

실시일자	-	숙제	이름
30문제 / DRE수학			

개념+유형 개념편 - 수학 II (2025) 32~34p\_과제

함수의 극한값의 계산

01

두 함수  $f(x), g(x)$ 에서

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{3}, \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} 6f(x)g(x)$ 의 값을 구하시오.

02

함수  $f(x)$ 에서  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 7$ 일 때,  $\lim_{x \rightarrow 0} \{-4f(x)\}$ 의 값을 구하시오.

03

두 함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \alpha,$

$\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \beta$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 3} \{f(x) + g(x)\} = 1,$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)g(x) = -2$ 일 때,  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-g(x)+5}{3f(x)-1}$ 의 값은?

(단,  $\alpha > \beta$ )

①  $\frac{3}{5}$

②  $\frac{4}{5}$

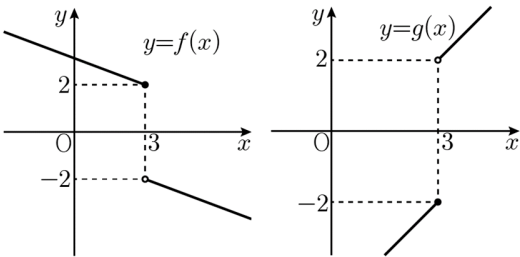
③ 1

④  $\frac{6}{5}$

⑤  $\frac{7}{5}$

04

두 함수  $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)g(x)$ 의 값을 구하시오.



05

두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} \{4f(x) - 3g(x)\} = 3$ 을

만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8f(x)+9g(x)}{-3f(x)+6g(x)}$ 의 값을 구하시오.

06 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 있는대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 가 존재하면

$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 도 존재한다.

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 가 존재하면

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 도 존재한다. (단,  $g(x) \neq 0$ )

ㄷ.  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 존재하면  $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x))$ 도 존재한다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

07 함수의 극한에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$ 이면

$\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = 0$ 이다.

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \infty$ 이다.

ㄷ.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 1$ 이면

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄴ, ㄷ

08 함수의 극한에 대한 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 는 존재하고,  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\}$ 는 존재하지 않으면  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 는 존재하지 않는다.

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + 2g(x)\}$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} \{2f(x) + g(x)\}$ 가 모두 존재하면  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 도 존재한다.

ㄷ.  $\lim_{x \rightarrow a} \{2f(x) - g(x)\} = 0$ 이면  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

09 함수  $f(x)$ 에 대한 〈보기〉의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow \infty} xf(x)$ 가 수렴하면  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 이다.

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 가 수렴하면  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ 이다.

ㄷ.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left\{ 1 - \frac{f(x)}{x} \right\}$ 가 수렴하면  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10 다항함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - 2}{x + 2} = 6$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\{f(x)\}^2 - 14f(x) + 24}{x^2 - 4}$ 의 값을 구하시오.

11 [2022년 11월 고2 6번/3점]  
 함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 3$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{\{f(x)\}^2 + 3x^2}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{6}$

12  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + x} - 2x}$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{2}$                       ②  $-\frac{1}{3}$   
 ③  $\frac{1}{3}$                       ④  $\frac{1}{2}$   
 ⑤ 1

13  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}+3x}{\sqrt{9x^2+x+2}-x}$ 의 값은?

- ①  $-2$                       ②  $-1$                       ③  $-\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤  $2$

14  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x}{\sqrt{49x^2-x} + \sqrt{25x^2-1}}$ 의 값은?

- ①  $-2$                       ②  $-1$   
 ③  $0$                       ④  $1$   
 ⑤  $2$

15  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12}{x} \left( \frac{1}{\sqrt{x+16}} - \frac{1}{4} \right)$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{8}$                       ②  $-\frac{3}{32}$                       ③  $-\frac{1}{16}$   
 ④  $-\frac{1}{32}$                       ⑤  $\frac{1}{32}$

16  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+ax+b} = 1$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $b-a$ 의 값은?

