

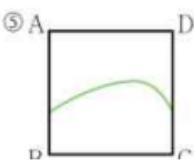
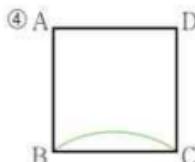
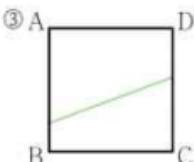
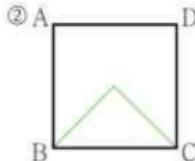
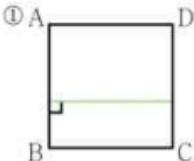
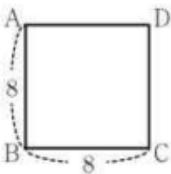
# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

잠실여자고등학교-23-기말\_13번

아래 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD의

내부의 점 P에 대하여  $\overline{AP}^2 - \overline{BP}^2 = 32$ 가 성립할 때,

다음 중 점 P의 자취를 나타내는 것은?

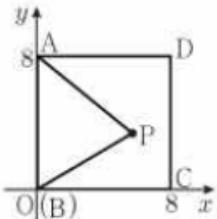


# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

잠실여자고등학교-23-기말\_13번\_해설

정답 ①

해설 다음 그림과 같이 직선 BC를  $x$ 축으로 하고, 직선 AB를  $y$ 축으로 하는 좌표평면을 잡으면 점 B는 원점이다.



점 P의 좌표를  $(x, y)$ 라 하면  $A(0, 8), B(0, 0)$ 이므로  
 $\overline{AP}^2 - \overline{BP}^2 = 32$ 에서

$$\{(x^2 + (y-8)^2)\} - (x^2 + y^2) = 32 \\ -16y + 64 = 32$$

$$\therefore y = 2$$

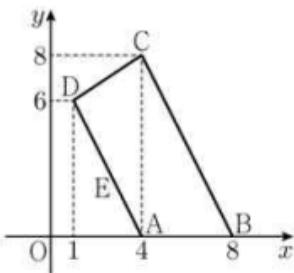
따라서 점 P의 자취는 ①과 같다.



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 기출

반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_17번

좌표평면 위의 네 점  $A(4, 0)$ ,  $B(8, 0)$ ,  $C(4, 8)$ ,  $D(1, 6)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각형  $ABCD$ 에서  
선분  $AD$ 를  $1:2$ 로 내분하는 점을 지나는 직선  $l$ 이  
사각형  $ABCD$ 의 넓이를 이등분한다. 직선  $l$ 이  
선분  $BC$ 와 만나는 점의 좌표가  $(a, b)$  일 때,  
 $a+b$ 의 값은?



- ① 9                  ②  $\frac{19}{2}$                   ③ 10  
④  $\frac{21}{2}$                   ⑤ 11



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 해설

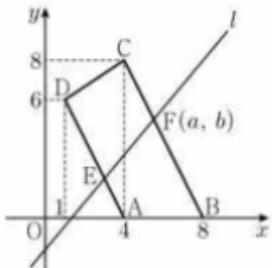
반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_17번

정답 ④

해설 직선 AD의 기울기는  $\frac{6-0}{1-4} = -2$ ,

직선 BC의 기울기는  $\frac{8-0}{4-8} = -2$

즉, 두 직선 AD, BC는 평행이므로 사각형 ABCD는 사다리꼴이다.



두 밑변의 길이가 각각  $a, b$ 이고 높이가  $h$ 인  
사다리꼴의 넓이를  $S$ 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot h$$

직선  $l$ 이 사다리꼴 ABCD의 넓이를 이등분하려면  
나누어진 두 개의 사다리꼴의 두 밑변의 길이의 합이  
서로 같아야 한다.



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 해설

## 반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_17번(2)

선분  $AD$ 를  $1:2$ 로 내분하는 점을  $E$ 라 하고  
점  $E$ 를 지나는 직선  $l$ 이 사다리꼴  $ABCD$ 의 넓이를  
이등분할 때, 선분  $BC$ 와 만나는 점  $F$ 에 대하여  
점  $F$ 가 선분  $BC$ 를  $m:n$ 으로 내분한다고 하자.

$$\overline{AD} = 3\sqrt{5}, \overline{BC} = 4\sqrt{5} \text{이고}$$

$$\overline{AE} + \overline{BF} = \overline{DE} + \overline{CF} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{5} + \frac{m}{m+n} \cdot 4\sqrt{5}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} + \frac{n}{m+n} \cdot 4\sqrt{5}$$

$$1 + \frac{4m}{m+n} = 2 + \frac{4n}{m+n}$$

$$\frac{4(m-n)}{m+n} = 1 \text{에서 } 4m - 4n = m + n, 3m = 5n$$

따라서  $m:n = 5:3$ 이므로 점  $F$ 의 좌표는

$$F\left(\frac{5 \cdot 4 + 3 \cdot 8}{8}, \frac{5 \cdot 8 + 3 \cdot 0}{8}\right) = F\left(\frac{11}{2}, 5\right)$$

$$\text{따라서 } a = \frac{11}{2}, b = 5 \text{이므로}$$

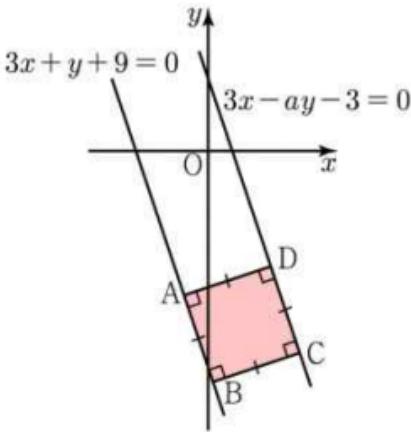
$$a+b = \frac{21}{2}$$



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 기출

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_24번

다음 그림과 같이 평행한 두 직선  $3x + y + 9 = 0$ ,  
 $3x - ay - 3 = 0$  위에 사각형 ABCD가 정사각형이  
되도록 네 점 A, B, C, D를 잡을 때, 이 정사각형의  
넓이를 구하시오.



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 해설

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_24번

정답  $\frac{72}{5}$

해설 두 직선  $3x + y + 9 = 0$ ,  $3x - ay - 3 = 0$ 이 평행하므로

$$\frac{3}{3} = \frac{1}{-a} \neq \frac{9}{-3} \text{에서 } a = -1$$

정사각형의 한 변의 길이는 두 직선 사이의 거리와 같고

직선  $3x + y + 9 = 0$  위의 한 점  $(-3, 0)$ 과 직선

$3x + y - 3 = 0$  사이의 거리는

$$\frac{|-9+0-3|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{12}{\sqrt{10}} = \frac{6}{5}\sqrt{10}$$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는  $\frac{6}{5}\sqrt{10}$

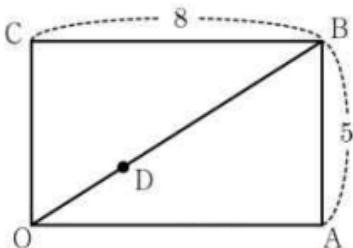
$$\text{이므로 넓이는 } \left(\frac{6}{5}\sqrt{10}\right)^2 = \frac{72}{5}$$



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 기출

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_8번

다음 그림과 같이 가로의 길이가 8, 세로의 길이가 5인  
직사각형 OABC에 대하여 선분 OB를 1:3으로  
내분하는 점을 D라 하자. 선분 DB를 5:2로  
외분하는 점과 직선 CD 사이의 거리는?



- ①  $\frac{100}{17}$       ②  $\frac{150}{17}$       ③  $\frac{200}{17}$   
④  $\frac{250}{17}$       ⑤  $\frac{300}{17}$



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 해설

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_8번

정답 ③

해설 좌표평면 위에 점 O가 원점.

