개념원리(2025) - 공통수학2 (함수의 개념) 209~223p

함수의 개념과 그래프

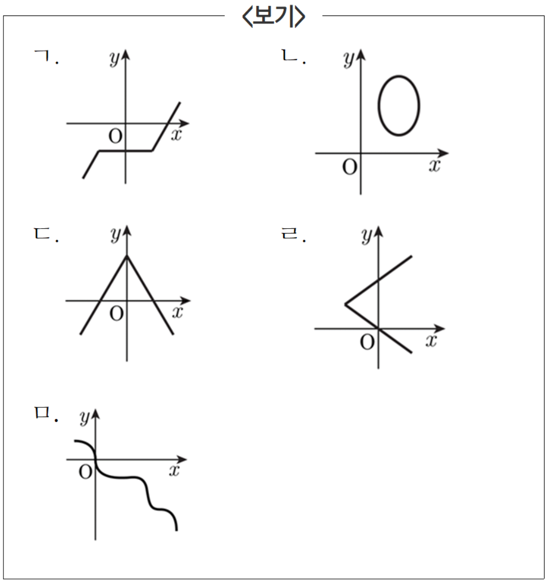
실시일자	-
45문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 다음 보기 중 함수의 그래프인 것만을 있는 대로 고른 것은?

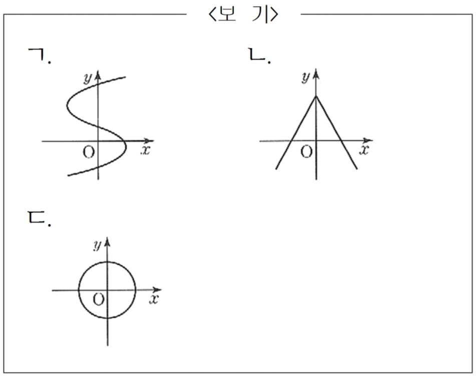
<보기>



① ㄱ, ㄴ, ㄷ ② ㄱ, ㄷ, ㅁ ③ ㄱ, ㄷ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ, ㅁ ⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

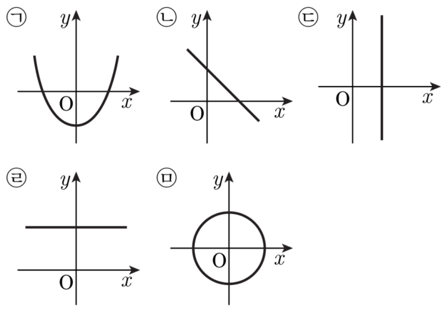
02 다음 중 함수의 그래프가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

<보 기>



① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

03 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?



① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

04 자연수 전체의 집합 N에서 N으로의 함수 f에 대하여 $f(x)=(x$의 양의 약수의 개수$)$로 정의할 때, $f(8)+f(18)$의 값을 구하시오.

05 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y=\{y\,|\,y$는 정수$\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 f가 $f(n)=(n^3$을 7로 나눈 나머지)로 정의할 때, 치역의 모든 원소의 합을 구하시오.

06 함수 $f(x)=7x-4$의 정의역이 $\{-1, 0, 1, 2\}$일 때, 함수 f의 치역의 모든 원소의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

07 집합 $X=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$에서 정의된 함수 $f(x)=|x|+1$의 치역을 구하면?

① $\{1\}$ ② $\{1, 2\}$
③ $\{2, 3\}$ ④ $\{1, 2, 3\}$
⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

08 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y=\{0, 1, 2, 3, 4\}$에 대하여 함수 $f: X \Rightarrow Y$, $f(x)=|x-2|$으로 주어질 때, 다음 중 $\{f(x)\,|\,x\in X\}$의 원소가 아닌 것은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

09 다음 보기 중 서로 같은 함수끼리 짝지어진 것을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $f(x)=x-2,\ g(x)=\dfrac{x^2-4}{x+2}$

ㄴ. $f(x)=|x|,\ g(x)=\sqrt{x^2}$

ㄷ. 정의역이 $X=\{-1,\ 1,\ 2\}$일 때
$f(x)=x^3,\ g(x)=2x^2+x-2$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

10 정의역이 $\{-1,\ 0,\ 1\}$일 때, 다음 보기 중 서로 같은 함수를 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $f(x)=\sqrt{x^2}$

ㄴ. $g(x)=|x|$

ㄷ. $h(x)=x^2$

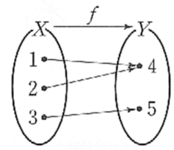
ㄹ. $k(x)=x^4+x^3+x^2$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

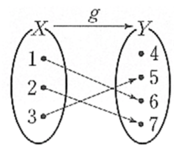
11 다음 보기 중 X에서 Y로의 일대일함수인 것을 모두 고른 것은?

