

실시일자	-	내신대비	이름
25문제 / DRE수학			

2학기 중간고사-미래엔 _ 1차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 정답 3

해설 삼각형 OAB가 정삼각형이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB}$

(i) $\overline{OA} = \overline{OB}$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로

$$6^2 + 0^2 = a^2 + (3\sqrt{3})^2, a^2 = 9$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 3$$

(ii) $\overline{OA} = \overline{AB}$ 에서 $\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로

$$6^2 + 0^2 = (a-6)^2 + (3\sqrt{3})^2$$

$$a^2 - 12a + 27 = 0, (a-3)(a-9)=0$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = 9$$

(i), (ii)에 의하여 삼각형 OAB가 정삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값은 3이다.

02 정답 ①

해설 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 1}{1+3}, \frac{1 \cdot b + 3 \cdot 3}{1+3} \right) = \left(\frac{a+3}{4}, \frac{b+9}{4} \right)$$

$$\frac{a+3}{4} = 3, a = 9$$

$$\frac{b+9}{4} = 4, b = 7$$

$$\therefore a+b = 16$$

03 정답 4

해설 세 점 A(2, 6), B(3, -7), C(-8, k)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2+3+(-8)}{3}, \frac{6+(-7)+k}{3} \right)$$

$$= \left(\frac{-3}{3}, \frac{k-1}{3} \right)$$

$$= \left(-1, \frac{k-1}{3} \right)$$

이 점이 직선 $2x+y+1=0$ 위에 있으므로

$$2 \cdot (-1) + \frac{k-1}{3} + 1 = \frac{k-4}{3} = 0$$

$$\therefore k = 4$$

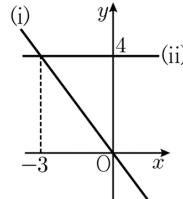
04 정답 2

해설 $(m+1)x+y-(1-3m)=0$ 에서

$$(x+3)m+(x+y-1)=0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x+3=0, x+y-1=0 \text{에서 } x=-3, y=4$$

즉, 직선 ①은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-3, 4)$ 를 지난다. 다음 그림에서



(i) 직선 ①이 원점을 지날 때,

$$3m-1=0$$

$$\therefore m = \frac{1}{3}$$

(ii) 직선 ①이 x 축에 평행할 때,

$$m+1=0$$

$$\therefore m = -1$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 m 의 범위는

$$-1 \leq m \leq \frac{1}{3}$$

따라서 정수 m 은 -1, 0의 2개다.

05 정답 ④

해설 직선 $x+ay-1=0$ 이 직선 $3x+by+1=0$ 과 수직이므로

$$1 \cdot 3 + a \cdot b = 0, 3+ab=0$$

$$\therefore ab=-3 \quad \dots \textcircled{1}$$

또, 직선 $x+ay-1=0$ 이 직선 $x-(b+3)y+1=0$ 과 평행하므로

$$\frac{1}{1} = -\frac{b+3}{a} \neq -\frac{1}{1}, 1 = -\frac{b+3}{a}$$

$$\therefore a+b=-3 \quad \dots \textcircled{2}$$

따라서 ①, ②에 의하여

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$

$$=(-3)^2-2 \cdot (-3)$$

$$=9+6=15$$



2학기 중간고사-미래엔 _ 1차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

06 정답 1

해설 구하는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓으면 이 원이 세 점 P(0, 1), Q(-3, 0), R(3, 0)을 지나므로 세 점 P, Q, R의 좌표를 각각 대입하면 $1+B+C=0$, $9-3A+C=0$, $9+3A+C=0$ 세 식을 각각 연립하여 풀면 $A=0$, $B=8$, $C=-9$ 따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 + 8y - 9 = 0$ 즉, $x^2 + (y+4)^2 = 5^2$ 따라서 원의 중심은 점 (0, -4)이고, 반지름의 길이는 5이므로 $a=0$, $b=-4$, $r=5$ $\therefore a+b+r=1$

07 정답 ①

해설 직선 $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$ 이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표는 각각 (4, 0), (0, 5) 이 두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(4-0)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{41}$ 따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + (y-5)^2 = 41$

08 정답 ③

해설 구하려는 접선이 직선 $y = 2x$ 에 평행하므로 접선의 방정식은 $y = 2x + b \quad \dots \textcircled{1}$ 이때 원 $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$, 즉 $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 20$ 이므로 이 원은 중심이 (1, -3)이고 반지름의 길이가 $\sqrt{20}$ 인 원이다. 또한, 원의 중심 (1, -3)에서 직선 $y = 2x + b$, 즉 $2x - y + b = 0$ 까지의 거리가 반지름의 길이와 같으므로 $\frac{|2+3+b|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{20}$ $|b+5| = 10$, $b+5 = \pm 10$ $\therefore b = 5$ 또는 $b = -15$ $\textcircled{1}$ 에서 구하는 접선의 방정식은 $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 15$ 이다.

09 정답 -28

해설 $(2, -1) = (-1+3, 5+(-6))$ 이므로 점 (2, -1)은 점 (-1, 5)를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것이다. 따라서 직선 $x - 3y - 4 = 0$ 에 x 대신 $x-3$, y 대신 $y+6$ 을 대입하면 $(x-3)-3(y+6)-4 = 0$ $\therefore x - 3y - 25 = 0$ 따라서 $p = -3$, $q = -25$ 이므로 $p+q = -28$

10 정답 2

해설 원의 평행이동은 원의 중심의 평행이동과 일치하므로 주어진 두 원의 중심의 좌표를 구하면 $(x-2)^2 + (y-3) = 5 \rightarrow$ 원의 중심: (2, 3) $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 5 \rightarrow$ 원의 중심: (-1, 5) 점 (-1, 5)는 점 (2, 3)을 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다. 따라서 직선 $x + 3y + 2 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $(x+3)+3(y-2)+2 = 0$ $\therefore x + 3y - 1 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$ $\textcircled{1}$ 에서 $x + ay + b = 0$ 과 일치하므로 $a = 3$, $b = -1$, $\therefore a + b = 2$

