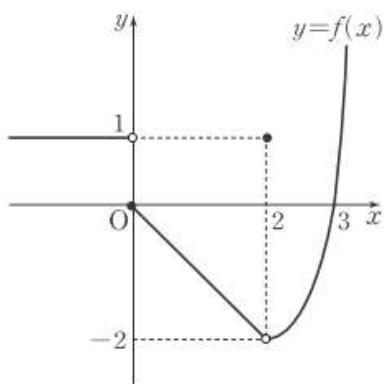


1.

함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

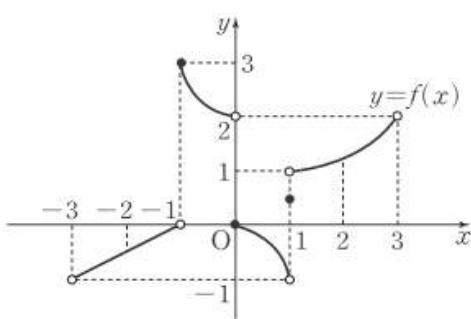


$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? 1)

- ① -2   ② -1   ③ 0   ④ 1   ⑤ 2

2.

$-3 < x < 3$ 에서 정의된 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



부등식  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) > \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 을 만족시키는 상수  $a$ 의 값은? 2)

(단,  $-3 < a < 3$ )

- ① -2   ② -1   ③ 0   ④ 1   ⑤ 2

3.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$ 의 값을 구하시오. 3)

4.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{\sqrt{x+2} - 2}$ 의 값은? 4)

- ① 8   ② 9   ③ 10   ④ 11   ⑤ 12

5.

$\lim_{x \rightarrow 4^+} (\sqrt{x} - 2) \left( 1 - \frac{1}{x-4} \right)$ 의 값은? 5)

- ①  $-\frac{1}{2}$    ②  $-\frac{1}{4}$    ③ 0   ④  $\frac{1}{4}$    ⑤  $\frac{1}{2}$

6.

함수  $f(x) = a(x-1)^2 + 1$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow \infty} \{\sqrt{f(-x)} - \sqrt{f(x)}\} = 6$  일 때,

양수  $a$ 의 값은? 6)

- ① 3   ② 5   ③ 7   ④ 9   ⑤ 11

7.

함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x-2} = 15$  를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2xf(x-2)}{x^2 + x - 6}$  의 값은? 7)

- ① 12    ② 10    ③ 8    ④ 6    ⑤ 4

8.

함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)f(x) = 3$  을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)f(x)$  의 값은? 8)

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

9.

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)+g(x)}{f(x)-g(x)} = 4$  일 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)+3g(x)}{2f(x)-g(x)}$  의 값을 구하시오. 9)

10.

다항함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 2} (x+1)f(x) = 6$  을 만족시킨다.

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - 1)f(x) = 26$  일 때,  $a + f(2)$  의 값을?

(단,  $a$ 는 상수이다.) 10)

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

11.

두 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a}-b} = 6$  일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. 11)

12.

함수  $f(x) = 2x^2 + ax + b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 5$  일 때,

$f(2)$ 의 값을? (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) 12)

- ① 7    ② 8    ③ 9    ④ 10    ⑤ 11

**13.**

최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - x}{x - 5} = 8 \text{ 일 때, } f(7) \text{의 값을 구하시오. } 13)$$

**14.**

다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{5x^2} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x + 1} = -8$$

을 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. 14)

**15.** 일차함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)g(x)}{(x + 3)^2} = 4, \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x) + g(x)}{x + 3} = -4$$

일 때,  $g(2) - f(2)$ 의 값을 구하시오. 15) [4점]

**16.**

두 이차함수  $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x) - x^2} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - f(x)}{x - 3} = 8$$

을 만족시킬 때,  $g(5) - f(5)$ 의 값을 구하시오. 16) [4점]

## 17.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$5x - 1 < (x^2 + 1)f(x) < 5x + 2$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} xf(x)$ 의 값은? 17)

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

## 18.

다항함수  $f(x)$ 는 양의 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(7) 2x^2 - 5x \leq f(x) \leq 2x^2 + 2$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 + 2x - 3} = \frac{1}{4}$$

$f(3)$ 의 값을 구하시오. 18)

## 19.

양수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를  $f(x) = \left| \frac{kx}{x-1} \right|$ 라 하자.

