을 갖고  $h(1) \neq h(4)$   
(i)  $h(1)=1$ 인 경우  
 $h(1)$ 은  $f(1)$ 과  $g(1)$  중 작지 않은 값을 가지는데  
 $g(1)=1$ 이므로  $f(1)=1$ 이면 만족한다.  
 $\therefore f(1)=1$   
(ii)  $h(4)=1$ 인 경우  
 $h(4)$ 는  $f(4)$ 와  $g(4)$  중 작지 않은 값을 가지는데  
 $g(4)=2$ 이므로  $h(4)$ 의 값은  $f(4)$ 의 값에 관계없이  
2 이상이 되어 모순이다.  
따라서  $f(1)+h(3)=1+4=5$

## 07 정답 ⑤

**해설** 함수  $f$ 는 항등함수이므로  
 $f(x)=x \quad \therefore f(5)=5$   
또한 함수  $g$ 는 상수함수이고  $g(2)=2$ 이므로  
 $g(x)=2 \quad \therefore g(5)=2$   
 $\therefore f(5)+g(5)=5+2=7$

## 08 정답 2

**해설** 함수  $f$ 는 항등함수이므로  $f(x)=x$   
 $\therefore f(5)=5$   
모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x)=-3$ 이므로  $g(x)$ 는  
상수함수이다. 즉,  $g(-2)=-3$   
 $\therefore f(5)+g(-2)=5+(-3)$   
 $=2$

## 09 정답 2

**해설**  $f^1(2)=f(2)=2$   
 $f^2(2)=f(f^1(2))=f(2)=2$   
 $f^3(3)=f(f^2(2))=f(2)=2$   
⋮  
즉, 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $f^n(2)=2$ 이므로  
 $f^{30}(2)=2$

## 10 정답 2

**해설**  $a_{11}=(f_1 \circ f_2)(1)=f_1(f_2(1))=f_1(0)=0$   
 $a_{12}=(f_2 \circ f_2)(1)=f_2(f_2(1))=f_2(0)=1$   
 $a_{21}=(f_3 \circ f_1)(2)=f_3(f_1(2))=f_3(0)=1$   
 $a_{22}=(f_2 \circ f_3)(2)=f_2(f_3(2))=f_2(1)=0$   
 $\therefore A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$   
 $A^2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=E$   
 $\therefore A^{50}=(A^2)^{25}=E^{25}=E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$   
따라서 행렬  $A^{50}$ 의 모든 성분의 합은  
 $1+0+0+1=2$

## 11 정답 ③

**해설**  $f^{-1}(9)=k$ 로 놓으면  $f(k)=9$   
따라서  $5k-6=9$ 에서  $k=3$ 이다.

## 12 정답 ①

**해설**  $f(5)=7$ 이고,  $f^{-1}(6)=6$ 이므로  
 $f(5)+f^{-1}(6)=7+6=13$

## 13 정답 ③

**해설**  $f(x)=ax+b$ 라 하자.  
 $f^{-1}(2)=4$ 에서  $f(4)=2$ 이므로  
 $4a+b=2 \quad \cdots \textcircled{1}$   
또,  $f(f(4))=8$ 에서  $f(4)=2$ 이므로  
 $f(2)=8$ , 즉  $2a+b=8 \quad \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $a=-3$ ,  $b=14$ 이므로  
 $f(x)=-3x+14$   
 $\therefore f(-1)=-3 \cdot (-1)+14=17$

## 14 정답 5

**해설**  $\frac{2x-1}{3}=t$ 라 하면  $x=\frac{3}{2}t+\frac{1}{2}$   
따라서  $f(t)=\frac{3}{2}t+\frac{11}{2}$   
 $f^{-1}(13)=k$ 라 하면  $f(k)=13$ 이므로  
 $\frac{3}{2}k+\frac{11}{2}=13$ ,  $\frac{3}{2}k=\frac{15}{2}$   
 $\therefore k=5$

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

## 15 정답 7

**해설** 주어진 조건에 따라

$$f(3)=2$$

$$f(1)=4$$

$$f^{-1}(3)=4 \Leftrightarrow f(4)=3$$

$$(f \circ f)(2)=f(f(2))=1$$

따라서  $f(2), f(5)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 5이다.

$$f(2)=1 \text{이면 } f(f(2))=f(1)=1 \text{이고 } f \text{는 함수이므로}$$

$f(1)=4$ 인 동시에  $f(1)=1$ 일 수 없다.

$$\therefore f(2)=5$$

따라서  $f(5)=1$ 이므로 ( $\because f^{-1}$ 가 존재한다.)

