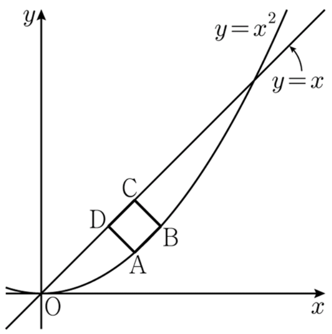
실시일자	-	공통수학2	이름
12문제 / DRE수학			

선분의 내분, 내분점의 좌표-킬러문제 대비

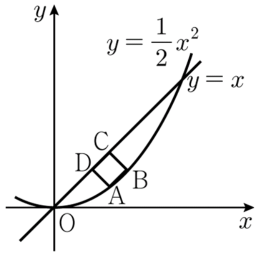
선분의 내분, 내분점의 좌표

01 [2012년 9월 고1 30번/4점]

그림과 같이 일차함수 $y=x$의 그래프와 이차함수 $y=x^2$의 그래프로 둘러싸인 도형이 있다. 곡선 $y=x^2$ 위에 두 점 A, B를 잡고, 직선 $y=x$위에 두 점 C, D를 잡아 이 도형 위에 정사각형 ABCD를 그린다. 이 정사각형 ABCD의 대각선의 길이가 $2\sqrt{a}+b$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)



02 다음 그림과 같이 일차함수 $y=x$의 그래프와 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프로 둘러싸인 도형이 있다. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프 위에 두 점 A, B를 잡고, 직선 $y=x$ 위에 두 점 C, D를 잡아 이 도형 위에 정사각형 ABCD를 그린다. 이 정사각형 ABCD의 대각선의 길이가 $4\sqrt{a}+b$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)



03 [2021년 9월 고1 21번/4점]

실수 k에 대하여 이차함수 $y=(x-k)^2-2$의 그래프와 직선 $y=2$는 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 삼각형 AOB가 이등변삼각형이 되도록 하는 서로 다른 k의 개수를 n, k의 최댓값을 M이라 하자. $n+M$의 값은? (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.)

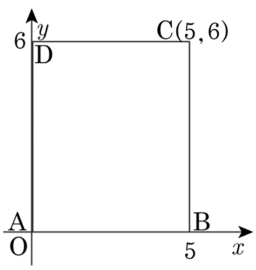
① $7+\sqrt{3}$　② $7+2\sqrt{3}$　③ $7+3\sqrt{3}$
④ $9+2\sqrt{3}$　⑤ $9+3\sqrt{3}$

04 a, b가 실수일 때, 다음 식의 최솟값은?

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a+1)^2+(b-5)^2}+\sqrt{(a-1)^2+(b-7)^2}+\sqrt{(a-5)^2+(b+1)^2}$$

① $3\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $7\sqrt{2}$
④ $9\sqrt{2}$ ⑤ $11\sqrt{2}$

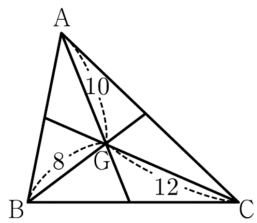
05 다음 그림과 같이 좌표평면에 네 점 $\mathrm{A}(0,\ 0)$, $\mathrm{B}(5,\ 0)$, $\mathrm{C}(5,\ 6)$, $\mathrm{D}(0,\ 6)$이 있다. $\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PC}}+\overline{\mathrm{PD}}$를 최소로 하는 점 P의 좌표는?



① $\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$ ② $\left(\frac{5}{2},\ 3\right)$ ③ $(0,\ 3)$
④ $(5,\ 0)$ ⑤ $(0,\ 6)$

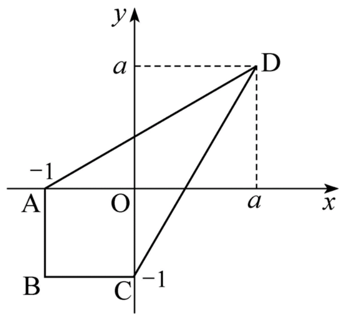
06 정삼각형 ABC의 내부의 한 점 P로부터 정삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C까지의 거리가 각각 8, 4, $4\sqrt{3}$일 때, 정삼각형 ABC의 한 변의 길이가 l이다. l^2의 값을 구하시오.

07 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 무게중심 G에 대하여 $\overline{\mathrm{AG}}=10$, $\overline{\mathrm{BG}}=8$, $\overline{\mathrm{CG}}=12$일 때, 변 BC의 길이를 l이라 하자. l^2의 값을 구하시오.



