

1. [이화외고_2024_1_1_기말]

중심이 점 $(2, -3)$ 이고 반지름의 길이가 4인 원의 방정식은?

[0.8점]

- ① $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$
- ② $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$
- ③ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$
- ④ $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$
- ⑤ $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$

2. [이화외고_2024_1_1_기말]

두 직선 $2x + 3y - 2 = 0$ 과 $3x + ay + 4 = 0$ 이 서로 수직일 때, 상수 a 의 값은?

[0.8점]

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

3. [이화외고_2024_1_1_기말]

사차방정식 $16x^4 - 1 = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

[0.8점]

- ① 0
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ 1

4. [이화외고_2024_1_1_기말]

두 점 A(0, 0), B(5, 0)에 대하여 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점과 3 : 2로 외분하는 점을 각각 지름의 양 끝 점으로 하는 도형은 원이다. 이 원의 반지름의 길이는?

[0.8점]

- ① 3
- ② 6
- ③ 9
- ④ 12
- ⑤ 15

5. [이화외고_2024_1_1_기말]

x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} x+y=k \\ xy+kx=k \end{cases}$$

이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

[0.9점]

- | | | |
|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 |
| ④ 4 | ⑤ 5 | |

6. [이화외고_2024_1_1_기말]

수직선 위에 네 점

$$A(\sqrt{3}), B(\sqrt{5}), C\left(\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{3}\right), D\left(\frac{4\sqrt{5}-\sqrt{3}}{3}\right)$$

가 있다. 점 A가 선분 CD를 $m : n$ 으로 외분할 때, $m - n$ 의 값은? (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.)

[0.9점]

- | | | |
|------|------|------|
| ① -3 | ② -2 | ③ -1 |
| ④ 1 | ⑤ 2 | |

7. [이화외고_2024_1_1_기말]

직선 $3x - 4y + 2 = 0$ 에 평행하고 점 $(2, -3)$ 에서의 거리가 3인 모든 직선의 x 절편의 합은?

[0.9점]

- | | | |
|------|------|------|
| ① 8 | ② 9 | ③ 10 |
| ④ 11 | ⑤ 12 | |

8. [이화외고_2024_1_1_기말]

이차함수 $y = ax^2 + bx + a^2$ 의 그래프가 직선 $y = 6$ 의 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위는

$1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$ 이다. ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[0.9점]

- | | | |
|-------|-------|-------|
| ① -3 | ② -8 | ③ -13 |
| ④ -18 | ⑤ -23 | |

9. [이화외고_2024_1_1_기말]

부등식 $2|x| + \sqrt{x^2 - 10x + 25} < 10$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

[1.2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

10. [이화외고_2024_1_1_기말]

원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선 $y = -2x + k$ 가 만나도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

[1.2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

11. [이화외고_2024_1_1_기말]

서로 다른 네 점 A(4, 6), B(a, 14), C(0, b), D(-4, c)에 대하여 사각형 ABCD가 선분 AC를 대각선으로 하는 정사각형이 아닌 마름모일 때, $a+b+c$ 의 값은?

[1.2점]

- ① 36 ② 32 ③ 28
④ 24 ⑤ 20

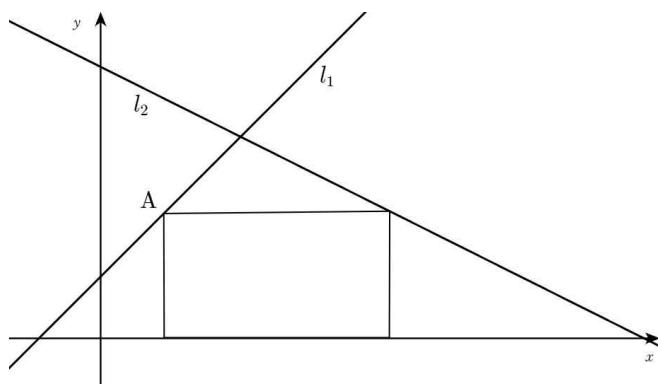
12. [이화외고_2024_1_1_기말]

그림과 같이 두 직선 $l_1 : 3x - 3y + 2 = 0$,

$l_2 : x + 2y - 6 = 0$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분에 직사각형이 있다.

이 직사각형의 한 변은 x 축 위에 있고 두 꼭짓점은 각각 직선 l_1 , l_2 위에 있다. 이 직사각형의 넓이가 최대가 될 때 점 A의 x 좌표는?

