

# 교과서\_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p\_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

01 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ①  $2 \times 3 = 6$
- ②  $-5 \geq -2$
- ③ 서울은 대한민국의 수도이다.
- ④  $x + 2 < 7$
- ⑤ 맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

02 다음 중 명제의 개수를 구하시오.

- ㄱ. 1년은 13개월이다.      ㄴ.  $x^2 = 1$
- ㄷ. 짹수인 소수는 없다.      ㄹ.  $2 + 3 = 6$
- ㅁ. 오늘은 날씨가 좋다.

03 전체집합  $U = \{x | x\text{는 한 자리 자연수}\}$ 에 대하여  
조건  $p$ 가 ' $p : x^2 - 3x - 18 < 0$ '일 때,  
조건  $p$ 의 진리집합의 원소의 개수는?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

04 전체집합  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은 {2, 3}이다.
- ② 조건 'x는 소수이다.'의 진리집합은 {1, 3, 5}이다.
- ③ 조건 'x는 4의 약수이다.'의 진리집합은 {0, 1, 2, 4}이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고  $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 {0, 1, 3}이다.
- ⑤ 조건 'x는 6의 약수이다.'의 진리집합은 {1, 2, 3}이다.

05 [2023년 3월 고2 2번/2점]  
실수  $x$ 에 대한 조건 ' $x$ 는 음이 아닌 실수이다.'의 진리집합은?

- ①  $\{x | x < 0\}$
- ②  $\{x | x \leq 0\}$
- ③  $\{x | x \neq 0\}$
- ④  $\{x | x \geq 0\}$
- ⑤  $\{x | x > 0\}$

06 전체집합  $U = \{x | x\text{는 한 자리 자연수}\}$ 에 대하여  
조건  $p$ 가 ' $p : x^2 - 4x - 12 \leq 0$ '일 때, 조건  $p$ 의 진리집합의 원소의 개수를 구하시오.



- 07** 전체집합  $U = \{x \mid x\text{는 한 자리 자연수}\}$ 에 대하여 조건  $p$ 가 ' $p : x^2 + 3x - 10 \leq 0$ '일 때, 조건  $p$ 의 진리집합의 원소의 개수를 구하시오.

- 08** 명제  $\sim p \rightarrow q$ 의 역이 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것은?

- ①  $p \rightarrow \sim q$
- ②  $q \rightarrow p$
- ③  $\sim q \rightarrow p$
- ④  $\sim p \rightarrow q$
- ⑤  $\sim q \rightarrow \sim p$

- 09** 다음 명제 중 역이 참인 것은?  
(단,  $a, b, x, y$ 는 실수)

- ①  $x = 0$  이면  $xy = 0$  이다.
- ②  $x \geq 1$  이면  $x^2 \geq 1$  이다.
- ③  $x \leq 1$  이고  $y \leq 1$  이면  $x+y \leq 2$  이다.
- ④  $a^2 + b^2 > 0$  이면  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$  이다.
- ⑤  $xy$ 가 홀수이면  $x+y$ 가 짝수이다.

- 10** 두 실수  $x, y$ 에 대하여 다음 (가), (나)에 '필요', '충분', '필요충분' 중에서 알맞은 것을 차례대로 적은 것은?

$x^2 = 1$ 는  $x = 1$ 이기 위한  조건이고,  
 $x = -1$  또는  $x = 1$ 이기 위한  조건이다.

- ① 필요, 충분
- ② 충분, 필요충분
- ③ 필요, 필요충분
- ④ 필요충분, 필요
- ⑤ 필요충분, 필요충분

- 11** 두 조건  $p, q$ 에 대하여  $\sim p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $q$ 는  $p$ 이기 위한 충분조건이다.
- ②  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.
- ③  $p$ 는  $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.
- ④  $\sim q$ 는  $p$ 이기 위한 충분조건이다.
- ⑤  $\sim q$ 는  $\sim p$ 이기 위한 필요조건이다.

- 12** 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$  는  $a = b$  이기 위한 (가)조건이다.
- 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나)조건이다.

