

마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

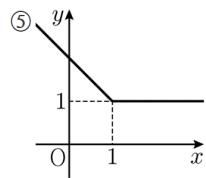
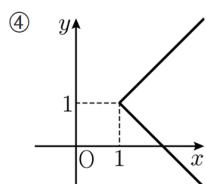
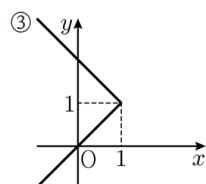
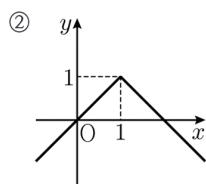
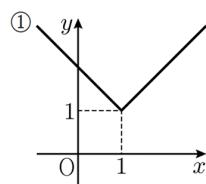
함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
46문제 / DRE수학	

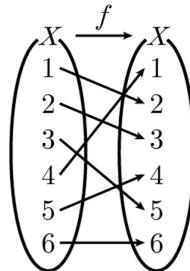
교재 오답

이름

- 01** 다음 중 함수 $y = |x - 1| + 1$ 의 그래프의 개형으로 올바른 것은?



- 02** [2019년 3월 고3 문과 4번 변형]
다음 그림은 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.
 $(f \circ f)(2)$ 의 값은?



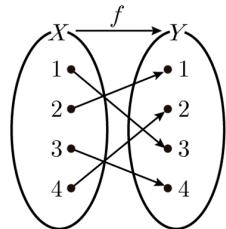
- ① 1 ② 2
④ 4 ⑤ 5 ③ 3

- 03** 두 함수 $f(x) = x - 2$, $g(x) = -x^2 - 1$ 에 대하여
 $(f \circ g)(0)$ 의 값을 구하시오.



04 다음 그림과 같은 함수 f 에서

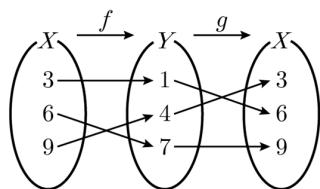
$f^{-1}(a) + f^{-1}(4) = 5$ 를 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오.



05

[2022년 11월 고1 9번/3점]

그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



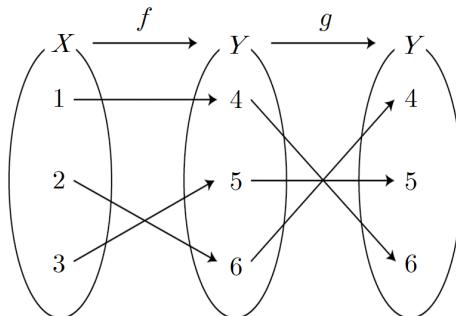
$(g \circ f)(3) + (g \circ f)^{-1}(9)$ 의 값은?

- | | | |
|------|------|------|
| ① 6 | ② 9 | ③ 12 |
| ④ 15 | ⑤ 18 | |

06

[2018년 6월 고2 이과 5번/3점]

그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$(f^{-1} \circ g)(4)$ 의 값은?

- | | | |
|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 |
| ④ 4 | ⑤ 5 | |

07

함수 $f(x) = |4x+a|+b$ 는 $x=3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때 상수 a , b 의 값에 대하여 $b-a$ 의 값을 구하시오.

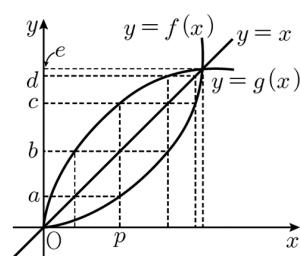
- 08** 두 함수 $f(x) = 2x + a$, $g(x) = -x + 1$ 에 대하여 $g \circ f = f \circ g$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

- ① -18 ② -9 ③ 0
④ 9 ⑤ 18

- 09** 두 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$, $g(x) = -x^2 + 2$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 함수 $h(x)$ 가 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 를 만족시킬 때, $h(2)$ 의 값은?

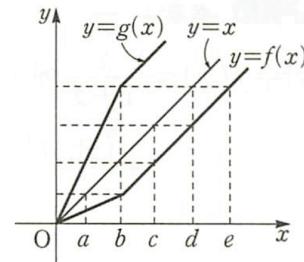
- ① -18 ② -9 ③ 0
④ 9 ⑤ 18

- 10** 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(f \circ g)(p)$ 의 값은?
(단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)



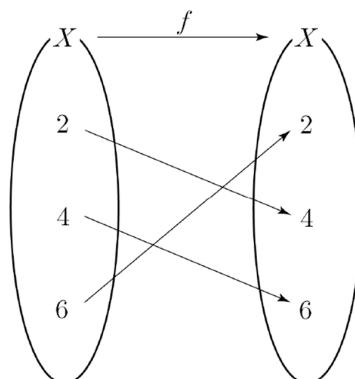
- ① a ② b ③ c
④ d ⑤ e

- 11** 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이때 $(g \circ f)(c)$ 의 값은?