두 변 OA, OC가 각각  $x$ 축,  $y$ 축 위에 오도록

직사각형 OABC를 놓으면

A(8, 0), B(8, 5), C(0, 5)

선분 OB를 1 : 3으로 내분하는 점 D의 좌표는

$$D\left(\frac{1 \cdot 8 + 3 \cdot 0}{1+3}, \frac{1 \cdot 5 + 3 \cdot 0}{1+3}\right), 즉 D\left(2, \frac{5}{4}\right)$$

선분 DB를 5 : 2로 외분하는 점을 E라 하면

$$E\left(\frac{8 \cdot 5 - 2 \cdot 2}{5-2}, \frac{5 \cdot 5 - \frac{5}{4} \cdot 2}{5-2}\right), 즉 E\left(12, \frac{15}{2}\right)$$

직선 CD의 방정식은

$$y - 5 = \frac{\frac{5}{4} - 5}{2-0}(x - 0)$$

$$\therefore 15x + 8y - 40 = 0$$

따라서 점 E $\left(12, \frac{15}{2}\right)$ 와

직선  $15x + 8y - 40 = 0$  사이의 거리는

$$\frac{\left|15 \cdot 12 + 8 \cdot \frac{15}{2} - 40\right|}{\sqrt{15^2 + 8^2}} = \frac{200}{17}$$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

잠실여자고등학교-23-기말\_16번

원점을 지나고 기울기가 양인 두 직선  $l$ 과  $m$ 이 있다.  
직선  $l$ 의 기울기는 직선  $m$ 의 기울기의 4배이고,  
직선  $m$ 은  $x$ 축의 양의 방향과 직선  $l$ 이 이루는 각을  
이등분한다. 이때 직선  $m$ 의 기울기를 구하시오.



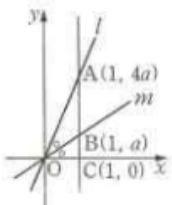
# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

잠실여자고등학교-23-기말\_16번\_해설

정답  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

---

해설



직선  $m$ 을  $y = ax$  ( $a > 0$ )라고 하면 직선  $l$ 은  
 $y = 4ax$ 이다.

이때  $l$ 과  $m$ 이 직선  $x = 1$ 과 만나는 점을 각각  $A$ ,  $B$ 라고  
하면  $A(1, 4a)$ ,  $B(1, a)$ 이다.

그런데  $\angle AOB = \angle BOC$  이므로

$$\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{AB} : \overline{BC} = 3a : a = 3 : 1$$

$$\overline{OC} = 1 \text{이므로 } \overline{OA} = 3$$

따라서 직각삼각형  $OAC$ 에서  $(4a)^2 + 1^2 = 3^2$

$$a > 0 \text{이므로 } a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

잠실여자고등학교-23-기말\_19번

세 점  $O(0, 0)$ ,  $A(4, 12)$ ,  $B(16, 4)$ 와 선분  $AB$  위의  
점  $P(a, b)$ 에 대하여 삼각형  $OAP$ 의 넓이가 삼각형  
 $OBP$ 의 넓이의 3배일 때,  $a - b$ 의 값은?

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

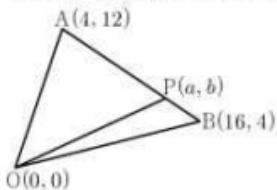


# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

## 잠실여자고등학교-23-기말\_19번\_해설

정답 ④

해설 다음 그림에서  $\triangle OAP = 3\triangle OBP$  이려면  
점 P는 두 점 A, B를 3:1로 내분하여야 한다.



$$\text{따라서 } P\left(\frac{3 \cdot 16 + 1 \cdot 4}{3+1}, \frac{3 \cdot 4 + 1 \cdot 12}{3+1}\right)$$

즉,  $P(13, 6)$ 이므로

$$a = 13, b = 6$$

$$\therefore a - b = 7$$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

잠실여자고등학교-23-기말\_21번

세 점 A(1, 6), B(-1, -2), C(5, 4)를 꼭짓점으로  
하는 삼각형 ABC가 있다. 직선  $mx + y - m - 6 = 0$ 이  
삼각형 ABC의 넓이를 이등분할 때, 상수 m값을  
구하시오.



# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

## 잠실여자고등학교-23-기말\_21번\_해설

### 정답 5

해설  $mx + y - m - 6 = 0$ 에서

$$m(x-1) + (y-6) = 0 \quad \dots \textcircled{①}$$

이므로 직선  $\textcircled{①}$ 은  $k$ 의 값에 관계없이 항상 점  $(1, 6)$ 을 지난다.

$A(1, 6)$ 이므로  $\textcircled{①}$ 이 삼각형  $ABC$ 의 넓이를  
이등분하려면 직선  $\textcircled{①}$ 은  $\overline{BC}$ 의 중점  $(2, 1)$ 을 지나야  
한다.

따라서  $m - 5 = 0$ 이므로

$$m = 5$$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

잠실여자고등학교-23-기말\_22번

포물선  $y = x^2 - 2x + 3$  위의 점 중에서 직선  
 $y = 2x - 2$ 까지의 거리가 최소인 점을  $(a, b)$ 라 할 때,  
 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 4  
④ 7

- ② 5  
⑤ 8

- ③ 6



# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

## 잠실여자고등학교-23-기말\_22번\_해설

### 정답 ②

해설 직선  $y = 2x - 2$ 에 평행인 직선  $y = 2x + k$ 와  
포물선  $y = x^2 - 2x + 3$ 의 접점이  $(a, b)$ 이다.  
 $2a + k = a^2 - 2a + 3, a^2 - 4a + (3 - k) = 0$ 이므로  
 $\frac{D}{4} = (-2)^2 - (3 - k) = 0$   
 $4 - (3 - k) = 0, 1 + k = 0$   
 $\therefore k = -1$   
 $k = -1$ 을 대입하면  $a^2 - 4a + 4 = 0$ 이므로  $a = 2$   
이때  $y = 2x - 1$ 에  $a = 2$ 를 대입하면  $b = 4 - 1 = 3$   
 $\therefore a + b = 2 + 3 = 5$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

잠실여자고등학교-23-기말\_25번

좌표평면 위의 한 점 A(2, 6)을 꼭짓점으로 하는  
정삼각형 ABC의 무게중심이 원점일 때,  
정삼각형 ABC의 넓이는?

- ①  $20\sqrt{3}$
- ②  $25\sqrt{3}$
- ③  $30\sqrt{3}$
- ④  $35\sqrt{3}$
- ⑤  $40\sqrt{3}$



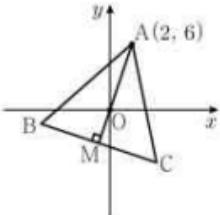
# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

## 잠실여자고등학교-23-기말\_25번\_해설

**정답** ③

**해설** 다음 그림과 같이 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 M이라 하면 정삼각형 ABC의 무게중심이 원점 O이므로

$$\overline{AO} = \frac{2}{3} \overline{AM}$$



$$\text{이때 } \overline{AO} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AM} = \frac{3}{2} \overline{AO} = 3\sqrt{10}$$

따라서 정삼각형 ABC의 한 변 BC의 길이는

$$\overline{BC} = \frac{2}{\sqrt{3}} \overline{AM} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 3\sqrt{10} = 2\sqrt{30}$$

이므로 정삼각형 ABC의 넓이는

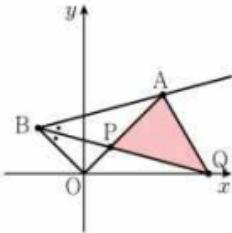
$$\frac{\sqrt{3}}{4} \overline{BC}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 120 = 30\sqrt{3}$$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

잠실여자고등학교-23-기말\_17번

세 점  $O(0, 0)$ ,  $A(\sqrt{6}, \sqrt{6})$ ,  $B(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 를  
꼭짓점으로 하는 삼각형  $OAB$ 에서  $\angle B$ 의 이등분선이  
선분  $OA$ 와 만나는 점을  $P$ 라 하고, 선분  $BP$ 의 연장선이  
 $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 할 때, 삼각형  $APQ$ 의 넓이는?



