실시일자	2025.08.27	유형별 학습	이름
24문제 / DRE수학			

쎈 – 수학 Ⅱ (2025) 30~37p

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

01 모든 실수 x에 대하여 연속인 함수인 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{x+3} & (x \neq -3) \\ 2 & (x=-3) \end{cases}$

ㄴ. $h(x)=\begin{cases} \sqrt{x-1}+1 & (x \geq 1) \\ 1 & (x<1) \end{cases}$

ㄷ. $i(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-2x}{|x-2|} & (x \neq 2) \\ 1 & (x=2) \end{cases}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

02 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+7}+a}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x=2) \end{cases}$이 $x=2$에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $-\dfrac{7}{3}$ ② $-\dfrac{5}{2}$ ③ $-\dfrac{8}{3}$
④ $-\dfrac{17}{6}$ ⑤ -3

03 함수 $f(x)=\begin{cases} ax+3 & (x<-2) \\ x^2-b & (-2 \leq x<3) \\ x+c & (x \geq 3) \end{cases}$이

모든 실수 x에서 연속이고 $f(1)=2$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 abc의 값을 구하시오.

04 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+2ax+b}{x+1} & (x \neq -1) \\ 2 & (x=-1) \end{cases}$이

$x=-1$에서 연속이 되도록 하는

상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오.

05 [2011년 6월 고3 이과 6번/3점]

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+ax-10}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x=2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,
두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

06

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3+2x+3}{x+1} & (x\neq -1) \\ a & (x=-1) \end{cases}$이

모든 실수 x에 대하여 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

07

두 함수 $f(x)=\begin{cases} -x+8 & (x>1) \\ x+4 & (x\leq 1) \end{cases}$, $g(x)=x+k$에 대하여 $f(x)g(x)$가 $x=1$에서 연속일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

08

[2021년 6월 고3 8번/3점]

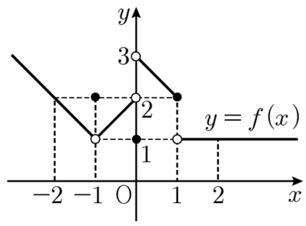
함수 $f(x)=\begin{cases} -2x+6 & (x<a) \\ 2x-a & (x\geq a) \end{cases}$에 대하여

함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

09

함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $f(x)$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① $f(1)=2$

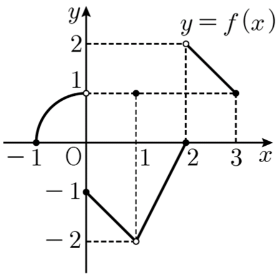
② $\lim_{x\to 1+} f(x)=1$

③ 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 연속이다.

④ 구간 $(-2,\ 2)$에서 함수 $f(x)$가 불연속이 되는 x의 값은 2개이다.

⑤ $\lim_{x\to 0} f(x)$가 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

10 함수 $y=f(x)$의 그래프가 닫힌구간 $[-1, 3]$에서 아래 그림과 같을 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

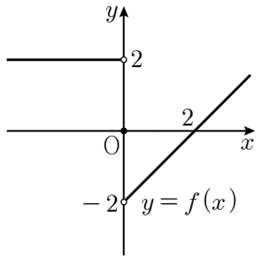
ㄱ. $\lim_{x \to 2-} f(x)=0$

ㄴ. $x=0$에서 함수 $f(x)$의 극한값이 존재한다.

ㄷ. 함수 $f(x)$가 불연속이 되는 점의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

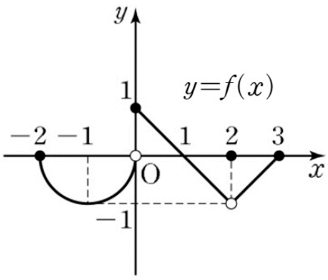
ㄱ. $\lim_{x \to 0-} f(x) - \lim_{x \to 0+} f(x)=4$

ㄴ. 함수 $f(x-1)$은 $x=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-2)$는 $x=0$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

12 함수 $y=f(x)$의 그래프가 닫힌 구간 $[-2, 3]$에서 다음 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

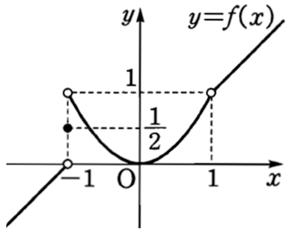
ㄱ. $\lim_{x\to2}f(x)=f(2)$

ㄴ. $x=0$에서 함수 $f(x)$의 극한값이 존재한다.