[1.2점]



- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

13. [이화외고_2024_1_1_기말]

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 11x + 10 \leq 0 \\ (x+a)(x-5) > 0 \end{cases}$ 의 해가

$5 < x \leq 10$ 가 되도록 하는 정수 a 의 최솟값은?

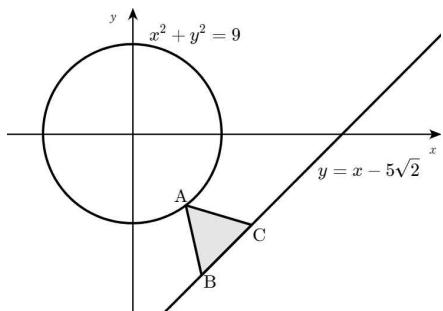
[1.5점]

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

14. [이화외고_2024_1_1_기말]

좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 9$ 위를 움직이는 점 A와
직선 $y = x - 5\sqrt{2}$ 위를 움직이는 두 점 B, C를
연결하여 삼각형 ABC를 만들 때, 정삼각형이 되는
삼각형 ABC의 넓이의 최솟값과 최댓값의 비는?

[1.5점]



- ① 1:64
- ② 1:16
- ③ 1:8
- ④ 1:4
- ⑤ 1:2

15. [이화외고_2024_1_1_기말]

삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 하고, 양의

정수 n 에 대하여 $f(n) = \left(\frac{1}{\omega^3 + 2\omega^2 + \omega}\right)^n$ 이라 정의할

때, $f(2) + f(4) + f(6) + \dots + f(20)$ 의 값과 같은 것은?

[1.5점]

- ① ω
- ② $\frac{1}{\omega}$
- ③ 1
- ④ $-\omega$
- ⑤ $-\frac{1}{\omega}$

16. [이화외고_2024_1_1_기말]

두 점 A(-7, -4), B(-3, -1)을 이은 선분 AB의
연장선 위의 점 C에 대하여 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, 점
P(-1, -5)에 대하여 세 점 A, P, C를 꼭짓점으로
하는 모든 삼각형 APC의 넓이의 합은?

[1.5점]

- ① 22
- ② 33
- ③ 44
- ④ 55
- ⑤ 66

17. [이화외고_2024_1_1_기말]

반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 원 C 에 외접하는 삼각형 ABC의 빗변의 길이가 10일 때, 직각삼각형 ABC의 넓이는?

[1.7점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

18. [이화외고_2024_1_1_기말]

좌표평면 위에 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 이 있다. 점 B 에서 점 A 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l 에 내린 수선의 발을 P , 선분 AP 를 $3:1$ 로 외분하는 점을 Q , 삼각형 ABQ 의 무게중심을 G 라 하자. 원점 O 에 대하여 삼각형 GOB 의 넓이가 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 일 때, 직선 l 의 기울기 m 의 값과 y 절편의 곱은? (단, $0 < m < 1$)

[1.7점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

19. [이화외고_2024_1_1_기말] [단답형 1]

삼차방정식 $x^3 + (k+2)x^2 + (5k-3)x + 12 = 0$ 은 1을 근으로 갖는다. 나머지 두 근을 모두 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [1점]

20. [이화외고_2024_1_1_기말] [단답형 2]

원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 8 = 0$ 이 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구하시오. [1점]

21. [이화외고_2024_1_1_기말] [단답형 3]

점 $P(1, -2)$ 를 지나는 직선 l 은 원 $x^2 + y^2 = 13$ 과 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{AB} = 6$ 이다. 직선 l 의 방정식을 모두 구하시오. [1.5점]

22. [이화외고_2024_1_1_기말] [단답형 4]

다음의 x 에 대한 부등식에 대하여 조건을 모두 만족시키는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오. [1.5점]

- (가) 모든 양수 x 에 대하여 $x - a + 5 > 0$ 이 성립한다.
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $ax^2 + ax + 2 > 0$ 이 성립한다.

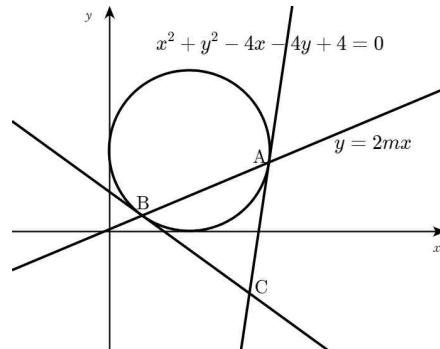
23. [이화외고_2024_1_1_기말] [단답형 5]

직선 $l: kx + y + 2 = 0$ 과 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선 l' 이 y 축에서 수직으로 만난다. 두 직선 l 과 l' 의 교점을 A, 두 직선 l 과 l' 이 x 축과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 제1사분면 위에 있는 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, 점 P의 좌표를 구하시오. (단, k 는 상수이다.)[2점]

- (가) 삼각형 PBC의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이의 3배이다.
- (나) 삼각형 PBC의 무게중심은 선분 BC를 지름으로 하는 원 위에 있다.