$$f^{-1}(5)+(f \circ f)(3)=f^{-1}(5)+f(f(3))$$

$$=f^{-1}(5)+f(2)$$

$$=2+5$$

$$=7$$

## 16 정답 4

**해설**  $(f \circ f)(5)=f(f(5))=f(2)$ 이므로  $f(2)=3$

또한,  $f$ 는 일대일 대응이므로  $f(3)=5$

$$\therefore f^{-1}(4)+f^{-1}(5)=1+3=4$$

## 17 정답 3

**해설**  $4x-1=t$ 로 놓으면

$$x=\frac{t+1}{4}$$

$$\text{따라서 } f(t)=12 \cdot \frac{t+1}{4}+5=3t+8$$

$$\therefore f(x)=3x+8$$

$y=3x+8$ 이라 하면

$$3x=y-8$$

$$\therefore x=\frac{1}{3}y-\frac{8}{3}$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면

$$y=\frac{1}{3}x-\frac{8}{3}$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{3}x-\frac{8}{3}$$

$$\text{따라서 } a=\frac{1}{3}, b=-\frac{8}{3} \text{이므로}$$

$$a-b=3$$

## 18 정답 ④

**해설**  $y=2x+1$ 이라 하고  $x$ 에 대하여 풀면

$$2x=y-1$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{4}x+1\right)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{4}x+1=t \text{로 놓으면}$$

$$x=4t-4$$

$$\therefore g(t)=\frac{1}{2}(4t-4)-\frac{1}{2}=2t-\frac{5}{2}$$

$$\therefore g(x)=2x-\frac{5}{2}$$

## 19 정답 -3

**해설** 점  $(1, -2)$ 에 대하여 대칭인 분수함수의 점근선은

$x=1, y=-2$ 이므로 분수함수의 식을

$$y=\frac{k}{x-1}-2 \text{ (단, } k \neq 0\text{)로 놓을 수 있다.}$$

$$y=\frac{k}{x-1}-2 \text{의 그래프가 점 } (2, -4) \text{를 지나므로}$$

$$-4=\frac{k}{2-1}-2 \quad \therefore k=-2$$

$$\therefore y=\frac{-2}{x-1}-2=\frac{-2x}{x-1}$$

이 식이  $\frac{ax+b}{x+c}$ 와 일치하므로

$$a=-2, b=0, c=-1$$

$$\therefore a+b+c=(-2)+0+(-1)=-3$$

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

## 20 정답 ①

**해설**  $y = \frac{3x+b}{x+a}$ 의 그래프가 점  $(2, 4)$ 를 지나므로

$$4 = \frac{3 \cdot 2 + b}{2 + a} = \frac{6 + b}{2 + a}$$

$$8 + 4a = 6 + b$$

$$\therefore b = 4a + 2 \quad \dots \textcircled{①}$$

$$\text{한편, } y = \frac{3x+b}{x+a} = \frac{3(x+a)-3a+b}{x+a}$$

$$= \frac{-3a+b}{x+a} + 3$$

에서 이 함수의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = -a, y = 3 \text{이므로}$$

그래프는 점  $(-a, 3)$ 에 대하여 대칭이다.

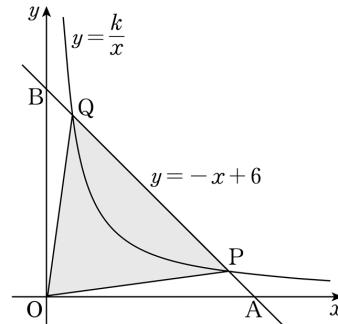
따라서  $-a = 1, c = 3$ 이므로  $a = -1$ 이다.

$a = -1$ 을 ①에 대입하면  $b = -2$

$$\therefore a + b + c = 0$$

## 21 정답 ①

**해설** 유리함수의 그래프를 이용하여 조건을 만족하는 상수의 값을 구한다.



직선  $y = -x + 6$ 이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면 A(6, 0), B(0, 6)

삼각형 OAB의 넓이는

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$$

함수  $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프와 직선  $y = -x + 6$ 은 모두

직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 삼각형 OAP와 삼각형 OQB의 넓이는 서로 같다. 삼각형 OPQ의 넓이가 14이므로

$$\triangle OAP = \triangle OQB = \frac{1}{2}(18 - 14) = 2$$

점 P의 좌표를  $(a, b)$ 라 하면

$$\triangle OAP = \frac{1}{2} \times 6 \times b = 2 \text{에서 } b = \frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

