

**덕성여자고등학교 2024년 1학년 1학기 기말고사 수학(상)**  
**시험범위 : 여러 가지 방정식 ~ 원의 방정식의 표준형과 일반형**

선택형	14문항	65점
서술형 · 논술형	6문항	35점
계	20문항	100점

4. 직선  $x + y - 3 = 0$  과의 거리가  $3\sqrt{2}$ 이고, 직선  $y = 2x$  위에 있는 점 중 제 3사분면 위의 점의 좌표는? (4.2점)

- ①  $(0, 0)$       ②  $(-1, -2)$       ③  $(-2, -4)$   
 ④  $(-3, -6)$       ⑤  $(-4, -8)$

**《 선택형 문제 - 14문항 》**

1. 두 점  $A(2, -3)$ ,  $B(-4, 5)$  사이의 거리는? (4점)

- ① 6      ② 7      ③ 8  
 ④ 9      ⑤ 10

5. 이차부등식  $x^2 + (a+1)x + a < 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 실수  $a$ 의 값 또는 범위로 옳은 것은? (4.4점)

- ①  $a = -1$   
 ②  $a = 1$   
 ③  $a < -1$  또는  $a > -1$   
 ④  $a < 1$  또는  $a > 1$   
 ⑤ 모든 실수

2. 직선  $4x - 3y + 3 = 0$ 이 직선  $ax - \left(a - \frac{1}{2}\right)y + 3 = 0$ 과

평행하고, 직선  $6x + by - 1 = 0$ 과 수직일 때, 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여 두 수의 차는? (4.1점)

- ① 2      ② 4      ③ 6  
 ④ 8      ⑤ 10

6. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - ax + b \leq 0 \\ x^2 - x - a > 0 \end{cases}$$

의 해가  $4 < x \leq 9$ 일 때, 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? (4.4점)

- ① 31      ② 33      ③ 35  
 ④ 37      ⑤ 39

3.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 - x^2 + kx - k = 0$ 이 실근  $\alpha$ 와 허근  $2i$ 를 가질 때,  $k + \alpha$ 의 값은? (단,  $k$ 는 실수이고,  $i = \sqrt{-1}$ 이다.) (4.1점)

- ① 5      ② 6      ③ 7  
 ④ 8      ⑤ 9

7. 세 점  $A(0, 3)$ ,  $B(-3, -1)$ ,  $C(5, -7)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서  $\angle B$ 의 이등분선과 변 AC가 만나는 점의 좌표를  $(x, y)$ 라 할 때,  $x - y$ 의 값은? (단,  $x, y$ 는 실수) (4.6점)

- ① -4      ② -2      ③ 0  
 ④ 2      ⑤ 4

8. 두 직선  $x - 3y = 0$ ,  $6x + 2y - 25 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점  $P(x, y)$ 가 나타내는 도형의 방정식 중 기울기가 양수인 것은? (4.6점)

- ①  $x - 2y + 25 = 0$       ②  $2x - y - 25 = 0$   
 ③  $8x - 4y - 25 = 0$       ④  $4x - 2y + 25 = 0$   
 ⑤  $4x - 8y - 25 = 0$

9. 자연수  $n$ 에 대하여 다항식

$$P_n(x) = (1+x^2)(1+x^4)(1+x^6) \cdots (1+x^{2n-2})(1+x^{2n}) - 64$$

이  $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어지도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 곱은? (5점)

- ① 306      ② 323      ③ 342  
 ④ 360      ⑤ 380

10. 세 점  $A(1, 2)$ ,  $B(4, 3)$ ,  $C(5, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심을 P, 세 점  $D(-2, 3)$ ,  $E(-6, 5)$ ,  $F(-8, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 DEF의 외심을 Q라 하자. 두 점 P, Q를 지나는 직선의 방정식은? (4.8점)

- ①  $x + 8y + 11 = 0$       ②  $x + 8y - 11 = 0$   
 ③  $x - 8y - 11 = 0$       ④  $8x - y + 11 = 0$   
 ⑤  $8x - y - 11 = 0$