실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = t$ 가 만나는 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $g(t)$ 가

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow 2^-} g(t) + g(4) = 5$$

를 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값은? 19)

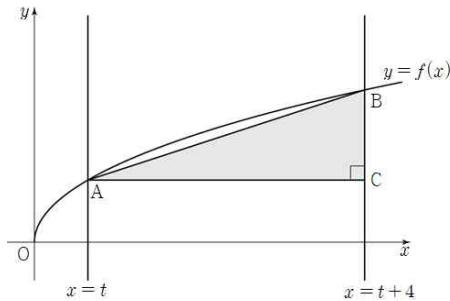
- ① 6    ②  $\frac{15}{2}$     ③ 9    ④  $\frac{21}{2}$     ⑤ 12

## 20.

그림과 같이 좌표평면에서 양의 실수  $t$ 에 대하여

함수  $f(x) = \sqrt{x}$ 의 그래프가 두 직선  $x = t$ ,  $x = t + 4$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 A에서 직선  $x = t + 4$ 에 내린 수선의 발을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를  $S(t)$ 라 할 때,

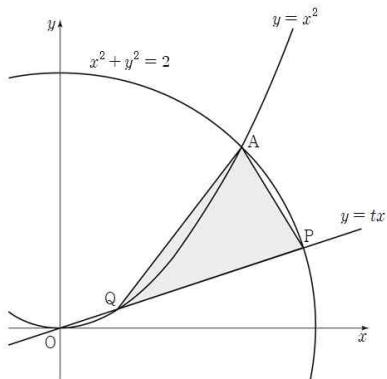
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t} \times S(t)}{2}$$
의 값은? 20)



- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ② 1    ③  $\sqrt{2}$     ④ 2    ⑤  $2\sqrt{2}$

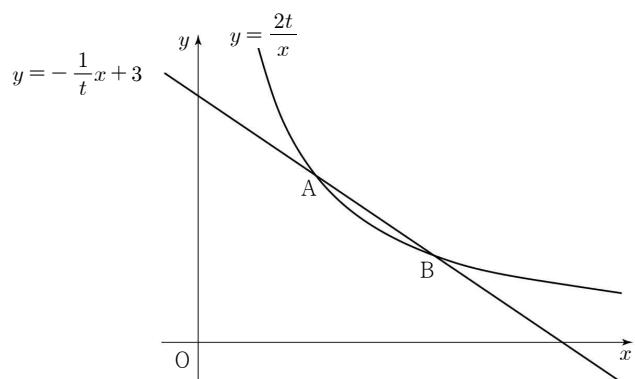
21.

그림과 같이 좌표평면에서 원  $x^2 + y^2 = 2$ 와 곡선  $y = x^2$ 의 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 실수  $t(0 < t < 1)$ 에 대하여 직선  $y = tx$ 가 원  $x^2 + y^2 = 2$ , 곡선  $y = x^2$ 과 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 PAQ의 넓이를  $S(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{S(t)}{(1-t)^2} = k$ 이다. 20k의 값을 구하시오. [21]



22.

실수  $t(t > 1)$ 에 대하여 곡선  $y = \frac{2t}{x}$ 와 직선  $y = -\frac{1}{t}x + 3$ 의 만나는 두 점을 A, B라 하자.  $\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{\overline{OB} - \overline{OA}}{t-1} = k$ 라 할 때,  $30 \times k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 B의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크다.) [4점][22]



23.

최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(ㄱ) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - f(x)}{x + f(x)} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2} - f(x)}{x + f(x)} = -2$$

$$(ㄴ) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2 - 3}} \text{의 값이 } \underline{\text{존재하지 않는}}$$

실수  $a$ 의 개수는 1이다.