〈보 기〉

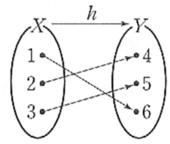
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.



① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

12 자연수 전체의 집합에서 정의되는 두 함수 f, g에 대하여 함수 f는 항등함수, 함수 g는 상수함수이다.
$f(3)=g(3)=3$일 때, $f(7)+g(7)$의 값을 구하시오.

13 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g에 대하여 f는 항등함수이고, g는 상수함수이다. $g(1)=1$일 때, $\dfrac{f(3)}{g(2)}$의 값을 구하시오.

14 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 1\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 f가 다음과 같을 때, 항등함수가 아닌 것은?

① $f(x)=2|x|$
② $f(x)=x^3$
③ $f(x)=x^5$
④ $f(x)=x$
⑤ $f(x)=x|x|$

15 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 1\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 f가 다음과 같을 때, 항등함수가 <u>아닌</u> 것은?

① $f(x)=x$
② $f(x)=x^3$
③ $f(x)=-|x|$
④ $f(x)=x^5$
⑤ $f(x)=x|x|$

16 집합 $\mathrm{A}=\{0,\ 1,\ 2\}$에 대하여 A에서 A에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

① 3
② 6
③ 9
④ 12
⑤ 15

17 두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 f 중 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$인 함수의 개수는?

① 15
② 60
③ 240
④ 960
⑤ 3840

18 두 집합 $X=\{-1, 1, 2\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 다음 보기 중 X에서 Y로의 함수인 것을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $f: x \to x$
ㄴ. $g: x \to x+2$
ㄷ. $h: x \to |x|$
ㄹ. $k: x \to x^2-1$

① ㄴ, ㄷ
② ㄱ, ㄴ, ㄷ
③ ㄴ, ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

19 두 집합 $X=\{-1, 0, 1\}$, $Y=\{-1, 0, 1\}$에 대하여 다음 보기 중 X에서 Y로의 함수인 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x)=x$

ㄴ. $g(x)=x^2$

ㄷ. $h(x)=\begin{cases} x+1 & (x \neq 0) \\ x-1 & (x=0) \end{cases}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20 0 이상의 정수 전체의 집합에서 정의된 함수 f가

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (0 \le x \le 4) \\ f(x-4) & (x>4) \end{cases}$$

일 때, $f(2)+f(15)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

21 정의역이 $\{x \mid x$는 0보다 크고 6보다 작은 자연수$\}$인 함수 $f(x)$에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}x+3 & (x\text{는 짝수}) \\ 6-x & (x\text{는 홀수}) \end{cases}$$

일 때, 함수 $f(x)$의 치역의 원소의 개수를 구하시오.

22 함수 $y=-\frac{12}{x}+5$의 치역이 $\{-1, 1, 3, 17\}$일 때, 다음 중 정의역의 원소가 아닌 것은?

① -1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 6

23 정수의 집합 Z 에서 Z 로의 함수 f가 $f(1)=-2$, $f(a+b)=f(a)+f(b)$ 을 만족시킬 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0)=0$
② $f(-x)=-f(x)$
③ $f(2x)=2f(x)$
④ $x_1<x_2$이면 $f(x_1)<f(x_2)$
⑤ $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

24 집합 $X=\{-2, 3\}$을 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=ax+b$, $g(x)=x^2+a$에 대하여 $f=g$일 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

25 집합 $X=\{1,\ 2\}$를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=x^2-4x+6,\ g(x)=ax+b$에 대하여 $f=g$일 때, 상수 $a,\ b$의 곱 ab의 값을 구하시오.

26 집합 $X=\{a,\ 2\}$를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=x-1,\ g(x)=x^2+b$에 대하여 $f=g$일 때, $g(a)$의 값은? (단, $a\neq 2$)

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

27 집합 $X=\{2,\ 3\}$을 정의역으로 하는 두 함수 $f,\ g$가 $f(x)=3x^2+5ax+3b,\ g(x)=2ax-b$이고 두 함수가 서로 같을 때, 함수 g의 치역의 모든 원소의 합을 k라 하자. $-k$의 값을 구하시오. (단, $a,\ b$는 상수)

28 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x)=\frac{2}{5}f(x)+\frac{3}{5}g(x)$$

다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y=h(x)$의 그래프는 그 교점을 지난다.
ㄴ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 모두 원점에 대하여 대칭이면 $y=h(x)$의 그래프도 원점에 대하여 대칭이다.
ㄷ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 모두 일대일대응이라면 $y=h(x)$도 일대일대응이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29 두 집합 $X=\{x\,|\,x\geq 1\},\ Y=\{y\,|\,y\geq 2\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 $f(x)=x^2-2x-a$가 일대일대응일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

30 집합 $X=\{x|-3\le x\le 2\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 $f(x)=ax+b$의 공역과 치역이 서로 같을 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오. (단, $ab\neq 0$이다.)

