

개념원리(2025) - 공통수학2 (합성함수) 226~233p

함수의 합성 ~ 역함수

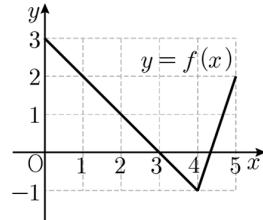
실시일자	-
35문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

- 01** 두 함수 $f(x) = -x^2 + 4x + 6$, $g(x) = |2x+1|$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하시오.

- 04** $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(f \circ f)(2)$ 의 값을 구하시오.



- 02** 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 는?

- ① $(f \circ g)(x) = 2x + 5$ ② $(f \circ g)(x) = 2x + 2$
 ③ $(f \circ g)(x) = x$ ④ $(f \circ g)(x) = -x + 1$
 ⑤ $(f \circ g)(x) = 3x - 4$

- 05** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

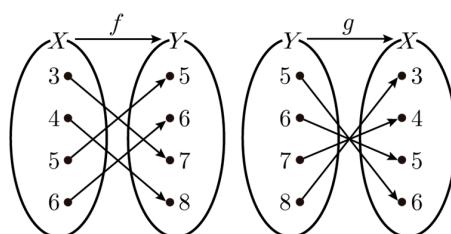
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & (x \text{가 짝수일 때}) \\ -x + 5 & (x \text{가 홀수일 때}) \end{cases}$$
 일 때,
 $(f \circ f)(3)$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

- 03** 세 함수 f , g , h 에 대하여
 $f(x) = x - 1$, $(g \circ h)(x) = 4x + 2$ 일 때,
 $(g \circ (h \circ f))(1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

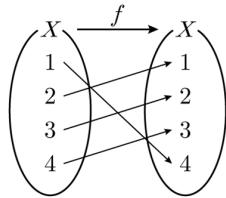
- 06** 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow X$ 가 다음 그림과 같을 때,
 $(f \circ g)(6)$ 의 값을 구하시오.



07

[2023년 3월 고2 23번/3점]

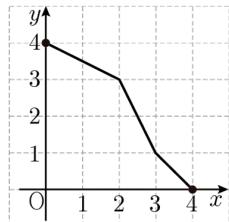
그림은 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ f)(1) + f^{-1}(1)$ 의 값을 구하시오.

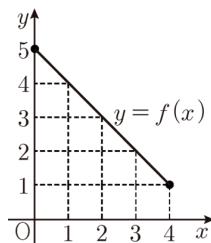
08

$0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(f \circ f)(k) = 1$ 을 만족시키는 상수 k 의 값을 구하시오.



09

$0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(f \circ f)(a) = 1$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오.



10

[2023년 11월 고1 6번/3점]

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x) = 2x + 1$,

$g(x)$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여

$(g \circ g)(x) = 3x - 1$ 일 때, $((f \circ g) \circ g)(a) = a$ 를

만족시키는 실수 a 의 값의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{5}$

③ 1

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{9}{5}$

11

집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일대응인 두 함수 f, g 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0) + g(0)$ 의 값을 구하시오.

(가) $f(1) = g(1) = -1$

(나) $(g \circ f)(1) = 1$

(다) $(f \circ g)(1) = 0$

12

두 함수 $f(x) = x + 2, g(x) = x^2 - 3$ 에 대하여

$(g \circ f)(x) = -3$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하시오.

개념원리(2025) - 공통수학2 (합성함수) 226~233p

함수의 합성 ~ 역함수

13 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x \text{는 유리수}) \\ x^2 & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$$

일 때, $(f \circ f)(\sqrt{2})$ 의

값을 구하시오.

14 두 함수 $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = x^2 + x - 1$ 에 대하여

$(f \circ g)(a) = 2$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

15 두 함수 $f(x) = ax + 3$, $g(x) = bx - 3$ 에 대하여

$f \circ g = g \circ f$ 가 성립할 때, ab 의 최댓값을 구하시오.
(단, a , b 는 양수)

16 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여

$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 를 만족시키는 x 의 값은?

