# 수학 상하

# Ⅰ. 다항식

1. 다항식의 덧셈과 뺄셈

⑴ 덧셈: 동류항끼리 모아서 정리한다.

⑵ 뺄셈: 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

⑶ 다항식의 덧셈에 대한 성질

세 다항식 $A$, $B$, $C$에 대하여

① 교환법칙 $A+B=B+A$

② 결합법칙 $(A+B)+C=A+(B+C)$

2. 다항식의 곱셈

⑴ 곱셈: 분배법칙을 이용하여 전개한 다음 동류항끼리 모아서 정리한다.

⑵ 다항식의 곱셈에 대한 성질

세 다항식 $A$, $B$, $C$에 대하여

① 교환법칙 $AB=BA$

② 결합법칙 $(AB)C=A(BC)$

③ 분배법칙 $A(B+C)=AB+AC$

$(A+B)C=AC+BC$

3. 곱셈 공식

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

③ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

⑤ $(a+b+c)^2=(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

⑥ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=\boxed{\qquad\qquad}$

⑦ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=\boxed{\qquad}$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

4. 다항식의 나눗셈

⑴ 나눗셈: 각 다항식을 내림차순으로 정리한 다음 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

⑵ 다항식 $A$를 다항식 $B(B\neq 0)$로 나누었을 때의 몫을 $Q$, 나머지를 $R$라고 하면

$\boxed{\qquad\qquad}$

이때 $R$는 상수이거나 $R$의 차수는 $B$의 차수보다 낮다.

# 수와 식

## 1. 실수의 대소 관계

◈ 실수의 대소관계 : 임의의 실수 $a$, $b$, $c$에 대하여

① $a \le a$ ② $a \le b$, $a \ge b$ 이면 $a = b$

③ $a \le b$, $b \le c$ 이면 $a \le c$

## 2. 절대값과 절대값 성질

◈ 절대값 : 수직선 위에서 실수 $a$에 대응하는 점을 $A$라 할 때, $O$에서 점 $A$까지의 거리 $\overline{OA}$를 $a$의 절대값이라 하고, 기호 $|a|$로 나타낸다.

$$|a| = \begin{cases} a \ (a \ge 0) \\ -a \ (a < 0) \end{cases}$$

◈ 절대값의 성질

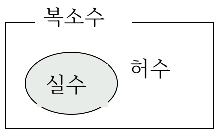
① $|a| \ge 0$, $|a| = |-a|$ ② $|a|^2 = a^2$

③ $|a||b| = |ab|$ ④ $\dfrac{|a|}{|b|} = \left|\dfrac{a}{b}\right|$ (단, $b \ne 0$)

## 3. 복소수

◈ 복소수 : 두 실수 $a$, $b$에대하여 $a+bi(i=\sqrt{-1})$로 나타낸 수

$$a+bi \begin{cases} b=0 : \text{실수} \\ a=0,\ b \ne 0 : \text{순허수} \end{cases}$$




◈ 복소수의 상등

$a$, $b$, $c$, $d$ 가 실수일 때

① $a+bi=0 \Leftrightarrow a=0$, $b=0$

② $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c$, $b=d$

◈ 복소수의 연산

$(a+bi) \pm (c+di) = (a \pm c) + (b \pm d)i$(복부호 동순)

$(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$

$\dfrac{a+bi}{c+di} = \dfrac{ac+bd}{c^2+d^2} + \dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$

◈ 복소수의 성질

$z=a+bi$이고 $a$, $b$는 실수일 때

① $\overline{z_1+z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ ② $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\,\overline{z_2}$

③ $\overline{a} = a$(실수의 켤레복소수는 실수 자신)

④ $z + \overline{z_1} = 2a$, $z\overline{z} = a^2+b^2$

◈ 복소수의 성질

$a>0$ 일 때

① $\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i$ ② $-a$의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}\,i$

◈ $i=\sqrt{-1}$, $i^2=-1$, $i^3=-i$, $i^4=1$

## 4. 인수분해

◈ 인수분해 공식

① $ma\pm mb=m(a\pm b)$ (복부호 동순)

② $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$ (복부호 동순)

③ $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

④ $a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$ (복부호 동순)

⑤ $a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3=(a\pm b)^3$ (복부호 동순)

⑥ $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$

⑦ $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

## 5. 곱셈 공식의 변형

◈ 곱셈 공식

① $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(a-b)^2+2ab$

② $a^3\pm b^3=(a\pm b)^3\mp 3ab(a\pm b)$ (복부호 동순)

③ $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

④ $a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

⑤ $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

## 6. 항등식의 성질

◈ 항등식의 성질( $x$관해)

① $ax+b=0 \Leftrightarrow a=b=0$

② $ax+b=cx+d \Leftrightarrow a=c,\ b=d$

③ $ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow a=b=c=0$

◈ 미정계수법

① 계수비교법 : 양변의 같은 차수를 비교하여 계수를 구하는 것

② 수치대입법 : 양변의 문자에 적당한 수를 대입하여 계수를 구한다.

## 7. 나머지정리와 인수정리

◈ 다항식의 나눗셈 : $f(x)$를 $g(x)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$

나머지를 $R(x)$라 하면

$$f(x)=g(x)Q(x)+R(x)$$

(단, $R(x)$의 차수는 $g(x)$의 차수보다 낮다.)

◈ 나머지정리 : $f(x)$를 $x-\alpha$로 나누었을 때의 나머지는 $R=f(\alpha)$이다.

◈ 인수정리 : $f(x)$가 $x-\alpha$로 나누어떨어지기 위한 필요충분조건은

$f(\alpha)=0$이다.

◈ 삼차식 이상의 식의 인수분해

① 식을 적당히 조합하여 쉬운 형태로 유도한다.

② 인수를 찾는 방법은

$\pm$(상수항의 약수), $\pm\left(\dfrac{\text{상수항의 약수}}{\text{최고차항 계수의약수}}\right)$중에서 찾는다.

◈ 복이차식 인수분해

① $x^2=X$치환하여서 풀이한다. ② $A^2-B^2$꼴로 변형한다.

8. 약수와 배수

◈ 다항식 $A$가 다항식 $B$로 나누어떨어질 때, 즉

$A=BQ$($Q$는 다항식)

일 때, $A$를 $B$의 배수, $B$를 $A$의 약수라 한다.

◈ 자연수 $N=p^{\alpha}q^{\beta}r^{\gamma}$($p$, $q$, $r$는 서로 다른 소인수)에 대하여

① 약수의 개수 : $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$

② 약수의 총합 :

( $(1+p+p^2+\cdots+p^{\alpha})(1+q+q^2+\cdots+q^{\beta})(1+r+r^2+\cdots+r^{\gamma})$

9. 유리식

◈ 유리식의 계산

① $\dfrac{B}{A}\pm\dfrac{C}{A}=\dfrac{B\pm C}{A}$, $\dfrac{B}{A}\times\dfrac{D}{C}=\dfrac{BD}{AC}$

② $\dfrac{B}{A}\div\dfrac{D}{C}=\dfrac{\frac{B}{A}}{\frac{D}{C}}=\dfrac{BC}{AD}$

◈ 부분분수

$$\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$$

10. 비례식

◈ $a : b = c : d \Leftrightarrow \dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d} \Leftrightarrow ad=bc$

11. 제곱의 성질

◈ $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$ ◈ $\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases} |a| & (n:\text{짝수}) \\ a & (n:\text{홀수}) \end{cases}$

◈ $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

단, $\begin{cases} a<0,\ b<0\text{일 때, } \sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab} \\ a>0,\ b<0\text{일 때, } \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}} \end{cases}$

12. 무리수

◈ $a$, $b$, $c$, $d$가 유리수, $\sqrt{m}$, $\sqrt{n}$이 무리수일 때,

① $a+b\sqrt{m}=0 \Leftrightarrow a=b=0$

② $a+b\sqrt{m}=c+d\sqrt{m} \Leftrightarrow a=c,\ b=d$

③ $a+\sqrt{m}=b+\sqrt{n} \Leftrightarrow a=b,\ m=n$

◈ 분모의 유리화

① $\dfrac{a}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{b}$ ② $\dfrac{c}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}=\dfrac{c(\sqrt{a}\mp\sqrt{b})}{a-b}$

# Ⅱ. 방정식과 부등식

## 1. 일차방정식

◈ 등식의 성질 : $a=b$이면

① $a\times c=b\times c$ ② $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{c}\,(c\neq 0)$

◈ 일차방정식 $ax+b=0$의 풀이

① $a\neq 0$일 때, $x=\dfrac{b}{a}$(오직 하나의 근)

② $a=0$일 때, $\begin{cases} b=0\text{이면 해는 무수히 많다.(부정)} \\ b\neq 0\text{이면 해는 없다.(불능)} \end{cases}$

## 2. 절대값과 방정식

◈ $|A|=\begin{cases} A\ (a\geq 0) \\ -A\ (a<0) \end{cases}$

◈ $|ax+b|=0$의 풀이는 절대값 안이 0이 되는 곳에서 구간(즉, $ax+b\geq 0$, $ax+b<0$)을 나누어 푼다.

