수학 핵심 정리

Dream · Rest · Essence
DRE 학원

1 다항식

다항식의 연산

(1) 곱셈

① $m(a+b)=ma+mb$ ② $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

* 묶음으로 전개

(2) 다항식의 나눗셈 문제 해결

① 직접 나눈다. ② A = BQ + R 이용 $\Leftarrow$ $\begin{array}{r} Q \\ B\overline{)\,A\,} \\ \hline R \end{array}$

③ 조립제법 예) $N=2x^3+x^2-4x+5$를 $N=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)+d$

④ 나머지 정리 : 다항식 $f(x)$를 $x-\alpha$로 나눈 나머지는 R= $f(\alpha)$

⑤ 인수 정리 : 다항식 $f(x)$에 대하여

$$f(a)=0 \Leftrightarrow f(x)=(x-\alpha)Q(x)$$

곱셈공식/인수분해

① $m(a+b)=ma+mb$, $m(a-b)=ma-mb$

② $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

③ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ *변형공식: $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

④ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

⑤ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, *변형공식: $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑥ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

⑦ $(x+a)(x+b)(x+c)=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$

$(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$

⑧ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$, $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

⑨ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc$

⑩ $(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)=a^4+a^2b^2+b^4$

항등식

(1) 항등식 ① 계수비교: $ax+b=0$이 X에 관한 항등식이다. $\Leftrightarrow$ $a=0,\ b=0$

② 수치대입: 계산하기 좋은 값 대입

(2) 다항식을 $(x-\alpha)^2$으로 나눌 때 :

① 관계식 a, b을 구한다.

② b를 a로 나타내고 대입하여 다른 관계식 구하기

2 복소수

수의체계

(1) 절대값 :

① $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ ② $|a|^2 = a^2$

③ $\begin{cases} |x| < a \rightarrow -a < x < a \\ |x| > a \rightarrow x < a \text{ 또는 } x > a \end{cases}$ (단 $a > 0$)

(2) 실수의 성질 : a, b가 실수일 때 $a^2+b^2=0$이면 $a=b=0$

유리식

(1) 유리식 연산 ① 부분분수분해 : $\frac{1}{A \cdot B} = \frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)$

② 번분수식 : $\dfrac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{AD}{BC}$

(2) 비례식 : % 계산에 대한 문제

① a의 p% : $a \times \frac{p}{100}$

② $a \xrightarrow{\text{p\%증가}} a(1+\frac{p}{100}) \xrightarrow{\text{p\% 증가}} a(1+\frac{p}{100})^2$ ……

무리식

(1) 무리식 : ① $\sqrt{a^2} = |a|$ ② $\sqrt{f(x)}$가 실수 $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \sqrt{f(x)} \geq 0 \end{cases}$

(2) 무리식 계산 : 분모 유리화

(3) 무리수 상등 : a, b가 우리수 $\sqrt{m}$이 무리수일 때

$a + b\sqrt{m} = 0 \Leftrightarrow a=0,\ b=0$

복소수

(1) 근호의 계산 :

① $a>0$일 때 $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$

② $a<0$, $b<0$: $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

$a<0$, $b>0$: $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$

(2) 복소수 문제 해결 : $z = a+bi$ (a, b는 실수)라 놓는다.

(3) 컬레복소수의 성질:

두 복소수 α, β에 대하여

① $\overline{(\overline{\alpha})} = \alpha$ ② $\overline{\alpha \pm \beta} = \overline{\alpha} \pm \overline{\beta}$

③ $\overline{\alpha\beta} = \overline{\alpha}\ \overline{\beta}$ $(\overline{\alpha^2} = \overline{\alpha}^2)$ ④ $\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)} = \frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}}$

(4) 복소수의 성질

① 복소수 z가 실수이면 $\overline{z} = z$, 순허수이면 $\overline{z} = -z$

② 임의의 복소수 z에 대하여 $z + \overline{z}$, $z\overline{z}$는 항상 실수이다.

3 정수론

정수론

- **진법**

  $N = a_5a_4a_3a_2a_{1(p)}$

  $\rightarrow\ N = a_5 \cdot p^4 + a_4 \cdot p^3 + a_3 \cdot p^2 + a_2 \cdot p^1 + a_1 \cdot p^0$

- **정수분류**

  나머지에 의한 정수 집합의 분할

  예 $3p,\ 3p+1,\ 3p+2$

약수와 배수

- **약수와 배수**

  • $a = bp$ $\begin{cases} a\text{는 } b\text{의 배수} \\ b\text{는 } a\text{의 약수} \end{cases}$

  • 소수 : 1과 자기 자신 이외의 양의 약수를 갖지 않는 수

  • 합성수 : 1보다 큰 정수로서 소수가 아닌 수

  • 소인수분해 : 합성수를 소수의 곱으로 나타낸 것

- **배수에 관한 법칙**

  "연속된 k개의 정수의 곱은 $k!$의 배수"

  → 연속된 두 정수의 곱은 2의 배수

  → 연속된 세 정수의 곱은 6의 배수

- **약수의 개수와 총합**

  $N = a^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma}$

  ① 약수의 개수 : $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$개

  ② 약수의 총합 : $(a^0 + a^1 + \cdots a^{\alpha}) \times (b^0 + b^1 + \cdots b^{\beta}) \times (c^0 + c^1 + \cdots c^{\gamma})$

- **배수판정법**

  (1) 끝자리 이용

  2의 배수 : 끝자리가 2의 배수

  4의 배수 : 끝의 두 자리가 4의 배수

  8의 배수 : 끝의 세 자리가 8의 배수

  (2) 각 자리수의 합 이용

  3의 배수 : 각 자리 수의 합이 3의 배수

  9의 배수 : 각 자리 수의 합이 9의 배수

- **서로소**

  두 수 a, b가 1 이외의 공약수를 갖지 않는다.

4 방정식

이차방정식

근의 성질

(1) 근과 계수와의 관계 : $ax^2+bx+c=0$

$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$, $|\alpha-\beta|=\dfrac{\sqrt{D}}{|a|}$

(2) 판별식 : D= b^2-4ac, D/4 = b^2-ac

$\begin{cases} \text{서로 다른 두 실근 : } D>0 \\ \text{중근 : } D=0, \text{ 허근 } D<0 \end{cases}$

(3) 켤레근 :

$\begin{cases} \text{유리계수 : } \alpha=a+\sqrt{m}\text{이면 } \beta=a-\sqrt{m} \\ \text{실계수 : } \alpha=a+bi\text{이면 } \beta=a-bi \end{cases}$

이차방정식의 문제 해결

① 직접 근을 구한다. : 인수분해, 근의 공식
② 근의 성질을 이용한다. : 판별식, 근과 계수와의 관계
③ 그래프를 이용한다. : 실근의 개수 또는 위치 문제

고차방정식

풀이

풀이의 원칙 : 인수분해
(1) 인수정리, 조립제법 이용
(2) 복이차방정식 ① $x^2=t$로 치환 ② A^2-B^2꼴 이용
(3) 상반 방정식 ① x^2으로 나눈다 ② $x+\dfrac{1}{x}=t$로 치환

근과 계수와의 관계

(1) $ax^3+bx^2+cx+d=0$의 세 근 α, β, γ

$\alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\dfrac{c}{a}$, $\alpha\beta\gamma=-\dfrac{d}{a}$

(2) 삼차방정식의 작성

$x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma=0$

고차방정식 문제해결

(1) 인수분해한다.
(2) 근과 계수관계 이용
(3) 그래프 이용(미분)

연립방정식

연립 일차방정식

$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ 의 근

① $\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$: 한 쌍 ② $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$: 해가 많다

③ $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$: 해가 없다.

