

## 2학년 2024년 장충고 1학기 기말 수 I

1. 수열  $\{a_n\}$  의 일반항이  $a_n = \frac{n+1}{n}$  일 때,  $a_3 + a_6$  의 값은?

[24장총]

- ①  $\frac{7}{3}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$   
④  $\frac{5}{3}$       ⑤ 3

2. 첫째항이 12, 공차가 -5인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
-58은 제몇 항인가? [24장총]

- ① 15      ② 16      ③ 17  
④ 18      ⑤ 19

3. 네 수 6,  $a$ , 54,  $b$ 가 주어진 순서대로 공비가 양수인  
등비수열을 이룰 때,  $a+b$ 의 값은? [24장총]

- ① 160      ② 165      ③ 170  
④ 175      ⑤ 180

4.  $1+4+7+\dots+22$ 를 합의 기호  $\sum$ 를 사용하여 옳게 나타낸  
것은? [24장총]

- ①  $\sum_{k=1}^{22} k$       ②  $\sum_{k=1}^{11} (2k-1)$       ③  $\sum_{k=1}^8 (3k-2)$   
④  $\sum_{k=1}^{22} (2k-1)$       ⑤  $\sum_{k=1}^{22} (3k-2)$

5. 삼각형 ABC에서  $a=5$ ,  $b=3$ ,  $C=120^\circ$ 일 때, 삼각형의  
변  $c$ 의 길이는? [24장총]

- ① 6      ② 7      ③ 8  
④ 9      ⑤ 10

6. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (k+2)^2 a_k = 100, \quad \sum_{k=1}^n (k+1) a_k = 21$$

일 때,  $\sum_{k=1}^n (k^2 \times a_k)$ 의 값은? [24장총]

- ① 12      ② 16      ③ 20  
④ 24      ⑤ 28

7. 등비수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_4 = 4$ ,  $a_6 - a_3 = \frac{a_6}{a_4}$ 라고 한다.  
이 때  $a_{10}$ 의 값은? [24장총]

- ①  $\frac{8}{3}$       ②  $\frac{16}{3}$       ③ 9  
④  $\frac{64}{9}$       ⑤  $\frac{32}{3}$

8. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k+1}) = -n^2 - n$$

을 만족시킨다.  $a_{10}$ 의 값은? [24장총]

- ① 79      ② 82      ③ 85  
④ 88      ⑤ 91

9. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  
 $a_{10}$ 의 값은? [24장총]

(가)  $a_6 + a_8 = 0$

(나)  $|a_4| = |a_9| + 4$

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤  
16

10. 삼각형 ABC에서  $b = \sqrt{2}$ ,  $c = 1$ ,  $A = \theta$ ,  $B = \frac{3}{4}\pi$  °이고,  
 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가  $R$  일 때,  
 $\theta \times R$ 의 값은? [24장총]

- ①  $\frac{\pi}{12}$       ②  $\frac{\pi}{6}$       ③  $\frac{\pi}{4}$   
 ④  $\frac{\pi}{3}$       ⑤  $\frac{\pi}{2}$

11. 공차가 6 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
 세 항  $a_2$ ,  $a_k$ ,  $a_8$ 은 이 순서대로 등차수열을 이루고,  
 세 항  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_k$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.  
 $k + a_k$ 의 값은? [24장총]

- ① 32      ② 36      ③ 40  
 ④ 44      ⑤ 48

12. 삼각형 ABC가  $b \cos A = a \cos B - c$  를 만족시킬 때, 다음  
 중 삼각형 ABC의 모양으로 항상 옳은 것은? [24장총]

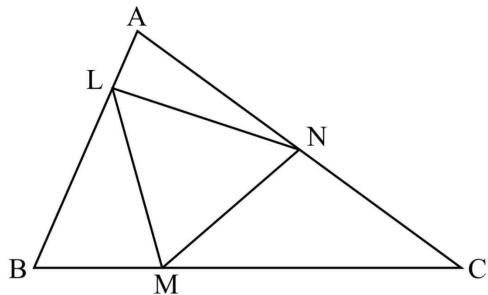
- ① 정삼각형      ②  $a = b$  인 이등변삼각형  
 ③  $b = c$  인 이등변삼각형      ④  $a$  가 빗변인 직각삼각형  
 ⑤  $b$  가 빗변인 직각삼각형

13. 그림과 같이 넓이가 24 인 삼각형 ABC가 있다.

