

삼각함수의 활용 ~ 수학적 귀납법	2024년 1학기 기말고사	반		점 수
	이화외고2 수학 I	이름		

- OMR 카드에 학번, 이름, 과목명, 과목코드를 정확하게 표기 하시오.
- 서술형 문항의 정답은 검정색 볼펜 등 지워지지 않는 필기 구를 사용하여 정자로 기재하시오.

1. 삼각형 ABC에서 $\frac{2}{\sin A} = \frac{3}{\sin B} = \frac{4}{\sin C}$ 일 때, $\cos A$ 의 값은? [1.1점]¹⁾

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

2. 첫째항이 6, 공차가 3인 등차수열의 제10항은? [1.1점]²⁾

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

3. 첫째항이 1이고, 공비가 $\sqrt{2}$ 인 등비수열의 첫째항부터 제12항까지의 합은? [1.1점]³⁾

- ① $57(\sqrt{2}+1)$ ② $59(\sqrt{2}+1)$ ③ $61(\sqrt{2}+1)$
 ④ $63(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $65(\sqrt{2}+1)$

4. $\sum_{k=1}^5 (k+1)^2 + \sum_{k=6}^{10} (k+1)^2$ 의 값은? [1.1점]⁴⁾

- ① 334 ② 384 ③ 385 ④ 505 ⑤ 506

5. 반지름의 길이가 5인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\angle B = 75^\circ$ 이고 $4\sin(B+C)\sin A = 3$ 이 성립할 때, 선분 AB의 길이는? [1.3점]⁵⁾

- ① 5 ② $5\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{3}$ ④ 10 ⑤ $10\sqrt{2}$

6. 삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여

$$(c-a)^2 = b^2 - ca$$

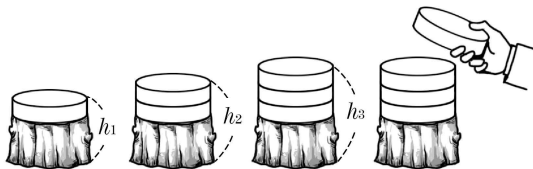
가 성립할 때, $\sin B \times \tan B$ 의 값은? [1.3점]⁶⁾

- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

7. 자연수 n 에 대하여 세 수 $3^9 \times 5^{n+2}$, 9×15^n , 35^n 의 양의 약수의 개수를 각각 a , b , c 라 하자. a , b , c 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, n 의 값은? [1.3점]7)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 높이가 서로 같은 원판을 나무통 위에 올려 놓으려고 한다. 그림과 같이 원판을 1개 올려 놓았을 때의 전체 높이를 h_1 , 2개 올려 놓았을 때의 전체 높이를 h_2 , 3개 올려 놓았을 때의 전체 높이를 h_3 이라 하자. 이와 같은 방법으로 n 개 올려 놓았을 때의 전체 높이를 h_n 이라 하자. $h_{20} = 10$ 일 때, $h_{10} + h_{17} + h_{20} + h_{33}$ 의 값을 구하면? [1.3점]8)



① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

9. $P = \frac{2^2+2+1}{2} + \frac{4^2+4+1}{4} + \frac{8^2+8+1}{8} + \dots + \frac{64^2+64+1}{64}$ 에 대하여, 부등식 $n \leq P < n+1$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? [1.5점]9)

① 124 ② 126 ③ 128 ④ 130 ⑤ 132

10. (문제 오류) 첫째항이 $-1 + \sqrt{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 = 1$

(나) $a_{n+1}^2 = a_n \times a_{n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

이 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

등식 $\frac{a_{n+1} - a_n}{S_{n+2} - S_n} = a + b\sqrt{2}$ 를 만족시키는 두 유리수 a , b 가 있다. $a^2 + b^2$ 의 값은? [1.5점]10)

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

(☞ $a^2 + 4b^2$ 의 값으로 구해야 맞습니다.)

