

교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수) 118~119p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

- 01** 두 집합 $X = \{-1, 1, 2\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 보기 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

㉠. $f: x \rightarrow x$ ㉡. $g: x \rightarrow x+2$
 ㉢. $h: x \rightarrow |x|$ ㉣. $k: x \rightarrow x^2 - 1$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉢, ㉣
 ④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

- 02** $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, $x \in X$ 인 임의의 x 에 대한 다음의 대응 중에서 함수가 아닌 것은?

- ① $x \rightarrow 1$ ② $x \rightarrow |x|$ ③ $x \rightarrow x^2 + 1$
 ④ $x \rightarrow 2x$ ⑤ $x \rightarrow x^2 + x + 1$

- 03** 집합 $\{0, 3\}$ 을 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 3x^2 + ax - 2$, $g(x) = x + b$ 에 대하여 $f = g$ 가 성립할 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

- 04** 집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2$, $g(x) = -2x + 12$ 에 대하여 $f = g$ 가 되도록 하는 집합 X 의 개수를 구하시오. (단, $X \neq \emptyset$)

- 05** 두 집합 $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $Y = \{y \mid 1 \leq y \leq 9\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응일 때, 상수 a, b 에 대하여 $2a + b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$)

- 06** 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 는 상수함수이고 $f(2) = k$ 일 때, $f(1) + f(2) + \dots + f(50) = 250$ 이다. 이때 k 의 값을 구하시오.



07 두 함수 $f(x)=x-4$, $g(x)=-3x^2+9$ 에 대하여 $(f \circ g)(0)$ 의 값을 구하시오.

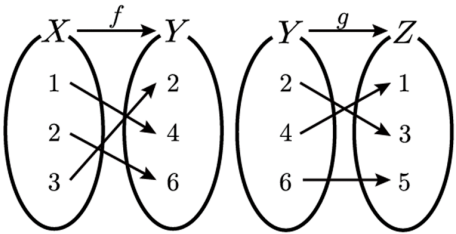
08 두 함수 $f(x)=x+3$, $g(x)=2x-1$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 는?

① $(f \circ g)(x)=2x+5$ ② $(f \circ g)(x)=2x+2$
③ $(f \circ g)(x)=x$ ④ $(f \circ g)(x)=-x+1$
⑤ $(f \circ g)(x)=3x-4$

09 [2019년 3월 고2 문과 8번/3점]
함수 $f(x)=2x-1$ 에 대하여 $(f \circ f)(5)$ 의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

10 [2017년 11월 고3 문과 4번 변형]
다음 그림은 두 함수 $f : X \rightarrow Y$, $g : Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다. 이때 $(g \circ f)(2)$ 의 값은?



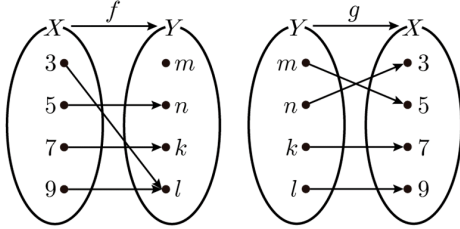
- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

11 세 함수 $f(x)=x-2$, $g(x)=2x+3$, $h(x)=x^2-1$ 에 대하여 $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하시오.

12 두 함수 $f(x)=x^2$, $g(x)=x+2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x)=(x+2)^2$
② $(f \circ g)(x)=x^2+2$
③ $(f \circ g)(x)=(x-2)^2$
④ $(f \circ g)(x)=x^2-2$
⑤ $(f \circ g)(x)=-x^2+2$

- 13** 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ 가 다음 그림과 같을 때, $(g \circ f)(5)$ 의 값을 구하시오.



- 14** 두 함수 $f(x) = \begin{cases} 3 & (x < 2) \\ 2x - 1 & (x \geq 2) \end{cases}, g(x) = 2x^2 + 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(2)$ 의 값을 구하시오.

