

교과서_미래엔 - 공통수학2 (유리무리함수) 133~134p

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 $\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{1}{x}$ ② $\frac{1}{x(x+1)}$
 ③ $\frac{2}{x(x+1)}$ ④ $\frac{1}{x(x+1)(x-1)}$
 ⑤ $\frac{2}{x(x+1)(x-1)}$

02 $\frac{x}{x^2-xy} + \frac{y}{y^2-xy}$ 을 계산하여라.

03 유리식 $\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{x^2-x-2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{x}{x+1}$ ② $\frac{x}{x-1}$
 ③ $\frac{x+2}{x-1}$ ④ $\frac{x+2}{(x+1)(x-2)}$
 ⑤ $\frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}$

04 $\frac{2}{2-x} + \frac{2}{2+x} + \frac{4}{4+x^2}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{8}{4-x^2}$ ② $\frac{4x^2+18}{2-x^4}$
 ③ $\frac{4}{x^4-1}$ ④ $\frac{8x^2}{16-x^4}$
 ⑤ $\frac{48+4x^2}{16-x^4}$

05 함수 $y = \frac{3}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 함수 $y = \frac{3x-6}{x-3}$ 의 그래프와 일치할 때, ab 의 값을
 구하시오.

06 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의
 그래프와 겹치는 것은?

- ① $y = \frac{2x-1}{x-1}$ ② $y = \frac{2x}{x-1}$
 ③ $y = \frac{2x+1}{x-1}$ ④ $y = \frac{2x}{2x-1}$
 ⑤ $y = \frac{2x}{2x+1}$



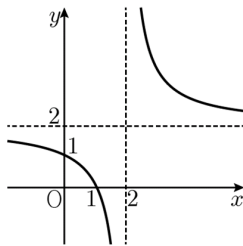
07 함수 $y = \frac{1}{x+3} - 1$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 4

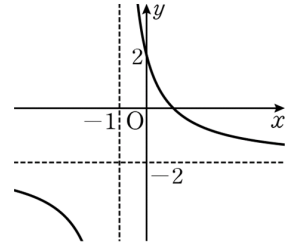
08 함수 $y = \frac{1}{x+2} - 3$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① -5 ② -3
③ -1 ④ 1
⑤ 3

09 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a , b , c 에 대하여 abc 의 값을 구하시오.



10 함수 $y = \frac{k}{x-p} + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 k , p , q 에 대하여 $k+p+q$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

11 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+3}$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나고 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여 $f(x) = f^{-1}(x)$ 가 성립할 때, $a-b$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 상수)

12 함수 $f(x) = \frac{ax+1}{x-b}$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프의 점근선이 $x=2$, $y=2$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 있는 대로 고른 것은? (단, a , b 는 상수이다.)

〈보기〉

- ㉠. $f(-x) = -f(x)$
㉡. $f(x) = f^{-1}(x)$
㉢. $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

- 13** 함수 $f(x) = \frac{3x+b}{x-a}$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 a 와 b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

〈조건〉

(가) 3이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$f^{-1}(x) = f(x-6) - 6 \text{이다.}$$

(나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 평행이동하면

$$\text{함수 } y = -\frac{1}{x} \text{의 그래프와 일치한다.}$$

- 14** [2022년 3월 고2 18번/4점]
함수 $f(x) = \frac{a}{x} + b$ ($a \neq 0$)이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y = |f(x)|$ 는 직선 $y = 2$ 와 한 점에서만 만난다.

(나) $f^{-1}(2) = f(2) - 1$

$f(8)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

- 15** $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ 의 값은?