ㄷ. 함수 $f(x)$가 불연속이 되는 점의 개수는 2이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

13 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

ㄱ. $\lim_{x\to-1}f(x)$의 값은 존재하지 않는다.

ㄴ. $\lim_{x\to1}f(f(x))=1$

ㄷ. 합성함수 $f(f(x))$는 $x=-1$에서 불연속이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14 두 함수 $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+4$, $g(x)=x-4$에 대하여 합성함수 $(f\circ g)(x)$가 $x=a$에서 불연속일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

15 모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$가
$(x-3)f(x)=ax^3-bx$를 만족시킨다.
$f(1)=8$일 때, $f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 12　② 18　③ 24
④ 30　⑤ 36

16 모든 실수 x에 대하여 연속인 함수 $f(x)$가
$(x-1)f(x)=ax^2+bx$, $f(1)=2$를 만족할 때,
상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① 0　② -2　③ 2
④ -4　⑤ 4

17 방정식 $x^3+3x-5=0$이 오직 하나의 실근을 가질 때,
다음 중 이 방정식의 실근이 존재하는 구간은?

① $(-2,\ -1)$　② $(-1,\ 0)$　③ $(0,\ 1)$
④ $(1,\ 2)$　⑤ $(2,\ 3)$

18 [2023년 10월 고3 4번/3점]
두 자연수 m, n에 대하여
함수 $f(x)=x(x-m)(x-n)$이
$f(1)f(3)<0$, $f(3)f(5)<0$을 만족시킬 때, $f(6)$의
값은?

① 30　② 36　③ 42
④ 48　⑤ 54

19 연속함수 $f(x)$에 대하여
$f(-2)=-3$, $f(-1)=1$, $f(0)=5$, $f(1)=-2$,
$f(2)=-1$일 때, 방정식 $f(x)=0$은 적어도 n개의
실근을 갖는다. 이때 n의 값은?

① 2　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 6

20 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $f(x)+g(x)$와 $f(x)-g(x)$가 연속함수이면 $f(x)$도 연속함수이다.

ㄴ. $f(x)$와 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 연속함수이면 $g(x)$도 연속함수이다.

ㄷ. $f(x)$와 $f(g(x))$가 연속함수이면 $g(x)$도 연속함수이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

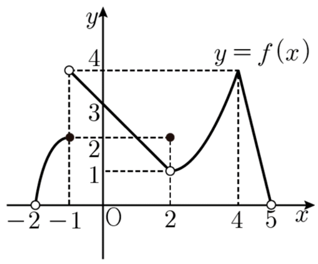
ㄱ. $\lim\limits_{x\to0}f(x)$와 $\lim\limits_{x\to0}g(x)$가 모두 존재하지 않으면 $\lim\limits_{x\to0}\{f(x)-g(x)\}$도 존재하지 않는다.

ㄴ. $y=f(x)$가 $x=0$에서 연속이면 $y=|f(x)|-f(x)$도 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. $y=|f(x)|-f(x)$가 $x=0$에서 연속이면 $y=f(x)$도 $x=0$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

22 구간 $(-2,\ 5)$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $f(x)$가 불연속이 되는 x의 값은 2개이다.
② $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$의 값은 존재하지 않는다.
③ $\lim\limits_{x\to2}f(x)=1$
④ $f(x)$는 구간 $[0,\ 4]$에서 최솟값을 갖는다.
⑤ $f(x)$는 구간 $[3,\ 4]$에서 최댓값을 갖는다.