- ①  $9$                       ②  $10$                       ③  $11$   
 ④  $12$                       ⑤  $13$

17 다음 등식을 만족하는 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+ax+b} = 1$$

18  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+ax} - \sqrt{4x^2-ax}) = 1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $1$                       ②  $2$                       ③  $3$   
 ④  $4$                       ⑤  $5$

19

[2014년 4월 고3 문과 24번/3점]

두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a}-b} = 6$

일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

20

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 - bx} + 2x) = 3$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하시오.

21

[2016년 11월 고2 이과 13번/3점]

두 상수  $a, b$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + a}{\sqrt{x+1} - 2} = b$$

일 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

22

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{f(x)} = 3, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{f(x)} = \frac{1}{2}$ 을

만족시키는 다항식  $f(x)$ 에 대하여  $f(5)$ 의 값을 구하시오.

23

다항함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 + 5} = 2, \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x + 1} = 3, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = p$$

일 때, 실수  $p$ 의 값은?

- ① 6                      ② 9                      ③ 12  
④ 15                    ⑤ 18

24

다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오.

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 0$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 4$

(다) 방정식  $f(x) = \frac{1}{2}x$ 의 한 근이 2이다.

**25** [2019년 11월 고3 문과 14번 변형]  
상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가  
다음 조건을 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 최댓값은?

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)g(x)}{x^3} = 3$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)}{2x^2} = -\frac{9}{2}$

- ① 15                      ② 18                      ③ 21  
④ 24                      ⑤ 27

**26**  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때,  
 $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2x^3}{x^2} = 2$

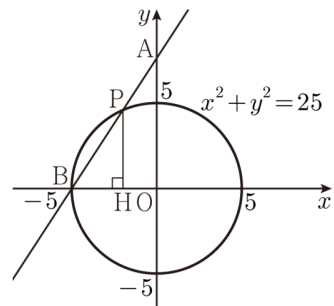
(나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 5$

**27** 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $|f(x) - 3x| < 1$ 을  
만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{3x^2 - 6x + 7}$ 의 값을 구하시오.

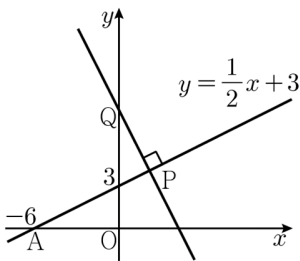
**28** 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  
 $4x + 1 < f(x) < 4x + 7$ 을 만족할 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2 + 1}$ 의 값을 구하시오.

**29** 다음 그림과 같이 두 점  $A(0, t)$  ( $t > 0$ ),  $B(-5, 0)$ 을  
지나는 직선과 원  $x^2 + y^2 = 25$ 의 교점 중에서 B가 아닌  
점을 P라 하고, 점 P에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라고  
할 때, 극한값  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\overline{OA} \cdot \overline{PH})$ 를 구하시오.



**30** 다음 그림과 같이 직선  $y = \frac{1}{2}x + 3$  위의  
 두 점  $A(-6, 0), P(2t, t+3)$ 에 대하여 점  $P$ 를 지나고  
 직선  $y = \frac{1}{2}x + 3$ 에 수직인 직선이  $y$ 축과 만나는 점을  
 $Q$ 라 하자. 이때  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}^2}{\overline{AP}^2}$ 의 값을 구하시오.