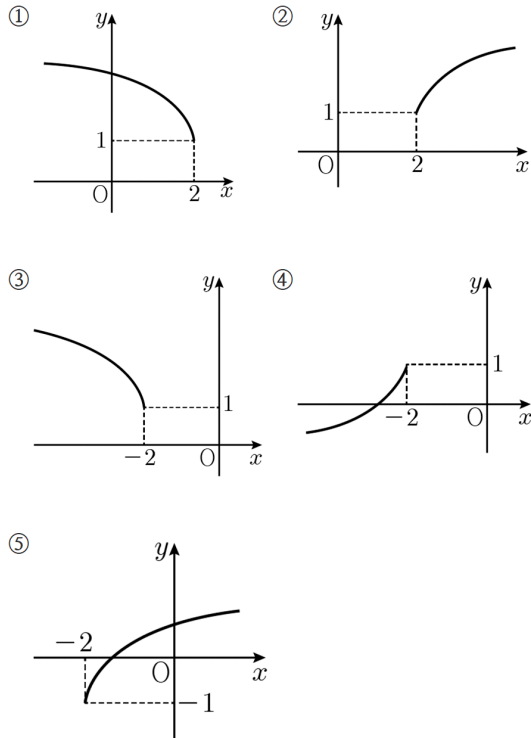
- ① $-3+3\sqrt{3}$ ② $-2+3\sqrt{3}$
③ $2\sqrt{3}$ ④ $2+2\sqrt{3}$
⑤ $3+2\sqrt{3}$

- 16** $x > 3$ 일 때, $\frac{6}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2}{\sqrt{x-3}}$ ② $\frac{3}{\sqrt{x+3}}$
③ $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}$ ④ $2\sqrt{x-3}$
⑤ $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}$

- 17** 무리식 $(\sqrt{x+4} - \sqrt{x-2})(\sqrt{x+4} + \sqrt{x-2})$ 를 간단히 하시오.

18 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?



19 함수 $y = -\sqrt{4-x} + 1$ 에 대하여 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. 정의역은 $\{x | x \leq 4\}$ 이다.
 ㄴ. 치역은 $\{y | y \leq 1\}$ 이다.
 ㄷ. 그래프는 제2사분면을 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20 함수 $y = \sqrt{kx}$ ($k \neq 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 함수의 그래프가 점 (5, 4)를 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

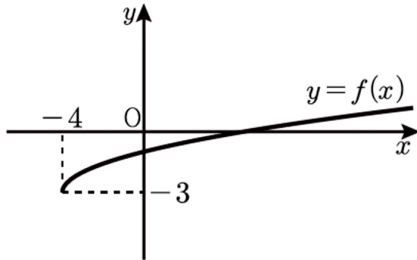
21 무리함수 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \Rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

22

[2017년 11월 고2 문과 10번 변형]

무리함수 $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $f(5)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)



- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

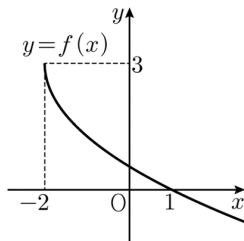
23

[2017년 9월 고2 이과 10번/3점]

정의역이 $\{x \mid x \geq -2\}$ 인 무리함수

$$f(x) = -\sqrt{ax+b} + 3$$

의 그래프가 다음 그림과 같다.



함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지날 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

24

무리함수 $f(x) = \sqrt{x-7} + k$ 의 그래프와

역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 상수 k 의 최댓값을 구하시오.

25

무리함수 $f(x) = \sqrt{4x+16}$ 와 그 역함수 f^{-1} 에 대하여

두 함수 $y = f(x), y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점을 P,

함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이는? (단, O는 원점)

- ① 3 ② $3+4\sqrt{5}$ ③ 4
 ④ $4+\sqrt{5}$ ⑤ $4+4\sqrt{5}$

교과서_미래엔 - 공통수학2 (유리무리함수) 133~134p

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ④	02 0	03 ⑤
04 ⑤	05 3	06 ①
07 ①	08 ①	09 8
10 ④	11 -10	12 ②
13 5	14 ①	15 ②
16 ③	17 6	18 ①
19 ③	20 2	21 ①
22 ②	23 ⑤	24 7
25 ⑤		

교과서_미래엔 - 공통수학2 (유리무리함수) 133~134p

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ④

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1} \\ &= \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x+1}{x(x+1)(x-1)} - \frac{x}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x(x+1)(x-1)} \end{aligned}$$

02 정답 0

$$\text{해설} \quad (\text{준식}) = \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} = 0$$

03 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad (\text{주어진 식}) &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)} \end{aligned}$$