부정방정식

(1) 정수 조건 : (일차)·(일차) = 상수
이차 이상의 식 : 인수분해 → 곱꼴
(2) 실수 조건 : 완전제곱식 이용

5 부등식

부등식

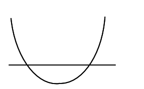
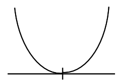
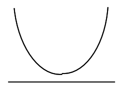
일차 부등식

$ax > b$

$$\begin{cases} a>0 \ : \ x>\dfrac{b}{a} \\ a<0 \ : \ x<\dfrac{b}{a} \\ a=0 \begin{cases} b \geq 0 \ : \ \text{해가 없다} \\ b<0 \ : \ \text{모든 실수 } x \end{cases} \end{cases}$$

이차 부등식

(1) $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면

	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$a>0$			
$ax^2+bx+c>0$	$x<\alpha$ or $x>\beta$	$x \neq -\dfrac{b}{2a}$ 인 모든 실수	모든 실수
$ax^2+bx+c<0$	$\alpha<x<\beta$	해가 없다.	해가 없다.

(2) 이차부등식 문제 해결

① 인수분해 ② Graph

절대 부등식

절대부등식의 쓰임새

(1) 최대・최소

(2) 부등식의 증명

(3) 대소 비교

절대 부등식

(1) 산술, 기하평균

① $a>0$, $b>0$: $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (등호 : $a=b$)

② $a>0$, $b>0$, $c>0$

$\dfrac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (등호 : $a=b=c$)

(2) Cauchy - schwarz 부등식

① $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$

$\left(\text{등호} : \dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}\right)$

② $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geq (ax+by+cz)^2$

$\left(\text{등호} : \dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}\right)$

③ 대칭부등식

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca \geq 0$ (등호 : $a=b=c$)

부등식의 성질

① $a>b$

$$\begin{cases} m>0 \ : \ ma>mb \\ m<0 \ : \ ma<mb \end{cases}$$

② $a>b>0$: $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

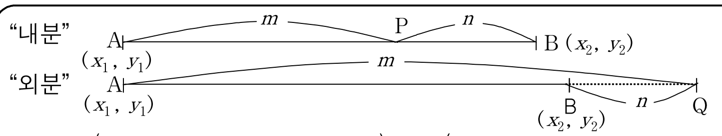
$a<b<0$: $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$

③ $ab>0 \leftrightarrow \dfrac{b}{a}>0$

$ab<0 \leftrightarrow \dfrac{b}{a}<0$

6 도형의 방정식

점과 좌표



$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right),\quad \mathrm{Q}\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n},\ \frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$$

직선

(1) 직선의 방정식 ① 기울기 m, $(x_1,\ y_1)$을 지난다. : $y-y_1=m(x-x_1)$

② 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지난다.

: $y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

③ x절편이 a, y절편이 b인 직선 : $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

(2) 두 직선 사이의 관계

	$y=mx+b$ $y=m'x+b'$	$ax+by+c=0$ $a'x+b'y+c'=0$
한 점에서 만난다.	$m\neq m'$	$\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$
평 행	$m=m'$ $b\neq b'$	$\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$
일 치	$m=m'$ $b=b'$	$\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$
직 교	$nm'=-1$	$aa'+bb'=0$

(3) 점과 직선 사이의 거리

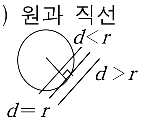
$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(4) 계수가 미지수인 직선

: 정점을 구한다.

원

(1) 원과 직선



안 만난다 : $d>r$

접한다 : $d=r$

(원과 직선까지 거리가 반지름)

서로 다른 두 점에서 만난다 : $d<r$

(2) 접선 3가지 $x^2+y^2=r^2$

① 접선 : 접점 $(x_1,\ y_1)$에서의 접선

$x_1x+y_1y=r^2$

② 기울기 m $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$

③ 곡선 밖의 점 주어질 때 : 점대입, 기울기 대입

(3) 두 원의 교점을 지나는 원

$x^2+y^2+ax+by+c+$

$k(x^2+y^2+a'x+b'x+c')=0$

* 두 원의 교점을 지나는 직선

: 두 원의 방정식을 뺀다.

(4) 원 문제 해결 : 보조선을 그어 원의 성질을 이용한다.

이동

(1) 평행이동 : x축 방향으로 a

y축 방향으로 b

$(x,\ y)\to(x+a,\ y+b)$

$f(x,\ y)=0\to f(x-a,\ y-b)=0$

(2) 대칭이동

① x축 : $(x,\ y)\to(x,\ -y)$

② y축 : $(x,\ y)\to(-x,\ y)$

③ 원점 : $(x,\ y)\to(-x,\ -y)$

④ $y=x$: $(x,\ y)\to(y,\ x)$

⑤ $y=-x$: $(x,\ y)\to(-y,\ -x)$

7 집합과 명제

집합

집합과 원소

(1) 집합의 상등 : A=B : A⊂B이고 B⊂A

(2) 부분집합

① A⊂B : 임의의 x에 대하여 x∈A이면 x∈B

② 부분집합의 개수 : n(A)$=m$인 집합 A의 부분집합의 개수는 2^m(개) *특정원소포함,제외의 부분집합의 개수!

집합의 연산

(1) 차집합 : $A-B=A\cap B^c$

(2) 드 모르간의 법칙 : $(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$, $(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$

◆ $A-B=\varnothing \Leftrightarrow A\subset B \Leftrightarrow A\cap B=A$
$\Leftrightarrow A\cap B^c=\varnothing \Leftrightarrow B^c-A^c=\varnothing$

원소의 개수

(1) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

(2) $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)$
$-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C)$

명제

$p\to q$

$p\to q$의 참, 거짓 판단

① $p\Rightarrow q$이면 P⊂Q이다.