11 정답 ⑤

해설 대칭이동 이해하기
직선 $3x - 2y + a = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한
직선 $-3x + 2y + a = 0$ 이 점 (3, 2)를 지나므로
 $-9 + 4 + a = 0$
 $\therefore a = 5$

2학기 중간고사-미래엔 _ 1차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

12 정답 - 12

해설 원 $x^2 + y^2 + kx - 6y + 9 = 0$ 을 표준형으로 고치면

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y - 3)^2 = \frac{k^2}{4}$$

이 원을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$\left(-y + \frac{k}{2}\right)^2 + (-x - 3)^2 = 36$$

$$\therefore (x + 3)^2 + \left(y - \frac{k}{2}\right)^2 = 36 \quad \dots \textcircled{①}$$

직선 $y = 2x$ 가 원 $\textcircled{①}$ 의 둘레의 길이를 이등분하므로 $\textcircled{①}$ 의

중심 $(-3, \frac{k}{2})$ 이 직선 $y = 2x$ 위에 있어야 한다.

$$\frac{k}{2} = 2 \cdot (-3) = -6$$

$$\therefore k = -12$$

13 정답 ②

해설 선분 AB 를 $(1+t):t$ 로 내분하는

점의 좌표는

$$\left(\frac{(1+t) \times 1 + t \times 4}{1+t+t}, \frac{(1+t) \times a + t \times (-3)}{1+t+t} \right)$$
$$= \left(\frac{1+5t}{1+2t}, \frac{a+(a-3)t}{1+2t} \right) = (2, 3)$$

$$\text{이므로 } \frac{1+5t}{1+2t} = 2, \frac{a+(a-3)t}{1+2t} = 3$$

$$\therefore t = 1, a = 6$$

14 정답 ①

해설 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $2x + y - 4 + k(2x - 3y + 4) = 0$ (k 는 실수)

으로 놓으면 이 직선이 점 $(4, -1)$ 을 지날 때

$$8 - 1 - 4 + k(8 + 3 + 4) = 0$$

$$3 + 15k = 0 \quad \therefore k = -\frac{1}{5}$$

따라서 직선 l 의 방정식은

$$2x + y - 4 - \frac{1}{5}(2x - 3y + 4) = 0$$

$$\frac{8}{5}x + \frac{8}{5}y - \frac{24}{5} = 0$$

$$\therefore x + y - 3 = 0$$

이때 점 $(p, 5)$ 가 직선 $x + y - 3 = 0$ 위의 점이므로

$$p + 5 - 3 = 0 \quad \therefore p = -2$$

15 정답 ③

해설 $P(x, y)$ 라 하면

(i) $2x - y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_1 은

$$d_1 = \frac{|2x - y - 1|}{\sqrt{4+1}}$$

(ii) $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2 = \frac{|x + 2y - 1|}{\sqrt{1+4}}$$

$$d_1 = d_2 \text{이므로 } |2x - y - 1| = |x + 2y - 1|$$

$$\therefore 2x - y + 1 = \pm (x + 2y - 1)$$

$$\text{즉, } x - 3y = 0, 3x + y - 2 = 0$$

그런데 기울기가 양수이므로 $x - 3y = 0$

$$\therefore y = \frac{1}{3}x$$

16 정답 ①

해설 $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 20a - 25 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x+a)^2 + (y-2a)^2 = 5a^2 - 20a + 25$$

이 원의 넓이는

$$\pi(5a^2 - 20a + 25) = 5\pi(a-2)^2 + 5\pi$$

따라서 $a = 2$ 일 때, 넓이가 최소이고

이때 원의 중심의 좌표는 $(-2, 4)$ 이다.

즉, $p = -2, q = 4$ 이므로

$$p - q = -6$$

2학기 중간고사-미래엔 _ 1차분

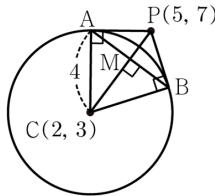
선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

17

정답 $\frac{24}{5}$

해설 원의 중심 $C(2, 3)$ 과 점 $P(5, 7)$ 사이의 거리는

$$\overline{CP} = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = 5$$



$\triangle CAP$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{PA} = \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CA}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

\overline{AB} 와 \overline{CP} 의 교점을 M 이라 하면 $\overline{AB} \perp \overline{CP}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \cdot \overline{PA} \cdot \overline{CA} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CP} \cdot \overline{AM} \text{에서}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \overline{AM}$$

$$\therefore \overline{AM} = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = \frac{24}{5}$$

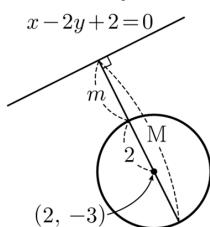
18

정답 16

해설 $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$ 을 변형하면

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$$

$$x - 2y + 2 = 0$$



원의 중심인 점 $(2, -3)$ 과 직선 $x - 2y + 2 = 0$ 사이의 거리는 $2\sqrt{5}$ 이고, 원의 반지름의 길이는 2이므로

$$M = 2\sqrt{5} + 2$$

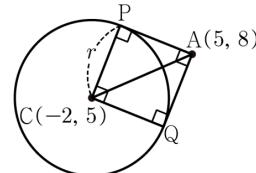
$$m = 2\sqrt{5} - 2$$

$$\therefore Mm = 16$$

19

정답 ①

해설 원의 중심을 $C(-2, 5)$, 두 접선의 접점을 P, Q 라 하면 두 접선이 서로 수직이므로 사각형 $CQAP$ 은 정사각형이다.



