

## 1·1 평면좌표와 직선의 방정식

# 중단원 마무리 문제

### 수직선 위의 선분의 내분점

#### (1) 수직선 위의 두 점 사이의 거리

두 점 A( $x_1$ )과 B( $x_2$ ) 사이의 거리는

$$\overline{AB} = |x_2 - x_1|$$

#### (2) 수직선 위의 선분의 내분점

두 점 A( $x_1$ )과 B( $x_2$ )에 대하여 선분 AB를  $m:n$  ( $m > 0, n > 0$ )으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$
 선분 AB의 중점 M의 좌표는  $\frac{x_1+x_2}{2}$

### 좌표평면 위의 선분의 내분점

#### (1) 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

두 점 A( $x_1, y_1$ )과 B( $x_2, y_2$ ) 사이의 거리는

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
 원점 O와 점 A 사이의 거리는  $\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

#### (2) 좌표평면 위의 선분의 내분점

두 점 A( $x_1, y_1$ )과 B( $x_2, y_2$ )에 대하여 선분 AB를  $m:n$

( $m > 0, n > 0$ )으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$
 선분 AB의 중점 M의 좌표는  $\left( \frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$

### 직선의 위치 관계

#### (1) 한 점과 기울기가 주어진 직선의 방정식

점 ( $x_1, y_1$ )을 지나고 기울기가  $m$ 인 직선의 방정식은

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

#### (2) 두 직선의 평행 조건

두 직선  $y = mx + n$ 과  $y = m'x + n'$ 에 대하여

① 두 직선이 서로 평행하면,  $m = m'$ 이고  $n \neq n'$ 이다.

②  $m = m'$ 이고  $n \neq n'$ 이면, 두 직선은 서로 평행하다.

#### (3) 두 직선의 수직 조건

두 직선  $y = mx + n$ 과  $y = m'x + n'$ 에 대하여

① 두 직선이 서로 수직이면,  $mm' = -10$ 이다.

②  $mm' = -10$ 면, 두 직선은 서로 수직이다.

### 점과 직선 사이의 거리

#### 점 ( $x_1, y_1$ )과 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$
 원점과 직선  $ax + by + c = 0$  사이의 거리는  $\frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$



### 01 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

(1) A(3), B(-7)

(2) A(-5, 1), B(-2, 6)

### 02 다음 점의 좌표를 구하시오.

(1) 두 점 A(-2)와 B(8)에 대하여 선분 AB를

3:2로 내분하는 점

(2) 두 점 A(6, 2)와 B(-3, -1)에 대하여 선분

AB를 1:2로 내분하는 점

### 03 다음 직선의 방정식을 구하시오.

(1) 점 (-4, 5)를 지나고 직선  $y = -3x + 2$ 에 평행한  
직선

(2) 점 (1, -3)을 지나고 직선  $y = 2x - 1$ 에 수직인 직선

### 04 점 (4, 2)와 직선 $3x - 4y + 11 = 0$ 사이의 거리를 구하시오.



- 05** 세 점  $A(-4, 5)$ ,  $B(-2, -3)$ ,  $C(1, a)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형  $ABC$ 가  $\angle C = 90^\circ$ 인 직각 삼각형일 때,  $a$ 의 값을 모두 구하시오.

- 06** 두 점  $A(2, -3)$ 과  $B(5, 6)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $2:3$ 으로 내분하는 점이 직선  $y = \frac{1}{2}x + k$  위에 있을 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오.

- 07** 세 점  $A(-1, 2)$ ,  $B(3, 5)$ ,  $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형  $ABC$ 의 무게중심의 좌표가  $(1, 1)$  일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

- 08** 평행한 두 직선  $2x+3y-1=0$ 과  $2x+3y-k=0$  사이의 거리가  $\sqrt{13}$ 일 때, 상수  $k$ 의 값을 모두 구하시오.



▶ 정답 및 풀이 141쪽

- 09** 두 직선  $2x-3y+4=0$ 과  $3x+y-5=0$ 의 교점을 지나고 직선  $6x+3y+1=0$ 과 평행한 직선의 방정식을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



- 10** 두 직선  $y = -x + 3$ 과  $y = kx + 3k + 2$ 가 제1사분면에서 만날 때, 실수  $k$ 의 값의 범위를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

- 11** 두 직선  $4x+y-5=0$ 과  $x-4y+3=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 구하시오.