24. [이화외고_2024_1_1_기말] [단답형 6]

그림과 같이 원 $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ 과 직선 $y = 2mx$ 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B에서 각각 이 원에 접하는 두 직선의 교점을 C라 할 때, 삼각형 ABC가 정삼각형이 되도록 하는 모든 양수 m 의 값의 합을 구하시오.



정답 및 해설

1. [정답] 4

중심이 점 $(2, -3)$ 이고 반지름의 길이가 4인 원은

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4^2 = 16$$

2. [정답] 2

두 직선이 서로 수직이면 기울기의 곱이 -1 이므로

$$-\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{a}\right) = \frac{2}{a} = -1 \\ \therefore a = -2$$

3. [정답] 5

$$16x^4 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 = \frac{1}{16}, x = \pm \frac{1}{2} \text{ 이므로} \\ |\alpha - \beta| = 1$$

4. [정답] 2

$$P\left(\frac{3 \times 5 + 2 \times 0}{3+2}, \frac{3 \times 0 + 2 \times 0}{3+2}\right) = P(3, 0) \\ Q\left(\frac{3 \times 5 - 2 \times 0}{3-2}, \frac{3 \times 0 - 2 \times 0}{3-2}\right) = Q(15, 0)$$

원의 지름은 12 이므로 반지름은 6 이다.

5. [정답] 1

$$\begin{cases} x+y=k \\ xy+kx=k \end{cases} \text{에서 } y = -x+k \text{ 이므로}$$

$$x(-x+k)+kx=k$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2kx - k = 0$$

$$D/4 = k^2 - k = 0$$

$\therefore k = 0, 1$ 이므로 모든 실수 k 의 합은 1이다.

6. [정답] 1

$$\sqrt{3} = \frac{m\left(\frac{4\sqrt{5}-\sqrt{3}}{3}\right) - n\left(\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{3}\right)}{m-n}$$

$$3\sqrt{3}(m-n) = m(4\sqrt{5}-\sqrt{3}) - n(\sqrt{5}+2\sqrt{3})$$

$$(4m-n)\sqrt{3} - (4n-m)\sqrt{5} = 0$$

$$(4m-n)(\sqrt{3}-\sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow 4m-n=0$$

$n=4m$ 이고 m 과 n 은 서로소이므로 $m=1, n=4$

$$\therefore m-n = 1-4 = -3$$

7. [정답] 5

$3x-4y+2=0$ 에 평행한 직선의 방정식은

$$3x-4y+k=0 \quad (k \neq 2) \text{라 하면}$$

점과 직선사이의 거리 공식에 의해

$$3 = \frac{|18+k|}{\sqrt{9+16}} \Rightarrow 3 = \frac{|18+k|}{5}$$

$$\therefore |k+18| = 15$$

$k = -3, -33$ 이므로

직선의 방정식은

$$3x-4y-3=0, 3x-4y-33=0 \text{ 이다.}$$

따라서 x 절편의 합은 $1+11=12$ 이다.

8. [정답] 4

$$ax^2 + bx + a^2 > 6$$

$ax^2 + bx + a^2 - 6 > 0$ 의 해가 $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$ 이므로 $a < 0$

$$\text{두 근의 합 } 2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱 } -1 = \frac{a^2 - 6}{a} \Rightarrow$$

$$a^2 + a - 6 = (a+3)(a-2) = 0$$

$$a = -3, 2, \therefore a = -3, b = 6$$

$$\therefore ab = -18$$

9. [정답] 3

$$2|x| + \sqrt{x^2 - 10x + 25} < 10$$

$$2|x| + |x-5| < 10$$

$$i) x < 0$$

$$-2-x+5 < 10 \Rightarrow x > -\frac{5}{3}$$

$$\therefore -\frac{5}{3} < x < 0, \text{ 정수 } x \text{는 } -1$$

$$ii) 0 \leq x < 5$$

$$2x-x+5 < 10 \Rightarrow x < 5$$

$$\therefore 0 \leq x < 5, \text{ 정수 } x \text{는 } 0, 1, 2, 3, 4$$

$$iii) x \geq 5$$

$$2x+x-5 < 10 \Rightarrow x < 5 \text{ 이므로 해는 존재 } X$$

$\therefore x$ 의 수는 6개다.