따라서 직각삼각형 CAP 에서

$$\overline{CA}^2 = \overline{CP}^2 + \overline{AP}^2 \text{이므로}$$

$$\{5 - (-2)\}^2 + (8 - 5)^2 = r^2 + r^2$$

$$r^2 = 29 \quad \therefore r = \sqrt{29} \quad (\because r > 0)$$

20

정답 7

해설 원 $(x+2)^2 + (y-a)^2 = 16$ 을 x 축의 방향으로 5만큼,

y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x-5+2)^2 + (y+3-a)^2 = 16$$

$$\therefore (x-3)^2 + (y+3-a)^2 = 16$$

이 원을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(y-3)^2 + (x+3-a)^2 = 16$$

$$\therefore (x+3-a)^2 + (y-3)^2 = 16$$

이 원이 y 축에 접하므로

|(중심의 x 좌표)| = (반지름의 길이)에서

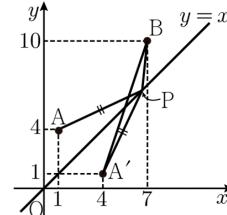
$$|a-3| = 4, a-3 = \pm 4$$

$$\therefore a = 7 \quad (\because a > 0)$$

21

정답 ②

해설 점 $A(1, 4)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $A'(4, 1)$



$$\therefore \overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

$$= \sqrt{(7-4)^2 + (10-1)^2}$$

$$= 3\sqrt{10}$$

2학기 중간고사-미래엔 _ 1차분

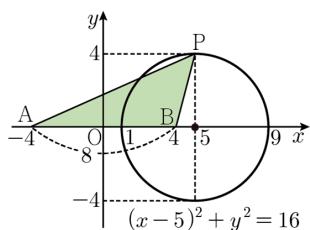
선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

22 정답 7

해설 원 $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ 을 표준형으로 고치면
 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$
이 원을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하면 x 대신 $-y$,
 y 대신 $-x$ 를 대입하므로
 $(-y+3)^2 + (-x-4)^2 = 25$
즉, $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$... ①
직선 $y = x + k$ 가 원 ①의 둘레의 길이를 이등분하므로
①의 중심 $(-4, 3)$ 이 직선 $y = x + k$ 위에 있어야 한다.
 $3 = -4 + k$
 $\therefore k = 7$

23 정답 ②

해설 $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ 에서
 $(x-5)^2 + y^2 = 16$
즉, 점 P는 다음 그림과 같이 중심이 $(5, 0)$, 반지름의
길이가 4인 원 위를 움직인다.



이때 선분 AB의 길이는 8로 항상 일정하므로
삼각형 PAB의 넓이가 최대가 되려면 높이가 최대이어야
한다.
따라서 높이가 반지름의 길이와 같을 때, 삼각형의 넓이가
최대이므로 구하는 삼각형의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16$$

24 정답 2

해설 평행이동한 포물선의 방정식은
 $y + 3 = -(x+2)^2 + 6(x+2)$
 $\therefore y = -x^2 + 2x + 5$
두 점 P, Q의 x좌표를 각각 p, q 라 하면
 p, q 는 이차방정식
 $-x^2 + 2x + 5 = ax$, 즉 $x^2 - (2-a)x - 5 = 0$ 의
두 실근이므로 근과 계수의 관계에 의하여
 $p+q = 2-a$
선분 PQ의 중점이 원점이므로
 $\frac{p+q}{2} = \frac{2-a}{2} = 0$
 $\therefore a = 2$

25 정답 14

해설 원 $x^2 + (y-6)^2 = 9$ 의 중심은 A(0, 6)이고, 반지름의
길이는 3이다. 점 R(15, 2)를 x축에 대하여 대칭이동한
점을 R'(15, -2)라 하면 $\overline{QR} = \overline{QR'}$ 이므로
 $\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PQ} + \overline{QR'}$
이때 이 값이 최소가 되려면 점 Q는 선분 PR' 위에 있어야
하므로 $\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PQ} + \overline{QR'}$ 의 최솟값은 선분 PR'의
길이이다.
따라서 $\overline{PR'}$ 의 최솟값은 $\overline{AR'}$ 의 길이에서 원의 반지름의
길이 3을 뺀 것으로 구하는 최솟값은
$$\overline{AR'} - 3 = \sqrt{(15-0)^2 + (-2-6)^2} - 3$$
$$= 17 - 3 = 14$$

실시일자	-	내신대비	이름
25문제 / DRE수학			

2학기 중간고사_미래엔_2차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 정답 $\frac{3}{2}$

해설 두 직선 $4x+3y-4=0$, $8x+6y+7=0$ 은 평행하므로 두 직선 사이의 거리는
직선 $4x+3y-4=0$ 위의 한 점 $(1, 0)$ 과
직선 $8x+6y+7=0$ 사이의 거리와 같다.

$$\therefore \frac{|8 \cdot 1 + 6 \cdot 0 + 7|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

02 정답 ④

해설 ① $x^2 + y^2 + x + 5y + 5 = 0$ 에서

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$$

 ② $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 에서

$$(x+1)^2 + (y+3)^2 = 9$$

 ③ $x^2 + y^2 + 3x + y + 2 = 0$ 에서

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

 ④ $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 = 0$ 에서

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = 0$$

 ⑤ $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 8 = 0$ 에서

$$(x+3)^2 + (y+1)^2 = 2$$

 따라서 원의 방정식이 아닌 것은 ④이다.