실시일자	-	숙제	이름
30문제 / DRE수학			

개념+유형 개념편 - 수학Ⅱ (2025) 32~34p\_과제

함수의 극한값의 계산

정답		
01 4	02 -28	03 ④
04 -4	05 4	06 ②
07 ③	08 ③	09 ③
10 15	11 ①	12 ②
13 ③	14 ④	15 ②
16 ③	17 -4	18 ②
19 14	20 48	21 ⑤
22 12	23 ④	24 -4
25 ⑤	26 9	27 3
28 16	29 50	30 5

실시일자	-	숙제	이름
30문제 / DRE수학			

개념+유형 개념편 - 수학Ⅱ (2025) 32~34p\_과제

함수의 극한값의 계산

01

정답 4

해설

$$\lim_{x \rightarrow 0} 6f(x)g(x) = 6 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2$$

$$= 4$$

02

정답 -28

해설

$$\lim_{x \rightarrow 0} \{-4f(x)\} = -4 \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4 \cdot 7 = -28$$

03

정답 ④

해설

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \beta \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} g(x)$$

$$= \alpha + \beta$$

$$= 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 3} g(x)$$

$$= \alpha\beta$$

$$= -2$$

즉,  $\alpha, \beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1) = 0 \text{이므로}$$

$$\alpha = 2, \beta = -1 \ (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-g(x) + 5}{3f(x) - 1} = \frac{-\lim_{x \rightarrow 3} g(x) + 5}{3\lim_{x \rightarrow 3} f(x) - 1}$$

$$= \frac{-\beta + 5}{3\alpha - 1}$$

$$= \frac{-(-1) + 5}{3 \cdot 2 - 1}$$

$$= \frac{6}{5}$$

04

정답 -4

해설

$$\lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 3+} g(x) = 2 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3+} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 3+} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 3+} g(x)$$

$$= -2 \cdot 2 = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3-} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 3-} g(x) = -2 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3-} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 3-} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 3-} g(x)$$

$$= 2 \cdot (-2) = -4$$

따라서  $\lim_{x \rightarrow 3+} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 3-} f(x)g(x) \text{이므로}$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)g(x) = -4$$

05

정답 4

해설

$$4f(x) - 3g(x) = h(x) \text{로 놓으면}$$

$$3g(x) = 4f(x) - h(x), \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8f(x) + 9g(x)}{-3f(x) + 6g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8f(x) + 3\{4f(x) - h(x)\}}{-3f(x) + 2\{4f(x) - h(x)\}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20f(x) - 3h(x)}{5f(x) - 2h(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20 - 3 \cdot \frac{h(x)}{f(x)}}{5 - 2 \cdot \frac{h(x)}{f(x)}}$$

$$= \frac{20 - 3 \cdot 0}{5 - 2 \cdot 0} = 4 \left( \because \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{h(x)}{f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)}{\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)} = 0 \right)$$

## 06 정답 ②

- 해설** ㄱ. [반례]  $f(x) = x$ ,  $g(x) = [x]$ 에 대하여  
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = 0$ 이지만  
 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 는 존재하지 않는다. (거짓)
- ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \beta$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha$ 라 하면  
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) \cdot \frac{f(x)}{g(x)}$   
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha\beta$  (참)
- ㄷ. [반례]  $f(x) = [x]$ ,  $g(x) = x$ 라 하면  
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} [x]$ 가 되어  
극한값이 존재하지 않는다. (거짓)  
따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

## 07 정답 ③

- 해설** ㄱ. [반례]  $f(x) = \frac{2}{x^2}$ ,  $g(x) = -\frac{1}{x^2}$ 일 때,  
 $f(x) + g(x) = \frac{1}{x^2}$ 이다.  
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$ 이지만  
 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + g(x)\} = \infty$ 이다. (거짓)
- ㄴ. [반례]  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ,  $g(x) = x^2$ 일 때,  
 $f(x)g(x) = 1$ 이다.  
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ 이지만  
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = 1$ 이다. (거짓)
- ㄷ.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 1$ 이면  
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{1}{\infty} = 0$ 이다. (참)  
따라서 옳은 것은 ㄷ뿐이다.

