

교과서_미래엔 - 공통수학2 (유리무리함수) 133~134p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 $\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{1}{x}$ ② $\frac{1}{x(x+1)}$
 ③ $\frac{2}{x(x+1)}$ ④ $\frac{1}{x(x+1)(x-1)}$
 ⑤ $\frac{2}{x(x+1)(x-1)}$

02 $\frac{2}{2-x} + \frac{2}{2+x} + \frac{4}{4+x^2}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{8}{4-x^2}$ ② $\frac{4x^2+18}{2-x^4}$
 ③ $\frac{4}{x^4-1}$ ④ $\frac{8x^2}{16-x^4}$
 ⑤ $\frac{48+4x^2}{16-x^4}$

03 유리식 $\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{x^2-x-2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{x}{x+1}$ ② $\frac{x}{x-1}$
 ③ $\frac{x+2}{x-1}$ ④ $\frac{x+2}{(x+1)(x-2)}$
 ⑤ $\frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}$

04 $\frac{x-3}{x^2+x-6} \cdot \frac{x+3}{x^2-x-6}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{1}{x^2+4}$ ② $\frac{1}{x^2-x-2}$
 ③ $\frac{1}{x^2-2x+1}$ ④ $\frac{1}{x^2+x-2}$
 ⑤ $\frac{1}{x^2-4}$

05 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x=a$, $y=b$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

06 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=a, y=b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$



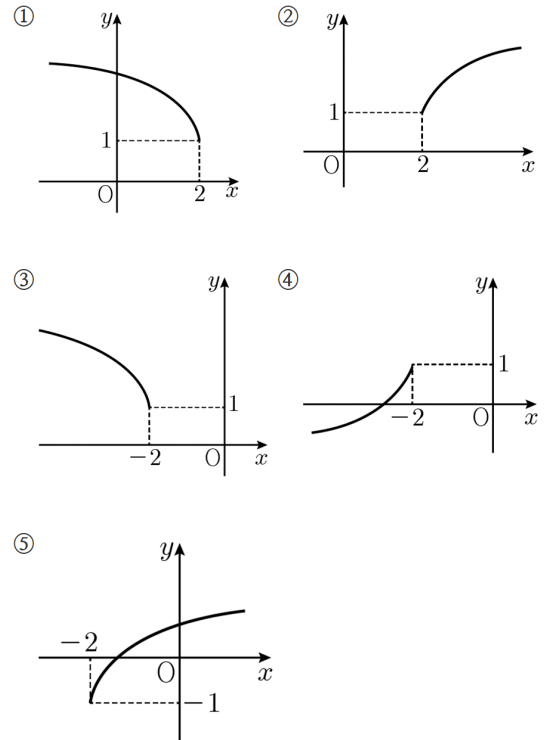
- 07 $(\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x-3})(\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x-3})$ 을 계산하시오.

- 08 $x > 3$ 일 때, $\frac{6}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2}{\sqrt{x-3}}$ ② $\frac{3}{\sqrt{x+3}}$
 ③ $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}$ ④ $2\sqrt{x-3}$
 ⑤ $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-3}$

- 09 $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = a + \sqrt{b}$ 일 때, 자연수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

- 10 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?



- 11 [2014년 3월 고2 이과 3번/2점]
 무리함수 $f(x) = \sqrt{ax+3}$ 에 대하여 $f(2) = 5$ 일 때, 상수 a 의 값은?

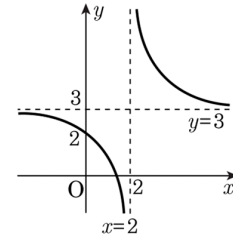
- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

- 12** 함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \frac{-3x-2}{x+1}$ 의
 그래프와 겹칠 때, $m+n$ 의 값을 구하시오.

- 13** 다음 함수 중 그 그래프가 평행이동에 의하여
 함수 $y = \frac{3}{2x-3}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

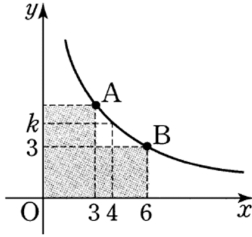
- ① $y = \frac{1-x}{x+1}$ ② $y = \frac{3x+1}{x-2}$ ③ $y = \frac{2x+7}{x+3}$
 ④ $y = \frac{4x+5}{2x+1}$ ⑤ $y = \frac{2x+1}{2x-3}$

- 14** 다음 그림과 같이 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프의
 점근선이 $x=2$, $y=3$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합
 $a+b+c$ 의 값은?