② 반례 이용 : 반례는 p이고 q가 아닌 것($x\in P\cap Q^C$)

부정

(1) $\sim(\sim p)=p$, $\sim(p$ 또는 $q)=\sim p$ 그리고 $\sim q$
$\sim(p$ 그리고 $q)=\sim p$ 또는 $\sim q$

(2) "모든 x, $p(x)$" $\xleftrightarrow{\text{부정}}$ "어떤 x, $\sim p(x)$"
"$\sim p(x)$인 x가 있다."

역,대우

$p\to q$ ← 역 → $q\to p$

대우

$\sim p\to\sim q$ ← 역 → $\sim q\to\sim p$

* $p\to q$와 그 대우인 $\sim q\to\sim p$는 동치이다.

필요충분조건

p는 q이기 위한 $\boxed{}$ 조건

$p \underset{\text{필요}}{\overset{\text{충분}}{\rightleftarrows}} q$
(주어)

* 귀류법
① 결론을 부정
② 모순이 된다.
③ 결론은 옳다.

8 함수Ⅱ

함수와 방정식 부등식

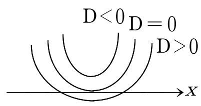
함수와 방정식

(1) $f(x)=0$의 근 : $y=f(x)$의 x절편
$f(x)=g(x)$의 근 : $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 교점의 x좌표
(2) 방정식의 실근의 개수 또는 위치 문제 : Graph 이용

함수와 부등식

부등식 문제 해결 : Graph를 이용한다.
$f(x)>0$의 해 : $y=f(x)$ 그래프 중 x축 위에 있는 그래프의 x범위
$f(x)>g(x)$의 해 : $y=f(x)$ 그래프 중 $y=g(x)$의 위에 있는 그래프 x범위

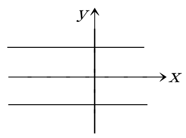
이차함수



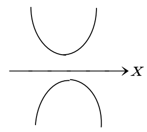
이차함수 위치 결정
① 판별식과 대칭축
② 함수값의 부호

일·이차 절대부등식

(1) 모든 실수 x에 대하여
$ax+b \geq 0 \leftrightarrow a=0,\ b \geq 0$
$ax+b \leq 0 \leftrightarrow a=0,\ b \leq 0$



(2) 모든 실수 x에 대하여
$ax^2+bx+c \geq 0 \leftrightarrow a>0,\ \mathrm{D} \leq 0$
$ax^2+bx+c \leq 0 \leftrightarrow a<0,\ \mathrm{D} \leq 0$



최대·최소

최대,최소 구하기

(1) 한 문자로 정리하기
(2) 절대부등식 이용 : 산술·기하 평균
(3) 도형의 이동 : $f(x,y)=k$
(4) 판별식 : $D \geq 0$

산술·기하 평균

ⅰ) 양수 조건 있을 때 (길이, 면적, 제곱수 등)
ⅱ) 합 또는 곱이 일정한 경우

최대·최소 응용문제

ⅰ) 직접 변화시키면서 최대·최소인 경우를 찾아본다.
ⅱ) 변하는 것, 문제를 구성하는 기본요소를 변수로 잡는다.
ⅲ) 변수가 두 개 이상이면 관계식을 구한다.

9 함수 I

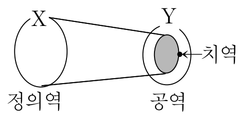
함수론

함수

(1) 함수 : 공집합이 아닌 두 집합 X, Y의 원소끼리의 대응

(2) 대응 규칙 ① X의 원소가 모두 Y의 원소로 대응
② X의 원소가 Y의 원소에 하나씩만 대응

(3)



$x \xrightarrow{f} y$, $y=f(x)$

(독립변수) (종속변수)

일대일 대응

(1) 일대일 함수 (정의) $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

(대우) $f(x_1)=f(x_2)$이면 $x_1=x_2$

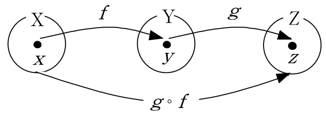
(2) 일대일대응 ① 일대일함수 ② 공역과 치역이 일치

(3) 항등함수 : $f(x)=x=\mathrm{I}(x)$

(4) 상수함수 : $f(x)=c$(c는 상수)

합성 함수

(1) 정의



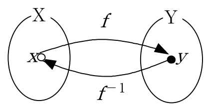
$g \circ f(x)=g(f(x))$

(2) 성질 : $f \circ g \neq g \circ f$ $(h \circ g) \circ f=h \circ (g \circ f)$

역함수

(1) 정의 f^{-1} : Y → X

$x=f^{-1}(y)$: $y \underset{f}{\overset{f^{-1}}{\rightleftarrows}} x$



함수가 존재하는 함수 : 일대일대응

(2) 성질 :

$(f^{-1})^{-1}=f$, $f^{-1} \circ f=f \circ f^{-1}=1$, $(g \circ f)^{-1}=f^{-1} \circ g^{-1}$

(3) 구하기 : ① $y=f(x)$를 $y=f^{-1}(y)$꼴로 한다.
② x와 y를 바꾼다. ③ 정의역과 치역에 주의한다.

(4) 그래프 : $y=f(x)$의 그래프 $\xleftrightarrow{y=x\text{에 대칭}}$ $y=f^{-1}(x)$의 그래프

$y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$교점 → $y=f(x)$와 $y=x$교점

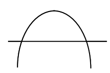
여러 가지 함수의 Graph

이차함수

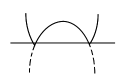
$y=ax^2+bx+c$ 축 : $x=-\dfrac{b}{2a}$

절대값기호

$y=f(x)$



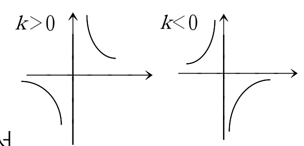
→ $y=|f(x)|$



분수함수

(1) $y=\dfrac{k}{x}$

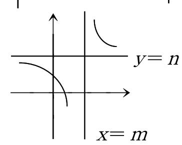
① $\begin{cases} k>0 : 1,3\text{사분면} \\ k<0 : 2,4\text{사분면} \end{cases}$



② 점근선 : x축, y축

③ $|k|$ 이 클수록 원점에서 멀어진다.