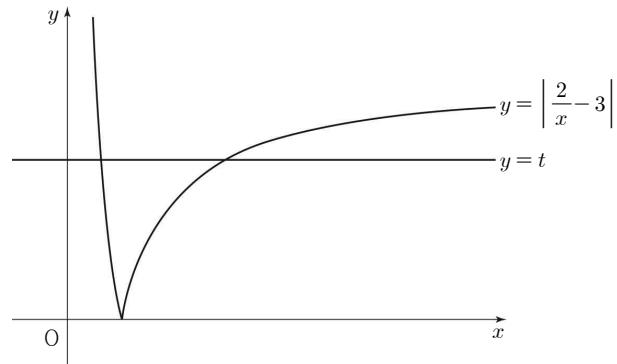
$f(24)$ 의 값을 구하시오. [4점] 23)

24.

$0 < t < 3$ 인 실수  $t$ 에 대하여 함수  $y = \left| \frac{2}{x} - 3 \right|$ 의 그래프와 직선  $y = t$ 가 만나는 두 점 사이의 거리를  $f(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(t)}{t}$$
의 값은? [4점] 24)

- ①  $\frac{2}{9}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{4}{9}$       ④  $\frac{5}{9}$       ⑤  $\frac{2}{3}$





$\sqrt{a-2}=3$ 에서  $a-2=9$ ,  $a=11$   
이것을 ⑦에 대입하면  $b=\sqrt{11-2}=3$

따라서  $a+b=11+3=14$

12) [정답] ①

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 5 \text{ 이므로 } \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

$f(x)=2x^2+ax+b$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 2+a+b=0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1) \text{ 이므로}$$

$$f'(x)=4x+a \text{ 이므로}$$

$$f'(1)=4+a=5 \text{에서 } a=1$$

$$2+a+b=0 \text{에서 } b=-3$$

따라서  $f(x)=2x^2+x-3$ 이므로

$$f(2)=7$$

13) [정답] 27

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-x}{x-5} = 8 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow 5} (x-5) = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (f(x)-x) = 0 \text{이어야 한다.}$$

$f(x)-x$ 도 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로  
 $f(x)-x=(x-5)(x+a)$  ( $a$ 는 상수)라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)-x}{x-5} &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x+a)}{x-5} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} (x+a) = 5+a = 8 \end{aligned}$$

$$\text{에서 } a=3$$

따라서  $f(x)=(x-5)(x+3)+x$ 이므로

$$f(7)=2 \times 10 + 7 = 27$$

14) [정답] 66

$$\text{함수 } f(x) \text{는 다항함수이고 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)-x^3}{5x^2} = 2 \text{이므로}$$

$f(x)=x^3+10x^2+ax+b$  ( $a, b$ 는 상수)로 놓을 수 있다.

$$\text{또, } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = -8 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow -1} (x+1) = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x^3+10x^2+ax+b) = 0 \text{이어야 한다.}$$

$$-1+10-a+b=0, \text{ 즉 } b=a-9$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+10x^2+ax+a-9}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2+9x+a-9)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (x^2+9x+a-9) \\ &= 1-9+a-9=-17+a=-8 \end{aligned}$$

$$\text{에서 } a=9, b=0$$

따라서  $f(x)=x^3+10x^2+9x$ 이므로

$$f(2)=8+40+18=66$$

15) 27. [출제의도] 함수의 극한을 활용하여 문제해결하기

두 함수  $f(x)g(x)$ ,  $f(x)+g(x)$ 는

$x=-3$ 에서 연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)g(x)}{(x+3)^2} = 4 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow -3} (x+3)^2 = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x)g(x) = f(-3)g(-3) = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)+g(x)}{x+3} = -4 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow -3} (x+3) = 0 \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \{f(x)+g(x)\} = f(-3)+g(-3) = 0 \dots \textcircled{2}$$

①, ②에 의하여  $f(-3)=g(-3)=0$ 이므로

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는 각각  $x+3$ 을 인수로 갖는다.