- ① a ② b ③ c
④ d ⑤ e

- 12** [2019년 4월 고3 문과 13번/3점]
집합 $X = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일대응인 두 함수 f, g 가 있다.
그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



- 집합 X 의 모든 원소 k 에 대하여 $f(k) \neq g(k)$ 이고 $g(2) = 6$ 일 때, $f^{-1}(6) + g(4)$ 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

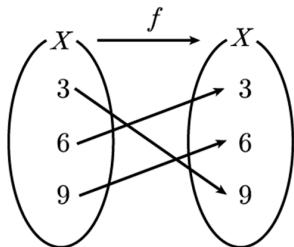
13

[2019년 4월 고3 문과 13번 변형]

집합 $X = \{3, 6, 9\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일대응인 두 함수 f, g 가 있다.

다음 그림은 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.

집합 X 의 모든 원소 k 에 대하여 $f(k) \neq g(k)$ 이고 $g(3) = 6$ 일 때, $f^{-1}(6) + g(9)$ 의 값은?



- ① 6 ② 9 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

15

집합 $X = \{x | x \leq a\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = -x^2 + 4x + 28$ 의 역함수가 존재할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

14

두 집합 $X = \{x | 2 \leq x \leq 8\}$, $Y = \{x | 1 \leq x \leq a\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = -\frac{1}{2}x + b$ 의 역함수가 존재할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수)

16

함수 $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & (x \geq 0) \\ ax+b & (x < 0) \end{cases}$ 의 역함수가 존재하기 위한 실수 a, b 의 조건은?
위한 실수 a, b 의 조건은?

- ① $a > 0, b > 0$ ② $a > 0, b = -1$
③ $a > 0, b = 3$ ④ $a < 0, b < 0$
⑤ $a < 0, b = 3$

17

함수 $f(x) = 3x+1$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 x 절편을 a , y 절편을 b 라 하자. 이때 $a+b$ 의 값을 구하시오.

18 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하고

$(f \circ f)(x)=x$, $f(4)=2$ 일 때, $f^{-1}(4)+f(2)$ 의 값을 구하시오.

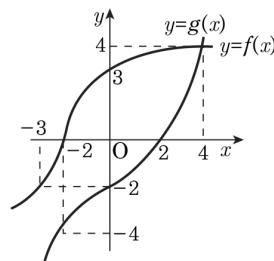
19 두 함수 $f(x)=2x-1$, $g(x)=-4x+5$ 에 대하여 $f \circ h=g$ 가 성립할 때, 함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(-5)$ 를 구하여라.

20 두 함수 $f(x)=x^2+4x+9(x \geq -2)$,

$g(x)=x^2+2(x \geq 0)$ 에 대하여 $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2)$ 의 값을 구하시오.

21 일대일대응인 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의

그래프가 다음 그림과 같을 때, $(g \circ f^{-1})(3)$ 의 값을 구하여라.



22 $|x|+|y|=5$ 의 그래프가 나타내는 도형의 넓이는?

- | | | |
|------|------|------|
| ① 50 | ② 55 | ③ 60 |
| ④ 65 | ⑤ 70 | |

23 함수 $f(x)=|x|+|x-a|+|x-3a|$ 의 최솟값이 6

일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

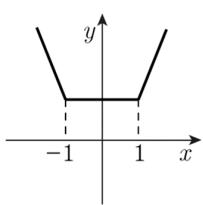
(단, $a > 0$)

- | | | |
|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 |
| ④ 4 | ⑤ 5 | |

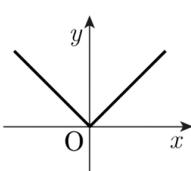
24

다음 중 함수 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$ 의 그래프는?

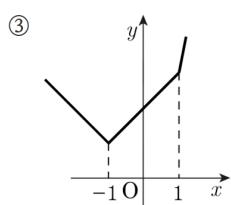
①



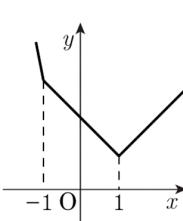
②



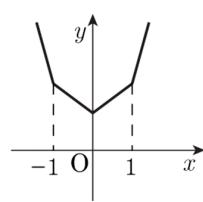
③



④



⑤



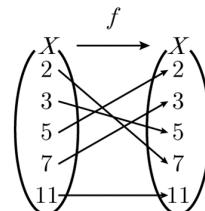
25

함수 $y = |x+3| - |x-1|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값을 구하시오.

26

집합 $X = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가

다음 그림과 같다. 함수 $g: X \rightarrow X$ 가 $g(2) = 5$, $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때, $g(3)$ 의 값은?



① 2

④ 7

② 3

⑤ 11

③ 5

27

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 $f(3x-1) = x+3$ 을 만족시킬 때,

$f\left(\frac{1}{3}x-1\right) = ax+b$ 이다. 이때 상수 a, b 에 대하여 $3ab$ 의 값을 구하시오.

28

두 함수 $f(x) = x^2 + 3x$, $g(x) = ax^2 + bx + c$ 가 모든

실수 x 에 대하여 $g\left(\frac{x+1}{3}\right) = 3f(x) + 1$ 을 만족시킬 때,

$a-b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.)