08 [2006년 9월 고1 20번]

좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(-1,\ -1)$, $\mathrm{C}(0,\ -1)$, $\mathrm{D}(a,\ a)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD가 있다.



y축이 사각형 ABCD의 넓이를 이등분할 때, 양수 a의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　③ $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
④ $\dfrac{2+\sqrt{5}}{2}$　⑤ $\sqrt{5}$

09 [2005년 6월 고2 이과 28번]

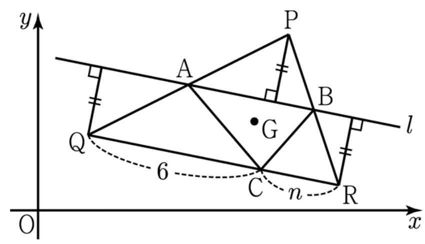
두 함수 $f(x)=x^2-6x$, $g(x)=mx+n$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 교점과 점 $\mathrm{P}(2,\ 5)$를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $(4,\ 1)$일 때, m의 값을 구하시오.

10

직선 $y=-x$ 위의 한 점 A를 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC의 무게중심은 원점이다. 삼각형 ABC의 넓이가 $25\sqrt{3}$일 때, 점 A의 x좌표와 y좌표의 곱이 α이다. -3α의 값을 구하시오.

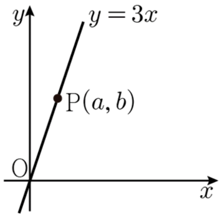
11

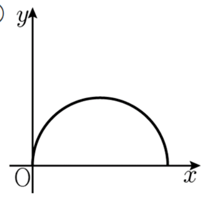
다음 그림과 같이 좌표평면에서 세 점 $\mathrm{P}(10,\ 7)$, $\mathrm{Q}(2,\ 3)$, $\mathrm{R}(12,\ 1)$로부터 같은 거리에 있는 직선 l이 선분 PQ, 선분 PR과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 선분 QR를 $6:n$으로 내분한 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $\mathrm{G}\left(8,\ \dfrac{11}{3}\right)$일 때, n의 값은?

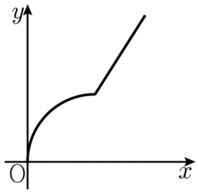


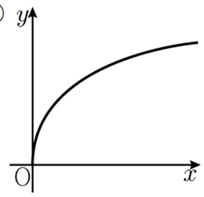
① 1　② 2　③ 3
④ 5　⑤ 6

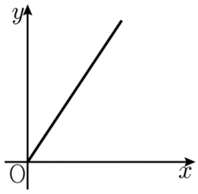
12 임의의 음이 아닌 실수 a에 대하여 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 그림과 같이 직선 $y=3x$ 위를 움직일 때, $x=2b-a,\ y=5a^2$를 만족하는 점 $\mathrm{Q}(x,\ y)$가 그리는 그래프의 개형은?

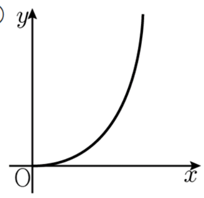


①


②


③


④


⑤


실시일자	-	공통수학2	이름
12문제 / DRE수학			

선분의 내분, 내분점의 좌표-킬러문제 대비

선분의 내분, 내분점의 좌표

정답

01 9	02 1	03 ②
04 ⑤	05 ②	06 112
07 316	08 ③	09 4
10 50	11 ⑤	12 ⑤

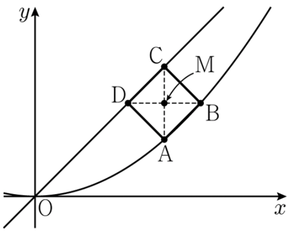
실시일자	-	공통수학2	이름
12문제 / DRE수학			

선분의 내분, 내분점의 좌표-킬러문제 대비

선분의 내분, 내분점의 좌표

01 정답 9

해설 평면좌표를 이용하여 수학내적문제 해결하기



사각형 ABCD의 점 A의 좌표를 $(\alpha,\ \alpha^2)$,

점 B의 좌표를 $(\beta,\ \beta^2)$라 놓으면

점 C의 좌표는 $(\alpha,\ \alpha)$, 점 D의 좌표는 $(\beta^2,\ \beta^2)$이 된다.

