

중단원 마무리 문제

I 수직선 위의 선분의 내분점

(1) 수직선 위의 두 점 사이의 거리

두 점 $A(x_1)$ 과 $B(x_2)$ 사이의 거리는

$$AB = |x_2 - x_1|$$

(2) 수직선 위의 선분의 내분점

두 점 $A(x_1)$ 과 $B(x_2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $m:n$ ($m>0$, $n>0$)으로 내분하는 점 P 의 좌표는

$$\frac{mx_2 + nx_1}{m+n} \quad \text{선분 } AB \text{의 중점 } M \text{의 좌표는 } \frac{x_1 + x_2}{2}$$

I 좌표평면 위의 선분의 내분점

(1) 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

두 점 $A(x_1, y_1)$ 과 $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{원점 } O \text{와 점 } A \text{ 사이의 거리는 } OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

★ (2) 좌표평면 위의 선분의 내분점

두 점 $A(x_1, y_1)$ 과 $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $m:n$ ($m>0$, $n>0$)으로 내분하는 점 P 의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right) \quad \text{선분 } AB \text{의 중점 } M \text{의 좌표는 } \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

I 직선의 위치 관계

(1) 한 점과 기울기가 주어진 직선의 방정식

점 (x_1, y_1) 을 지나고 기울기가 m 인 직선의 방정식은

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

(2) 두 직선의 평행 조건

두 직선 $y = mx + n$ 과 $y = m'x + n'$ 에 대하여

① 두 직선이 서로 평행하면, $m = m'$ 이고 $n \neq n'$ 이다.

② $m = m'$ 이고 $n = n'$ 이면, 두 직선은 서로 평행하다.

$m = m'$ 이고 $n = n'$ 이면, 두 직선은 일치한다.

(3) 두 직선의 수직 조건

두 직선 $y = mx + n$ 과 $y = m'x + n'$ 에 대하여

① 두 직선이 서로 수직이면, $mm' = -1$ 이다.

② $mm' = -1$ 이면, 두 직선은 서로 수직이다.

I 점과 직선 사이의 거리

점 (x_1, y_1) 과 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{원점과 직선 } ax + by + c = 0 \text{ 사이의 거리는 } \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



기분

01 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

(1) $A(3)$, $B(-7)$

(2) $A(-5, 1)$, $B(-2, 6)$

02 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 두 점 $A(-2)$ 와 $B(8)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 내분하는 점

(2) 두 점 $A(6, 2)$ 와 $B(-3, -1)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점

03 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 $(-4, 5)$ 를 지나고 직선 $y = -3x + 2$ 에 평행한 직선

(2) 점 $(1, -3)$ 을 지나고 직선 $y = 2x - 1$ 에 수직인 직선

04 점 $(4, 2)$ 와 직선 $3x - 4y + 11 = 0$ 사이의 거리를 구하시오.



05 세 점 $A(-4, 5)$, $B(-2, -3)$, $C(1, a)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 $\angle C=90^\circ$ 인 직각 삼각형일 때, a 의 값을 모두 구하시오.

06 두 점 $A(2, -3)$ 과 $B(5, 6)$ 에 대하여 선분 AB 를 $2:3$ 으로 내분하는 점이 직선 $y=\frac{1}{2}x+k$ 위에 있을 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

07 세 점 $A(-1, 2)$, $B(3, 5)$, $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 $(1, 1)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

08 평행한 두 직선 $2x+3y-1=0$ 과 $2x+3y-k=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{13}$ 일 때, 상수 k 의 값을 모두 구하시오.



09 두 직선 $2x-3y+4=0$ 과 $3x+y-5=0$ 의 교점을 지나고 직선 $6x+3y+1=0$ 과 평행한 직선의 방정식을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



10 두 직선 $y=-x+3$ 과 $y=kx+3k+2$ 가 제1사분면에서 만날 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

11 두 직선 $4x+y-5=0$ 과 $x-4y+3=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 구하시오.

중단원 마무리 문제

원의 방정식

- (1) 중심의 좌표가 (a, b) 이고 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

특히, 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = r^2$$

- (2) x 와 y 에 대한 이차방정식

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \quad (A^2 + B^2 - 4C > 0)$$

이 나타내는 도형은

x^2 과 y^2 의 계수가 같고 xy 항이 없는
 x 와 y 에 대한 이차방정식

중심의 좌표가 $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$,

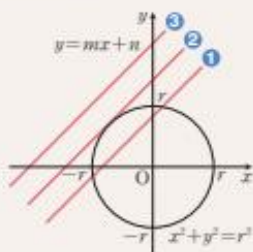
반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4C}}{2}$

인 원이다.

원과 직선의 위치 관계

원의 방정식 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 직선의 방정식 $y = mx + n$ 을 대입하여 얻은 x 에 대한 이차방정식의 판별식을 D 라 하면, D 의 값에 따라 원과 직선의 위치 관계는 다음과 같이 정해진다.

- ① $D > 0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ② $D = 0$ 이면 한 점에서 만난다. (접한다.)
- ③ $D < 0$ 이면 만나지 않는다.