10. [정답] 5

$x^2 + y^2 = 9$ 와 $y = -2x + k$ 가 만나기 위해서는 원의 중심에서 직선까지의 거리가 원의 반지름보다 작거나 같아야 한다.

$$(0, 0) \sim 2x + y - k = 0$$

$$\frac{|k|}{\sqrt{4+1}} \leq 3 \Rightarrow |k| \leq 3\sqrt{5}$$

$\therefore -3\sqrt{5} \leq k \leq 3\sqrt{5}$ 이므로 정수 k 의 최댓값은 6이다.

11. [정답] 5

i) 두 대각선 AC 와 BD 의 중점은 같으므로

$$M = \left(2, \frac{b+6}{2}\right) = \left(\frac{a-4}{2}, \frac{c+14}{2}\right)$$

$$a = 8, b - c = 8$$

ii) 두 대각선은 서로 수직 : 기울기의 곱 = -1

$$m_{AC} = \frac{b+6}{-4}, m_{BD} = \frac{c-14}{-12}$$

$$\frac{(b-6)(c-14)}{48} = -1$$

$$(b-6)(c-14) = -48$$

$$b - c = 8, b = c + 8$$
 이므로

$$(b-6)(c-14) = (c+2)(c-14) = -48$$

$$\Rightarrow c^2 - 12c + 20 = (c-2)(c-10) = 0$$

$$c = 2 : b = 10 \text{ 또는 } c = 10 : b = 18 \text{이고}$$

정사각형을 만족하는 경우는

$$a = 8, b = 10, c = 2$$
 이므로

$$a+b+c = 20$$

12. [정답] 4

직사각형의 높이를 h 라 하고, $A(x_A, h)$, $B(x_B, h)$ 라 하자.

점 A 는 $l_1 : 3x - 3y + 2 = 0$ 위에 있으므로

$$3x_A - 3h + 2 = 0 \Rightarrow x_A = h - \frac{2}{3}$$

점 B 는 $l_2 : x + 2y - 6 = 0$ 위에 있으므로

$$x_B + 2h - 6 = 0 \Rightarrow x_B = -2h + 6$$

직사각형의 넓이 $S(h) = \left(\frac{20}{3} - 3h\right)h$ 이므로

$h = \frac{10}{9}$ 일 때 직사각형의 넓이가 최대가 된다.

$$x_A = h - \frac{2}{3} = \frac{10}{9} - \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

13. [정답] 3

$$x^2 - 11x + 10 = (x-1)(x-10) \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 10$$

$$(x+a)(x-5) > 0 \text{에서}$$

$$i) -a < 5 \text{인 경우, } a > -5$$

$$x > 5, x < -a$$

$$ii) -a > 5 \text{인 경우, } a < -5$$

$$x > -a, x < 5$$

연립부등식의 해가 $5 < x \leq 10$ 이므로

$a \geq -1$ 이므로 최솟값은 -1 이다.

14. [정답] 2

원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선 $x - y - 5\sqrt{2} = 0$ 까지의 거리 $d = \frac{|-5\sqrt{2}|}{\sqrt{2}} = 5$

$\triangle ABC$ 의 넓이가 최대인 경우 :

$$h_{\max} = d + r = 5 + 3 = 8$$

$\triangle ABC$ 의 넓이가 최소인 경우 :

$$h_{\min} = d - r = 5 - 3 = 2$$

정삼각형 $\triangle ABC$ 의 한 변의 길이를 s 라 하면,

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}s, s = \frac{2h}{\sqrt{3}}$$

$$S_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{3}(h_{\min})^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{3}(h_{\max})^2 = \frac{64\sqrt{3}}{3}$$
 이므로

최댓값과 최솟값의 비는 1 : 16 이다.