각 변 위의 점 L, M, N은

$3\overline{AL} = \overline{BL}$ ,  $2\overline{BM} = \overline{MC}$ ,  $\overline{AN} = \overline{CN}$

을 만족할 때, 삼각형 LMN의 넓이는? [24장총]



- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

14. 등차수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라고 할 때, 어떤 자연수  $k$ 에 대하여

$$a_k + a_{k+2} = 38, \quad S_k = 36, \quad S_{k+2} = 77$$

을 만족시킨다.  $|a_1|$  의 값은? [24장총]

- |      |      |     |
|------|------|-----|
| ① 7  | ② 8  | ③ 9 |
| ④ 10 | ⑤ 11 |     |

16. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$3^n > n^2 + 1 \quad \dots \dots \quad ①$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i)  $n = 1$  일 때,

$$(좌변) = 3, (우변) = 1^2 + 1 = 2$$

이므로 ①이 성립

(ii)  $n = k$  일 때, ①이 성립한다고 가정하면

$$3^k > k^2 + 1 \quad \dots \dots \quad ②$$

②의 양변에 3을 곱하면

$$3^{k+1} > 3k^2 + 3$$

이때

$$3k^2 + 3 = \boxed{(나)} + 2\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} > \boxed{(나)}$$

따라서  $n = \boxed{(다)}$  일 때도 ①이 성립

$\therefore$  (i), (ii)에서 모든 자연수  $n$ 에 대하여 ①이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 식을  $f(k)$ , (나)에 알맞은 식을  $g(k)$ , (다)에 알맞은 식을  $h(k)$  라고 할 때,  $f(3) + g(4) + h(5)$ 의 값은? [24장총]

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ① 30 | ② 33 | ③ 36 |
| ④ 39 | ⑤ 42 |      |

15.  $\sum_{k=1}^{10} k(k^3 + k) - \sum_{k=2}^9 k(k^3 - 1)$  의 값은? [24장총]

- |         |         |         |
|---------|---------|---------|
| ① 10430 | ② 10530 | ③ 10630 |
| ④ 10730 | ⑤ 10830 |         |

17.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + kx + 72 = 0$  의 두 근  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $\alpha, \beta, \alpha + \beta$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,  $k - \alpha$ 의 값은? (단,  $\alpha < 0$ ) [24장총]

- |       |       |      |
|-------|-------|------|
| ① -24 | ② -18 | ③ 12 |
| ④ 18  | ⑤ 24  |      |

18. 어느 부부 동반 모임에 참석한 사람들은 서로 인사를 할 때 다음 규칙을 따른다.

- (가) 부부끼리는 서로 악수나 포옹하지 않는다.
- (나) 부부가 아닌 사람끼리는 반드시 악수나 포옹을 한다.
- (다) 남자끼리, 여성끼리는 악수를 한다.
- (라) 여자끼리는 포옹을 한다.

$n$  쌍의 부부가 모인 모임에서 이루어진 악수의 총 횟수를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_2$ 의 값과  $a_n$ 과  $a_{n+1}$ 의 관계식을 옳게 짹지은 것은?

(단,  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ) [24장총]

- ①  $a_2 = 3, a_{n+1} = a_n + 3$
- ②  $a_2 = 3, a_{n+1} = a_n + 3n$
- ③  $a_2 = 3, a_{n+1} = 3a_n + 1$
- ④  $a_2 = 4, a_{n+1} = a_n + 4$
- ⑤  $a_2 = 4, a_{n+1} = a_n + 4n$

19. 일반항이

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}, \quad T_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

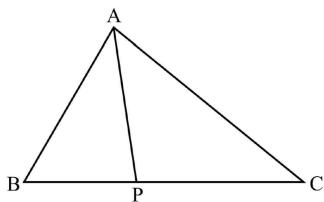
인 두 수열  $\{S_n\}$ ,  $\{T_n\}$ 에 대하여 이차방정식  $x^2 - T_n x + S_n = 0$ 의 두 근을  $\alpha_n, \beta_n$ 이라 할 때,  
 $\alpha_2^2 + \beta_2^2$ 의 값은? [24장총]

- ①  $\frac{7}{8}$
- ②  $\frac{8}{9}$
- ③  $\frac{9}{10}$
- ④  $\frac{10}{11}$
- ⑤  $\frac{11}{12}$

20. 그림과 같은  $\triangle ABC$ 에서  
 $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ ,  $\angle BAC = 75^\circ$ ,  
 $\angle ABC = 60^\circ$  이다.