31 집합 X에서 X로의 함수 $f(x)=x^2$이 항등함수가 되도록 하는 집합 X의 개수를 구하시오. (단, $X\neq\varnothing$)

32 집합 $X=\{1, 3, 5, 8\}$에 대하여 X에서 X로의 세 함수 f, g, h는 각각 일대일대응, 항등함수, 상수함수이고 $f(3)=g(5)+h(5)$, $f(8)=f(5)+4$일 때, $f(1)+g(1)+h(1)$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

33 집합 X에서 X로의 함수 $f(x)=x^2-3x$가 항등함수가 되도록 하는 집합 X의 개수를 구하시오. (단, $X\neq\varnothing$)

34 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $Y=\{a, b\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 중 공역과 치역이 같은 함수의 개수를 구하시오.

35 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 X에서 X로의 함수의 개수를 p, X에서 X로의 일대일대응의 개수를 q라 할 때, $p-q$의 값을 구하시오.

36 두 집합 $X=\{x|-1 \le x \le 1\}$, $Y=\{y|0 \le y \le 2\}$에 대하여 다음 중 X에서 Y로의 함수인 것은?

① $f(x)=-x-1$　② $f(x)=-2x+1$
③ $f(x)=x+1$　④ $f(x)=2x-1$
⑤ $f(x)=2x+2$

37 자연수 전체의 집합 N에 대하여 함수 $f: N \to N$을
$f(x)=(4^x$의 일의 자리의 숫자$)$로 정의할 때, 함수 f의 치역의 모든 원소의 합을 구하시오.

38 함수 $f(x)=x^3-ax$의 정의역이 $X=\{-1, 0, 2\}$일 때, 함수 f의 치역의 모든 원소의 합이 10이다. 상수 a의 값을 구하시오.

39 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases}(a+4)x+1 & (x<0)\\(1-a)x+1 & (x \ge 0)\end{cases}$$

이 일대일대응이 되도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

40 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f가
$f(x)=\begin{cases}x+2 & (x \ge 1)\\ax-b & (x<1)\end{cases}$이다.
함수 f가 일대일대응일 때, 상수 b의 값의 범위는?

① $b>-3$　② $b>-2$　③ $b>1$
④ $b>2$　⑤ $b>3$

41 [2019년 11월 고1 11번/3점]
집합 $X=\{-3, 1\}$에 대하여 X에서 X로의 함수

$$f(x)=\begin{cases}2x+a & (x<0)\\x^2-2x+b & (x \ge 0)\end{cases}$$

이 항등함수일 때, $a \times b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 4　② 6　③ 8
④ 10　⑤ 12

42 집합 $X=\{1,\ 5,\ 9\}$에서 $Y=\{2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$로의 함수 f 에 대하여 $f(1)<f(5)<f(9)$를 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오.

43 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 중 치역의 원소가 2 개인 함수의 개수를 구하시오.

44 [2018년 11월 고1 28번/4점]
집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$에 대하여 함수 $f:X\to X$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 7이다.
> (나) $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)+f(7)+f(8)=42$
> (다) 함수 f의 치역의 원소 중 최댓값과 최솟값의 차는 6이다.

집합 X의 어떤 두 원소 $a,\ b$에 대하여 $f(a)=f(b)=n$을 만족하는 자연수 n의 값을 구하시오. (단, $a\neq b$)

45 정의역이 집합 $X=\{x\,|\,x\geq k\}$인 함수 $f(x)=x^2+4x-4$가 일대일함수가 되도록 하는 k의 최솟값을 a, 함수 $f(x)$가 X에서 X로의 일대일대응이 되도록 하는 k의 값을 b라 할 때, $b-a$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

개념원리(2025) - 공통수학2 (함수의 개념) 209~223p

함수의 개념과 그래프

실시일자	-
45문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ②	02 ②	03 ③
04 10	05 7	06 ①
07 ④	08 ⑤	09 ⑤
10 ④	11 ⑤	12 10
13 3	14 ①	15 ③
16 ①	17 ②	18 ①
19 ③	20 ④	21 4
22 ④	23 ④	24 ⑤
25 -4	26 ①	27 59
28 ②	29 3	30 1
31 3	32 ③	33 3
34 126	35 232	36 ③
37 10	38 -3	39 ④
40 ①	41 ②	42 10
43 18	44 7	45 ⑤