- ① -6 ② -4 ③ -3
 ④ 2 ⑤ 7

- 15** 다음 그래프는 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프이다. 점 A, B를 지나는 것을 활용하여 이 그래프의 관계식을 구하시오.



- ① $y = \frac{12}{x} (x > 0)$ ② $y = \frac{18}{x} (x > 0)$
 ③ $y = \frac{12}{x} (x < 0)$ ④ $y = \frac{18}{x} (x < 0)$
 ⑤ $y = -\frac{18}{x} (x > 0)$

- 16** $f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$ 의 그래프는 점 (1, 1)을 지나고 $f^{-1}(x) = f(x)$ 가 성립할 때 $a+b$ 의 값은?

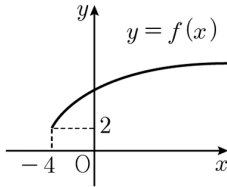
- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

- 17** 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 (1, 1)을 지나고 점근선의 방정식이 $x = d, y = 4$ 이다. $f^{-1}\left(\frac{1}{6}\right) = 0$ 일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $ab+cd$ 의 값을 구하시오.

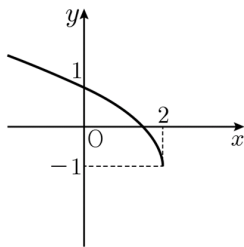
- 18** 함수 $y = \sqrt{kx} (k \neq 0)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 함수의 그래프가 점 (5, 4)를 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

- 19** 함수 $y = \sqrt{3x+6} - 1$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 그래프이다. 이때 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

- 20 무리함수 $f(x) = \sqrt{4x+a}+b$ 에 대하여 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.)



- 21 다음 함수 중 그 그래프가 다음 그림과 같은 것은?



- ① $y = \sqrt{-2x+4}-1$ ② $y = \sqrt{-x+1}-1$
 ③ $y = -\sqrt{-2x+4}+1$ ④ $y = \sqrt{x-1}-1$
 ⑤ $y = \sqrt{2x-4}+1$

- 22 [2017년 3월 고2 문과 19번 변형]
유리함수 $f(x) = \frac{3x+b}{x-a}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 3이 아닌 모든 실수 x 에 대하여
 $f^{-1}(x) = f(x-2) - 20$ 이다.
 (나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 평행이동하면
 함수 $y = \frac{5}{x}$ 의 그래프와 일치한다.

$a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

- 23 [2022년 3월 고2 18번/4점]

함수 $f(x) = \frac{a}{x} + b$ ($a \neq 0$)이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y = |f(x)|$ 는 직선 $y = 2$ 와 한 점에서만 만난다.

(나) $f^{-1}(2) = f(2) - 1$

$f(8)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

- 24 무리함수 $f(x) = \sqrt{x-3} + k$ 의 그래프와
 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서
 만나도록 하는 상수 k 의 최댓값을 구하시오.

- 25 무리함수 $y = \sqrt{x+2} + 2$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 할 때,
 연립방정식 $\begin{cases} y = \sqrt{x+2} + 2 \\ y = g(x) \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라
 하자. 이때 $\alpha^2 - 5\beta$ 의 값을 구하시오.

교과서_미래엔 - 공통수학2 (유리무리함수) 133~134p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ④	02 ⑤	03 ⑤
04 ⑤	05 2	06 ⑤
07 6	08 ③	09 210
10 ①	11 ①	12 -7
13 ④	14 ③	15 ②
16 ③	17 $-\frac{264}{25}$	18 2
19 0	20 8	21 ①
22 ①	23 ①	24 3
25 -2		

교과서_미래엔 - 공통수학2 (유리무리함수) 133~134p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ④

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1} \\ &= \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x+1}{x(x+1)(x-1)} - \frac{x}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x(x+1)(x-1)} \end{aligned}$$

02 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \frac{2}{2-x} + \frac{2}{2+x} + \frac{4}{4+x^2} \\ &= \frac{2(2+x)+2(2-x)}{(2-x)(2+x)} + \frac{4}{4+x^2} \\ &= \frac{8}{4-x^2} + \frac{4}{4+x^2} \\ &= \frac{8(4+x^2)+4(4-x^2)}{(4-x^2)(4+x^2)} \\ &= \frac{48+4x^2}{16-x^4} \end{aligned}$$

