교과서_미래엔 - 공통수학2 (집합명제)99~101p_대단원

집합의 개념과 표현 ~ 절대부등식

실시일자	-
33문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 5의 양의 배수의 모임
② 10에 가까운 수의 모임
③ 키가 큰 학생의 모임
④ 소리가 큰 악기의 모임
⑤ 1보다 작은 자연수의 모임

02 다음 보기 중 집합인 것의 개수는?

<보기>
ㄱ. 우리나라 국경일의 모임
ㄴ. 우리 반에서 혈액형이 O형인 학생들의 모임
ㄷ. 우리 반에서 키가 큰 학생들의 모임
ㄹ. 40보다 작은 5의 양의 배수의 모임
ㅁ. 실수의 모임

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

03 집합 $A=\{0,\ 1,\ 2\}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1\}\subset A$ ② $\{1,\ 2,\ 0\}\subset A$
③ $\{0\}\subset A$ ④ $0\subset A$
⑤ $\{0,\ 1\}\subset A$

04 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $\{x\,|\,x$는 2의 배수$\}\subset\{x\,|\,x$는 3의 배수$\}$
② $\{x\,|\,x$는 6보다 작은 자연수$\}\subset\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$
③ $\{x\,|\,x$는 15의 배수$\}\subset\{15,\ 30,\ 45\}$
④ $\{x\,|\,x$는 6의 배수$\}\subset\{x\,|\,x$는 3의 배수$\}$
⑤ $\{x\,|\,x$는 짝수$\}\subset\{x\,|\,x$는 홀수$\}$

05 자연수 a, b에 대하여 두 집합
$A=\{3,\ 2a^2\}$, $B=\{8,\ b^2-2b\}$가 서로 같을 때,
$a+b$의 값을 구하시오.

06 두 집합 $A=\{x\,|\,x$는 20 미만의 4의 양의 배수$\}$,
$B=\{8,\ 12,\ a+1,\ 3b+4\}$가 서로 같을 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은? (단, $b\neq 0$)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

07 두 집합 $A=\{x|x^2-10x+16=0\}$,
$B=\{x|x$는 64의 양의 약수$\}$에 대하여
$A\subset X\subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수는?

① 4 ② 8 ③ 16
④ 32 ⑤ 64

08 두 집합 $A=\{2,\ 4\}$,
$B=\{x|x$는 12의 양의 약수$\}$에 대하여 $A\subset X\subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

09 자연수 n에 대하여 자연수 전체의 집합의 부분집합 A_n을 다음과 같이 정의하자.
$A_n=\{x|x$는 $\sqrt{n}$ 이하의 홀수$\}$
$A_n=A_{16}$을 만족시키는 자연수 n의 개수를 구하시오.

10 세 집합 $A=\{x|x>3\}$, $B=\{x|x\geq a\}$,
$C=\{x|x>-2\}$에 대하여 $A\subset B\subset C$가 성립하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

11 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 18\}$의 세 부분집합 $A,\ B,\ C$에 대하여 $A\cup B=\{x|x$는 3의 배수$\}$,
$A\cup C=\{x|x$는 18의 양의 약수$\}$일 때,
$A\cup(B\cap C)$의 모든 원소의 합을 구하시오.

12 [2016년 4월 고3 문과 19번 변형]
전체집합 $U=\{x|x$는 9 이하의 자연수$\}$의
세 부분집합 $A,\ B,\ C$에 대하여 $B\subset A$이고
$A\cup C=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$이다.
$A-B=\{7\}$, $B-C=\{1,\ 2\}$, $C-A=\{3,\ 4\}$일 때,
집합 $C\cap(A^C\cup B)$는?

① $\{5,\ 6,\ 7\}$ ② $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$
③ $\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ ④ $\{5,\ 6,\ 7,\ 8\}$
⑤ $\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$

13 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(A\cap B^C)=5$, $n(A\cap B)=3$, $n(A\cup B)=16$일 때, $n(B-A)$의 값을 구하시오.

14 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U)=40$, $n(A\cap B)=5$, $n(A^C\cap B^C)=7$일 때, $n(A)+n(B)$를 구하시오.