개념원리(2025) - 공통수학2 (함수의 개념) 209~223p

함수의 개념과 그래프

실시일자	-
45문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ②

해설 함수의 그래프는 정의역의 각 원소 a에 대하여
직선 $x=a$와 오직 한 점에서 만난다.
따라서 함수의 그래프는 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

02 정답 ②

해설 함수의 그래프를 찾는 요령은, x축에 수직인 직선
$x=a$를 그었을 때, 주어진 그래프와 반드시 그리고
오직 한 점에서 만나는 것을 찾는다.
ㄱ. $x=a$와 주어진 그래프가 두 점 이상에서
만나므로 함수의 그래프가 아니다.
ㄴ. $x=a$와 주어진 그래프가 반드시 그리고 오직
한 점에서 만나므로 함수의 그래프이다.
ㄷ. $x=a$와 주어진 그래프가 두 점 이상에서
만나는 경우가 있으므로 함수의 그래프가 아니다.

03 정답 ③

해설 주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합 X의 각
원소 x의 함수값 $f(x)$가 하나로 결정되어야 한다.
그러나 ㉢, ㉤은 x의 함수값 $f(x)$가 두개 이상인
점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

04 정답 10

해설 8 의 양의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로 $f(8)=4$
18 의 양의 약수는 1, 3, 6, 9, 18 이므로
$f(18)=6$
$\therefore\ f(8)+f(18)=4+6=10$

05 정답 7

해설 $1^3=1$
즉, 나머지 : 1
$2^3=7\times1+1$
즉, 나머지 : 1
$3^3=27=7\times3+6$
즉, 나머지 : 6
$4^3=64=7\times9+1$
즉, 나머지 : 1
$5^3=125=7\times17+6$
즉, 나머지 : 6
따라서 치역은 $\{1, 6\}$
∴ 치역의 모든 원소의 합은 7이다.

06 정답 ①

해설 $f(-1)=7\cdot(-1)-4=-11$
$f(0)=7\cdot0-4=-4$
$f(1)=7\cdot1-4=3$
$f(2)=7\cdot2-4=10$
즉, 함수 f의 치역은 $\{-11, -4, 3, 10\}$이다.
따라서 함수 f의 치역의 모든 원소의 합은
$-11+(-4)+3+10=-2$

07 정답 ④

해설 $x=-2,\ 2$일 때 $f(x)=3$
$x=-1,\ 1$일 때 $f(x)=2$
$x=0$일 때 $f(x)=1$
따라서 f의 치역은 $\{1, 2, 3\}$

08 정답 ⑤

해설 정의역을 X로 하는 $f(x)$의 치역은 $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$

09 정답 ⑤

해설 ㄱ. 함수 $g(x)$는 $x=-2$를 정의역으로 갖지 않으므로 두 함수는 다른 함수이다.
ㄴ, ㄷ. 주어진 모든 정의역에서 같은 함수이다.
따라서 서로 같은 함수끼리 짝지어진 것은 ㄴ, ㄷ이다.

10 정답 ④

해설 ㄱ. $f(-1)=\sqrt{(-1)^2}=1$,
$f(0)=\sqrt{0^2}=0$,
$f(1)=\sqrt{1^2}=1$
ㄴ. $g(-1)=|-1|=1$,
$g(0)=|0|=0$,
$g(1)=|1|=1$
ㄷ. $h(-1)=(-1)^2=1$,
$h(0)=0^2=0$,
$h(1)=1^2=1$
ㄹ. $k(-1)=(-1)^4+(-1)^3+(-1)^2=1$,
$k(0)=0^4+0^3+0^2=0$,
$k(1)=1^4+1^3+1^2=3$
따라서 서로 같은 함수는 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

11 정답 ⑤

해설 ㄱ. $1\neq2$인데 $f(1)=f(2)=4$이므로 f는 일대일함수가 아니다.
ㄴ, ㄷ. '$x_1\neq x_2$이면 $f(x_1)\neq f(x_2)$'를 만족하므로 일대일함수이다.