$f(x)=a(x+3)$ ,  $g(x)=(x+3)(x+b)$  ( $a, b$ 는 상수)라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)g(x)}{(x+3)^2} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{a(x+3)^2(x+b)}{(x+3)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3} a(x+b) \\ &= a(-3+b) = 4 \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)+g(x)}{x+3} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{a(x+3)+(x+3)(x+b)}{x+3} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3} (a+x+b) \\ &= a-3+b = -4 \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

③, ④을 연립하면

$$a(-a-4)=4, a^2+4a+4=0$$

$$(a+2)^2=0 \text{에서 } a=-2 \text{이므로 } b=1$$

$$f(x)=-2(x+3), g(x)=(x+3)(x+1)$$

$$\text{따라서 } g(2)-f(2)=5 \times 3 - (-2) \times 5 = 25$$

16) [정답] 20

두 이차함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의  $x^2$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$  ( $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ )이라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)-x^2} = 1 \text{이므로}$$

두 다항식  $f(x)$ 와  $g(x)-x^2$ 의 차수는 2이고

$$\frac{a}{b-1} = 1, a=b-1, b-a=1 \text{이므로}$$

$g(x)-f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이다.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)-f(x)}{x-3} \text{의 값이 존재하므로}$$

다항식  $g(x)-f(x)$ 는  $x-3$ 을 인수로 갖는다.

$$g(x)-f(x)=(x-3)(x+k)$$
 ( $k$ 는 실수)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)-f(x)}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+k)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+k) = 3+k = 8 \end{aligned}$$

$$k=5 \text{이므로 } g(x)-f(x)=(x-3)(x+5)$$

$$\text{따라서 } g(5)-f(5)=20$$

17) [정답] ⑤

부등식  $5x-1 < (x^2+1)f(x) < 5x+2$ 에서

$$\frac{5x-1}{x^2+1} < f(x) < \frac{5x+2}{x^2+1}$$

$$x > 0 \text{일 때, } \frac{x(5x-1)}{x^2+1} < xf(x) < \frac{x(5x+2)}{x^2+1} \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(5x-1)}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(5x+2)}{x^2+1} = 5 \text{이므로}$$

함수의 극한의 대소 관계에 의해  $\lim_{x \rightarrow \infty} xf(x) = 5$

18) [정답] 10

조건 ④에서 부등식의 각 변을  $x^2$ 으로 나누면

$$\frac{2x^2 - 5x}{x^2} \leq \frac{f(x)}{x^2} \leq \frac{2x^2 + 2}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 2}{x^2} = 2 \text{이므로 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2$$

따라서  $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 2인 이차함수이다.

조건 ④에서  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x - 3) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0 \text{이어야 한다.}$$

즉,  $f(1) = 0$ 이므로  $f(x) = (x-1)(2x+a)$  ( $a$ 는 상수)로 놓을 수 있다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 + 2x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x+a)}{(x-1)(x+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+a}{x+3} = \frac{2+a}{4} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

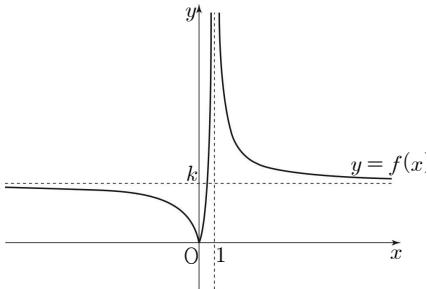
$2+a = 1$ 에서  $a = -1$

따라서  $f(x) = (x-1)(2x-1)$ 이므로  $f(3) = 2 \times 5 = 10$

19) [정답] ①

$$f(x) = \left| \frac{kx}{x-1} \right| = \left| \frac{k}{x-1} + k \right| \text{이므로}$$

함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



(i)  $t < 0$ 일 때

곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = t$ 는 만나지 않으므로

$$g(t) = 0$$

(ii)  $t = 0$  또는  $t = k$ 일 때

곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = t$ 는 한 점에서 만나므로  $g(t) = 1$

(iii)  $0 < t < k$  또는  $t > k$ 일 때

곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = t$ 는 두 점에서 만나므로  $g(t) = 2$

(i), (ii), (iii)에 의해 함수  $g(t)$ 는

$$g(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t = 0 \text{ 또는 } t = k) \\ 2 & (0 < t < k \text{ 또는 } t > k) \end{cases}$$