15. [정답] 2

 $x^3 = 1$ 의 허근 ω 는 $\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$ $f(n)$ 의 분모 $\omega^3 + 2\omega^2 + \omega = 1 + 2\omega^2 + \omega = \omega^2$

$$f(n) = \left(\frac{1}{\omega^2}\right)^n$$

$$\omega^3 = 1 \text{ 이므로 } \frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega}{\omega^3} = \omega$$

$$f(2) + f(4) + f(6) + \dots + f(20)$$

$$= (\omega^2 + \omega + 1) + (\omega^2 + \omega + 1) + (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 = \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{1}{\omega}$$

16. [정답] 3

$$\overline{AB} = \sqrt{16+9} = 5 \text{ 이므로 } \overline{BC} = 10$$

i) 점 B 가 점 A 와 점 C 사이에 있는 경우

$$\Rightarrow C(5, 5)$$

ii) 점 A 가 점 B 와 점 C 사이에 있는 경우

$$\Rightarrow C(-15, -10)$$

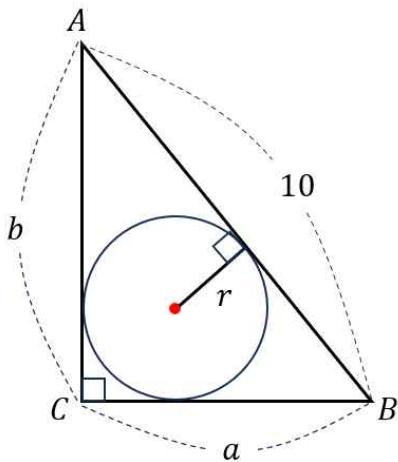
위 두가지 경우에 대하여 사선식(신발끈) 공식을 이용하여 삼각형의 넓이를 구하면,

$$i) \triangle APC = 33$$

$$ii) \triangle APC = 22 \text{ 이므로}$$

두 넓이를 더하면, 55 이다.

17. [정답] 1



$$a^2 + b^2 = 100$$

$$\text{넓이} : \frac{1}{2}(a+b+10) = \frac{1}{2}ab$$

$a+b = ab-10$ 이고, $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab = 100$ 이므로

$(ab-10)^2-2ab = 100$ 이다.

$ab = x$ 라 하면,

$$x^2 - 22x = 0 \text{ 이므로 } x = 22$$

$$\therefore \triangle ABC의 넓이는 \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}x = 11 \text{ 이다.}$$

18. [정답] 3

A를 지나고 기울기가 m 인 직선 l 의 방정식은

$$l : y = m(x+2)$$

직선 BP 는 직선 l 과 수직이므로 기울기의 곱은 -1

$$y = -\frac{1}{m}(x-2)$$

두 직선의 방정식을 연립하여 점 P 의 좌표를 구하면,

$$m(x+2) = -\frac{1}{m}(x-2)$$

$$(m^2 + 1)x = 2(1 - m^2)$$

$$\therefore x_P = \frac{2(1-m^2)}{1+m^2}, y_P = \frac{4m}{1+m^2}$$

$$\therefore P\left(\frac{2(1-m^2)}{1+m^2}, \frac{4m}{1+m^2}\right)$$

점 P 의 좌표는 \overline{AP} 를 $3:1$ 로 외분하는 점이므로

$$Q\left(\frac{3x_P - x_A}{3-1}, \frac{3y_P - y_A}{3-1}\right) = Q\left(\frac{4-2m^2}{1+m^2}, \frac{6m}{1+m^2}\right)$$

 $\triangle ABQ$ 의 무게중심은

$$G\left(\frac{4-2m^2}{3(1+m^2)}, \frac{2m}{1+m^2}\right) \text{ 이다.}$$

$\triangle GOB$ 의 넓이가 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 이므로

$$\frac{2m}{1+m^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5}m^2 - 6m + \sqrt{5} = 0, m = \frac{6 \pm 4}{2\sqrt{5}}$$

$$0 < m < 10 \text{ 이므로 } m = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ 이다.}$$

따라서 직선 l 의 기울기 m 과 y 절편의 곱은

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{5}$$

19. [정답] -4, 3

$x = 1$ 대입하여 정리하면, $k = -2$

$$x^3 - 13x + 12 = 0 \text{ 이므로}$$

조립제법을 이용하면, $(x-1)(x^2 + x - 12) = 0$

$$(x-1)(x+4)(x-3) = 0 \text{ 이므로}$$

$x = -4, 3$ 이다.

20. [정답] 6

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 8 = 0$$

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 13$ 에서 x 축과 만나는 두 점의 좌표는 $y=0$ 이므로

$$x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2) = 0$$

$\therefore x = 4, -2$ 이므로 두 점 사이의 거리는 6이다.

21. [정답] $y = -2$, $y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$

$x^2 + y^2 = 13$ 의 중심은 $(0, 0)$, 반지름은 $\sqrt{13}$ 이다.