## 08 정답 ③

- 해설** ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 존재한다고 가정하고  
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$  ( $\alpha, \beta$ 는 실수)로  
놓으면  
 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$   
 $= \alpha + \beta$   
즉,  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\}$ 가 존재하므로 가정에  
모순이다. (참)
- ㄴ.  $f(x) + 2g(x) = h(x)$ ,  $2f(x) + g(x) = k(x)$ 로  
놓고  $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + 2g(x)\} = \alpha$ ,  
 $\lim_{x \rightarrow a} \{2f(x) + g(x)\} = \beta$  ( $\alpha, \beta$ 는 실수)라 하면  
 $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} k(x) = \beta$   
이때  $f(x) = \frac{2k(x) - h(x)}{3}$ 이므로  
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{2k(x) - h(x)}{3} = \frac{2\beta - \alpha}{3}$   
즉,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다. (참)
- ㄷ. [반례]  
 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \geq 0) \\ x-1 & (x < 0) \end{cases}$ ,  
 $g(x) = \begin{cases} x+2 & (x \geq 0) \\ x-2 & (x < 0) \end{cases}$ 이면  
 $2f(x) - g(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$ 이므로  
 $\lim_{x \rightarrow 0} \{2f(x) - g(x)\} = 0$ 이지만  
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 는 존재하지 않는다. (거짓)  
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

## 09 정답 ③

**해설**  $\neg$ .  $xf(x) = g(x)$ 로 놓으면  $\lim_{x \rightarrow \infty} xf(x)$ 가 수렴하므로  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \alpha$  ( $\alpha$ 는 상수)

$$f(x) = \frac{g(x)}{x} \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x} = 0 \quad \therefore \text{참}$$

$\perp$ . 【반례】  $x \rightarrow \infty$ 일 때,  $f(x) = 1$ 이면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \text{이지만 } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \text{이다. } \therefore \text{거짓}$$

$\sqsubset$ .  $\neg$ 에 의하여  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left\{ 1 - \frac{f(x)}{x} \right\}$ 가 수렴하면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ 1 - \frac{f(x)}{x} \right\} = 0 \text{이다.}$$

즉,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ 이므로  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ 이다.

$\therefore$  참

이상에서 옳은 것은  $\neg$ ,  $\sqsubset$  이다.

## 10 정답 15

**해설**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)-2}{x+2} = 6$ 에서  $\lim_{x \rightarrow -2} (x+2) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -2} \{f(x)-2\} = 0, \text{ 즉 } \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2$$

$\therefore$  (주어진 식) =  $\lim_{x \rightarrow -2} \left\{ \frac{f(x)-2}{x+2} \cdot \frac{f(x)-12}{x-2} \right\}$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)-2}{x+2} \cdot \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)-12}{x-2}$$

$$= 6 \cdot \frac{5}{2} = 15$$

## 11 정답 ①

**해설** 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{\{f(x)\}^2+3x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-\frac{1}{x^2}}{\left\{\frac{f(x)}{x}\right\}^2+3}$$

$$= \frac{2-0}{3^2+3} = \frac{1}{6}$$

## 12 정답 ②

**해설**  $x = -t$ 로 놓으면  $x \rightarrow -\infty$ 일 때  $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x-2x}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-t+1}{\sqrt{(-t)^2+(-t)-2(-t)}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-t+1}{\sqrt{t^2-t+2t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-1+\frac{1}{t}}{\sqrt{1-\frac{1}{t}+2}}$$

$$= \frac{-1}{1+2} = -\frac{1}{3}$$

(다른 풀이)

$x < 0$ 일 때,  $\sqrt{x^2} = x = -x$ 이므로

$$\sqrt{x^2+x} = \sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x}\right)} = -x\sqrt{1+\frac{1}{x}}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x-2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x}-2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x}-2}}$$

$$= \frac{1}{-1-2} = -\frac{1}{3}$$

## 13 정답 ③

**해설**  $x = -t$ 로 놓으면  $x \rightarrow -\infty$ 일 때  $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}+3x}{\sqrt{9x^2+x+2-x}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t^2+3}-3t}{\sqrt{9t^2-t+2+t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+\frac{3}{t^2}}-3}{\sqrt{9-\frac{1}{t}+\frac{2}{t^2}+1}}$$

$$= \frac{1-3}{3+1} = -\frac{1}{2}$$

## 14 정답 ④

**해설**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x}{\sqrt{49x^2 - x} + \sqrt{25x^2 - 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12}{\sqrt{49 - \frac{1}{x}} + \sqrt{25 - \frac{1}{x^2}}} \\ &= \frac{12}{\sqrt{49} + \sqrt{25}} = 1 \end{aligned}$$