(2) $y=\dfrac{k}{x-m}+n$



점근선 : $y=n$, $x=m$

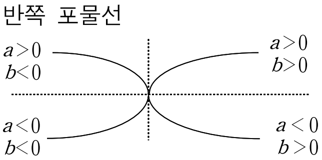
$y=\dfrac{cx+d}{ax+b}$ 점근선 : $y=\dfrac{c}{a}$ · $x=-\dfrac{b}{a}$

무리함수

$y=a\sqrt{bx+c}+d$

① $\left(-\dfrac{c}{b},\ d\right)$를 꼭지점으로 하는 반쪽 포물선

②



10 경우의 수

- 경우의 수
  - 경우의 수
    - (1) 경우를 나누고 그 결과를 더한다. (분류)
    - (2) m가지 각각에 대하여 n가지가 일어나면 $m \times n$
  - 순열
    - 순열
      - 서로 다른 n개를 일렬로 배열한다 : $n!$
      - * 이웃한다 : 한 묶음으로 본다.
      - 이웃하지 않는다 : 양끝 또는 사이에 끼워 넣는다.
  - 조합
    - 조합
      - (1) 서로 다른 n개에서 r개를 선택한다.

        $${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$$
      - (2) 조합의 도형
        - ① 직선의 개수 : ${}_nC_2$
        - ② 삼각형의 개수 : ${}_nC_2$
        - ③ 평행 사변형의 개수 : ${}_mC_2 \times {}_nC_2$
      - (3) 분할과 분배
        - ① 2,3,4명 3묶음으로 ② 2,2,2명을 3묶음으로
        - ③ 2,3,4명을 3 조로 편성

11 지수와 로그 I

지수와 로그

(1) 거듭제곱근 : n제곱하여 a가 되는 수

$$x^n = a\begin{cases} n\text{이 홀수 : } \sqrt[n]{a} \\ n\text{이 짝수 : } \pm\sqrt[n]{a}\ (a \geq 0) \end{cases}$$

(2) 거듭제곱근의 성질

$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$, $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$, $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[np]{a^{mp}}$

(3) 지수의 확장 : $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$ (음의 지수 : 역수)

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ (분수지수 : 제곱근)

(4) 지수법칙

$a^m \times a^n = a^{m+n}$, $\dfrac{a^m}{a_n} = a^{m-n}$, $(a^n)^m = a^{mn}$

$(ab)^n = a^n \cdot b^n$

(1) 로그의 정의 : $a > 0, a \neq 1, \mathrm{N} > 0$

$a^m = \mathrm{N} \leftrightarrow m = \log_a \mathrm{N}$

(2) 로그의 성질

① $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$

② $\log_a \mathrm{MN} = \log_a \mathrm{M} + \log_a \mathrm{N}$

$\log_a \dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}} = \log_a \mathrm{M} - \log_a \mathrm{N}$

$\log_a \mathrm{N}^k = k\log_a \mathrm{N}$

③ 밑변환 공식

$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

(3) 로그의 계산 원칙

① 진수자리 합, 차꼴 → 곱, 몫꼴로

② 밑이 다르면 → 밑변환 공식

③ $\log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m}\log_a b$

④ $(\log_a b)^n$꼴→치환

⑤ $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

지수 · 로그 함수

지수 함수

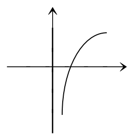
$y = \log_a x (a > 0,\ a \neq 1)$

① $\begin{cases} a > 1 \text{ : 단조 증가} \\ 0 < a < 1 \text{ : 단조 감소} \end{cases}$

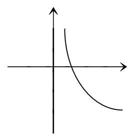
② (1, 0)을 지난다.

③ 정의역 : $x > 0$

$a > 1$



$0 < a < 1$



로그 함수

$y = a^x$

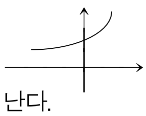
① $\begin{cases} 0 < a < 1 \text{ : 단조 감소} \\ a > 1 \text{ : 단조 증가} \end{cases}$

② a값에 관계없이 (0, 1)을 지난다.

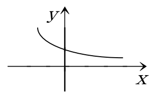
③ 치역 : $y > 0$

* $y = a^x \xleftrightarrow[\text{역함수}]{y = x\text{대칭}} y = \log_a x$

$a > 1$



$0 < a < 1$



최대 · 최소

(1) $y = a^{f(x)}$, $y = \log_a f(x)$

① $a > 1$: $f(x)$가 최대일 때 y는 최대

$f(x)$가 최소일 때 y는 최소

② $0 < a < 1$: $f(x)$가 최대일 때 y는 최소

$f(x)$가 최소일 때 y는 최대

(2) 치환

12 지수와 로그Ⅱ

지수, 로그 방정식, 부등식

지수 방정식

(1) 기본형 : $a^{f(x)}=a^{g(x)} \longleftrightarrow f(x)=g(x)$

$a^{f(x)}=b^{g(x)}$: 로그를 취한다.

(2) 치환꼴 : $a^{x}=t \longleftrightarrow t>0$

로그 방정식

(1) 기본형 : $\log_{a}f(x)=\log_{a}g(x)$

$\longleftrightarrow f(x)=g(x),\ f(x)>0,\ g(x)>0$

(2) 치환꼴 : $\log_{a}x=t \longleftrightarrow t$는 모든 실수

지수 부등식

(1) 기본형 : $a^{f(x)}>a^{g(x)}$

$\begin{cases} a>1 : f(x)>g(x) \\ 0<a<1 : f(x)<g(x) \end{cases}$

(2) 치환꼴 : $a^{x}=t \longleftrightarrow t>0$

로그 부등식

(1) 기본형 : $\log_{a}f(x)>\log_{a}g(x)$

$\begin{cases} a>1 : f(x)>g(x),\ f(x)>0,\ g(x)>0 \\ 0<a<1 : f(x)<g(x),\ f(x)>0,\ g(x)>0 \end{cases}$

(2) 치환꼴 : $\log_{a}x=t \longleftrightarrow t$는 모든 실수

(3) 로그와 부등식 문제

{ ① 밑이 1보다 큰가, 작은가?
② 진수 조건

상용 로그

상용 로그

밑이 10인 로그

지표와 가수

$\log N = \underset{\text{지표}}{n} + \underset{\text{가수}}{\alpha}$ (n은 정수, $0 \le \alpha < 1$)

지표, 가수의 성질

(1) 지표(n)

① 진수가 n자리수이면 지표는 $n-1$

② 진수가 소수 n자리째에서 처음으로 0이 아닌 수가 나오면 지표는 $-n$

(2) 가수(α) : 진수의 숫자의 배열이 같고 소수점의 위치만 다른 수들의 상용로그의 가수는 모두 같다.

(3) 지표 또는 자리수 조건 : 부등식 이용

(지표) $\le \log N <$ (지표)+1

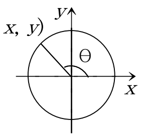
(4) a진법 문제 : 밑을 a로 한다.