03 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad (\text{주어진 식}) &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)} \end{aligned}$$

04 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad (\text{주어진 식}) &= \frac{x-3}{(x+3)(x-2)} \cdot \frac{x+3}{(x-3)(x+2)} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x^2-4} \end{aligned}$$

05 정답 2

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서} \\ & \text{점근선은 } x = -1, y = 3 \\ & a = -1, b = 3 \\ & a + b = 2 \end{aligned}$$

06 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & y = \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ &\therefore a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

07 정답 6

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & (\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x-3})(\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x-3}) \\ &= (\sqrt{2x+3})^2 - (\sqrt{2x-3})^2 \\ &= (2x+3) - (2x-3) \\ &= 6 \end{aligned}$$

08 정답 ③

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \frac{6}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}} \\
 &= \frac{6(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})} \\
 &= \frac{6(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x+3})^2-(\sqrt{x-3})^2} \\
 &= \frac{6(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})}{(x+3)-(x-3)} \\
 &= \sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}
 \end{aligned}$$

09 정답 210

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} \\
 &= \frac{12+2\sqrt{35}}{7-5} = 6+\sqrt{35} \\
 \therefore a=6, b=35 \text{이므로 } ab &= 210
 \end{aligned}$$

10 정답 ①

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & y = 2\sqrt{-3x+6}+1 \\
 &= 2\sqrt{-3(x-2)}+1
 \end{aligned}$$

주어진 함수는 점 (2, 1)에서 시작하여
정의역이 $x \leq 2$ 이고 치역이 $y \geq 1$ 이므로 그래프는
①이다.

11 정답 ①

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \text{함숫값을 이용하여 무리함수를 구한다.} \\
 & f(2) = 5 \text{이므로} \\
 & \sqrt{2a+3} = 5 \\
 & \text{양변을 제곱하면 } 2a+3 = 25 \\
 & 2a = 22 \\
 \therefore a &= 11
 \end{aligned}$$

12 정답 -7

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2 \text{이므로 } y = \frac{1}{x} \text{을} \\
 & x\text{축 방향으로 1만큼, } y\text{축의 방향으로 2만큼} \\
 & \text{평행이동한 것이다.} \\
 & \text{또한, } y = \frac{-3x-2}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 3 \text{이므로 } y = \frac{1}{x} \text{을} \\
 & x\text{축 방향으로 -1만큼, } y\text{축의 방향으로 -3만큼} \\
 & \text{평행이동한 것이다.} \\
 & \text{따라서 } y = \frac{-3x-2}{x+1} \text{를 얻으려면} \\
 & y = \frac{2x-1}{x-1} \text{을 } x\text{축 방향으로 -2만큼,} \\
 & y\text{축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면 된다.}
 \end{aligned}$$

13 정답 ④

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & ① y = \frac{1-x}{x+1} = \frac{-(x+1)+2}{x+1} = \frac{2}{x+1} - 1 \\
 & ② y = \frac{3x+1}{x-2} = \frac{3(x-2)+7}{x-2} = \frac{7}{x-2} + 3 \\
 & ③ y = \frac{2x+7}{x+3} = \frac{2(x+3)+1}{x+3} = \frac{1}{x+3} + 2 \\
 & ④ y = \frac{4x+5}{2x+1} = \frac{2(2x+1)+3}{2x+1} = \frac{3}{2x+1} + 2 \\
 & ⑤ y = \frac{2x+1}{2x-3} = \frac{2x-3+4}{2x-3} = \frac{4}{2x-3} + 1
 \end{aligned}$$

따라서 ④ $y = \frac{3}{2x+1} + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
2만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면
 $y = \frac{3}{2(x-2)+1} + 2 - 2 = \frac{3}{2x-3}$ 이므로
 $y = \frac{3}{2x-3}$ 의 그래프와 겹쳐진다.

14 정답 ③

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \text{주어진 분수함수의 그래프의 점근선이} \\
 & x=2, y=3 \text{이므로} \\
 & a=3, c=-2 \\
 & \text{또한, 점 } (0, 2) \text{를 지나므로 } \frac{b}{c} = 2 \text{에서 } b=-4 \\
 \therefore a+b+c &= 3-4-2=-3
 \end{aligned}$$

15 정답 ②

해설 $y = \frac{a}{x}$ 에서 $x=6$ 일 때, $y=3$ 이므로

$$3 = \frac{a}{6}, \text{ 즉 } a = 18$$

$$\therefore y = \frac{18}{x}$$

그래프가 제 1사분면에만 존재하므로 $x > 0$ 이다.

