교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 36~37p_최종점검

원의 방정식과 그래프 ~ 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계

실시일자	2025.09.27
15문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

01 원 $x^2+y^2-6x+8y+21=0$의 중심의 좌표가 $(a,\ b)$이고, 반지름의 길이가 r일 때, $a+b+r$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

02 원 $x^2+y^2-10x+4y=0$의 넓이는 $k\pi$이다. k의 값을 구하시오.

03 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 5)$, $\mathrm{B}(-3,\ -1)$을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2+(y+2)^2=13$
② $(x-1)^2+(y-2)^2=52$
③ $(x-1)^2+(y+2)^2=13$
④ $(x+1)^2+(y-2)^2=13$
⑤ $(x+1)^2+(y-2)^2=52$

04 원 $x^2+y^2-4x+2y-4=0$의 중심의 좌표를 $(a,\ b)$, 반지름의 길이를 r라고 할 때, $a+b+r$의 값을 구하시오.

05 [2020년 3월 고2 24번 변형]
원 $x^2+y^2+12x-16y=0$의 넓이는 $k\pi$이다.
k의 값을 구하시오.

06 다음 두 방정식의 교점의 개수를 구하시오.

O: $x^2+y^2-4x+2y+4=0$
l: $4x+3y=0$

07 원 $x^2+y^2=4$에 접하고 기울기가 $-\sqrt{3}$인 직선의 방정식은?

① $y=-\sqrt{3}x\pm1$ ② $y=-\sqrt{3}x\pm2$
③ $y=-\sqrt{3}x\pm4$ ④ $y=-\sqrt{3}x\pm9$
⑤ $y=-\sqrt{3}x\pm16$

08 원 $(x+2)^2+(y-3)^2=9$에 접하고 기울기가 3인 두 직선의 y절편의 곱은?

① -10 ② -9 ③ -8
④ -7 ⑤ -6

09 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(2,\ -1)$에서 접선의 방정식을 $y=ax+b$라 할 때, ab의 값은?

① -12 ② -11 ③ -10
④ -5 ⑤ -2

10 중심이 x축 위에 있고 두 점 $(-7,\ -1)$, $(-2,\ 4)$를 지나는 원의 방정식이 $(x-a)^2+(y-b)^2=c$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오.

11 방정식 $x^2+y^2+4x-6y+k+10=0$이 원을 나타내도록 하는 실수 k의 값의 범위는?

① $k<3$ ② $k>3$ ③ $0<k<3$
④ $k>2$ ⑤ $k<2$

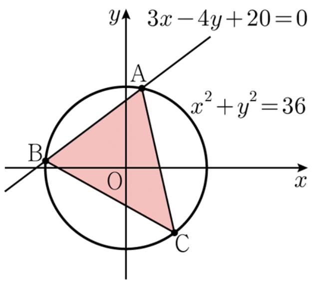
12 원 $x^2+(y-k)^2=18$과 직선 $y=x-1$이 만나지 않도록 하는 실수 k의 값의 범위가 $k<\alpha$ 또는 $k>\beta$일 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은?

① 20 ② 34 ③ 52
④ 74 ⑤ 100

13 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $(1,\ 3)$에서의 접선에 수직인 두 접선의 x절편과 y절편을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이는?

① $\dfrac{170}{3}$ ② 60 ③ $\dfrac{190}{3}$
④ $\dfrac{200}{3}$ ⑤ 70

14 다음 그림과 같이 원 $x^2+y^2=36$과 직선 $3x-4y+20=0$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 최대가 되도록 원 위에 점 C를 잡을 때, 점 C를 지나고 원에 접하는 직선의 방정식은 $ax-4y+b=0$이다. $\dfrac{b}{a}$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)



① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2

15 원 $x^2+y^2=169$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(-5,\ 12)$, $\mathrm{B}(13,\ 0)$과 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값이 $6a+3a\sqrt{a}$이다. 유리수 a의 값을 구하시오.

