

# 2024년 장충고 3-1 기말 미적분

시험 범위
여러 가지 미분법~정적분의 활용

1. 매개변수로 나타낸 함수  $x = 2t - 3$ ,  $y = t^3 + 1$ 에서  $\frac{dy}{dx}$ 의 식으로 옳은 것은? [3.3점]

- ①  $\frac{3}{2}t^2$
- ②  $\frac{3t^2 + 1}{2}$
- ③  $\frac{t^3 + 1}{2}$
- ④  $\frac{3t^2}{2t - 3}$
- ⑤  $\frac{t^3 + 1}{2t - 3}$

2. 부정적분  $\int (\sin x + \sec^2 x) dx$ 의 식으로 옳은 것은? [3.4점]

- ①  $-\cos x + \tan x + C$
- ②  $-\cos x + \cot x + C$
- ③  $-\cos x + \csc x + C$
- ④  $\cos x + \tan x + C$
- ⑤  $\cos x + \cot x + C$

3.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \cos x dx$ 의 값은? [3.5점]

- ①  $\frac{\sqrt{5}}{12}$
- ②  $\frac{1}{6}$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- ④  $\frac{\sqrt{2}}{12}$
- ⑤  $\frac{1}{12}$

4. 함수  $f(x) = x^3 + 3x$ 의 역함수를  $f^{-1}(x)$ 라 할 때,  $(f^{-1})'(4)$ 의 값은? [3.6점]

- ①  $\frac{1}{5}$
- ②  $\frac{1}{6}$
- ③  $\frac{1}{7}$
- ④  $\frac{1}{8}$
- ⑤  $\frac{1}{9}$

5. 함수  $f(x) = x \ln x$ 에 대하여  $f''(e)$ 의 값은? [3.7점]

- ① 2
- ② 1
- ③ -1
- ④  $-\frac{1}{e}$
- ⑤  $\frac{1}{e}$

# 2024년 장충고 3-1 기말 미적분

6.  $\int_1^3 x^2 \ln x dx$ 의 값은? [3.8점]

①  $3\ln 3 - \frac{26}{9}$

②  $6\ln 3 - \frac{26}{9}$

③  $9\ln 3 - \frac{26}{9}$

④  $6\ln 3 - \frac{25}{9}$

⑤  $9\ln 3 - \frac{25}{9}$

7. 곡선  $y = 2xe^x$ 의 변곡점의  $y$ 좌표를  $a$ 라고 할 때,  $a$ 의 값은? [3.9점]

①  $\frac{-3}{e^2}$

②  $\frac{-4}{e^2}$

③  $\frac{-5}{e^2}$

④  $\frac{-3}{e}$

⑤  $\frac{-4}{e}$

8. 함수  $f(x) = (ax^2 + 1)e^x$ 이 실수 전체에서 증가하도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값은? [4.0점]

① 4

② 3

③ 2

④ 1

⑤ 0

9. 점  $(a, 0)$ 에서 곡선  $y = (x-2)e^x$ 에 오직 하나의 접선을 그을 수 있을 때, 양수  $a$ 의 값은? [4.1점]

①  $\sqrt{3}$

② 2

③  $\sqrt{5}$

④  $\sqrt{6}$

⑤  $\sqrt{7}$

10. 좌표평면 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가  $x = -t^2 + 4t$ ,  $y = 3t - 2$ 이다. 시각  $t = a$ 에서 점  $P$ 의 속력이 최소이고, 점  $P$ 의 속력의 최솟값을  $b$ 이라고 할 때,  $a - b$ 의 값은? (단,  $t > 0$ 이고  $a$ 는 상수이다.) [4.2점]

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

11. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = 4x \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$ 를 만족시킬 때,  $f(\pi)$ 의 값은? [4.3점]

①  $-4\pi - 8$

②  $-4\pi - 7$

③  $-4\pi - 6$

④  $-4\pi - 5$

⑤  $-4\pi - 4$

# 2024년 장충고 3-1 기말 미적분

12. 곡선  $f(x) = \int_1^x (x-1)\ln t dt$  위의 점  $(e, f(e))$ 에서의 접선의  $x$ 절편은? [4.4점]

- ①  $e + \frac{1}{e} - 1$
- ②  $e + \frac{1}{e} - 2$
- ③  $e + \frac{1}{e} - 3$
- ④  $e - \frac{1}{e} - 1$
- ⑤  $e - \frac{1}{e} - 2$

13. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 도함수가 연속인 함수

$f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \int_3^x f(t)f'(t)dt = 12$ 을 만족시킨다.  $f(3) = 3$  일 때,  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2-9} \int_1^{\frac{x}{3}} f'(3t)dt$ 의 값은? [4.5점]

- ①  $\frac{5}{9}$
- ②  $\frac{4}{9}$
- ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{2}{9}$
- ⑤  $\frac{1}{9}$