03 정답 ④

해설 세 점 A(5, 3), B(1, -1), C(-1, 1)에 대하여
 $\overline{AB}^2 = (5-1)^2 + (3+1)^2 = 32$
 $\overline{BC}^2 = (1+1)^2 + (-1-1)^2 = 8$
 $\overline{CA}^2 = (-1-5)^2 + (1-3)^2 = 40$ 이므로
 $\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
 따라서 삼각형 ABC는 변 CA가 빗변인
직각삼각형이다.
 $\therefore \angle B = 90^\circ$

04 정답 3

해설 $\frac{x+(-4)}{2} = -1$, $\frac{3+y}{2} = 2$ 이므로
 $x = 2$, $y = 1$
 $\therefore x+y = 3$

05 정답 ②

해설 두 직선 $x+y=1$, $ax+2y+a+2=0$ 이 만나야 하므로
 $a \neq 2$
 두 직선의 교점을 구하면

$$\left(\frac{a+4}{2-a}, \frac{2a+2}{a-2}\right)$$

 교점이 제1사분면에 있어야 하므로

$$\frac{a+4}{2-a} > 0, \frac{2a+2}{a-2} > 0$$

 (i) $\frac{a+4}{2-a} > 0$ 에서 분모와 분자가 0이 아니고 부호가
서로 같아야 하므로

$$(a-2)(a+4) < 0$$

 $\therefore -4 < a < 2$
 (ii) $\frac{2a+2}{a-2} > 0$ 에서 분모와 분자가 0이 아니고 부호가
서로 같아야 하므로

$$(2a+2)(a-2) > 0$$

 $\therefore a < -1$ 또는 $a > 2$
 두 식의 양변에 $(a-2)^2$ 을 곱하면
 즉, (i), (ii)에서 $-4 < a < -1$ 이다.
 따라서 정수 a 는 $-3, -2$ 의 2개이다.



2학기 중간고사_미래엔_2차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

06 정답 ②

해설 직선 $3x + y - 2 = 0$ 의 기울기가 -3 이므로
이 직선과 평행한 직선의 기울기도 -3 이다.
기울기가 -3 이고 점 $(3, a)$ 를 지나는 직선의 방정식은
 $y = -3(x - 3) + a$
 $3x + y - a - 9 = 0$
 $6x + 2y - 2(a + 9) = 0$
따라서 $a = -10$, $b = 60$ 이므로
 $b - a = 16$

07 정답 ②

해설 중심의 좌표는 (a, b) 이고, 반지름의 길이는 r 인 원의
방정식은
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이므로
 $P(-2, -4), Q(1, 5), R(5, 3)$ 을 각각 대입하면
 $\begin{cases} (-2 - a)^2 + (-4 - b)^2 = r^2 \\ (1 - a)^2 + (5 - b)^2 = r^2 \\ (5 - a)^2 + (3 - b)^2 = r^2 \end{cases}$
세 식을 연립하여 정리하면
 $a + 3b = 1, 2a - b = 2, a + b = 1$ 에서
 $a = 1, b = 0, r^2 = 25$ 에서 반지름 $r = 5$ 이므로
 $a + b + r = 1 + 0 + 5 = 6$

08 정답 6

해설 직선 $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ 이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표는 각각
 $(3, 0), (0, -4)$
즉, 원의 중심의 좌표가 $(3, 0)$ 이므로 원의 반지름의
길이를 r 이라 하면 원의 방정식은
 $(x - 3)^2 + y^2 = r^2$
또, 이 원이 점 $(0, -4)$ 를 지나므로
 $(0 - 3)^2 + (-4)^2 = r^2$
 $\therefore r^2 = 25$
따라서 원의 방정식은 $(x - 3)^2 + y^2 = 25$ 이다.
이때 이 원이 점 $(a, 0)$ 을 지나므로
 $(a - 3)^2 + 0^2 = 25, a - 3 = \pm 5$
 $\therefore a = -2$ 또는 $a = 8$
따라서 모든 a 의 값의 합은
 $-2 + 8 = 6$

09 정답 ⑤

해설 $x + y + 2 = 0$ 에서 $y = -x - 2$ 이므로
(기울기) $= -1$
이 직선에 수직인 접선의 기울기는 1이므로 기울기가
1이고, 원 $x^2 + y^2 = 2$ 에 접하는 직선의 방정식은
 $y = x \pm \sqrt{2} \sqrt{1^2 + 1}$
 $\therefore y = x \pm 2$

10 정답 ②

해설 점 $(4, a)$ 가 주어진 평행이동에 의하여 옮겨지는 점의
좌표는 $(4 - 5, a + 3)$, 즉 $(-1, a + 3)$
이 점이 직선 $y = 4x + 9$ 위의 점이므로
 $a + 3 = 4 \cdot (-1) + 9$
 $\therefore a = 2$

11 정답 ①

해설 직선 $y = 2x - 3$ 을
평행이동 $(x, y) \rightarrow (x - 2a, y - 3a)$ 에 의하여 옮기면
 $y + 3a = 2(x + 2a) - 3$
 $\therefore y = 2x + a - 3$
이 직선이 직선 $y = 2x + 8$ 와 일치하므로
 $a - 3 = 8 \quad \therefore a = 11$

12 정답 4

해설 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 에서
 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
이 원을 평행이동한 원 C_2 의 방정식은
 $(x - 3 + 2)^2 + (y - k - 1)^2 = 4$
 $\therefore (x - 1)^2 + (y - k - 1)^2 = 4$
두 원 C_1, C_2 의 중심의 좌표가 각각
 $(-2, 1), (1, k + 1)$ 이므로
 $\sqrt{(1 + 2)^2 + (k + 1 - 1)^2} = 5$
 $9 + k^2 = 25, k^2 = 16$
 $\therefore k = 4 \quad (\because k > 0)$

2학기 중간고사_미래엔_2차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

13 정답 ④

해설 직선 $4x - 3y + 5 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면

$$4(-x) - 3y + 5 = 0$$

$$\therefore 4x + 3y - 5 = 0$$

이 직선과 평행한 직선의 기울기는 $-\frac{4}{3}$ 이므로

기울기가 $-\frac{4}{3}$ 이고 점 $(2, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 1 = -\frac{4}{3}(x - 2)$$

$$\therefore 4x + 3y - 11 = 0$$

따라서 $a = 3, b = -11$ 이므로

$$a + b = -8$$

14 정답 ③

해설 점 $(3, 1)$ 대칭이동 $\frac{x\text{축에대하여}}{x}$ 점 $(3, -1)$

대칭이동 $\frac{\text{직선} y=x\text{에대하여}}{y=x}$ 점 $(-1, 3)$

15 정답 6

해설 $\triangle ABC$ 와 이 삼각형 내부의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P 는