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 36~37p_최종점검

원의 방정식과 그래프 ~ 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계

실시일자	2025.09.27
15문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름	

QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

빠른정답

01 ②	02 29	03 ④
04 4	05 100	06 1
07 ③	08 ②	09 ③
10 14	11 ①	12 ④
13 ④	14 ①	15 13

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 36~37p_최종점검

원의 방정식과 그래프 ~ 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계

실시일자	2025.09.27
15문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

01 **정답** ②

해설 $x^2+y^2-6x+8y+21=0$을 표준형으로 고치면

$(x-3)^2+(y+4)^2=4$

따라서 중심의 좌표는 $(3,\ -4)$, 반지름의 길이는 2이므로

$a=3,\ b=-4,\ r=2$

$\therefore\ a+b+r=3+(-4)+2=1$

02 **정답** 29

해설 $x^2+y^2-10x+4y=0$에서

$(x-5)^2+(y+2)^2=29$

이 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{29}$ 이므로

원의 넓이는 $\pi\cdot\left(\sqrt{29}\right)^2=29\pi$

$\therefore\ k=29$

03 **정답** ④

해설 원의 중심은 두 점 A, B의 중점이므로

$\left(\dfrac{1+(-3)}{2},\ \dfrac{5+(-1)}{2}\right)=(-1,\ 2)$이다.

또, 원의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2+(-1-5)^2}=\sqrt{13}$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x+1)^2+(y-2)^2=13$

04 **정답** 4

해설 $x^2+y^2-4x+2y-4=0$을 표준형으로 고치면

$(x-2)^2+(y+1)^2=3^2$

따라서 원의 중심의 좌표는 $(2,\ -1)$이고 반지름의 길이는 3이다.

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ r=3$

$\therefore\ a+b+r=4$

05 **정답** 100

해설 $x^2+y^2+12x-16y=0$에서

$x^2+12x+36+y^2-16y+64=100$

$(x+6)^2+(y-8)^2=10^2$

따라서 원 $x^2+y^2+12x-16y=0$은

중심의 좌표가 $(-6,\ 8)$이고 반지름의 길이가 10이므로

원의 넓이는 $10^2\cdot\pi=100\pi$

$\therefore\ k=100$

06 **정답** 1

해설 $4x+3y=0$에서 $y=-\dfrac{4}{3}x$

$y=-\dfrac{4}{3}x$를 $x^2+y^2-4x+2y+4=0$에 대입하면

$x^2+\left(-\dfrac{4}{3}x\right)^2-4x+2\left(-\dfrac{4}{3}x\right)+4=0$

$\therefore\ 25x^2-60x+36=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\dfrac{D}{4}=(-30)^2-25\cdot36=0$

따라서 교점의 개수는 1이다.

07 **정답** ③

해설 구하는 접선의 방정식은

$y=-\sqrt{3}x\pm2\sqrt{1+(-\sqrt{3})^2}$

$\therefore\ y=-\sqrt{3}x\pm4$

08 정답 ②

해설 접선의 방정식을 $y=3x+k$ (k는 상수)라 하면 원의 중심 $(-2, 3)$과 직선 $y=3x+k$, 즉 $3x-y+k=0$ 사이의 거리는 $\dfrac{|-6-3+k|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k-9|}{\sqrt{10}}$

원의 반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 접하려면

$\dfrac{|k-9|}{\sqrt{10}}=3$, $|k-9|=3\sqrt{10}$, $k-9=\pm3\sqrt{10}$

$\therefore k=9\pm3\sqrt{10}$

따라서 두 직선의 y절편은 각각

$9+3\sqrt{10}$, $9-3\sqrt{10}$이므로 구하는 곱은

$(9+3\sqrt{10})(9-3\sqrt{10})=81-90=-9$

09 정답 ③

해설 원 위의 점 $(2, -1)$에서의 접선의 방정식은

$2x-y=5$, $y=2x-5$

$\therefore ab=2\cdot(-5)=-10$

10 정답 14

해설 원의 중심이 x축 위에 있으므로 $b=0$

원 $(x-a)^2+y^2=c$가 점 $(-7, -1)$을 지나므로

$(-7-a)^2+(-1)^2=c$

$\therefore a^2+14a+50=c$ $\cdots$ ㉠

또, 원이 점 $(-2, 4)$를 지나므로

$(-2-a)^2+4^2=c$

$\therefore a^2+4a+20=c$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-3$, $c=17$