이때  $\overline{BC}$  위를 움직이는 점  
 P가 있을 때,  $\triangle APC$ 의  
 외접원의 반지름의 길이의  
 최솟값은? [24장총]

- ①  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- ②  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ③  $\sqrt{2}$
- ④  $\sqrt{3}$
- ⑤  $2\sqrt{2}$



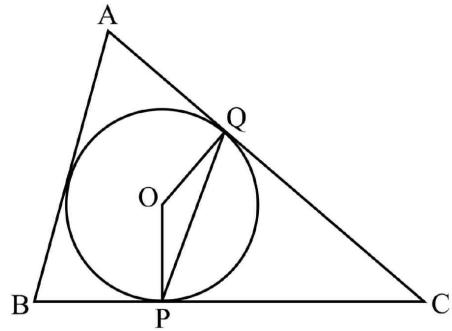
21. 등차수열  $\{a_n\}$ 이  $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 2n^2 + 4n$  을 만족시킬 때,

$\sum_{k=1}^8 a_{3k-1}$ 의 값은? [24장총]

- ① 208
- ② 216
- ③ 224
- ④ 232
- ⑤ 240

22. 그림과 같이  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 6$ ,  $\overline{CA} = 7$  인 삼각형 ABC에  
 내접하는 원이 선분 BC와 만나는 점을 P, 선분 CA와  
 만나는 점을 Q, 내접원의 중심을 O라 할 때, 삼각형 OPQ의  
 둘레의 길이가  $a\sqrt{6} + b\sqrt{7}$  이라고 한다. 이때 ab의 값은?  
 (단, a, b는 유리수) [24장총]

- ①  $\frac{7}{6}$
- ②  $\frac{25}{18}$
- ③  $\frac{32}{21}$
- ④  $\frac{45}{32}$
- ⑤  $\frac{54}{25}$



23. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하자.

$$S_6 - S_3 = 6, \quad S_{12} - S_6 = 72$$

일 때,  $S_{12} - S_9 - S_3$ 의 값을 구하시오. [24장총]

25. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $5^n + 2 \times 3^{n-1} + 1$ 은 8의 배수임을 보이시오. [24장총]

24. 사각형 ABCD에서

$$\overline{AB} = 5, \quad \overline{CD} = 6, \quad \overline{AD} = 3(\sqrt{3} + 1),$$

$$\angle BAD = 105^\circ, \quad \angle ADC = 60^\circ$$

일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하시오. [24장총]

## 2학년 2024년 장충고 1학기 기말 수 I

1) ③

2) ①

3) ⑤

4) ③

5) ②

6) ②

7) ④

8) ⑤

9) ③

10) ①

11) ①

12) ④

13) ②

14) ②

15) ①

16) ③

17) ⑤

18) ②

19) ⑤

20) ④

21) ④

22) ③

23) 52

$$24) \frac{27}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{45\sqrt{2}}{4}$$

25) 풀이] 참조

( i )  $n = 1$  일 때,

$$5 + 2 \times 3^0 + 1 = 8$$
 이므로 성립

( ii )  $n = k$  일 때,

$5^k + 2 \times 3^{k-1} + 1$  이 8의 배수라고 가정하면

$$5^k + 2 \times 3^{k-1} + 1 = 8m$$

$n = k + 1$  일 때,

$$5^{k+1} + 2 \times 3^k + 1 = 5 \times 5^k + 6 \times 3^{k-1} + 1$$

$$= 4 \times 5^k + 4 \times 3^{k-1} + 5^k + 2 \times 3^{k-1} + 1$$

$$= 4(5^k + 3^{k-1}) + 8m$$

이때  $5^k, 3^{k-1}$ 은 모두 홀수이므로  $5^k + 3^{k-1}$ 은 짝수 즉,  $4(5^k + 3^{k-1})$ 은 8의 배수 따라서  $n = k + 1$  일 때도 성립한다.

( i ), ( ii )에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$5^n + 2 \times 3^{n-1} + 1$ 은 8의 배수이다.