29

두 함수 $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = -3x + 4$ 에 대하여
 $h \circ f = g$ 를 만족하는 일차함수 $h(x)$ 는?

- ① $h(x) = \frac{1}{3}(x+1)$
- ② $h(x) = 3x - 1$
- ③ $h(x) = x - 3$
- ④ $h(x) = -x + 3$
- ⑤ $h(x) = x + 3$

30

함수 $f(x) = -x - 1$ 에 대하여 $f^1 = f$,
 $f^{n+1} = f \circ f^n$ 으로 정의할 때, $f^{10}(10) - f^9(9)$ 의
값을 구하시오. (단, n 은 자연수이다.)

31

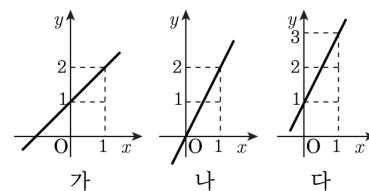
함수 $f(x) = x + 1$ 에 대하여
 $f^1 = f$, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f \circ f^2$, ...
 $f^{n+1} = f \circ f^n$ 로 정의할 때, $f^{10}(a) = 30$ 을
만족시키는 a 의 값을 구하시오. (단, n 은 자연수)

32

함수 $f(x) = -x + 1$ 에 대하여
 $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$ 으로 정의할 때,
 $f^{99}(a) = 100$ 을 만족시키는 실수 a 의 값을 구하시오.
(단, n 은 자연수이다.)

33

다음 그림은 함수 $f(x)$, $g(x)$, $w(x)$ 의 그래프를
차례로 나타낸 것이다.

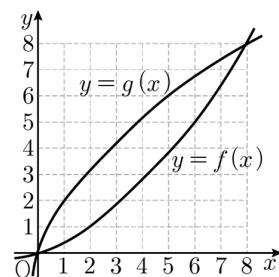


다음 중 $w(x)$ 를 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 이용하여 나타낸
것은?

- ① $f \circ g$
- ② $g \circ f$
- ③ $f \circ f$
- ④ $f + g$
- ⑤ $f - g$

34

두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과
같을 때, $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(6)$ 의 값을 구하시오.



35

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$, 함수 $f(2x-1)$ 의 역함수를 $h(x)$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $h(x) = 2g(x) + 1$
- ② $h(x) = 2g(x) - 1$
- ③ $h(x) = \frac{1}{2}g(x) + \frac{1}{2}$
- ④ $h(x) = g\left(\frac{x}{2} + 1\right)$
- ⑤ $h(x) = \frac{1}{2}g(2x-1) + 1$

36

두 함수 f, g 에 대하여 $f^{-1}(x) = \frac{x-7}{3}$,
 $g(x) = 9x+1$ 일 때, $f \circ h = g$ 를 만족시키는
 함수 $h(x)$ 는?

- ① $h(x) = -3x - 4$
- ② $h(x) = -3x - 2$
- ③ $h(x) = 3x - 4$
- ④ $h(x) = 3x - 2$
- ⑤ $h(x) = 3x + 2$

37

실수 전체의 집합에서 정의된
 함수 $f(x) = \begin{cases} x+k & (x < 1) \\ 2x+3 & (x \geq 1) \end{cases}$ 의 역함수가 존재할 때,
 $(f^{-1} \circ f^{-1})(6)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① $-\frac{1}{2}$
- ② -1
- ③ $-\frac{3}{2}$
- ④ -2
- ⑤ $-\frac{5}{2}$

38

실수 전체의 집합에서 정의된

함수 $f(x) = \begin{cases} x+k & (x < 2) \\ 2x+5 & (x \geq 2) \end{cases}$ 의 역함수가 존재할 때,

$(f^{-1} \circ f^{-1})(9)$ 의 값을 m 이라 하자. 이때 m^2 의 값을
 구하시오. (단, k 는 상수이다.)

39

두 함수 $f(x) = x+1$, $g(x) = ax+b$ 에 대하여
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = 3$, $(g \circ f^{-1})(3) = 8$ 일 때, $a+b$ 의
 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

40

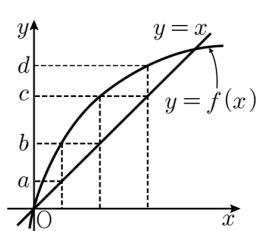
정의역이 $\{x | x \geq 5\}$ 인 함수 $f(x) = x^2 - 10x + 28$
 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의
 좌표를 (a, b) 라 할 때 ab 의 값을 구하시오.

- 41** 정의역이 $\{x | x \geq 3\}$ 인 함수 $f(x) = x^2 - 6x + 10$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 (a, b) 라 할 때 ab 의 값을 구하시오.

- 42** [2018년 6월 고2 이과 13번 변형]
 $k < 0$ 인 실수 k 에 대하여
 함수 $f(x) = x^2 - 4x + k (x \geq 2)$ 의 그래프와
 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 P라
 하고, 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.
 삼각형 POH의 넓이가 18일 때, k 의 값은?
 (단, O는 원점이다.)