## 15 정답 ②

**해설**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{12}{x} \left( \frac{1}{\sqrt{x+16}} - \frac{1}{4} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{12}{x} \cdot \frac{4 - \sqrt{x+16}}{4\sqrt{x+16}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \cdot \frac{4 - \sqrt{x+16}}{\sqrt{x+16}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \cdot \frac{(4 - \sqrt{x+16})(4 + \sqrt{x+16})}{(\sqrt{x+16})(4 + \sqrt{x+16})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \cdot \frac{-x}{(\sqrt{x+16})(4 + \sqrt{x+16})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3}{(\sqrt{x+16})(4 + \sqrt{x+16})} \\ &= \frac{-3}{4(4+4)} = -\frac{3}{32} \end{aligned}$$

## 16 정답 ③

**해설**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+ax+b} = 1 \text{ 에서 } x \rightarrow 3 \text{ 일 때}$$

(분자)  $\rightarrow 0$  이고 0이 아닌 극한값이 존재하므로  
(분모)  $\rightarrow 0$  이다.

즉,  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2+ax+b) = 0$  이므로  $9+3a+b=0$   
 $\therefore b = -3a-9 \dots\dots \textcircled{1}$

①을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+ax+b} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+ax-3a-9} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(x+a+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x+a+3} \\ &= \frac{1}{a+6} = 1 \end{aligned}$$

따라서  $a = -5$ ,  $b = 6$  이므로  
 $b-a = 6 - (-5) = 11$

## 17 정답 -4

**해설**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+ax+b} = 1 \text{ 에서 } x \rightarrow 2 \text{ 일 때 (분자)} \rightarrow 0 \text{ 이고}$$

0이 아닌 극한값이 존재하므로 (분모)  $\rightarrow 0$  이어야 한다.

즉,  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2+ax+b) = 0$  에서  
 $4+2a+b=0$   
 $\therefore b = -2a-4 \dots \textcircled{1}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+ax+b} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+ax-2a-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+a+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+a+2} \\ &= \frac{4}{a+4} \end{aligned}$$

따라서  $\frac{4}{a+4} = 1$  에서  $a = 0$  이므로  
 $\textcircled{1}$ 에 대입하면  $b = -4$   
 $\therefore a+b = -4$

## 18 정답 ②

**해설**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+ax} - \sqrt{4x^2-ax}) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4x^2+ax} - \sqrt{4x^2-ax})(\sqrt{4x^2+ax} + \sqrt{4x^2-ax})}{\sqrt{4x^2+ax} + \sqrt{4x^2-ax}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2ax}{\sqrt{4x^2+ax} + \sqrt{4x^2-ax}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2a}{\sqrt{4 + \frac{a}{x}} + \sqrt{4 - \frac{a}{x}}} \\ &= \frac{2a}{2+2} = \frac{a}{2} \end{aligned}$$