23 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 보기 중 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는 함수만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $g(x)f(x)$ ㄴ. $g(x)-f(x)$

ㄷ. $\dfrac{g(x)}{f(x)}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(0)=-1,\ f(1)=-\frac{1}{4},\ f(2)=\frac{1}{4}$$

$$f(3)=1,\ f(4)=-\frac{1}{3},\ f(5)=-1$$

일 때, 방정식 $2f(x)+1=0$ 은 열린 구간 $(0,\ 5)$ 에서 적어도 k 개의 실근을 갖는다. 이때 k 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

실시일자	2025.08.27	유형별 학습	이름
24문제 / DRE수학			

쎈 - 수학 Ⅱ (2025) 30~37p

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

빠른정답

01 ②	02 ④	03 7
04 -1	05 ①	06 ⑤
07 -1	08 ④	09 ④
10 ④	11 ①	12 ③
13 ⑤	14 5	15 ⑤
16 ④	17 ④	18 ④
19 ①	20 ③	21 ②
22 ④	23 ③	24 ③

QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

실시일자	2025.08.27	유형별 학습	이름
24문제 / DRE수학			

쎈 – 수학 Ⅱ (2025) 30~37p

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

01 정답 ②

해설 ㄱ. $\lim_{x\to-3} f(x)=\lim_{x\to-3}\frac{x^2-9}{x+3}$

$=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)(x-3)}{x+3}$

$=\lim_{x\to-3}(x-3)=-6$

$\therefore \lim_{x\to-3} f(x)\neq f(-3)$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-3$에서 불연속이다.

ㄴ. $h(x)$가 모든 실수 x에서 연속이려면 $x=1$에서 연속이어야 한다.

이때 $h(1)=1$이고,

$\lim_{x\to1+} h(x)=\lim_{x\to1+}(\sqrt{x-1}+1)=1,$

$\lim_{x\to1-} h(x)=1$이므로 $\lim_{x\to1}h(x)=1$

즉, $\lim_{x\to1}h(x)=h(1)$이므로 $h(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

따라서 함수 $h(x)$는 모든 실수 x에서 연속이다.

ㄷ. $\lim_{x\to2+} i(x)=\lim_{x\to2+}\frac{x(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to2+}x=2$

$\lim_{x\to2-} i(x)=\lim_{x\to2-}\frac{x(x-2)}{-(x-2)}=\lim_{x\to2-}(-x)=-2$

$\therefore \lim_{x\to2+} i(x)\neq\lim_{x\to2-} i(x)$

따라서 $\lim_{x\to2}i(x)$의 값이 존재하지 않으므로

함수 $i(x)$는 $x=2$에서 불연속이다.

즉, 모든 실수 x에 대하여 연속인 함수는 ㄴ뿐이다.

02 정답 ④

해설 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이므로

$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+7}+a}{x-2}=b$

$x\to2$일 때 (분모) $\to0$이고 극한값이 존재하므로

(분자) $\to0$이어야 한다.

$\lim_{x\to2}(\sqrt{x+7}+a)=3+a=0$에서

$a=-3$

$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(\sqrt{x+7}-3)(\sqrt{x+7}+3)}{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{1}{\sqrt{x+7}+3}$

$=\frac{1}{3+3}=\frac{1}{6}$

즉, $b=\frac{1}{6}$

따라서 $a+b=-3+\frac{1}{6}=-\frac{17}{6}$

03 정답 7

해설 $f(1)=2$이므로

$1-b=2$

$\therefore b=-1$

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에서 연속이므로

$x=-2$, $x=3$에서도 연속이다.

$x=-2$에서 연속이므로

$\lim_{x\to-2+} f(x)=\lim_{x\to-2-} f(x)=f(-2)$

$-2a+3=4-b$

$\therefore a=-1$

$x=3$에서 연속이므로

$\lim_{x\to3+} f(x)=\lim_{x\to3-} f(x)=f(3)$

$9-b=3+c$

$\therefore c=7$

$\therefore abc=(-1)\cdot(-1)\cdot7=7$

04 정답 -1

해설 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 연속이려면
$\lim_{x\to-1} f(x)=f(-1)$이어야 하므로

$\lim_{x\to-1}\frac{x^2+2ax+b}{x+1}=2$ … ㉠

$x\to-1$일 때, (분모) $\to0$이므로 (분자) $\to0$

즉, $\lim_{x\to-1}(x^2+2ax+b)=1-2a+b=0$

$\therefore\ b=2a-1$ … ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$$\lim_{x\to-1}\frac{x^2+2ax+b}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{x^2+2ax+2a-1}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x-1+2a)}{x+1}$$
$$=-2+2a$$

$-2+2a=2$에서 $a=2$

$a=2$를 ㉡에 대입하면 $b=3$

$\therefore\ a-b=2-3=-1$

05 정답 ①

해설 구간별로 정의된 함수가 연속일 때, 미지수의 값을 구할 수 있는가?

