2025학년도 (고1) (1학기)(기말)

(공통수학1) (부등식/킬러대비)

01

[2024년 10월 고1 14번/4점]

x에 대한 연립부등식 $\begin{cases}(x+9)(x-a^2+6a)\le 0\\(x-2a)(x-2a+16)\le 0\end{cases}$을 만족시키는 실수 x가 오직 하나 존재하도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

02

[2024년 10월 고1 18번/4점]

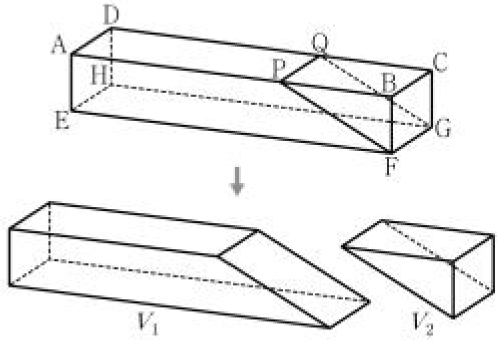
2가 아닌 양수 a에 대하여 직선 $x=a$가 두 함수 $f(x)=x^2-3x+3$, $g(x)=2x^2-4x$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 직선 $x=a$가 x축과 만나는 점을 R라 하자. $\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{QR}}\le 3$을 만족시키는 a의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

03

[2024년 10월 고1 20번/4점]

양수 a에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=3a^2+10a+7$, $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AE}}=a$인 직육면체 ABCD−EFGH가 있다. 선분 AB를 $1:a$로 내분하는 점을 P, 선분 DC를 $1:a$로 내분하는 점을 Q라 하자. 직육면체 ABCD−EFGH에서 단면 PFGQ가 생기도록 삼각기둥 PFB−QGC를 잘라 내었다.
사각기둥 AEFP−DHGQ의 부피를 V_1,
삼각기둥 PFB−QGC의 부피를 V_2라 하자.
$V_1-V_2=4$일 때, 선분 AP의 길이는?



① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

04

[2024년 9월 고1 15번/4점]

x에 대한 삼차방정식 $x^3+5x^2+(a-6)x-a=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

05 [2024년 6월 고1 20번/4점]

x에 대한 삼차방정식
$x^3-(a^2+a-1)x^2-a(a-3)x+4a=0$이 서로 다른 세 실근 α, β, γ $(\alpha<\beta<\gamma)$를 가질 때, $\alpha\gamma=-4$가 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

06 [2024년 6월 고1 21번/4점]

최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $y=x$와 원점이 아닌 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다.
> (나) 함수 $y=g(x)$의 그래프가 직선 $y=x$와 한 점 P에서만 만난다.
> (다) 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 작고, $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{PQ}}$이다.

부등식 $f(x)+g(x)\geq 0$의 해가 모든 실수일 때, 점 P의 x좌표의 최댓값은? (단, O는 원점이다.)

① $1+\sqrt{3}$　② $2+\sqrt{3}$　③ $3+\sqrt{3}$　④ $4+\sqrt{3}$　⑤ $5+\sqrt{3}$

07 [2024년 6월 고1 27번/4점]

x에 대한 연립부등식 $\begin{cases} x^2-11x+24<0 \\ x^2-2kx+k^2-9>0 \end{cases}$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\beta-\alpha=2$를 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합을 구하시오.

08 [2023년 11월 고1 27번/4점]

삼차방정식 $x^3-3x^2+4x-2=0$의 한 허근을 w라 할 때, $\{w(\overline{w}-1)\}^n=256$을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오. (단, $\overline{w}$는 w의 켤레복소수이다.)

09 [2023년 9월 고1 18번/4점]

세 실수 a, b, c에 대하여 삼차다항식 $P(x)=x^3+ax^2+bx+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) x에 대한 삼차방정식 $P(x)=0$은 한 실근과 서로 다른 두 허근을 갖고, 서로 다른 두 허근의 곱은 5이다.
> (나) x에 대한 삼차방정식 $P(3x-1)=0$은 한 근 0과 서로 다른 두 허근을 갖고, 서로 다른 두 허근의 합은 2이다.