◈ 절대값 안이 0이 되는 값이 $n$개이면 구간을 $n+1$개로 나누어 푼다.

◈ $|f(x)|=|g(x)| \Leftrightarrow f(x)=\pm g(x)$

## 3. 이차방정식

◈ 이차방정식 풀이( $a\neq 0$)

① $a(x+\alpha)(x+\beta)=0 \Leftrightarrow x=\alpha,\ x=\beta$

② $ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

◈ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D=b^2-4ac$라 할 때

① $D>0 \Leftrightarrow$ 서로다른 두 실근을 갖는다.

② $D=0 \Leftrightarrow$ 중근을 갖는다.

③ $D<0 \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

## 4. 이차방정식의 실근의 부호

◈ 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면

① 두 근이 모두 양 $\Leftrightarrow D\geq 0,\ \alpha+\beta>0,\ \alpha\beta>0$

② 두 근이 모두 음 $\Leftrightarrow D\geq 0,\ \alpha+\beta<0,\ \alpha\beta>0$

③ 두 근이 서로 다른 부호 $\Leftrightarrow \alpha\beta<0$

$\begin{cases} |\text{양근}|>|\text{음근}| \Leftrightarrow \alpha+\beta>0,\ \alpha\beta<0 \\ |\text{양근}|<|\text{음근}| \Leftrightarrow \alpha+\beta<0,\ \alpha\beta<0 \\ \text{절대값은 같고 서로 다른 부호} \Leftrightarrow \alpha+\beta=0,\ \alpha\beta<0 \end{cases}$

4. 고차방정식 풀이

◈ 인수분해를 이용한 풀이 : 고차방정식은 인수분해 공식, 인수정리, 조립제법 등을 이용해서 푼다.

◈ 복이차식의 꼴 : $x^2=t$로 치환하여 인수분해 공식을 이용해서 푼다.

◈ 상반방정식 : 짝수차의 상반방정식은 양변을 $x^2$으로 나눈 다음 $x+\frac{1}{x}=t$로 치환하여 풀고, 홀수차의 상반방정식은 인수( $x+1$)로 나누고,그 때의 몫을 짝수차의 경우와 같이 푼다.

5. 근과 계수와의 관계

◈ $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$의 두 근을 α, β라 하면

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

◈ $ax^3+bx^2+cx+d=0(a\neq 0)$의 세 근을 α, β, γ라 하면

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a},\ \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

◈ 두 수 α, β를 근으로 가지는 이차방정식은

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$$

6. 근의 성질

◈ 계수가 유리수인 방정식에서 한 근이 $a\pm\sqrt{b}$가 근이면 $a\mp\sqrt{b}$도 근이다.

◈ 계수가 복소수인 방정식에서 한 근이 $a\pm bi$가 근이면 $a\mp bi$도 근이다.

7. 연립일차방정식

◈ 연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ 에서

① $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$ ⇒ 해가 오직 한 쌍이다.

② $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ ⇒ 해가 무수히 많다. (부정)

③ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ ⇒ 해가 없다. (불능)

◈ 미지수가 3개 이상이면 미지수를 하나씩 소거하여 미지수의 개수를 줄여 나간다.

8. 미지수가 2개인 연립이차방정식

◈ 일차식과 이차식

일차식을 이차식에 대입하여 푼다.

◈ 이차식과 이차식

① 한 식을 인수분해하여 다른 식에 대입한다.

② 상수항을 소거한 후 인수분해한다.

③ 이차항을 소거한 후 다른 식에 대입한다.

◈ 대칭식인 연립방정식

$x+y=a$, $xy=b$로 치환하여 푼다.

## 9. 부정방정식의 해법

◈ 정수조건이 있는 경우

(일차식)(일차식)=(정수)의 꼴로 고쳐 푼다.

◈ 실수조건이 주어지는 경우

① 한 문자로 정리하여 이차식으로 만든 다음 $D \geq 0$임을 이용한다.

② $A^2+B^2=0$ ($A$, $B$는 실수) $\Leftrightarrow$ $A=0$, $B=0$

③ $|A|+|B|=0$ ($A$, $B$는 실수) $\Leftrightarrow$ $A=0$, $B=0$

## 10. 연립부등식

◈ 미지수가 3개인 연립일차방정식은 소거하거나 변끼리 더하여 문자의 개수를 줄인다.

◈ 미지수가 2개인 연립일차방정식의 풀이

① 일차식과 이차식의 연립방정식은 일차식을 이차식에 대입하여 푼다.

② 이차식과 이차식의 연립방정식은 한 식의 인수분해, 이차항의 소거, 상수항의 소거 등을 이용하여 일차식과 이차식의 연립방정식의 꼴로 유도한다.

## 11. 부등식의 풀이

◈ 일차부등식 $ax>b$의 풀이

① $a>0 \Rightarrow x>\dfrac{b}{a}$, $\quad a<0 \Rightarrow x<\dfrac{b}{a}$

② $a=0$, $b \geq 0$일 때, 해는 없다. (불능)

③ $a=0$, $b<0$일 때, 해는 모든 실수이다. (부정)

◈ 이차부등식의 풀이 $a>0$ 이고 $ax^2+bx+c=0$의 두 실근이 $\alpha$, $\beta(\alpha<\beta)$일 때,

① $ax^2+bx+c>0$의 해는 $x<\alpha$또는 $x>\beta$

② $ax^2+bx+c<0$의 해는 $\alpha<x<\beta$

## 12. 여러 가지 부등식

◈ $a^2 \pm ab+b^2 \geq 0$

◈ $a^3+b^3+c^3-3abc \geq 0$ ($a$, $b$, $c$는 양수)

◈ $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca \geq 0$

◈ $a>0$, $b>0$일 때, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ (단, 등호는 $a=b$일 때, 성립)

◈ 실수 $a$, $b$, $x$, $y$에 대하여

$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$ (단, 등호는 $a : b = x : y$일 때, 성립)

13. 절대부등식

◈ 산술평균, 기하평균

$a>0$, $b>0$일 때 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (단, 등호는 $a=b$일 때 성립)

◈ 코시-슈바르츠의 부등식

$a$, $b$, $x$, $y$가 실수일 때

$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$ (단, 등호는 $a : b = x : y$일 때 성립)

# Ⅲ. 도형의 방정식

## 1. 내분점, 외분점

◈ 두 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$사이의 거리는

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

◈ 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$에 대하여 선분 $AB$를 $m,\ n(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 $P$, 외분하는 점을 $Q$라고 하면

$$P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

$$Q\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n},\ \frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)\ (m\neq n)$$

## 2. 직선의 방정식

◈ 점 $P(x_1,\ y_1)$을 지나고 기울기가 $m$인 직선의 방정식은

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

◈ 서로 다른 두 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 방정식은

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)\ (x_1\neq x_2)$$

◈ $x$절편이 $a$이고 $y$절편이 $b$인 직선의 방정식은

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1\ (단,\ a\neq 0,\ b\neq 0)$$

## 3. 두 직선의 위치관계

| 구 분 | $y=mx+n$<br>$y=m'+n'$ | $ax+by+c=0$<br>$a'x+b'y+c'=0$ |
|---|---|---|
| 평 행 | $m=m',\ n\neq n'$ | $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ |
| 일 치 | $m=m',\ n=n'$ | $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ |
| 수 직 | $mm'=-1$ | $aa'+bb'=0$ |
| 한 점에서 만난다. | $m\neq m'$ | $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$ |

## 4. 점과 직선 사이의 거리

◈ 점 $(x_1,\ y_1)$과 직선 $ax+by+c=0$사이의 거리는

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

◈ 두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$$

5. 원의 방정식

◈ 중심이 (0, 0), 반지름 길이가 $r$인 원의 방정식은

$$x^2+y^2=r^2$$

◈ 중심이 $(a, b)$, 반지름 길이가 $r$인 원의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

◈ 원의 방정식의 일반형은( 점이 주어질 때 이용)

$$x^2+y^2+Ax+By+C=0$$

6. 원과 직선

◈ 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$과 직선 $y=mx+n$을 연립하여 구한 판별식을 $D$, 중심과 직선 사이의 거리가 $d$, 반지름의 길이가 $r$이면

① $d<r(D>0)$ ⇔ 두 점에서 만난다.

② $d=r(D=0)$ ⇔ 한 점에서 만난다.

③ $d>r(D<0)$ ⇔ 만나지 않는다.