$\triangle ABC$ 의 무게중심과 일치하므로 점 P 의 좌표는

$$\left(\frac{1+7+1}{3}, \frac{0+0+a}{3}\right), 즉 \left(3, \frac{a}{3}\right)$$

따라서 $P\left(3, \frac{a}{3}\right)$ 일 때 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값이

48이므로

$$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$$

$$= \left\{ (3-1)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^2 \right\} + \left\{ (3-7)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^2 \right\} \\ + \left\{ (3-1)^2 + \left(\frac{a}{3}-a\right)^2 \right\}$$

$$= \frac{2}{3}a^2 + 24 = 48$$

$$a^2 = 36$$

$$\therefore a = 6 (\because a > 0)$$

16 정답 2

해설 두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

$$(-2, 1) \text{이고, 기울기는 } \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - 1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x + 2), 즉 x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore b + c = 2$$

17 정답 ⑤

해설 주어진 두 직선이 이루는 각의 이등분선의 위의 임의의 점을 $P(x, y)$ 라 하면 점 P 에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|x+3y+4|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{|3x+y+16|}{\sqrt{3^2+1^2}}$$

$$|x+3y+4| = |3x+y+16|$$

$$x+3y+4 = \pm(3x+y+16)$$

$$\therefore x-y+6=0 \text{ 또는 } x+y+5=0$$

이 중 기울기가 양수인 것은 $x-y+6=0$ 이다.

18 정답 ③

해설 원이 점 $(2, -5)$ 를 지나고 x 축과 y 축에 동시에 접하려면 주어진 원의 중심은 제4사분면 위에 있어야 한다.

이때 반지름의 길이를 r 라 하면

중심의 좌표는 $(r, -r)$ 이므로 원의 방정식은

$$(x-r)^2 + (y+r)^2 = r^2$$

이 원이 점 $(2, -5)$ 를 지나므로

$$(2-r)^2 + (-5+r)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 - 14r + 29 = 0$$

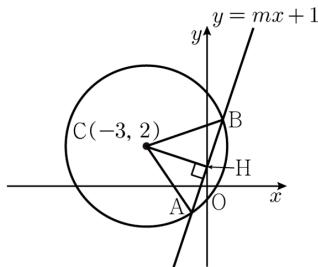
따라서 근과 계수의 관계에 의하여 두 원의 반지름의 길이의 합은 14이다.

2학기 중간고사_미래엔_2차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

19 정답 ②

해설 다음 그림과 같이 주어진 원의 중심을 $C(-3, 2)$ 라 하고 점 C 에서 직선 $y = mx + 1$, 즉 $mx - y + 1 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \sqrt{6}, \overline{CA} = 4$$

직각삼각형 CAH 에서

$$\begin{aligned}\overline{CH} &= \sqrt{\overline{CA}^2 - \overline{AH}^2} \\ &= \sqrt{4^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{10}\end{aligned}$$

이때 점 $C(-3, 2)$ 과 직선 $mx - y + 1 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-3m - 2 + 1|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{|3m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$\text{따라서 } \frac{|3m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$|3m + 1| = \sqrt{10m^2 + 10}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$m^2 - 6m + 9 = 0, (m - 3)^2 = 0$$

$$\therefore m = 3$$

20 정답 30

해설 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선 $4x + 3y + k = 0$ 에 이르는 거리는 $\frac{|k|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|k|}{5}$ 이고, 원의 반지름의 길이는 4이므로 원 위의 점과 직선 사이의 거리의 최솟값은 $\frac{|k|}{5} - 4 = 2$, $|k| = 30$
 $\therefore k = 30$ ($\because k > 0$)

21 정답 ①

해설 직선의 기울기를 m 이라 하면 x 절편이 4이므로

직선의 방정식은

$$y = m(x - 4)$$

$$\therefore mx - y - 4m = 0$$

원의 중심 $(0, 1)$ 과 직선 $mx - y - 4m = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-1 - 4m|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{|1 + 4m|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

원의 반지름의 길이가 2이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|1 + 4m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2, |1 + 4m| = 2\sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$12m^2 + 8m - 3 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 두 직선의 기울기의 합은 $-\frac{2}{3}$ 이다.

22 정답 0

해설 원 $(x+5)^2 + (y-1)^2 = 25$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y+5)^2 = 25 \quad \cdots \textcircled{1}$$

원 $(x+5)^2 + (y-1)^2 = 25$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x-a+5)^2 + (y-b-1)^2 = 25 \quad \cdots \textcircled{2}$$

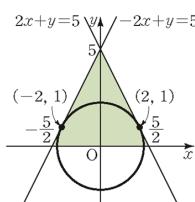
$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 이 겹쳐지므로

$$-a+5=-1, -b-1=5 \quad \therefore a=6, b=-6$$

$$\therefore a+b=0$$

23 정답 $\frac{25}{2}$

해설 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 두 점 $(2, 1), (-2, 1)$ 에서의 접선의 방정식은 각각 $2x + y = 5, -2x + y = 5$



이때 두 직선이 x 축과 만나는 점의 좌표는 각각 $\left(\frac{5}{2}, 0\right), \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$

또, 두 직선이 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 5)$

따라서 구하는 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2}$

2학기 중간고사_미래엔_2차분

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

24 정답 2

해설 평행이동한 포물선의 방정식은

$$y+3 = -(x+2)^2 + 6(x+2)$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 5$$