원의 접선의 방정식

- (1) 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하고 기울기가 m 인 직선의 방정식은

$$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

한 원에서 기울기가 같은 접선은 2개이다.

- (2) 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = r^2$$



01 다음 원의 방정식을 구하시오.

- (1) 중심의 좌표가 $(1, 2)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{7}$ 인 원
- (2) 두 점 $A(-1, 3)$ 과 $B(5, 1)$ 을 지름의 양 끝 점으로 하는 원

02 원 $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$ 의 중심의 좌표는 (a, b) 이고 반지름의 길이는 r 이다. 이때 $a + b + r$ 의 값을 구하시오.

03 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 직선 $y = -3x + k$ 의 위치 관계가 다음과 같도록 하는 실수 k 의 값 또는 범위를 구하시오.

- (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
- (2) 접한다.
- (3) 만나지 않는다.

04 다음을 구하시오.

- (1) 원 $x^2 + y^2 = 36$ 에 접하고 기울기가 $\sqrt{3}$ 인 직선의 방정식
- (2) 원 $x^2 + y^2 = 17$ 위의 점 $(-4, 1)$ 에서의 접선의 방정식

표준

05 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + k = 0$ 이 나타내는 도형이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이상인 원이 되도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오.

서술형

06 x 축과 y 축에 동시에 접하고 점 $(2, 1)$ 을 지나 는 원의 방정식을 모두 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

07 원 $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$ 위의 점과 직선 $3x - 4y - 6 = 0$ 사이의 거리의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

08 원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선이 원 $x^2 + y^2 - 16x - 8y + k = 0$ 과 접할 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

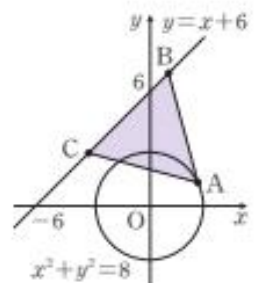
서술형

09 점 $P(-2, 4)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 2$ 에 그은 두 접선이 y 축과 만나는 두 점을 A 와 B 라 할 때, 삼각형 PAB 의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

배지

10 원 $x^2 + y^2 - 6x - 4y + k = 0$ 이 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

11 오른쪽 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 8$ 위의 점 A 와 직선 $y = x + 6$ 위의 서로 다른 두 점 B 와 C 를 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC 를 만들 때, 그 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하시오.



중단원 마무리 문제

평행이동

(1) 점의 평행이동

점 (x, y) 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(x+a, y+b)$$

(2) 도형의 평행이동

방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 도형의 방정식은

$$f(x-a, y-b)=0$$

x 대신 $x-a$, y 대신 $y-b$ 를 대입

대칭이동

(1) 어떤 도형을 주어진 직선 또는 점에 대하여 대칭인 도형으로 옮기는 것을 대칭이동이라고 한다.

(2) 점의 대칭이동

점 (x, y) 를

① x 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(x, -y) \rightarrow y \text{좌표의 부호가 반대}$$

② y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(-x, y) \rightarrow x \text{좌표의 부호가 반대}$$

③ 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(-x, -y) \rightarrow x \text{좌표와 } y \text{좌표의 부호가 반대}$$

④ 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(y, x) \rightarrow x \text{좌표와 } y \text{좌표를 서로 바꿈}$$

(3) 도형의 대칭이동

방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을

① x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(x, -y)=0 \rightarrow y \text{ 대신 } -y \text{를 대입}$$

② y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(-x, y)=0 \rightarrow x \text{ 대신 } -x \text{를 대입}$$

③ 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(-x, -y)=0 \rightarrow x \text{ 대신 } -x, y \text{ 대신 } -y \text{를 대입}$$

④ 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(y, x)=0 \rightarrow x \text{ 대신 } y, y \text{ 대신 } x \text{를 대입}$$



둘러 읽기
10년 11년



01 점 $(2, -1)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(-5, 2)$ 일 때, 상수 a 와 b 의 값을 구하시오.

02 다음 방정식이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 6만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1) $2x+3y-1=0$

(2) $x^2+(y-1)^2=9$

03 점 $(-4, 3)$ 을 다음에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하시오.

(1) x 축

(2) y 축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$

04 원 $(x+5)^2+(y-4)^2=1$ 을 다음에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하시오.

(1) x 축

(2) y 축

(3) 원점

(4) 직선 $y=x$



05 점 $(4, -5)$ 를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점이 직선 $x - ay + 3 = 0$ 위에 있을 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

06 원 $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 9$ 를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 다음 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하시오.

07 직선 $y=2x-3$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선과 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선 l 이 서로 수직일 때, 직선 l 의 방정식을 구하시오.



08 점 $A(2, 1)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B , 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, 세 점 A, B, C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

09 직선 $x+3y-4=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을 l 이라 할 때, 원 $(x-1)^2 + y^2 = 4$ 와 직선 l 의 교점의 개수를 구하시오.