◈ 원의 접선의 방정식 : 원 $x^2+y^2=r^2$에서

① 기울기 $m$인 접선의 방정식은 : $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$

② 원 위의 점 $(x_1, y_1)$에서의 접선은 : $x_1x+y_1y=r^2$

7. 평행이동

◈ $x$축, $y$축의 방향으로 각각 $m$, $n$만큼 평행이동 즉,

$$f:(x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$$

① 점 $P(x, y) \rightarrow P(x+m, y+n)$

② 도형 $f(x, y)=0 \rightarrow f(x-m, y-n)=0$

③ 도형 $y=f(x) \rightarrow y-m=f(x-n)$

8. 대칭이동

◈ 다음과 같이 대칭이동한 도형 $f(x, y)=0$의 방정식은

① $x$축에 대하여 ⇒ $f(x, -y)=0$

② $y$축에 대하여 ⇒ $f(-x, y)=0$

③ 원점에 대하여 ⇒ $f(-x, -y)=0$

④ 직선 $y=x$에 대하여 ⇒ $f(y, x)=0$

⑤ 직선 $x=a$에 대하여 ⇒ $f(2a-x, y)=0$

⑥ 직선 $y=b$에 대하여 ⇒ $f(x, 2b-y)=0$

⑦ 점 $(a, b)$에 대하여 ⇒ $f(2a-x, 2b-y)=0$

# Ⅳ. 집합과 명제

## 1. 집합과 원소

◈ 집합 : 일정한 조건에 적합하고 서로 구별할 수 있는 것 전체

◈ 원(소) : 집합을 이루고 있는 하나하나의 대상

◈ $a \in A$ ⇔ $a$는 집합 $A$의 원소이다.

⇔ $a$는 집합 $A$에 속한다.

◈ $a \notin A$ ⇔ $a$는 집합 $A$의 원소가 아니다.

⇔ $a$는 집합 $A$에 속하지 않는다.

◈ 원소나열법 : 모든 원소를 { }안에 나열하는 방법

◈ 조건제시법 : $\{x \mid p(x)\}$와 같이 원소가 갖는 성질을 나타내는 방법

◈ 공집합 : 원소를 하나도 가지지 않는 집합을 말한다.

기호 $\{\ \} = \varnothing$로 나타낸다.

⇒ $\{\varnothing\}$는 $\varnothing$라는 원소를 하나 가지고 있으므로 공집합이 아니다.

◈ 멱집합 : 집합 $A$의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합을 집합 $A$의 멱집합이라 하고 $2^A$로 나타낸다.

⇒ $A = \{0, 1\}$, $2^A = \{\varnothing, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$

## 2. 부분집합

◈ 임의의 $x \in A$에 대하여 $x \in B$ ⇔ $A$는 $B$의 부분집합

⇔ $A \subset B$ 또는 $B \supset A$ ⇔ $A$는 $B$에 포함된다.

◈ 상등 : $A \subset B$. $B \subset A$이면 $A = B$

◈ $\varnothing \subset \varnothing$, $\varnothing \subset A$, $A \subset A$

◈ $A \subset B$이고 $A \neq B$이면 $A$는 $B$의 진부분집합이다.

◈ $A \subset B$이고 $B \subset C$이면 $A \subset C$

## 3. 부분집합의 개수

◈ 원소의 개수가 $n$개인 집합에서

① 부분집합의 개수 : $2^n$개

② 진부분집합의 개수 : $2^n - 1$개

③ $m$개의 원소를 포함하는 부분집합의 개수 : $2^{n-m}$개

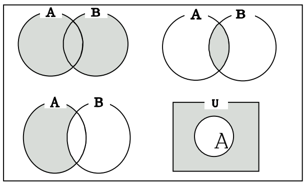
④ $m$개의 원소를 포함하고 $s$개의 원소를 제외하는 부분집합의 개수 :

$2^{n-m-s}$개

## 4. 집합의 연산

◈ 합집합 : $A \cup B = \{x \mid x \in A$ 또는 $x \in B\}$

◈ 교집합 $A \cap B = \{x \mid x \in A$ 이고 $x \in B\}$




◈ 차집합 $A-B=\{x \mid x\in A$ 이고 $x\notin B\}$

◈ 여집합 $A^c=\{x \mid x\in U$ 이고 $x\notin A\}$

5. 집합의 연산법칙

◈ 교환법칙 $A\cup B=B\cup A$, $A\cap B=B\cap A$

◈ 결합법칙 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$, $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

◈ 분배법칙 $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$,

$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

◈ 드 모르간의 법칙 $(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$, $(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$

◈ 흡수법칙 $A\cup(A\cap B)=A$, $A\cap(A\cup B)=A$

6. 차집합, 여집합의 성질

◈ $A-B=A\cap B^c=A-(A\cap B)=(A\cup B)-B$

◈ $A-B=\varnothing$

$\Leftrightarrow$ $A\subset B \Leftrightarrow A\cap B=A \Leftrightarrow A\cap B^c=\varnothing \Leftrightarrow A\cup B=B$

$\Leftrightarrow$ $B^c\subset A^c \Leftrightarrow A^c\cup B=U \Leftrightarrow B^c\cap A^c=B^c \Leftrightarrow B^c\cup A^c=A^c$

$\Leftrightarrow$ $B^c-A^c=\varnothing$

◈ $A-B=A \Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$

◈ $A\cup A^c=U$, $(A^c)^c=A$, $U^c=\varnothing$

7. 유한집합의 원소의 개수

◈ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=n(U)-n(A^c\cap B^c)$

◈ $n(A-B)=n(A\cap B^c)=n(A)-n(A\cap B)$

◈ $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)$

$-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$

8. 명제

◈ 명제 : 참, 거짓을 판별할 수 있는 문장이나 식

◈ 명제의 부정 : 명제 $p$에 대하여 「$p$가 아니다」를 명제 $p$의 부정이라 하며 $\sim p$로 나타낸다.

◈「모든」「어떤」이 들어 있는 명제의 부정

① 모든 $x$ $\Rightarrow$ 어떤 $x$ ② 어떤 $x$ $\Rightarrow$ 모든 $x$

◈ 진리집합 : 전체집합 $U$에 대하여 조건 $p(x)$를 만족시키는 $x$의 값 전체의 집합, 즉

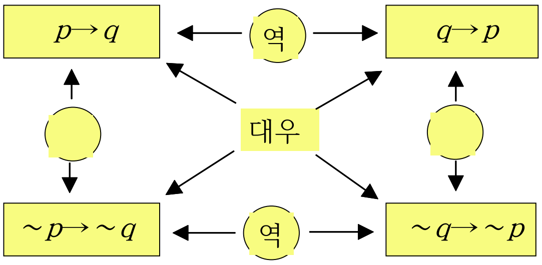
$P=\{x \mid p(x)$는 참$\}$

를 말한다.

◈ 「$p \Rightarrow q$」$\Leftrightarrow$「$P\subset Q$」 ◈ 「$\sim p \Rightarrow \sim q$」$\Leftrightarrow$「$P^c\subset Q^c$」

9. 역, 이, 대우

◈ 역, 대우




◈ 「$p \to q$」 $\Leftrightarrow$ 「$\sim q \to \sim p$」

(명제와 그 대우는 동치이다.)

◈ $p \Rightarrow q$ 이고 $q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$역, 이 대우 : 삼단논법

10. 필요조건과 충분조건

◈ 조건 $p$를 만족하는 진리집합을 $P$ 조건 $q$를 만족하는 진리집합을 $Q$라 할 때,

① $p \Rightarrow q$일 때, 즉 $P \subset Q$일 때

▶ $p$는 $q$이기 위한 충분조건

▶ $q$는 $p$이기 위한 필요조건

② $p \Leftrightarrow q$일 때, 즉 $P = Q$일 때

▶ $p$는 $q$이기 위한 필요충분조건

▶ $q$는 $p$이기 위한 필요충분조건

# Ⅴ. 함 수

## 1. 함수

◈ 함수 $f: X \to Y$에서

① 일대일 대응 : 정의역 $X$의 임의의 원소 $x_1, x_2$에 대하여 $x_1 \neq x_2$일 때

$f(x_1) \neq f(x_2)$이고 , 치역과 공역이 같은 함수

② 항등함수 : $f: X \to X$, $f(x) = x$

③ 상수함수 : $X$의 원소 $x$r에 대하여 $f(x) = c$( $c$는 상수)

④ 함수의 개수 : $n(X) = a$, $n(Y) = b$일 때, $X$에서 $Y$로의 함수의 개수는 $b^a$이다.

## 2. 합성함수와, 역함수

◈ 함성함수의 성질 ⇒ $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

① $f \circ g \neq g \circ f$ ② $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

③ $f \circ I = I \circ f = f$ ($I$는 항등함수)

◈ 역함수를 구하는 요령

① 주어진 함수 $y = f(x)$가 일대일 대응인지 알아 본다.

② $y = f(x)$를 $x$에 관하여 풀어 $x = f^{-1}(y)$의 꼴로 고친다.

③ $x = f^{-1}(y)$에서 $x$와 $y$를 바꾸어 $y = f^{-1}(x)$로 한다.

◈ 역함수의 성질 ⇒ $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

① $(f^{-1})^{-1} = f$, $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

② $y = f(x)$, $y = f^{-1}(x)$의 그래프는 직선 $y = x$에 대하여 대칭이다.

## 3. 이차함수

◈ $y = ax^2 (a \neq 0)$의 그래프

① 원점을 꼭지점으로 하고 대칭축이 $y$축인 포물선이다.

② $a > 0$이면 아래로 볼록, $a < 0$이면 위로 볼록하다.

◈ $y = a(x-m)^2 + n (a \neq 0)$의 그래프

① $y = ax^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $m$, $y$축의 방향으로 $n$만큼 평행이동한 것이다.