15 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sim q$의 진리집합은 Q^C이다.
② 명제 $\sim p\rightarrow q$가 참이면 $Q^C\subset P$이다.
③ $P\subset Q$이면 명제 $p\rightarrow q$는 참이다.
④ $Q\neq\varnothing$이면 '어떤 x에 대하여 q이다.'는 참이다.
⑤ $P\neq U$이면 '모든 x에 대하여 p이다.'는 참이다.

16 전체집합 U에서 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자. 명제 $q\rightarrow p$가 참일 때, 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

① $P\cap Q=Q$ ② $Q\subset P$
③ $Q-P=\varnothing$ ④ $P\cup Q=Q$
⑤ $P^C\subset Q^C$

17 [2016년 6월 고3 문과 13번 변형]
자연수 a에 대한 조건
'모든 양의 실수 x에 대하여 $3x-2a+6>0$이다.'가 참인 명제가 되도록 하는 a의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

18 명제 '$0<x\leq 4$이면 $2a+2<x<-a+1$이다.'가 참이 되도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a<-3$ ② $a\leq -1$
③ $-3<a\leq -1$ ④ $a\leq -2$
⑤ $-2\leq a<0$

19 두 조건 p, q에 대하여 명제 $p \to q$의 역이 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

① $p \to q$ ② $\sim p \to \sim q$ ③ $q \to \sim p$
④ $\sim q \to p$ ⑤ $\sim q \to \sim p$

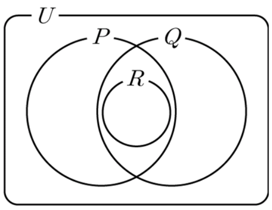
20 다음 명제 중 그 역이 참인 것은?

① 정삼각형은 이등변삼각형이다.
② 4 의 배수는 2 의 배수이다.
③ $x=2$ 이면 $x^2=4$ 이다.
④ $ab=0$ 이면 $a^2+b^2=0$ 이다.(단, a, b 는 실수)
⑤ a, b 가 모두 짝수이면 ab 가 짝수이다.(단, a, b 는 정수)

21 실수 x에 대하여 두 조건 p와 q가
p : $(x-a+3)(x+3a-18)=0$
q : $x(x-3a) \le 0$
일 때, p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 모든 정수 a의 값의 합을 구하시오.

22 $x=2x+\frac{1}{2}$은 $x^2+ax+b=0$이기 위한 필요충분조건일 때, 실수 a, b에 대하여 $4(a-b)$의 값을 구하시오.

23 전체집합 U에 대하여 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라 하자. 이 집합의 포함 관계가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



① r는 p 또는 q이기 위한 필요조건이다.
② $\sim r$는 $\sim p$ 또는 $\sim q$이기 위한 충분조건이다.
③ r는 p이고 q이기 위한 충분조건이다.
④ r는 p이고 q이기 위한 필요충분조건이다.
⑤ $\sim r$는 p이고 $\sim q$이기 위한 충분조건이다.

24 전체집합 U에서 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자. $\sim p$는 $\sim q$이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닐 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \subset Q$　　② $Q \subset P$
③ $P^c \subset Q$　　④ $Q^c \subset P$
⑤ $P \cup Q^c = U$

25 두 실수 a, b에 대하여 세 조건 p, q, r는
$p : ab = 0$,
$q : a^2 + b^2 = 0$,
$r : a^2 + 2ab + b^2 = 0$
이다. 다음 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉
ㄱ. p는 q이기 위한 필요조건이다.
ㄴ. $\sim p$는 $\sim q$이기 위한 충분조건이다.
ㄷ. p이고 r는 q이기 위한 필요충분조건이다.

① ㄱ　　② ㄱ, ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26 p, q 가 실수일 때, 다음 중 부등식 $p < q$ 가 성립할 필요충분조건은?

① $\{x \mid x \le p\} \cap \{x \mid x > q\} = \varnothing$

② $\{x \mid x \ge p\} \cap \{x \mid x \le q\} \ne \varnothing$

③ $\{x \mid x < p\} \subset \{x \mid x < q\}$

④ $\{x \mid x < p\} \subset \{x \mid x \le q\}$

⑤ $\{x \mid x \le p\} \subset \{x \mid x < q\}$

27 $a > 0$, $b > 0$일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$의 최솟값을 구하시오.

