

유형별 학습

이름

쎈 - 수학 II (2025) 63,65p_문제연습1

접선의 방정식 ~ 평균값 정리

01 곡선 $y = 3x^2 - 8x + 5$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오.

02 곡선 $y = 2x^3 - 7x^2 - 1$ 위의 점 $(1, -6)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오.

03 곡선 $y = x^2 - 2x + 3$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서 접선의 방정식을 구하면?

- ① $y = 6x + 3$
- ② $y = 2x - 1$
- ③ $y = 2x - 7$
- ④ $y = 2x + 1$
- ⑤ $y = 6x - 3$

04 $f(x) = -x^2 + 4x$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면?

- ① $y = x$
- ② $y = x - 1$
- ③ $y = x + 1$
- ④ $y = 2x - 1$
- ⑤ $y = 2x + 1$

05 포물선 $y = -x^2 + 3x$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서 이 곡선에 그은 접선의 방정식은?

- ① $y = x - 1$
- ② $y = x + 2$
- ③ $y = x - 2$
- ④ $y = 2x + 1$
- ⑤ $y = x + 1$

06 곡선 $y = x^3 + 2x^2 + x - 2$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서 그은 접선의 방정식은?

- ① $y = 8x - 6$
- ② $y = 6x - 3$
- ③ $y = 6x - 4$
- ④ $y = 8x + 6$
- ⑤ $y = 6x - 5$



07

$y = x^3 - 1$ 위의 점 $(-1, -2)$ 를 지나고 이 점에서의 접선에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $3x + y + 5 = 0$
- ② $3x + y - 5 = 0$
- ③ $2x + 3y - 7 = 0$
- ④ $x - 3y + 7 = 0$
- ⑤ $x + 3y + 7 = 0$

08

곡선 $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 7$ 위의 점 $(2, 3)$ 을 지나고 이 점에서의 접선과 수직인 직선의 방정식은?

- ① $x - y + 2 = 0$
- ② $x - y + 4 = 0$
- ③ $x - 2y + 2 = 0$
- ④ $x - 2y + 4 = 0$
- ⑤ $2x + y + 4 = 0$

09

함수 $y = x^2 - 2x + 6$ 의 그래프의 접선 중 그 기울기가 4인 접선의 방정식은?

- ① $y = 4x + 5$
- ② $y = 4x + 3$
- ③ $y = 4x + 1$
- ④ $y = 4x - 1$
- ⑤ $y = 4x - 3$

10

곡선 $y = x^2 - 4x - 3$ 에 접하고 직선 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 에 수직인 직선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때 상수 m, n 에 대하여 $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오.

11

점 $(-1, 2)$ 에서 곡선 $y = x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ 에 그은 접선의 방정식은?

- ① $y = 2x + 3$
- ② $y = 2x + 4$
- ③ $y = 3x + 5$
- ④ $y = 4x + 5$
- ⑤ $y = 4x + 6$

12

점 $(2, -13)$ 에서 곡선 $y = -x^3 + 2x^2 + 4x - 3$ 에 그은 접선의 방정식은?

- ① $y = -3x - 7$
- ② $y = -3x + 5$
- ③ $y = -3x - 1$
- ④ $y = 4x + 5$
- ⑤ $y = 4x + 6$

13 두 곡선 $y = x^3 - 4x$, $y = ax^2 + bx$ 가 $x = -1$ 에서 공통인 접선을 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{4}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

14 두 곡선 $y = x^3 + 3x$, $y = 3x^2 + 1$ 이 한 점에서 접할 때, 두 곡선의 접점의 x 좌표를 구하시오.

15 두 곡선 $y = x^3$, $y = x^3 - 32$ 의 공통인 접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

16 함수 $f(x) = x^2 - 3x - 4$ 에 대하여 구간 $[0, 3]$ 에서 롤의 정리를 만족시키는 상수 c 의 값을 구하시오.