- ① 필요, 필요
- ② 필요, 충분
- ③ 충분, 충분
- ④ 충분, 필요
- ⑤ 충분, 필요충분

# 교과서\_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p\_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

## 13 다음 명제 중 참인 것은?

- ① 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 = 4$ 이다.
- ② 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 = -1$ 이다.
- ③ 모든 실수  $y$ 에 대하여  $y^2 \geq 0$ 이다.
- ④ 어떤 실수  $y$ 에 대하여  $y^2 + 2 < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 실수  $z$ 에 대하여  $z^2 \geq z$ 이다.

## 14 다음 명제 중 그 부정이 참인 것은?

- ① 6은 짝수이다.
- ②  $2 < 3$
- ③  $(-3)^2 + 2 = 3^2 + 2$
- ④ 평행하는 두 직선과 한 직선이 만날 때 생기는 동위각의 크기는 같다.
- ⑤ 모든 직사각형은 정사각형이다.

## 15 다음 명제 중 참인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 어떤 유리수  $x$ 에 대하여  $x+y = \sqrt{2}$  를 만족시키는 유리수  $y$ 가 존재한다.
- ② 임의의 무리수  $x$ 에 대하여  $x+y = \sqrt{2}$  를 만족시키는 무리수  $y$ 가 존재한다.
- ③ 모든 무리수  $x$ 에 대하여  $xy = 1$ 을 만족시키는 무리수  $y$ 가 존재한다.
- ④ 모든 무리수  $x$ 에 대하여  $x^2$ 은 유리수이다.
- ⑤ 어떤 무리수  $x, y$ 에 대하여  $\frac{x}{y}$ 는 무리수이다.

## 16 명제 ‘내일 소풍 가지 않으면, 비가 온다.’의 대우는?

- ① 내일 소풍 가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

## 17 다음 중 역이 거짓인 명제는? (단, $x, y, z$ 는 실수이다.)

- ① 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $B \subset A$ 이면  $A \cup B = A$ 이다.
- ②  $x > 0$ 이고  $y > 0$ 이면  $x+y > 0$ 이다.
- ③  $x$ 가 3의 배수이면  $x$ 는 9의 배수이다.
- ④  $xz = yz$ 이면  $x = y$ 이다.
- ⑤  $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면  $x \neq 0$  또는  $y \neq 0$ 이다.

## 18 두 명제 $p \Rightarrow \sim q$ 와 $r \Rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 보기 중 참인 명제는 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠  $q \Rightarrow \sim p$
- ㉡  $q \Rightarrow r$
- ㉢  $\sim q \Rightarrow \sim r$
- ㉣  $r \Rightarrow \sim p$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 없다.

# 교과서\_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p\_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

**19**

세 조건  $p, q, r$ 에 대하여 두 명제

$p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ①  $p \rightarrow \sim r$       ②  $q \rightarrow \sim r$   
③  $\sim q \rightarrow \sim p$       ④  $r \rightarrow p$   
⑤  $r \rightarrow \sim p$

**20**

두 조건 ' $p: -2 < x < a-2$ ', ' $q: x \leq 4$ '에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수  $a$ 의 최댓값을 구하시오.

**21**

[2019년 11월 고3 문과 6번 변형]

실수  $x$ 에 대한 두 조건

$p: x = a, q: 5x^2 - ax - 36 = 0$ 에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 양수  $a$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

**22**

임의의 실수  $a, b, c$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $|a| = -a$   
②  $a > b > 0$  일 때,  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  이다.  
③  $|a| \geq 0, |a| \geq a, |a| = |-a|$  이다.  
④  $|a+b+c| \leq |a| + |b| + |c|$   
⑤  $|a-b| \geq |a| - |b|$

**23**

$x+4 \neq 0$  or  $x^2 + 4ax + 32 \neq 0$  이기 위한 필요조건일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

**24**

$x^2 + ax + 6 \neq 0$  인 것은  $x \neq -2$  이기 위한 충분조건이 되도록 상수  $a$ 의 값을 정하여라.