28 $x \ne 3$인 실수 x에 대하여 $x^2 - 6x + \frac{1}{(x-3)^2}$의 최솟값을 구하시오.

29 [2019년 3월 고2 이과 18번/4점]

은행 A 또는 은행 B를 이용하는 고객 중 남자 35명과 여자 30명을 대상으로 두 은행 A, B의 이용 실태를 조사한 결과가 다음과 같다.

> (가) 은행 A를 이용하는 고객의 수와 은행 B를 이용하는 고객의 수의 합은 82이다.
> (나) 두 은행 A, B 중 한 은행만 이용하는 남자 고객의 수와 두 은행 A, B 중 한 은행만 이용하는 여자 고객의 수는 같다.

이 고객 중 은행 A와 은행 B를 모두 이용하는 여자 고객의 수는?

① 5　② 6　③ 7
④ 8　⑤ 9

30

영진이네 학년 50명의 학생을 대상으로 로맨스, 코미디, 액션의 세 가지 영화 장르에 대한 호감도를 조사하였다. 로맨스 영화가 좋다고 답한 학생은 31명, 코미디 영화가 좋다고 답한 학생은 20명, 액션 영화가 좋다고 답한 학생은 26명이고, 세 가지 장르 모두 좋다고 답한 학생은 9명, 세 가지 영화 중 어느 장르도 좋아하지 않는 학생은 2명이었다. 이때 세 가지 영화 장르 중 두 가지만 좋다고 답한 학생 수를 구하시오.

31

다음은 $\sqrt{5}$가 유리수가 아님을 증명한 것이다.

> $\sqrt{5}$를 유리수라고 가정하면
> $\sqrt{5}=\dfrac{q}{p}$ (p, q는 $\boxed{(가)}$ 인 정수이다.)
> $\therefore \sqrt{5}p=q$
> 양변을 제곱하면 $5p^2=q^2$ 이므로
> q는 $\boxed{(나)}$ 이다.
> 따라서 p는 $\boxed{(다)}$ 이므로 $\boxed{(가)}$ 에 모순이다.
> 즉, $\sqrt{5}$는 유리수가 아니다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	양수	5의 배수	짝수
②	음수	짝수	홀수
③	서로소	홀수	5의 배수
④	서로소	5의 배수	짝수
⑤	서로소	5의 배수	5의 배수

32 다음은 $\sqrt{10}$ 이 무리수임을 이용하여 명제 '유리수 a, b에 대하여 $a\sqrt{10}+b=0$이면 $a=b=0$이다.'가 참임을 증명하는 과정이다.

> $a\neq0$이라 가정하면 $a\sqrt{10}+b=0$에서
>
> $\sqrt{10}=-\dfrac{b}{a}$
>
> 이때 a, b가 유리수이므로 $-\dfrac{b}{a}$, 즉 $\sqrt{10}$은 $\boxed{(가)}$이다.
>
> 그런데 이것은 $\sqrt{10}$이 $\boxed{(나)}$라는 사실에 모순이므로 $\boxed{(다)}$이다.
>
> 또한, $a\sqrt{10}+b=0$에 $\boxed{(다)}$을 대입하면
>
> $b=0$이므로 $a\sqrt{10}+b=0$이면 $a=b=0$이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	유리수	무리수	$a=\sqrt{10}$
②	유리수	무리수	$a=0$
③	유리수	유리수	$a=0$
④	무리수	무리수	$a=\sqrt{10}$
⑤	무리수	유리수	$a=0$

33 다음은 실수 x, y, z에 대하여 $x^2+y^2+z^2$과 $xy+yz+zx$의 대소를 비교한 것이다. (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

> $x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx)$
>
> $=\dfrac{1}{2}(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx)$
>
> $=\dfrac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}\ \boxed{(가)}\ 0$
>
> $\therefore\ x^2+y^2+z^2\ \boxed{(가)}\ xy+yz+zx$
>
> (단, 등호는 $\boxed{(나)}$일 때 성립한다.)

