		# 교재 오답	이름

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 51~53p

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 10)$, $\mathrm{B}(-1,\ 2)$에 대하여 선분 AB를 $1:3$으로 내분하는 점과 원점 사이의 거리를 p라 할 때, p^2의 값을 구하시오.

02 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ -5)$, $\mathrm{B}(a,\ 8)$을 이은 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점 P가 y축 위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

03 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA의 중점의 좌표가 각각 $(0,\ 0)$, $(5,\ 11)$, $(a,\ -2)$이고 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 $(3,\ b)$이다. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

04 [2024년 10월 고1 11번 변형]
좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 3)$, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 중점의 좌표가 $(8,\ 5)$, 선분 AC의 중점의 좌표가 $(a,\ 4)$이고 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 $(6,\ b)$일 때, $a+b$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

05 직선 $ax+y+3=0$이 직선 $y=\frac{1}{3}x+1$과 수직이고 직선 $6x+(b-2)y-3=0$과 평행할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

06 직선 $x+ay+1=0$이 직선 $2x-by+1=0$과 수직이고, 직선 $x+(3-b)y-1=0$과 평행할 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

07 점 $(0,\ 1)$에서 두 직선 $x+2y=a,\ 2x-y=2$에 이르는 거리가 같을 때, 양수 a의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3
④ 2 ⑤ 1

08 $x+2y-3=0,\ 2x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같은 x 축 위의 점의 좌표를 구하면?

① $(-2,\ 0),\ \left(\frac{4}{3},\ 0\right)$

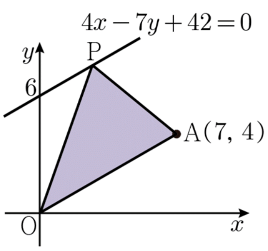
② $(-2, 0),\ (2, 0)$

③ $(0,\ -2),\ \left(0,\ \frac{4}{3}\right)$

④ $(0,\ -2), (0, 2)$

⑤ $(-2, 0), (0, 0)$

09 다음 그림과 같이 두 점 $\mathrm{O}(0,\ 0),\ \mathrm{A}(7,\ 4)$와 직선 $4x-7y+42=0$ 위의 한 점 P를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAP의 넓이를 구하시오.



10 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 9),\ \mathrm{B}(0,\ 1),\ \mathrm{C}(2,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 직선 $y=a$가 이등분할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

11 중심이 $(2,\ 3)$이고 y축에 접하는 원의 방정식은?

① $(x-2)^2+(y-3)^2=4$
② $(x-2)^2+(y-3)^2=9$
③ $(x+2)^2+(y+3)^2=4$
④ $(x+2)^2+(y+3)^2=9$
⑤ $(x-4)^2+(y-4)^2=5$

12 점 $(3,\ 1)$을 중심으로 하고 y축에 접하는 원의 방정식이 $x^2+y^2+ax+by+c=0$일 때, 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오.

13 원 $x^2+y^2+4ax-2ay+10a-15=0$의 넓이가 최소일 때, 이 원의 중심의 좌표는? (단, a는 실수이다.)

① $(-4,\ -1)$ ② $(-3,\ 1)$ ③ $(-2,\ 1)$
④ $(1,\ 2)$ ⑤ $(2,\ 1)$

14 a를 임의의 실수라 하고, 원 $x^2+y^2+2ax-2ay+8a-15=0$의 넓이가 최소가 될 때, 원점에서 이 원의 중심까지의 거리는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

15 원 $x^2+y^2+4x-4y-9=0$ 위의 점 $(-3,6)$에서의 접선이 점 $(a,9)$를 지날 때, a의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

16 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=32$ 위의 점 $(6,1)$에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

17 점 $(0,2)$를 지나고, 원 $x^2+y^2=1$에 접하는 직선의 방정식을 구하면?

① $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x+2$
② $y=-\sqrt{3}x-2,\ y=\sqrt{3}x+2$
③ $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x+3$
④ $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x-2$
⑤ $y=-\sqrt{3}x+4,\ y=\sqrt{3}x+2$

18 점 $(3,\ 1)$을 $(-2,\ 4)$로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2,\ 5)$를 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1,\ 5)$ ② $(-1,\ 7)$ ③ $(-3,\ 4)$
④ $(-3,\ 8)$ ⑤ $(-5,\ 6)$

19 평행이동 $(x,\ y) \to (x+1,\ y-2)$에 의하여 점 $(1,\ 2)$가 옮겨진 점의 좌표는?