# 중단원 마무리 문제

기본

## 원의 방정식

(1) 중심의 좌표가  $(a, b)$ 이고 반지름의 길이가  $r$ 인 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

특히, 중심이 원점이고 반지름의 길이가  $r$ 인 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = r^2$$

(2)  $x$ 와  $y$ 에 대한 이차방정식

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \quad (A^2 + B^2 - 4C > 0)$$

이 나타내는 도형은

$x^2 + y^2$ 의 계수가 같고  $Ax + By + C = 0$ 이 없는  $x$ 와  $y$ 에 대한 이차방정식

중심의 좌표가  $(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$ .

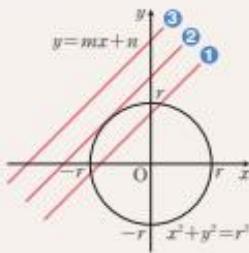
$$\text{반지름의 길이가 } \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4C}}{2}$$

인 원이다.

## 원과 직선의 위치 관계

원의 방정식  $x^2 + y^2 = r^2$ 에 직선의 방정식  $y = mx + n$ 을 대입하여 얻은  $x$ 에 대한 이차방정식의 판별식을  $D$ 라 하면,  $D$ 의 값에 따라 원과 직선의 위치 관계는 다음과 같이 정해진다.

- ①  $D > 0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ②  $D = 0$ 이면 한 점에서 만난다. (접한다.)
- ③  $D < 0$ 이면 만나지 않는다.



## 원의 접선의 방정식

(1) 원  $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하고 기울기가  $m$ 인 직선의 방정식은

$$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

한 원에서 기울기가 같은 접선은 2개이다.

(2) 원  $x^2 + y^2 = r^2$  위의 점  $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = r^2$$

01 다음 원의 방정식을 구하시오.

(1) 중심의 좌표가  $(1, 2)$ 이고 반지름의 길이가  $\sqrt{7}$ 인 원

(2) 두 점  $A(-1, 3)$ 과  $B(5, 1)$ 을 지름의 양 끝 점으로 하는 원

02 원  $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$ 의 중심의 좌표는  $(a, b)$ 이고 반지름의 길이는  $r$ 이다. 이때  $a + b + r$ 의 값을 구하시오.

03 원  $x^2 + y^2 = 5$ 와 직선  $y = -3x + k$ 의 위치 관계가 다음과 같도록 하는 실수  $k$ 의 값 또는 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 접한다.

(3) 만나지 않는다.

04 다음을 구하시오.

(1) 원  $x^2 + y^2 = 36$ 에 접하고 기울기가  $\sqrt{3}$ 인 직선의 방정식

(2) 원  $x^2 + y^2 = 17$  위의 점  $(-4, 1)$ 에서의 접선의 방정식



- 05** 방정식  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + k = 0$ 이 나타내는 도형이 반지름의 길이가  $\sqrt{2}$  이상인 원이 되도록 하는 자연수  $k$ 의 개수를 구하시오.

**서술형**

- 09** 점  $P(-2, 4)$ 에서 원  $x^2 + y^2 = 2$ 에 그은 두 접선이  $y$ 축과 만나는 두 점을 A와 B라 할 때, 삼각형 PAB의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



- 06**  $x$ 축과  $y$ 축에 동시에 접하고 점  $(2, 1)$ 을 지나는 원의 방정식을 모두 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

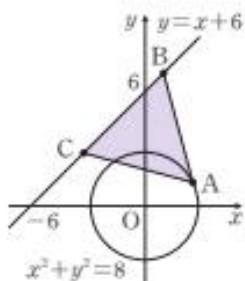


- 07** 원  $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$  위의 점과 직선  $3x - 4y - 6 = 0$  사이의 거리의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

- 10** 원  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + k = 0$ 이  $x$ 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오.

- 08** 원  $x^2 + y^2 = 10$  위의 점  $(1, 3)$ 에서의 접선이 원  $x^2 + y^2 - 16x - 8y + k = 0$ 과 접할 때, 실수  $k$ 의 값을 구하시오.

- 11** 오른쪽 그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 8$  위의 점 A와 직선  $y = x + 6$  위의 서로 다른 두 점 B와 C를 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC를 만들 때, 그 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하시오.