② 꼭지점의 좌표는 $(m, n)$, 대칭축은 $x = m$이다.

## 4. 이차함수의 최대, 최소

◈ 이차함수 $y = a(x-m)^2 + n (\alpha \le x \le \beta)$에 대하여

① $\alpha \le m \le \beta$일 때

$a > 0$이면 $x = m$에서 최소이고 $f(\alpha)$, $f(\beta)$중 큰 쪽이 최대값이다.

② $m < \alpha$ $or$ $m > \beta$일 때

$f(\alpha)$, $f(\beta)$중 큰 쪽이 최대값이고, 작은 쪽이 최소값이다.

5. 이차함수의 그래프와 직선 사이의 관계

◈ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식이 $D=b^2-4ac$일 때,

$y=ax^2+bx+c$의 그래프는

① $D>0$이면 $x$축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

② $D=0$이면 $x$축과 한 점에서 만난다. (접한다)

③ $D<0$이면 $x$축과 만나지 않는다.

◈ 포물선 $y=ax^2+bx+c$와 직선 $y=mx+n$을 연립할 때

① $D>0$이면 서로 다른 두 점에서 만난다.

② $D=0$이면 한 점에서 만난다. (접한다)

③ $D<0$이면 만나지 않는다.

6. 이차방정식의 근의 분리

◈ 방정식 $ax^2+bx+c=0(a>0)$에 대하여

$f(x)=ax^2+bx+c$, $D=b^2-4ac$라 하면

① 두 근이 모두 $p$보다 클 조건은 ⇒ $D\geq 0$, $f(p)>0$, $p<-\frac{b}{2a}$

② 두 근이 모두 $p$, $q(p<q)$사이에 있을 조건은 ⇒ $D\geq 0$, $f(p)>0$, $f(q)>0$, $p<-\frac{b}{2a}<q$

③ 두 근 사이에 $p$가 있을 조건은 ⇒ $f(p)<0$

7. 이차함수의 값의 양, 음

◈ 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$에서 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D$라 하면

① 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x)>0 \Leftrightarrow a>0$, $D<0$

② 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x)\geq 0 \Leftrightarrow a>0$, $D\leq 0$

③ 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x)<0 \Leftrightarrow a<0$, $D<0$

④ 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x)\leq 0 \Leftrightarrow a<0$, $D\leq 0$

⑤ 모든 실수 $x$에 대하여 $ax^2+bx+c>0$일 조건은

( $a>0$, $D<0$ ) 또는 ($a=0$, $b=0$ $c>0$)

8. 삼차함수

◈ $y=a(x-p)^3+q$의 그래프

① $y=ax^3$의 그래프를 $x$축, $y$축 방향으로 각각 $p$, $q$만큼 평행이동한 것이다.

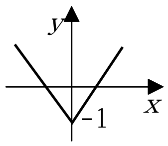
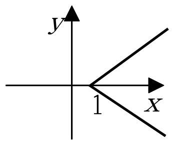
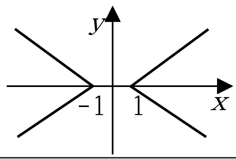
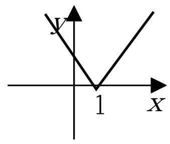
② $a>0$일 때 $x$가 증가하면 $y$도 증가하고, $a<0$일 때 $x$가 증가하면 $y$는 감소한다.

◈ 함수 $y=f(x)$에 대하여

① 우함수 : $f(x)=f(-x)$ ⇔ $y$축 대칭 ⇔ 짝수차 함수

② 기함수 : $f(x)=-f(-x)$ ⇔원점 대칭 ⇔ 홀수 함수

9. 절대값 그래프

| $y=f(\|x\|)$ | $\|y\|=f(x)$ | $\|y\|=f(\|x\|)$ | $y=\|f(x)\|$ |
|---|---|---|---|
| $x\geq 0$인 그래프를 $y$축 대칭 | $y\geq 0$인 그래프를 $x$축 대칭 | $x\geq 0$, $y\geq 0$인 그래프를 $x$축, $y$축, 원점 대칭 | $y=f(x)$그래프의 $x$축 아래부분을 접어 올린다. |
| 예) $y=\|x\|-1$ | 예) $\|y\|=x-1$ | 예) $\|y\|=\|x\|-1$ | 예) $y=\|x-1\|$ |
|  |  |  |  |

10. 유리함수

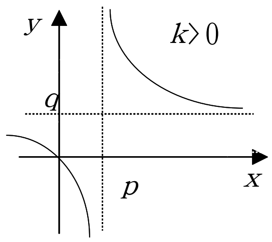
◈ $y=\dfrac{k}{x-p}+q(k\neq 0)$의 그래프

① 정의역은 $R-\{p\}$, 치역은 $R-\{q\}$이다.

② 점근선은 $x=p$, $y=q$

③ 점 $(p, q)$에 대하여 대칭이다.

④ $y=\dfrac{k}{x}$의 그래프를 $x$, $y$축의 방향으로 각각 $p$, $q$만큼 평행이동한 것이다.




11. 무리함수

◈ $y=\sqrt{kx}(k\neq 0)$의 그래프

① 정의역은 $\{x\mid kx\geq 0\}$, 치역은 $\{y\mid y\geq 0\}$

② $k>0$이면 제1사분면, $k<0$이면 제2사분면에 있다.

③ $y=\sqrt{kx}$와 $y=\sqrt{-kx}$의 그래프는 $y$축에 대하여 대칭이다.

◈ $y=\sqrt{k(x-m)}+n(k\neq 0)$의 그래프

$y=\sqrt{kx}$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $m$만큼, $y$축의 방향으로 $n$만큼 평행이동한것이다.

# Ⅵ. 경우의 수

## 1. 합의 법칙

◈ 두 사건 $A$, $B$가 일어나는 경우의 수가 각각 $m$, $n$가지일 때.

① $A$와 $B$가 동시에 일어나지 않는 경우

$A$또는 $B$가 일어나는 경우의 수 : $m+n$가지

② $A$와 $B$가 동시에 일어나는 경우가 $l$가지 있는 경우

$A$또는 $B$가 일어나는 경우의 수 : $m+n-l$

## 2. 곱의 법칙

◈ 두 사건 $A$, $B$에 있어서 $A$가 일어나는 경우의 수가 $m$가지이고 그 각각에 대하여 $B$가 일어나는 경우의 수가 $n$가지이면 $A$가 일어나고 동시에 $B$가 일어나는 경우의 수는 $m \times n$가지이다.

◈ 곱의 법칙에 대한 공식

$N = x^a y^b z^c$(단, $x$, $y$, $z$는 서로 소)

① $N$의 약수의 개수 : $(a+1)(b+1)(c+1)$

② $N$의 약수의 총합 :

$$(x^0+x^1+x^2+\cdots+x^a)(y^0+y^1+y^2+\cdots+y^b)(z^0+z^1+z^2+\cdots+z^c)$$

◈ 경우의 수를 구하는 요령

① 빠짐없이

② 중복되지 않게

③ 사전식 배열 방법 이용

## 3. 순열

◈ 순열 : 서로 다른 $n$개의 원에서 $r$개를 택하여 이들의 순서를 생각하여 일렬로 배열하는 것. ⇒ ${}_nP_r$

◈ 순열의 수 ${}_nP_r$의 성질

① $\underbrace{{}_nP_r = n(n-1)(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}_{r\text{개}}$

② ${}_nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ ③ ${}_nP_n = n!$, ${}_nP_0 = 1$

◈ 계승(!)의 성질

① $0! = 1$ ② $n(n-1)! = n(n-1)(n-2)! = n!$ ③ $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\times\cdots 3\times 2\times 1$

4. 조건이 있는 순열

◈ 이웃할 경우 : 이웃하는 것들을 묶어서 하나로 생각하고, 묶인 부분의 자체 내에서의 수를 곱해준다.

◈ 이웃하지 못할 경우 : 이웃해도 좋은 것을 먼저 배열하고, 그 사이사이에 이웃하지 못하는 것들을 배열하는 순열의 수를 구하여 곱한다.

◈ [적어도····]하면 : 여집합을 이용한다.

5. 조합

◈ 조합 : 서로 다른 $n$개에서 $r$개를 택할 때, 순서를 생각하지 않는 경우의 수 ⇒ ${}_nC_r$

◈ 중복조합 : 서로 다른 $n$개의 원 중에서 중복을 허락하여 $r$개를 택하는 조합

⇒ ${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$

6. 조합의 수 ${}_nC_r$의 성질

① ${}_nC_r = \dfrac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}$

$= \dfrac{{}_nP_r}{r!} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

② ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$, ${}_nC_0 = {}_nC_n = 1$, ${}_nC_1 = {}_nC_{n-1} = n$

7. 조 나누는 방법과 분배하는 방법

◈ 서로 다른 $n$개의 물건을 $p$개, $q$개, $r$개(단, $p+q+r=n$)의 3조로 나누는 방법의 수는

① $p$, $q$, $r$ 이 서로 다르면 : ${}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_rC_r$

② $p$, $q$, $r$ 중 어느 두 개가 같으면 : ${}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_rC_r \div 2!$

③ $p$, $q$, $r$ 이 모두 같으면 : ${}_nC_p \times {}_{n-p}C_q \times {}_rC_r \div 3$

※ 세 조로 나눈 다음 , 이것을 다시 $A$, $B$, $C$ 세 사람에게 분배하는 방법의 수는 위의 각 경우에 $3!$을 곱해준다.