16 정답 ③

해설 $f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$ 에서 $y = \frac{ax+b}{x+2}$ 로 놓고 역함수를

구해보면

$$y(x+2) = ax+b, \quad yx+2y = ax+b$$

$$x(y-a) = b-2y, \quad x = \frac{b-2y}{y-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{b-2x}{x-a}$$

$$f^{-1}(x) = f(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{b-2x}{x-a} = \frac{ax+b}{x+2}$$

$$\therefore a = -2$$

따라서 $f(x) = \frac{-2x+b}{x+2}$ 가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{-2+b}{1+2}, \quad 1 = \frac{-2+b}{3}$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a+b = -2+5=3$$

17 정답 $-\frac{264}{25}$

해설 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로

$$\frac{a+b}{1+c} = 1$$

$$\therefore a+b-c = 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{x+c} = \frac{a(x+c)-ac+b}{x+c} = \frac{-ac+b}{x+c} + a$$

에서 점근선의 방정식은 $x=-c, y=a$ 이므로

$$-c=d, a=4$$

$$f^{-1}\left(\frac{1}{6}\right) = 0 \text{ 에서 } f(0) = \frac{1}{6} \text{ 이므로}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore c = 6b$$

$$a=4, c=6b \text{ 를 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면}$$

$$4+b-6b=1$$

$$\therefore b = \frac{3}{5}$$

$$\text{따라서 } c=6b = \frac{18}{5}, d=-c = -\frac{18}{5} \text{ 이므로}$$

$$ab+cd = \frac{12}{5} - \frac{324}{25} = -\frac{264}{25}$$

18 정답 2

해설 $y = \sqrt{kx}$ ($k \neq 0$) 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼,

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \sqrt{k(x-3)} + 2 \text{ 이다.}$$

이 함수의 그래프가 점 $(5, 4)$ 를 지나므로

$$4 = \sqrt{2k} + 2$$

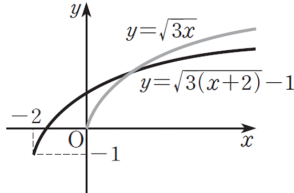
$$\sqrt{2k} = 2$$

$$2k = 4$$

$$\therefore k = 2$$

19 정답 0

해설 $y = \sqrt{3x+6} - 1 = \sqrt{3(x+2)} - 1$ 이므로
이 함수는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한
그래프이다.



따라서 $a=3, b=-2, c=-1$
 $\therefore a+b+c=3+(-2)+(-1)$
 $=0$

20 정답 8

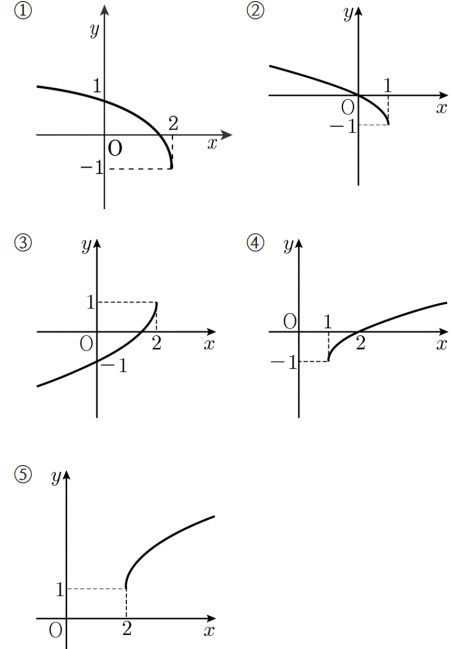
해설 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{4x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼
평행이동한 것이다.

$$f(x) = \sqrt{4(x+4)} + 2$$

$$\therefore f(5) = \sqrt{36} + 2 = 8$$

21 정답 ①

해설 각 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 주어진 그래프는 함수 ① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$ 의
그래프이다.

22 정답 ①

해설 $f(x) = \frac{3x+b}{x-a} = \frac{3(x-a)+3a+b}{x-a} = \frac{3a+b}{x-a} + 3$

에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 두 점근선의 교점은
점 $(a, 3)$ 이다.