17 함수 $f(x) = x^2 - x + 2$ 에 대하여 닫힌 구간 $[-1, 2]$ 에서 롤의 정리를 만족시키는 상수 c 의 값을 구하시오.

18 함수 $f(x) = (x+7)(x-3)$ 에 대하여 구간 $[-7, 3]$ 에서 롤의 정리를 만족시키는 상수 c 의 값을 구하시오.

-
- | | |
|---|--|
| <p>19 함수 $f(x) = 3x - x^2$에 대하여 구간 $[0, 3]$에서 롤의 정리를 만족하는 실수 c의 값을 구하시오.</p> <p>20 함수 $f(x) = x^3 - 12x + 18$에 대하여 닫힌 구간 $[-4, 2]$에서 롤의 정리를 만족시키는 c의 개수를 구하시오.</p> <p>21 함수 $f(x) = -x^2 - 4$에 대하여 구간 $[0, 3]$에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오.</p> | <p>22 함수 $f(x) = 3x^2 - 4x$에 대하여 구간 $[-2, 2]$에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오.</p> <p>23 함수 $f(x) = x^3 - 4x + 2$에 대하여 구간 $[-1, 2]$에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오.</p> <p>24 함수 $f(x) = x^3 - 4x + 7$에 대하여 구간 $[-2, 1]$에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오.</p> |
|---|--|

-
- 25** 함수 $f(x) = 3x^3 - 4x$ 에 대하여 구간 $[-2, 1]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c 의 값을 구하시오.

유형별 학습

이름

쎈 - 수학 II (2025) 63,65p_문제연습1

접선의 방정식 ~ 평균값 정리

정답

01 -2	02 -8	03 ②
04 ⑤	05 ⑤	06 ①
07 ⑤	08 ④	09 ⑤
10 20	11 ⑤	12 ①
13 ③	14 1	15 ①
16 $\frac{3}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	18 -2
19 $\frac{3}{2}$	20 1	21 $\frac{3}{2}$
22 0	23 1	24 -1
25 -1		

해설

이름

쎈 - 수학 II (2025) 63,65p_문제연습1

접선의 방정식 ~ 평균값 정리

01 정답 -2

해설 $f(x)=3x^2-8x+5$ 로 놓으면 $f'(x)=6x-8$ 이므로
 $f'(1)=-2$

02 정답 -8

해설 $f(x)=2x^3-7x^2-1$ 이라 하면
 $f'(x)=6x^2-14x$
따라서 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, -6)$ 에서의 접선의
기울기는
 $f'(1)=-8$

03 정답 ②

해설 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기를 구하려면
 $y=f(x)$ 라 할 때 $f'(2)$ 이므로 $f'(x)=2x-2$
 $\therefore f'(2)=2$
따라서 접선의 방정식은 $y-3=2(x-2)$
 $\therefore y=2x-1$

04 정답 ⑤

해설 $f(x)=-x^2+4x$
 $f'(x)=-2x+4$
 $\therefore f'(1)=2$
(1, 3)에서의 접선의 방정식은
 $y-3=f'(1)(x-1)$
 $\therefore y=2x+1$

05 정답 ⑤

해설 $f(x)=-x^2+3x$ 라 하면 $f'(x)=-2x+3$
따라서 포물선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의
기울기는
 $f'(1)=1$
즉, 구하는 접선의 방정식은
 $y-2=1 \cdot (x-1)$
 $\therefore y=x+1$

06 정답 ①

해설 $f(x)=x^3+2x^2+x-2$ 라 하면
 $f'(x)=3x^2+4x+1$ 이므로, 따라서
 $x=1$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(1)=8$ 이 된다.
따라서, 구하는 접선의 방정식은 기울기가
8이고 점 $(1, 2)$ 를 지나므로
 $\therefore y-2=8(x-1)$
 $\therefore y=8x-6$