# * 행 렬

## 1. 행렬과 그 연산

◈ 행렬 : 수, 문자를 괄호 (  )안에 직사각형의 꼴로 배열한 것.

◈ 행 : 행렬의 가로 줄, 위로부터 차례로 제1행, 제2행, 제3행, …

◈ 열 : 행렬의 세로 줄, 왼쪽부터 차례로 제1열, 제2열, 제3열, …

◈ 정사각행렬 : 행의 수와 열의 수가 같은 행렬

◈ $n$차 정사각행렬 : $n\times n$행렬

◈ 행렬의 표현 :

① $m$행 , $n$열로 이루어진 행렬 : $m\times n$행렬

② 제 $i$행과 $j$열의 교차점에 위치해 있는 성분 : $(i,\ j)$성분 또는 원, $a_{ij}$로 나타낸다.

## 2. 행렬의 상등

◈ 두행렬이 서로 같다면 즉

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \Leftrightarrow a_{11}=b_{11},\ a_{12}=b_{12},\ a_{21}=b_{21},\ a_{22}=b_{22}$$

## 3. 행렬의 덧셈과 실수배

◈ $k,\ l$이 실수이고 $A,\ B,\ C$가 같은꼴의 행렬일 때

① $A+B=B+A$ (교환법칙)　　② $(A+B)+C=A+(B+C)$ (결합법칙)

③ $1A=A$ , $(-1)A=-A$ , $0A=O$ , $kO=O$　　④ $(kl)A=k(lA)$ (결합법칙)

⑤ $(k+l)A=kA+lA$ , $k(A+B)=kA+kB$ (분배법칙)

◈ 영인자 : 행렬의 모든 성분이 0인 행렬

## 4. 행렬의 곱셈

◈ 두 $2\times 2$행렬 $A,\ B$의 곱 $AB$는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{pmatrix}$$

## 5. 행렬의 곱에 관한 성질

◈ $k$가 실수이고 $A,\ B,\ C$가 $n$차 정사각행렬일 때

① $(AB)C=A(BC)$ (결합법칙)

② $A(B+C)=AB+AC$, $(A+B)C=AC+BC$ (분배법칙)

③ $k(AB)=(kA)B=A(kB)$

④ $AE=EA=A$($E$는 단위행렬)

⑤ 행렬의 곱셈에서는 교환법칙이 성립하지 않는다.

⑥ 행렬의 거듭제곱 $\Rightarrow A^2=AA$ , $A^3=A^2$, $A^n=A^{n-1}A$

$A^mA^n=A^{m+n}$, $(A^m)^n=A^{mn}$

⑦ $A\neq O$, $B\neq O$이면서 $AB=O$을 만족하는 행렬 $A,\ B$를 영인자

라고 한다. 즉 행렬의 곱셈에서는 영인자가 존재한다.

따라서 $AB=O$이더라도 $A=O$또는 $B=O$이라고 말할수 없다.

☞ 주의 사항

① 행렬의 곱셈에서는 교환법칙이 성립하지 않는다 ⇒ $AB \neq BA$

② $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$이 성립하기 위해서는 $AB=BA$일 때 이다.

③ $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$이 성립하기 위해서는 $AB=BA$일 때 이다.

④ $AB=O$이라고 $A=O$또는 $B=O$이라고 말할 수 없다.

⑤ $AB=AC$일 때, $A \neq O$인데도 불구하고 $B=C$가 성립하지 않는다.

⑥ $A \neq O$이라도 $A^2=O$일 수도 있다.

6. 케일리 해밀턴 정리 [교육과정외] → 알아두면 도움됩니다.!!!

◈ $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때 $A^2-(a+d)A+(ad-bc)E=O$ ($E$는 단위행렬)

이 항상 성립 한다.

7. 역행렬의 정의 [교육과정외]

① $AB=BA=E \Leftrightarrow B=A^{-1}$또는 $A=B^{-1}$

② 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에 대하여

1) $ad-bc \neq 0$ 이면 $A^{-1}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

2) $ad-bc=0$ 이면 역행렬은 존재하지 않는다.

8. 역행렬의 계산 [교육과정외]

① $AX=B \Leftrightarrow X=A^{-1}B$ ② $XA=B \Leftrightarrow X=BA^{-1}$

9. 역행렬의 성질 [교육과정외]

① $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ ② $(A^{-1})^{-1}=A$

③ $(kA)^{-1}=\dfrac{1}{k}A^{-1}$ (단, $k \neq 0$ 인 실수)

④ $(A^n)^{-1}=(A^{-1})^n$ (단, $n$ 은 양의정수)

10. 연립일차방정식의 행렬표시 [교육과정외]

◈ $\begin{cases} ax+by=p \\ cx+dy=q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$

① $ad-bc \neq 0$일 때, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$

② $ad-bc=0$일 때, 해가 무수히 많거나 해가 없다.

1) $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}=\frac{p}{q}$ 이면 해가 무수히 많다. (부정)

2) $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\neq\frac{p}{q}$ 이면 해는 없다. (불능)

※ $x=y=0$이외에도 근을 가질 조건은 $ad-bc=0$이다.

※ 오직 한 쌍의 해를 가질 조건은 $ad-bc\neq0$이다.

# 수학 Ⅰ

# Ⅰ. 지수함수와 로그함수

## 1. 거듭제곱근과 지수법칙

◈ $a>0$, $b>0$이고 $m$, $n$이 양의 정수일 때,

① $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$ ② $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

③ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$ ④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$

⑤ $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[np]{a^{mp}}$ ($p$ : 양의 정수)

◈ $a>0$, $b>0$일 때, 임의의 실수 $m$, $n$에 대하여

① $a^m a^n=a^{m+n}$ ② $(a^m)^n=a^{mn}$

③ $(ab)^n=a^n b^n$ ④ $a^m \div a^n=a^{m-n}$

⑤ $a^0=1$ ⑥ $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

## 2. 지수함수

◈ 지수함수 $y=a^x$ $(a>0, a\neq 0)$의 그래프

① 정의역은 실수전체의 집합이고, 치역은 양의 실수전체의 집합이다.

② $a>0$일 때 증가함수이고, $0<a<1$일 때 감소함수이다.

③ 점 $(0, 1)$을 지나고 점근선이 $x$축이다.

④ $y=a^x$와 $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$의 그래프는 $y$축에 관하여 대칭이다.

## 3. 지수방정식과 지수부등식

◈ 지수방정식의 풀이

① $a^{f(x)}=a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x)=g(x)$ 또는 $a=1$

② 항이 세 개 이상이면 $a^x=X(x>0)$치환하여 풀이한다.

◈ 지수부등식 풀이

① $a>1$일 때, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x)>g(x)$

② $0<a<1$일 때, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x)<g(x)$

③ 항이 세 개 이상이면 $a^x=X(x>0)$치환하여 풀이한다.

## 4. 로그의 성질

◈ $a>0$, $b>0$, $c>0$. $a\neq 1$, $x>0$, $y>0$일 때

① $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$ ② $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$

③ $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$ ④ $\log_a x^n=n\log_a x$($n$실수)

⑤ $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ $(c\neq 1)$ ⑥ $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$

5. 상용로그

◈ 밑이 10인 로그를 사용로그 ⇔ $\log_{10}N = \log N$

$\log N = n + \alpha$ ($n$ : 정수, $0 \le \alpha < 1$)

일 때, $n$을 $\log N$의 지표, $\alpha$를 가수라 한다.

◈ 지표와 가수의 성질 상용로그 $\log N$에서 [구 교육과정]

① $N$의 정수부분이 $n$자리의 수 ⇒ 지표 : $n-1$

② $N$이 소수점 아래 $n$째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나오는 소수

⇒ 지표 : $-n$(또는 $\overline{n}$)

③ 진수의 숫자 배열이 같고 소수점의 위치만 다른 수들의 상용로그의 가수는 모두 같다.

6. 지표와 가수의 활용 [구 교육과정]

◈ $\log N$의 지표가 $n$일 때,

① $N$은 $n+1$자리수이다. ② $n \le \log N < n+1$

③ 지표가 $n$인 정수 $N$의 개수는( $10^{n+1} - 10^{n}$)개

◈ 두 수 $A$, $B$의 상용로그의 가수가 같을 때,

$|\log A - \log B| =$(정수)

◈ $\log_a N = n.\times\times\cdots$일 때, $N$은 $a$진법으로 $n+1$자리수이다.

7. 로그함수

◈ $y = \log_a x$($a>0$, $a \ne 1$, $x>0$)의 그래프

① 정의역은 양의 실수 전체이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.

② $a>1$일 때 증가함수이고, $0<a<1$일 때 감소함수이다.

③ 그래프는 점 $(1, 0)$을 지나고, $y$축이 점근선이다.