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 8^n a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의될 때, $\log_2 a_{10}$ 의 값은? [1.5점]¹¹⁾

① 125 ② 135 ③ 145 ④ 155 ⑤ 165

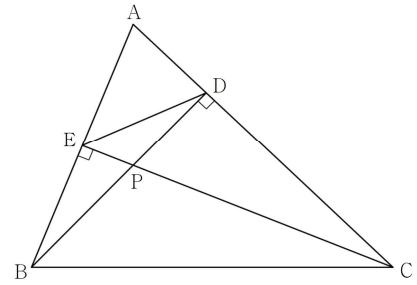
12. 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은? [1.5점]¹²⁾

(가) $a_1 = 1$, $a_2 = 4$

(나) 수열 $\{a_n + a_{n+1}\}$ 은 공차가 4인 등차수열이다.
($n = 1, 2, 3, \dots$)

① 410 ② 420 ③ 430 ④ 440 ⑤ 450

13. 그림과 같이 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$ 인 예각삼각형 ABC 가 있다. 점 B 에서 변 AC 에 내린 수선의 발을 D , 점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 E 라 하고, 두 선분 BD 와 CE 의 교점을 P 라 하자. 삼각형 ABC 의 넓이가 $16\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 AED 의 넓이는 $S_1 = \frac{b\sqrt{2}}{a}$ 이고, 네 점 A, E, P, D 를 지나는 원의 넓이는 $S_2 = \frac{d}{c}\pi$ 이다. $a+b+c+d$ 의 값은? (단, a 와 b 는 서로소인 자연수이고, c 와 d 는 서로소인 자연수이다.) [1.8점]¹³⁾



① 47 ② 48 ③ 49 ④ 50 ⑤ 51

14. 첫째항이 자연수이고 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_1 의 값은? [1.8점]¹⁴⁾

$$(가) \quad |a_7| + |a_8| = |a_7 + a_8| + 2$$

$$(나) \quad \sum_{n=1}^8 |a_n| = 94$$

- ① 25 ② 24 ③ 23 ④ 22 ⑤ 21

※ <1번~6번> 단답형 문제입니다.

15. [단답형1]

어느 도시의 인구는 매년 일정한 비율로 증가하여 10년 후에는 5만 명, 30년 후에는 10만 명이 될 것으로 예상된다. 이 도시의 70년 후의 인구는 K명이다. K를 구하시오. [1.6점]¹⁵⁾

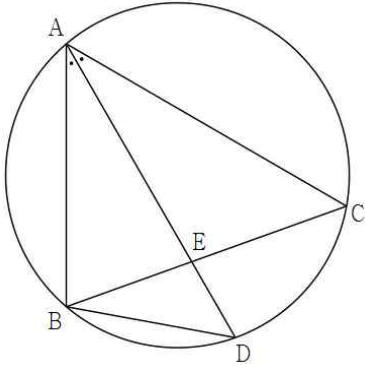
16. [단답형2]

다음 식의 값을 구하시오. [1.6점]¹⁶⁾

$$\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16} + \frac{1}{16 \times 19} + \frac{1}{19 \times 22}$$

17. [단답형3]

반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에 대하여 $\angle BAC$ 의 이등분선이 원과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 D 라 하고, 두 선분 BC, AD 의 교점을 E 라 하자. $\overline{BD} = \sqrt{3}$ 이고 삼각형 BDE 의 넓이가 $\frac{3\sqrt{3}}{10}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오. [1.7점]¹⁷⁾



18. [단답형4]

이차방정식 $4x^2 - 12x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 하고, α, β 의 등비중항과 등차중항을 각각 x_1, x_2 라 하자. x_1, x_2 를 두 근으로 하는 이차방정식이 $4x^2 + ax + b = 0$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. (단, $x_1 \times x_2 > 0$) [1.7점]¹⁸⁾

19. [단답형5]

공차 d 가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $f(n), g(n)$ 이 다음과 같다.

$$f(n) = a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n}$$

$$g(n) = a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2n-1}$$

자연수 p 에 대하여 $f(p) = 571, g(p) = 450$ 이 성립할 때, $d + p$ 을 구하시오. (단, $d \geq 2, p \geq 2$) [2.1점]¹⁹⁾

20. [단답형6]

$$1 + \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) + \cdots + \left\{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right\}$$

을 간단히 하면 $m + \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 로 나타낼 수 있다. 두 자연수 $m + n$ 의 값을 구하시오. [2.1점]²⁰⁾

이화외고 정답

- 1) ⑤
- 2) ③
- 3) ④
- 4) ④
- 5) ②
- 6) ⑤
- 7) ②
- 8) ①
- 9) ⑤
- 10) 정답없음 (답지 ③)
- 11) ②
- 12) ①
- 13) ④
- 14) ①

- 15) 400,000
- 16) $\frac{7}{22}$
- 17) $\frac{27\sqrt{3}}{14}$
- 18) 73
- 19) 22
- 20) 60