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2

- 43** 다음 그림은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 를 나타낸 것이다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(g \circ g \circ g)(d)$ 의 값은?
 (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)



- ① 0 ② a ③ b
 ④ c ⑤ d

- 44** 함수 $y = |3x - 12| + 5$ 의 그래프와 직선 $y = mx - 27$ 가 만나지 않도록 하는 정수 m 의 개수를 구하시오.

- 45** 두 함수 $f(x) = x + 10$,
 $g(x) = \begin{cases} -3x - 7 & (x < 0) \\ x^2 - 8ax - 7 & (x \geq 0) \end{cases}$ 에 대하여
 합성함수 $f \circ g$ 의 치역이 $\{y | y \geq -61\}$ 일 때, 상수 a 의
 값을 구하시오.

- 46** 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} 2x - 9 & (x \geq 0) \\ \frac{2}{3}x - 9 & (x < 0) \end{cases}$ 일 때,
 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합을 구하시오.
 (단, $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.)

마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
46문제 / DRE수학	

교재 오답

이름

빠른정답

01 ①	02 ⑤	03 -3
04 1	05 ③	06 ②
07 10	08 $-\frac{1}{2}$	09 ②
10 ②	11 ④	12 ②
13 ③	14 9	15 -4
16 ③	17 $\frac{2}{3}$	18 6
19 13	20 -1	21 -2
22 ①	23 ②	24 ③
25 8	26 ④	27 1
28 23	29 ④	30 20
31 20	32 -99	33 ①
34 7	35 ③	36 ④
37 ⑤	38 25	39 11
40 49	41 25	42 ①
43 ②	44 5	45 2
46 -18		



마풀시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
46문제 / DRE수학	

교재 오답

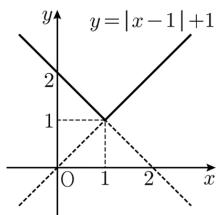
이름

01 정답 ①

해설 $|x-1| = \begin{cases} x-1 & (x \geq 1) \\ 1-x & (x < 1) \end{cases}$ 이므로

$$y = \begin{cases} (x-1)+1 = x & (x \geq 1) \\ 1-x+1 = -x+2 & (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



02 정답 ⑤

해설 $f(1)=2, f(2)=3, f(3)=5, f(4)=1, f(5)=4, f(6)=6$ 이므로
 $(f \circ f)(2)=f(f(2))=f(3)=5$

03 정답 -3

해설 $(f \circ g)(0)=f(g(0))=f(-1)=-3$

04 정답 1

해설 $f^{-1}(4)=3$ 이므로 $f^{-1}(a)+3=5$ 이다.
 $\therefore f^{-1}(a)=2$
 $\therefore a=1$

05 정답 ③

해설 합성함수 이해하기

$$\begin{aligned} & (g \circ f)(3)+(g \circ f)^{-1}(9) \\ &= (g \circ f)(3)+(f^{-1} \circ g^{-1})(9) \\ &= g(f(3))+f^{-1}(g^{-1}(9)) \\ &= g(1)+f^{-1}(7) \\ &= 6+6=12 \end{aligned}$$

06 정답 ②

해설 합성함수 이해하기

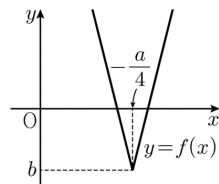
$$(f^{-1} \circ g)(4)=f^{-1}(g(4))=f^{-1}(6)=2$$

07 정답 10

해설 $f(x)=|4x+a|+b= \left| 4\left(x+\frac{a}{4}\right) \right| + b$ 의 그래프는

$y=|4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼,

y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프이므로
다음 그림과 같다.