- | | |
|----------------|---------------|
| ① -2 또는 -1 | ② 0 또는 -2 |
| ③ 0 또는 2 | ④ 1 또는 2 |
| ⑤ 2 또는 3 | |

17 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가

$$f\left(\frac{x+2}{3}\right) = x - 2$$
을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

- | | |
|--------|--------|
| ① -2 | ② -1 |
| ③ 0 | ④ 1 |
| ⑤ 2 | |

18 두 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$, $g(x) = -x^2 - 2$ 가 있다.

모든 실수 x 에 대하여 함수 $h(x)$ 가
 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 를 만족시킬 때, $h(3)$ 의 값은?

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ① -30 | ② -20 | ③ -10 |
| ④ 10 | ⑤ 20 | |

19 함수 $f(x) = -x + 2$ 에 대하여 $f^n(x) + f^{n+1}(x)$ 를 간단히 하면?

(단, $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n$, n 은 자연수이다.)

- | | | |
|--------|--------------|------------|
| ① 2 | ② x | ③ $-x + 2$ |
| ④ nx | ⑤ $-nx + 2n$ | |

20 정의역이 자연수 전체의 집합인

$$\text{함수 } f(n) = \begin{cases} 2n+1 & (n \text{은 홀수}) \\ \frac{n}{2}-1 & (n \text{은 짝수}) \end{cases} \text{ 가}$$

$(f \circ f)(k) = 11$ 을 만족시킬 때, 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오.

21 임의의 실수 x, y 에 대하여 함수 f 가

$f(x+y) = f(x) + f(y), f(2) = 4$ 를 만족시킬 때, $(f \circ f \circ f)(1)$ 의 값을 구하시오.

22 일차함수 $f(x) = ax + b$ (a, b 는 실수)가 다음 두 조건을 만족시킨다.

< 보기 >

 I. $f(-1) = -1$

 II. $f^3(3) - f^3(2) = -1$

이 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오.

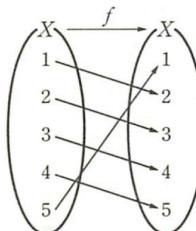
(단, $f^3(x) = (f \circ f \circ f)(x)$)

23 두 함수 $f(x) = 3x - 4, g(x) = ax + b$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립할 때, 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 (p, q) 라 하자. 이때 pq 의 값을 구하시오.

(단, a, b, p, q 는 상수이다.)

24 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여

함수 $f : X \rightarrow X$ 가 아래 그림과 같고,
 $g : X \rightarrow X$ 가 $g(1) = 3, f \circ g = g \circ f$ 를 만족할 때, $g(5)$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

<input type="radio"/> Ⓛ $f(x) = x + 1$	<input type="radio"/> Ⓜ $f(x) = -x$
<input type="radio"/> Ⓝ $f(x) = -x + 1$	

- ① Ⓛ ② Ⓜ ③ Ⓝ
④ Ⓛ, Ⓜ ⑤ Ⓜ, Ⓝ

26 두 함수 f, g 가 $f(x) = x - 3$, $g(x) = 3x - 5$ 일 때, $(h \circ g \circ f)(x) = f(x)$ 를 만족시키는 함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(7)$ 의 값을 구하시오.

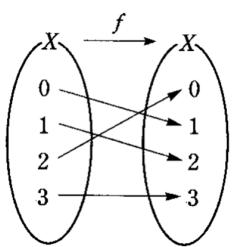
28 세 함수 f, g, h 에 대하여
 $(g \circ h)(x) = 5x - 3$, $(g \circ (h \circ f))(x) = x^2 + 2$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오.