10 포물선 $y=x^2-4x$ 를 포물선 $y=x^2-12x+27$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $l: 2x+y-1=0$ 이 직선 l' 으로 옮겨진다. 이때 두 직선 l 과 l' 사이의 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

11 원 $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 28 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원이 직선 $y=mx$ 에 접하도록 하는 모든 실수 m 의 값의 합을 구하시오.



01

두 점 $A(-1, 4)$ 와 $B(a, b)$ 에 대하여 선분 AB 를 4:1로 내분하는 점은 x 축 위에 있고, 1:3으로 내분하는 점은 y 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

02

직선 $3x-y-8=0$ 과 평행하고 점 $(3, -3)$ 을 지나는 직선이 점 $(\frac{2}{3}, k)$ 를 지날 때, k 의 값을 구하시오.

03

직선 $2x-y+6=0$ 이 직선 $2x+ay-3=0$ 과 수직이고 직선 $(2-b)x+3y+1=0$ 과 평행할 때, 상수 a 와 b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

04

두 점 $A(-2, -4)$ 와 $B(4, 8)$ 에 대하여 원점과 선분 AB 의 수직이등분선 사이의 거리를 구하시오.

05

두 직선 $3x+y-2=0$ 과 $x-3y+6=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선 중에서 기울기가 음수인 직선의 방정식을 구하시오.

06

두 점 $(4, 5)$ 와 $(-2, -1)$ 을 지나고 중심이 y 축 위에 있는 원의 방정식을 구하시오.

07

세 점 $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(-2, 6)$ 을 지나는 원의 중심의 좌표를 (p, q) 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

08

방정식 $x^2+y^2+6x-4y+k+1=0$ 이 나타내는 도형이 원이 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

09

직선 $2x+y-3=0$ 에 평행하고 원 $x^2+y^2=25$ 에 접하는 직선이 점 $(-\sqrt{5}, a)$ 를 지날 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

10

원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 $(a, 4)$ 에서의 접선의 방정식이 $x-\frac{4}{3}y+b=0$ 일 때, $a+3b+r$ 의 값을 구하시오.

(단, $r>0$ 이고 b 는 상수)

11

직선 $2x+y-4=0$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하면 직선 $2x+y-3=0$ 과 일치한다. 이때 상수 a 의 값을 구하시오.

12

원 $(x+a)^2+(y-4)^2=4$ 를 x 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동한 원이 y 축에 접할 때, 상수 a 의 값을 모두 구하시오.

13

점 $(3, a)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 다음 x 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가 $(2, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

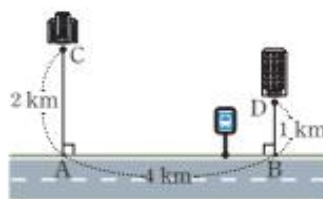
- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

14

직선 $x+y-4=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선이 원 $x^2+y^2+ax-4y-6=0$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

15

다음 그림과 같이 직선으로 뻗은 도로변에 4 km 떨어진 두 지점 A와 B로부터 각각 수직으로 2 km와 1 km 떨어진 지점에 두 건물 C와 D가 있다. 도로변에 버스 정류장을 만들려고 할 때, 두 건물에서 버스 정류장까지의 거리의 합의 최솟값을 구하시오.



16년부터 18년까지 서술형입니다.

16

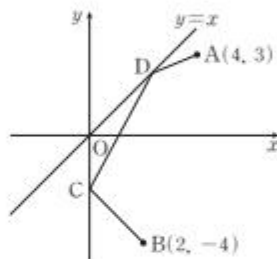
삼각형 ABC에서 꼭짓점 A의 좌표가 $(5, -2)$ 이고 변 BC의 중점의 좌표가 $(-4, -5)$ 일 때, 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표를 구하시오.

17

원 $x^2 + y^2 + 9x - 6y - 2 = 0$ 과 직선 $2x - y + 2 = 0$ 의 두 교점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 중심의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

18

다음 그림과 같이 두 점 A(4, 3)과 B(2, -4)에 대하여 서로 다른 두 점 C와 D가 각각 y축과 직선 $y = x$ 위에 있을 때, $\overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CB}$ 의 최솟값을 구하시오.



자기 평가

정답을 맞힌 문항에 ○표 하여 학습 성취도를 표시하고, 부족한 부분은 교과서의 해당 쪽을 확인하여 복습하자.

문항 번호	성취기준	성취도	복습
01 16	선분의 내분을 이해하고, 내분점의 좌표를 계산할 수 있다.	☺ ☹ ☹	12~16쪽
02 03	두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 탐구하고 이해한다.	☺ ☹ ☹	18~21쪽
04 05	점과 직선 사이의 거리를 구하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.	☺ ☹ ☹	23~25쪽
06 07 08	원의 방정식을 구하고, 그래프를 그릴 수 있다.	☺ ☹ ☹	30~33쪽
09 10 17	좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 판단하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.	☺ ☹ ☹	35~39쪽
11 12	평행이동을 탐구하고, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다.	☺ ☹ ☹	44~46쪽
13 14 15 18	원점, x축, y축, 직선 $y=x$ 에 대한 대칭이동을 탐구하고, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다.	☺ ☹ ☹	48~52쪽

만족 보통 부족