직선 AB와 직선 CD의 기울기가 같으므로

$$\frac{\beta^2-\alpha^2}{\beta-\alpha}=1,\ \alpha+\beta=1 \qquad \cdots ㉠$$

이때 사각형의 두 대각선 BD와 AC의 교점을

점 M이라 하면 사각형 ABCD는 정사각형이므로

$\overline{\mathrm{BD}}=2\overline{\mathrm{BM}}$이다.

즉, $\beta-\beta^2=2(\beta-\alpha)$이므로

$\beta^2+\beta-2\alpha=0$

㉠에 의하여 $\alpha=1-\beta$

$\beta^2+3\beta-2=0,\ \beta=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}\ (\because\ \beta>0)$

따라서 대각선의 길이는

$$\begin{aligned}\beta-\beta^2&=\beta(1-\beta)\\&=\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right)\cdot\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}\right)\\&=2\sqrt{17}-8\end{aligned}$$

그러므로 $a=17,\ b=-8$

$\therefore\ a+b=9$

02 정답 1

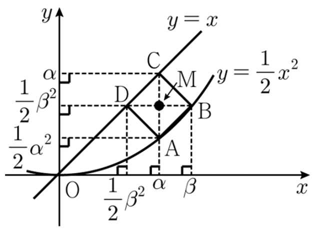
해설 정사각형 ABCD에서 이차함수 $y=\dfrac{1}{2}x^2$의

그래프 위의 두 점 A, B의 좌표를

각각 $\mathrm{A}\left(\alpha,\ \dfrac{1}{2}\alpha^2\right)$, $\mathrm{B}\left(\beta,\ \dfrac{1}{2}\beta^2\right)$이라 하면

일차함수 $y=x$의 그래프 위의 두 점 C, D의 좌표는

각각 $\mathrm{C}(\alpha,\ \alpha)$, $\mathrm{D}\left(\dfrac{1}{2}\beta^2,\ \dfrac{1}{2}\beta^2\right)$이다.



이때 두 직선 AB와 CD의 기울기가 같으므로

$$\frac{\frac{1}{2}(\beta^2-\alpha^2)}{\beta-\alpha}=1,\ \frac{(\beta-\alpha)(\beta+\alpha)}{\beta-\alpha}=2$$

$\alpha\neq\beta$이므로 $\alpha+\beta=2 \qquad \cdots ㉠$

정사각형 ABCD의 두 대각선 BD와 AC의

교점을 M이라 하면 점 M의 좌표는 $\left(\alpha,\ \dfrac{1}{2}\beta^2\right)$이고,

$\overline{\mathrm{BD}}=2\overline{\mathrm{BM}}$이므로

$\beta-\dfrac{1}{2}\beta^2=2(\beta-\alpha)$

$\therefore\ \beta^2+2\beta-4\alpha=0 \qquad \cdots ㉡$

㉠에서 $\alpha=2-\beta$이므로 이것을 ㉡에 대입하면

$\beta^2+2\beta-4(2-\beta)=0,\ \beta^2+6\beta-8=0$

$\therefore\ \beta=-3+\sqrt{17}\ (\because\ \beta>0)$

따라서 대각선의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{BD}}=\beta-\frac{1}{2}\beta^2&=\beta\left(1-\frac{1}{2}\beta\right)\\&=(-3+\sqrt{17})\cdot\left(1-\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right)\\&=(-3+\sqrt{17})\cdot\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}\right)\\&=4\sqrt{17}-16\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b=1$

03 정답 ②

해설 두 점 사이의 거리를 활용한 문제해결하기

이차함수 $y=(x-k)^2-2$의 그래프와 직선 $y=2$가 서로 다른 두 점 A, B에서 만나므로

$(x-k)^2-2=2$, $(x-k)^2=4$

$\therefore\ x=k-2$ 또는 $x=k+2$

따라서 $\mathrm{A}(k-2,\ 2)$, $\mathrm{B}(k+2,\ 2)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=(k+2)-(k-2)=4$

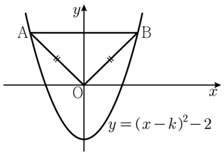
삼각형 AOB가 이등변삼각형이 되는 경우는

(ⅰ) $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$인 경우

$\sqrt{(k-2)^2+2^2}=\sqrt{(k+2)^2+2^2}$

$(k-2)^2=(k+2)^2$

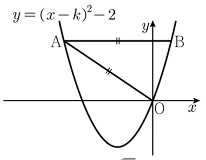
$\therefore\ k=0$



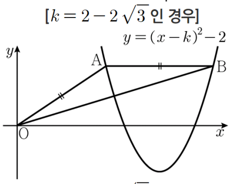
(ⅱ) $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{AB}}$인 경우