따라서 함수 $y=f(x)$ 는 $x=-\frac{a}{4}$ 일 때,

최솟값 b 를 가지므로

$$-\frac{a}{4}=3, b=-2$$

따라서 $a=-12, b=-2$ 이므로

$$b-a=-2-(-12)=10$$

08 정답 $-\frac{1}{2}$

해설 $(g \circ f)(x)=g(f(x))=g(2x+a)$

$$=-(2x+a)+1=-2x-a+1$$

$$(f \circ g)(x)=f(g(x))=f(-x+1)$$

$$=2(-x+1)+a=-2x+2+a$$

이 때, $g \circ f = f \circ g$ 이므로

$$-2x-a+1=-2x+a$$

$$2a=-1$$

$$\therefore a=-\frac{1}{2}$$



마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

09 정답 ②

해설 $h(2) = k$ 라 하면 $f(h(2)) = g(2)$ 이므로

$$f(k) = -2$$

$$f(k) = \frac{1}{3}k + 1 \text{이므로}$$

$$\frac{1}{3}k + 1 = -2 \quad \therefore k = -9$$

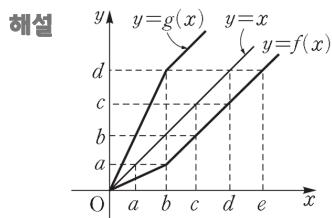
$$\therefore h(2) = -9$$

10 정답 ②

해설 $g(p) = c, f(c) = b$ 이므로

$$(f \circ g)(p) = f(g(p)) = f(c) = b$$

11 정답 ④



위 그림에서

$$(g \circ f)(c) = g(f(c)) = g(b) = d$$

12 정답 ②

해설 함수 g 는 일대일대응이므로 $g(6) = 4$ 또는 $g(6) = 2$

집합 X 의 모든 원소 k 에 대하여 $f(k) \neq g(k)$ 이므로

$$f(6) = 2 \text{에서 } g(6) = 4, g(4) = 2$$

$$f(4) = 6 \text{에서 } f^{-1}(6) = 4$$

따라서 $f^{-1}(6) + g(4) = 4 + 2 = 6$

13 정답 ③

해설 함수 g 는 일대일대응이므로 $g(6) = 3$ 또는 $g(6) = 9$

집합 X 의 모든 원소 k 에 대하여 $f(k) \neq g(k)$ 이므로

$$f(6) = 3 \text{에서 } g(6) = 9 \text{이고 } g(9) = 3,$$

$$f(9) = 6 \text{에서 } f^{-1}(6) = 9$$

$$\therefore f^{-1}(6) + g(9) = 9 + 3 = 12$$

14 정답 9

해설 함수 $y = f(x)$ 는 역함수가 존재하므로 일대일대응이다.

따라서 공역과 치역이 같고 $y = f(x)$ 의 기울기가 음수인

일차함수이므로 $f(2) = a, f(8) = 1$ 이다.

$$f(8) = -\frac{1}{2} \cdot 8 + b = 1$$

$$\therefore b = 5$$

$$f(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2 + b = a \text{에서 } -1 + b = a$$

$$\therefore a = 4$$

따라서 $a + b = 4 + 5 = 9$

15 정답 -4

해설 $f(x) = -x^2 + 4x + 28 = -(x-2)^2 + 32$ 이고

함수 f 의 역함수가 존재하면 f 는 일대일대응이므로

$$a \leq 2, f(a) = a$$

$$f(a) = a \text{에서 } -a^2 + 4a + 28 = a$$

$$a^2 - 3a - 28 = 0, (a+4)(a-7) = 0$$

$$\therefore a = -4 (\because a \leq 2)$$

16 정답 ③

해설 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & (x \geq 0) \\ ax+b & (x < 0) \end{cases}$ 의 역함수가 존재하려면

함수 f 가 일대일대응 이어야한다.

(i) $x = 0$ 에서의 두 일차함수의 합수값이 서로 같아야

하므로 $b = 3$

(ii) 두 일차함수의 그래프의 기울기의 부호가 같아야

하므로 $a > 0$

(i), (ii)에서 $a > 0, b = 3$

17 정답 $\frac{2}{3}$

해설 $y = 3x + 1$ 로 놓으면 $3x = y - 1$

$$\therefore x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ 의 x 절편이 1, y 절편이 $-\frac{1}{3}$ 이므로

$$a = 1, b = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{2}{3}$$

18 정답 6

해설 $(f \circ f)(x) = x$ 에서 $f = f^{-1}$ 이므로
 $f^{-1}(4) = f(4) = 2$ 이고
 $f^{-1}(4) = 2$ 이므로
 $f(2) = 4$
 $\therefore f^{-1}(4) + f(2) = 6$

19 정답 13

해설 $f \circ h = g$ 의 양변의 왼쪽에 f^{-1} 를 합성하면 $f^{-1} \circ$
 $(f \circ h) = f^{-1} \circ g$
 $f^{-1} \circ (f \circ h) = (f^{-1} \circ f) \circ h = I \circ h = h$ (단, I 는
 항등함수)
 $\therefore h = f^{-1} \circ g$
 한 편, $f(x) = 2x - 1$ 에서 $y = 2x - 1$ 로 놓고, x 에
 대하여 풀면
 $x = \frac{1}{2}(y+1)$
 x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \frac{1}{2}(x+1)$
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x+1)$
 $h(x) = (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x)) = f^{-1}(-4x+5)$
 $= \frac{1}{2}(-4x+5+1) = -2x+3$
 $\therefore h(-5) = -2 \cdot (-5) + 3 = 13$

20 정답 -1

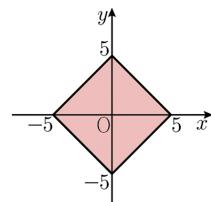
해설 $g(2) = 2^2 + 2 = 6$ 이므로
 $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2) = (f^{-1} \circ g)(2)$
 $= f^{-1}(g(2))$
 $= f^{-1}(6)$
 $f^{-1}(6) = k$ 라 하면 $f(k) = 6$ 이므로
 $k^2 + 4k + 9 = 6, (k+1)(k+3) = 0$
 $\therefore k = -1$ ($\because k \geq -2$)

21 정답 -2

해설 $f^{-1}(b) = a \iff f(a) = b$ 이므로
 그래프를 이용하여 $f^{-1}(3)$ 의 값을 찾는다.
 $f^{-1}(3) = a$ 라 하면 $f(a) = 3$
 $\therefore a = 0$
 $\therefore (g \circ f^{-1})(3) = g(f^{-1}(3)) = g(0) = -2$

22 정답 ①

해설 $|x| + |y| = 5$ 의 그래프는 다음과 같이 마름모의
 형태이다.