$a+b+c$의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

10 [2023년 6월 고1 16번/4점]

x에 대한 삼차방정식 $(x-a)\{x^2+(1-3a)x+4\}=0$이 서로 다른 세 실근 1, α, β를 가질 때, $\alpha\beta$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

11 [2023년 6월 고1 18번/4점]

다음은 자연수 n에 대하여 x에 대한 사차방정식 $4x^4-4(n+2)x^2+(n-2)^2=0$이 서로 다른 네 개의 정수해를 갖도록 하는 20 이하의 모든 n의 값을 구하는 과정이다.

> $P(x)=4x^4-4(n+2)x^2+(n-2)^2$이라 하자.
> $x^2=X$라 하면 주어진 방정식 $P(x)=0$은
> $4X^2-4(n+2)X+(n-2)^2=0$이고
> 근의 공식에 의하여
> $X=\dfrac{n+2\pm\sqrt{\boxed{\text{(가)}}}}{2}$이다.
> 따라서
> $X=\left(\sqrt{\dfrac{n}{2}}+1\right)^2$ 또는 $X=\left(\sqrt{\dfrac{n}{2}}-1\right)^2$에서
> $x=\sqrt{\dfrac{n}{2}}+1$ 또는 $x=-\sqrt{\dfrac{n}{2}}-1$ 또는
> $x=\sqrt{\dfrac{n}{2}}-1$ 또는 $x=-\sqrt{\dfrac{n}{2}}+1$이다.
> 방정식 $P(x)=0$이 정수해를 갖기 위해서는
> $\sqrt{\dfrac{n}{2}}$이 자연수가 되어야 한다.
> 따라서 자연수 n에 대하여 방정식 $P(x)=0$이 서로 다른 네 개의 정수해를 갖도록 하는
> 20 이하의 모든 n의 값은 $\boxed{\text{(나)}}$, $\boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b라 할 때, $f(b-a)$의 값은? (단, $a<b$)

① 48　② 56　③ 64　④ 72　⑤ 80

12 [2023년 6월 고1 27번/4점]

자연수 n에 대하여 x에 대한

연립부등식 $\begin{cases} |x-n| > 2 \\ x^2-14x+40 \le 0 \end{cases}$을 만족시키는

자연수 x의 개수가 2가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오.

2025학년도 (고1) (1학기)(기말)

(공통수학1) (부등식/킬러대비)

01 정답 ⑤

해설 연립이차부등식 이해하기

$\begin{cases}(x+9)(x-a^2+6a)\le 0 & \cdots ㉠\\(x-2a)(x-2a+16)\le 0 & \cdots ㉡\end{cases}$

$(a^2-6a)-(-9)=(a-3)^2$이므로

$a=3$이면 $a^2-6a=-9$이고,

$a\ne 3$이면 $a^2-6a>-9$이다.

(ⅰ) $a=3$일 때

㉠에서 $(x+9)^2\le 0$이므로 $x=-9$

㉡에서 $(x-6)(x+10)\le 0$이므로

$-10\le x\le 6$

따라서 연립부등식을 만족시키는 실수 x의 값은

-9뿐이다.

(ⅱ) $a\ne 3$일 때

㉠에서 $-9\le x\le a^2-6a$

㉡에서 $2a-16\le x\le 2a$이므로

연립부등식을 만족시키는 실수 x가 오직 하나

존재하려면 $2a=-9$이거나

$a^2-6a=2a-16$이어야 한다.

$2a=-9$이면 $a=-\dfrac{9}{2}$,

$a^2-6a=2a-16$이면

$a^2-8a+16=0$, $(a-4)^2=0$

$\therefore a=4$

따라서 연립부등식을 만족시키는 실수 x가 오직 하나

존재하도록 하는 실수 a의 값은 $-\dfrac{9}{2}$, 4이다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 연립부등식을 만족시키는 실수 x가