$\sqrt{(k-2)^2+2^2}=4$, $k^2-4k-8=0$

$\therefore\ k=2-2\sqrt{3}$ 또는 $k=2+2\sqrt{3}$



[$k=2-2\sqrt{3}$인 경우]

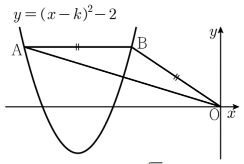


[$k=2+2\sqrt{3}$인 경우]

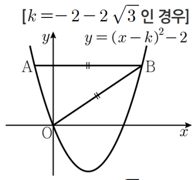
(ⅲ) $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{AB}}$인 경우

$\sqrt{(k+2)^2+2^2}=4$, $k^2+4k-8=0$

$\therefore\ k=-2-2\sqrt{3}$ 또는 $k=-2+2\sqrt{3}$



[$k=-2-2\sqrt{3}$인 경우]



[$k=-2+2\sqrt{3}$인 경우]

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $n=5$, $M=2+2\sqrt{3}$이므로

$n+M=7+2\sqrt{3}$

04 정답 ⑤

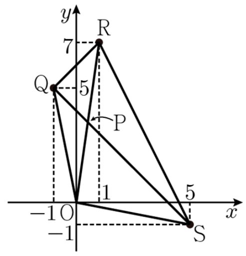
해설 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(-1,\ 5)$, $\mathrm{R}(1,\ 7)$, $\mathrm{S}(5,\ -1)$이라 하면

$\sqrt{a^2+b^2}=\overline{\mathrm{OP}}$, $\sqrt{(a+1)^2+(b-5)^2}=\overline{\mathrm{PQ}}$,

$\sqrt{(a-1)^2+(b-7)^2}=\overline{\mathrm{PR}}$,

$\sqrt{(a-5)^2+(b+1)^2}=\overline{\mathrm{PS}}$

즉, 주어진 식은 $\overline{\mathrm{OP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{PS}}$이므로 점 P가 다음 그림과 같이 사각형 OSRQ의 두 대각선 OR, QS의 교점일 때 최소이다.



따라서 구하는 최솟값은

$\overline{\mathrm{OR}}+\overline{\mathrm{QS}}=\sqrt{1^2+7^2}+\sqrt{(5+1)^2+(-1-5)^2}$

$=5\sqrt{2}+6\sqrt{2}$

$=11\sqrt{2}$

05 정답 ②

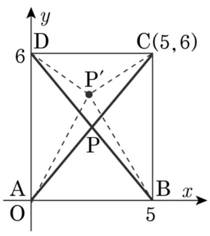
해설 그림에서 두 대각선 AC, BD의 교점을 P라 하고, 임의의 점 P'을 잡으면

$\overline{\mathrm{P'A}}+\overline{\mathrm{P'C}}\geq\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PC}}$

$\overline{\mathrm{P'B}}+\overline{\mathrm{P'D}}\geq\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PD}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{P'A}}+\overline{\mathrm{P'B}}+\overline{\mathrm{P'C}}+\overline{\mathrm{P'D}}\geq\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PC}}+\overline{\mathrm{PD}}$

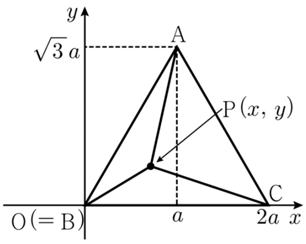
즉, $\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PC}}+\overline{\mathrm{PD}}$를 최소로 하는 점 P는 $\overline{\mathrm{AC}}$와 $\overline{\mathrm{BD}}$의 교점 $\left(\frac{5}{2},\ 3\right)$이다.



06 정답 112

해설 정삼각형의 한 변의 길이를 $2a$라 하고, 다음 그림과 같이 점 B가 원점, 변 BC가 x축 위에 오도록 삼각형 ABC를 좌표평면 위에 놓으면

$A(a,\ \sqrt{3}a)$, $C(2a,\ 0)$



점 P의 좌표를 $P(x,\ y)$ $(x>0,\ y>0)$이라 하면

$\overline{PA}=8,\ \overline{PB}=4,\ \overline{PC}=4\sqrt{3}$ 이므로

$(x-a)^2+(y-\sqrt{3}a)^2=64$ $\cdots$ ㉠

$x^2+y^2=16$ $\cdots$ ㉡

$(x-2a)^2+y^2=48$ $\cdots$ ㉢

㉡$-$㉠을 하면

$2ax-a^2+2\sqrt{3}ay-3a^2=-48$

$2ax+2\sqrt{3}ay=4a^2-48$

$ax+\sqrt{3}ay=2a^2-24$ $\cdots$ ㉣

㉡$-$㉢을 하면

$4ax-4a^2=-32,\ 4ax=4a^2-32$

$\therefore\ x=a-\dfrac{8}{a}$

이것을 ㉣에 대입하면

$a^2-8+\sqrt{3}ay=2a^2-24,\ \sqrt{3}ay=a^2-16$

$\therefore\ y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(a-\dfrac{16}{a}\right)$