따라서 구하는 넓이는 $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50$

23 정답 ②

해설 i) $x < 0$ 일 때,

$$f(x) = -3x + 4a$$

ii) $0 \leq x < a$ 일 때, $f(x) = -x + 4a$

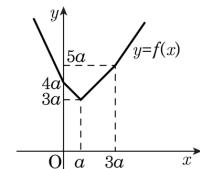
iii) $a \leq x < 3a$ 일 때, $f(x) = x + 2a$

iv) $x \geq 3a$ 일 때,

$$f(x) = 3x - 4a$$

따라서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같고
 최솟값은 $3a$ 이므로

$$3a = 6 \quad \therefore a = 2$$



마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

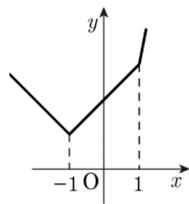
24 정답 ③

해설 (i) $x \leq -1$ 일 때, $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= -(x-1) + x - (x+1)$
 $= -x$

(ii) $-1 < x \leq 1$ 일 때, $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= -(x-1) + x + (x+1)$
 $= x+2$

(iii) $1 < x$ 일 때, $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= (x-1) + x + (x+1)$
 $= 3x$

(i), (ii), (iii)에 의하여 주어진 함수의 그래프는



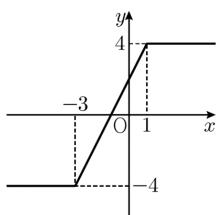
25 정답 8

해설 (i) $x < -3$ 일 때
 $y = |x+3| - |x-1|$
 $= -x-3 - (-x+1) = -4$

(ii) $-3 \leq x < 1$ 일 때
 $y = |x+3| - |x-1|$
 $= x+3 - (-x+1) = 2x+2$

(iii) $x \geq 1$ 일 때
 $y = |x+3| - |x-1|$
 $= x+3 - (x-1) = 4$

(i), (ii), (iii)에 의하여 함수 $y = |x+3| - |x-1|$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 $M=4$, $m=-4$ 이므로 $M-m=8$

26 정답 ④

해설 $f \circ g = g \circ f$ 에서 $f(g(x)) = g(f(x))$... ④
 ④의 양변에 $x=2$ 를 대입하면
 $f(g(2)) = g(f(2))$, $f(5) = g(7)$
 $\therefore g(7) = 2$
 ④의 양변에 $x=7$ 을 대입하면
 $f(g(7)) = g(f(7))$, $f(2) = g(3)$
 $\therefore g(3) = 7$

27 정답 1

해설 $f(3x-1) = x+3$ 에서 $3x-1=t$ 로 놓으면
 $x = \frac{t+1}{3}$
 $\therefore f(t) = \frac{t+1}{3} + 3 = \frac{1}{3}t + \frac{10}{3}$
 t 대신 $\frac{1}{3}x-1$ 을 대입하면
 $f\left(\frac{1}{3}x-1\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}x-1\right) + \frac{10}{3} = \frac{1}{9}x + 3$
 따라서 $a = \frac{1}{9}$, $b = 3$ 이므로
 $3ab = 1$

28 정답 23

해설 $g\left(\frac{x+1}{3}\right) = 3f(x)+1$
 $= 3(x^2 + 3x) + 1$
 $= 3x^2 + 9x + 1$
 에서 $g\left(\frac{x+1}{3}\right) = 3x^2 + 9x + 1$... ④
 $\frac{x+1}{3} = t$ 라 하면 $x = 3t-1$ 이고, 이를 ④에 대입하면
 $g(t) = 3(3t-1)^2 + 9(3t-1) + 1$
 $= 27t^2 - 18t + 3 + 27t - 9 + 1$
 $= 27t^2 + 9t - 5$
 따라서 $a = 27$, $b = 9$, $c = -5$ 이므로
 $a-b-c = 27-9-(-5) = 23$

29 정답 ④

해설 $(h \circ f)(x) = g(x)$ 에서 $f(x) = t$ 라 하면
 $t = 3x-1$, $3x = t+1$
 이때 $x = \frac{1}{3}(t+1)$ 을 함수 $g(x)$ 에 대입하면
 $h(t) = -3 \cdot \frac{1}{3}(t+1) + 4 = -t+3$
 $\therefore h(x) = -x+3$

마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

30 정답 20

해설 $f^1(x) = f(x) = -x - 1$
 $f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(-x - 1) = x$
 $f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x)) = f(x) = -x - 1$
 \vdots
 $\text{즉}, f^n(x) = \begin{cases} -x - 1 & (n \text{은 홀수}) \\ x & (n \text{은 짝수}) \end{cases}$
 $\therefore f^{10}(10) - f^9(9) = 10 - (-9 - 1) = 20$