- ①  $\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}$     ②  $\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$     ③  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
④  $\frac{4+2\sqrt{3}}{3}$     ⑤  $\frac{6+2\sqrt{3}}{3}$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

## 잠실여자고등학교-23-기말\_17번\_해설

정답 ⑤

해설  $O(0, 0)$ ,  $A(\sqrt{6}, \sqrt{6})$ ,  $B(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 에서  
 $\overline{OB} = 2$ ,  $\overline{OA} = 2\sqrt{3}$ ,  $\overline{AB} = 4$

삼각형  $OAB$ 에서 각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{OB} : \overline{AB} = \overline{OP} : \overline{PA}$  이므로

$\overline{OP} : \overline{PA} = 1 : 2$

즉, 점  $P$ 는  $\overline{OA}$ 를  $1 : 2$ 로 내분하는 점이므로

$$P\left(\frac{1 \cdot \sqrt{6}}{1+2}, \frac{1 \cdot \sqrt{6}}{1+2}\right)$$

$$\therefore P\left(\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$$

$$\therefore \overline{AP} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

한편, 직선  $BP$ 의 방정식을 구하면

$$y - \sqrt{2} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3} - \sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6}}{3} + \sqrt{2}}(x + \sqrt{2})$$

$$\therefore y = (-2 + \sqrt{3})x - \sqrt{2} + \sqrt{6}$$

점  $Q$ 의  $x$ 좌표가 직선  $BP$ 의  $x$ 절편이므로

$$Q(\sqrt{6} + \sqrt{2}, 0)$$

이때 직선  $AP$ 의 방정식은  $y = x$ , 즉  $x - y = 0$ 이므로

점  $Q(\sqrt{6} + \sqrt{2}, 0)$ 과 직선  $AP$  사이의 거리는

$$\frac{|\sqrt{6} + \sqrt{2} - 0|}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} + 1$$

$$\therefore \triangle APQ = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot (\sqrt{3} + 1) = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}$$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

세울세종고등학교-23-기말\_9번

두 직선

$$l : ax + y - 3a + 2 = 0,$$

$$m : 2x - ay + 2a - 4 = 0$$

에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $a$ 는 실수이다.)

〈보기〉

- ㄱ.  $a = 0$ 일 때 두 직선  $l$ 과  $m$ 은 서로 수직이다.
- ㄴ. 직선  $m$ 은  $a$ 의 값에 관계없이 항상 점  $(2, 2)$ 를 지난다.
- ㄷ. 두 직선  $l$ 과  $m$ 이 평행이 되기 위한  $a$ 의 값이 존재한다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

## 서울세종고등학교-23-기말\_9번\_해설

정답 ③

해설 ㄱ.  $a = 0$ 일 때,  $l : y = -2$ ,  $m : x = 2$ 이므로

두 직선  $l$ ,  $m$ 은 서로 수직이다. (참)

ㄴ.  $2x - ay + 2a - 4 = 0$ 에서

$$2(x-2) - a(y-2) = 0$$

이 등식은  $x = 2$ ,  $y = 2$ 일 때  $a$ 의 값에 관계없이 항상 성립한다.

즉, 직선  $m$ 은  $a$ 의 값에 관계없이 항상 점  $(2, 2)$ 를 지난다. (참)

ㄷ.  $a = 0$ 일 때, ㄱ에 의해 두 직선  $l$ ,  $m$ 은 서로 수직이다.

$a \neq 0$ 일 때, 두 직선  $l$ ,  $m$ 의 기울기는 각각

$-a$ ,  $\frac{2}{a}$ 이다. 그런데  $-a = \frac{2}{a}$ 를 만족시키는

실수  $a$ 의 값은 존재하지 않으므로 두 직선  $l$ 과  $m$ 이

평행하기 위한 실수  $a$ 의 값은 존재하지 않는다. (거짓)

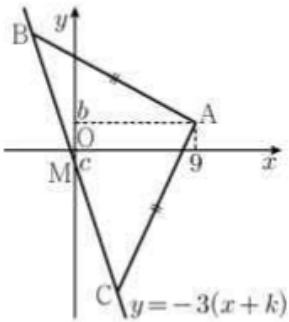
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

서울세종고등학교-23-기말\_14번

다음 그림과 같이 좌표평면에서 점  $A(9, b)$ 와  
직선  $y = -3(x + k)$  위의 서로 다른 두 점  $B, C$ 가  
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 를 만족시킨다. 선분  $BC$ 의 중점이  $y$ 축 위의  
점  $M(0, c)$ 에 있을 때,  $b + 3k$ 의 값은?



- ① -3      ② -1      ③ 1  
④ 3      ⑤ 5

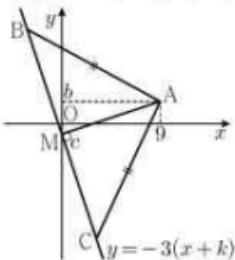


# 직선의 방정식 - 준킬러\_ 해설

## 서울세종고등학교-23-기말\_14번\_해설

### 정답 ④

해설 삼각형 ABC는  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고  
밀변 BC의 중점이 M이므로  
두 선분 AM, BC는 서로 수직이다.



점 M은 직선  $y = -3(x + k)$ 과 y축이 만나는 점이므로  
 $M(0, -3k) = M(0, c)$   
 $\therefore c = -3k$  ... ①

직선 BC의 기울기는  $-3$ 이므로

직선 AM의 기울기는  $\frac{1}{3}$ . M(0, c)에서

직선 AM은  $y = \frac{1}{3}x + c$

점 A(9, b)가 이 직선을 지나므로  
 $\therefore b = 3 + c$  ... ②

①, ②에서  $b + 3k = 3$



# 직선의 방정식 - 준킬러\_기출

서울세종고등학교-23-기말\_16번

점  $(3, -1)$ 과 직선  $kx + y - 3k - 4 = 0$  사이의 거리는  
 $k = a$ 일 때 최댓값  $b$ 를 갖는다고 한다. 이때  $a + b$ 의 값을  
구하시오. (단,  $k$ 는 실수이다.)



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 해설

서울세종고등학교-23-기말\_16번\_해설

정답 5

해설 점  $(3, -1)$ 와 직선  $kx + y - 3k - 4 = 0$  사이의 거리를

$f(k)$ 라 하면

$$f(k) = \frac{|3k - 1 - 3k - 4|}{\sqrt{k^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{k^2 + 1}}$$

$f(k)$ 는  $\sqrt{k^2 + 1}$ 의 값이 최소일 때, 즉  $k=0$ 일 때

최대이므로 최댓값은

$$f(0) = \frac{5}{\sqrt{1}} = 5$$

따라서  $a=0, b=5$ 으로  $a+b=5$

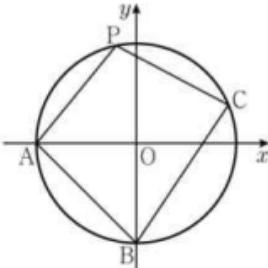


내신대비- dre-edu.com

# 직선+원의 방정식 - 퀄리\_기출

서울세종고등학교-23-기말\_18번

다음 그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 169$  위에 세 점 A(-13, 0), B(0, -13), C(12, 5)가 있다.  
점 B를 포함하지 않는 호 AC 위에 점 P가 있을 때,  
다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

- ㄱ. 점 B와 직선 AC 사이의 거리는  $3\sqrt{26}$  이다.
- ㄴ. 사각형 PABC의 넓이가 최대일 때, 직선 PB와  
직선 AC는 서로 수직이다.
- ㄷ. 사각형 PABC의 넓이의 최댓값은  
 $\frac{65}{2}(\sqrt{26} + 5)$  이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



# 직선+원의 방정식- 퀄리\_ 해설

서울세종고등학교-23-기말\_18번\_해설(1)

## 정답 ④

해설 ㄱ. 직선 AC의 방정식은  $x - 5y + 13 = 0$  이므로

점 B와 직선 AC 사이의 거리는

$$\frac{|-5 \cdot (-13) + 13|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = 3\sqrt{26} \text{ (참)}$$

ㄴ. 원  $x^2 + y^2 = 169$  위의 점 P에서의 접선이

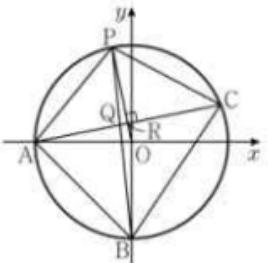
직선 AC와 평행할 때, 사각형 PABC의 넓이가  
최대가 된다.

선분 AC와 두 선분 PB, PO가 만나는 점을 각각  
Q, R라 하자.

원 위의 점 P에서의 접선과 직선 AC는 평행하고,

원의 반지를 OP와 각각 서로 수직이다.