11. 삼각형 ABC에서 선분 AB를 3:1로 내분하는 점을 D, 선분 AB를 1:2로 외분하는 점을 E, 선분 BC를 1:2로 내분하는 점을 F, 선분 BC를 4:3으로 외분하는 점을 G라 하자. 삼각형 ACG의 넓이는 삼각형 ACD의 넓이의  $k$ 배이고, 삼각형 AEG의 넓이는 삼각형 BEF의 넓이의  $l$ 배일 때, 상수  $k, l$ 에 대하여  $k+l$ 의 값은? (5.1점)

- ① 2      ② 4      ③ 6  
 ④ 8      ⑤ 10

12.  $0 \leq k \leq 1$  일 때,  $x$ 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x(k^2 - x) \leq 0 \\ x^2 - 4kx + 4k^2 - 1 < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수가 1이 되기 위한 실수  $k$ 의 값의 개수는? (5.2점)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

13.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + (2a-1)x^2 + (b^2 - 2a)x - b^2 = 0$  [ ]  
서로 다른 세 실근을 갖고 세 근의 합이 11이 되도록 하는 두 정수  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는? (5.2점)

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

14. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C에 대하여 두 점 A, B의 좌표는 각각  $(2a, 0), (0, 8)$ 이고, 삼각형 ABC는  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다.  $-3 \leq a \leq 2$  일 때, 선분 OC의 길이가 최대가 되는 점을  $C_1(x_1, y_1)$ , 선분 OC의 길이가 최소가 되는 점을  $C_2(x_2, y_2)$ 라 하자.  $x_1 - y_2$ 의 값을? (단, O는 원점이다.) (5.3점)

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

## 《 서•논술형 문제 - 6문항 》

서•논술형 문제의 답은 별도 답안지에  
검정색 펜으로 작성하시오.

15.

서술형1. 다음 연립방정식을 푸시오. (5점)

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ x^2 + xy + y^2 = 9 \end{cases}$$

16.

서술형2. 두 점 A(2, -1), B(-3, 4)를 지나는 직선과 평행하고,  
점 (2, 5)를 지나는 직선의  $x$ 절편을 구하시오.

17.

서술형3. 부등식  $|2x - 3| + |x + 5| \geq 10$ 을 푸시오. (5점)

18.

서술형4. 세 직선  $2x - 3y + 15 = 0$ ,  $4x + y - 3 = 0$ ,  $y = -x$ 로  
둘러싸인 삼각형의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $7S$ 의 값을 구하시오. (총  
5점)

(1) 직선  $2x - 3y + 15 = 0$ 과 직선  $y = -x$ 의 교점을 A, 직선  
 $4x + y - 3 = 0$ 과 직선  $y = -x$ 의 교점을 B라 할 때, 선분 AB의  
길이를 구하시오. (2점)

(2) (1)의 값을 이용하여  $7S$ 의 값을 구하시오. (3점)

19.

서술형5. 다음 조건을 만족시키는 이차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(4)$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값을 구하시오. (7점)

(가) 부등식  $f\left(\frac{1-x}{2}\right) \leq 0$ 의 해가  $-5 \leq x \leq 7$ 이다.

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $f(x) \geq 2x - \frac{15}{2}$ 가 성립한다.

20.

서술형6. 원  $(x+3)^2 + y^2 = 1$ ,  $(x-3)^2 + y^2 = 4$ 가  $x$ 축과 만나는 점을  $x$ 좌표가 작은 순서대로 A, B, C, D라 하자.

$\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$ 를 만족하는 점 P가 나타는 도형과

$\overline{AQ} : \overline{QD} = 1 : 2$ 를 만족하는 점 Q가 나타내는 도형이 겹치지 않는 부분의 넓이를 구하시오. (단, 점 P와 점 Q가 나타내는 도형의 방정식을 모두 포함하시오.) (8점)

- 
1. [정답] ⑤
  2. [정답] ③
  3. [정답] ①
  4. [정답] ②
  5. [정답] ②
  6. [정답] ⑤
  7. [정답] ④
  8. [정답] ③
  9. [정답] ④
  10. [정답] ②
  11. [정답] ⑤
  12. [정답] ③
  13. [정답] ①
  14. [정답] ①
15. [정답]  $\begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$  또는  $\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$  또는  $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$  또는  $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$
16. [정답] 7
17. [정답]  $x \leq -2$  또는  $x \geq \frac{8}{3}$
18. [정답] (1)  $4\sqrt{2}$  (2) 60
19. [정답]  $\frac{35}{6}$
20. [정답]  $32\pi$