즉,  $\frac{a}{2} = 1 \therefore a = 2$

## 19 정답 14

**해설** 함수의 극한의 성질 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x+2) = 0 \text{이고} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a}-b} = 6$$

$$\text{이므로} \lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x+a}-b) = 0$$

$$\therefore b = \sqrt{a-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a}-b}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a}-\sqrt{a-2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(\sqrt{x+a}+\sqrt{a-2})}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x+a}+\sqrt{a-2}) = 2\sqrt{a-2} = 6$$

$$\therefore a = 11, b = 3$$

$$\text{따라서 } a+b = 14$$

## 21 정답 ⑤

**해설** 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+a}{\sqrt{x+1}-2} = b \text{이고}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x+1}-2) = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2-4x+a) = 0 \therefore a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{\sqrt{x+1}-2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x-1)(\sqrt{x+1}+2)$$

$$= 8$$

$$\therefore b = 8$$

$$\text{따라서 } a+b = 11$$

## 20 정답 48

**해설**  $x = -t$ 로 놓으면  $x \rightarrow -\infty$ 일 때  $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2-bx+2x})$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{at^2+bt-2t})$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{at^2+bt-2t})(\sqrt{at^2+bt+2t})}{\sqrt{at^2+bt+2t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(a-4)t^2+bt}{\sqrt{at^2+bt+2t}} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{의 극한값이 존재하려면 } a-4=0 \therefore a=4$$

$a=4$ 를  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{bt}{\sqrt{4t^2+bt+2t}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{b}{\sqrt{4+\frac{b}{t}+2}} = \frac{b}{4}$$

$$\text{따라서 } \frac{b}{4} = 3 \text{이므로 } b = 12$$

$$\therefore ab = 4 \cdot 12 = 48$$

## 22 정답 12

$$\text{해설} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x+4}{f(x)} = 3 \text{이라면}$$

$f(x)$ 는 이차식이어야 한다.

이때 이차항의 계수를  $a$ 라고 하면

$$\frac{2}{a} = 3 \text{에서 } a = \frac{2}{3}$$

따라서  $f(x)$ 는 이차항의 계수가  $\frac{2}{3}$ 인 이차식이다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{f(x)} = \frac{1}{2} \text{에서 } x \rightarrow 2 \text{일 때,}$$

(분자)  $\rightarrow 0$ 이므로 (분모)  $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0 \text{에서 } f(2) = 0$$

따라서  $f(x) = \frac{2}{3}(x-2)(x+k)$ 로 놓을 수 있다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{\frac{2}{3}(x-2)(x+k)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-1)}{2(x+k)}$$

$$= \frac{3}{2(2+k)} = \frac{1}{2}$$

$$6 = 2(2+k), 2+k = 3$$

$$\therefore k = 1$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{2}{3}(x-2)(x+1) \text{이므로}$$

$$f(5) = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 6 = 12$$

## 23 정답 ④

**해설**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3+5} = 2$ 이므로  $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 2인 삼차식이다.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 3, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = p \text{이므로 } f(-1) = 0, f(2) = 0 \text{이다.}$$

따라서  $f(x) = 2(x+1)(x-2)(x-a)$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x+1)(x-2)(x-a)}{(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} 2(x-2)(x-a) = 2 \cdot (-3) \cdot (-1-a) = 3 \\ \therefore a &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x+1)(x-2)\left(x+\frac{1}{2}\right)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} 2(x+1)\left(x+\frac{1}{2}\right) = 15 = p \end{aligned}$$

## 24 정답 -4

**해설** (가)에서  $f(x)$ 는 이차 이하의 함수임을 알 수 있다.

(나)에서  $x \rightarrow 1$ 일 때, (분모)  $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자)  $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0 \text{이므로 } f(1) = 0$$

$f(x) = (ax+b)(x-1)$  ( $a, b$ 는 상수)로 놓으면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(ax+b)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (ax+b) = a+b = 4 \quad \dots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

$$\text{(다)에서 } f(2) = 1 \text{이므로 } 2a+b = 1 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면  $a = -3, b = 7$