삼각형 PQR에서  $\angle R = 90^\circ$ ,  $\angle Q < 90^\circ$  이므로  
직선 PB와 직선 AC는 서로 수직이 아니다. (거짓)



# 직선+원의 방정식 - 퀸러\_ 해설

## 서울세종고등학교-23-기말\_18번\_해설(2)

- ㄷ. 사각형 PABC의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이와  
삼각형 ACP의 넓이의 합과 같다.

삼각형 ABC의 넓이는  $\overline{AC} = 5\sqrt{26}$  이고 ㄱ에  
의하여

$$\frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{26} \cdot 3\sqrt{26} = 195 \quad \cdots ⑦$$

삼각형 ACP의 넓이의 최댓값은 ㄴ에 의하여

$$\overline{OR} = \frac{|1 \cdot 0 + (-5) \cdot 0 + 13|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

$$\overline{PR} = 13 - \overline{OR} = 13 - \frac{\sqrt{26}}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{26} \cdot \left(13 - \frac{\sqrt{26}}{2}\right) \\ = \frac{65}{2}(\sqrt{26} - 1) \quad \cdots ⑧ \end{aligned}$$

따라서 사각형 PABC의 넓이의 최댓값은

$$⑦, ⑧에 의하여 \frac{65}{2}(\sqrt{26} + 5) (참)$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.



# 원의 방정식- 킬러\_ 기출

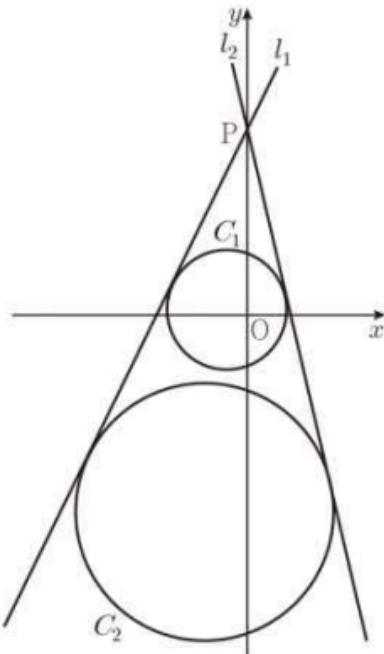
반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_10번

좌표평면에 원  $C_1 : (x + a)^2 + y^2 = 6$  이 있다. 다음 그림과 같이 점  $P(0, b)$ 에서 원  $C_1$ 에 그은 두 접선을  $l_1, l_2$ 라 하자.

두 직선  $l_1, l_2$ 가 원  $C_2 : (x + 3)^2 + (y + 8)^2 = 24$ 에

모두 접할 때, 두 직선  $l_1, l_2$ 의 기울기의 합을  $c$ 라 하자.

$10(a + b + c)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 양의 상수이다.)



# 원의 방정식- 킬러\_ 해설

반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_10번(1)

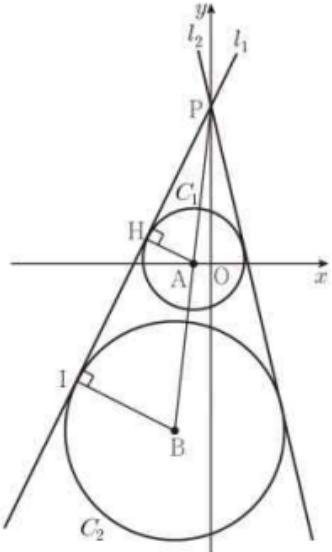
10 정답 31

해설 두 원  $C_1$ ,  $C_2$ 의 중심을 각각 A, B라 하면

두 점 A, B의 좌표는 각각  $(-a, 0)$ ,  $(-3, -8)$ 이다.

다음 그림과 같이 두 점 A, B에서 직선  $l_1$ 에 내린

수선의 발을 각각 H, I라 하자.



$\overline{AH} = \sqrt{6}$ ,  $\overline{BI} = 2\sqrt{6}$  이므로 두 삼각형 PAH, PBI는  
닮음비가  $\overline{AH} : \overline{BI} = 1 : 2$ 인 닮은 도형이다.



# 원의 방정식- 킬러\_ 해설

## 반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_10번(2)

이때 점 A는 선분 BP의 중점이므로

$$\frac{0-3}{2} = -a, \frac{b-8}{2} = 0$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 8 \quad \cdots \textcircled{1}$$

점 P(0, 8)을 지나고 점 A $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ 에서의 거리가  $\sqrt{6}$ 인

직선을  $y = mx + 8$ , 즉  $mx - y + 8 = 0$  ( $m$ 은 상수)로

놓으면

$$\frac{\left|-\frac{3}{2}m - 0 + 8\right|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{6}$$
$$\left|-\frac{3}{2}m + 8\right| = \sqrt{6(m^2 + 1)} \quad \cdots \textcircled{2}$$

②의 양변을 제곱하면

$$\frac{9}{4}m^2 - 24m + 64 = 6m^2 + 6$$

$$15m^2 + 96m - 232 = 0$$

따라서 두 직선  $l_1, l_2$ 의 기울기의 합은

$$m_1 + m_2 = -\frac{96}{15} = -\frac{32}{5} \text{ 이므로}$$

$$c = -\frac{32}{5} \quad \cdots \textcircled{3}$$

①, ③에서

$$10(a + b + c) = 10\left(\frac{3}{2} + 8 - \frac{32}{5}\right) = 31$$



# 원의 방정식- 킬러\_ 기출

반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_14번

좌표평면에서 원  $x^2 + (y-1)^2 = 1$ 과 직선  $y = mx - m + 1$ 이 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다.  
선분 PQ와 호 PQ로 둘러싸인 도형 중 넓이가 작은  
도형의 넓이를  $S_1$ , 선분 OQ와 호 OQ로 둘러싸인 도형 중  
넓이가 작은 도형의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_1 = S_2$ 를  
만족시키는 모든 실수 m의 값의 합을 구하시오. (단, O는  
원점이고, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 크다.)

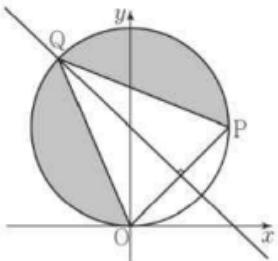


# 원의 방정식- 킬러\_ 해설

반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_14번

정답 2

해설 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 추론하기



직선  $y = mx - m + 1 = m(x - 1) + 1$ 은

$m$ 의 값에 관계없이 점  $(1, 1)$ 을 지난다.

점  $P$ 의  $x$ 좌표는 점  $Q$ 의  $x$ 좌표보다 크므로  $P(1, 1)$

$S_1 = S_2$ 이므로  $\overline{PQ} = \overline{OQ}$

삼각형  $PQO$ 가 이등변삼각형이므로

선분  $OP$ 의 수직이등분선은 점  $Q$ 를 지난다.

선분  $OP$ 를 수직이등분하는 직선의 방정식은

$$y - \frac{1}{2} = -\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

즉,  $y = -x + 1 \quad \cdots \textcircled{①}$

①을  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 + (-x + 1 - 1)^2 = 1$$

$$\text{즉, } x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ 또는 } x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Q\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ 또는 } Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$m$ 은 직선  $PQ$ 의 기울기이므로

$$m = 1 - \sqrt{2} \text{ 또는 } m = 1 + \sqrt{2}$$

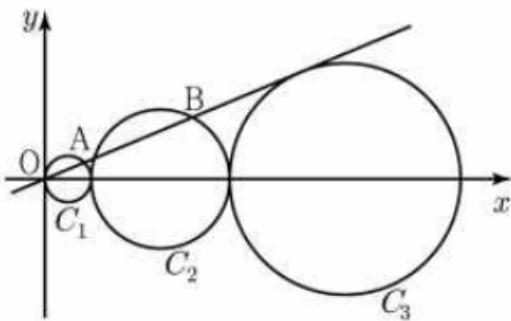
따라서 모든 실수  $m$ 의 값의 합은 2



# 원과 접선- 퀄리\_기출

은광여자고등학교-23-중간\_20번

다음 그림과 같이 중심이  $x$ 축 위에 있고, 반지름의 길이가 각각 1, 3, 5인 세 원  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ 가 있다. 원점에서 원  $C_3$ 에 그은 접선이 제1사분면에서 원  $C_2$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.