\overline{AB} 는 원의 현이므로 원의 중심에서 \overline{AB} 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, $\triangle OMA$ 는 직각삼각형이다.

따라서 원의 중심에서 직선 l 까지의 거리 d 는 피타고라스 정리를 이용하여

$$d^2 + 3^2 = (\sqrt{13})^2, d = 2 \text{ 이다.}$$

직선 l 은 점 $P(1, -2)$ 를 지나고, 기울기를 m 이라 하면 직선의 방정식은 $y = m(x-1) - 2$ 이다.

원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선 $mx - y - m - 2 = 0$ 까지의 거리가 2이므로

$$2 = \frac{|m+2|}{\sqrt{m^2+1}} \Rightarrow 3m^2 - 4m = 0$$

$$\therefore m = 0, \frac{4}{3}$$

\therefore 직선의 방정식은 $y = -2, 4x - 3y - 10 = 0$

22. [정답] $0 \leq x \leq 5$

(가) $x > a-5$ 에서 모든 양수 x 에 대하여 성립하려면 $a-5 \leq 0, a \leq 5$ 이다.

(나)

i) $a = 0$ 인 경우

$2 > 0$ 이므로 항상 만족

ii) $a \neq 0$ 인 경우

모든 실수 x 에 대하여 $ax^2 + ax + 2 > 0$ 이 성립하기 위해서는 $a > 0$ 이고, $D = a^2 - 8a < 0$ 을 만족해야 한다.

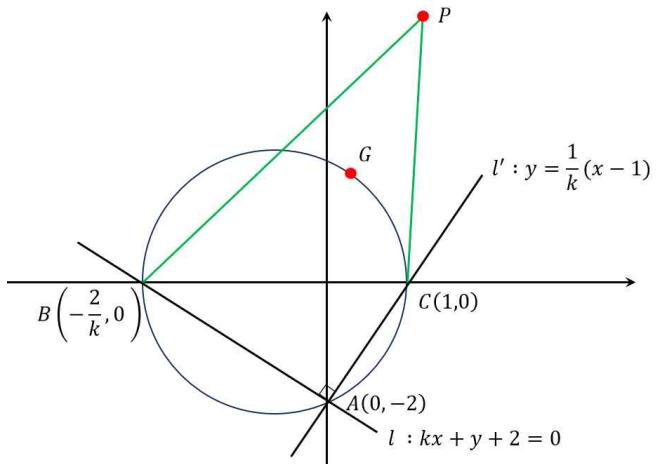
$$\therefore 0 < a < 8$$

i)과 ii)를 만족하는 a 의 범위는 $0 \leq a < 8$

(가)와 (나)를 동시에 만족하는 범위는

$$0 \leq a \leq 5 \text{ 이다.}$$

23. [정답] (3, 6)



$$\frac{1}{k} = \frac{2}{1-0} \quad (\overline{AC} \text{ 기울기})$$

$$\therefore k = 2, B(-4, 0)$$

$$\triangle PBC = 3 \times \triangle ABC$$

$$\Rightarrow P \text{의 } y \text{좌표} = A \text{의 } y \text{좌표} \times (-3)$$

$$\therefore P \text{의 } y \text{좌표} = 6$$

$$P(a, 6) \Rightarrow G\left(\frac{a-3}{3}, \frac{6}{3}\right)$$

\overline{BG} 와 \overline{GC} 는 수직이므로

$$\frac{2}{\frac{a-3}{3}+4} \times \frac{2}{\frac{a-3}{3}-1} = -1$$

$$\left(\frac{a}{3}+3\right)\left(\frac{a}{3}-2\right) = -4 \text{ 이므로}$$

$$a = 3, -6$$

$\therefore P(3, 6)$ (\because 1사분면위의 점)

24. [정답] $\frac{4}{3}$

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \text{중심 } O'(2, 2), r = 4$$

원의 중심 ~ 현 AB 까지의 거리를 구하면,

$$d = \frac{|4m-2|}{\sqrt{4m^2+1}}$$

$$\text{직각삼각형 } O'MA \text{에서 } \cos 60^\circ = \frac{d}{r}, \frac{1}{2} = \frac{d}{2}$$

$$\therefore d = 1$$

$$1 = \frac{|4m-2|}{\sqrt{4m^2+1}} \Leftrightarrow 12m^2 - 16m - 3 = 0 \text{ |므로}$$

모든 양수 m 의 값의 합은 $\frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ 이다.