- 15** 두 함수 $f(x) = x + 2, g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

- 16** 두 함수

$$f(x) = x + a, g(x) = \begin{cases} x^2 & (x < a) \\ -x & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 $(g \circ f)(-2) + (f \circ g)(3) = 41$ 을 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오.

- 17** $f(x) = 2|x| - 6, g(x) = \begin{cases} -x^2 + 9 & (x \geq 0) \\ x^2 + 9 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $g(f(k)) = 5$ 를 만족하는 실수 k 의 값을 α, β ($\alpha > \beta$)라 하자. 이때 $\alpha - \beta$ 의 값을 구하시오.

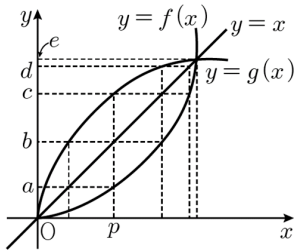
- 18** 두 함수 $f(x) = 3x + 1, h(x) = 9x - 5$ 에서 $(f \circ g)(x) = h(x)$ 를 만족시키는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $g(x) = 3x - 1$ ② $g(x) = 3x - 2$
③ $g(x) = 3x + 2$ ④ $g(x) = 6x - 2$
⑤ $g(x) = 6x - 5$

19 두 함수 $f(x) = 6x^2 - 4$, $g(x) = 3x + 2$ 에 대하여 $(g \circ h)(x) = f(x)$ 를 만족시키는 함수 $h(x)$ 는?

- ① $h(x) = x^2 - 2$ ② $h(x) = x^2 - 1$
 ③ $h(x) = 2x^2$ ④ $h(x) = 2x^2 - 1$
 ⑤ $h(x) = 2x^2 - 2$

20 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(f \circ g)(p)$ 의 값은?
 (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

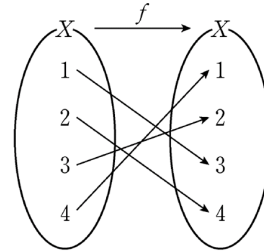


- ① a ② b ③ c
 ④ d ⑤ e

21 [2016년 6월 고3 문과 4번 변형]
 함수 $f(x) = 5x - 6$ 에 대하여 $f^{-1}(9)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

22 [2016년 11월 고3 문과 6번/3점]
 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(2) + f^{-1}(2)$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

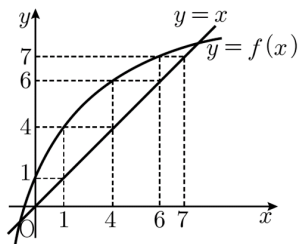
23 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f(1) = 5$, $f^{-1}(7) = 2$ 일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 상수이다.)

24 함수 $f\left(\frac{4x-1}{3}\right) = 8x-3$ 일 때, $f^{-1}(35)$ 의 값을 구하시오.

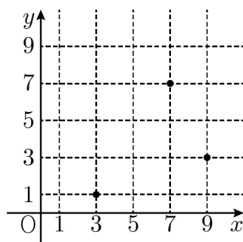
- 25** 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = x$ 를 만족시키는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$ ② $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
 ③ $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$ ④ $g(x) = x - 3$
 ⑤ $g(x) = 2x + 3$

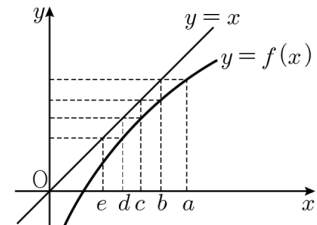
- 26** 두 함수 $y = f(x)$, $y = x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $f^{-1}(4)$ 의 값을 구하시오.



- 27** 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 있다. 다음 그림은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부를 나타낸 것이다. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재할 때, $f^{-1}(5) + f^{-1}(9)$ 의 값을 구하시오.