① $(2,\ 1)$ ② $(2,\ 0)$ ③ $(-2,\ 1)$
④ $(0,\ 4)$ ⑤ $(1,\ -2)$

20 직선 $2x-3y+6=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 직선이 원점을 지날 때, a의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

21 직선 $kx-y+k-3=0$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 직선의 방정식이 $3x-y+1=0$일 때, $k+m$의 값은? (단, k는 상수이다.)

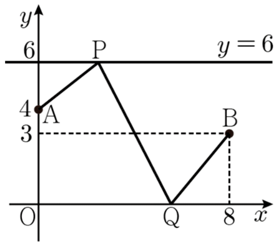
① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

22 점 $(a,\ 3)$을 원점에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(6,\ b)$일 때, ab의 값을 구하시오.

23 원 $(x+a)^2+(y+b)^2=25$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 원이 x축과 y축에 동시에 접하였다. 이때 상수 $a,\ b$에 대하여 ab의 최댓값을 구하시오.

24 직선 $y=x+1$을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 후 원점에 대하여 대칭이동한 직선이 원 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$의 넓이를 이등분할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

25 다음 그림과 같이 두 점 $A(0,\ 4)$, $B(8,\ 3)$과 직선 $y=6$ 위를 움직이는 점 P, x축 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$의 최솟값은?



① $6\sqrt{5}$　② $\sqrt{185}$　③ $\sqrt{190}$
④ $\sqrt{195}$　⑤ $10\sqrt{2}$

26 [2019년 11월 고1 27번 변형]
좌표평면 위에 두 점 $A(2,\ 2)$, $B(4,\ 1)$이 있다. x축 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값이 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 일 때, 두 자연수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오. (단, 점 C는 직선 AB 위에 있지 않다.)

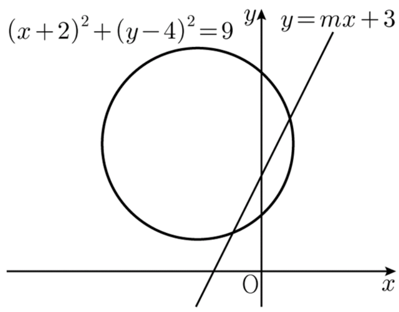
27 두 직선 $ax+by-3=0$, $x-4y+3=0$이 서로 수직이고 $a+b=10$일 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=9,\ b=1$　② $a=8,\ b=2$　③ $a=7,\ b=3$
④ $a=6,\ b=4$　⑤ $a=5,\ b=5$

28 원 $x^2+y^2-4x+2y-4=0$과 직선 $4x+3y+5=0$이 만나서 생기는 현의 길이는?

① $\sqrt{5}$　② $\sqrt{5}+1$
③ $2\sqrt{5}$　④ $2\sqrt{5}+1$
⑤ $3\sqrt{5}$

29 다음 그림은 원 $(x+2)^2+(y-4)^2=9$와 직선 $y=mx+3$을 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 원과 직선의 두 교점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이가 4가 되도록 하는 상수 m의 값은?



① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$

교재 오답

		이름

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 51~53p

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

정답

01 68	02 6	03 7
04 ①	05 7	06 5
07 ①	08 ①	09 21
10 3	11 ①	12 -7
13 ③	14 ④	15 ③
16 $\frac{49}{2}$	17 ①	18 ④
19 ②	20 ②	21 ②
22 -18	23 45	24 1
25 ②	26 18	27 ②
28 ③	29 ①	

교재 오답

이름

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 51~53p

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 정답 68

해설 $\overline{AB}$를 $1:3$으로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot(-1)+3\cdot3}{1+3}, \frac{1\cdot2+3\cdot10}{1+3}\right)$, 즉 $(2, 8)$

따라서 이 점과 원점 사이의 거리 p는

$p=\sqrt{2^2+8^2}=\sqrt{68}$

$\therefore p^2=68$

02 정답 6

해설 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점 P의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot a+2\cdot(-3)}{1+2}, \frac{1\cdot8+2\cdot(-5)}{1+2}\right)$, 즉

$\left(\frac{a-6}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

이 점이 y축 위에 있으므로

$\frac{a-6}{3}=0$

$\therefore a=6$

03 정답 7

해설 세 점 A, B, C를 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$이라 하자.