14. 매개변수  $t$ 로 나타낸 곡선  $x = t - \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$ 에 대하여  $t = \alpha$ 에 대응하는 점  $P$ 에서의 접선의 기울기를  $p$ ,  $t = 2\pi - \alpha$ 에 대응하는 점  $Q$ 에서의 접선의 기울기를  $q$ 라 하자.  $pq = -3$ 일 때,  $\alpha$ 의 값은? (단,  $0 < t < 2\pi$ ,  $0 < \alpha < \pi$ 이다.) [4.6점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$
- ②  $\frac{\pi}{4}$
- ③  $\frac{\pi}{3}$
- ④  $\frac{\pi}{2}$
- ⑤  $\frac{7}{6}\pi$

15. 함수  $f(x) = (2x^2 + 3)e^x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $\int_{\frac{5}{e}}^3 \left( \frac{x}{f'(g(x))} + g(x) \right) dx$ 의 값은? [4.7점]

- ①  $\frac{25}{e}$
- ②  $\frac{20}{e}$
- ③  $\frac{15}{e}$
- ④  $\frac{10}{e}$
- ⑤  $\frac{5}{e}$

16. 곡선  $x^2 + xy + 2y^2 = 4$  위의 두 점  $(\alpha, k)$ ,  $(\beta, k)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때,  $\alpha\beta$ 의 값은? (단, 상수  $k$ 는  $0 \leq k < 2$ 이고,  $\alpha + 4k \neq 0$ ,  $\beta + 4k \neq 0$ 이다.) [4.8점]

- ①  $-\frac{44}{21}$
- ②  $-\frac{42}{21}$
- ③  $-\frac{40}{21}$
- ④  $-\frac{38}{21}$
- ⑤  $-\frac{36}{21}$

# 2024년 장충고 3-1 기말 미적분

17. 양의 실수  $t$ 에 대하여 원점을 지나고 곡선  $y = \frac{1}{e^x} + t$ 에 접하는 직선의 기울기를  $f(t)$ 라 하자.  $f(t_1) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수  $t_1$ 에 대하여  $f'(t_1)$ 의 값은? [5.0점]

- ①  $-\frac{2}{5}$
- ②  $-\frac{1}{2}$
- ③  $-\frac{2}{3}$
- ④  $-1$
- ⑤  $-2$

18. 양수  $a$ 에 대하여 함수

$f(x) = (ax - 2)e^{a(-x+2)}$ 은  $x = b$ 에서 최댓값을 갖는다. 함수

$g(a) = \int_0^b |f(x)| dx$ 의 최솟값은? [5.2점]

- ①  $3e + \frac{2}{e} - \frac{2}{e^2}$
- ②  $2e + \frac{2}{e} - \frac{2}{e^2}$
- ③  $e + \frac{4}{e} - \frac{4}{e^2}$
- ④  $3e + \frac{4}{e} - \frac{4}{e^2}$
- ⑤  $2e + \frac{4}{e} - \frac{4}{e^2}$

서술형1.

19. 곡선  $y = e^{-2x}$ 에 대하여  $(-2, 0)$ 에서 그은 접선의 방정식을 구하시오. [3점]

서술형2.

20.  $e \leq x \leq e^2$ 일 때, 부등식  $x \ln x - 3x + 4 + k \leq 0$ 이 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위를 구하시오. [4점]

# 2024년 장충고 3-1 기말 미적분

서술형3.

21. 함수  $f(x) = e^x - 2$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 에 대하여  
 $g(x) = \int f^{-1}(x)dx$ 라 하자.  $g(0) = -2$ 일 때,  $g(e-2)$ 의 값을 구하시오. [5점]

서술형5.

23. 함수  $y = 2^x - 2^{-x}$ 의 그래프와 직선  $y = t$ 가 만나는 점의 좌표를  $(f(t), t)$ 라 하자. 함수  $g(t) = f(t) \times \{4^{f(t)} + 4^{-f(t)}\}$ 일 때,  
 $\left\{g'\left(\frac{3}{2}\right) - 3\right\} \times 10\ln 2$ 의 값을 구하시오. (단,  $t$ 는 실수이다.) [7점]

수고하셨습니다.

서술형4.

22. 함수  $g(x)$ 에 대하여 함수  
 $f(x) = e^{-x}g(x)$ 일 때,  $f'(x) + f(x) = e^{-x}$ ,  $f(0) = 0$ 을 만족한다  
고 한다. 이때  $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [6점]

# 2024년 장충고 3-1 기말 미적분

정답
----

- |  |                   |
|--|-------------------|
| 1. ①   | 21. $-2\ln 2$     |
| 2. ①   | 22. $1 - 3e^{-2}$ |
| 3. ④   | 23. 17            |
| 4. ②   |                   |
| 5. ⑤   |                   |
| 6. ③   |                   |
| 7. ②   |                   |
| 8. ④   |                   |
| 9. ②   |                   |
| 10. ③  |                   |
| 11. ⑤  |                   |
| 12. ①  |                   |
| 13. ④  |                   |
| 14. ③  |                   |
| 15. ⑤  |                   |
| 16. ①  |                   |
| 17. ③  |                   |
| 18. ⑤  |                   |
| 19. $y = -2e^5 \left( x + \frac{5}{2} \right) + e^5$ |                   |
| 20. $k \leq 2e - 4$                                  |                   |