# 교과서\_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p\_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

### 빠른정답

01 ④	02 3	03 ②
04 ④	05 ④	06 6
07 2	08 ①	09 ④
10 ③	11 ③	12 ①
13 ③	14 ⑤	15 ③, ⑤
16 ③	17 ②	18 ③
19 ④	20 6	21 ③
22 ①	23 3	24 5



# 교과서\_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p\_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

### 01 정답 ④

**해설** ①, ③, ⑤는 참인 명제이고 ②는 거짓인 명제이다.  
또한 ④는  $x$ 의 값에 따라 참일수도, 거짓일수도 있기  
때문에 명제가 아니다.

### 02 정답 3

**해설** ㄴ.  $x^2 = 1$ 은  $x$ 의 값에 따라 참이 되기도 하고, 거짓이  
되기도 하므로 명제가 아니다.  
ㅁ. 기준이 명확하지 않으므로 참, 거짓을 판별할 수 없다.  
따라서 명제가 아니다.  
따라서 보기 중 명제는 ㄱ, ㄷ, 르이므로 모두 3개다.

### 03 정답 ②

**해설**  $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이고  
조건  $p$ 의 진리집합을  $P$ 라 하면  
 $x^2 - 3x - 18 < 0$ 에서  
 $(x+3)(x-6) < 0$   
 $\therefore -3 < x < 6$   
따라서  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로  
조건  $p$ 의 진리집합의 원소의 개수는 5이다.

### 04 정답 ④

**해설** ①  $x^2 - 6x + 8 = 0 \leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0$   
 $\leftrightarrow x = 2$  또는  $x = 4$  따라서 진리집합은  $\{2, 4\}$   
② 소수는 2, 3, 5이므로 진리집합은  $\{2, 3, 5\}$   
③ 4의 약수는 1, 2, 4이므로 진리집합은  $\{1, 2, 4\}$   
④  $x = 0, 1, 2, 3$ 이고  $x \neq 2$ 이므로 진리집합은  
 $\{0, 1, 3\}$ 이다.  
⑤ 전체집합이  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6의 약수는  
1, 2, 3, 6이므로 진리집합은  $\{1, 2, 3, 6\}$

### 05 정답 ④

**해설** 조건의 진리집합을 이해한다.  
실수  $x$ 에 대한 조건 ‘ $x$ 는 음이 아닌 실수이다.’의  
진리집합은  $\{x | x \geq 0\}$ 이다.

### 06 정답 6

**해설**  $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이고 조건  $p$ 의 진리집합을  
 $P$ 라 하면  
 $p : x^2 - 4x - 12 \leq 0$ 에서  
 $(x+2)(x-6) \leq 0$   
 $\therefore -2 \leq x \leq 6$   
 $\therefore P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
따라서  $p$ 의 진리집합의 원소의 개수는 6이다.

### 07 정답 2

**해설**  $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이고  
조건  $p$ 의 진리집합을  $P$ 라 하면  
 $p : x^2 + 3x - 10 \leq 0$ 에서  
 $(x+5)(x-2) \leq 0$   
 $\therefore -5 \leq x \leq 2$   
 $\therefore P = \{1, 2\}$   
따라서  $p$ 의 진리집합의 원소의 개수는 2이다.

### 08 정답 ①

**해설** 명제  $\sim p \rightarrow q$ 의 역은  $q \rightarrow \sim p$ 이고 이 명제가  
참이므로 그 대우인  $p \rightarrow \sim q$ 도 참이다.

### 09 정답 ④

**해설** ① 역 :  $xy = 0$ 이면  $x = 0$ 이다. (거짓)  
(반례)  $x = 1, y = 0$   
② 역 :  $x^2 \geq 1$ 이면  $x \geq 1$ 이다. (거짓)  
(반례)  $x = -2$   
③ 역 :  $x+y \leq 2$ 이면  $x \leq 1$ 이고  $y \leq 1$ 이다.  
(거짓)  
(반례)  $x = -5, y = 2$   
④ 역 :  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$ 이면  $a^2 + b^2 > 0$ 이다. (참)  
⑤ 역 :  $x+y$ 가 짝수이면  $xy$ 가 홀수이다. (거짓)  
(반례)  $x = 2, y = 4$