변 AB의 중점의 좌표가 $(0, 0)$이므로

$\frac{x_1+x_2}{2}=0$, $\frac{y_1+y_2}{2}=0$

즉, $x_1+x_2=0$, $y_1+y_2=0$ $\cdots$ ㉠

변 BC의 중점의 좌표가 $(5, 11)$이므로

$\frac{x_2+x_3}{2}=5$, $\frac{y_2+y_3}{2}=11$

즉, $x_2+x_3=10$, $y_2+y_3=22$ $\cdots$ ㉡

변 CA의 중점의 좌표가 $(a, -2)$이므로

$\frac{x_3+x_1}{2}=a$, $\frac{y_3+y_1}{2}=-2$

즉, $x_3+x_1=2a$, $y_3+y_1=-4$ $\cdots$ ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$2(x_1+x_2+x_3)=10+2a$, $2(y_1+y_2+y_3)=18$

즉, $x_1+x_2+x_3=5+a$, $y_1+y_2+y_3=9$

삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(3, b)$이므로

$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=\frac{5+a}{3}=3$에서 $a=4$

$\frac{y_1+y_2+y_3}{3}=\frac{9}{3}=3=b$에서 $b=3$

$\therefore a+b=7$

04 정답 ①

해설 점 B의 좌표를 B$(p,\ q)$라 하자.

선분 AB의 중점의 좌표가 $(8,\ 5)$이므로

$\frac{2+p}{2}=8,\ \frac{3+q}{2}=5$에서

$p=14,\ q=7$

따라서 점 B의 좌표는 B$(14,\ 7)$이다.

선분 AC의 중점을 M이라 하자.

삼각형 ABC의 무게중심은 선분 BM을 $2:1$로 내분하는 점이므로

$\frac{2\cdot a+1\cdot 14}{2+1}=6,\ \frac{2\cdot 4+1\cdot 7}{2+1}=b$에서

$a=2,\ b=5$

$\therefore\ a+b=7$

05 정답 7

해설 직선 $ax+y+3=0$이 직선 $y=\frac{1}{3}x+1$, 즉

$x-3y+3=0$과 수직이므로

$a\cdot 1+1\cdot(-3)=0$

$\therefore\ a=3$

직선 $ax+y+3=0$이 직선 $6x+(b-2)y-3=0$과 평행하므로

$\frac{a}{6}=\frac{1}{b-2}\neq\frac{3}{-3}$

$a=3$이므로

$\frac{1}{b-2}=\frac{1}{2},\ b-2=2$

$\therefore\ b=4$

따라서 $a+b=7$

06 정답 5

해설 직선 $x+ay+1=0$이 $2x-by+1=0$과 수직이므로

$1\times 2+a\times(-b)=0 \qquad \therefore\ ab=2$

직선 $x+ay+1=0$이

직선 $x+(3-b)y-1=0$과 평행하므로

$\frac{1}{1}=\frac{a}{3-b} \qquad \therefore\ a+b=3$

$\therefore\ a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=3^2-2\times 2=5$

07 정답 ①

해설 점 $(0,\ 1)$과 직선 $x+2y=a$, 즉 $x+2y-a=0$ 사이의 거리는

$\frac{|2\cdot 1-a|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|2-a|}{\sqrt{5}}$

또, 점 $(0,\ 1)$과 직선 $2x-y=2$, 즉 $2x-y-2=0$ 사이의 거리는

$\frac{|-1-2|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{3}{\sqrt{5}}$

이때 $\frac{|2-a|}{\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}$ 이므로

$|2-a|=3$

$\therefore\ a=5\ (\because\ a>0)$

08 정답 ①

해설 x 축 위의 점을 $(\alpha, 0)$ 이라 하자.