$x=a-\dfrac{8}{a},\ y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(a-\dfrac{16}{a}\right)$을 ㉡에 대입하면

$\left(a-\dfrac{8}{a}\right)^2+\dfrac{1}{3}\left(a-\dfrac{16}{a}\right)^2=16$

$\dfrac{4}{3}a^2-\dfrac{128}{3}+\dfrac{448}{3a^2}=0$

위의 식의 양변에 $3a^2$을 곱하면

$4a^4-128a^2+448=0,\ a^4-32a^2+112=0$

$(a^2-4)(a^2-28)=0$

$a^2=4$ 또는 $a^2=28$

$\therefore\ a=2$ 또는 $a=2\sqrt{7}$ $(\because\ a>0)$

그런데 $a=2$이면 $x=a-\dfrac{8}{a}=-2$이므로 모순이다.

따라서 $a=2\sqrt{7}$ 이므로 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 $2a=4\sqrt{7}=l$

$\therefore\ l^2=112$

07 정답 316

해설 변 BC의 중점을 M이라 하면 점 G는 삼각형 ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$에서 $\overline{GM}=\dfrac{\overline{AG}}{2}=5$

삼각형 GBC에서 중선정리에 의하여

$\overline{GB}^2+\overline{GC}^2=2\left(\overline{GM}^2+\overline{BM}^2\right)$이므로

$64+144=2\left(25+\overline{BM}^2\right),\ 25+\overline{BM}^2=104$

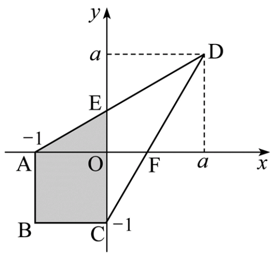
$\overline{BM}^2=79,\ \overline{BM}=\sqrt{79}$ $(\because\ \overline{BM}>0)$

$\therefore\ l=\overline{BC}=2\overline{BM}=2\sqrt{79}$

$\therefore\ l^2=\left(2\sqrt{79}\right)^2=316$

08 정답 ③

해설 내분점을 이용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.



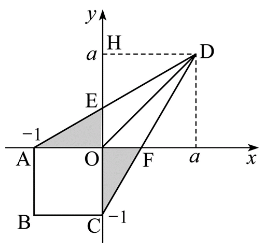
선분 AD와 y축의 교점을 E,

선분 CD와 x축의 교점을 F 라 하자.

이때, 점 E가 선분 AD를 $m:n$으로 내분한다면

$\mathrm{E}\left(\dfrac{ma+n(-1)}{m+n},\ \dfrac{ma}{m+n}\right)$

$\dfrac{ma+n(-1)}{m+n}=0$에서 $n=ma$, 즉 $\mathrm{E}\left(0, \dfrac{a}{a+1}\right)$이다.



이때 사다리꼴 ABCE의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\left\{1+\left(\dfrac{a}{a+1}+1\right)\right\}\times 1$

삼각형 CDE의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{a}{a+1}+1\right)\times a$

두 도형의 넓이가 같으므로

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3a+2}{a+1}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2a+1}{a+1}\times a$

$3a+2=2a^2+a,\ a^2-a-1=0$

$\therefore\ a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\ (\because a>0)$

[다른 풀이]

$\triangle\mathrm{AOE}=\triangle\mathrm{COF}$이므로

$\square\mathrm{ABCO}=\square\mathrm{OFDE}$이다.

따라서 $\triangle\mathrm{ODE}=\dfrac{1}{2}\square\mathrm{ABCO}=\dfrac{1}{2}$이다.