	(가)	(나)
①	$<$	$x=y=z$
②	$\leq$	$x=y=z$
③	$\geq$	$x=y=z$
④	$<$	$xy=yz=zx$
⑤	$\leq$	$xy=yz=zx$

교과서_미래엔 - 공통수학2 (집합명제)99~101p_대단원

집합의 개념과 표현 ~ 절대부등식

실시일자	-
33문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ①, ⑤	02 ④	03 ④
04 ④	05 5	06 ⑤
07 ④	08 16	09 16
10 ⑤	11 36	12 ③
13 8	14 38	15 ⑤
16 ④	17 ③	18 ①
19 ②	20 ④	21 18
22 3	23 ③	24 ①
25 ⑤	26 ⑤	27 9
28 -7	29 ②	30 11
31 ⑤	32 ②	33 ③

실시일자	-	유형별 학습	이름
33문제 / DRE수학			

01 정답 ①, ⑤

해설 ① $\{5, 10, 15, 20, 25, \cdots\}$
⑤ 1보다 작은 자연수는 존재하지 않기 때문에 공집합이다.

02 정답 ④

해설 ㄷ. '키가 큰'은 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

03 정답 ④

해설 0은 집합 A의 원소이므로 $\in$ 기호를 이용하여 나타내어야 한다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

04 정답 ④

해설 ① $\{2, 4, 6, 8, \cdots\} \not\subset \{3, 6, 9, 12, \cdots\}$
② $\{1, 2, 3, 4, 5\} \not\subset \{1, 2, 3, 4\}$
③ $\{15, 30, 45, 60, \cdots\} \not\subset \{15, 30, 45\}$
④ $\{6, 12, 18, \cdots\} \subset \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \cdots\}$
⑤ $\{2, 4, 6, 8, \cdots\} \not\subset \{1, 3, 5, 7, \cdots\}$

05 정답 5

해설 $A=B$에서 $2a^2=8$, $3=b^2-2b$가 성립하므로
$a^2=4$
$\therefore a=2$ ($\because a>0$)
$b^2-2b-3=0$, $(b-3)(b+1)=0$
$\therefore b=3$ ($\because b>0$)
따라서 $a=2$, $b=3$이므로
$a+b=5$

06 정답 ⑤

해설 $A=\{4, 8, 12, 16\}$이고 $A=B$이므로
$a+1=4$, $3b+4=16$ 또는 $a+1=16$, $3b+4=4$
$\therefore a=3$, $b=4$ 또는 $a=15$, $b=0$
그런데 $b\neq 0$이므로 $a=3$, $b=4$
$\therefore ab=12$

07 정답 ④

해설 $x^2-10x+16=0$에서
$(x-2)(x-8)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=8$
즉, $A=\{2, 8\}$이다.
또한, $B=\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$이므로
집합 X의 개수는 $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$의 부분집합 중 2, 8을 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수와 같다.
즉, 구하는 집합 X의 개수는
$2^{7-2}=2^5=32$

08 정답 16

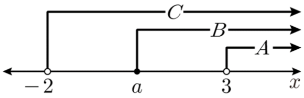
해설 $A=\{2, 4\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$이고
집합 X는 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$의 부분집합 중에서 원소 2, 4를 반드시 포함하는 부분집합이므로 구하는 집합 X의 개수는
$2^{6-2}=2^4=16$

09 정답 16

해설 $A_{16}=\{1, 3\}$이므로 집합 A_n의 가장 큰 원소는 3이 되어야 한다.
따라서 $3\leq\sqrt{n}<5$이므로 n은 9 이상 24 이하의 자연수이다.
따라서 자연수 n의 개수는 16이다.

10 정답 ⑤

해설 $A\subset B\subset C$가 성립하도록 세 집합 A, B, C를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



그러므로 $-2<a\le 3$

따라서 정수 a는 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$의 5개이다.