④ 지수함수 $y = a^x$과 $y = \log_a x$는 역함수이다.

8. 로그방정식, 로그부등식

◈ 로그 방정식의 풀이

① $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ ② $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

③ $x^{\log_a x} = f(x)$의 꼴은 양변에 로그를 취한다.

◈ 로그 부등식의 풀이

① 밑이 같을 때, 즉 $\log_a f(x) > \log_a g(x)$꼴 일 때,

$a>1$이면 $f(x) > g(x) > 0$를 푼다

$0<a<1$이면 $0 < f(x) < g(x)$를 푼다

② $f(\log_a x) > 0$의 꼴은 $\log_a x = t$로 치환하여 푼다.

# Ⅱ. 삼각함수

## 1. 호도법과 부채꼴의 넓이

◈ 60분법과 호도법의 사이의 관계

1라디안 = $\dfrac{180^0}{\pi}$, $1^0 = \dfrac{\pi}{180}$ 라디안

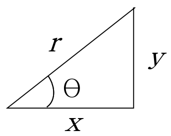
◈ 반지름 길이 $r$이고 중심각 크기 θ인 부채꼴의 호의 길이를 $l$, 넓이를 $S$라고 하면

① 호의 길이 : $l = r\theta$  ② 넓이 : $S = \dfrac{1}{2}r^2\theta = \dfrac{1}{2}rl$

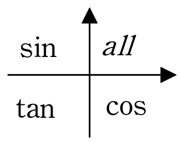
## 2. 삼각함수의 정의

◈ 그림에서

$\sin\theta = \dfrac{y}{r}$, $\cos\theta = \dfrac{x}{r}$, $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$




◈ 삼각함수 값의 양인 곳은




## 3. 삼각비

| 구분 | $0^0$ | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin\theta$ | 0 | $\dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ | $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| $\cos\theta$ | 1 | $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ | $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ | $\dfrac{1}{2}$ | 0 |
| $\tan\theta$ | 0 | $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | $\infty$ |

## 4. 삼각함수 사이의 관계

◈ $\mathrm{cosec}\,\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$, $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$, $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$

◈ $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$, $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

◈ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

◈ $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$, $1 + \cot^2\theta = \mathrm{cosec}^2\theta$

◈ $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\cos\theta$

◈ $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1 - 2\sin\cos\theta$

## 5. 삼각함수의 성질

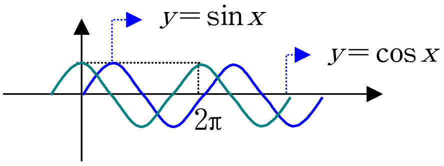
◈ $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$, $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$, $\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$

◈ $\sin(\pi \pm \theta) = \sin(\mp\theta)$, $\cos(\pi \pm \theta) = -\cos(\theta)$, $\tan(\pi \pm \theta) = \pm\tan(\theta)$

◈ $\sin(\frac{\pi}{2} \pm \theta) = \cos\theta$, $\cos(\frac{\pi}{2} \pm \theta) = \mp\sin(\theta)$, $\tan(\frac{\pi}{2} \pm \theta) = \mp\cot(\theta)$

## 6. 삼각함수의 그래프

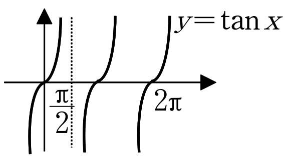
◈ $y = \sin x$, $y = \cos x$의 그래프




① 정의역 : 모든 실수　　② 치　역 : $\{y \mid -1 \le y \le 1\}$

③ 주　기 : $2\pi$

◈ $y = \tan x$의 그래프




① 정의역 : $n\pi + \frac{\pi}{2}$ ($n$은 정수)　② 치　역 : 모든실수

③ 주　기 : π 최대값 최소값 주기

## 7. 삼각함수의 주기와 최대, 최소

| 함　수 | 최대값 | 최소값 | 주 기 |
|---|---|---|---|
| $y = a\sin(wx + \alpha) + b$ | $\lvert a\rvert + b$ | $-\lvert a\rvert + b$ | $\frac{2\pi}{\lvert w\rvert}$ |
| $y = a\cos(wx + \alpha) + b$ | $\lvert a\rvert + b$ | $-\lvert a\rvert + b$ | $\frac{2\pi}{\lvert w\rvert}$ |
| $y = a\tan(wx + \alpha) + b$ | 없다 | 없다 | $\frac{\pi}{\lvert w\rvert}$ |

## 8. 삼각방정식과 삼각부등식

◈ 삼각방정식의 풀이

① 주어진 방정식을 $\sin x = \alpha$, $\cos x = \alpha$, $\tan x = \alpha$의 꼴로 변형한다.

② $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$가 혼합되어 있을 때는 한 종류의 삼각함수로 고친 후 방정식을

풀이한다.

③ 단위원이나 그래프로 주어진 범위내어서 $x$의 값을 구한다.

◈ 삼각부등식의 풀이 : 삼각함수의 단위원을 이용하여 푼다.

9. 사인법칙

◈ 사인법칙(단, $R$는 외접원의 반지름)

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

◈ 사인법칙의 변형

① $\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$

② $a : b : c=\sin A : \sin B : \sin C$

10. 코사인 법칙

◈ 코사인법칙 : $\triangle ABC$에서

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A \Rightarrow \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B \Rightarrow \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C \Rightarrow \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

11. 삼각형의 넓이

◈ 두 변의 길이와 그 사잇각을 알 때

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$$

◈ 외접원의 반지름 $R$과 세 변이 주어질 때

$$S=\frac{abc}{4R}$$

◈ 내접원의 반지름 $r$과 세 변이 주어질 때

$S=rs$ (단, $2s=a+b+c$)

◈ 헤론의 공식 : 세 변의 길이를 알 때

$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ (단, $2s=a+b+c$)

# Ⅲ. 수 열

## 1. 등차수열

◈ 수열 $a_1, a_2, a_3 \cdots, a_n, \cdots$ 이 모든 자연수 $n$에 대하여

$a_{n+1} - a_n = d$ (일정) 일 때 이 수열은 공차 $d$인 등차수열이다.

◈ 수열 $a, b, c$가 등차수열을 이룰 때, $b = \dfrac{a+c}{2}$ 를 등차중항이라고 한다.

☞ 등차수열의 계산 요령

① 네 수가 등차수열을 이룰 때 ⇒ $a-3d,\ a-d,\ a+d,\ a+3d$

② 세 수가 등차수열을 이룰 때 ⇒ $a-d,\ a,\ a+d$

## 2. 등차수열의 일반항

◈ 첫째항이 $a$ , 공차가 $d$인 등차수열의 일반항 $a_n$은

$$a_n = a + (n-1)d$$

☞. 등차수열의 일반항은 $n$에 관해서 일차식이다.

## 3. 등차수열의 합

◈ 첫째항이 $a$ 공차가 $d$ $n$번째 항이 $l$인 등차수열의 첫째항부터

$n$항까지의 합 $S_n$은 $S_n = \dfrac{n(a+l)}{2} = \dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

## 4. 일반항과 합의 관계

◈ 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 $n$항까지의 합 $S_n$을 알 때 일반항 $a_n$ 은

$a_1 = S_1$ , $a_n = S_n - S_{n-1}$ (단, $n \geq 2$) 이다.

## 5. 등비수열

◈ 수열 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots$ 이 모든 자연수 $n$에 대하여

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = r$ (일정) 일 때 이 수열은 공비 $r$인 등비수열이다.

## 6. 등비, 등차, 조화중항

① 세수 $a, x, b$ 가 이순서로 등차수열 ⇒ $x = \dfrac{a+b}{2}$ ⇒ 산술평균

② 세수 $a, x, b$ 가 이순서로 등비수열 ⇒ $x = \pm\sqrt{ab}$ ⇒ 기하평균

☞ $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \dfrac{2ab}{a+b}$

7. 수열 사이의 관계

◈ 수열 $\{a_n\}$에서 연속하는 세 항 사이에

$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$이면 $\{a_n\}$은 등차수열

$(a_{n+1})^2=a_n a_{n+2}$이면 $\{a_n\}$은 등비수열

8. 등비수열의 일반항

◈ 첫째항이 $a$ 공비가 $r$인 등비수열의 일반항 $a_n$은 $a_n=ar^{n-1}$

9. 등비수열의 합

◈ 첫째항이 $a$ 공비가 $r$인 등비수열의 $n$항까지의 합 $S_n$은

① $r\neq1$ 이면 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$

② $r=1$ 이면 $S_n=na$ 이다.