함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이므로
$\lim_{x\to2}f(x)=f(2)$가 성립한다.

즉, $\lim_{x\to2}\frac{x^2+ax-10}{x-2}=b$이고,

$x\to2$일 때, (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

$\lim_{x\to2}(x^2+ax-10)=2a-6=0$에서

$a=3$

$$\lim_{x\to2}\frac{x^2+3x-10}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x+5)(x-2)}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to2}(x+5)=7$$

$\therefore b=7$

$\therefore a+b=10$

06 정답 ⑤

해설 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 연속이므로
$x=-1$에서 연속이다.

즉, $\lim_{x\to-1}f(x)=f(-1)$

$\therefore\ a=\lim_{x\to-1}f(x)$

$$=\lim_{x\to-1}\frac{x^3+2x+3}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x^2-x+3)}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to-1}(x^2-x+3)$$
$$=1+1+3=5$$

07 정답 -1

해설 함수 $f(x)g(x)$가 $x=1$에서 연속이려면
$\lim_{x\to1}f(x)g(x)=f(1)g(1)$이어야 한다.

$f(1)g(1)=(1+4)(1+k)=5+5k$이고

$\lim_{x\to1+}f(x)g(x)=\lim_{x\to1+}(-x+8)(x+k)=7+7k$,

$\lim_{x\to1-}f(x)g(x)=\lim_{x\to1-}(x+4)(x+k)=5+5k$

이므로 $7+7k=5+5k$, $2k=-2$

$\therefore\ k=-1$

08 정답 ④

해설 함수의 연속의 성질을 이용하여 주어진 함수가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수의 값을 구할 수 있는가?

함수 $f(x)$가 $x=a$를 제외한 실수 전체의 집합에서 연속이므로 함수 $\{f(x)\}^2$이 $x=a$에서 연속이면
$\{f(x)\}^2$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

함수 $\{f(x)\}^2$이 $x=a$에서 연속이려면

$\lim_{x\to a+}\{f(x)\}^2=\lim_{x\to a-}\{f(x)\}^2=\{f(a)\}^2$

이때 $\lim_{x\to a+}\{f(x)\}^2=\lim_{x\to a+}(2x-a)^2=a^2$,

$\lim_{x\to a-}\{f(x)\}^2=\lim_{x\to a-}(-2x+6)^2=(-2a+6)^2$,

$\{f(x)\}^2=(2a-a)^2=a^2$이므로

$a^2=(-2a+6)^2$에서

$3(a-2)(a-6)=0$

$\therefore\ a=2$ 또는 $a=6$

따라서 모든 상수 a의 값의 합은

$2+6=8$

09 정답 ④

해설 ④, ⑤ $f(-1)=2$, $\lim_{x\to -1} f(x)=1$이므로

$\lim_{x\to -1} f(x) \neq f(-1)$

따라서 $f(x)$는 $x=-1$에서 불연속이다.

또, $\lim_{x\to 0+} f(x)=3$, $\lim_{x\to 0-} f(x)=2$이므로

$\lim_{x\to 0+} f(x) \neq \lim_{x\to 0-} f(x)$

따라서 $\lim_{x\to 0} f(x)$의 값이 존재하지 않으므로

$f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

또, $\lim_{x\to 1+} f(x)=1$, $\lim_{x\to 1-} f(x)=2$이므로

$\lim_{x\to 1+} f(x) \neq \lim_{x\to 1-} f(x)$

따라서 $\lim_{x\to 1} f(x)$의 값이 존재하지 않으므로

$f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

즉, 구간 $(-2, 2)$에서 함수 $f(x)$가 불연속이 되는 x의 값은 $-1, 0, 1$의 3개이다.

10 정답 ④

해설 ㄱ. $\lim_{x\to 2-} f(x)=0$ (참)

ㄴ. $\lim_{x\to 0+} f(x)=-1$, $\lim_{x\to 0-} f(x)=1$이므로

$\lim_{x\to 0+} f(x) \neq \lim_{x\to 0-} f(x)$

즉, $x=0$에서 함수 $f(x)$의 극한값은 존재하지 않는다. (거짓)

ㄷ. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 $x=0$, $x=1$, $x=2$에서 끊어져 있으므로 함수 $f(x)$는 $x=0$, $x=1$, $x=2$에서 불연속이다.