12 정답 10

해설 함수 f는 항등함수이므로 $f(x)=x$
$\therefore f(7)=7$
함수 g는 상수함수이므로 $g(3)=3$에서
$\therefore g(7)=3$
$\therefore f(7)+g(7)=10$

13 정답 3

해설 함수 f가 항등함수이므로 $f(x)=x$
$\therefore f(3)=3$
함수 g가 상수함수이고 $g(1)=1$이므로 $g(x)=1$
$\therefore g(2)=1$
$\therefore \dfrac{f(3)}{g(2)}=\dfrac{3}{1}=3$

14 정답 ①

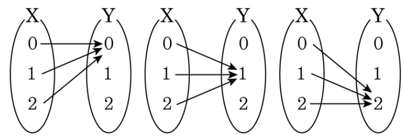
해설 함수 f가 항등함수이려면
$f(-1)=-1,\ f(0)=0,\ f(1)=1$이어야 한다.
① $f(-1)=2,\ f(0)=0,\ f(1)=2$이므로
항등함수가 아니다.
②, ③, ④, ⑤
$f(-1)=-1,\ f(0)=0,\ f(1)=1$이므로
항등함수이다.

15 정답 ③

해설 함수 f가 항등함수이려면
$f(-1)=-1,\ f(0)=0,\ f(1)=1$이어야 한다.
①, ②, ④, ⑤ $f(-1)=-1,\ f(0)=0,\ f(1)=1$
이므로 항등함수이다.
③ $f(-1)=-1,\ f(0)=0,\ f(1)=-1$ 이므로
항등함수가 아니다.
따라서 항등함수가 아닌 것은 ③이다.

16 정답 ①

해설 상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

17 정답 ②

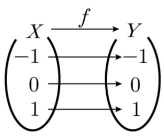
해설 $x_1\neq x_2$이면 $f(x_1)\neq f(x_2)$인 함수는
일대일함수이므로
$X=\{1, 2, 3\},\ Y=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여
일대일함수의 개수는
$5\cdot4\cdot3=60$

18 정답 ①

해설 ㄱ. $f(x)=x$에서 $f(-1)=-1$이고 $-1\notin Y$이므로
X에서 Y로의 함수가 아니다.
ㄴ. $g(x)=x+2$에서 $g(-1)=1\in Y$, $g(1)=3\in Y$,
$g(2)=4\in Y$이므로 X에서 Y로의 함수이다.
ㄷ. $h(x)=|x|$에서 $h(-1)=1\in Y$, $h(1)=1\in Y$,
$h(2)=2\in Y$이므로 X에서 Y로의 함수이다.
ㄹ. $k(x)=x^2-1$에서 $k(-1)=0\notin Y$, $k(1)=0\notin Y$,
$k(2)=3\in Y$이므로 X에서 Y로의 함수가 아니다.
따라서 X에서 Y로의 함수인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

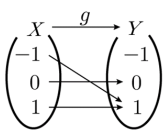
19 정답 ③

해설 각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.
ㄱ.



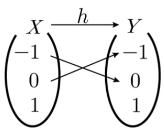
(참)

ㄴ.



(참)

ㄷ.



(거짓)

따라서 X에서 Y로의 함수인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

20 정답 ④

해설 $f(2)=2+2=4$
$f(15)=f(11)=f(7)=f(3)=5$
$\therefore f(2)+f(15)=4+5=9$

21 정답 4

해설 정의역이 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$이므로
$f(1)=6-1=5$, $f(2)=\frac{1}{2}\cdot 2+3=4$,
$f(3)=6-3=3$, $f(4)=\frac{1}{2}\cdot 4+3=5$,
$f(5)=6-5=1$
따라서 치역이 $\{1, 3, 4, 5\}$이므로 원소의 개수는 4이다.

22 정답 ④

해설 치역이 $\{-1, 1, 3, 17\}$이므로
(ⅰ) $y=-1$일 때, $-1=-\frac{12}{x}+5$
$-6=-\frac{12}{x}$ $\quad\therefore x=2$
(ⅱ) $y=1$일 때, $1=-\frac{12}{x}+5$
$-4=-\frac{12}{x}$ $\quad\therefore x=3$
(ⅲ) $y=3$일 때, $3=-\frac{12}{x}+5$
$-2=-\frac{12}{x}$ $\quad\therefore x=6$
(ⅳ) $y=17$일 때, $17=-\frac{12}{x}+5$
$12=-\frac{12}{x}$ $\quad\therefore x=-1$
(ⅰ)~(ⅳ)에 의하여 정의역은 $\{-1, 2, 3, 6\}$이다.