13 삼각함수

삼각함수

정의

(1) $\sin\theta = \dfrac{y}{r}$, $\cos\theta = \dfrac{x}{r}$, $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$



(2) 삼각함수의 부호

* x축과 이루는 각을 이용한다.

sin +	all +
tan +	cos +

성질

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(2) 제곱 관계

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

(3) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$, $\cos(-\theta) = \cos\theta$,

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

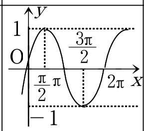
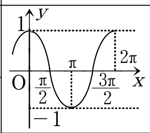
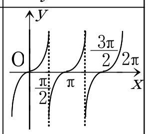
(4) $90° \times n \pm \theta$

① n이 짝수이면 그대로

n이 홀수이면 sin ⟷ cos tan ⟷ cot

② θ를 예각으로 간주하고 $90° \times n \pm \theta$가 속한 사분면에서 바뀌기 전의 삼각함수의 부호를 붙인다.

Graph

	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
그래프			
정의역	모든 실수	모든 실수	$x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ 인 모든 실수
치역	$-1 \leq y \leq 1$	$-1 \leq y \leq 1$	모든 실수
최대·최소값	1, -1	1, -1	없다, 없다
주기	2π	2π	π
대칭성	원점대칭(기함수) $f(-x) = -f(x)$	y축대칭(우함수) $f(-x) = f(x)$	원점대칭(기함수) $f(-x) = -f(x)$

(1) 정의 : $f(x+p) = f(x)$

주기 : 위의 식을 만족하는 최소의 양수 p

(2) 성질 : $y = f(x)$의 주기가 p이면

$y = f(ax+b)$의 주기는 $\dfrac{p}{|a|}$

* $y = a\sin bx$ 주기 : $\dfrac{2\pi}{|b|}$

$y = a\cos bx$ 주기 : $\dfrac{2\pi}{|b|}$

$y = a\tan bx$ 주기 : $\dfrac{\pi}{|b|}$

응용

(1) 삼각방정식의 풀이 : x축과 이루는 각 또는 그래프를 이용한다.

(2) 삼각부등식의 풀이 : 단위원 또는 그래프를 이용한다.

(3) 삼각함수의 최대, 최소

① 치환을 이용한다.

② 변역에 주의한다.

삼각형

sine 법칙

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(변형) ① $\sin A = \dfrac{a}{2R}$

② $a = 2R\sin A$

③ $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$

cosine 제1법칙

$$\begin{cases} a = b\cos C + c\cos B \\ b = a\cos C + c\cos A \\ c = a\cos B + b\cos A \end{cases}$$

cosine 제2법칙

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \end{cases}$$

(변형) $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

마주 보는 한 쌍, 외접원의 반지름 ⟶ sine 법칙

양변과 밑각(양날개) ⟶ cosine 제1법칙

양변과 사이각, 세변의 길이 ⟶ cosine 제2법칙

넓이

(1) $S = \dfrac{1}{2}bc\sin A$

(2) 헤론의 공식

$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$\left(s = \dfrac{1}{2}(a+b+c)\right)$

(3)

(4)

(5)

14 수 열

등차 등비 수열

수열문제 : 일반항을 중심으로 푼다.

등차수열

(1) 일반항 : $a_n = a + (n-1)d$

(2) 등차중항 : a, b, c가 등차수열이면

$$2b = a + c, \quad b = \frac{a+c}{2}$$

(3) 등차수열의 합 : $S_n = \dfrac{n(a+a_n)}{2} = \dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

등비수열

(1) 일반항 : $a_n = ar^{n-1}$

(2) 등비중항 : a, b, c가 등비수열이면 $b^2 = ac$

(3) 등비수열의 합 : $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} \quad (r \neq 1)$

$S_n = na \quad (r = 1)$

조화수열

(1) 정의 : 역수가 등차수열

(2) 조화중항 : a, b, c가 조화수열이면

$$\frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}, \quad b = \frac{2ac}{a+c}$$

a_n과 S_n

$a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$

$a_1 = S_1$

* 합조건이 주어진 문제에서 사용

여러 가지 수열

$\sum$의 계산

(1) $\sum$(다항식) → 공식

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$$

(2) $\sum$(지수) → 등비수열의 합

(3) $\sum$(분모) → 부분분수분해 :

$$\frac{1}{A-B} = \frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)$$ *차가 1,차가 2일때

(4) 기타의 경우 : 정의 이용

점화식

(1) 기본점화식 : 등차, 등비, 조화수열

(2) 표준점화식

① $a_{n+1} = a_n + f(n)$: 변변이 더한다.

② $a_{n+1} = pa_n + q (p \neq 1,\ q \neq 0)$

㉠ 계차가 등비수열

㉡ $(a_{n+1} - \alpha) = p(a_n - \alpha)$꼴 이용

③ $pa_{n+2} + qa_{n+1} + ra_n = 0 (p+q+r=0)$

㉠ 계차가 등비수열

㉡ $(a_{n+2} + a_{n+1}) = \dfrac{r}{p}(a_{n+1} - a_n)$

(3) a_1, a_2, a_3, a_4를 구하여 규칙을 찾는다.

수학적 귀납법

자연수 n에 대한 명제 $\mathrm{P}(n)$ 증명

(ⅰ) $\mathrm{P}(1)$이 참

(ⅱ) $\mathrm{P}(k)$가 참이면 $\mathrm{P}(k+1)$도 참이다.

15 극 한

함수의 극한

함수의 극한

(1) $\lim_{x\to a} f(x)$ 존재 $\Leftrightarrow$ $\lim_{x\to a+0} f(x) = \lim_{x\to a-0} f(x) = \alpha$

(2) 부정형의 극한값 구하기

① 직관적 : 차수 비교, 계수 비교　　* 0×범위= 0

② 식변형 : 인수분해, 유리화, 통분　*로피탈의 정리

(3) 미정계수의 결정

① $\lim_{x\to a} \dfrac{g(x)}{f(x)} = \alpha$, $\lim_{x\to a} f(x) = 0$이면 $\lim_{x\to a} g(x) = 0$

② $\lim_{x\to a} \dfrac{g(x)}{f(x)} = \alpha$, $\lim_{x\to a} g(x) = 0$이면 $\lim_{x\to a} f(x) = 0$ $(\alpha \neq 0)$

연 속

(1) 연속

① $y = f(x)$가 $x = a$에서 연속

(ⅰ) $f(a)$가 존재, (ⅱ) $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재,

(ⅲ) $f(a) = \lim_{x\to a} f(x)$

② $y = f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속

(ⅰ) 구간 (a, b)의 모든 점에서 연속

(ⅱ) $\lim_{x\to a+0} f(x) = f(a)$, $\lim_{x\to b-0} f(x) = f(b)$

(2) 연속함수의 성질

$f(x)$, $g(x)$가 $x = a$에서 연속이면

다음 함수도 $x = a$에서 연속

① $kf(x)$　② $f(x) \pm g(x)$

③ $f(x) \cdot g(x)$　④ $\dfrac{f(x)}{g(x)}\ (g(x) \neq 0)$

사잇값 정리

$y = f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이고, $f(a) \neq f(b)$일 때 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 m에 대하여 $f(c) = m (a < c < b)$인 c가 적어도 하나 존재