따라서 함수 $f(x)$가 불연속이 되는 점의 개수는 3이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

11 정답 ①

해설 ㄱ. $\lim_{x\to 0-} f(x)=2$, $\lim_{x\to 0+} f(x)=-2$이므로

$\lim_{x\to 0-} f(x) - \lim_{x\to 0+} f(x)=4$ (참)

ㄴ. $x-1=t$로 놓으면 $x\to 1+$일 때 $t\to 0+$이고, $x\to 1-$일 때 $t\to 0-$이므로

$\lim_{x\to 1+} f(x-1)=\lim_{t\to 0+} f(t)=-2$

$\lim_{x\to 1-} f(x-1)=\lim_{t\to 0-} f(t)=2$

$\therefore \lim_{x\to 1+} f(x-1) \neq \lim_{x\to 1-} f(x-1)$

따라서 $\lim_{x\to 1} f(x-1)$의 값이 존재하지 않으므로

$f(x-1)$은 $x=1$에서 불연속이다. (거짓)

ㄷ. $x-2=t$로 놓으면 $x\to 0+$일 때 $t\to -2+$이고, $x\to 0-$일 때 $t\to -2-$이므로

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 0+} f(x)f(x-2) &= \lim_{x\to 0+} f(x) \lim_{x\to 0+} f(x-2)\\ &= \lim_{x\to 0+} f(x) \lim_{t\to -2+} f(t)\\ &= (-2)\cdot 2=-4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 0-} f(x)f(x-2) &= \lim_{x\to 0-} f(x) \lim_{x\to 0-} f(x-2)\\ &= \lim_{x\to 0-} f(x) \lim_{t\to -2-} f(t)\\ &= 2\cdot 2=4\end{aligned}$$

$\lim_{x\to 0+} f(x)f(x-2) \neq \lim_{x\to 0-} f(x)f(x-2)$

따라서 $\lim_{x\to 0} f(x)f(x-2)$의 값이 존재하지 않으므로

$f(x)f(x-2)$는 $x=0$에서 불연속이다. (거짓)

이상에서 옳은 것은 ㄱ이다.

12 정답 ③

해설 ㄱ. $\lim_{x\to 2+} f(x)=-1$, $\lim_{x\to 2-} f(x)=-1$이므로

$\lim_{x\to 2} f(x)=-1$

이때, $f(2)=0$이므로 $\lim_{x\to 0} f(x) \neq f(0)$ (거짓)

ㄴ. $\lim_{x\to 0+} f(x)=1$, $\lim_{x\to 0-} f(x)=0$이므로

$\lim_{x\to 0+} f(x) \neq \lim_{x\to 0-} f(x)$

즉, $x=0$에서 함수 $f(x)$의 극한값은 존재하지 않는다. (거짓)

ㄷ. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 $x=0$, $x=2$에서 끊어져 있으므로 함수 $f(x)$는 $x=0$, $x=2$에서 불연속이다. 그러므로 함수 $f(x)$가 불연속이 되는 점의 개수는 2이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

13 정답 ⑤

해설 ㄱ. $\lim_{x\to-1+}f(x)=1$, $\lim_{x\to-1-}f(x)=0$이므로

$\lim_{x\to-1+}f(x)\neq\lim_{x\to-1-}f(x)$

따라서 $\lim_{x\to-1}f(x)$의 값은 존재하지 않는다.