# 원과 접선- 퀄리\_ 해설

## 은광여자고등학교-23-중간\_20번\_해설

정답  $\frac{16\sqrt{14}}{13}$

해설 원점  $(0, 0)$ 에서 원  $C_3$ 에 그은 접선의 기울기를  $m$ 이라

하면 기울기가  $m$ 이고 점  $(0, 0)$ 을 지나는 직선의

방정식은  $y = mx$

$$\therefore mx - y = 0 \quad \cdots \textcircled{①}$$

원  $C_3$ 의 중심  $(13, 0)$ 과 직선  $mx - y = 0$  사이의 거리는

$$\frac{|13m|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{|13m|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

원  $C_3$ 의 반지름의 길이가 5이므로 원과 직선이 접하려면

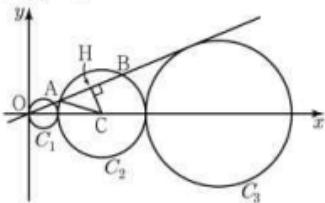
$$\frac{|13m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 5$$

양변을 제곱하여 정리하면  $m^2 = \frac{25}{144}$

$$\therefore m = \frac{5}{12} \quad (\because m > 0) \quad \cdots \textcircled{②}$$

①을 ②에 대입하여 정리하면 접선의 방정식은

$$5x - 12y = 0$$



다음 그림과 같이 원  $C_2$ 의 중심  $C(5, 0)$ 에서  $\overline{AB}$ 에 내린

수선의 발을  $H$ 라 하면

$$\overline{CH} = \frac{|25|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{25}{13}$$

직각삼각형 ACH에서

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{CA}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{25}{13}\right)^2} = \frac{8\sqrt{14}}{13}$$

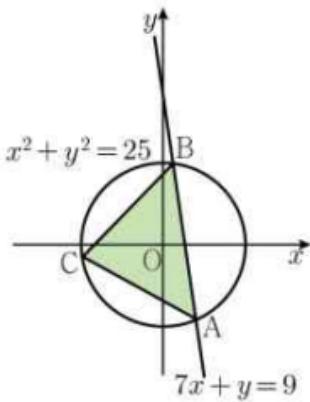
$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = \frac{16\sqrt{14}}{13}$$



# 원의 방정식- 준킬러\_ 기출

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_6번

다음 그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 25$ 와 직선  $7x + y = 9$ 가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 최대가 되도록 원 위에 점 C를 잡을 때, 점 C에서 원에 그은 접선의 방정식을 구하시오.



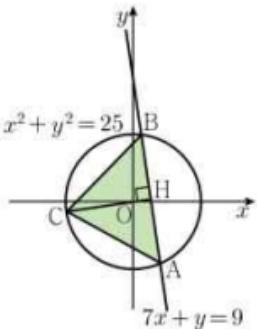
# 원의 방정식- 준킬러\_ 해설

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_6번

정답  $y = -7x - 25\sqrt{2}$

해설 다음 그림과 같이 점 C에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 ABC의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CH}$$



S가 최대가 되려면  $\overline{CH}$ 가 최대가 되어야 하므로 점 C는  
직선 AB와 평행하면서 원에 접하는 직선 위의 점이다.

따라서 기울기가  $-7$ 인 원의 접선의 방정식은

$$y = -7x \pm 25\sqrt{2}$$
 이다.

이때 접선의 y절편은 음수이므로 구하는 접선의 방정식은

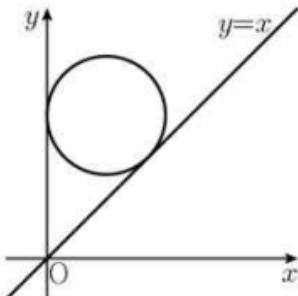
$$y = -7x - 25\sqrt{2}$$



# 원의 방정식- 준킬러\_ 기출

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_13번

다음 그림과 같이 중심이 좌표평면 위의 제1사분면에 있고 반지름의 길이가 1인 원이  $y$ 축과 직선  $y = x$ 에 동시에 접한다. 이 원의 중심의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수이다.)



- ① 2
- ②  $1 + \sqrt{2}$
- ③  $1 + \sqrt{3}$
- ④  $2 + \sqrt{2}$
- ⑤  $2 + \sqrt{3}$



# 원의 방정식- 준킬러\_ 해설

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_13번

## 정답 ④

**해설** 주어진 원은 반지름의 길이가 1이고  
 $y$ 축에 접하므로 원의 중심의  $x$ 좌표는  $a = 1$ 이고,  
원의 중심  $(1, b)$ 와 직선  $y = x$ , 즉  $x - y = 0$  사이의  
거리가 1이므로

$$\frac{|1-b|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 1$$

$$|1-b| = \sqrt{2}, 1-b = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore b = 1 - \sqrt{2} \text{ 또는 } b = 1 + \sqrt{2}$$

이때 원의 중심이 제1사분면에 있으므로  $b > 0$ 이다.

$$\therefore b = 1 + \sqrt{2}$$

따라서  $a = 1, b = 1 + \sqrt{2}$  이므로

$$a+b = 1 + (1 + \sqrt{2}) = 2 + \sqrt{2}$$



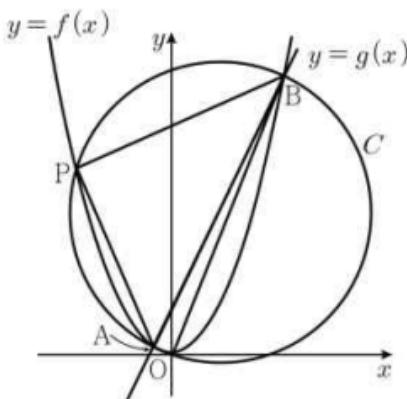
# 원의 방정식- 킬러\_ 기출

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_16번

두 양수  $a, m$ 에 대하여 두 함수  $f(x), g(x)$ 를

$f(x) = ax^2, g(x) = m^2x + 9a$ 라 하자.

다음 그림과 같이 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = g(x)$ 가 만나는 두 점을 A, B라 할 때, 선분 AB를 지름으로 하고 원점 O를 지나는 원 C가 있다. 원 C와 곡선  $y = f(x)$ 는 서로 다른 네 점에서 만나고, 원 C와 곡선  $y = f(x)$ 가 만나는 네 점 중 O, A, B가 아닌 점을 P( $k, f(k)$ )라 하자. 삼각형 ABP의 넓이가 삼각형 AOB의 넓이의 7배일 때,  $f(k) + g(k)$ 의 값을 구하시오.



# 원의 방정식- 킬러\_ 해설

숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_16번(1)

## 정답 3

해설 곡선  $y = ax^2$ 과 직선  $y = m^2x + 9a$ 가 만나는

두 점 A, B의  $x$ 좌표를 각각  $\alpha, \beta$ 라 하면

$$A(\alpha, a\alpha^2), B(\beta, a\beta^2)$$

이차방정식  $ax^2 - m^2x - 9a = 0$ 의 두 실근이

$\alpha, \beta$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = \frac{m^2}{a}, \alpha\beta = -9$$

선분 AB가 원 C의 지름이므로  $\angle BOA = 90^\circ$

직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이

-1이므로

$$\frac{a\alpha^2 - 0}{\alpha - 0} \cdot \frac{a\beta^2 - 0}{\beta - 0} = a\alpha \cdot a\beta \\ = a^2 \cdot \alpha\beta \\ = -9a^2 = -1$$

따라서 양수  $a$ 의 값은  $\frac{1}{3}$ 이다.