04 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \frac{2}{2-x} + \frac{2}{2+x} + \frac{4}{4+x^2} \\ &= \frac{2(2+x)+2(2-x)}{(2-x)(2+x)} + \frac{4}{4+x^2} \\ &= \frac{8}{4-x^2} + \frac{4}{4+x^2} \\ &= \frac{8(4+x^2)+4(4-x^2)}{(4-x^2)(4+x^2)} \\ &= \frac{48+4x^2}{16-x^4} \end{aligned}$$

05 정답 3

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & y = \frac{3}{x} + 2 \text{의 그래프를 } x \text{축의 방향으로 } a \text{만큼,} \\ & y \text{축의 방향으로 } b \text{만큼 평행이동한 그래프의 식은} \\ & y = \frac{3}{x-a} + 2 + b = \frac{(b+2)(x-a)+3}{x-a} \\ &= \frac{(b+2)x - ab - 2a + 3}{x-a} \end{aligned}$$

이 함수의 그래프가

$$y = \frac{3x-6}{x-3} \text{의 그래프와 일치해야 하므로}$$

$$a=3, b+2=3, -ab-2a+3=-6$$

따라서 $a=3, b=1$ 이므로

$$ab=3$$

06 정답 ①

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \textcircled{1} y = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1} \\ & \textcircled{2} y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \\ & \textcircled{3} y = \frac{2(x-1)+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1} \\ & \textcircled{4} y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1} \\ & \textcircled{5} y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1} \end{aligned}$$

따라서 ①의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

07 정답 ①

$$\text{해설} \quad y = \frac{1}{x+3} - 1 \text{에서 점근선의 방정식은}$$

$$x=-3, y=-1 \text{이므로}$$

$$a=-3, b=-1$$

$$\therefore a+b=-3+(-1)=-4$$

08 정답 ①

해설 $y = \frac{1}{x+2} - 3$ 에서 점근선의 방정식은
 $x = -2, y = 3$ 이므로 $a = -2, b = -3$
 $\therefore a + b = -2 + (-3) = -5$

09 정답 8

해설 점근선의 방정식이 $x = 2, y = 2$ 이므로 주어진 함수를
 $y = \frac{k}{x-2} + 2$ ($k > 0$)이라 하면
 이 함수의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1 = \frac{k}{-2} + 2 \quad \therefore k = 2$
 $\therefore y = \frac{2}{x-2} + 2 = \frac{2x-2}{x-2}$
 따라서 $a = 2, b = -2, c = -2$ 이므로 $abc = 8$

10 정답 ④

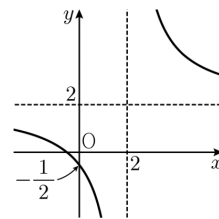
해설 함수 $y = \frac{k}{x-p} + q$ 의 그래프의 점근선의 방정식이
 $x = -1, y = -2$ 이므로 $p = -1, q = -2$ 이다.
 또, 함수 $y = \frac{k}{x+1} - 2$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로
 $2 = \frac{k}{1} - 2$
 따라서 $k = 4$ 이므로
 $k + p + q = 4 + (-1) + (-2) = 1$

11 정답 -10

해설 $f(x) = \frac{ax+b}{x+3}$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로
 $\frac{a+b}{1+3} = 1$
 $\therefore a+b = 4 \quad \dots \textcircled{1}$
 $f(x) = \frac{ax+b}{x+3}$ 에서 $y = \frac{ax+b}{x+3}$ 를 x 에 대하여 풀면
 $y(x+3) = ax+b, (y-a)x = -3y+b$
 $\therefore x = \frac{-3y+b}{y-a}$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 역함수는 $y = \frac{-3x+b}{x-a}$
 즉, $f^{-1}(x) = \frac{-3x+b}{x-a}$ 이므로
 $f(x) = f^{-1}(x)$ 에서 $a = -3$
 $a = -3$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = 7$
 $\therefore a - b = -10$