### 1·3 도형의 이동

## 중단원 마무리 문제

풀이 영상  
10번 11번



#### ■ 평행이동

##### (1) 점의 평행이동

점  $(x, y)$ 을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(x+a, y+b)$$

##### (2) 도형의 평행이동

방정식  $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 도형의 방정식은

$$f(x-a, y-b)=0$$

$x$  대신  $x-a$ ,  $y$  대신  $y-b$ 를 대입



- 01** 점  $(2, -1)$ 을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 점의 좌표가  $(-5, 2)$ 일 때, 상수  $a$ 와  $b$ 의 값을 구하시오.

- 02** 다음 방정식이 나타내는 도형을  $x$ 축의 방향으로 6만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

(1)  $2x+3y-1=0$

(2)  $x^2+(y-1)^2=9$

#### ■ 대칭이동

##### (1) 어떤 도형을 주어진 직선 또는 점에 대하여 대칭인 도형으로 옮기는 것을 대칭이동이라고 한다.

##### (2) 점의 대칭이동

점  $(x, y)$ 을

###### ① $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(x, -y) \rightarrow y좌표의 부호가 반대$$

###### ② $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(-x, y) \rightarrow x좌표의 부호가 반대$$

###### ③ 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(-x, -y) \rightarrow x좌표와 y좌표의 부호가 반대$$

###### ④ 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(y, x) \rightarrow x좌표와 y좌표를 서로 바꿈$$

##### (3) 도형의 대칭이동

방정식  $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을

###### ① $x$ 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(x, -y)=0 \rightarrow y \text{ 대신 } -y \text{를 대입}$$

###### ② $y$ 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(-x, y)=0 \rightarrow x \text{ 대신 } -x \text{를 대입}$$

###### ③ 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(-x, -y)=0 \rightarrow x \text{ 대신 } -x, y \text{ 대신 } -y \text{를 대입}$$

###### ④ 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(y, x)=0 \rightarrow x \text{ 대신 } y, y \text{ 대신 } x \text{를 대입}$$

- 03** 점  $(-4, 3)$ 을 다음에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하시오.

(1)  $x$ 축

(2)  $y$ 축

(3) 원점

(4) 직선  $y=x$

- 04** 원  $(x+5)^2+(y-4)^2=1$ 을 다음에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하시오.

(1)  $x$ 축

(2)  $y$ 축

(3) 원점

(4) 직선  $y=x$

**표준**

- 05** 점  $(4, -5)$ 를  $x$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $4$ 만큼 평행이동한 점이 직선  $x - ay + 3 = 0$  위에 있을 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

- 06** 원  $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 9$ 를  $x$ 축의 방향으로  $5$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 다음 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하시오.

- 07** 직선  $y=2x-3$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 직선과 점  $(-2, 3)$ 을 지나는 직선  $l$ 이 서로 수직일 때, 직선  $l$ 의 방정식을 구하시오.

**서술형**

- 08** 점 A( $2, 1$ )을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B, 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C라 할 때, 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

- 09** 직선  $x+3y-4=0$ 을 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을  $l$ 이라 할 때, 원  $(x-1)^2+y^2=4$  와 직선  $l$ 의 교점의 개수를 구하시오.

**발전****서술형**

- 10** 포물선  $y=x^2-4x$ 를 포물선  $y=x^2-12x+27$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선  $l: 2x+y-1=0$  이 직선  $l'$ 으로 옮겨진다. 이때 두 직선  $l$ 과  $l'$  사이의 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

- 11** 원  $x^2+y^2+8x-10y+28=0$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 원이 직선  $y=mx$ 에 접하도록 하는 모든 실수  $m$ 의 값의 합을 구하시오.



01:

두 점 A(-1, 4)와 B(a, b)에 대하여 선분 AB를 4:1로 내분하는 점은 x축 위에 있고, 1:3으로 내분하는 점은 y축 위에 있을 때, a+b의 값은?

- ① -4
- ② -2
- ③ 0
- ④ 2
- ⑤ 4

02:

직선  $3x-y-8=0$ 과 평행하고 점 (3, -3)을 지나는 직선이 점  $\left(\frac{2}{3}, k\right)$ 를 지날 때, k의 값을 구하시오.

03:

직선  $2x-y+6=0$ 과 직선  $2x+ay-3=0$ 과 수직이고 직선  $(2-b)x+3y+1=0$ 과 평행할 때, 상수 a와 b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

04:

두 점 A(-2, -4)와 B(4, 8)에 대하여 원점과 선분 AB의 수직이등분선 사이의 거리를 구하시오.