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$\frac{|\alpha-3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|2\alpha-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}$

$\rightarrow\ |\alpha-3|=|2\alpha-1|$

$\rightarrow\ (\alpha-3)^2=(2\alpha-1)^2$

$\rightarrow\ 3\alpha^2+2\alpha-8=0$

$\alpha=\frac{4}{3}$ 또는 -2

$\therefore\ \left(\frac{4}{3}, 0\right),\ (-2, 0)$

09 정답 21

해설 직선 OA와 직선 $4x-7y+42=0$의 기울기가 $\frac{4}{7}$로 같으므로 두 직선은 서로 평행하다.

삼각형 OAP에서 $\overline{\text{OA}}$를 밑변으로 하면 원점과 직선 $4x-7y+42=0$ 사이의 거리가 높이가 된다.

$\overline{\text{OA}}=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$

이고, 원점과 직선 $4x-7y+42=0$ 사이의 거리는

$\frac{|42|}{\sqrt{4^2+(-7)^2}}=\frac{42}{\sqrt{65}}$

$\therefore\ \triangle\text{OAP}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{65}\cdot\frac{42}{\sqrt{65}}=21$

10 정답 3

해설 $\overline{AC}$가 y축과 평행하므로 $\triangle ABC$의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 2=9$

직선 AB의 방정식은

$y-9=\frac{9-1}{2-0}(x-2)$

$\therefore\ y=4x+1$

직선 $y=a$가 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 하면 점 D의 x좌표는 $a=4x+1$에서 $x=\frac{a-1}{4}$

점 E의 좌표는 $(2, a)$이므로

$\overline{DE}=2-\frac{a-1}{4}=\frac{9-a}{4}$, $\overline{AE}=9-a$

따라서 $\triangle ADE$의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot\overline{DE}\cdot\overline{AE}=\frac{1}{2}\cdot\frac{9-a}{4}\cdot(9-a)=\frac{1}{8}(9-a)^2$

이때 $\triangle ADE$의 넓이가 $\triangle ABC$의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$\frac{1}{8}(9-a)^2=\frac{1}{2}\cdot 9$,

$(a-3)(a-15)=0$

$\therefore\ a=3$ 또는 $a=15$

그런데 $0<a<9$이므로 $a=3$

11 정답 ①

해설 중심이 $(2, 3)$일 때 y축에 접해야 하므로 반지름의 길이는 2이다.

12 정답 -7

해설 점 $(3, 1)$을 중심으로 하고 y축에 접하는 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y-1)^2=3^2$

$x^2-6x+9+y^2-2y+1=9$

$\therefore\ x^2+y^2-6x-2y+1=0$

따라서 $a=-6$, $b=-2$, $c=1$이므로

$a+b+c=-7$

13 정답 ③

해설 주어진 원의 방정식을 표준형으로 바꾸면

$(x+2a)^2+(y-a)^2=5a^2-10a+15$이므로 중심의 좌표는 $(-2a,\ a)$이고, 반지름의 길이는

$\sqrt{5a^2-10a+15}$ 이다.

이때, $5a^2-10a+15=5(a-1)^2+10$이므로

$a=1$일 때, 반지름의 길이는 최소가 된다.

따라서 주어진 원의 넓이가 최소일 때의 원의 중심의 좌표는 $(-2a,\ a)$에 $a=1$을 대입하면 $(-2,\ 1)$이다.

14 정답 ④

해설 원의 넓이가 최소가 되려면 반지름의 길이가 최소가 되어야 한다.

$(x+a)^2+(y-a)^2=2a^2-8a+15$

$=2(a-2)^2+7=$(반지름)^2

따라서 $a=2$일 때 반지름은 최소이고, 원의 중심은

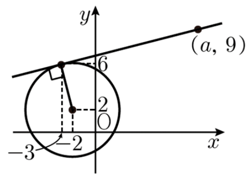
$(-a, a)=(-2, 2)$

$\therefore$ (원점에서 중심까지의 거리)$=\sqrt{(-2)^2+2^2}=2\sqrt{2}$

15 정답 ③

해설 $x^2+y^2+4x-4y-9=0$에서

$(x+2)^2+(y-2)^2=17$



원의 중심 $(-2, 2)$와 점 $(-3, 6)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{6-2}{-3+2}=-4$