오직 하나 존재하도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은

$3+\left(-\dfrac{9}{2}\right)+4=\dfrac{5}{2}$

02 정답 ⑤

이차부등식을 활용하여 문제해결하기

세 점 P, Q, R의 좌표는 각각

$\mathrm{P}(a,\ a^2-3a+3)$, $\mathrm{Q}(a,\ 2a^2-4a)$, $\mathrm{R}(a,\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{PR}}=|a^2-3a+3|$, $\overline{\mathrm{QR}}=|2a^2-4a|$

이차방정식 $x^2-3x+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 3=-3<0$

따라서 모든 실수 x에 대하여

$x^2-3x+3>0$

$\therefore \overline{\mathrm{PR}}=|a^2-3a+3|=a^2-3a+3$

$2a^2-4a=2a(a-2)$에서

$0<a<2$이면 $2a^2-4a<0$이므로 $\overline{\mathrm{QR}}=-2a^2+4a$,

$a>2$이면 $2a^2-4a>0$이므로 $\overline{\mathrm{QR}}=2a^2-4a$

(ⅰ) $0<a<2$일 때

$\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{QR}}=(a^2-3a+3)+(-2a^2+4a)\le 3$

$a(a-1)\ge 0$이므로 $a\le 0$ 또는 $a\ge 1$

$\therefore 1\le a<2$

(ⅱ) $a>2$일 때

$\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{QR}}=(a^2-3a+3)+(2a^2-4a)\le 3$

$3a\left(a-\dfrac{7}{3}\right)\le 0$이므로 $0\le a\le \dfrac{7}{3}$

$\therefore 2<a\le \dfrac{7}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $1\le a<2$ 또는 $2<a\le \dfrac{7}{3}$

따라서 실수 a의 최댓값과 최솟값의 합은

$\dfrac{7}{3}+1=\dfrac{10}{3}$

03 정답 ④

해설 삼차방정식을 활용하여 문제해결하기

점 P는 선분 AB를 $1 : a$로 내분하는 점이고

점 Q는 선분 DC를 $1 : a$로 내분하는 점이므로

두 선분 AP, DQ의 길이는

$$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{DQ}}=(3a^2+10a+7)\cdot\frac{1}{1+a}=3a+7$$

점 P에서 선분 EF에 내린 수선의 발을 P′,

점 Q에서 선분 HG에 내린 수선의 발을 Q′이라 하자.

삼각기둥 PFB−QGC의 부피는

삼각기둥 PP′F−QQ′G의 부피와 같으므로

$V_1-V_2=V_1-$(삼각기둥 PP′F−QQ′G의 부피)

$=$(직육면체 APQD−EP′Q′H의 부피)

$=(3a+7)\cdot a\cdot a=3a^3+7a^2$

$V_1-V_2=4$에서 $3a^3+7a^2-4=0$

조립제법을 이용하여 인수분해 하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & 7 & 0 & -4 \\ & & -3 & -4 & 4 \\ \hline & 3 & 4 & -4 & \boxed{0} \end{array}$$

$3a^3+7a^2-4=0$

$(a+1)(3a^2+4a-4)=0$

$(a+1)(a+2)(3a-2)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=-2$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

$a>0$에서 $a=\frac{2}{3}$

따라서 선분 AP의 길이는

$3\cdot\frac{2}{3}+7=9$

04 정답 ②

삼차방정식을 활용하여 문제 해결하기

삼차방정식 $x^3+5x^2+(a-6)x-a=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되기 위해서는 주어진 삼차방정식이 한 개의 중근을 가져야 한다.

$x^3+5x^2+(a-6)x-a=0$

$(x-1)(x^2+6x+a)=0$

(ⅰ) 이차방정식 $x^2+6x+a=0$이 1과 1이 아닌 실근을 갖는 경우

$1^2+6\cdot1+a=0,\ a=-7$

주어진 삼차방정식은 $(x+7)(x-1)^2=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=1$ (중근)

(ⅱ) 이차방정식 $x^2+6x+a=0$이 1이 아닌 중근을 갖는 경우

이차방정식 $x^2+6x+a=0$의 판별식을 D라 할 때

$\frac{D}{4}=3^2-a=0,\ a=9$

주어진 삼차방정식은 $(x+3)^2(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ (중근) 또는 $x=1$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 실수 a의 값은 $-7,\ 9$

따라서 모든 실수 a의 값의 합은 2이다.