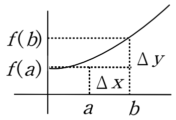
16 미 분

변화율

평균변화율

: $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

* $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$ 를 잇는 직선의 기울기

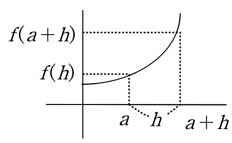


미분계수

$f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$

$f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$

* $(a,\ f(a))$에서의 접선의 기울기



미분가능

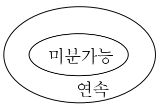
(1) $y=f(x)$가 $x=a$에서 미분 가능할 조건

(i) $x=a$에서 연속

(ii) $f'(a)$가 존재(정의식 이용)

(2) $y=f(x)$가 $x=a$에서 미분 가능 $\Rightarrow$ 연속

(3) 미분 불가능한 점 : 불연속점, 첨점



접선

(1) $f'(a)$: $x=a$에서 접선의 기울기

(접선) $y-f(a)=f'(a)(x-a)$

(2) 접선 문제는 접점을 중심으로 풀어 간다.

증감

증감과 미분계수

(1) $y=f(x)$에서

$f'(x)>0$이면 $f(x)$는 $x=x_1$에서 증가 상태

$f'(x)<0$이면 $f(x)$는 $x=x_1$에서 감소 상태

(2) $y=f(x)$가 어떤 구간에서

항상 $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 구간에서 증가

항상 $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 구간에서 감소

(cf) $y=f(x)$가 어떤 구간에서

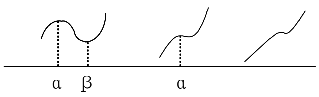
증가함수이면 $f'(x) \geq 0$

감소함수이면 $f'(x) \leq 0$

3차 함수

(1) 3차함수 : $y=ax^3+bx^2+cx+d$

$a>0$



$f'(x)=0$ 서로 다른 두 실근 중근 허근

"극값이 없다"
"일대일 대응"
"단조 증가"
$\Rightarrow f'(x)=0$ $D \leq 0$

응용

최대 · 최소

3차 이상 함수의 최대 · 최소
: 미분 → Graph 이용

방정식과 부등식

(1) 고차 방정식의 실근의 개수 또는 위치 문제
→ Graph 이용

(2) 고차 부등식의 문제 해결
→ Graph 이용

속도,가속도,변화율

점 P의 시각 t에서의 위치 $x=f(t)$

속도 : $v=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$, 속력 $|v|$

가속도 : $a=\dfrac{dv}{dt}$

" a에 대한 b의 변화율"

$\Rightarrow \dfrac{db}{da}=f'(a)$ (단, $b=f(a)$)

17 적 분

정적분

정적분의 성질

(1) 정적분의 기본 성질

$$\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$$

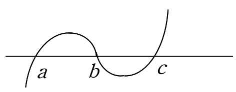
$$\int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

(2) 기타 성질

$$\int_a^a f(x)dx = 0,\quad \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du = \cdots$$



$$\int_a^b f(x)dx > 0$$

$$\int_b^c f(x)dx < 0$$

여러 가지 문제

(1) 여러 가지 함수의 정적분

① 절대값 기호가 있는 함수 : 구간을 나누어 적분

② $f(x)$가 우함수 : $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$

$f(x)$가 기함수 : $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$

(2) 정적분으로 표시된 함수의 미분

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$$

$$\frac{d}{dx}\int_x^{x+a} f(t)dt = f(x+a) - f(x)$$

(3) 무한급수와 정적분

$$\lim_{x\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\frac{pk}{n}\right)\frac{p}{n} = \int_a^{a+p} f(x)dx$$

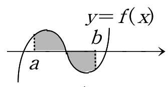
$$a+\frac{pk}{n} \to x,\quad \frac{p}{n} \to dx$$

(a : 구간의 시작, p : 구간의 길이)

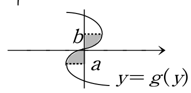
정적분의 응용

넓이

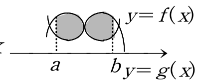
(1) $S = \int_a^b |f(x)|dx$



(2) $S = \int_a^b |g(y)|dy$



(3) $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$



면적 공식

(1) $S = \frac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$

(2) $S = \frac{|a|}{12}(\beta-\alpha)^4$

속도와 거리

점 P의 시각 t에서의 속도 : $v(t)$

t_0에서 점 P의 위치 x_0 (처음 위치)

(1) 위치 : $x = x_0 + \int_{t_0}^t v(t)dt$

(2) 실제 움직인 거리 : $l = \int_{t_0}^t |v(t)|dt$

[확률과 통계]

18 경우의 수

- **경우의 수**
  - 경우의 수
    - (1) 경우를 나누고 그 결과를 더한다. (분류)
    - (2) m가지 각각에 대하여 n가지가 일어나면 $m \times n$
  - 순열
    - 순열
      - 서로 다른 n개를 일렬로 배열한다 : $n!$
      - * 이웃한다 : 한 묶음으로 본다.
      - 이웃하지 않는다 : 양끝 또는 사이에 끼워 넣는다.
    - 원 순열
      - 서로 다른 n개를 원형으로 배열한다 : $(n-1)!$
    - 중복 순열
      - 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 뽑아서 일렬로 배열한다. ${}_n\Pi_r = n^r$
      - 예)모스부호,함수의 개수,우체통,여관, 가위바위보
    - 같은 것이 있는 순열
      - n개 중 같은 것이 p개, q개, r개가 있을 때, 이 n개를 일렬로 배열한다.
      - $\dfrac{n!}{p!\,q!\,r!}$
      - * 최단경로 문제 : 같은 것이 있는 순열이용
  - 조합
    - 조합
      - 서로 다른 n개에서 r개를 선택한다.
      - ${}_nC_r = \dfrac{{}_nP_r}{r!}$
      - * 조합의 응용 : 도형의 개수 구하기, 조편성
    - 중복조합
      - 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 선택한다.
      - ${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$ 예) 부정방정식
  - 이항정리
    - 이항정리
      - $(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1} b^1 + {}_nC_2 a^{n-2} b^2 + \cdots + {}_nC_n b^n$
      - $= \sum_{r=0}^{n} \underbrace{{}_nC_r a^{n-r} b^r}_{\text{일반항}}$ *삼항정리 참조
    - 이항계수의 성질
      - ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$
      - ${}_nC_0 + {}_nC_2 + {}_nC_4 + \cdots + = {}_nC_1 + {}_nC_3 + {}_nC_5 \cdots$
      - ${}_nC_1 + 2 \cdot {}_nC_2 + 3 \cdot {}_nC_3 + \cdots + n \cdot {}_nC_n = n \cdot 2^{n-1}$
      - * 이항계수의 성질 : $(1+x)^n$이용