$\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) = 2$ 이고, 모든 양수  $a$ 에 대하여

$$\lim_{t \rightarrow a^-} g(t) = 2 \text{이므로 } \lim_{t \rightarrow 2^-} g(t) = 2$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow 2^-} g(t) + g(4) = 5 \text{에서 } g(4) = 1 \text{이므로 } k = 4$$

$$\text{따라서 } f(3) = \left| \frac{4 \times 3}{3-1} \right| = 6$$

20) [정답] ④

$A(t, \sqrt{t})$ ,  $B(t+4, \sqrt{t+4})$ ,  $C(t+4, \sqrt{t})$ 이므로

$$\overline{AC} = 4, \overline{BC} = \sqrt{t+4} - \sqrt{t}$$

삼각형 ABC의 넓이는

$$S(t) = \frac{1}{2} \times 4 \times (\sqrt{t+4} - \sqrt{t}) = 2(\sqrt{t+4} - \sqrt{t})$$

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t} \times S(t)}{2} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{t} \times (\sqrt{t+4} - \sqrt{t}) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t} \times (\sqrt{t+4} - \sqrt{t})(\sqrt{t+4} + \sqrt{t})}{\sqrt{t+4} + \sqrt{t}} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4\sqrt{t}}{\sqrt{t+4} + \sqrt{t}} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4}{\sqrt{1 + \frac{4}{t}} + 1} \\ &= \frac{4}{1+1} = 2 \end{aligned}$$

21) [정답] 15

$y = x^2$ 과  $y = tx$ 를 연립하여 정리하면

$$x(x-t) = 0 \text{이고 } x > 0 \text{이므로 } x = t$$

그러므로 점 Q의 좌표는  $Q(t, t^2)$ . 원점을 O라 하면

$$\overline{OP} = \sqrt{2}, \overline{OQ} = t\sqrt{1+t^2} \text{이므로 } \overline{PQ} = \overline{OP} - \overline{OQ} = \sqrt{2} - t\sqrt{1+t^2}$$

$$x^2 + y^2 = 2 \text{와 } y = x^2 \text{을 연립하여 정리하면}$$

$$(y+2)(y-1) = 0 \text{이므로 } y > 0 \text{이므로 } y = 1,$$

$$x^2 = 1 \text{에서 } x > 0 \text{이므로 } x = 1$$

그러므로 점 A의 좌표는  $A(1, 1)$

점 A에서 직선  $y = tx$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면  $0 < t < 1$ 이므로

$$\overline{AH} = \frac{|t-1|}{\sqrt{t^2+1}} = \frac{1-t}{\sqrt{t^2+1}}$$

삼각형 PAQ의 넓이  $S(t)$ 는

$$S(t) = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times (\sqrt{2} - t\sqrt{1+t^2}) \times \frac{1-t}{\sqrt{1+t^2}}$$

이므로

$$\begin{aligned} k &= \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{S(t)}{(1-t)^2} = \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{2} - t\sqrt{1+t^2}}{2(1-t)\sqrt{1+t^2}} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{2 - t^2(1+t^2)}{2(1-t)\sqrt{1+t^2}(\sqrt{2} + t\sqrt{1+t^2})} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{(t^2+2)(1-t^2)}{2(1-t)\sqrt{1+t^2}(\sqrt{2} + t\sqrt{1+t^2})} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{(t^2+2)(1+t)}{2\sqrt{1+t^2}(\sqrt{2} + t\sqrt{1+t^2})} \\ &= \frac{3 \times 2}{2\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{2})} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } 20k = 20 \times \frac{3}{4} = 15$$

22) [정답] 54

$$\frac{2t}{x} = -\frac{1}{t}x + 3 \text{에서 } 2t^2 = -x^2 + 3tx$$

$$x^2 - 3tx + 2t^2 = 0, (x-t)(x-2t) = 0$$

그러므로 두 점 A, B의 좌표는  $A(t, 2)$ ,  $B(2t, 1)$

$$\overline{OA} = \sqrt{t^2 + 4}, \overline{OB} = \sqrt{4t^2 + 1}$$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{\overline{OB} - \overline{OA}}{t-1} \\
 &= \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{4t^2+1} - \sqrt{t^2+4}}{t-1} \\
 &= \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{4t^2+1} - \sqrt{t^2+4})(\sqrt{4t^2+1} + \sqrt{t^2+4})}{(t-1)(\sqrt{4t^2+1} + \sqrt{t^2+4})} \\
 &= \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{3(t^2-1)}{(t-1)(\sqrt{4t^2+1} + \sqrt{t^2+4})} \\
 &= \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{3(t+1)}{\sqrt{4t^2+1} + \sqrt{t^2+4}} = \frac{3}{5}\sqrt{5} \\
 &\text{따라서 } 30 \times k^2 = 30 \times \left(\frac{3}{5}\sqrt{5}\right)^2 = 54
 \end{aligned}$$