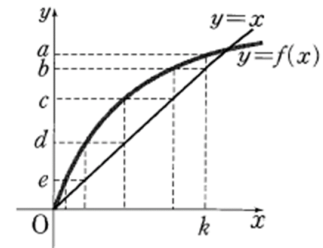


- 28** 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \circ f)^{-1}(d)$ 의 값은?
 (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)



- ① a ② b ③ c
 ④ d ⑤ e

- 29** $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(g \circ g)(k)$ 의 값은?



- ① a ② b ③ c
 ④ d ⑤ e

교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수) 118~119p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ①	02 ④	03 16
04 3	05 7	06 5
07 5	08 ②	09 ④
10 ⑤	11 8	12 ①
13 3	14 17	15 ③
16 2	17 8	18 ②
19 ⑤	20 ②	21 ③
22 ⑤	23 6	24 6
25 ②	26 1	27 6
28 ②	29 ④	



교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수) 118~119p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ①

해설 \neg , $f(x)=x$ 에서 $f(-1)=-1$ 이고 $-1 \notin Y$ 이므로 X 에서 Y 로의 함수가 아니다.
 \sqsubset , $g(x)=x+2$ 에서 $g(-1)=1 \in Y$, $g(1)=3 \in Y$, $g(2)=4 \in Y$ 이므로 X 에서 Y 로의 함수이다.
 \sqsupset , $h(x)=|x|$ 에서 $h(-1)=1 \in Y$, $h(1)=1 \in Y$, $h(2)=2 \in Y$ 이므로 X 에서 Y 로의 함수이다.
 κ , $k(x)=x^2-1$ 에서 $k(-1)=0 \notin Y$, $k(1)=0 \notin Y$, $k(2)=3 \in Y$ 이므로 X 에서 Y 로의 함수가 아니다.
따라서 X 에서 Y 로의 함수인 것은 \sqsubset , \sqsupset 이다.

02 정답 ④

해설 ④ $f(-1)=-2$ 이므로 함숫값이 공역에 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

03 정답 16

해설 $f(0)=g(0)$ 에서
 $b=-2$
 $f(3)=g(3)$ 에서
 $27+3a-2=3+b \quad \dots \textcircled{1}$
 $b=-2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $25+3a=1$
 $\therefore a=-8$
 $\therefore ab=16$

04 정답 3

해설 $f=g$ 에서 $2x^2=-2x+12$
 $2x^2+2x-12=(x+3)(2x-4)=0$ 이므로
 $x=-3$ 또는 $x=2$
따라서 구하는 집합 X 는 $\{-3, 2\}$ 의 부분집합 중 공집합이 아닌 것이다.
 \therefore 집합 X 의 개수는 $2^2-1=3$

05 정답 7

해설 $a > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이라면
 $f(-1)=1$, $f(3)=9$
 $-a+b=1$, $3a+b=9$
위의 두 식을 연립하여 풀면
 $a=2$, $b=3$
 $\therefore 2a+b=7$

06 정답 5

해설 함수 f 는 상수함수이므로 모든 자연수 x 에 대하여
 $f(x)=f(2)=k$
 $\therefore f(1)+f(2)+\dots+f(50)=50k$
이때 $50k=250$ 이므로 $k=5$

07 정답 5

해설 $(f \circ g)(0)=f(g(0))=f(9)=5$

08 정답 ②

해설 $(f \circ g)(x)=f(g(x))$
 $=f(2x-1)$
 $=(2x-1)+3$
 $=2x+2$

09 정답 ④

해설 $f(x)=2x-1$ 에서
 $f(5)=2 \times 5-1=9$ 이므로
 $(f \circ f)(5)=f(f(5))=f(9)=2 \times 9-1=17$
[다른 풀이]
 $(f \circ f)(x)=f(f(x))$
 $=f(2x-1)$
 $=2(2x-1)-1$
 $=4x-3$