27 두 함수 $f(x) = 3x$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여
 $h \circ g \circ f = f$ 를 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 가 있다.
 $h(k) = \frac{5}{2}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

29 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 $f : A \rightarrow A$ 를
 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (0 \leq x < 1) \\ x-1 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$ 과 같이 정의한다.
이때 $f\left(\frac{1}{2}\right) + f^2\left(\frac{1}{2}\right) + \dots + f^{10}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.
(단, $f^2(x) = (f \circ f)(x)$)

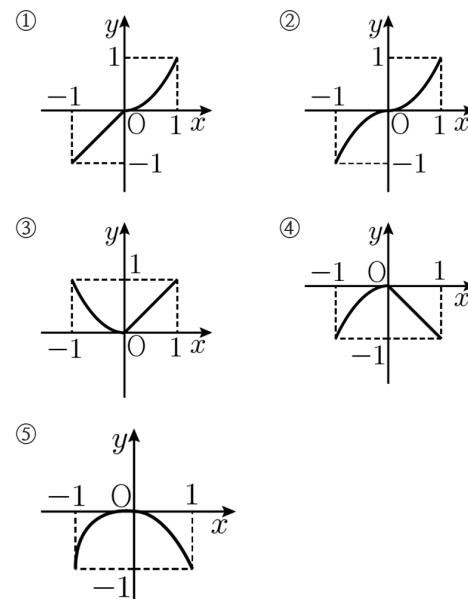
30 함수 $f(x) = x + 1$ 에 대하여
 $f^1 = f$, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f \circ f^2$, ...
 $f^{n+1} = f \circ f^n$ 로 정의할 때, $f^{10}(a) = 30$ 을 만족시키는 a 의 값을 구하시오. (단, n 은 자연수)

- 31** 집합 $X = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 를 다음 그림과 같이 정의하고 $f^2 = f \circ f, f^3 = f \circ f^2, \dots, f^{n+1} = f \circ f^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 나타내기로 한다.
이때 $f^{99}(0) + f^{100}(1)$ 의 값을 구하시오.



- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

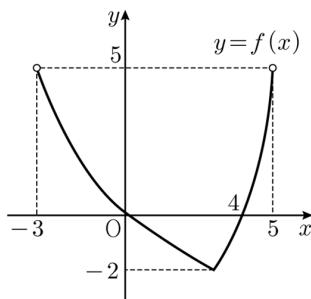
- 32** $-1 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} -x^2 & (-1 \leq x < 0) \\ -x & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$ 일 때, 다음 중 함수 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



- 33** 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이고, $f^{2024}(-1) + f^{2025}(1) = 1$ 을 만족시킨다. $f^{2020}(0) + f^{2021}(1)$ 의 값을 구하시오.
(단, $f^1 = f$, 모든 자연수 n 에 대하여 $f^{n+1} = f \circ f^n$)

34

$-3 < x < 5$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $-3 < x < 4$ 에서 부등식 $f(f(x)) > f(x)$ 의 해는?



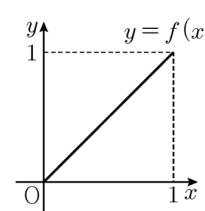
- ① $-3 < x < 0$
- ② $-3 < x < 4$
- ③ $0 < x < 4$
- ④ $0 < x < 5$
- ⑤ $4 < x < 5$

35

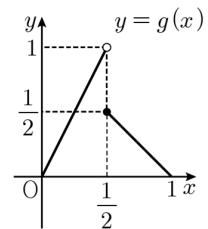
두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x), g(x)$ 는 모두 주기가 2인 함수이다.
 (나) 임의의 실수 x 에 대하여
 $f(-x) = f(x), g(-x) = -g(x)$

두 함수 $f(x), g(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같을 때,
 $f\left(g\left(-\frac{9}{4}\right)\right)$ 의 값을 구하시오.