19 확률

- **확 률**
  - **확률의 정의**
    - (1) $P(A)=\dfrac{(\text{사건 A의 근원사건의 개수})}{(\text{근원사건의 총 개수})}$
    - (2) 기하학적 확률 : 변수가 연속일 때
      $P=\dfrac{(\text{원하는 영역의 크기})}{(\text{전 영역의 크기})}$
      길이, 넓이
    - * 변수가 두 개일 때는 부등식의 영역 이용
  - **확률의 계산**
    - **확률의 기본 성질**
      - $0\le P(A)\le 1,\ P(S)=1,\ P(\varnothing)=0$
    - **덧셈정리**
      - (1) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
      - (2) $A\cap B=\varnothing$일 때 A, B는 배반
        $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
    - **곱셈정리**
      - (1) 조건부 확률 : $P(B|A)=$(A가 일어났을 때 B가 일어날 확률)
        $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$
      - (2) 독립 : $P(B|A)=P(B|A^C)=P(B)$
        종속 : $P(B|A)\ne P(B|A^C)$
      - (3) 곱셈 정리
        $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B|A)$
      - * A, B가 독립일 때
        $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$
    - **독립시행의 확률**
      - 독립시행에서 각 회에 A가 일어날 확률을 p, n회 시행 중 r회 일어날 확률은
        $P_r={}_nC_r\,p^r q^{n-r}$
    - **확률 구하기**
      - (1) 경우를 나누면 더한다.
      - (2) 모두 일어나면 곱한다.

20 통 계

확률의 분포

확률 분포

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$	x_n
p	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$	p_n

$\sum p_i = 1$, $\mathrm{E(X)} = \sum x_i p_i$, $\mathrm{V(X)} = \sum x_i^2 p_i - m^2$

변수의 변환

$\mathrm{E}(a\mathrm{X}+b) = a\mathrm{E(X)}+b$

$\mathrm{V}(a\mathrm{X}+b) = a^2\,\mathrm{V(X)}$

$\sigma(a\mathrm{X}+b) = |a|\,\sigma(\mathrm{X})$

$\mathrm{E}(\mathrm{X}^2) = \mathrm{V(X)}+\{\mathrm{E(X)}\}^2$

이항분포

(1) n번 독립시행, 사건 A가 일어날 확률 : p

일어나는 횟수 : X

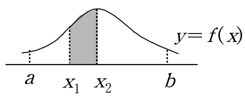
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=k) = {}_nC_k p^k q^{n-k} \Rightarrow \mathrm{B}(n,\ p)$

(2) $\mathrm{E(X)} = np$ $\quad\mathrm{V(X)} = npq$

연속확률분포

연속확률분포

확률밀도함수



(i) $f(x) \geqq 0$

(ii) $\int_a^b f(x)dx = 1$

(iii) $\mathrm{P}(x_1 < \mathrm{X} < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$

정규분포

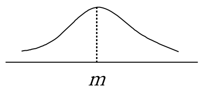
(1) $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$

$x=m$에 대칭, $x=m$에 최대, x축을 점근선

(2) 표준정규분포

$\mathrm{N}(m,\ \sigma^2) \rightarrow \mathrm{N}(0,\ 1^2)$

$\mathrm{Z} = \dfrac{\mathrm{X}-m}{\sigma}$



(3) σ=1, σ=2, σ=3 일때의 값

이항분포 정규근사

n이 충분히 클 때

$\mathrm{B}(n,\ p) \rightarrow \mathrm{N}(np,\ npq)$

[미적분]

21 극 한

수열의 극한

극한값의 기본성질

$\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n=\beta$ (수렴)

(1) $\lim_{n\to\infty} ka_n = k\alpha$ (2) $\lim_{n\to\infty}(a_n \pm b_n)=\alpha\pm\beta$

(3) $\lim_{n\to\infty} a_n b_n=\alpha\beta$ (4) $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}=\frac{\alpha}{\beta}\,(\beta\neq 0)$

(5) $\lim_{n\to\infty} f(a_n)=f(\alpha)$ (단, $f(\alpha)$가 존재)

극한과 부등식

(1) 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여
$a_n \leqq b_n$이고, $\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n=\beta$이면 $\alpha\leqq\beta$

(2) 세 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$에 대하여
$a_n\leqq b_n\leqq c_n$이고, $\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty} c_n=\alpha$이면
$\lim_{n\to\infty} b_n=\alpha$

무한등비수열

$$\lim_{n\to\infty} r^n \begin{cases} r>1 : \infty \\ -1<r<1 : 0\text{에 수렴} \\ r=1 : 1\text{에 수렴} \\ r\leqq -1 : \text{진동} \end{cases}$$

수렴할 조건 : $-1<r\leqq 1$

무한급수

(1) $S=a_1+a_2+\cdots+a_n+\cdots$
$=\sum_{n=1}^{\infty} a_n=\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} a_k$
(S_n: 부분집합)

(2) 수렴, 발산

$$\lim_{n\to\infty} S_n=\begin{cases}\text{수렴 : 수열 } \{S_n\}\text{이 수렴} \\ \text{발산 : 수열 } \{S_n\}\text{이 발산}\end{cases}$$

(3) $\lim_{n\to\infty} S_n$이 수렴 $\rightleftarrows$ $\lim_{n\to\infty} a_n=0$
$\lim_{n\to\infty} a_n\neq 0$ $\Rightarrow$ $\lim_{n\to\infty} S_n$은 발산

무한등비급수

$S=a+ar+ar^2+\cdots(a\neq 0)$은
$-1<r<1$일 때만 수렴하고 그 합은
$S=\frac{a}{1-r}$

함수의 극한

함수의 극한

(1) $\lim_{x\to a} f(x)$ 존재 $\Leftrightarrow$ $\lim_{x\to a+0} f(x)=\lim_{x\to a-0} f(x)=\alpha$

(2) 부정형의 극한값 구하기
① 직관적 : 차수 비교, 계수 비교 * 0×범위= 0
② 식변형 : 인수분해, 유리화, 통분 *로피탈의 정리

(3) 미정계수의 결정
① $\lim_{x\to a}\frac{g(x)}{f(x)}=\alpha$, $\lim_{x\to a} f(x)=0$이면 $\lim_{x\to a} g(x)=0$
② $\lim_{x\to a}\frac{g(x)}{f(x)}=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=0$이면
$\lim_{x\to a} f(x)=0$ $(\alpha\neq 0)$