# 교과서\_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p\_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

## 10 정답 ③

**해설** 두 조건을  $p: x^2 = 1$ ,  $q: x = 1$ 이라 하면  
 ‘ $x^2 = 1$ 이면  $x = 1$ 이다.’는 거짓이므로  $p \Rightarrow q$   
 [반례]  $x = -1$   
 $x = 1$ 이면  $x^2 = 1$ 이므로  $q \Rightarrow p$   
 따라서  $x^2 = 1$ 은  $x = 1$ 이기 위한 필요 조건이다.  
 또한  $x^2 = 1$ 은  $x = -1$  또는  $x = 1$ 이므로  
 $x^2 = 1$ 은  $x = -1$  또는  $x = 1$ 이기 위한  
 필요충분 조건이다.

## 11 정답 ③

**해설**  $\sim p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이므로  
 $q \Rightarrow \sim p$   
 ③ 명제  $q \rightarrow \sim p$  가 참이므로  
 그 대우인  $p \rightarrow \sim q$ 도 참이다.  
 즉,  $p \Rightarrow \sim q$ 이므로  
 $p$ 는  $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

## 12 정답 ①

**해설**  $|a| = |b| \quad \begin{array}{c} \xleftarrow{\text{---}} \\ \circ \end{array}$   
 $a = b \therefore$  필요  
 $\{x|x\text{는 }3\text{의 배수}\} \supset \{x|x\text{는 }6\text{의 배수}\} \therefore$  필요

## 13 정답 ③

**해설** ①  $x^2 = 4$ 에서  $x = \pm 2$ 이다.  
 ②, ③, ④ 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 \geq 0$ 이다.  
 ⑤ [반례]  $z = \frac{1}{2}$   
 따라서 옳은 것은 ③이다.

## 14 정답 ⑤

**해설** 각 명제의 부정과 그 참, 거짓은 다음과 같다.  
 ① 6은 홀수이다. (거짓)  
 ②  $2 \geq 3$  (거짓)  
 ③  $(-3)^2 + 2 \neq 3^2 + 2$  (거짓)  
 ④ 평행하는 두 직선과 한 직선이 만날 때 생기는 동위각의  
 크기는 다르다. (거짓)  
 ⑤ 어떤 직사각형은 정사각형이 아니다. (참)  
 따라서 부정이 참인 명제는 ⑤이다.

## 15 정답 ③, ⑤

**해설** ①  $x + y = \sqrt{2}$ 에서  $y = \sqrt{2} - x$ 이므로  $x$ 가  
 유리수이면  $y$ 는 무리수이다. (거짓)  
 ② [반례]  $x = \sqrt{2}$ ,  $y = 0$ 이면  $x$ 는 무리수이지만  
 $y$ 는 0이므로 유리수이다. (거짓)  
 ③  $x$ 는 무리수이므로  $x \neq 0$ 이고,  $y = \frac{1}{x}$ 에서  
 무리수  $x$ 의 역수인  $\frac{1}{x}$  ( $= y$ )도 무리수이다. (참)  
 ④ [반례]  $x = \sqrt{2} + 1$ 이면  $x^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 이므로  
 $x^2$ 은 무리수이다. (거짓)  
 ⑤  $x = 2\sqrt{2}$ ,  $y = \sqrt{3}$ 이면  $x$ ,  $y$ 는 무리수이고  
 $\frac{x}{y} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ 이므로  $\frac{x}{y}$ 는 무리수이다. (참)

## 16 정답 ③

**해설** 명제 ‘ $p \Rightarrow q$ ’의 대우는 ‘ $\sim q \Rightarrow \sim p$ ’이다.  
 $p$ : 소풍가지 않는다.  
 $q$ : 비가 온다.  
 따라서  $\sim q \Rightarrow \sim p$ : 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.  
 (여기에서 ‘내일’은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라  
 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