두 점 P, Q의 x좌표를 각각 p, q 라 하면

p, q 는 이차방정식

$$-x^2 + 2x + 5 = ax, \text{ 즉 } x^2 - (2-a)x - 5 = 0 \text{의}$$

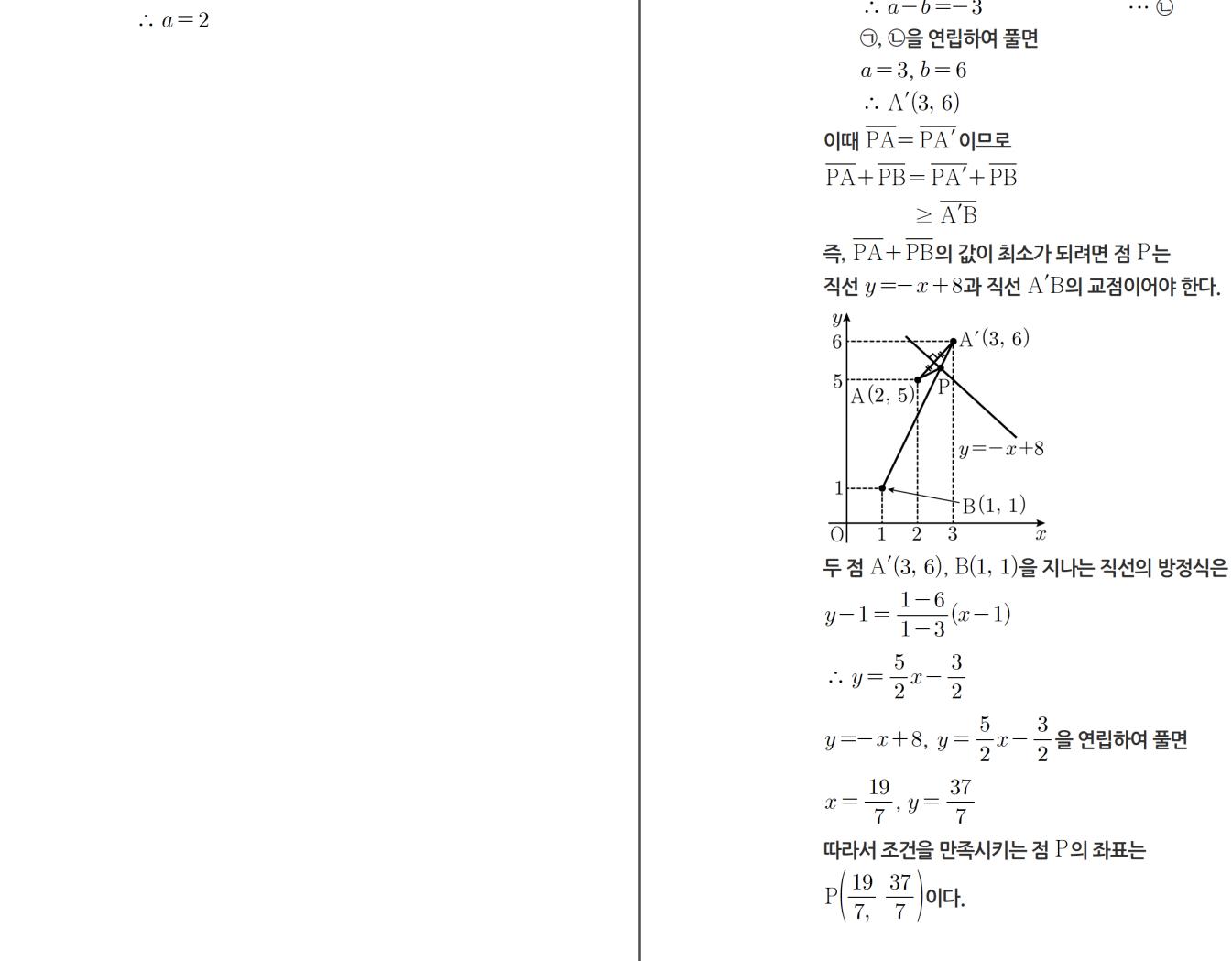
두 실근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$p+q = 2-a$$

선분 PQ의 중점이 원점이므로

$$\frac{p+q}{2} = \frac{2-a}{2} = 0$$

$$\therefore a = 2$$



25 정답 ⑤

해설 점 A(2, 5)를 직선 $y = -x + 8$ 에 대하여 대칭이동한 점을 $A'(a, b)$ 라 하면

$$(i) \text{ 선분 AA'}의 중점 } \left(\frac{a+2}{2}, \frac{b+5}{2} \right) \text{ 가}$$

직선 $y = -x + 8$ 위에 있으므로

$$\frac{b+5}{2} = -\frac{a+2}{2} + 8, b+5 = -a-2+16$$

$$\therefore a+b = 9 \quad \dots \textcircled{①}$$

(ii) 직선 AA'가 직선 $y = -x + 8$ 과 수직이므로

$$\frac{b-5}{a-2} = 1, a-2 = b-5$$

$$\therefore a-b = -3 \quad \dots \textcircled{②}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 3, b = 6$$

$$\therefore A'(3, 6)$$

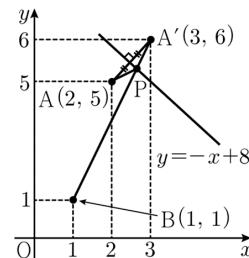
이때 $\overline{PA} = \overline{PA'}$ 이므로

$$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA'} + \overline{PB}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

즉, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값이 최소가 되려면 점 P는

직선 $y = -x + 8$ 과 직선 A'B의 교점이어야 한다.