05 정답 ①

해설 삼차방정식 이해하기

$x^3-(a^2+a-1)x^2-a(a-3)x+4a=0$에서

$(x+1)\{x^2-a(a+1)x+4a\}=0$이므로

$x=-1$은 주어진 삼차방정식의 한 실근이다.

(ⅰ) $\alpha=-1$인 경우

$-1\cdot\gamma=-4$에서 $\gamma=4$이므로

$-1<\beta<4$

이차방정식 $x^2-a(a+1)x+4a=0$의 두 근이

β, 4이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $4\beta=4a$에서

$\beta=a$

$\gamma=4$를 $x^2-a(a+1)x+4a=0$에 대입하면

$16-4a^2=0$에서

$a=\pm2$

(a) $a=-2$인 경우

$\beta=-2$이므로 $-1<\beta<4$를 만족시키지 않는다.

(b) $a=2$인 경우

$\beta=2$이므로 $-1<\beta<4$를 만족시킨다.

(a), (b)에 의하여 $a=2$이다.

(ⅱ) $\beta=-1$인 경우

α, γ는 이차방정식 $x^2-a(a+1)x+4a=0$의

두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha\gamma=4a=-4$에서

$a=-1$

$a=-1$을 $x^2-a(a+1)x+4a=0$에 대입하면

$x^2=4$, 즉 $x=\pm2$이다.

따라서 $\alpha=-2$, $\gamma=2$이므로 $\alpha<\beta<\gamma$를

만족시킨다.

(ⅲ) $\gamma=-1$인 경우

$\alpha\cdot(-1)=-4$에서 $\alpha=4$이므로 $\alpha<\beta<\gamma$를

만족시키지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 $a=2$ 또는 $a=-1$이므로

모든 a의 값의 합은 1이다.

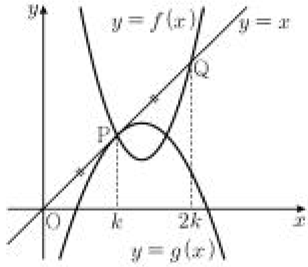
06 정답 ②

해설 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 추론하기

조건 (다)에 의하여 점 P의 x좌표를 k $(k>0)$이라 하면

점 Q의 x좌표는 $2k$이므로 $y=f(x)$, $y=g(x)$,

$y=x$의 위치 관계는 다음 그림과 같다.



조건 (가)에 의하여 이차방정식 $f(x)=x$는 k, $2k$를

두 근으로 가지므로

$f(x)-x=2(x-k)(x-2k)$, 즉

$f(x)=2(x-k)(x-2k)+x$

조건 (나)에 의하여 이차방정식 $g(x)=x$는 k를 중근으로

가지므로

$g(x)-x=-(x-k)^2$, 즉 $g(x)=-(x-k)^2+x$

$\therefore\ f(x)+g(x)$

$=2(x-k)(x-2k)+x-(x-k)^2+x$

$=x^2+2(1-2k)x+3k^2$

이차부등식 $x^2+2(1-2k)x+3k^2\ge0$의 해가 모든

실수이므로 이차방정식 $x^2+2(1-2k)x+3k^2=0$의

판별식 $\dfrac{D}{4}=(1-2k)^2-1\cdot3k^2=k^2-4k+1\le0$

$\therefore\ 2-\sqrt{3}\le k\le2+\sqrt{3}$

따라서 점 P의 x좌표의 최댓값은 $2+\sqrt{3}$이다.

07 정답 11

해설 연립부등식 문제 해결하기

$x^2-11x+24<0$에서 $(x-3)(x-8)<0$이므로

$3<x<8$

또, $x^2-2kx+k^2-9>0$에서

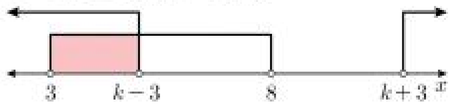
$x^2-2kx+k^2-9=x^2-2kx+(k-3)(k+3)$

$=\{x-(k-3)\}\{x-(k+3)\}>0$

$\therefore$ $x<k-3$ 또는 $x>k+3$

(ⅰ) $3<k-3<8$인 경우

$k>6$이므로 $k+3>9$이다.