23 정답 ④

해설 ① $f(1)=f(1+0)=f(1)+f(0)$ 이므로 $f(0)=0$

② $f(0)=f(x-x)=f(x)+f(-x)=0$
$\therefore f(-x)=-f(x)$
③ $f(2x)=f(x)+f(x)=2f(x)$
④, ⑤ $f(a+b)=f(a)+f(b)$ 이므로
$f(2)=f(1)+f(1)=(-2)+(-2)=(-2)\times 2$
$f(3)=f(2)+f(1)=f(1)+f(1)+f(1)=(-2)\times 3$
$\cdots\cdots$
$f(x)=f(1)+f(1)+\cdots+f(1)=-2x$
따라서 $x_1<x_2$ 이면 $f(x_1)>f(x_2)$

24 정답 ⑤

해설 두 함수 f, g가 서로 같으므로
정의역의 모든 원소 x에 대하여 $f(x)=g(x)$이다.
즉, $f(-2)=g(-2)$, $f(3)=g(3)$
$f(-2)=-2a+b$, $g(-2)=4+a$에서
$-2a+b=4+a$
$\therefore -3a+b=4$ $\quad\cdots$ ㉠
$f(3)=3a+b$, $g(3)=9+a$에서
$3a+b=9+a$
$\therefore 2a+b=9$ $\quad\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=1$, $b=7$
$\therefore ab=1\cdot 7=7$

25 정답 -4

해설 $f(1)=g(1)$에서
$1-4+6=a+b$
$\therefore a+b=3$ $\cdots$ ㉠
$f(2)=g(2)$에서
$4-8+6=2a+b$
$\therefore 2a+b=2$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-1, b=4$
$\therefore ab=-4$

26 정답 ①

해설 두 함수 f, g가 서로 같으므로
$f(2)=g(2)$에서 $2-1=2^2+b$
$\therefore b=-3$
$f(a)=g(a)$에서 $a-1=a^2-3$
$a^2-a-2=0$
$(a+1)(a-2)=0$
$\therefore a=-1$ ($\because a\neq 2$)
따라서 $g(a)=g(-1)=(-1)^2-3=-2$

27 정답 59

해설 $f(2)=g(2)$에서
$12+10a+3b=4a-b$
$\therefore 3a+2b=-6$ $\cdots$ ㉠
$f(3)=g(3)$에서
$27+15a+3b=6a-b$
$9a+4b=-27$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-5, b=\dfrac{9}{2}$
$\therefore f(x)=3x^2-25x+\dfrac{27}{2}, g(x)=-10x-\dfrac{9}{2}$
이때 $g(2)=-\dfrac{49}{2}, g(3)=-\dfrac{69}{2}$ 이므로
함수 g의 치역은 $\left\{-\dfrac{69}{2}, -\dfrac{49}{2}\right\}$이고
치역의 모든 원소의 합은 $k=-59$이다.
$\therefore -k=59$

28 정답 ②

해설 ㄱ. $y=f(x)$, $y=g(x)$가 어떤 점에서 만난다고 하므로 그 점의 좌표를 (α, β)라 하면 $f(\alpha)=\beta$, $g(\alpha)=\beta$
이때 $h(x)=\dfrac{2}{5}f(x)+\dfrac{3}{5}g(x)$이므로
$h(\alpha)=\dfrac{2}{5}f(\alpha)+\dfrac{3}{5}g(\alpha)=\dfrac{2}{5}\beta+\dfrac{3}{5}\beta=\beta$
즉, $y=h(x)$도 (α, β)를 지난다. (참)
ㄴ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 모두 원점에 대하여 대칭이면 모든 실수 x에 대하여
$f(-x)=-f(x)$, $g(-x)=-g(x)$
이때 $h(-x)=\dfrac{2}{5}f(-x)+\dfrac{3}{5}g(-x)$
$=-\left(\dfrac{2}{5}f(x)+\dfrac{3}{5}g(x)\right)$
$=-h(x)$
즉, $h(-x)=-h(x)$이므로 $h(x)$의 그래프도 원점에 대하여 대칭이다. (참)
ㄷ. [반례] $f(x)=x$, $g(x)=-\dfrac{2}{3}x$라 하면
$f(x)$, $g(x)$ 모두 일대일대응이지만
$h(x)=\dfrac{2}{5}f(x)+\dfrac{3}{5}g(x)=\dfrac{2}{5}x-\dfrac{2}{5}x=0$
이므로 $h(x)$는 일대일대응이 아니다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

29 정답 3

해설 $f(x)=x^2-2x-a=(x-1)^2-1-a$이므로
$x\geq 1$일 때 x의 값이 증가하면 $f(x)$의 값도 증가한다.
따라서 함수 f가 일대일대응이 되려면 $f(1)=2$이어야 하므로 $1-2-a=2$
$\therefore a=-3$
즉, $f(x)=x^2-2x+3$이므로 $f(2)=3$