점 P( $k, \frac{k^2}{3}$ )은 원 C 위의 점이므로  $\angle APB = 90^\circ$

직선 PA의 기울기와 직선 PB의 기울기의 곱이

-1이므로

$$\frac{\alpha^2 - \frac{k^2}{3}}{\alpha - k} \cdot \frac{\beta^2 - \frac{k^2}{3}}{\beta - k} = \frac{1}{9}(\alpha + k)(\beta + k) \\ = \frac{1}{9}\{k^2 + (\alpha + \beta)k + \alpha\beta\} \\ = \frac{1}{9}(k^2 + 3m^2k - 9) = -1$$



# 원의 방정식- 킬러\_ 해설

## 숙명여자고등학교-23-1학기\_기말고사\_16번(2)

즉,  $k^2 + 3m^2k = 0$ 에서  $k = -3m^2$ 이고

$$P(-3m^2, 3m^4)$$

점  $P(-3m^2, 3m^4)$ 과 직선  $y = m^2x + 3$  사이의 거리를  $d_1$ 이라 하면

$$d_1 = \frac{|m^2 \cdot (-3m^2) - 3m^4 + 3|}{\sqrt{m^4 + 1}} = \frac{|-6m^4 + 3|}{\sqrt{m^4 + 1}}$$

점 O와 직선  $y = m^2x + 3$  사이의 거리를  $d_2$ 라 하면

$$d_2 = \frac{3}{\sqrt{m^4 + 1}}$$

삼각형 ABP와 삼각형 AOB의 넓이의 비는

$d_1 : d_2$ 이므로

$$\frac{|-6m^4 + 3|}{\sqrt{m^4 + 1}} : \frac{3}{\sqrt{m^4 + 1}} = 7 : 1 \text{에서}$$

$$|-6m^4 + 3| = 21, m^4 = 4$$

이때  $m$ 은 양수이므로  $m = \sqrt{2}, k = -6$

따라서  $f(x) = \frac{1}{3}x^2, g(x) = 2x + 3$ 이므로

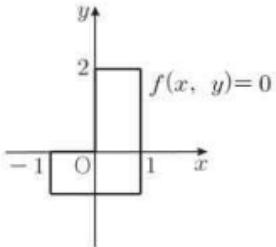
$$f(k) + g(k) = 12 + 2 \cdot (-6) + 3 = 3$$



# 도형의 이동- 준킬러\_ 기출

세화고등학교-23-중간\_10번

좌표평면에서 방정식  $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이  
그림과 같은  모양일 때, 다음 중 방정식  
 $f(x - 1, 2 - y) = 0$ 이 좌표평면에 나타내는 도형은?



# 도형의 이동- 킬러\_ 해설

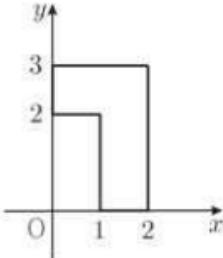
## 세화고등학교-23-중간\_10번\_해설

방정식  $f(x-1, -(y-2))=0$ 이 나타내는 도형은

방정식  $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을  $x$ 축에 대하여

대칭이동한 후,  $x$ 축의 방향으로 1,  $y$ 축의 방향으로 2만큼

평행이동한 도형이므로 다음 그림과 같다.



# 도형의 이동- 준킬러\_기출

세화고등학교-23-중간\_20번

직선  $l : y = \frac{1}{2}x + k$  를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한

직선을  $l_1$ , 직선  $l_1$ 을  $y$ 축에 대하여 대칭이동한

직선을  $l_2$ , 직선  $l_2$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한

직선을  $l_3$ 라 할 때, 네 직선  $l, l_1, l_2, l_3$ 으로

둘러싸인 부분의 넓이가 32이다. 이때, 양수  $k$ 의  
값은?



# 도형의 이동- 킬러\_해설

## 세화고등학교-23-중간\_20번\_해설

| 직선  $l : y = \frac{1}{2}x + k$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한

직선  $l_1$ 은

$$l_1 : y = \frac{1}{2}x + k, y = -\frac{1}{2}x - k$$

직선  $l_1$ 을  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 직선  $l_2$ 는

$$l_2 : y = -\frac{1}{2}(-x) - k, y = \frac{1}{2}x - k$$

직선  $l_2$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 직선  $l_3$ 은

$$l_3 : -y = \frac{1}{2}x - k, y = -\frac{1}{2}x + k$$

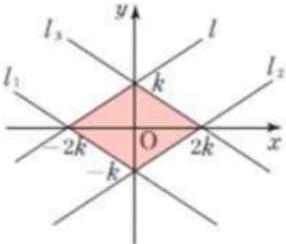
따라서 네 직선  $l, l_1, l_2, l_3$ 으로 둘러싸인 부분은

그림과 같이 두 대각선의 길이가  $4k$ ,  $2k$ 인

마름모이고 그 넓이가  $32$ 이므로

$$\frac{1}{2} \cdot 4k \cdot 2k = 4k^2 = 32$$

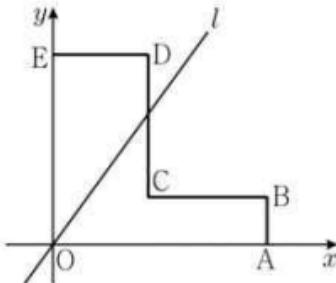
$$k^2 = 8 \quad \therefore k = 2\sqrt{2} \quad (\because k > 0)$$



# 직선의 방정식- 준킬러\_ 기출

반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_7번

다음 그림과 같이 원점을 지나는 직선  $l$ 이 원점  $O$ 와  
다섯 개의 점  $A(9, 0)$ ,  $B(9, 2)$ ,  $C(4, 2)$ ,  $D(4, 8)$ ,  
 $E(0, 8)$ 을 선분으로 이은 도형  $OABCDE$ 의 넓이를  
이등분한다. 이때 직선  $l$ 의 기울기는  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의  
값은? (단,  $p$ ,  $q$ 는 서로소인 자연수)



- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

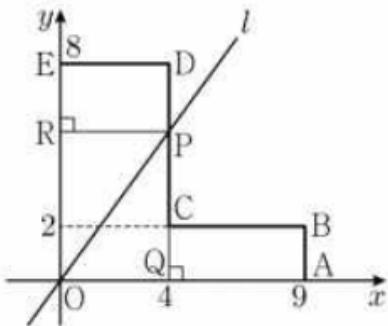


# 직선의 방정식- 준킬러\_ 해설

반포고등학교-23-1학기\_기말고사\_7번

정답 ⑤

해설 다음 그림과 같이 직선  $l$ 과 선분  $CD$ 의 교점을  $P$ , 점  $P$ 에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $Q$ ,  $R$ 라 하자.



삼각형  $OPQ$ 의 넓이와 삼각형  $OPR$ 의 넓이가 서로 같으므로 사각형  $ABCQ$ 와 사각형  $DERP$ 의 넓이가 서로 같다.

$$4 \cdot \overline{ER} = 5 \cdot 2$$

$$\therefore \overline{ER} = \frac{5}{2}$$

따라서  $P\left(4, \frac{11}{2}\right)$ 이므로 직선  $l$ 의 기울기는  $\frac{11}{8}$ 이다.

즉,  $p = 8, q = 11$ 이므로

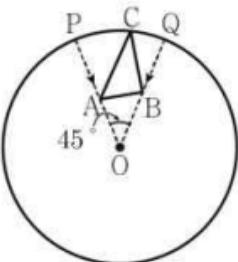
$$p + q = 19$$



# 도형의 이동- 킬러\_기출

중등고등학교-23-중간\_18번

반지름의 길이가 20m인 원형의 수영장이 있다. 점 O는 수영장의 중심이고, 두 점 P, Q는 원 위의 점이며  $\angle POQ = 45^\circ$ 이다. 갑과 을이 각각 P, Q에서 동시에 출발하여 중심 O를 향해 가고 있다. 호 PQ 위에 한 점 C를 고정하고 선분 OP와 선분 OQ 위의 임의의 두 지점 A, B에 갑과 을이 각각 도달하였을 때, 세 지점 A, B, C를 서로 연결한 거리의 합  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ 의 최솟값은?