11 정답 36

해설 $A\cup B=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$,

$A\cup C=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 18\}$이므로

$A\cup(B\cap C)$

$=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

$=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}\cap\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 18\}$

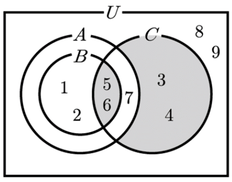
$=\{3,\ 6,\ 9,\ 18\}$

따라서 모든 원소의 합은

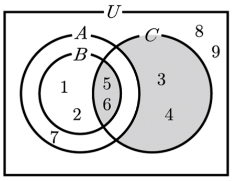
$3+6+9+18=36$

12 정답 ③

해설 주어진 조건을 만족하는 집합 A, B, C를 벤 다이어그램으로 나타내면



또는



$\therefore\ C\cap(A^C\cup B)=(C\cap A^C)\cup(C\cap B)$

$=(C-A)\cup(C\cap B)$

$=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

13 정답 8

해설 $n(B-A)=n(B\cap A^C)$이고

$n(A\cup B)=n(A\cap B^C)+n(A\cap B)+n(B\cap A^C)$

이므로

$16=5+3+n(B\cap A^C)$, $n(B\cap A^C)=8$

$\therefore n(B-A)=8$

14 정답 38

해설 $n(A^C\cap B^C)=n((A\cup B)^C)=7$

$n(A\cup B)=n(U)-n((A\cup B)^C)=40-7=33$

$n(A)+n(B)=n(A\cup B)+n(A\cap B)$

$=33+5=38$

15 정답 ⑤

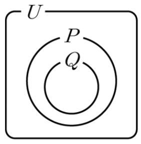
해설 ⑤ $P\ne U$이면 전체집합 U의 원소 중에서 집합 P에 포함되지 않는 원소가 있으므로 '모든 x에 대하여 p이다.'는 거짓이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

16 정답 ④

해설 명제 $q\to p$가 참이므로 $Q\subset P$

이것을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다.



④ $P\cup Q=P$

17 정답 ③

해설 자연수 a에 대한 조건이 참인 명제이기 위해서는

$\{x\mid x>0\}\subset\{x\mid 3x-2a+6>0\}$

즉,

$\{x\mid x>0\}\subset\left\{x\,\middle|\,x>\dfrac{2a-6}{3}\right\}$이므로

$\dfrac{2a-6}{3}\le 0,\ a\le 3$

따라서 자연수 a의 값은 $1,\ 2,\ 3$이고, 그 개수는 3이다.

18 정답 ①

해설 주어진 명제가 참이 되려면

$\{x\mid 0<x\le4\}\subset\{x\mid 2a+2<x<-a+1\}$

이어야 하므로 다음 그림에서

$2a+2\le0,\ 4<-a+1$

$a\le-1,\ a<-3$

$\therefore a<-3$

19 정답 ②

해설 명제 $p \to q$의 역인 $q \to p$가 참이므로 그 대우인 $\sim p \to \sim q$도 참이다.

20 정답 ④

해설 ④의 명제의 역을 생각해보면, $a=0$ 이고 $b=0$ 이면 $ab=0$ 이라는 것과 같으므로 역이 참이 된다.

21 정답 18

해설 두 조건 p와 q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자.
p가 q이기 위한 충분조건이 되어야 하므로 $P \subset Q$이어야 한다.
$P=\{a-3,\ -3a+18\}$,
$Q=\begin{cases}\{x \mid 0 \le x \le 3a\} & (a \ge 0)\\ \{x \mid 3a \le x \le 0\} & (a<0)\end{cases}$ 이므로
(i) $a \ge 0$일 때
$Q=\{x \mid 0 \le x \le 3a\}$이므로
$a-3 \in Q$, $-3a+18 \in Q$에서
$0 \le a-3 \le 3a$, $0 \le -3a+18 \le 3a$
두 부등식을 연립하면
$3 \le a \le 6$
(ii) $a<0$일 때
$Q=\{x \mid 3a \le x \le 0\}$이므로
$a-3 \in Q$, $-3a+18 \in Q$에서
$3a \le a-3 \le 0$, $3a \le -3a+18 \le 0$
두 부등식을 동시에 만족하는 실수 x는 존재하지 않는다.
(i), (ii)로부터 조건을 만족하는 정수 a는
$3, 4, 5, 6$이므로 만족하는 정수의 합은
$3+4+5+6=18$