10 정답 ⑤

해설 $f(2)=6$ 이므로
 $g(f(2))=g(6)=5$

11 정답 8

해설 $(h \circ (g \circ f))(2)=h(g(f(2)))$
 $=h(g(0))$
 $=h(3)$
 $=3^2-1=8$

12 정답 ①

해설 두 함수 $f(x)=x^2$, $g(x)=x+2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x)=f(g(x))=f(x+2)=(x+2)^2$

13 정답 3

해설 $(g \circ f)(5)=g(f(5))=g(n)=3$

14 정답 17

해설 $g(2)=2 \cdot 2^2+1=9$, $f(9)=2 \cdot 9-1=17$ 이므로
 $(f \circ g)(2)=f(g(2))$
 $=f(9)$
 $=17$

15 정답 ③

해설 $(g \circ f)(1)=g(f(1))=g(3)=5$

16 정답 2

해설 $f(-2)=a-2$ 이므로 $(g \circ f)(-2)=(a-2)^2$

(i) $a \leq 3$ 일 때

$g(3)=-3$ 이므로 $(f \circ g)(3)=a-3$

$(a-2)^2+a-3=41$ 이므로

$a^2-3a-40=0$

$(a-8)(a+5)=0$

$a \leq 3$ 이므로 $a=-5$

(ii) $a > 3$ 일 때

$g(3)=9$ 이므로 $(f \circ g)(3)=a+9$

$(a-2)^2+a+9=41$ 이므로

$a^2-3a-28=0$

$(a-7)(a+4)=0$

$a > 3$ 이므로 $a=7$

(i), (ii)에 의하여 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합은

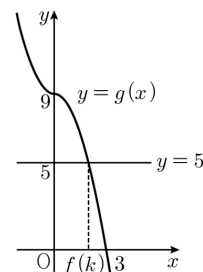
$7+(-5)=2$

17 정답 8

해설 $g(x)=\begin{cases} -x^2+9 & (x \geq 0) \\ x^2+9 & (x < 0) \end{cases}$ 에서

$g(f(k))=\begin{cases} -\{f(k)\}^2+9 & (f(k) \geq 0) \\ \{f(k)\}^2+9 & (f(k) < 0) \end{cases}$

이때 $g(f(k))=5$ 이므로 그래프는 다음 그림과 같다.



(i) $f(k) \geq 0$ 일 때,

$-\{f(k)\}^2+9=5$ 에서

$f(k)=2$ ($\because f(k) \geq 0$)

(ii) $f(k) < 0$ 일 때,

$\{f(k)\}^2+9=5$ 를 만족하는 실수 $f(k)$ 의 값은 존재하지 않는다.

(i), (ii)에 의하여 $f(k)=2|k|-6=2$ 에서

$|k|=4$ 이므로 $k=4$ 또는 $k=-4$

따라서 $\alpha=4$, $\beta=-4$ ($\because \alpha > \beta$)이므로

$\alpha-\beta=4-(-4)=8$

18 정답 ②

해설 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3g(x) + 1$
 이때 $(f \circ g)(x) = h(x)$ 이므로
 $3g(x) + 1 = 9x - 5$
 $3g(x) = 9x - 6$
 $\therefore g(x) = 3x - 2$

19 정답 ⑤

해설 $(g \circ h)(x) = g(h(x)) = 3h(x) + 2$
 $(g \circ h)(x) = f(x)$ 이므로 $3h(x) + 2 = 6x^2 - 4$
 $\therefore h(x) = 2x^2 - 2$

20 정답 ②

해설 $g(p) = c, f(c) = b$ 이므로
 $(f \circ g)(p) = f(g(p))$
 $= f(c) = b$

21 정답 ③

해설 $f^{-1}(9) = k$ 로 놓으면 $f(k) = 9$
 따라서 $5k - 6 = 9$ 에서 $k = 3$ 이다.