10. 원리합계(I)

① 원금 $a$를 연이율 $r$인 단리법에 의해 $n$년간 예금했을때의 원리합계 $A$는 $A=a(1+nr)$

② 원금 $a$를 연이율 $r$인 복리법에 의해 $n$년간 예금했을때의 원리합계 $B$는 $B=a(1+r)^n$

11. 원리합계(II)

매년초에 <u>$a$원씩</u> 연이률 $r$인 복리법에 의해 $n$년 적립예금했을 때의 원리합계 A는

$$A=a(1+r)+a(1+r)^2+a(1+r)^3+\cdots+a(1+r)^n$$

12. $\sum$의 성질

① $\sum_{k=1}^{n} c=cn$ ② $\sum_{k=1}^{n} ca_k=c\sum_{k=1}^{n} a_k$ (단, $c$는 $k$와 관계없는 상수)

③ $\sum_{k=1}^{n}(a_k\pm b_k)=\sum_{k=1}^{n} a_k+\sum_{k=1}^{n} b_k$ ( 복부호 동순 )

13. 자연수의 거듭제곱의 합

① $1+2+3+\cdots+n=\sum_{k=1}^{n} k=\dfrac{n(n+1)}{2}$

② $1^2+2^2+3^2\cdots+n^2=\sum_{k=1}^{n} k^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

③ $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\sum_{k=1}^{n} k^3=\left\{\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

☞ 분수로 표시된 수열의 합의 구할 때는 $\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}(\frac{1}{A}-\frac{1}{B})$이용

14. 수학적 귀납법의 증명 형식

◈ 자연수 $n$에 대하여 명제 $P(n)$이 성립함을 보이려 할 때

① $P(1)$ 이 성립함을 보인다.

② $P(k)$ 가 성립한다고 가정할 때 $P(k+1)$이 성립함을 보인다.

⇒ 명제 $P(n)$은 모든 자연수 $n$에 대하여 성립한다.

15. 수열의 귀납적 정의

◈ 기본적인 점화식 수열 $\{a_n\}$에서 $n=1, 2, 3, 4\cdots$ 일 때

① 등차수열 ⇒ $a_{n+1}-a_n=d$(일정) 또는 $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$

② 등비수열 ⇒ $\frac{a_{n+1}}{a_n}=r$ (일정) 또는 $a_{n+1}{}^2=a_n\cdot a_{n+2}$

# 수학 Ⅱ

# Ⅰ. 함수의 극 한

1. 함수의 극한

◈ 함수 $f(x)$에서 $x$가 $a$와 다른값을 취하면서 $a$에 한없이 가까워질때 $f(x)$의 값이 일정한 값 $b$에 가까워지는 것을 $x$가 한없이 $a$에 가까워질 때 $f(x)$는 $b$에 수렴한다고 하며 기호로 $x \to a$일 때 $f(x) \to b$ 또는 $\lim_{x\to a} f(x) = b$ 와 같이 나타낸다.

이때 $b$ 를 $f(x)$의 극한값이라 한다.

2. 함수의 극한값의 기본성질

$\lim_{x\to a} f(x) = \alpha$ , $\lim_{x\to a} g(x) = \beta$ 일 때 (단, α, β는 상수)

① $\lim_{x\to a} kf(x) = k\lim_{x\to a} f(x) = k\alpha$ (단, $k$는 상수)

② $\lim_{x\to a}\{ f(x) \pm g(x)\} = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x) = \alpha \pm \beta$

③ $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x) = \alpha \cdot \beta$

④ $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x) \neq 0$ , $\beta \neq 0$ )

3. 좌극한값, 우극한값

① 좌극한값 : $\lim_{x\to a+0} f(x) = \alpha$ 일 때, α를 우극한 값

② 우극한값 : $\lim_{x\to a-0} f(x) = \beta$일 때, β를 좌극한 값

③ 함수의 극한값

좌극한, 우극한값이 같을 때 함수의 극한값이 존재한다고 한다.

즉 $\lim_{x\to a} f(x) = \alpha \Leftrightarrow \lim_{x\to a+0} f(x) = \lim_{x\to a-0} f(x) = \alpha$

4. 함수의 극한값 구하는 요령

① $\dfrac{\infty}{\infty}$꼴 : 분모, 분자를 분모의 최고차항으로 나눈다.

② $\dfrac{0}{0}$꼴 : 1) 분수식은 인수분해 후 약분

2) 무리식은 유리화한다

③ $\infty - \infty$꼴 : 1) 다항식 최고차 항으로 묶는다.

2) 무리식 유리화한다.

④ $0 \circ \infty$꼴 : $\dfrac{\infty}{\infty}$, $\dfrac{0}{0}$꼴로 변형한다.

⑤ $a^{\infty}$꼴 : 밑이 큰 것으로 분자, 분모를 나누어 묶는다. (지수)

5. 미정계수의 결정

◈ 두함수 $f(x)$ , $g(x)$에 대하여

① $\lim_{x \to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (단, $\alpha$는 상수) 일때 $\lim_{x \to a}g(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \to a}f(x) = 0$

② $\lim_{x \to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (단, $\alpha$는 상수) 일때 $\lim_{x \to a}f(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \to a}g(x) = 0$

# Ⅱ. 함수의 연속

## 1. 함수의 연속, 불연속

◈ 함수 $y=f(x)$가

① $x=a$에서 함수값 $f(a)$가 존재한다.

② $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.

③ $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

일 때, 이 함수는 $x=a$에서 연속이라 한다.

◈ 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이 아닐 때 $f(x)$는 $x=a$에서 불연속
이라고 하고 , $a$를 불연속점이라고 한다.

## 2. 연속함수의 성질

◈ 함수 $f(x)$ , $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 다음 함수도 $x=a$에서 연속

① $f(x)\pm g(x)$ ② $cf(x)$ ( 단 $c$는 상수)

③ $f(x)\cdot g(x)$ ④ $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ( 단 , $g(x)\neq 0$ )

⑤ $g(f(x))$ ( 단. $f(x)$의 치역은 $g(x)$의 정의역에 포함)

## 3. 사이값의 정리

◈ 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a , b]$에서 연속이고 $f(a)\neq f(b)$일 때 $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이에 있는 임의의 값을 $k$라고 하면 $f(c) = k$가 되는 $c$가 열린구간 $(a , b)$안에 적어도 하나 존재한다.

◈ 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a , b]$에서 연속이고 $f(a)\,f(b) < 0$이면 $f(x)=0$인 $x$가 열린구간 $(a , b)$안에 적어도 하나 존재한다.

☞ (2)의 경우는 중간값정리의 변형인데 이를 이용하여 $f(x)$가 연속함수일 때 방정식 $f(x)=0$ 의 근의 존재 유무를 판단 할 수 있다.

## 4. 최소, 최대값

◈ 함수 $f(x)$가 폐구간 $[a , b]$에서 연속이면 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최대값과 최소값을 갖는다.

# Ⅲ. 미 분 법

1. 평균변화율

◈ $x$가 $x_1$에서 $x_2$까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$$

(기하학적 의미로 두 점을 연결한 직선의 기울기 )

2. 미분계수 (또는 순간 변화율)

◈ 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(x)$는

$$f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

(곡선상의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 기울기 )

◈ 기호 : $f' = (a)$, $y'_{x=a}$, $[\frac{dy}{dx}]_{x=a}$

3. 도함수의 정의와 $x^n$의 미분

◈ $y=f(x)$의 도함수는

$$f'(x) = \lim_{\triangle x\to 0}\frac{\triangle y}{\triangle x} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

기호 : $y'$, $\frac{dy}{dx}$ , $\frac{d}{dx}f(x)$등으로 표기

◈ $n$이 자연수 일 때 함수 $f(x) = x^n$의 도함수는 $f'(x)=nx^{n-1}$

4. 미분가능과 연속

◈ 함수 $y=f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.
그러나 연속함수 모두가 미분가능한 것은 아니다.
※ $y=|x|$는 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

5. 미분의 공식

◈ $f(x)$와 $g(x)$의 도함수가 존재할 때

① $\{kf(x)\}'=kf'(x)$ (단, $k$는 상수)

② $\{f(x)\pm g(x)\}' = f'(x)\pm g'(x)$ (복부호 동순)

③ $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

④ $[f(ax+b)]' = f'(ax+b)\times(ax+b)'$

6. 접선의 방정식

◈ 곡선 $y=f(x)$위의 한점 $(x_1, y_1)$에서의 접선의 방정식은

$y-y_1 = f'(x_1)(x-x_1)$이다.

7. 법선의 방정식

◈ 곡선 $y=f(x)$ 위의 한점 $(x_1, y_1)$ 에서의 법선의 방정식은

$$y-y_1=-\frac{1}{f'(x_1)}(x-x_1)$$ 이다.

8. 접선의 방정식을 구하는 요령

◈ 곡선 $y=f(x)$ 의 접선의 방정식을 구할 때

① 접점의 좌표가 주어질 때 : 먼저 기울기를 구한다.

② 기울기가 주어질 때 : 먼저 접점을 구한다.

③ 곡선 밖의 점이 주어질 때 : 접점의 $x$좌표를 $t$로 놓는다.

9. 공통접선의 방정식

◈ 두 곡선 $y=f(x)$ , $y=g(x)$ 가 $x=\alpha$ 에서 서로 접하면

$f(\alpha)=g(\alpha)$ , $f'(\alpha)=g'(\alpha)$ 이다.

따라서, 공통접선의 방정식은 $y-f(\alpha)=f'(\alpha)(x-\alpha)$ 이다.

10. 함수의 증가 , 감소

① $f(x)$ 가 증가함수 $\Rightarrow$ $f'(x)\geq 0$

② $f(x)$ 가 감소함수 $\Rightarrow$ $f'(x)\leq 0$ 이다.