07 정답 ⑤

해설 $f(x)=x^3-1$ 로 놓으면 $f'(x)=3x^2$
이 곡선 위의 $x=-1$ 인 점에서의
접선의 기울기는 $f'(-1)=3$ 이므로
이 접선에 수직인
직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이다.
따라서 기울기가 $-\frac{1}{3}$ 이고 점 $(-1, -2)$ 를
지나는 직선의 방정식은
 $y+2=-\frac{1}{3}(x+1)$
 $\therefore x+3y+7=0$

08 정답 ④

해설 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 7$ 로 놓으면
 $f'(x) = 3x^2 - 8x + 2$ 이므로 $f'(2) = -2$
점 (2, 3)에서의 접선의 기울기는 -2 이므로 접선과
수직인 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2)$
 $\therefore x - 2y + 4 = 0$

09 정답 ⑤

해설 $f(x) = x^2 - 2x + 6$ 로 놓으면 $f'(x) = 2x - 2$
접점의 좌표를 $(\alpha, \alpha^2 - 2\alpha + 6)$ 이라 하면
기울기가 4이므로
 $f'(\alpha) = 2\alpha - 2 = 4$
 $\therefore \alpha = 3$
따라서 기울기가 4이고 점 (3, 9)를 지나는 접선의
방정식은
 $y - 9 = 4(x - 3)$
 $\therefore y = 4x - 3$

10 정답 20

해설 $f(x) = x^2 - 4x - 3$ 으로 놓고 접점을 $(a, f(a))$ 로 놓으면
 $x = a$ 에서 접선의 기울기는 $f'(a) = 2a - 4$ 이다.
접선에 수직인 직선의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로
접선의 기울기가 -2 이다.
즉, $2a - 4 = -2$ 에서 $a = 1$ 이므로 접선의 방정식은
 $y - f(1) = -2(x - 1)$
 $y - (-6) = -2(x - 1)$
 $\therefore y = -2x - 4$
따라서 $m = -2, n = -4$ 이므로
 $m^2 + n^2 = (-2)^2 + (-4)^2 = 20$

11 정답 ⑤

해설 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4$
접점의 좌표를 $(a, a^3 + 3a^2 + 4a + 2)$ 라 하면
이 점에서의 접선의 기울기는
 $f'(a) = 3a^2 + 6a + 4$ 이므로 접선의 방정식은
 $y - (a^3 + 3a^2 + 4a + 2) = (3a^2 + 6a + 4)(x - a)$
 $\therefore y = (3a^2 + 6a + 4)x - 2a^3 - 3a^2 + 2 \quad \dots \textcircled{⑦}$
직선 ⑦이 점 (-1, 2)를 지나므로
 $2 = -2a^3 - 6a^2 - 6a - 2$
 $a^3 + 3a^2 + 3a + 2 = 0, (a+2)(a^2+a+1) = 0$
이때 $a^2 + a + 1 = \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ 이므로
 $a = -2$
 $a = -2$ 를 ⑦에 대입하면 구하는 접선의 방정식은
 $y = 4x + 6$

12 정답 ①

해설 $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x - 3$ 으로 놓으면
 $f'(x) = -3x^2 + 4x + 4$
접점의 좌표를 $(a, -a^3 + 2a^2 + 4a - 3)$ 이라 하면
이 점에서의 접선의 기울기는
 $f'(a) = -3a^2 + 4a + 4$ 이므로 접선의 방정식은
 $y - (-a^3 + 2a^2 + 4a - 3) = (-3a^2 + 4a + 4)(x - a)$
 $\therefore y = (-3a^2 + 4a + 4)x + 2a^3 - 2a^2 - 3 \quad \dots \textcircled{⑧}$
⑧이 점 (2, -13)를 지나므로
 $-13 = 2a^3 - 8a^2 + 8a + 5$
 $2a^3 - 8a^2 + 8a + 18 = 0, (a+1)(a^2 - 5a + 9) = 0$
이때, $a^2 - 5a + 9 = \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0$ 이므로
 $a = -1$
 $a = -1$ 을 ⑧에 대입하면 구하는 접선의 방정식은
 $y = -3x - 7$