22 정답 ⑤

해설 함수의 대응관계를 이용하여 함숫값을 구할 수 있는가?
 $f^{-1}(2) = a$ 라 하면 $f(a) = 2$ 이므로
 $f(2) + f^{-1}(2) = 4 + 3 = 7$

23 정답 6

해설 $f(1) = 5$ 에서 $a + b = 5 \quad \dots \textcircled{1}$
 $f^{-1}(7) = 2$ 에서 $f(2) = 7$ 이므로
 $2a + b = 7 \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면 $a = 2, b = 3$
 $\therefore ab = 6$

24 정답 6

해설 $\frac{4x-1}{3} = t$ 로 놓으면 $4x = 3t + 1$
 $\therefore x = \frac{3t+1}{4}$
 따라서 $f(t) = 8 \cdot \frac{3t+1}{4} - 3 = 6t - 1$ 이므로
 $f(x) = 6x - 1$
 $f^{-1}(35) = k$ 라 하면 $f(k) = 35$ 이므로
 $6k - 1 = 35 \quad \therefore k = 6$

25 정답 ②

해설 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = x$ 이므로
 $f(x) = g^{-1}(x)$
 $\therefore g(x) = f^{-1}(x)$
 즉, 함수 $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이므로
 $y = 2x - 3$ 으로 놓고 x 에 대하여 정리하면
 $2x = y + 3$
 $\therefore x = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
 $\therefore g(x) = f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

26 정답 1

해설 $f^{-1}(4) = k$ 라 하면 $f(k) = 4$
 $\therefore k = 1$
 따라서 $f^{-1}(4) = 1$ 이다.

27 정답 6

해설 $f^{-1}(5) = a, f^{-1}(9) = b$ 라 하면
 $f(a) = 5, f(b) = 9$
 함수 f 의 역함수가 존재하면 f 는 일대일대응이므로
 $a = 1, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 1$
 $\therefore f^{-1}(5) + f^{-1}(9) = a + b = 6$

28 정답 ②

해설 $(f \circ f)^{-1}(d) = (f^{-1} \circ f^{-1})(d)$
 $= f^{-1}(f^{-1}(d)) \quad \dots \textcircled{7}$

$f^{-1}(d) = k$ 라 하면, $f(k) = d$ 이고, 그래프에서
 $f(c) = d$ 이므로

$$k = c, \text{ 즉 } f^{-1}(d) = c$$

$$(f \circ f)^{-1}(d) = f^{-1}(f^{-1}(d)) = f^{-1}(c) \quad \dots \textcircled{8}$$

$f^{-1}(c) = t$ 라 하면, $f(t) = c$ 이고, 그래프에서
 $f(b) = c$ 이므로

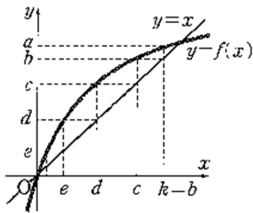
$$t = b, \text{ 즉 } f^{-1}(c) = b$$

따라서 ②에 의하여

$$(f \circ f)^{-1}(d) = f^{-1}(f^{-1}(d)) = f^{-1}(c) = b$$

29 정답 ④

해설 $y = x$ 의 그래프를 이용하여 x 축과 점선이 만나는 점의 좌표를 구하여 표시하면 아래 그림과 같다.



이 때, $k = b$ 이므로 $g(b) = p$ (p 는 상수)라 하면

$$f(p) = b \quad (\because f^{-1} = g \Leftrightarrow f = g^{-1})$$

$f(p) = b$ 를 만족하는 p 의 값은 $p = c$

$$\therefore g(b) = c$$

$$\therefore (g \circ g)(k) = g(g(b)) = g(c)$$

$g(c) = q$ (q 는 상수)라 하면

$$f(q) = c \quad (\because f^{-1} = g \Leftrightarrow f = g^{-1})$$

$f(q) = c$ 를 만족하는 q 의 값은

$$q = d \quad \therefore g(c) = d$$

$$\therefore (g \circ g)(k) = d$$