30 정답 1

해설 (ⅰ) $a>0$일 때
$f(x)=ax+b$의 공역과 치역이 서로 같으므로
$f(-3)=-3, f(2)=2$
$-3a+b=-3, 2a+b=2$
$\therefore a=1, b=0$
이때 $ab=0$이므로 조건을 만족시키지 않는다.
(ⅱ) $a<0$일 때
$f(x)=ax+b$의 공역과 치역이 서로 같으므로
$f(-3)=2, f(2)=-3$
$-3a+b=2, 2a+b=-3$
$\therefore a=-1, b=-1$
따라서 $ab=1$

31 **정답** 3

해설 함수 f가 항등함수이므로 $x^2=x$
$x^2-x=0$, $x(x-1)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=1$
따라서 집합 X는 $\{0, 1\}$의 부분집합 중 공집합을 제외한 집합이므로 $\{0\}$, $\{1\}$, $\{0, 1\}$의 3개이다.

32 **정답** ③

해설 $f(3)=g(5)+h(5)$에서 함수 g가 항등함수이므로
$f(3)=5+h(5)$
$X=\{1, 3, 5, 8\}$에서 $f(3)$의 값이 될 수 있는 것은 8이므로 $f(3)=8$, $h(5)=3$
이때 함수 h는 상수함수이므로 $h(1)=3$
또, $f(8)=f(5)+4$에서 $f(8)>4$이고,
함수 f는 일대일대응이므로 $f(5)=1$, $f(8)=5$
따라서 $f(1)=3$이므로
$f(1)+g(1)+h(1)=3+1+3=7$

33 **정답** 3

해설 함수 f가 항등함수이므로 $x^2-3x=x$
$x^2-4x=0$, $x(x-4)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=4$
따라서 집합 X는 $\{0, 4\}$의 부분집합 중 공집합을 제외한 집합이므로 $\{0\}$, $\{4\}$, $\{0, 4\}$의 3개이다.

34 **정답** 126

해설 구하는 함수의 개수는 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수에서 상수함수의 개수를 뺀 것과 같으므로
$2^7-2=126$

35 **정답** 232

해설 X에서 X로의 함수의 개수는 $4^4=256$
X에서 X로의 일대일대응의 개수는 $4\cdot3\cdot2\cdot1=24$
따라서 $p=256$, $q=24$
$\therefore p-q=256-24=232$

36 **정답** ③

해설 ① $-1\le x\le 1$에서 $-1\le -x\le 1$
$-2\le -x-1\le 0$
$\therefore -2\le f(x)\le 0$
② $-1\le x\le 1$에서 $-2\le -2x\le 2$
$-1\le -2x+1\le 3$
$\therefore -1\le f(x)\le 3$
③ $-1\le x\le 1$에서 $0\le x+1\le 2$
$\therefore 0\le f(x)\le 2$
④ $-1\le x\le 1$에서 $-2\le 2x\le 2$
$-3\le 2x-1\le 1$
$\therefore -3\le f(x)\le 1$
⑤ $-1\le x\le 1$에서 $-2\le 2x\le 2$
$0\le 2x+2\le 4$
$\therefore 0\le f(x)\le 4$
따라서 X에서 Y로의 함수인 것은 ③이다.

37 **정답** 10

해설 $4^1=4$, $4^2=16$, $4^3=64$, $4^4=256$, $\cdots$이므로
4^x의 일의 자리 숫자는 4, 6이 차례대로 반복된다.
따라서 함수 f의 치역은 $\{4, 6\}$이므로 치역의 모든 원소의 합은 $4+6=10$

38 **정답** -3

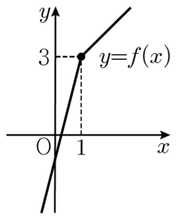
해설 $f(-1)=(-1)^3-a\cdot(-1)=-1+a$, $f(0)=0$,
$f(2)=2^3-2a=8-2a$
이때 함수 f의 치역은 $\{-1+a, 0, 8-2a\}$이고,
모든 원소의 합이 10이므로
$(-1+a)+(8-2a)=10$
$-a+7=10$ $\qquad\therefore a=-3$

39 **정답** ④

해설 주어진 함수 $f(x)$가 일대일대응이 되려면 x의 값이 증가할 때 $f(x)$의 값이 증가하거나 감소해야 하므로
$(a+4)(1-a)>0$이어야 한다.
즉, $(a+4)(a-1)<0$에서
$-4<a<1$
따라서 조건을 만족시키는 정수 a는 -3, -2, -1, 0의 4개다.