점 P는 직선  $y = -x + 6$  위의 점이므로

$$b = -a + 6 = \frac{2}{3} \text{에서 } a = \frac{16}{3} \text{ 이다.}$$

또, 점 P는 함수  $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$$k = ab = \frac{16}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{32}{9}$$

## 22 정답 117

**해설**  $xy - 4x - 4y = k \quad \dots \textcircled{①}$

곡선 ①과 직선  $x + y = 15$ 의 두 교점 P, Q의  $x$ 좌표를 각각  $\alpha, \beta$ 라 하고,  $y = 15 - x$ 를 ①에 대입하여 정리하면

$$x^2 - 15x + (60 + k) = 0 \quad \dots \textcircled{②}$$

이 방정식의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta = 60 + k = 54$$

$$\therefore k = -6$$

$k = -6$ 을 ②에 대입하여 풀면  $x = 6$  또는  $x = 9$

$$\therefore P(6, 9), Q(9, 6)$$

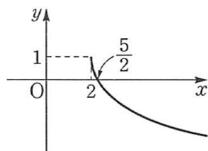
$$\therefore \overline{OP} \cdot \overline{OQ} = \overline{OP}^2 = 6^2 + 9^2 = 117$$

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

## 23 정답 ⑤

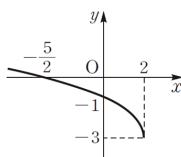
**해설**  $y = -\sqrt{2x-4} + 1 = -\sqrt{2(x-2)} + 1$   
이므로 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



- ① 정의역은  $\{x \mid x \geq 2\}$ 이다. (참)
- ② 치역은  $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다. (참)
- ③  $y = -\sqrt{2x-4} + 1$ 의 그래프는  
 $y = -\sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  
 $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다. (참)
- ④ 그래프는 제1, 4사분면을 지난다. (참)
- ⑤  $y = -\sqrt{2x-4} + 1$ 에서  
 $y-1 = -\sqrt{2x-4}$   
양변을 제곱하면  $(y-1)^2 = 2x-4$   
 $\therefore x = \frac{1}{2}(y-1)^2 + 2 = \frac{1}{2}y^2 - y + \frac{5}{2}$   
따라서 역함수는  $y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{5}{2}$  ( $x \leq 1$ )  
(거짓)

## 24 정답 ⑤

**해설** ㄱ.  $4-2x \geq 0$ 에서  $x \leq 2$   
따라서 정의역은  $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.  
ㄴ.  $y = \sqrt{4-2x} - 3 = \sqrt{-2(x-2)} - 3$   
이므로 주어진 함수의 그래프는  
함수  $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  
2만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한  
것이다. (참)  
ㄷ. 함수  $y = \sqrt{4-2x} - 3$ 의 그래프는 다음 그림과  
같으므로 제3사분면을 지난다. (참)



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

## 25 정답 0

**해설** 함수  $y = a\sqrt{x+b}+c$ 의 그래프는 함수  $y = a\sqrt{x}$ 의  
그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-b$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $c$ 만큼  
평행이동한 것이므로  
 $-b = -1$ ,  $c = 1$ , 즉  $b = 1$ ,  $c = 1$   
 $\therefore y = a\sqrt{x+1} + 1$   
이때 그래프가 점  $(0, -1)$ 을 지나므로  
 $-1 = a + 1$   
 $\therefore a = -2$   
따라서  $a = -2$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$ 이므로  
 $a+b+c = 0$

## 26 정답 -6

**해설** 주어진 함수의 그래프는  $y = \sqrt{ax}$  ( $a > 0$ )의 그래프를  
 $x$ 축의 방향으로 3만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼  
평행이동한 것이므로  
 $y = \sqrt{a(x-3)} - 2$  ... ⑦  
⑦의 그래프가 점  $(5, 0)$ 을 지나므로  $0 = \sqrt{2a} - 2$   
 $2 = \sqrt{2a}$ ,  $2a = 4$   
 $\therefore a = 2$   
 $a = 2$ 를 ⑦에 대입하면  
 $y = \sqrt{2(x-3)} - 2$   
 $= \sqrt{2x-6} - 2$   
따라서  $a = 2$ ,  $b = -6$ ,  $c = -2$ 이므로  
 $a+b+c = -6$

## 27 정답 20°C

**해설** 주어진 조건에 따라  
 $357 = 21\sqrt{269+x}$   
 $357 = 21\sqrt{269+x}$   
 $17 = \sqrt{269+x}$   
양변을 제곱하면  
 $289 = 269+x$   
 $\therefore x = 20$

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수) 136~138p\_대단원

## 함수의 개념과 그래프 ~ 무리함수의 그래프

### 28 정답 $\frac{3}{2}$ 배

**해설**  $h = -2t^2 + 32$ 에서

$$2t^2 = 32 - h, t^2 = 16 - \frac{h}{2}$$

$$t = \sqrt{16 - \frac{h}{2}} \quad (\text{단, } 0 \leq h \leq 32)$$

$h = 14$ 일 때의 시간  $t_1$ 은

$$t_1 = 3$$

또,  $h = 24$ 일 때의 시간  $t_2$ 는

$$t_2 = 2$$

따라서 물체가 14m 높이까지 떨어지는데 걸리는 시간은

24m 높이까지 떨어지는데 걸리는 시간의  $\frac{3}{2}$  배이다.