31 정답 20

해설 $f^1(x) = x + 1$
 $f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x))$
 $= f(x + 1)$
 $= (x + 1) + 1 = x + 2$
 $f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x))$
 $= f(x + 2)$
 $= (x + 2) + 1 = x + 3$
 \vdots
 $\therefore f^n(x) = x + n$
 따라서 $f^{10}(x) = x + 10$ 이므로 $f^{10}(a) = a + 10 = 30$
 $\therefore a = 20$

32 정답 -99

해설 $f^1(x) = f(x) = -x + 1$
 $f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(-x + 1) = x$
 $f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x)) = f(x) = -x + 1$
 \vdots
 $\text{즉}, 자연수 } n \text{에 대하여}$
 $f^{2n-1}(x) = -x + 1, f^{2n}(x) = x$
 따라서 $f^{99}(x) = -x + 1$ 이므로
 $f^{99}(a) = -a + 1 = 100, a = -99$

33 정답 ①

해설 그래프를 보고 함수식을 구하면
 $f(x) = x + 1, g(x) = 2x, w(x) = 2x + 1$ 이다.
 $f(g(x)) = f(2x) = 2x + 1 = w(x)$ 이므로
 $\therefore w = f \circ g$

34 정답 7

해설 $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(6) = f(g(1)) + g(f(6))$
 $= f(2) + g(5)$
 $= 1 + 6$
 $= 7$

35 정답 ③

해설 함수 $f(x)$ 의 역함수가 $g(x)$ 이므로
 $f^{-1}(x) = g(x)$
 이때 $y = f(2x - 1)$ 의 역함수를 구하기 위해
 x, y 를 서로 바꾸어 쓰면
 $x = f(2y - 1), f^{-1}(x) = 2y - 1$
 $\therefore g(x) = 2y - 1$
 위의 식을 y 에 관하여 정리하면
 $g(x) + 1 = 2y$
 $\therefore y = \frac{1}{2}g(x) + \frac{1}{2}$
 따라서 구하는 역함수 $y = h(x)$ 는
 $h(x) = \frac{1}{2}g(x) + \frac{1}{2}$

36 정답 ④

해설 $f \circ h = g$ 에서 $f^{-1} \circ f \circ h = f^{-1} \circ g$
 $\therefore h = f^{-1} \circ g$
 $\therefore h(x) = (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x))$
 $= f^{-1}(9x + 1)$
 $= \frac{9x + 1 - 7}{3} = 3x - 2$

37 정답 ⑤

해설 함수 f 의 역함수가 존재하면 f 는 일대일대응이다.
 따라서 $1 + k = 2 + 3$ 이므로 $k = 4$
 $x < 1$ 일 때, $f(x) = x + 4 < 5$
 $x \geq 1$ 일 때, $f(x) = 2x + 3 \geq 5$
 $f^{-1}(6) = a$ 라 하면 $f(a) = 6$ 이므로
 $2a + 3 = 6 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$
 $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = b$ 라 하면 $f(b) = \frac{3}{2}$ 이므로
 $b + 4 = \frac{3}{2} \quad \therefore b = -\frac{5}{2}$
 $\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(6) = f^{-1}(f^{-1}(6))$
 $= f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{2}$

38 정답 25

해설 함수 f 의 역함수가 존재하면 f 는 일대일대응이다.
 따라서 $2+k=4+5$ 이므로 $k=7$
 $x < 2$ 일 때, $f(x)=x+7 < 9$
 $x \geq 2$ 일 때, $f(x)=2x+5 \geq 9$
 $f^{-1}(9)=a$ 라 하면 $f(a)=9$ 이므로
 $2a+5=9 \quad \therefore a=2$
 $f^{-1}(2)=b$ 라 하면 $f(b)=2$ 이므로
 $b+7=2 \quad \therefore b=-5$
 $\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(9)=f^{-1}(f^{-1}(9))$
 $=f^{-1}(2)=-5$ 이므로
 $m=-5$ 이고 $m^2=25$

39 정답 11

해설 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2)=3$ 에서 $g(f(3))=2$
 $g(f(3))=g(4)=4a+b=2$
 한편, $f^{-1}(3)=k$ 라 하면 $f(k)=3$
 $k+1=3$
 $\therefore k=2$
 $(g \circ f^{-1})(3)=8$ 에서
 $(g \circ f^{-1})(3)=g(f^{-1}(3))=g(2)=2a+b=8$
 따라서 $4a+b=2$, $2a+b=8$ 을 연립하여 풀면
 $a=-3$, $b=14$
 $\therefore a+b=11$

40 정답 49

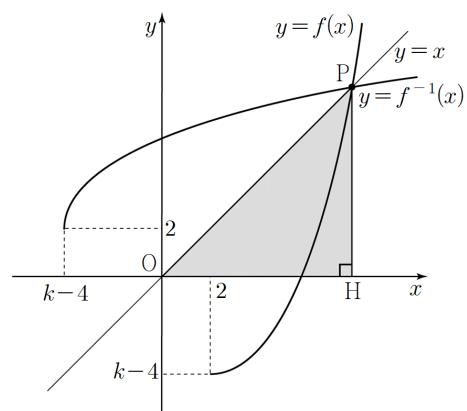
해설 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의
 그래프의 교점은 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의
 교점과 같다.
 $x^2-10x+28=x$ 에서
 $x^2-11x+28=0$, $(x-4)(x-7)=0$
 $\therefore x=7$ ($\because x \geq 5$)
 따라서 교점의 좌표는 $(7, 7)$ 이므로 $a=7$, $b=7$
 $\therefore ab=49$