따라서  $f(x) = (-3x+7)(x-1)$ 이므로

$$f(3) = (-2) \cdot 2 = -4$$

## 25 정답 ⑤

**해설** 조건 (가), (나)에 의하여

$$f(x)g(x) = x^2(3x+a) \text{ ( $a$ 는 상수)로 놓을 수 있다.}$$

조건 (나)에 의하여  $a = -9$ 이므로

$$f(x)g(x) = 3x^2(x-3)$$

이때  $f(3)$ 가 최대가 되는  $f(x)$ 는

$$f(x) = 3x^2 \text{이므로 구하는 최댓값은}$$

$$f(3) = 27$$

## 26 정답 9

**해설** 조건 (가)에서  $f(x)$ 는 삼차항의 계수가 2, 이차항의 계수가 2인 삼차식이다.

또, 조건 (나)에서  $x \rightarrow 0$ 일 때, (분모)  $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자)  $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \text{이므로 } f(0) = 0$$

$$f(x) = 2x^3 + 2x^2 + ax \text{ ( $a$ 는 상수)라 하면}$$

조건 (나)에서

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2x^2 + 2x + a)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 + 2x + a) \\ &= a \end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

따라서  $f(x) = 2x^3 + 2x^2 + 5x$ 이므로 구하는 나머지는

$$f(1) = 2 + 2 + 5 = 9$$

## 27 정답 3

**해설**  $|f(x) - 3x| < 1$ 에서  $-1 < f(x) - 3x < 1$

$$\therefore 3x - 1 < f(x) < 3x + 1$$

$$3x - 1 > 0, \text{ 즉 } x > \frac{1}{3} \text{일 때 각 변을 제공하면}$$

$$(3x-1)^2 < \{f(x)\}^2 < (3x+1)^2$$

모든 실수  $x$ 에 대하여  $3x^2 - 6x + 7 > 0$ 이므로

각 변을  $3x^2 - 6x + 7$ 로 나누면

$$\frac{(3x-1)^2}{3x^2-6x+7} < \frac{\{f(x)\}^2}{3x^2-6x+7} < \frac{(3x+1)^2}{3x^2-6x+7}$$

이때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x-1)^2}{3x^2-6x+7} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x+1)^2}{3x^2-6x+7} = 3 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{3x^2-6x+7} = 3$$

## 28 정답 16

**해설**  $x > -1$ 에서

$4x+1 < f(x) < 4x+7$ 의 각 변을 제곱하면

$$(4x+1)^2 < \{f(x)\}^2 < (4x+7)^2$$

각 변을  $x^2+1$ 로 나누면

$$\frac{(4x+1)^2}{x^2+1} < \frac{\{f(x)\}^2}{x^2+1} < \frac{(4x+7)^2}{x^2+1}$$

그런데  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x+1)^2}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x+7)^2}{x^2+1} = 16$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2+1} = 16$$

## 29 정답 50

**해설** 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은  $y = \frac{t}{5}(x+5)$

점 P는 직선  $y = \frac{t}{5}(x+5)$ 와 원  $x^2+y^2=25$ 의

교점이므로 점 P의 y좌표를 구하면

$$\left(\frac{5y}{t}-5\right)^2 + y^2 = 25, \quad \frac{25}{t^2}y^2 - \frac{50}{t}y + y^2 = 0$$

$$\therefore y = \frac{50t}{t^2+25} \quad (\because y \neq 0)$$

따라서  $\overline{OA} = t, \overline{PH} = \frac{50t}{t^2+25}$ 이므로

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\overline{OA} \cdot \overline{PH}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( t \cdot \frac{50t}{t^2+25} \right) = 50$$

## 30 정답 5

**해설**  $\overline{AP}^2 = (2t+6)^2 + (t+3)^2 = 5t^2 + 30t + 45$

직선 PQ의 방정식은  $y - (t+3) = -2(x-2t)$ ,

즉,  $y = -2x + 5t + 3$

따라서 Q(0, 5t+3)이므로

$$\overline{AQ}^2 = (-6)^2 + (5t+3)^2 = 25t^2 + 30t + 45$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}^2}{\overline{AP}^2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{25t^2 + 30t + 45}{5t^2 + 30t + 45} = 5$$