40 정답 ①

해설 함수 f가 일대일대응이려면 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



즉, 직선 $y=ax-b$가 점$(1, 3)$을 지나야 하므로
$a-b=3 \quad \cdots$ ㉠
또, $x \geq 1$에서 직선의 기울기가 양수이므로
$x<1$에서 직선의 기울기도 양수이어야 한다.
즉, $a>0$이어야 하므로 ㉠에서 $a=b+3>0$
$\therefore b>-3$

41 정답 ②

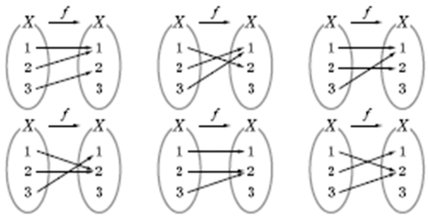
해설 함수의 성질을 이용하여 추론하기
함수 $f(x)$가 항등함수이므로
집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f(x)=x$이다.
$x=-3$일 때, $2\times(-3)+a=-3$에서 $a=3$
$x=1$일 때, $1^2-2\times1+b=1$에서 $b=2$
따라서 $a\times b=6$

42 정답 10

해설 집합 Y의 5개의 원소 중에서 3개를 택하여 작은 수부터 차례대로 집합 X의 원소 1,5, 9에 대응시키면 된다.
따라서 함수 f의 개수는 ${}_5\mathrm{C}_3={}_5\mathrm{C}_2=10$

43 정답 18

해설 공역이 $\{1, 2, 3\}$ 이므로 치역의 원소의 개수가 2 개인 경우의
치역은 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 이다.
치역이 $\{1, 2\}$ 인 함수는 다음과 같이 6 개다.



치역이 $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 일 때의 함수의 개수도 각각 6 이므로 치역의 원소의 개수가 2 개인 함수의 개수는 $6\times3=18$

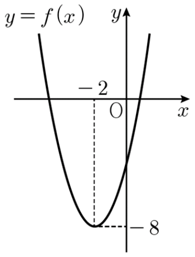
44 정답 7

해설 함수의 성질을 이용하여 추론하기
조건 (가)에서 함수 f의 치역의 원소의 개수가 7이므로
집합 X의 서로 다른 두 원소 a, b에 대하여
$f(a)=f(b)=n$을 만족하는 집합 X의 원소 n은
한 개 있다. 이때 집합 X의 원소 중
함숫값으로 사용되지 않은 원소를 m이라 하자.
$1+2+3+4+5+6+7+8=36$이므로
조건 (나)에서
$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)+f(7)$
$+f(8)=36+n-m=42$
$\therefore n-m=6$
집합 X의 원소 n, m에 대하여 $n-m=6$인 경우는 다음 두 가지이다.
(ⅰ) $n=8$, $m=2$일 때
함수 f의 치역은 $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$이므로
조건 (다)를 만족시키지 않는다.
(ⅱ) $n=7$, $m=1$일 때
함수 f의 치역은 $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$이므로
조건 (다)를 만족시킨다.
따라서 $n=7$

45 **정답** ⑤

해설 $f(x)=x^2+4x-4=(x+2)^2-8$

함수 $f(x)$의 그래프는 아래 그림과 같다.



함수 $f(x)$의 최솟값이 -8이므로 치역은 항상

$Y=\{y|y\geq -8\}$의 부분집합이다.

함수 f가 일대일함수이려면

이차함수 그래프의 축 $x=-2$를 기준으로 하여

어느 한쪽의 전체 또는 일부분이어야 한다.

즉, $k\geq -2$이므로 k의 최솟값은 $a=-2$

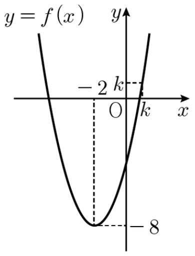
$f(x)=x^2+4x-4=(x+2)^2-8$

이 일대일함수가 되기 위한 k의 범위는

$k\geq -2$ $\cdots$ ㉠

또한, 일대일대응이 되기 위해 함수 f의 치역이

공역 $\{x|x\geq k\}$와 같으려면 $f(k)=k$이어야 한다.



$k^2+4k-4=k$, $k^2+3k-4=0$

$(k-1)(k+4)=0$

$\therefore\ k=-4$ 또는 $k=1$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 구하는 k의 값은 $b=1$

따라서 $a=-2$, $b=1$이므로 $b-a=1-(-2)=3$