41 정답 25

해설 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의
 그래프의 교점은 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의
 교점과 같다.
 $x^2-6x+10=x$ 에서
 $x^2-7x+10=0$, $(x-2)(x-5)=0$
 $\therefore x=5$ ($\because x \geq 3$)
 따라서 교점의 좌표는 $(5, 5)$ 이므로 $a=5$, $b=5$
 $\therefore ab=25$

42 정답 ①

해설 $f(x)=x^2-4x+k=(x-2)^2+k-4$ ($x \geq 2$)
 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의
 그래프가 만나는 점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와
 직선 $y=x$ 가 만나는 점과 같다.



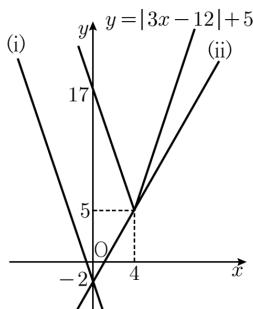
따라서 점 P는 직선 $y=x$ 위의 점이므로
 점 P의 좌표를 (t, t) 라 하면 삼각형 POH의 넓이가
 18이므로 $\frac{1}{2} \cdot t \cdot t = 18$, $t^2 = 36$ 이다.
 $\therefore t=6$ ($\because t \geq 2$)
 한편, 점 P(6, 6)은 함수 $f(x)=x^2-4x+k$ 의
 그래프 위의 점이므로 $f(6)=6^2-4 \cdot 6+k=6$ 이다.
 $\therefore k=-6$

43 정답 ②

해설 $(g \circ g \circ g)(d) = g(g(g(d)))$
 $g(d) = k$ 이라 하면 $f(k) = d$
 $\therefore k = c$
 $g(c) = l$ 이라 하면 $f(l) = c$
 $\therefore l = b$
 $g(b) = m$ 이라 하면 $f(m) = b$
 $\therefore m = a$
 $\therefore (g \circ g \circ g)(d) = g(g(g(d))) = g(g(c)) = g(b)$
 $= a$

44 정답 5

해설 $y = |3x - 12| + 5 = \begin{cases} 3x - 7 & (x \geq 4) \\ -3x + 17 & (x < 4) \end{cases}$ 이므로
 $y = |3x - 12| + 5$ 의 그래프는 다음 그림과 같고,
직선 $y = mx - 2$ 는 m 의 값에 관계없이
점 $(0, -2)$ 를 지난다.



(i) 직선 $y = mx - 2$ 가
직선 $y = |3x - 12| + 5$ ($x < 4$) 즉
 $y = -3x + 17$ 과 평행할 때, $m = -3$

(ii) 직선 $y = mx - 2$ 가 점 $(4, 5)$ 을 지날 때,
 $5 = 4m - 2$

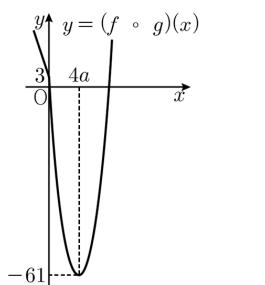
$$\therefore m = \frac{7}{4}$$

(i), (ii)에서 구하는 m 의 범위는
 $-3 \leq m < \frac{7}{4}$ 이므로

정수 m 은 $-3, -2, -1, 0, 1$ 의 5개이다.

45 정답 2

해설 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \begin{cases} -3x + 3 & (x < 0) \\ x^2 - 8ax + 3 & (x \geq 0) \end{cases}$
그런데 $a \leq 0$ 이면
함수 $y = x^2 - 8ax + 3 = (x - 4a)^2 + 3 - 16a^2$ 의
그래프의 꼭짓점의 x 좌표가 0 또는 음수이므로
합성함수 $f \circ g$ 의 치역이 $\{y | y \geq 3\}$ 이 되어 조건을
만족하지 않는다.
 $\therefore a > 0$
이때 함수 $f \circ g$ 의 치역이 $\{y | y \geq -61\}$ 이려면
다음 그림과 같이 함수 $y = (x - 4a)^2 + 3 - 16a^2$ 의
그래프의 꼭짓점의 y 좌표가 -61 이어야 한다.



따라서 $3 - 16a^2 = -61$ 이므로
 $a^2 = 4$
 $\therefore a = 2$ ($\because a > 0$)

46 정답 -18

해설 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 근은 $y = f(x)$ 와
 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 x 좌표와 같다.
또한, 그 교점은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의
교점의 x 좌표와 같으므로
 $2x - 9 = x$ 에서 $x = 9$
 $\frac{2}{3}x - 9 = x$ 에서 $x = -27$
따라서 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합은
 $9 + (-27) = -18$