- ①  $15\sqrt{2}$  m
- ②  $15\sqrt{3}$  m
- ③  $20\sqrt{2}$  m
- ④  $20\sqrt{3}$  m
- ⑤  $20\sqrt{5}$  m

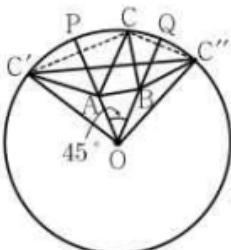


# 03 도형의 이동- 킬러\_ 준비\_해설

중등고등학교-23-중간\_18번\_해설

## 정답 ③

해설 선분  $OP, OQ$ 에 대한 점  $C$ 의 대칭점을  $C', C''$ 이라 하면  
 $\overline{AC} = \overline{AC'}, \overline{BC} = \overline{BC''}$  이므로



$\triangle ABC$ 에서

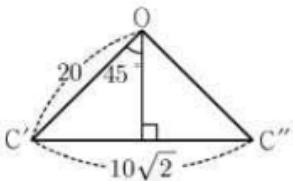
$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AB} + \overline{BC''} + \overline{AC'} \geq \overline{C'C''}$$

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ 의 최솟값은  $\overline{C'C''}$ 이다.

이때  $\triangle OCC'$ 은  $\angle C'OC'' = 90^\circ$  인

이등변삼각형이므로

$$\overline{C'C''} = 20\sqrt{2}$$



## 03 도형의 이동- 킬러\_기출

중등고등학교-23-중간\_15번

$x = a$ 일 때,  $\sqrt{(x-2)^2 + 25} + \sqrt{x^2 + 9}$  의 최솟값이  
 $b$ 이다.  $4a + b^2$ 의 값을 구하시오.



# 03 도형의 이동- 준킬러\_ 해설

## 중등고등학교-23-중간\_15번\_해설

정답 71

해설 세 점 P, A, B를  $P(x, 0)$ , A(2, 5), B(0, 3)으로

정하면  $\sqrt{(x-2)^2 + 25}$ 는 두 점 A, P 사이의 거리이고

$\sqrt{x^2 + 9}$ 는 두 점 B, P 사이의 거리이다.

즉,  $\sqrt{(x-2)^2 + 25} + \sqrt{x^2 + 9}$ 의 최솟값은

점 A에서 점 P를 거쳐 점 B까지 가는

최단 거리를 의미한다.

이때 점 P( $x, 0$ )은  $x$ 축 위의 점이므로 점 B(0, 3)을

$x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을 C라 하면 C(0, -3)

$\overline{BP} = \overline{CP}$  이므로

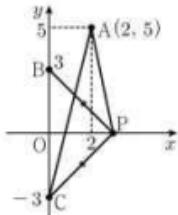
$$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PC}$$

$$\geq \overline{AC}$$

즉, 점 P가 직선 AC와  $x$ 축의 교점일 때

주어진 식은 최솟값을 갖고

그 최솟값은 선분 AC의 길이와 같다.



직선 AC의 방정식은

$$y = 4x - 3$$

즉, 주어진 식의 값이 최소가 되게 하는 점 P의  $x$ 좌표는

$$4x - 3 = 0 \text{에서 } x = \frac{3}{4} \text{ 이고}$$

이때의 최솟값은

$$\sqrt{(2-0)^2 + (5+3)^2} = 2\sqrt{17}$$

$$\text{따라서 } a = \frac{3}{4}, b = 2\sqrt{17} \text{ 이므로}$$

$$4a + b^2 = 3 + 68 = 71$$



## 03 도형의 이동- 준킬러\_ 기출

중등고등학교-23-중간\_4번

포물선  $y = x^2 + 4x - 11$  위의 서로 다른 두 점 A, B가  
직선  $y = x$ 에 대하여 서로 대칭일 때, 두 점 A, B 사이의  
거리는?

- ①  $6\sqrt{2}$
- ②  $7\sqrt{2}$
- ③  $8\sqrt{2}$
- ④  $6\sqrt{3}$
- ⑤  $7\sqrt{3}$



# 도형의 이동- 킬러\_ 해설

## 중등고등학교-23-중간\_4번\_해설

### 정답 ②

해설 A의 좌표를  $(a, b)$ 라 두면 B의 좌표는  $(b, a)$ 가 된다.

두 점은 포물선 위의 점이므로

$$a = b^2 + 4b - 11, \quad b = a^2 + 4a - 11 \text{이 성립한다.}$$

위의 두 식을 변끼리 빼서 정리하면

$$(a-b)(a+b+5)=0$$

$$\therefore a+b+5=0 \quad (\because a \neq b)$$

$b = -a - 5$  를  $b = a^2 + 4a - 11$ 에 대입하면

$$a^2 + 5a - 6 = 0, \quad (a+6)(a-1) = 0$$

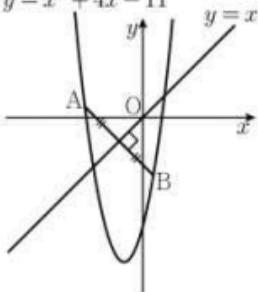
$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -6$$

즉,  $\begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \end{cases}$  또는  $\begin{cases} a = -6 \\ b = 1 \end{cases}$  이므로

A(-6, 1), B(1, -6)이 된다.

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2}$$

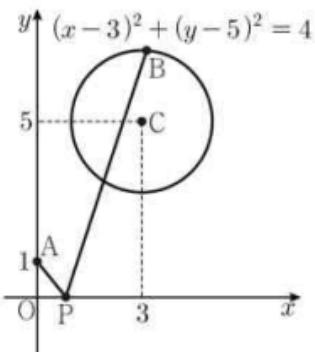
$$y = x^2 + 4x - 11$$



# 0도형의 이동- 준킬러\_기출

개포고등학교-23-중간\_13번

좌표평면 위의 점 A(0, 1)과  
원  $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ 가 있다. x축 위의 점 P와  
이 원 위의 점 B에 대하여  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은  
 $a + b\sqrt{5}$  라 할 때, a+b의 값을 구하시오.  
(단, a, b는 유리수이다.)



# 도형의 이동- 준킬러\_ 해설

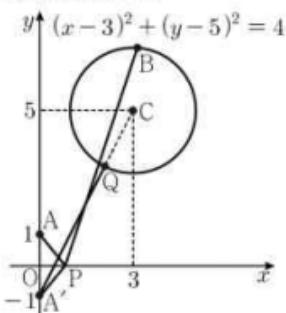
## 중등고등학교-23-중간\_13번\_해설

### 정답 1

해설 점  $A(0, 1)$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $A'$ 이라 하면  $A'(0, -1)$

$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은  $\overline{A'B}$ 의 최솟값과 같다.

다음 그림과 같이  $\overline{A'B}$ 는 점  $B$ 가  $Q$ 의 위치에 있을 때 최솟값을 갖는다.



$\overline{A'C} = 3\sqrt{5}$ 이고, 원의 반지름의 길이는 2이므로

$$\overline{A'Q} = 3\sqrt{5} - 2$$

즉,  $a = -2$ ,  $b = 30$ 이므로

$$a+b=1$$



# 도형의 이동- 킬러\_ 기출

개포고등학교-23-중간\_19번

다음 그림과 같이 좌표평면에서 원  $C_1 : x^2 + y^2 = 49$ 를

$x$ 축의 방향으로 4만큼,  $y$ 축의 방향으로 -1만큼

평행이동한 원을  $C_2$ 라 하자.

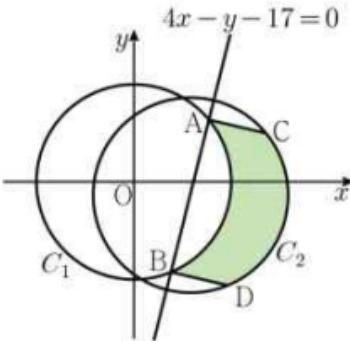
원  $C_1$ 과 직선  $4x - y - 17 = 0$ 이 만나는 두 점 A, B를

$x$ 축의 방향으로 4만큼,  $y$ 축의 방향으로 -1만큼

평행이동한 점을 각각 C, D라 하자.

선분 AC, 선분 BD, 호 AB 및 호 CD로 둘러싸인 색칠된

부분의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $\left(\frac{S}{4}\right)^2$ 의 값을 구하시오.



# 도형의 이동- 킬러\_ 해설

## 중등고등학교-23-중간\_19번\_해설

정답 136

해설 점 A를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -1만큼

평행이동한 점이 C이므로 직선 AC의 기울기는  $-\frac{1}{4}$ 이다.