두 점 A'(3, 6), B(1, 1)을 지나는 직선의 방정식은

$$y-1 = \frac{1-6}{1-3}(x-1)$$

$$\therefore y = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$y = -x + 8, y = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} \text{ 을 연립하여 풀면}$$

$$x = \frac{19}{7}, y = \frac{37}{7}$$

따라서 조건을 만족시키는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{19}{7}, \frac{37}{7}\right) \text{이다.}$$

실시일자	-	내신대비	이름
25문제 / DRE수학			

2학기 중간고사_미래엔_3차

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

01 정답 4

해설 점 $(-1, -5)$ 과 직선 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

즉, $4x + 3y - 1 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4 \cdot (-1) + 3 \cdot (-5) - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{20}{\sqrt{25}} = 4$$

02 정답 ②

해설 삼각형 ABC는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$(a-6)^2 + a^2 = a^2 + (a-3)^2$$

$$2a^2 - 12a + 36 = 2a^2 - 6a + 9$$

$$6a = 27$$

$$\therefore a = \frac{9}{2}$$

03 정답 50

해설 \overline{AB} 를 1:2로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \cdot (-5) + 2 \cdot 4}{1+2}, \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 9}{1+2} \right), \text{ 즉 } (1, 7)$$

따라서 이 점과 원점 사이의 거리 p 는

$$p = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50}$$

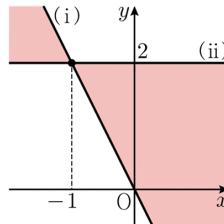
$$\therefore p^2 = 50$$

04 정답 3

해설 $(m+1)x + y - (1-m) = 0$ 에서
 $(x+1)m + (x+y-1) = 0 \quad \dots \odot$

$x+1=0, x+y-1=0$ 에서 $x=-1, y=2$

즉, 직선 \odot 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-1, 2)$ 를 지나다. 다음 그림에서



(i) 직선 \odot 이 원점을 지날 때,

$$m-1=0$$

$$\therefore m=1$$

(ii) 직선 \odot 이 x 축에 평행할 때,

$$m+1=0$$

$$\therefore m=-1$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 m 의 범위는
 $-1 \leq m \leq 1$

따라서 구하는 정수 m 은 $-1, 0, 1$ 의 3개이다.

05 정답 16

해설 두 직선 $(a-1)x + y + 3 = 0$ 과 $ax - 6y + b = 0$ 은 서로 수직이므로

$$(a-1) \cdot a + 1 \cdot (-6) = 0$$

$$a^2 - a - 6 = 0$$

$$(a+2)(a-3) = 0$$

$$\therefore a=3 \quad (\because a > 0)$$

따라서 두 직선은 $2x + y + 3 = 0, 3x - 6y + b = 0$ 이고,

두 직선의 교점이 $(-2, c)$ 이므로 $-4 + c + 3 = 0,$

$$-6 - 6c + b = 0$$

$$\therefore c=1, b=12$$

$$\therefore a+b+c = 3+12+1 = 16$$



2학기 중간고사_미래엔_3차

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

06 정답 ④

해설 원의 중심의 좌표를 $P(p, q)$ 라고 하면

점 P 에서 각각의 점까지의 거리는 같다.

$$(p+3)^2 + (q+2)^2 = (p-1)^2 + q^2 \quad \dots \textcircled{①}$$

$$(p+2)^2 + (q-1)^2 = (p-1)^2 + q^2 \quad \dots \textcircled{②}$$

①에서

$$(p+3)^2 + (q+2)^2 = (p-1)^2 + q^2$$

$$p^2 + 6p + 9 + q^2 + 4q + 4 = p^2 - 2p + 1 + q^2$$

$$8p + 4q = -12$$

②에서

$$(p+2)^2 + (q-1)^2 = (p-1)^2 + q^2$$

$$p^2 + 4p + 4 + q^2 - 2q + 1 = p^2 - 2p + 1 + q^2$$

$$6p - 2q = -4$$

이를 연립하여 풀면

$$\therefore p = -1, q = -1$$

이때 원의 반지름의 길이는

$$\sqrt{(-1-1)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$$

따라서 구하는 원의 넓이는 5π 이다.

07 정답 ②

해설 직선 $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ 이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표는

각각 $(5, 0), (0, 3)$

이 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(5-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{34}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + (y-3)^2 = 34$$

08 정답 ③

해설 직선 $y = 2x - 3$ 의 기울기가 2이므로 구하는 접선의 기울기도 2이다.

구하는 접선의 방정식을 $y = 2x + k$ (k 는 실수)로 놓으면

$$2x - y + k = 0$$

원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ 의 중심 $(1, 2)$ 와 이 직선

사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 3과 같아야 하므로

$$\frac{|2-2+k|}{\sqrt{2+(-1)^2}} = 3, |k| = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore k = \pm 3\sqrt{5}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$ 이다.

09 정답 ④

해설 점 $(2, 3)$ 을 x 축으로 -3 만큼, y 축으로 2 만큼

평행이동한 점의 좌표는

$$(2-3, 3+2), 즉 (-1, 5)$$

이 점이 직선 $y = 3x + a$ 위의 점이므로

$$5 = 3 \cdot (-1) + a$$

$$\therefore a = 8$$

10 정답 7

해설 원 $O: x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$ 을 표준형으로 고치면

$$(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9 \quad \dots \textcircled{①}$$

원 $O': x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0$ 을 표준형으로 고치면

$$(x-4)^2 + y^2 = 9 \quad \dots \textcircled{②}$$

따라서 ①과 ②의 중심의 좌표는 각각 $(-2, -1)$,

$(4, 0)$ 이므로 점 $(-2, -1)$ 은

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 점 $(4, 0)$ 으로 옮겨진다.