22 정답 3

해설 $x=2x+\frac{1}{2}$에서 $x=-\frac{1}{2}$
이때 $x=2x+\frac{1}{2}$은 $x^2+ax+b=0$이기 위한 필요충분조건이므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 해는 $-\frac{1}{2}$뿐이어야 한다.
중근 $x=-\frac{1}{2}$을 갖고 최고차항의 계수가 1인 이차방정식은 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$이므로
$x^2+ax+b=x^2+x+\frac{1}{4}$
$\therefore\ a=1,\ b=\frac{1}{4}$
따라서 $4(a-b)=4\times\frac{3}{4}=3$

23 정답 ③

해설 $R \subset (P \cup Q)$, $R \subset (P \cap Q)$이므로
① r는 p 또는 q이기 위한 충분조건이다.
② $R^C \supset (P \cap Q)^C$, 즉 $R^C \supset (P^C \cup Q^C)$에서
$\sim r$는 $\sim p$ 또는 $\sim q$이기 위한 필요조건이다.
③, ④ r는 p이고 q이기 위한 충분조건이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

24 정답 ①

해설 $\sim p$는 $\sim q$이기 위한 필요조건이므로
$\sim p \Leftarrow \sim q$에서 $p \Rightarrow q \quad \therefore\ P \subset Q$
따라서 옳은 것은 ①이다.

25 정답 ⑤

해설 조건 $p: ab=0 \Leftrightarrow a=0$ 또는 $b=0$
조건 $q: a^2+b^2=0 \Leftrightarrow a=b=0$
조건 $r: a^2+2ab+b^2=0 \Leftrightarrow (a+b)^2=0$
$\Leftrightarrow a=-b$
ㄱ. p는 q이기 위한 필요조건 (참)
ㄴ. $\sim p: a \ne 0$ 이고 $b \ne 0$
$\sim q: a \ne 0$ 또는 $b \ne 0$이므로
$\sim p$는 $\sim q$이기 위한 충분조건 (참)
ㄷ. p이고 r이면 $a=b=0$이므로
p이고 r는 q이기 위한 필요충분조건 (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

26 정답 ⑤

해설 ① $p < q \overset{\text{O}}{\underset{\text{X}}{\rightleftarrows}}$

$\{x \mid x \leq p\} \cap \{x \mid x > q\} = \varnothing$

(반례) $p = q$ $\therefore$ 충분조건

② $p < q \overset{\text{O}}{\underset{\text{X}}{\rightleftarrows}}$

$\{x \mid x \geq p\} \cap \{x \mid x \leq q\} \neq \varnothing$

(반례) $p = q$ $\therefore$ 충분조건

③ $p < q \overset{\text{O}}{\underset{\text{X}}{\rightleftarrows}}$

$\{x \mid x < p\} \subset \{x \mid x < p\}$

(반례) $p = q$ $\therefore$ 충분조건

④ $p < q \overset{\text{O}}{\underset{\text{X}}{\rightleftarrows}}$

$\{x \mid x < p\} \subset \{x \mid x \leq q\}$

(반례)$p = q$ $\therefore$ 충분조건

⑤ $p < q \overset{\text{O}}{\underset{\text{O}}{\rightleftarrows}}$

$\{x \mid x \leq p\} \subset \{x \mid x < q\}$

$\therefore$ 필요충분조건

27 정답 9

해설 $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{4}{a}\right) = ab+4+1+\frac{4}{ab}$

$$= ab + \frac{4}{ab} + 5$$

$$\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} + 5 = 9$$

(단, 등호는 $ab = 2$일 때 성립)

따라서 최솟값은 9이다.

28 정답 -7

해설 $(x-3)^2 > 0$이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$x^2 - 6x + \frac{1}{(x-3)^2} = (x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} - 9$$

$$\geq 2\sqrt{(x-3)^2 \cdot \frac{1}{(x-3)^2}} - 9$$

$$= 2 - 9 = -7$$

$\left(\text{단, 등호는 } (x-3)^2 = \frac{1}{(x-3)^2} \text{ 일 때 성립}\right)$

따라서 구하는 최솟값은 -7이다.