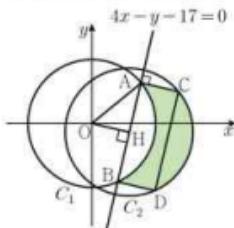
즉, 두 직선 AB, AC가 서로 수직이므로

사각형 ABDC는 직사각형이다.

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{4^2 + (-1)^2} = \sqrt{17}$$

또, 다음 그림과 같이 원점에서 직선  $4x - y - 17 = 0$ 에

내린 수선의 발을 H라 하자.



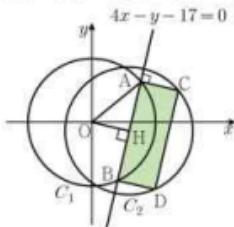
$$\text{이때 } \overline{OH} = \frac{|-17|}{\sqrt{4^2 + (-1)^2}} = \sqrt{17} \text{이고,}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} = \sqrt{7^2 - (\sqrt{17})^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{이므로 } \overline{AB} = 2\overline{AH} = 8\sqrt{2}$$

따라서 선분 AC, 선분 BD, 호 AB 및 호 CD로 둘러싸인  
색칠된 부분의 넓이는 직사각형 ABDC의 넓이와 같으므로

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 8\sqrt{2} \cdot \sqrt{17} = 8\sqrt{34}$$



따라서 색칠된 부분의 넓이는  $S = 8\sqrt{34}$  이므로

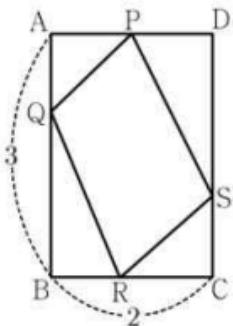
$$\left(\frac{S}{4}\right)^2 = 136$$



# 도형의 이동- 킬러\_ 기출

은광여자고등학교-23-중간\_5번

다음 그림과 같이  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{BC} = 2$ 인 직사각형이 있다.  
점 P는 변 AD의 중점이고, 점 S는 변 CD를 1 : 2로  
내분하는 점이다. 변 AB와 변 BC 위의 두 점 Q, R에  
대하여 사각형 PQRS의 둘레의 길이의 최솟값을  
구하시오.



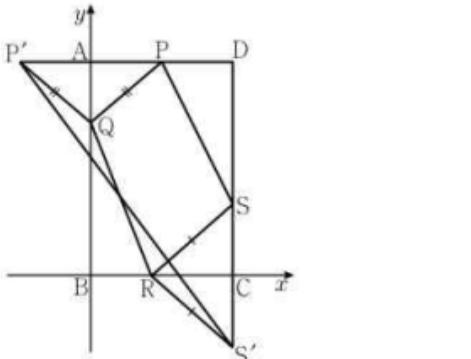
# 도형의 이동- 킬러\_ 해설

## 은광여자고등학교-23-중간\_5번\_해설

정답  $5 + \sqrt{5}$

해설 변 BC를  $x$ 축, 변 AB를  $y$ 축, 점 B를 원점으로 놓으면  
 $P(1, 3)$ ,  $S(2, 1)$

점 S를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $S'$ 이라 할 때,  
 $S'(2, -1)$ 이고, 점 P를  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  
 $P'$ 이라 할 때,  $P'(-1, 3)$ 이다.



$$\begin{aligned}\overline{PS} + \overline{SR} + \overline{RQ} + \overline{QP} &= \overline{PS} + \overline{S'R} + \overline{RQ} + \overline{QP'} \\ &\geq \overline{PS} + \overline{P'S'}\end{aligned}$$

이때  $\overline{PS} = \sqrt{5}$ ,  $\overline{P'S'} = 5$ 이므로

사각형 PQRS의 둘레의 최솟값은

$$5 + \sqrt{5}$$



# 도형의 이동- 킬러\_ 기출

## 세화고등학교-23-중간\_15번

원  $(x - 4)^2 + y^2 = r^2$  위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 점 P를 직선  $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를  $(x_1, y_1)$ 이라 하고, 점 Q를  $x$ 축의 방향으로  $k$ 만큼 평행이동한 점의 좌표를  $(x_2, y_2)$ 라 하자.

$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 의 최솟값이  $-\frac{12}{5}$ 이고 최댓값이 0일 때,  
 $|r+k|$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $x_1 \neq x_2$ 이고,  $r$ 는 양수이다.)



# 도형의 이동- 킬러\_ 준비\_해설

## 세화고등학교-23-중간\_15번\_해설(1)

원  $(x-4)^2 + y^2 = r^2$  을 직선  $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 원을  $C_1$ ,  $x$ 축의 방향으로  $k$ 만큼

평행이동한 원을  $C_2$ 라 하자.

두 원  $C_1$ ,  $C_2$ 의 중심을 각각 A, B라 하면

두 점 A, B의 좌표는 각각  $(0, -4)$ ,  $(4+k, 0)$ 이고

두 원  $C_1$ ,  $C_2$ 의 반지름의 길이는 모두  $r$ 이다.

점 P를 직선  $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 점을  $P'$ ,

점 Q를  $x$ 축의 방향으로  $k$ 만큼 평행이동한 점을  $Q'$ 이라

하면 점  $P'$ 은 원  $C_1$  위의 점이고,

점  $Q'$ 은 원  $C_2$  위의 점이다.

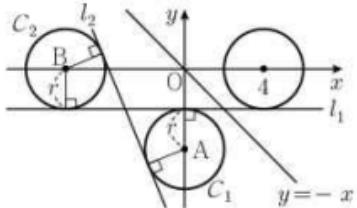
이때 두 점  $P'(x_1, y_1)$ ,  $Q'(x_2, y_2)$ 에 대하여

$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 의 값은 직선  $P'Q'$ 의 기울기와 같다.

직선  $P'Q'$ 의 기울기의 최댓값이 0이므로 다음 그림과  
같이 원  $C_2$ 의 중심의  $x$ 좌표가  $-2r$ 보다 작고,

두 원  $C_1$ ,  $C_2$ 는 모두  $x$ 축에 평행한 직선  $l_1$ 에 접한다.

따라서  $4+k < -2r$ 이고  $r = 4 - r$ , 즉  $r = 2$



## 세화고등학교-23-중간\_15번\_해설(2)

또, 직선  $P'Q'$ 의 기울기의 최솟값이  $-\frac{12}{5}$  이므로

위 그림과 같이 두 원  $C_1$ ,  $C_2$ 는 모두 기울기가  $-\frac{12}{5}$ 인 직선  $l_2$ 에 접하고, 이때 원  $C_2$ 의 중심의  $x$ 좌표는 직선  $l_2$ 의  $x$ 절편보다 작다.

직선  $l_2$ 의 방정식을  $y = -\frac{12}{5}x + n$ 이라 하면

직선  $l_2$ 의  $y$ 절편은 점 A의  $y$ 좌표보다 작으므로

$$n < -4$$

점 A(0, -4)와 직선  $y = -\frac{12}{5}x + n$ , 즉

$12x + 5y - 5n = 0$  사이의 거리는 원  $C_1$ 의 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|0+5 \cdot (-4)-5n|}{\sqrt{12^2+5^2}}=2$$

$$|-5n-20|=2 \cdot 13$$

$$n < -4 \text{이므로 } -5n-20=26$$

$$\therefore n = -\frac{46}{5}$$



### 세화고등학교-23-중간\_15번\_해설(3)

따라서 직선  $l_2$ 의 방정식은  $12x + 5y + 46 = 0$ 이다.

점  $B(4+k, 0)$ 과 직선  $12x + 5y + 46 = 0$  사이의  
거리는 원  $C_2$ 의 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|12 \cdot (4+k) + 0 + 46|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2$$

$$|12k + 94| = 26$$

$$\therefore k = -10 \text{ 또는 } k = -\frac{17}{3}$$

이때  $4+k = -6$  또는  $4+k = -\frac{5}{3}$ 에서

직선  $l_2$ 의  $x$ 절편이  $-\frac{23}{6}$  이므로  $4+k = -6$ 이어야

하고 이는  $4+k < -2r = -4$ 를 만족시킨다.

따라서  $k = -10$ 이므로

$$\begin{aligned}|r+k| &= |2+(-10)| \\&= |-8|=8\end{aligned}$$