따라서 점 $(-3, 6)$에서의 접선의 기울기는 $\frac{1}{4}$이므로

접선의 방정식은

$y-6=\frac{1}{4}(x+3)$

$\therefore\ y=\frac{1}{4}x+\frac{27}{4}$

이 직선이 점 $(a, 9)$를 지나므로

$9=\frac{a+27}{4}$

$\therefore\ a=9$

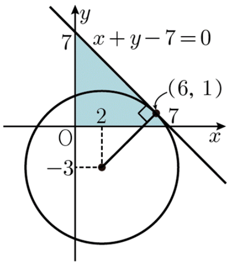
16 정답 $\frac{49}{2}$

해설 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=32$ 위의 점 $(6,\ 1)$에서의 접선의 방정식은

$(6-2)(x-2)+(1+3)(y+3)=32$

$\therefore\ x+y-7=0$

따라서 다음 그림에서 구하는 넓이는



$\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 7=\frac{49}{2}$

17 정답 ①

해설 $x^2+y^2=1$ $\cdots$ ㉠

점 $(0,\ 2)$를 지나는 접선의 기울기를 m이라 하면

$y-2=m(x-0)$

$\therefore\ y=mx+2$ $\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하고 정리하면

$x^2+(mx+2)^2=1$

$(m^2+1)x^2+4mx+3=0$ $\cdots$ ㉢

㉡이 ㉠에 접하려면 방정식 ㉢이 중근을 가져야 하므로

이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(2m)^2-3(m^2+1)=0$

$m^2=3$

$\therefore\ m=\pm\sqrt{3}$

이를 ㉡에 대입하면

$y=\pm\sqrt{3}x+2$

18 정답 ④

해설 점 $(3,\ 1)$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(-2,\ 4)$라 하면

$3+a=-2,\ 1+b=4$

$\therefore\ a=-5,\ b=3$

따라서 점 $(2,\ 5)$를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(2-5,\ 5+3)$, 즉 $(-3,\ 8)$

19 정답 ②

해설 주어진 평행이동에 의하여

점 $(x,\ y)$가 점 $(x+1,\ y-2)$로 이동하므로

점 $(1,\ 2)$은 점 $(1+1,\ 2-2)$, 즉 $(2,\ 0)$으로 이동한다.

20 정답 ②

해설 평행이동한 직선의 방정식은

$2(x-a)-3(y-4)+6=0$

$\therefore\ 2x-3y-2a+18=0$

이 직선이 원점을 지나므로

$-2a+18=0$

$\therefore\ a=9$

21 정답 ②

해설 평행이동한 직선의 방정식은

$k(x-m)-(y-4)+k-3=0$

$\therefore\ kx-y-km+k+1=0$

이 직선이 직선 $3x-y+1=0$과 일치하므로

$k=3,\ -km+k+1=1$

따라서 $k=3,\ m=1$이므로

$k+m=4$

22 정답 -18

해설 점 $(a,\ 3)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(-a,\ -3)$

이 점을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(-a-3,\ 2)$

이 점이 $(6,\ b)$와 일치하므로

$-a-3=6,\ 2=b$

따라서 $a=-9,\ b=2$이므로

$ab=-18$

23 정답 45

해설 원 $(x+a)^2+(y+b)^2=25$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(y+a)^2+(x+b)^2=25$

$\therefore (x+b)^2+(y+a)^2=25$

이 원을 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x+4+b)^2+(y+a)^2=25$

이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로

$|-4-b|=|-a|=5$

$|-4-b|=5$에서 $-4-b=\pm 5$

$\therefore b=-9$ 또는 $b=1$

$|-a|=5$에서 $-a=\pm 5$

$\therefore a=-5$ 또는 $a=5$

따라서 ab의 최댓값은 45이다.