ㄴ. $x\to1+$일 때 $f(x)\to1+$이고,

$x\to1-$일 때 $f(x)\to1-$ 이므로

$f(x)=t$라 하면

$\lim_{x\to1+}f(f(x))=\lim_{t\to1+}f(t)=1$,

$\lim_{x\to1-}f(f(x))=\lim_{t\to1-}f(t)=1$이므로

$\therefore \lim_{x\to1}f\{f(x)\}=1$

ㄷ. $x\to-1+$일 때 $f(x)\to1-$ 이고,

$x\to-1-$일 때 $f(x)\to0-$이므로

$f(x)=t$라 하면

$\lim_{x\to-1+}f(f(x))=\lim_{t\to1-}f(t)=1$,

$\lim_{x\to-1-}f(f(x))=\lim_{t\to-0}f(t)=0$이므로

$\lim_{x\to-1+}f(f(x))\neq\lim_{x\to-1-}f(f(x))$

따라서 $\lim_{x\to-1}f(f(x))$의 값이 존재하지 않으므로

$x=-1$에서 불연속이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

14 정답 5

해설 $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+4$, $g(x)=x-4$에서

$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(x-4)=\dfrac{1}{x-5}+4$

따라서 $(f\circ g)(x)$는 $x=5$에서 불연속이므로 $a=5$

15 정답 ⑤

해설 $x\neq3$일 때, $f(x)=\dfrac{ax^3-bx}{x-3}$이고

함수 $f(x)$가 모든 실수에서 연속이므로

$x=3$에서 연속이다.

따라서 함숫값 $f(3)$이 존재하고 $\lim_{x\to3}f(x)=f(3)$이

성립해야 한다.

이때 $\lim_{x\to3}f(x)=\lim_{x\to3}\dfrac{ax^3-bx}{x-3}$의 값이 존재하고

$\lim_{x\to3}(x-3)=0$이므로 함수의 극한의 성질에 의해

$\lim_{x\to3}(ax^3-bx)=27a-3b=0$

$b=9a$ $\cdots$ ㉠

㉠을 주어진 식에 대입하면

$$f(x)=\frac{ax^3-9ax}{x-3}=\frac{ax(x+3)(x-3)}{x-3}=ax(x+3)\ (x\neq3)$$

$f(1)=8$에서 $f(1)=a\cdot4=8$

즉, $a=2$이므로

$f(x)=2x(x+3)$ $(x\neq3)$

$f(3)=\lim_{x\to3}f(x)=\lim_{x\to3}2x(x+3)=2\cdot3\cdot6=36$

16 정답 ④

해설 $(x-1)f(x)=ax^2+bx$에서 $x=1$을 대입하면

$a+b=0$ $\therefore b=-a$ $\cdots$ ㉠

즉, $(x-1)f(x)=ax^2-ax$이므로

$f(x)=\dfrac{ax^2-ax}{x-1}$ $(x\neq1)$

이때 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 연속이므로

$x=1$에서도 연속이다.

즉, $f(1)=\lim_{x\to1}f(x)$이므로

$$\lim_{x\to1}f(x)=\lim_{x\to1}\frac{ax^2-ax}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{ax(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to1}ax=a=2$$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=-2$

$\therefore ab=-4$

17 정답 ④

해설 $f(x)=x^3+3x-5$로 놓으면
함수 $f(x)$는 모든 실수 x에서 연속이고
$f(-2)=-8-6-5=-19<0$
$f(-1)=-1-3-5=-9<0$
$f(0)=0+0-5=-5<0$
$f(1)=1+3-5=-1<0$
$f(2)=8+6-5=9>0$
$f(3)=27+9-5=31>0$
따라서 $f(1)f(2)<0$이므로 사잇값 정리에 의하여
주어진 방정식의 실근이 존재하는 구간은 $(1,\ 2)$이다.

18 정답 ④

해설 사잇값의 정리를 이용하여 함숫값을 구한다.
방정식 $f(x)=0$의 실근은 $0,\ m,\ n$이고
$m,\ n$은 자연수이므로 사잇값의 정리에 의하여
$f(1)f(3)<0$에서 $f(2)=0$
$f(3)f(5)<0$에서 $f(4)=0$
따라서 $f(x)=x(x-2)(x-4)$이므로
$f(6)=6\cdot4\cdot2=48$

19 정답 ①

해설 $f(-2)<0,\ f(-1)>0$이므로 방정식 $f(x)=0$은
구간 $(-2,\ -1)$에서 적어도 하나의 실근을 가진다.
마찬가지로 $f(0)>0,\ f(1)<0$이므로
방정식 $f(x)=0$은 구간 $(0,\ 1)$에서 적어도 하나의
실근을 가진다.
따라서 방정식 $f(x)=0$은 적어도 2개의 실근을 가진다.
$\therefore n=2$