## 17 정답 ②

**해설** ① 역: 두 집합  $A$ ,  $B$ 에 대하여  $A \cup B = A$ 이면  
 $B \subset A$ 이다. (참)  
 ② 역:  $x + y > 0$ 이면  $x > 0$ 이고  $y > 0$ 이다. (거짓)  
 [반례]  $x = -3$ ,  $y = 5$ 이면  
 $x + y = 2 > 0$ 이지만  $x < 0$   
 ③ 역:  $x$ 가 9의 배수이면  $x$ 는 3의 배수이다. (참)  
 ④ 역:  $x = y$ 이면  $xz = yz$ 이다. (참)  
 ⑤ 역:  $x \neq 0$  또는  $y \neq 0$ 이면  $x^2 + y^2 \neq 0$ 이다. (참)  
 따라서 역이 거짓인 명제는 ②이다.

## 18 정답 ③

**해설** 두 명제  $p \Rightarrow \sim q$ 와  $r \Rightarrow q$ 가 참이므로 각각의 대우인  $q \Rightarrow \sim p$ 와  $\sim q \Rightarrow \sim r$ 도 참이다. 또,  $p \Rightarrow \sim q$ 와  $\sim q \Rightarrow \sim r$ 로 부터  $p \Rightarrow \sim r$ 이 참이고 그 대우  $r \Rightarrow \sim p$ 도 참이다.  
 따라서 보기 중 참인 명제는 ⑦, ⑧, ⑨이다.

# 교과서\_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p\_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

## 19 정답 ④

**해설** 명제가 참이면 그 대우도 참이다.

$p \rightarrow q$ 가 참이므로 대우인  $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

→ ③

$r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 대우인  $q \rightarrow \sim r$ 도 참이다.

→ ②

이때  $p \rightarrow q$ 가 참이고  $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로  $p \rightarrow r$ 도 참이다. → ①

$p \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 대우인  $r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

→ ⑤

따라서 주어진 명제 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은 ④이다.

## 20 정답 6

**해설** 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하면  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이므로  $P \subset Q$ 이다.

따라서  $a - 2 \leq 4$ , 즉  $a \leq 6$ 이므로 정수  $a$ 의 최댓값은 6이다.

## 21 정답 ③

**해설** 조건  $p$ 를 만족시키는  $x$ 의 값이 조건  $q$ 도 만족시켜야 하므로

$$5a^2 - a^2 - 36 = 0, a^2 = 9$$

$$\therefore a = 3 (\because a > 0)$$

## 22 정답 ①

**해설** ①  $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$  (거짓)

② 참

③ 참

$$④ (|a+b+c|)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$= (|a| + |b| + |c|)^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(|a||b| + |b||c| + |c||a|)$$

$$|a||b| \geq ab, |b||c| \geq bc, |c||a| \geq ca$$

$$\therefore |a+b+c| \leq |a| + |b| + |c| \text{ (참)}$$

$$⑤ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$= (|a| - |b|)^2 = a^2 - 2|a||b| + b^2$$

$$(\because |a||b| \geq ab)$$

$$\therefore |a-b| \geq |a| - |b| \text{ (참)}$$

## 23 정답 3

**해설**  $x+4 \neq 0$ 이  $x^2 + 4ax + 32 \neq 0$ 이기 위한

필요조건이므로

명제 ' $x^2 + 4ax + 32 \neq 0$ 이면  $x+4 \neq 0$ 이다.'가 참이다.

그대우는 ' $x+4 = 0$ 이면  $x^2 + 4ax + 32 = 0$ 이다.'이므로

$x = -4$ 를  $x^2 + 4ax + 32 = 0$ 에 대입하면

$$(-4)^2 + 4a \cdot (-4) + 32 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

## 24 정답 5

**해설**  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이면  $p \rightarrow q$ 가 참

곧,  $p \Rightarrow q$

명제가 참이면 대우  $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

명제는  $x^2 + ax + 6 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$ 이고

대우는  $x = -2 \Rightarrow x^2 + ax + 6 = 0$

내용으로 보아 대우로 푸는 것이 쉽다.

곧,  $x = -2$ 는 방정식  $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 근이라는

뜻이므로  $4 - 2a + 6 = 0 \quad \therefore a = 5$