### 29 정답 ①

**해설**  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 에서

$$-6x + 2k + 5 = -6x - 15 + k$$

$$\therefore k = -20$$

### 30 정답 2

$$\begin{aligned} \text{해설 } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(-x+4) = a(-x+4)+3 \end{aligned}$$

$$= -ax + 4a + 3$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= g(ax+3)$$

$$= -(ax+3)+4 = -ax+1$$

$f \circ g = g \circ f$  이므로  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 이다.

$$\therefore -ax+4a+3 = -ax+1$$

$$4a+3 = 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

따라서  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$  이므로

$$f(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 3 = 2$$

### 31 정답 ①

**해설**  $f(x) = \frac{ax+1}{x-b}$  의 그래프가 점 (2, 3)을 지나므로

$$3 = \frac{2a+1}{2-b} \quad \therefore 2a+3b=5 \quad \dots \textcircled{1}$$

또,  $f(x) = \frac{ax+1}{x-b}$  의 역함수의 그래프가 점 (2, 3)을 지나므로  $f(x) = \frac{ax+1}{x-b}$  의 그래프는 점 (3, 2)를 지난다.

$$\therefore 2 = \frac{3a+1}{3-b} \quad \therefore 3a+2b=5 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$  을 연립하여 풀면  $a=1, b=1$

따라서  $ab=1$

### 32 정답 ⑤

**해설**  $(g \circ f)(x) = x$ 에서  $g(f(2)) = 2$ 이므로

$f(2) = k$  라 하면  $g(k) = 2$

$$g(x) = \frac{3x}{2x-1} \text{ 이므로 } g(k) = \frac{3k}{2k-1} = 2$$

$$3k = 4k - 2 \quad \therefore k = 2$$

$$\therefore f(2) = 2$$

### 33 정답 ②

**해설**  $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 에 대하여

$y = \sqrt{x-1} + 1$ 로 놓고 역함수를 구하면

$$y-1 = \sqrt{x-1} \quad \dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 제곱하면

$$(y-1)^2 = x-1$$

$$y^2 - 2y + 1 = x - 1$$

$$x = y^2 - 2y + 2$$

$$\therefore g(x) = x^2 - 2x + 2 \quad (x \geq 1)$$

이때  $f(x)$ 와 역함수  $g(x)$ 의 교점은

$f(x)$ 와  $y = x$  또는  $g(x)$ 와  $y = x$ 의 교점을 구하면 된다.

$g(x) = x$ 에서  $x^2 - 2x + 2 = x$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

즉,  $x = 2$ 일 때,  $y = 2$ 이고,  $x = 1$ 일 때,  $y = 1$ 이다.

따라서 두 점 (1, 1), (2, 2) 사이의 거리는

$$\sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$$

### 34 정답 ③

**해설** 곡선  $y = f(x)$ 과 곡선  $y = g(x)$ 가 점  $(2, 4)$ 에서

만나므로  $f(2) = 4$ 이고  $g(2) = 4$ 이다.

이때 함수  $g(x)$ 는 함수  $f(x)$ 의 역함수이므로

$g(2) = 4$ 에서  $f(4) = 2$

$$f(2) = \sqrt{2a+b} + 2 = 4 \text{에서}$$

$$2a+b = 4 \quad \dots \textcircled{①}$$

$$f(4) = \sqrt{4a+b} + 2 = 2 \text{에서}$$

$$4a+b = 0 \quad \dots \textcircled{②}$$

$$\textcircled{①}, \textcircled{②} \text{에 의해 } a = -2, b = 8$$

$$\therefore f(x) = \sqrt{-2x+8} + 2$$

$g(6) = k$ 라 하면  $f(k) = 6$ 이므로

$$f(k) = \sqrt{-2k+8} + 2 = 6 \text{에서}$$

$$\sqrt{-2k+8} = 4, -2k+8 = 16 \quad \therefore k = -4$$

$$\therefore g(6) = -4$$