20 정답 ③

해설 ㄱ. $f(x)+g(x)=a(x),\ f(x)-g(x)=b(x)$라 하면
$f(x)=\dfrac{a(x)}{2}+\dfrac{b(x)}{2}$
이때 $a(x)$와 $b(x)$가 연속함수이므로 $f(x)$도
연속함수이다. (참)

ㄴ. $\dfrac{g(x)}{f(x)}=h(x)$라 하면 $g(x)=f(x)h(x)$
이때 $f(x)$와 $h(x)$가 연속함수이므로 $g(x)$도
연속함수이다. (참)

ㄷ. [반례] $f(x)=0,\ g(x)=\begin{cases}1 & (x\ge0)\\ -1 & (x<0)\end{cases}$이면
$f(x)$와 $f(g(x))$는 연속함수이지만 $g(x)$는
$x=0$에서 불연속이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

21 정답 ②

해설 ㄱ. [반례] $f(x)=\dfrac{1}{|x|},\ g(x)=\dfrac{1}{|x|}$이면
$\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{|x|}=\infty,$
$\lim\limits_{x\to0}g(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{|x|}=\infty$이지만
$\lim\limits_{x\to0}\{f(x)-g(x)\}=\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{|x|}-\dfrac{1}{|x|}\right)$
$=\lim\limits_{x\to0}0=0$
따라서 $\lim\limits_{x\to0}f(x),\ \lim\limits_{x\to0}g(x)$가 모두 존재하지 않지만
$\lim\limits_{x\to0}\{f(x)-g(x)\}$는 존재한다. (거짓)

ㄴ. $y=f(x)$가 $x=0$에서 연속이므로
$\lim\limits_{x\to0}f(x)=f(0)$
$x\to0$일 때 $f(x)\to f(0)$이므로
$\lim\limits_{x\to0}\{|f(x)|-f(x)\}=|f(0)|-f(0)$
따라서 $y=|f(x)|-f(x)$도 $x=0$에서 연속이다.
(참)

ㄷ. [반례] $f(x)=\begin{cases}1 & (x>0)\\ 0 & (x\le0)\end{cases}$이라 하면
$x>0$일 때,
$|f(x)|-f(x)=|1|-1=0$
$x\le0$일 때,
$|f(x)|-f(x)=|0|-0=0$
따라서 $y=|f(x)|-f(x)$는 $x=0$에서 연속이지만
$y=f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄴ뿐이다.

22 정답 ④

해설 ① $f(x)$가 불연속이 되는 x의 값은 -1, 2의 2개이다.
② $\lim_{x\to -1+} f(x) \neq \lim_{x\to -1-} f(x)$이므로 $\lim_{x\to -1} f(x)$의 값은 존재하지 않는다.
③ $\lim_{x\to 2+} f(x) = \lim_{x\to 2-} f(x) = 1$이므로 $\lim_{x\to 2} f(x) = 1$
⑤ $f(x)$는 구간 $[3, 4]$에서 연속이므로 최대 · 최소 정리에 의하여 최댓값을 갖는다.

23 정답 ③

해설 ㄱ. 함수 $g(x)f(x)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이므로 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 함수 $g(x)-f(x)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이므로 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
ㄷ. [반례] 두 함수 $f(x)=x^2$, $g(x)=x$는 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 연속이지만 $\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x}{x^2}$는 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 최댓값과 최솟값을 갖지 않는다.
따라서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는 함수는 ㄱ, ㄴ이다.

24 정답 ③

해설 함수 $f(x)$ 가 닫힌 구간 $[0,\ 5]$ 에서 연속이고

$$2f(0)+1=-1<0,\ \ 2f(1)+1=\frac{1}{2}>0$$

$$2f(2)+1=\frac{3}{2}>0,\ \ 2f(3)+1=3>0$$

$$2f(4)+1=\frac{1}{3}>0,\ \ 2f(5)+1=-1<0$$

이므로 방정식 $2f(x)+1=0$ 은 열린 구간 $(0,\ 1)$, $(4,\ 5)$ 에서 각각 적어도 하나의 실근을 갖는다.
따라서 방정식 $2f(x)+1=0$ 은 열린 구간 $(0,\ 5)$ 에서 적어도 2 개의 실근을 가지므로 k 의 값은 2 이다.