29 정답 ②

해설 은행 A와 은행 B를 이용하는 고객의 집합을

각각 A, B라 하면 조건 (가)에서

$n(A) + n(B) = 82$

$n(A \cup B) = 65$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$= 82 - 65$

$= 17$

따라서 한 은행만 이용하는 고객의 수는

$65 - 17 = 48$이고 조건 (나)에서 두 은행 A, B 중

한 은행만 이용하는 남자 고객의 수와 두 은행 A, B 중

한 은행만 이용하는 여자 고객의 수는 각각 24명이다.

따라서 은행 A와 은행 B를 모두 이용하는 여자 고객의

수는 $30 - 24 = 6$

[다른 풀이]

조건 (나)에서 두 은행 A, B 중 한 은행만 이용하는

남자 고객의 수와 두 은행 A, B 중 한 은행만 이용하는

여자 고객의 수가 같으므로 이를 x라 하면

은행 A와 은행 B를 모두 이용하는 남자 고객의 수는

$35 - x$

은행 A와 은행 B를 모두 이용하는 여자 고객의 수는

$30 - x$

조건 (가)에서

$\{x + 2(35 - x)\} + \{x + 2(30 - x)\} = 82$

$2x + (70 - 2x) + (60 - 2x) = 82$

$2x = 48$

$x = 24$

따라서 은행 A와 은행 B를 모두 이용하는 여자 고객의

수는 $30 - 24 = 6$

30 정답 11

해설 전체 학생의 집합을 U, 로맨스, 코미디, 액션의 세 장르의 영화가 좋다고 답한 학생의 집합을 각각 A, B, C라 하면

$n(U)=50$, $n(A)=31$, $n(B)=20$, $n(C)=26$,

$n(A\cap B\cap C)=9$, $n(A^C\cap B^C\cap C^C)=2$

이때 여집합의 성질에 의하여

$n(A^C\cap B^C\cap C^C)=n((A\cup B\cup C)^C)$

$=n(U)-n(A\cup B\cup C)$

$2=50-n(A\cup B\cup C)$

$\therefore n(A\cup B\cup C)=48$

또한, $n(A\cup B\cup C)$의 값은

$n(A\cup B\cup C)$

$=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)$
$-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$

$48=31+20+26-n(A\cap B)-n(B\cap C)$
$-n(C\cap A)+9$

$\therefore n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A)=38$

따라서 세 동아리 중 두 동아리에만 가입한 학생 수는

$n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A)$
$-3\cdot n(A\cap B\cap C)$

$=38-3\cdot 9=11$

31 정답 ⑤

해설 $\sqrt{5}$를 유리수라고 가정하면

$\sqrt{5}=\frac{q}{p}$ (p, q는 $\boxed{\text{서로소}}$인 정수이다.)

$\therefore \sqrt{5}p=q$

양변을 제곱하면 $5p^2=q^2$이고

q^2은 5의 배수이므로 q는 $\boxed{\text{5의 배수}}$이다.

$q=5k$ (k는 정수)라 하면

$5p^2=25k^2$

$\therefore p^2=5k^2$

따라서 p도 $\boxed{\text{5의 배수}}$이므로

이는 p, q가 $\boxed{\text{서로소}}$인 조건에 모순이다.

즉, $\sqrt{5}$는 유리수가 아니다.

(가) 서로소 (나) 5의 배수 (다) 5의 배수

32 정답 ②

해설 $a\neq 0$이라 가정하면 $a\sqrt{10}+b=0$에서 $\sqrt{10}=-\frac{b}{a}$

이때 a, b가 유리수이므로 $-\frac{b}{a}$, 즉 $\sqrt{10}$은

$\boxed{\text{유리수}}$이다.

그런데 이것은 $\sqrt{10}$이 $\boxed{\text{무리수}}$라는 사실에 모순이므로

$\boxed{a=0}$이다.

또한, $a\sqrt{10}+b=0$에 $\boxed{a=0}$을 대입하면

$b=0$이므로 $a\sqrt{10}+b=0$이면 $a=b=0$이다.

$\therefore$ (가) 유리수, (나) 무리수, (다) $a=0$

33 정답 ③

해설 $x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx)$

$=\frac{1}{2}(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx)$

$=\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}\boxed{\geq}0$

$\therefore x^2+y^2+z^2\boxed{\geq}xy+yz+zx$

(단, 등호는 $\boxed{x=y=z}$일 때 성립)