23) [정답] 40

조건 (가)에서

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - f(x)}{x + f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\{x + f(x)\}}{x + f(x)} = -1$$

이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2} - f(x)}{x + f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - f(x)}{x + f(x)} = 2$$

세 상수  $p, q, r$ 에 대하여

$f(x) = px^2 + qx + r$  ( $p > 0$ )이라 하면

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-px^2 - (q-1)x - r}{px^2 + (q+1)x + r} = 2 \text{ 이므로}$$

$$r = 0, q \neq -1$$

$$\frac{-(q-1)}{q+1} = 2, q = -\frac{1}{3}$$

$$f(x) = px^2 - \frac{1}{3}x = x\left(px - \frac{1}{3}\right)$$

조건 (나)에서

$$\lim_{x \rightarrow a} (\sqrt{x^2} - 3) \neq 0 \text{이면}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2-3}} \text{의 값이 존재하므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (\sqrt{x^2} - 3) = \sqrt{a^2} - 3 = 0, |a| = 3$$

$$a = -3 \text{ 또는 } a = 3$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2-3}} \text{의 값이 존재하지}$$

않는 실수  $a$ 의 값이  $-3$ 인 경우

$x = 3$ 에서 극한값이 존재하고

$$\lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x^2} - 3) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x-4)f(x+1) = f(-1) \times f(4) = 0$$

$$-\left(-p - \frac{1}{3}\right) \times 4\left(4p - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\left(p + \frac{1}{3}\right)\left(4p - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$p = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } p = \frac{1}{12}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x-4)f(x+1)}{\sqrt{x^2-3}} \text{의 값이 존재하지}$$

않는 실수  $a$ 의 값이  $3$ 인 경우

$x = -3$ 에서 극한값이 존재하고

$$\lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x^2} - 3) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x-4)f(x+1) = f(-7) \times f(-2)$$

$$= 0$$

$$-7\left(-7p - \frac{1}{3}\right) \times (-2)\left(-2p - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\left(7p + \frac{1}{3}\right)\left(2p + \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$p = -\frac{1}{21} \text{ 또는 } p = -\frac{1}{6}$$

$$p > 0 \text{ 이므로 (i), (ii)에 의하여 } p = \frac{1}{12}$$

$$f(x) = \frac{1}{12}x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{12}x(x-4)$$

$$\text{따라서 } f(24) = \frac{1}{12} \times 24 \times 20 = 40$$

$$24) [정답] \frac{4}{9}$$

$$x < 0 \text{ 일 때, } \left|\frac{2}{x} - 3\right| = -\frac{2}{x} + 3 > 3 \text{ 이므로}$$

$$x < 0 \text{에서 함수 } y = \left|\frac{2}{x} - 3\right| \text{의 그래프와}$$

직선  $y = t$  ( $0 < t < 3$ )은 만나지 않는다.

$$0 < x < \frac{2}{3} \text{ 일 때, } \left|\frac{2}{x} - 3\right| = \frac{2}{x} - 3$$

$$\frac{2}{x} - 3 = t \text{에서 } x = \frac{2}{3+t}$$

$$x \geq \frac{2}{3} \text{ 일 때, } \left|\frac{2}{x} - 3\right| = -\frac{2}{x} + 3$$

$$-\frac{2}{x} + 3 = t \text{에서 } x = \frac{2}{3-t}$$

$$\text{그러므로 } f(t) = \frac{2}{3-t} - \frac{2}{3+t} = \frac{4t}{(3-t)(3+t)}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(t)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{1}{t} \times \frac{4t}{(3-t)(3+t)} \right\}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{4}{(3-t)(3+t)} = \frac{4}{9}$$