12 정답 ②

해설 $y = f(x)$ 의 그래프의 점근선이 $x = 2, y = 2$ 이므로
 $f(x) = \frac{ax+1}{x-b} = \frac{k}{x-2} + 2 = \frac{2x+k-4}{x-2}$ 에서
 $a = 2, b = 2, k = 5$
 $\therefore f(x) = \frac{2x+1}{x-2} = \frac{5}{x-2} + 2$
 ㄱ. $y = f(x)$ 의 그래프는 점 $(2, 2)$ 에 대하여
 대칭이다. (거짓)
 ㄴ. 함수 $y = \frac{2x+1}{x-2}$ 을 x 에 대하여 정리하면
 $x = \frac{2y+1}{y-2}$
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-2} = f(x)$ (참)
 ㄷ. $y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같으므로
 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이라고 할 수 없다.
 (거짓)



따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

13 정답 5

해설 $f(x) = \frac{3x+b}{x-a} = \frac{3(x-a)+3a+b}{x-a} = \frac{3a+b}{x-a} + 3$
 따라서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 두 점근선의 교점의
 좌표는 $(a, 3)$
 이때 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 두 점근선의 교점은
 점 $(a, 3)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점이므로 그
 좌표는 $(3, a) \quad \dots \textcircled{1}$
 (가)에서 함수 $y = f(x-6) - 6$ 의 그래프는
 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 6만큼, y 축의
 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프이므로
 함수 $y = f(x-6) - 6$ 의 그래프의 두 점근선의 교점의
 좌표는 $(a+6, -3) \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 이 일치하므로 $a = -3$
 $a = -3$ 을 $y = \frac{3a+b}{x-a} + 3$ 에 대입하면
 $y = \frac{b-9}{x+3} + 3$
 (나)에서 이 그래프를 평행이동하면 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프와
 일치하므로
 $b-9 = -1, b = 8$
 $\therefore a + b = (-3) + 8 = 5$

14 정답 ①

해설 유리함수의 성질을 이용하여 함숫값을 구하는 문제를 해결한다.

조건 (가)에서 곡선 $y = f(x)$ 가 직선 $y = 2$ 와 만나는 점의 개수와 직선 $y = -2$ 와 만나는 점의 개수의 합은 1이다.

곡선 $y = f(x)$ 가 x 축과 평행한 직선과 만나는 점의 개수는 점근선을 제외하면 모두 1이므로 두 직선 $y = 2, y = -2$ 중 하나는 곡선 $y = f(x)$ 의 점근선이다.

이때 곡선 $y = f(x)$ 의 점근선이 직선 $y = b$ 이므로 $b = 2$ 또는 $b = -2 \dots \textcircled{㉠}$

$$f(x) = \frac{a}{x} + b, \text{ 즉 } y = \frac{a}{x} + b \text{에서}$$

$$\frac{a}{x} = y - b, x = \frac{a}{y - b}$$

이때 x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{a}{x - b}$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{a}{x - b}$$

조건 (나)에서 $f^{-1}(2) = f(2) - 1$ 이므로

$$\frac{a}{2 - b} = \frac{a}{2} + b - 1 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $b \neq 2$ 이므로 ㉡에서 $b = -2$ 이다.

㉠에 $b = -2$ 를 대입하면

$$\frac{a}{4} = \frac{a}{2} - 3$$

$$\therefore a = 12$$

따라서 $f(x) = \frac{12}{x} - 2$ 이므로

$$f(8) = \frac{12}{8} - 2 = -\frac{1}{2}$$

15 정답 ②

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} \\ &= \frac{4\sqrt{3}+4}{4} + \frac{2\sqrt{3}-3}{1} \\ &= \sqrt{3}+1+2\sqrt{3}-3 \\ &= -2+3\sqrt{3} \end{aligned}$$

16 정답 ③

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \frac{6}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}} \\ &= \frac{6(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})} \\ &= \frac{6(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})}{(x+3)-(x-3)} \\ &= \frac{6(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})}{(x+3)-(x-3)} \\ &= \sqrt{x+3}-\sqrt{x-3} \end{aligned}$$