따라서 $-2+a=4, -1+b=0$ 이므로

$$a=6, b=1$$

$$\therefore a+b=7$$

11 정답 ②

해설 직선 $y = \frac{1}{3}x + k$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한

직선의 방정식은 $y = 3x - 3k$

이 직선이 점 $(2, -3)$ 을 지나므로

$$-3 = 6 - 3k \quad \therefore k = 3$$

12 정답 4

해설 점 $(k, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점 P 의 좌표는 $(-k, 2)$

점 $(k, 2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 Q 의 좌표는 $(2, k)$

선분 PQ 의 길이가 $2\sqrt{10}$ 이므로

$$\sqrt{(2+k)^2 + (k-2)^2} = 2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{2k^2 + 8} = 2\sqrt{10}$$

양변을 제곱하면 $2k^2 + 8 = 40$

$$k^2 = 16$$

$$\therefore k = 4 (\because k > 0)$$

2학기 중간고사_미래엔_3차

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

19

정답 ②

해설 점 $(-5, k)$ 가 원 $x^2 + y^2 = 169$ 위의 점이므로

$$(-5)^2 + k^2 = 169, k^2 = 144$$

$$\therefore k = 12 \quad (\because k > 0)$$

원 $x^2 + y^2 = 169$ 위의 점 $(-5, 12)$ 에서의 접선의 방정식은

$$-5x + 12y = 169$$

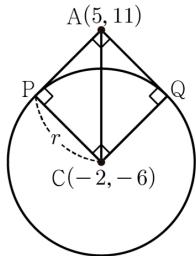
$$\therefore y = \frac{5}{12}x + \frac{169}{12}$$

따라서 구하는 y 절편은 $\frac{169}{12}$ 이다.

20

정답 13

해설 원의 중심을 $C(-2, -6)$, 두 접선의 접점을 P, Q 라 하면 두 접선이 수직이므로 사각형 $APCQ$ 는 정사각형이다.



따라서 직각삼각형 CAP 에서

$$\overline{CA}^2 = \overline{CP}^2 + \overline{AP}^2 \text{이므로}$$

$$\{5 - (-2)\}^2 + \{11 - (-6)\}^2 = r^2 + r^2$$

$$2r^2 = 338, r^2 = 169$$

$$\therefore r = 13 \quad (\because r > 0)$$

21

정답 6

해설 원 $(x+7)^2 + (y-a)^2 = 14$ 를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x+6)^2 + (y-a)^2 = 14$$

이 원을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(x-6)^2 + (y-a)^2 = 14$$

이 원이 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

원의 중심 $(6, a)$ 가 직선 $y = x$ 위에 있어야 한다.

$$\therefore a = 6$$

22

정답 $\frac{3}{4}$

해설 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 5 = 0$ 에서

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 20$$

이때 직선 $y = mx$ 가 원의 중심 $(4, 3)$ 을 지날 때,
선분 AB의 길이는 지름으로 최대가 된다.

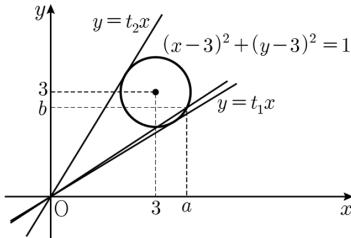
$$\therefore m = \frac{3}{4}$$

2학기 중간고사_미래엔_3차

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

23 정답 ③

해설 원 $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$ 은 중심이 점 $(3, 3)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원이다.



$\frac{b}{a} = \frac{b-0}{a-0}$ 은 원점과 점 $A(a, b)$ 를 지나는 직선의 기울기와 같다.

원점 O 를 지나고 원 $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$ 에 접하는 직선의 기울기를 t 라 하면 이 직선의 방정식은

$$y = tx, tx - y = 0$$

원 $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$ 의 중심인 점 $(3, 3)$ 과 직선 $tx - y = 0$ 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 1이어야 하므로

$$\frac{|3t-3|}{\sqrt{t^2+(-1)^2}} = 1$$

$$|3t-3| = \sqrt{t^2+1}$$

양변을 제곱하면

$$(3t-3)^2 = t^2 + 1$$

$$4t^2 - 9t + 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 17 > 0$$

이므로 이차방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

두 실근을 t_1, t_2 ($t_1 < t_2$)라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$t_1 + t_2 = \frac{9}{4}, t_1 t_2 = 1$$

따라서 $\frac{b}{a}$ 의 최댓값은 $M = t_2$, 최솟값은 $m = t_1$ 이므로

$$M^2 + m^2 = t_2^2 + t_1^2$$

$$= (t_1 + t_2)^2 - 2t_1 t_2$$

$$= \left(\frac{9}{4}\right)^2 - 2 \cdot 1 = \frac{49}{16}$$

24 정답 -6

해설 평행이동한 포물선의 방정식은

$$y + 10 = (x-2)^2 - 2(x-2)$$

$$\therefore y = x^2 - 6x - 2$$

두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p, q 라 하면

$$p, q$$
는 이차방정식 $x^2 - 6x - 2 = ax$, 즉

$x^2 - (a+6)x - 2 = 0$ 의 두 실근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $p+q = a+6$

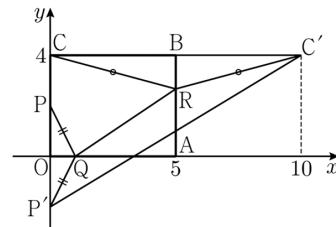
이때 선분 PQ 의 중점이 원점이므로

$$\frac{p+q}{2} = \frac{a+6}{2} = 0$$

$$\therefore a = -6$$

25 정답 ③

해설



점 P 는 선분 OC 의 중점이므로 $P(0, 2)$

점 P 를 직선 OA , 즉 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P' 이라 하면 $P'(0, -2)$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{P'Q}$

점 C 를 직선 AB 에 대하여 대칭이동한 점을 C' 이라 하면

$$\overline{BC} = 5$$
이므로 $C'(10, 4)$ 이고 $\overline{RC} = \overline{RC'}$

이때

$$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RC} = \overline{P'Q} + \overline{QR} + \overline{RC'} \geq \overline{P'C'}$$

즉, $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RC}$ 의 최솟값은 선분 $P'C'$ 의 길이이다.

따라서 구하는 최솟값은

$$\overline{P'C'} = \sqrt{(10-0)^2 + (4-(-2))^2} = 2\sqrt{34}$$