이때 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 두 점근선의 교점은
점 $(a, 3)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점이므로
그 좌표는 $(3, a)$ 와 같다.

조건 (가)에서 함수 $y=f(x-2)-2$ 의 그래프는
함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프와 일치하므로
함수 $y=f(x-2)-2$ 의 그래프의 두 점근선의 교점은
점 $(a+2, 1)$ 이다.

점 $(3, a)$ 와 점 $(a+2, 1)$ 이 같으므로 $a=1$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{3a+b}{x-a}$ 의 그래프를

평행이동한 그래프와 일치하므로 조건 (나)에서

$$3a+b=5, 3+b=5$$

$$b=2$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$

23 정답 ①

해설 유리함수의 성질을 이용하여 함숫값을 구하는 문제를 해결한다.

조건 (가)에서 곡선 $y = f(x)$ 가 직선 $y = 2$ 와 만나는 점의 개수와 직선 $y = -2$ 와 만나는 점의 개수의 합은 1이다.

곡선 $y = f(x)$ 가 x 축과 평행한 직선과 만나는 점의 개수는 점근선을 제외하면 모두 1이므로 두 직선 $y = 2, y = -2$ 중 하나는 곡선 $y = f(x)$ 의 점근선이다.

이때 곡선 $y = f(x)$ 의 점근선이 직선 $y = b$ 이므로 $b = 2$ 또는 $b = -2 \dots \textcircled{㉠}$

$$f(x) = \frac{a}{x} + b, \text{ 즉 } y = \frac{a}{x} + b \text{에서}$$

$$\frac{a}{x} = y - b, x = \frac{a}{y - b}$$

이때 x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{a}{x - b}$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{a}{x - b}$$

조건 (나)에서 $f^{-1}(2) = f(2) - 1$ 이므로

$$\frac{a}{2 - b} = \frac{a}{2} + b - 1 \dots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $b \neq 2$ 이므로 ㉡에서 $b = -2$ 이다.

㉠에 $b = -2$ 를 대입하면

$$\frac{a}{4} = \frac{a}{2} - 3$$

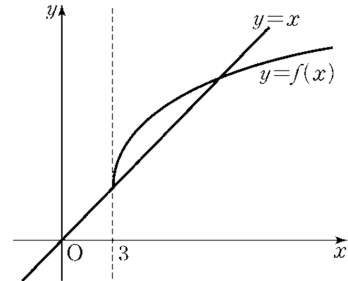
$$\therefore a = 12$$

따라서 $f(x) = \frac{12}{x} - 2$ 이므로

$$f(8) = \frac{12}{8} - 2 = -\frac{1}{2}$$

24 정답 3

해설 무리함수 $f(x) = \sqrt{x-3} + k$ 의 그래프의 개형은 다음 그림과 같다.

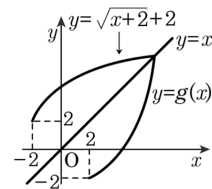


무리함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나려면 위의 그림과 같이 $f(x) = \sqrt{x-3} + k$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 와 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.

따라서 무리함수 $f(x) = \sqrt{x-3} + k$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 상수 k 의 최댓값은 3이다.

25 정답 -2

해설 두 함수 $y = \sqrt{x+2} + 2, y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 다음 그림과 같이 그 교점은 직선 $y = x$ 위에 있다.



즉, 연립방정식 $\begin{cases} y = \sqrt{x+2} + 2 \\ y = g(x) \end{cases}$ 의 해는

직선 $y = x$ 위에 있으므로 $\alpha = \beta$ 이다.

따라서 $y = \sqrt{x+2} + 2$ 와 $y = x$ 를 연립하면

$$\sqrt{x+2} + 2 = x \text{에서}$$

$$\sqrt{x+2} = x - 2$$

양변을 제곱하면

$$x + 2 = x^2 - 4x + 4$$

$$\therefore x^2 - 5x + 2 = 0 \dots \textcircled{㉠}$$

㉠에 $x = \alpha$ 를 대입하면

$$\alpha^2 - 5\alpha + 2 = 0, \text{ 즉 } \alpha^2 - 5\alpha = -2$$

$$\therefore \alpha^2 - 5\beta = \alpha^2 - 5\alpha (\because \alpha = \beta) = -2$$