13 정답 ③

해설 $f(x) = x^3 - 4x$, $g(x) = ax^2 + bx$ 로 놓으면
 $f'(x) = 3x^2 - 4$, $g'(x) = 2ax + b$
 두 곡선이 $x = -1$ 에서 공통인 접선을 가지므로
 $f(-1) = g(-1)$ 에서 $3 = a - b$ ㉠
 $f'(-1) = g'(-1)$ 에서 $-1 = -2a + b$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = -5$
 $\therefore \frac{a}{b} = \frac{2}{5}$

14 정답 1

해설 $f(x) = x^3 + 3x$, $g(x) = 3x^2 + 1$ 이라 하면
 $f'(x) = 3x^2 + 3$, $g'(x) = 6x$
 두 곡선의 접점의 x 좌표를 t 라 하면
 $f(t) = g(t)$, $f'(t) = g'(t)$ 이어야 한다.
 $f(t) = g(t)$ 에서
 $t^3 + 3t = 3t^2 + 1$, $(t-1)^3 = 0$
 $\therefore t = 1$ ㉠
 $f'(t) = g'(t)$ 에서
 $3t^2 + 3 = 6t$, $3(t-1)^2 = 0$
 $\therefore t = 1$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $t = 1$ 이므로 접점의 x 좌표는 1이다.

15 정답 ①

해설 $f(x) = x^3$, $g(x) = x^3 - 32$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2$, $g'(x) = 3x^2$
 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 (α, α^3) 에서의 접선의
 방정식은
 $y - \alpha^3 = 3\alpha^2(x - \alpha)$, 즉 $y = 3\alpha^2x - 2\alpha^3$
 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(\beta, \beta^3 - 32)$ 에서의 접선의
 방정식은
 $y - \beta^3 + 32 = 3\beta^2(x - \beta)$, 즉 $y = 3\beta^2x - 2\beta^2 - 32$
 이때 두 접선이 일치하므로
 $3\alpha^2 = 3\beta^2$ ㉠
 $-2\alpha^3 = -2\beta^3 - 32$ ㉡
 ㉠에서 $\alpha^2 = \beta^2$, 즉 $\alpha^2 - \beta^2 = 0$ 에서
 $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = 0$
 $\therefore \alpha = -\beta$ ($\because \alpha \neq \beta$)
 $\alpha = -\beta$ 를 ㉡에 대입하여 풀면
 $\alpha = 2$, $\beta = -2$
 따라서 공통인 접선의 방정식은 $y = 12x - 16$ 이다.
 즉, $a = 12$, $b = -16$ 이므로
 $a + b = -4$

16 정답 $\frac{3}{2}$

해설 함수 $f(x) = x^2 - 3x - 4$ 는 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서
 연속이고 열린구간 $(0, 3)$ 에서 미분가능하며
 $f(0) = f(3) = -4$ 이므로 $f'(c) = 0$ 인 c 가
 열린구간 $(0, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.
 이때 $f'(x) = 2x - 3$ 이므로 $f'(c) = 2c - 3 = 0$
 $\therefore c = \frac{3}{2}$

17 정답 $\frac{1}{2}$

해설 함수 $f(x) = x^2 - x + 2$ 는
 닫힌 구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이고
 열린 구간 $(-1, 2)$ 에서 미분가능하며
 $f(-1) = f(2) = 4$ 이므로 $f'(c) = 0$ 인 c 가
 구간 $(-1, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.
 $f'(x) = 2x - 1$ 이므로
 $f'(c) = 2c - 1 = 0$
 $\therefore c = \frac{1}{2}$