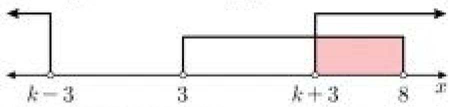


연립부등식의 해가 $3<x<k-3$이므로

$(k-3)-3=2$, $k=8$

(ⅱ) $3<k+3<8$인 경우

$k<5$이므로 $k-3<2$이다.



연립부등식의 해가 $k+3<x<8$이므로

$8-(k+3)=2$, $k=3$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 k의 값의 합은

$8+3=11$

08 정답 16

해설 삼차방정식을 이용하여 추론하기

삼차방정식 $x^3-3x^2+4x-2=0$에서

$(x-1)(x^2-2x+2)=0$

이때 $w\neq 1$이므로 이차방정식 $x^2-2x+2=0$의

두 허근이 w, $\overline{w}$이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$w+\overline{w}=2$, $w\overline{w}=2$에서

$w\overline{w}-w=\overline{w}$

$\therefore$ $\{w(\overline{w}-1)\}^n=(w\overline{w}-w)^n=\overline{w}^n$

이차방정식 $x^2-2x+2=0$의 두 근은

$1+i$, $1-i$

따라서 $w=1+i$, $\overline{w}=1-i$일 때

$\overline{w}^2=-2i$, $\overline{w}^4=-4$에서

$\overline{w}^{16}=256$

마찬가지로 $w=1-i$, $\overline{w}=1+i$일 때도

$\overline{w}^{16}=256$

$\therefore$ $n=16$

09 정답 ①

삼차방정식을 활용하여 문제해결하기

방정식 $P(x)=0$의 한 실근을 α, 서로 다른 두 허근을

β, γ라 하면 방정식 $P(3x-1)=0$의 세 근은

$\frac{\alpha+1}{3}$, $\frac{\beta+1}{3}$, $\frac{\gamma+1}{3}$

조건 (가)에 의하여 $\beta\gamma=5$ $\cdots$ ㉠

조건 (나)에 의하여

$\frac{\alpha+1}{3}=0$이고, $\frac{\beta+1}{3}+\frac{\gamma+1}{3}=2$이므로

$\alpha=-1$, $\beta+\gamma=4$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 α, β, γ를 세 근으로 하고 삼차항의

계수가 1인 삼차방정식은

$(x+1)(x^2-4x+5)=0$

$P(x)=(x+1)(x^2-4x+5)$

$=x^3-3x^2+x+5$

따라서 $a=-3$, $b=1$, $c=5$이므로

$a+b+c=3$

10 정답 ③

해설 삼차방정식 이해하기

(ⅰ) 1이 x에 대한 방정식 $x-a=0$의 근일 경우

$a=1$이므로

주어진 방정식은 $(x-1)(x^2-2x+4)=0$이고

방정식 $x^2-2x+4=0$의 판별식

$D=4-16=-12<0$

따라서 방정식 $(x-1)(x^2-2x+4)=0$은

서로 다른 세 실근을 갖지 않는다.

(ⅱ) 1이 x에 대한 방정식 $x^2+(1-3a)x+4=0$의

근일 경우

$1+(1-3a)+4=0$에서 $a=2$이므로

주어진 방정식은 $(x-2)(x^2-5x+4)=0$

방정식 $x^2-5x+4=0$이 두 실근 1, 4를

가지므로 방정식 $(x-2)(x^2-5x+4)=0$은

서로 다른 세 실근 1, 2, 4를 갖는다.