05:

두 직선  $3x+y-2=0$ 과  $x-3y+6=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선 중에서 기울기가 음수인 직선의 방정식을 구하시오.

06:

두 점 (4, 5)와 (-2, -1)을 지나고 중심이 y축 위에 있는 원의 방정식을 구하시오.

07:

세 점 (0, 0), (4, 0), (-2, 6)을 지나는 원의 중심의 좌표를  $(p, q)$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

08:

방정식  $x^2+y^2+6x-4y+k+1=0$ 이 나타내는 도형이 원이 되도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

09:

직선  $2x+y-3=0$ 에 평행하고 원  $x^2+y^2=25$ 에 접하는 직선이 점  $(-\sqrt{5}, a)$ 를 지날 때, 양수  $a$ 의 값을 구하시오.

10:

원  $x^2+y^2=r^2$  위의 점  $(a, 4)$ 에서의 접선의 방정식이  $x-\frac{4}{3}y+b=0$ 일 때,  $a+3b+r$ 의 값을 구하시오.

(단,  $r > 0$ 이고  $b$ 는 상수)

11:

직선  $2x+y-4=0$ 을  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로  $a$ 만큼 평행이동하면 직선  $2x+y-3=0$ 과 일치한다. 이때 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

12:

원  $(x+a)^2+(y-4)^2=4$ 를  $x$ 축의 방향으로  $-6$ 만큼 평행이동한 원이  $y$ 축에 접할 때, 상수  $a$ 의 값을 모두 구하시오.

13:

점  $(3, a)$ 를 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 다음  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가  $(2, b)$ 일 때,  $a+b$ 의 값을?

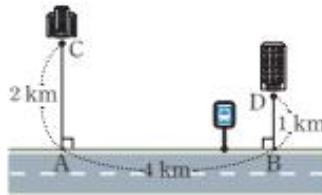
- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

14:

직선  $x+y-4=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선이 원  $x^2+y^2+ax-4y-6=0$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

15:

다음 그림과 같이 직선으로 뻗은 도로변에 4 km 떨어진 두 지점 A와 B로부터 각각 수직으로 2 km와 1 km 떨어진 지점에 두 건물 C와 D가 있다. 도로변에 버스 정류장을 만들려고 할 때, 두 건물에서 버스 정류장까지의 거리의 합의 최솟값을 구하시오.



16번부터 18번까지 서술형입니다.

16

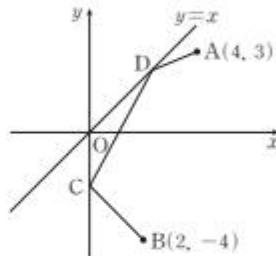
삼각형 ABC에서 꼭짓점 A의 좌표가  $(5, -2)$ 이고 변 BC의 중점의 좌표가  $(-4, -5)$ 일 때, 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표를 구하시오.

17

원  $x^2 + y^2 + 9x - 6y - 2 = 0$ 과 직선  $2x - y + 2 = 0$ 의 두 교점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 중심의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

18

다음 그림과 같이 두 점 A(4, 3)과 B(2, -4)에 대하여  
 서로 다른 두 점 C와 D가 각각  $y$ 축과 직선  $y=x$  위에 있을 때,  $\overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CB}$ 의 최솟값을 구하시오.



작기 평가

정답을 맞힌 문항에 ○표 하여 학습 성취도를 표시하고, 부족한 부분은 교과서의 해당 쪽을 확인하여 복습하자.

문항 번호	성취기준	성취도	복습
01 16	선분의 내분을 이해하고, 내분점의 좌표를 계산할 수 있다.	웃음표	12~16쪽
02 03	두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 탐구하고 이해한다.	웃음표	18~21쪽
04 05	점과 직선 사이의 거리를 구하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.	웃음표	23~25쪽
06 07 08	원의 방정식을 구하고, 그래프를 그릴 수 있다.	웃음표	30~33쪽
09 10 17	좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 판단하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.	웃음표	35~39쪽
11 12	평행이동을 탐구하고, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다.	웃음표	44~46쪽
13 14 15 18	원점, $x$ 축, $y$ 축, 직선 $y=x$ 에 대한 대칭이동을 탐구하고, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다.	웃음표	48~52쪽

三  
四  
五