11. 함수의 극대 , 극소

① 극대, 극대값 : 연속함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 증가상태에서 감소상태로 변하면 $x=a$ 에서 극대, $f(a)$ 를 극대값이라고 한다.

② 극소, 극소값 : 연속함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 감소상태에서 증가상태로 변하면 $x=a$ 에서 극소, $f(a)$ 를 극소값이라고 한다.

③ 극대값, 극소값을 통털어서 극값이라 한다.

12. $f'(x)$에 대한 극대, 극소의 판정

◈ $f'(a)=0$ 이고 $x=a$의 좌, 우에서 $f'(x)$의 부호가

① ＋에서 －으로 변할 경우 ⇒ $f(a)$ : 극대값

② －에서 ＋으로 변할 경우 ⇒ $f(a)$ : 극소값

③ 부호가 변하지 않는 경우 ⇒ $f(x)$는 $x=a$에서 극값을 가지지 않는다.

12. 극값과 $f'(x)$의 관계

① 다항함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 갖는 경우 ⇒ $f'(a)=0$

② 다항함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값 $\beta$를 갖는 경우 ⇒ $f(a)=\beta$, $f'(a)=0$

13. 극값을 구하는 요령

① $f'(x)=0$의 근 $x=a$를 구한다.

② 미분 불능인 점도 구한다.

③ 증감표를 만들어 $f'(a)$의 좌, 우의 부호를 조사한다.

14. 삼차함수의 극값의 존재

① $f'(x)=0$이 서로 다른 두 실근( $D>0$)을 갖으면 $\Rightarrow f(x)$는 극대값과 극소값을 갖는다.

② $f'(x)=0$이 중근 또는 허근( $D\le 0$)을 갖으면 $\Rightarrow f(x)$는 극값을 갖지 않는다.

15. 함수의 최대 , 최소

◈ 구간 $[a, b]$에서 연속함수 $f(x)$의 최대, 최소값은

① 구간 $[a, b]$에서 극대, 극소값을 구한다.

② 구간 $[a, b]$의 양끝에서의 함수값 $f(a), f(b)$를 구한다.

③ ① , ②에서 구한 값중 가장 큰값을 최대값, 가장 작은값을 최소값이라 한다.

16. 최대,최소의 응용

① 구하고자 하는 값을 미지수 $x$로 놓는다.

② 문제의 조건에 맞게 길이, 넓이, 부피등을 $x$에 관한 함수로 나타낸다.

③ 미지수 $x$의 범위를 고려하여 최대, 최소값을 구한다.

17. 방정식의 실근의 개수

◈ 방정식 $f(x)=0$의 실근의 개수는

① 함수 $y=f(x)$와 $x$축과의 교점의 개수와 같다.

② 방정식 $f(x)=0$ 을 $g(x)=h(x)$의 꼴로 변형하면 $y=g(x)$ , $y=h(x)$의 그래프의 교점의 개수와 같다.

18. 삼차방정식의 실근의 개수

◈ $f(x)$가 극값을 가지는 경우

| $f(x)=0$ 의 실근의 개수 | $f(x)$의 극값의 부호 |
|---|---|
| 서로 다른 세 실근 | 극대값 ×극소값 $<0$ |
| 서로 다른 두실근(중근 한 개) | 극대값 ×극소값 $=0$ |
| 한 개의 실근(허근 두 개) | 극대값 ×극소값 $>0$ |

◈ $f(x)$가 극값을 갖지 않는 경우

삼차방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 한 개 뿐이다.

19. 부등식의 증명

① $x>a$에서 $f(x)$의 극대, 극소가 존재하는 경우에는 $f(x)$의 최소값이 0 보다 크다는 것을 보인다.

② $x>a$ 에서 $f(x)$ 의 극대, 극소가 존재하지 않는 경우에는 $x>a$ 에서 $f(x)$ 가 증가함수이고 $f'(a)\geq 0$ 임을 보인다.

## 20. 속도와 가속도

◈ 수직선위를 움직이는 점 $P$의 시각 $t$에서의 좌표가 $x=f(t)$ 일 때

점 $P$의 속도 $v$와 가속도 α는 $v=\dfrac{dx}{dt}$ , $\alpha=\dfrac{dv}{dt}$ 이다.

## 21. 여러가지 변화율

◈ 시각 $t$에서의 길이, 넓이, 부피가 각각 $l$, $S$, $V$인 도형이 $\Delta t$시간이 경과한후에 각각 $\Delta l$, $\Delta S$, $\Delta V$ 만큼 변했다고 할때 시각 $t$에서의 길이, 넓이, 부피의 변화율은 각각 $\dfrac{dl}{dt}$ , $\dfrac{dS}{dt}$ , $\dfrac{dV}{dt}$ 이다.

# Ⅳ. 적 분 법

1. 부정적분(원시함수)의 정의

◈ 함수 $f(x)$를 도함수로 가지는 함수 $F(x)$ 즉, $F'(x)=f(x)$가 되는 함수 $F(x)$를 $f(x)$의 원시함수라 한다.

2. 부정적분의 의미

◈ $F'(x)=f(x)$ 일 때

$$\int f(x)\,dx = F(x)+C$$ (단, $C$는 적분상수)

3. 부정적분의 미분

① $\frac{d}{dx}F(x)=f(x) \Leftrightarrow F(x)=\int f(x)dx$

② $\frac{d}{dx}\left\{\int f(x)dx\right\}=f(x)$

③ $\int\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+c$

4. 부정적분의 계산

① $\int dx=x+c$

② $x^n$의 부정적분 : $n\neq -1$인 정수일 때

$$\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$$ (단, $C$는 적분상수)

③ $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$ (단, $k$는 상수)

④ $\int\{f(x)\pm g(x)\}dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$ (복부호 동순)

☞ $\int\{f(x)g(x)\}dx\neq\int f(x)dx\int g(x)dx$

5. 부정적분의 적용

◈ 함수 $f'(x)$가 주어질 때 부정적분 $f(x)$는

$f(x)=\int f'(x)\,dx$ 이다.

6. 정적분의 정의

◈ 함수 $y=f(x)$가 폐구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int f(x)\,dx=F(x)+C$ 라 할때 $\int_a^b f(x)\,dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$

② 구간 $[a, b]$에서

$f(x)>0$ 이면 $\int_a^b f(x)dx>0$ , $f(x)<0$ 이면 $\int_a^b f(x)dx<0$ 이다.

7. 정적분의 성질

◈ 실수 $a$ , $b$, $c$ 의 대소에 관계없이 다음이 성립한다.

① $\int_a^a f(x)\,dx=0$ , $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$

② $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, $k$는 상수)

③ $\int_a^b \{f(x)\pm g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx\pm\int_a^b g(x)dx$ (복부호동순)

④ $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$

8 우함수와 기함수의 정적분

① 함수 $f(x)$가 우함수 일 때 $\int_{-a}^a f(x)\,dx=2\int_0^a f(x)dx$

② 함수 $f(x)$가 기함수 일 때 $\int_{-a}^a f(x)dx=0$

9. 정적분과 함수

◈ 상수 $a$에 대하여 다음이 성립한다.

① $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt=f(x)$ , $\frac{d}{dx}\int_x^{x+a} f(t)\,dt=f(x+a)-f(x)$

② $\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)\,dt=f(a)$

10. 곡선과 좌표축사이의 넓이

◈ 곡선과 $x$축 사이의 넓이 : 구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $y=f(x)$와 $x$축 및 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 $S$는 $S=\int_a^b |f(x)|\,dx$ 이다.

◈ 곡선과 $y$축 사이의 넓이 : 구간 $[c, d]$에서 연속인 곡선 $x=f(y)$와 $y=c$, $y=d$로 둘러싸인 도형의 넓이 $S$는 $S=\int_c^d |f(y)|\,dy$ 이다.

11. 두 곡선 사이의 넓이

두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$ , $x=b$ ( 단, $a<b$ )로 둘러싸인 도형의 넓이 $S$는 $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$ 이다.

12. 넓이 공식

◈ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 $x$축과 α , β ( 단, α < β)에서 만날 때 곡선과 $x$축으로 둘러싸인 도형의 넓이 $S$는

$$S=\left|\frac{a(\beta-\alpha)^3}{6}\right|$$

( ※삼차함수 $S=\left|\frac{a(\beta-\alpha)^4}{12}\right|$ )

13. 위치의 변화량

◈ 수직선 위를 움직이는 점P의 시각 $t$에서의 속도를 $v(t)$ 라고 할 때 $t=a$ 에서 $t=b$까지의 점P의 위치의 변화량은

$$\int_a^b v(t)\,dt$$ 이다.

14. 경과거리

◈ 수직선 위를 움직이는 점P의 시각 $t$에서의 속도를 $v(t)$ 라 할 때 시각 $t=a$ 에서 $t=b$ ( 단 $a<b$)까지 실제 이동거리 $s$는

$$s=\int_a^b |v(t)|\,dt$$ 이다.

☞ $\int$(가속도)$dx=$ 속도, $\int$(속도)$dx=$ 위치