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의하여

$\alpha=2$, $\beta=4$ (또는 $\alpha=4$, $\beta=2$)이므로

$\alpha\beta=8$

11 정답

⑤

사차방정식 이해하기

$x^2=X$라 하면 주어진 방정식 $P(x)=0$은

$4X^2-4(n+2)X+(n-2)^2=0$이고

근의 공식에 의하여

$$X=\frac{4(n+2)\pm\sqrt{16(n+2)^2-16(n-2)^2}}{8}$$

$$=\frac{n+2\pm\sqrt{\boxed{8n}}}{2}$$

따라서

$X=\left(\sqrt{\frac{n}{2}}+1\right)^2$ 또는 $X=\left(\sqrt{\frac{n}{2}}-1\right)^2$

즉, $x^2=\left(\sqrt{\frac{n}{2}}+1\right)^2$ 또는 $x^2=\left(\sqrt{\frac{n}{2}}-1\right)^2$에서

$x=\sqrt{\frac{n}{2}}+1$ 또는 $x=-\sqrt{\frac{n}{2}}-1$ 또는

$x=\sqrt{\frac{n}{2}}-1$ 또는 $x=-\sqrt{\frac{n}{2}}+1$

방정식 $P(x)=0$이 정수해를 갖기 위해서는

$\sqrt{\frac{n}{2}}$ 이 자연수가 되어야 한다.

자연수 l에 대하여 $n=2l^2$이어야 하므로

20 이하의 자연수 n의 값은 2, 8, 18

(ⅰ) $n=2$인 경우

$x=-2$ 또는 $x=0$ 또는 $x=2$이므로

서로 다른 세 개의 정수해를 가진다.

(ⅱ) $n=8$인 경우

$x=-3$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는

$x=3$이므로 서로 다른 네 개의 정수해를 가진다.

(ⅲ) $n=18$인 경우

$x=-4$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=2$ 또는

$x=4$이므로 서로 다른 네 개의 정수해를 가진다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 방정식 $P(x)=0$이 서로 다른 네 개의 정수해를 갖도록 하는 20 이하의 모든 n의 값은

$\boxed{8}$, $\boxed{18}$이다.

따라서 $f(n)=8n$, $a=8$, $b=18$이므로

$f(b-a)=f(10)=80$

12 정답

21

절댓값을 포함한 일차부등식과 이차부등식을 이용하여 연립부등식 이해하기

x에 대한 연립부등식 $\begin{cases}|x-n|>2 & \cdots ㉠\\ x^2-14x+40\le 0 & \cdots ㉡\end{cases}$

에서 부등식 ㉠의 해는 $x<n-2$ 또는 $x>n+2$

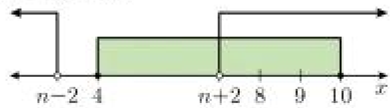
이차부등식 ㉡의 해는

$x^2-14x+40=(x-4)(x-10)\le 0$에서

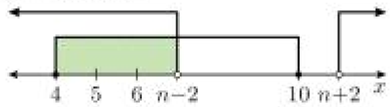
$4\le x\le 10$

(ⅰ) $n\le 5$ 또는 $n\ge 9$인 경우

(a) $n\le 5$인 경우

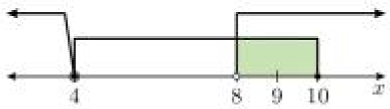


(b) $n\ge 9$인 경우



두 부등식 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 자연수 x의 개수는 3 이상이다.

(ⅱ) $n=6$인 경우

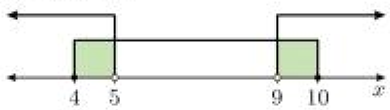


부등식 ㉠은 $|x-6|>2$이므로

해는 $x<4$ 또는 $x>8$

두 부등식 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 자연수는 9, 10이다.

(ⅲ) $n=7$인 경우

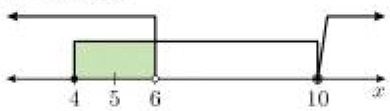


부등식 ㉠은 $|x-7|>2$이므로

해는 $x<5$ 또는 $x>9$

두 부등식 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 자연수는 4, 10이다.

(ⅳ) $n=8$인 경우



부등식 ㉠은 $|x-8|>2$이므로

해는 $x<6$ 또는 $x>10$

두 부등식 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 자연수는 4, 5이다.

(ⅰ)~(ⅳ)에 의하여 자연수 n의 값은 6, 7, 8이므로

모든 자연수 n의 값의 합은 21이다.