연 속

(1) 연속
① $y=f(x)$가 $x=a$에서 연속
(i) $f(a)$가 존재, (ii) $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재,
(iii) $f(a)=\lim_{x\to a} f(x)$
② $y=f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속
(i) 구간 (a, b)의 모든 점에서 연속
(ii) $\lim_{x\to a+0} f(x)=f(a)$, $\lim_{x\to b-0} f(x)=f(b)$

(2) 연속함수의 성질
$f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면
다음 함수도 $x=a$에서 연속
① $kf(x)$ ② $f(x)\pm g(x)$
③ $f(x)\cdot g(x)$ ④ $\frac{f(x)}{g(x)}\,(g(x)\neq 0)$

중간값 정리

$y=f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이고, $f(a)\neq f(b)$일 때 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 m에 대하여 $f(c)=m(a<c<b)$인 c가 적어도 하나 존재

22 삼각함수 공식

삼각함수

덧셈정리

(1) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

(2) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

(3) $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

반각의 공식

(1) $\sin^2\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1-\cos\theta}{2}$ (2) $\cos^2\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1+\cos\theta}{2}$

(3) $\tan^2\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

곱 · 합차

(1) $\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$

(2) $\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$

(3) $\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$

(4) $\sin\alpha\sin\beta=-\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$

미적분 공식

극한

(1) $e=\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{x})^x=\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\tan x}=1$

미분

(1) $y=\sin x \Rightarrow y'=\cos x$ (2) $y=\cos x \Rightarrow y'=-\sin x$

(3) $y=\tan x \Rightarrow y'=\sec^2 x$ (4) $y=\cot x \Rightarrow y'=-\mathrm{cosec}^2 x$

(5) $y=\sec x \Rightarrow y'=\sec x\tan x$

(6) $y=\mathrm{cosec}\, x \Rightarrow y'=-\mathrm{cosec}\, x\cot x$

(7) $(a^x)'=a^x \ln a$ (8) $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{1}{\ln a}$

적분

① $\int \sin x\,dx=-\cos x+C$ ② $\int \cos x\,dx=\sin x+C$

③ $\int \sec^2 x\,dx=\tan x+C$ ④ $\int \csc^2 x\,dx=-\cot x+C$

⑤ $\int \sec x\tan x\,dx=\sec x+C$ ⑥ $\int \csc x\cot x\,dx=-\csc x+C$

* $\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+C$ $(a>0,\ a\neq 1)$ $\int e^x dx=e^x+C$

23 여러 가지 함수의 미 · 적분

미분법

합성함수

$y=g(f(x))$ 의 미분

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\frac{du}{dx}=f'(u)g'(x)=f'\{g(x)\}g'(x)$

음함수

x의 함수 y가 음함수 $f(x,\ y)=0$ 의 꼴로 주어질 때 $\Rightarrow \frac{dy}{dx}\ (y')$

매개변수

$x=f(t),\ y=g(t)$ 가 미분가능하고 $\frac{dy}{dx}\neq 0$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{g'(t)}{f'(t)}$$

역함수

$y=f(x)$ 에서 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 에 대하여

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{1}{f'(x)}=\frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

※삼각 로그함수의 미분공식확인!

적분법

여러 가지 적분법

(1) 치환 적분법

$\int f(ax+b)dx=\frac{1}{a}\mathrm{F}(\mathrm{ax}+\mathrm{b})+\mathrm{C}$

(2) 부분 적분법 : $\int u'vdx=uv-\int uv'dx$

*지삼정로

여러 가지 함수의 적분

(1) 삼각함수 적분

공식 이용

$\rightarrow$ $\sin(ax+b),\ \cos(ax+b)$

$\sec^2(ax+b),\ \mathrm{cosec}^2(ax+b)$ 꼴로 변형

(2) 부분 함수 적분 : 부분 분수 분리

※삼각 로그 함수의 적분공식 확인!

[기하]

24 이차곡선과 공간도형

이차곡선

- 포물선
  - (1) 초점이 $F(p,\ 0)$ $\Rightarrow$ $y^2 = 4px$ (단, $p \neq 0$)
  - (2) 초점이 $F(0,\ p)$ $\Rightarrow$ $x^2 = 4py$ (단, $p \neq 0$)
- 타원
  - (1)장축이 X축 $\Rightarrow$ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$, $c^2 = a^2 - b^2$)
  - (2)장축이 Y축 $\Rightarrow$ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > a > 0$, $c^2 = b^2 - a^2$)
- 쌍곡선
  - (1) 주축X축 $\Rightarrow$ $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ ($c > a > 0$, $c^2 = a^2 + b^2$)
  - (2) 주축Y축 $\Rightarrow$ $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = -1$ ($c > b > 0$, $c^2 = a^2 + b^2$)

공간도형

- 삼수선의 정리
  - (1) $\overline{AO} \perp \alpha$, $\overline{BO} \perp l$ $\Rightarrow$ $\overline{AB} \perp l$
  - (2) $\overline{AO} \perp \alpha$, $\overline{AB} \perp l$ $\Rightarrow$ $\overline{OB} \perp l$
  - (3) $\overline{AB} \perp l$, $\overline{BO} \perp l$ $\Rightarrow$ $\overline{AO} \perp \alpha$
- 정사영
  - (1) $\overline{A'B'} = \overline{AB}\cos\theta$
  - (2) $\triangle A'B'C' = \triangle ABC \cos\theta$
- 공간좌표
  - 거리, 내분점,외분점,무게중심, 구의 방정식 $\Rightarrow$ z 좌표 도입!

25 벡터

벡터와 연산

벡터

(1) $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}$

(2) $\vec{a}\neq 0$, $\vec{b}\neq 0$일 때, $\vec{a}\,/\!/\,\vec{b} \Leftrightarrow \vec{b}=m\vec{a}$

(m은 0아닌 실수)

세 점이 일직선상에 있다.$\Leftrightarrow$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=\pm|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$

벡터의 내적

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\Theta$, $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

(2) $\vec{a}\perp\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0$

(3) $\vec{a}\,/\!/\,\vec{b} \Leftrightarrow \vec{b}=m\vec{a}$ (m은 0아닌 실수)

위치벡터

(1) 위치벡터: 시점을 고정시킨 벡터를 위치벡터라 한다.

(2) 선분의 분점의위치벡터

$$\vec{p}=\frac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n},\quad \vec{q}=\frac{m\vec{b}-n\vec{a}}{m-n}\ (m\neq n)$$

$$\vec{d}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$$

(3) 삼각형의무게중심의 위치벡터 $\Rightarrow$ $\vec{g}=\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$

벡터의 활용

직선의 방정식

(1) $\dfrac{x-x_1}{a}=\dfrac{y-y_1}{b}$

(2) $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$

※방향벡터가 직선 결정, 방향코사인 정의 확인!

수직인 직선의 방정식

(1) $a(x-x_1)+b(y-y_1)=0$

(2) ※벡선벡터가 결정