18 정답 -2

해설 $f(x) = (x+7)(x-3) = x^2 + 4x - 21$ 은
 닫힌구간 $[-7, 3]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-7, 3)$ 에서
 미분가능하며 $f(-7) = f(3) = 0$ 이다.
 따라서 롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가
 구간 $(-7, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.
 $f'(x) = 2x + 4$ 이므로 $f'(c) = 2c + 4$
 $\therefore c = -2$

19 정답 $\frac{3}{2}$

해설 함수 $f(x)$ 는 구간 $[0, 3]$ 에서 연속이고
 구간 $(0, 3)$ 에서 미분가능하며 $f(0) = f(3)$ 이므로
 $f'(c) = 0$ 인 c 가 0과 3 사이에 적어도 하나 존재한다.
 $f'(x) = 3 - 2x$ 이므로 $f'(c) = 3 - 2c = 0$
 따라서 $c = \frac{3}{2}$ 이다.

20 정답 1

해설 함수 $f(x) = x^3 - 12x + 18$ 은 닫힌 구간 $[-4, 2]$ 에서 연속이고 열린 구간 $(-4, 2)$ 에서 미분가능하며 $f(-4) = f(2) = 20$ 으로 롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린 구간 $(-4, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.

이때 $f'(x) = 3x^2 - 12x$ 이므로

$$f'(c) = 3c^2 - 12 = 0$$

$$(c-2)(c+2) = 0$$

$$\therefore c = -2 \text{ } (\because -4 < c < 2)$$

따라서 롤의 정리를 만족시키는 c 는 -2 의 1개이다.

21 정답 $\frac{3}{2}$

해설 함수 $f(x) = -x^2 - 4$ 는 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 연속이고 열린구간 $(0, 3)$ 에서 미분가능하므로

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = f'(c) \text{인 } c \text{가 열린구간 } (0, 3) \text{에}$$

적어도 하나 존재한다.

이때 $f'(x) = -2x$ 이므로

$$\frac{-13 - (-4)}{3 - 0} = -2c, -2c = -3$$

$$\therefore c = \frac{3}{2}$$

22 정답 0

해설 함수 $f(x) = 3x^2 - 4x$ 는 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-2, 2)$ 에서 미분가능하므로

$$\frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} = f'(c) \text{인 } c \text{가 열린구간 } (-2, 2) \text{에}$$

적어도 하나 존재한다.

이때 $f'(x) = 6x - 4$ 이므로

$$\frac{4 - 20}{2 - (-2)} = 6c - 4, 6c - 4 = -4$$

$$\therefore c = 0$$

23 정답 1

해설 함수 $f(x) = x^3 - 4x + 2$ 는 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여 $\frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = f'(c)$ 인 c 가 구간 $(-1, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 3x^2 - 4 \text{이므로 } \frac{2 - 5}{2 - (-1)} = 3c^2 - 4$$

$$c^2 = 1 \quad \therefore c = 1 \text{ } (\because -1 < c < 2)$$

24 정답 -1

해설 함수 $f(x) = x^3 - 4x + 7$ 은 닫힌구간 $[-2, 1]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-2, 1)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여 $\frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = f'(c)$ 인 c 가 구간 $(-2, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 3x^2 - 4 \text{이므로 } \frac{4 - 7}{1 - (-2)} = 3c^2 - 4$$

$$c^2 = 1 \quad \therefore c = -1 \text{ } (\because -2 < c < 1)$$

25 정답 -1

해설 함수 $f(x) = 3x^3 - 4x$ 는 닫힌구간 $[-2, 1]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-2, 1)$ 에서 미분가능하므로 $\frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = f'(c)$ 인 c 가 열린구간 $(-2, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.

이때 $f'(x) = 9x^2 - 4$ 이므로

$$\frac{-1 - (-16)}{1 - (-2)} = 9c^2 - 4, 9c^2 - 4 = 5, c^2 = 1$$

$$\therefore c = -1 \text{ } (\because -2 < c < 1)$$