17 정답 6

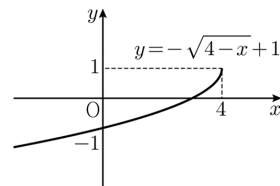
$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & (\sqrt{x+4}-\sqrt{x-2})(\sqrt{x+4}+\sqrt{x-2}) \\ &= (\sqrt{x+4})^2 - (\sqrt{x-2})^2 \\ &= x+4-(x-2) \\ &= 6 \end{aligned}$$

18 정답 ①

해설 $y = 2\sqrt{-3x+6}+1$
 $= 2\sqrt{-3(x-2)}+1$
주어진 함수는 점 (2, 1)에서 시작하여 정의역이 $x \leq 2$ 이고 치역이 $y \geq 1$ 이므로 그래프는 ①이다.

19 정답 ③

해설 함수 $y = -\sqrt{4-x}+1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



ㄱ. 정의역은 $\{x | x \leq 4\}$ 이다. (참)
 ㄴ. 치역은 $\{y | y \leq 1\}$ 이다. (참)
 ㄷ. 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다. (거짓)
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

20 정답 2

해설 $y = \sqrt{kx}$ ($k \neq 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼,
 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \sqrt{k(x-3)} + 2$ 이다.
 이 함수의 그래프가 점 (5, 4)를 지나므로
 $4 = \sqrt{2k} + 2$
 $\sqrt{2k} = 2$
 $2k = 4$
 $\therefore k = 2$

21 정답 ①

해설 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $= \sqrt{2(x-a)+1} + 2 + b$
 $= \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b$
 이 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 같으므로
 $a=2, -2a+1=b, 2+b=c$
 따라서, $a=2, b=-3, c=-1$ 이므로
 $\therefore a+b+c=-2$

22 정답 ②

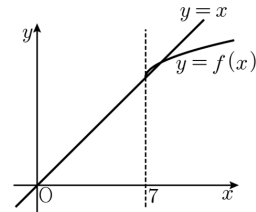
해설 무리함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 무리함수 $y = \sqrt{x}$ 의
 그래프를 x 축의 방향으로 -4만큼, y 축의 방향으로
 -3만큼 평행이동한 것이므로
 $a=4, b=-3$
 $\therefore f(x) = \sqrt{x+4} - 3$
 따라서 $f(5) = 0$

23 정답 ⑤

해설 무리함수의 성질 이해하기
 정의역이 $\{x | x \geq -2\}$ 이므로
 $f(x) = -\sqrt{a(x+2)} + 3, b=2a$
 $f(1) = -\sqrt{3a} + 3 = 0$
 $\sqrt{3a} = 3$
 $a=3, b=6$
 $\therefore ab=18$

24 정답 7

해설 무리함수 $f(x) = \sqrt{x-7} + k$ 의 그래프의 개형은
 다음 그림과 같다.

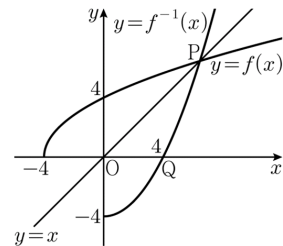


무리함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가
 서로 다른 두 점에서 만나려면 위의 그림과 같이
 $f(x) = \sqrt{x-7} + k$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 와 서로 다른
 두 점에서 만나야 한다.

따라서 무리함수 $f(x) = \sqrt{x-7} + k$ 의 그래프가
 직선 $y = x$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는
 상수 k 의 최댓값은 7이다.

25 정답 ⑤

해설 두 함수 $y = f(x), y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 다음 그림과 같다.



점 P는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과
 같으므로 $\sqrt{4x+16} = x$

$$4x+16 = x^2, x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$\therefore x = 2 + 2\sqrt{5} \quad (\because x \geq 0)$$

$$\therefore P(2 + 2\sqrt{5}, 2 + 2\sqrt{5})$$

또, 점 Q의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면 $f^{-1}(a) = 0$ 에서

$$f(0) = a \text{이므로 } \sqrt{16} = a$$

$$\therefore a = 4, \text{ 즉 } Q(4, 0)$$

따라서 삼각형 OPQ의 넓이는

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (2 + 2\sqrt{5}) = 4 + 4\sqrt{5}$$