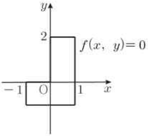
03 도형의 이동- 준킬러_ 기출

세화고등학교-23-중간_10번

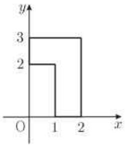
좌표평면에서 방정식 $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형이 그림과 같은 모양일 때, 다음 중 방정식 $f(x-1,\ 2-y)=0$이 좌표평면에 나타내는 도형은?



03 도형의 이동- 킬러_ 준비_해설

세화고등학교-23-중간_10번_해설

방정식 $f(x-1,\ -(y-2))=0$이 나타내는 도형은
방정식 $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 x축에 대하여
대칭이동한 후, x축의 방향으로 1, y축의 방향으로 2만큼
평행이동한 도형이므로 다음 그림과 같다.



03 도형의 이동- 킬러_ 기출

세화고등학교-23-중간_15번

원 $(x-4)^2+y^2=r^2$ 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 점 P를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (x_1, y_1)이라 하고, 점 Q를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 점의 좌표를 (x_2, y_2)라 하자.

$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$의 최솟값이 $-\dfrac{12}{5}$이고 최댓값이 0일 때, $|r+k|$의 값을 구하시오.

(단, $x_1 \neq x_2$이고, r는 양수이다.)

03 도형의 이동- 킬러_ 준비_해설

세화고등학교-23-중간_15번_해설(1)

원 $(x-4)^2+y^2=r^2$을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 원을 C_1, x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 원을 C_2라 하자.

두 원 C_1, C_2의 중심을 각각 A, B라 하면

두 점 A, B의 좌표는 각각 $(0,\ -4)$, $(4+k,\ 0)$이고

두 원 C_1, C_2의 반지름의 길이는 모두 r이다.

점 P를 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 점을 P$'$, 점 Q를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 점을 Q$'$이라 하면 점 P$'$은 원 C_1 위의 점이고,

점 Q$'$은 원 C_2 위의 점이다.

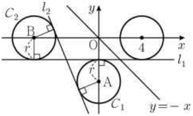
이때 두 점 P$'(x_1,\ y_1)$, Q$'(x_2,\ y_2)$에 대하여

$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$의 값은 직선 P$'$Q$'$의 기울기와 같다.

직선 P$'$Q$'$의 기울기의 최댓값이 0이므로 다음 그림과 같이 원 C_2의 중심의 x좌표가 $-2r$보다 작고,

두 원 C_1, C_2는 모두 x축에 평행한 직선 l_1에 접한다.

따라서 $4+k<-2r$이고 $r=4-r$, 즉 $r=2$



세화고등학교-23-중간_15번_해설(2)

또, 직선 $\mathrm{P'Q'}$의 기울기의 최솟값이 $-\dfrac{12}{5}$이므로 위 그림과 같이 두 원 C_1, C_2는 모두 기울기가 $\dfrac{-12}{5}$인 직선 l_2에 접하고, 이때 원 C_2의 중심의 x좌표는 직선 l_2의 x절편보다 작다.

직선 l_2의 방정식을 $y=-\dfrac{12}{5}x+n$이라 하면

직선 l_2의 y절편은 점 A의 y좌표보다 작으므로

$n<-4$

점 $\mathrm{A}(0,\ -4)$와 직선 $y=-\dfrac{12}{5}x+n$, 즉

$12x+5y-5n=0$ 사이의 거리는 원 C_1의 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|0+5\cdot(-4)-5n|}{\sqrt{12^2+5^2}}=2$$

$|-5n-20|=2\cdot 13$

$n<-4$이므로 $-5n-20=26$

$\therefore\ n=-\dfrac{46}{5}$

세화고등학교-23-중간_15번_해설(3)

따라서 직선 l_2의 방정식은 $12x+5y+46=0$이다.
점 $\mathrm{B}(4+k,\ 0)$과 직선 $12x+5y+46=0$ 사이의 거리는 원 C_2의 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|12\cdot(4+k)+0+46|}{\sqrt{12^2+5^2}}=2$$

$|12k+94|=26$

$\therefore\ k=-10$ 또는 $k=-\dfrac{17}{3}$

이때 $4+k=-6$ 또는 $4+k=-\dfrac{5}{3}$에서

직선 l_2의 x절편이 $-\dfrac{23}{6}$이므로 $4+k=-6$이어야

하고 이는 $4+k<-2r=-4$를 만족시킨다.
따라서 $k=-10$이므로

$$\begin{aligned}|r+k|&=|2+(-10)|\\&=|-8|=8\end{aligned}$$

03 도형의 이동- 준킬러_ 기출

세화고등학교-23-중간_20번

직선l : $y=\frac{1}{2}x+k$를 x축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_1, 직선 l_1을 y축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_2, 직선 l_2를 x축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_3라 할 때, 네 직선 l, l_1, l_2, l_3으로 둘러싸인 부분의 넓이가 32이다. 이때, 양수 k의 값은?

03 도형의 이동- 킬러_ 준비_해설

세화고등학교-23-중간_20번_해설

직선 l : $y=\frac{1}{2}x+k$를 x축에 대하여 대칭이동한

직선 l_1은

$l_1 : -y=\frac{1}{2}x+k$, $y=-\frac{1}{2}x-k$

직선 l_1을 y축에 대하여 대칭이동한 직선 l_2는

$l_2 : y=-\frac{1}{2}(-x)-k$, $y=\frac{1}{2}x-k$

직선 l_2를 x축에 대하여 대칭이동한 직선 l_3은

$l_3 :\ -y=\frac{1}{2}x-k$, $y=-\frac{1}{2}x+k$

따라서 네 직선 l, l_1, l_2, l_3으로 둘러싸인 부분은

그림과 같이 두 대각선의 길이가 $4k$, $2k$인

마름모이고 그 넓이가 32이므로

$\frac{1}{2}\cdot 4k\cdot 2k=4k^2=32$

$k^2=8 \qquad \therefore k=2\sqrt{2}\ \ (\because k>0)$