$\therefore a+b+c=14$

11 정답 ①

해설 $x^2+y^2+4x-6y+k+10=0$을

완전제곱식으로 나타내면

$(x+2)^2+(y-3)^2=3-k$

이 방정식이 원이 되려면 반지름이 0보다 커야 하므로

$\sqrt{3-k}>0$, $3-k>0$

$\therefore k<3$

12 정답 ④

해설 원의 중심 $(0, k)$와 직선 $x-y-1=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|-k-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k+1|}{\sqrt{2}}$

원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$\dfrac{|k+1|}{\sqrt{2}}>3\sqrt{2}$, $|k+1|>6$

$k+1<-6$ 또는 $k+1>6$

$\therefore k<-7$ 또는 $k>5$

따라서 $\alpha=-7$, $\beta=5$이므로 $\alpha^2+\beta^2=74$

13 정답 ④

해설 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점$(1, 3)$에서의

접선의 방정식은

$x+3y=10$

$\therefore y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{10}{3}$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 3이므로

$x^2+y^2=10$에 접하는 기울기가 3인 접선의 방정식은

$y=3x\pm\sqrt{10}\sqrt{3^2+1}$

$\therefore y=3x\pm10$

두 직선 $y=3x+10$과 $y=3x-10$이

x축, y축과 만나는 점의 좌표는

각각 $\left(-\dfrac{10}{3}, 0\right)$, $(0, 10)$과 $\left(\dfrac{1}{3}, 0\right)$, $(0, -10)$이므로

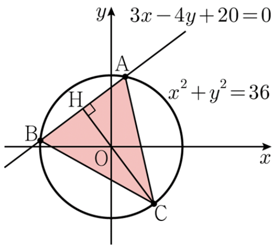
이 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{20}{3}\cdot20=\dfrac{200}{3}$

14 정답 ①

해설 다음 그림과 같이 점 C에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 ABC의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{AB}}\cdot\overline{\mathrm{CH}}$



S가 최대가 되려면 $\overline{\mathrm{CH}}$가 최대가 되어야 하므로
점 C는 직선 AB와 평행하면서 원에 접하는 직선 위의 점이다.
그 직선의 방정식을 $3x-4y+k=0$ (k는 상수)라 하자.
원의 중심과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이와 같아야 하므로

$\frac{|k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=6$

$\therefore\ k=\pm 30$

이때 직선의 y절편이 음수이므로 직선의 방정식은
$3x-4y-30=0$이고
$a=3,\ b=-30$이므로

$\therefore\ \frac{b}{a}=\frac{-30}{3}=-10$

15 정답 13

해설 삼각형 ABP의 넓이가 최대일 때는 점 P에서의 접선이 직선 AB와 평행할 때이다. 직선 AB의 기울기는

$\frac{12-(0)}{-5-(13)}=-\frac{2}{3}$이므로 기울기가 $-\frac{2}{3}$인 접선의

방정식은 $y=-\frac{2}{3}x\pm 13\sqrt{\frac{4}{9}+1}$

$\therefore\ y=-\frac{2}{3}x\pm\frac{13\sqrt{13}}{3}$, 즉 $2x+3y\pm 13\sqrt{13}=0$

점 B와 각 직선 사이의 거리를 구하면

$\frac{|26+13\sqrt{13}|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{13\sqrt{13}+26}{\sqrt{13}}=13+2\sqrt{13}$

$\frac{|26-13\sqrt{13}|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{13\sqrt{13}-26}{\sqrt{13}}=13-2\sqrt{13}$

점 B와의 거리가 더 먼 직선이
$2x+3y+13\sqrt{13}=0$이므로 넓이가 최대가 될때의
삼각형 ABP의 높이는 $13+2\sqrt{13}$이다.
이때 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{12^2+18^2}=\sqrt{468}=6\sqrt{13}$이므로
삼각형 ABP의 넓이의 최댓값은

$\frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{13}\cdot(13+2\sqrt{13})=78+39\sqrt{13}$

$\therefore\ a=13$