24 정답 1

해설 직선 $y=x+1$을 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y=(x-a)+1$

이 직선을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-y=(-x-a)+1$

$\therefore y=x+a-1$

이 직선이 원 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$,

즉 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(1, 1)$을 지나야 하므로

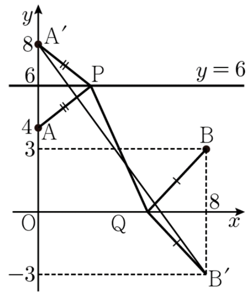
$1=1+a-1$

$\therefore a=1$

25 정답 ②

해설 점 $\mathrm{A}(0, 4)$를 직선 $y=6$에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{A}'(a, b)$라 하면 $\overline{\mathrm{AA}'}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{0+a}{2}, \frac{4+b}{2}\right)$, 즉 $\left(\frac{a}{2}, \frac{4+b}{2}\right)$



이 점이 직선 $y=6$ 위의 점이므로 $\frac{4+b}{2}=6$

$\therefore b=8$

또, 직선 AA'이 직선 $y=6$과 수직이므로 $a=0$

따라서 점 A'의 좌표는 $(0, 8)$

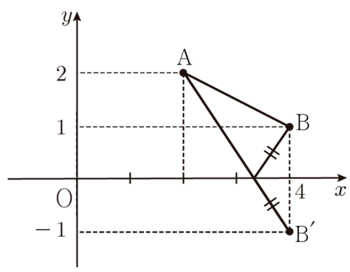
점 $\mathrm{B}(8, 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 $\mathrm{B}'(8, -3)$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}&=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB'}}\\&\geq \overline{\mathrm{A'B'}}\\&=\sqrt{(8-0)^2+(-3-8)^2}\\&=\sqrt{185}\end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은 $\sqrt{185}$이다.

26 정답 18

해설



삼각형 ABC의 둘레의 길이는

$\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CB}}+\overline{\mathrm{BA}}$

이때 점 $\mathrm{B}(4, 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 점 B'의 좌표는 $(4, -1)$이다.

$\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CB}}=\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CB'}}\geq\overline{\mathrm{AB'}}$이고

$\overline{\mathrm{BA}}=\sqrt{5}$, $\overline{\mathrm{AB'}}=\sqrt{13}$이므로 삼각형 ABC의 둘레의 길이의 최솟값은 $\sqrt{5}+\sqrt{13}$이다.

$\therefore a+b=5+13=18$

27 정답 ②

해설 두 직선이 서로 수직이므로

$a \cdot 1 + b \cdot (-4) = 0$, 즉 $a = 4b$

$a + b = 10$에 이를 대입하면

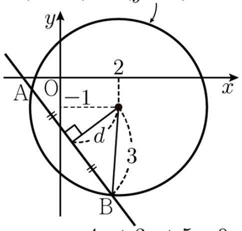
$5b = 10$

따라서 $b = 2$이고 $a = 8$이다.

28 정답 ③

해설 원의 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$을 표준형으로 나타내면 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$이므로

중심이 $(2,\ -1)$이고 반지름의 길이가 3인 원이다.



위의 그림과 같이 원의 중심에서 직선 $4x + 3y + 5 = 0$까지의 거리를 d라 하면

$$d = \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

따라서 원과 직선의 두 교점을 각각 A, B라 하면

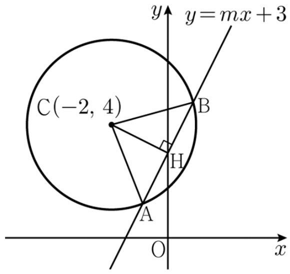
피타고라스 정리에 의하여

$$\frac{\overline{AB}}{2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

$\therefore\ \overline{AB} = 2\sqrt{5}$

29 정답 ①

해설 다음 그림과 같이 주어진 원의 중심을 $C(-2,\ 4)$라 하고 점 C에서 직선 $y = mx + 3$, 즉 $mx - y + 3 = 0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 2,\ \overline{CA} = 3$$

직각삼각형 CAH에서

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{CA}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

이때 점 $C(-2,\ 4)$와 직선 $mx - y + 3 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-2m - 4 + 3|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{|2m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

따라서 $\dfrac{|2m+1|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{5}$ 이므로

$|2m + 1| = \sqrt{5m^2 + 5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$m^2 - 4m + 4 = 0$, $(m-2)^2 = 0$

$\therefore\ m = 2$