점 D에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

점 E의 좌표를 $(0,\ k)$라 하면

$\triangle\mathrm{AOE}\backsim\triangle\mathrm{DHE}$이므로 $\overline{\mathrm{AO}}:\overline{\mathrm{DH}}=\overline{\mathrm{OE}}:\overline{\mathrm{HE}}$에서

$1:a=k:(a-k),\ ak=a-k \quad k=\dfrac{a}{a+1}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ODE}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{a}{a+1}\times a=\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{a^2}{a+1}=1$ 에서 $a^2-a-1=0$이므로

$\therefore\ a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\ (\because a>0)$

09 정답 4

해설 근과 계수와의 관계를 이해하고 삼각형의 무게중심의 좌표를 이용한 기울기 구하기

두 교점을 $(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2)$라 하면

$x^2-6x=mx+n$

$x^2-(m+6)x-n=0$의 두 근이 $x_1,\ x_2$이므로

근과 계수의 관계에 의해 $x_1+x_2=m+6$이다.

두 점 $(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2)$와 $\mathrm{P}(2,\ 5)$의

무게중심이 $(4,\ 1)$이므로

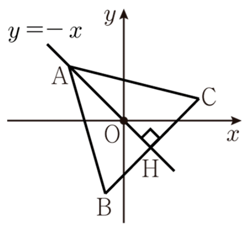
$\dfrac{x_1+x_2+2}{3}=4$에서 $x_1+x_2=10$이므로

$m+6=10$

$\therefore\ m=4$

10 정답 50

해설 점 A가 직선 $y=-x$ 위에 있고 $\triangle ABC$의 무게중심이 원점이므로 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$를 좌표평면 위에 나타내자.



이때 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AO}=\frac{2}{3}\overline{AH}$

$\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a $(a>0)$라 하면 넓이가 $25\sqrt{3}$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=25\sqrt{3}$, $a^2=100$

$\therefore a=10$ ($\because a>0$)

즉, $\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 10=5\sqrt{3}$이므로

$\overline{AO}=\frac{2}{3}\overline{AH}=\frac{2}{3}\cdot 5\sqrt{3}=\frac{10}{3}\sqrt{3}$

이때 $A(k,\ -k)$라 하면

$\sqrt{k^2+k^2}=\frac{10}{3}\sqrt{3}$, $2k^2=\frac{100}{3}$

$\therefore k^2=\frac{50}{3}$

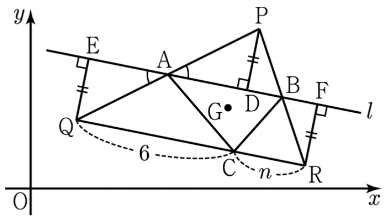
따라서 점 A의 x좌표와 y좌표의 곱은

$-k^2=-\frac{50}{3}$

$\therefore \alpha=-\frac{50}{3}$, $-3\alpha=50$

11 정답 ⑤

해설 다음 그림과 같이 세 점 P, Q, R에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자.



$\triangle AEQ\equiv\triangle ADP$ (RHA 합동)이므로 $\overline{AP}=\overline{AQ}$

따라서 점 A는 선분 PQ의 중점이므로 $A(6,\ 5)$

같은 방법으로 $\triangle BDP\equiv\triangle BFR$ (RHA 합동)으로부터

$B(11,\ 4)$

또, 점 C는 선분 QR을 $6:n$ 으로 내분하는 점으로

$C(a,\ b)$라 하자.

$\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $G\left(8,\ \frac{11}{3}\right)$이고

$A(6,\ 5)$, $B(11,\ 4)$, $C(a,\ b)$으로부터

$\frac{6+11+a}{3}=8$, $\frac{5+4+b}{3}=\frac{11}{3}$

$\therefore a=7,\ b=2$

따라서 점 $C(7,\ 2)$이므로 $\overline{CQ}$와 $\overline{CR}$의 길이는 각각

$\overline{CQ}=\sqrt{(7-2)^2+(2-3)^2}=\sqrt{26}$

$\overline{CR}=\sqrt{(12-7)^2+(1-2)^2}=\sqrt{26}$

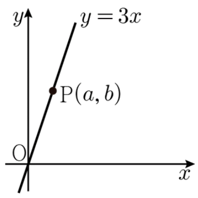
$\therefore \overline{CQ}:\overline{CR}=\sqrt{26}:\sqrt{26}=1:1=6:6$

$\therefore n=6$

12 정답 ⑤

해설 그림과 같이 점 P가 $y=3x$ 위를 움직이므로

$b=3a$



$x=2b-a=5a$

$\therefore a=\frac{1}{5}x$

$y=5a^2=5\cdot\left(\frac{1}{5}x\right)^2$, $a\ge 0$이므로

$y=\frac{1}{5}x^2$ $(x\ge 0)$

따라서 그래프의 개형은 ⑤이다.