[그림 1]



[그림 2]

개념원리(2025) - 공통수학2 (합성함수) 226~233p

함수의 합성 ~ 역함수

실시일자	-
35문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 21	02 ②	03 ⑤
04 2	05 ③	06 5
07 5	08 2	09 1
10 ①	11 1	12 -2
13 -2	14 1	15 1
16 ③	17 ⑤	18 ②
19 ①	20 62	21 8
22 -6	23 4	24 ②
25 ⑤	26 4	27 4
28 6	29 10	30 20
31 ②	32 ⑤	33 -2
34 ③	35 $\frac{1}{2}$	



개념원리(2025) - 공통수학2 (합성함수) 226~233p

함수의 합성 ~ 역함수

실시일자	-
35문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 21

해설 $f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 + 6 = 10,$
 $g(10) = |2 \cdot 10 + 1| = 21$ 이므로
 $(g \circ f)(2) = g(f(2))$
 $= g(10) = 21$

02 정답 ②

해설 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
 $= f(2x - 1)$
 $= (2x - 1) + 3$
 $= 2x + 2$

03 정답 ⑤

해설 합성함수는 결합법칙이 성립하므로
 $(g \circ (h \circ f))(1) = ((g \circ h) \circ f)(1)$
 $= (g \circ h)(f(1))$
 $= (g \circ h)(0)$
 $= 4 \cdot 0 + 2 = 2$

04 정답 2

해설 $(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(1) = 2$

05 정답 ③

해설 $(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(-3 + 5)$
 $= f(2) = 2 \cdot 2 - 3$
 $= 1$

06 정답 5

해설 $(f \circ g)(6) = f(g(6)) = f(5) = 5$

07 정답 5

해설 합성함수와 역함수의 값을 계산한다.
 $f(1) = 4, f(4) = 3$ 이므로
 $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(4) = 3$
또, $f(2) = 1$ 이므로
 $f^{-1}(1) = 2$
 $\therefore (f \circ f)(1) + f^{-1}(1) = 3 + 2 = 5$

08 정답 2

해설 $f(k) = m$ 이라 하면
 $(f \circ f)(k) = 1$ 에서
 $f(f(k)) = f(m) = 1$
이때 주어진 그래프에서 $f(3) = 1$ 이므로
 $m = 3$
 $\therefore f(k) = 3$
따라서 주어진 그래프에서 $f(2) = 3$ 이므로
 $k = 2$

09 정답 1

해설 $f(a) = b$ 라 하면 $(f \circ f)(a) = 1$ 에서
 $f(f(a)) = f(b) = 1$
이때 주어진 그래프에서 $f(4) = 1$ 이므로 $b = 4$
 $\therefore f(a) = 4$
따라서 주어진 그래프에서 $f(1) = 4$ 이므로
 $a = 1$

10 정답 ①

해설 합성함수 이해하기
 $((f \circ g) \circ g)(a) = (f \circ (g \circ g))(a)$
 $= f((g \circ g)(a))$
 $= f(3a - 1)$
 $= 2(3a - 1) + 1$
 $= 6a - 1$

$6a - 1 = a$ 이므로

$a = \frac{1}{5}$



개념원리(2025) - 공통수학2 (합성함수) 226~233p

함수의 합성 ~ 역함수

11 정답 1

해설 조건 (가), (나)에서

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(-1) = 1$$

조건 (가), (다)에서

$$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(-1) = 0$$

이때 조건 (가)에서 $f(1) = -1$, $g(1) = -1$ 이고

두 함수 f , g 는 일대일대응이므로

$$f(0) = 1, g(0) = 0$$

$$\therefore f(0) + g(0) = 1$$

12 정답 -2

해설 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$$= g(x+2)$$

$$= (x+2)^2 - 3$$

$$= x^2 + 4x + 1$$

$$(g \circ f)(x) = -3 \text{ 이므로 } x^2 + 4x + 1 = -3$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0, (x+2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

13 정답 -2

해설 $\sqrt{2}$ 는 무리수이므로

$$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 = 2$$

또, 2는 유리수이므로

$$f(2) = -2$$

$$\therefore (f \circ f)(\sqrt{2}) = f(f(\sqrt{2})) = f(2) = -2$$

14 정답 1

해설 $(f \circ g)(a) = f(g(a))$

$$= f(a^2 + a - 1)$$

$$= 3(a^2 + a - 1) - 1$$

$$= 3a^2 + 3a - 4$$

$$(f \circ g)(a) = 2 \text{ 이므로 } 3a^2 + 3a - 4 = 2 \text{ 에서}$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a+2)(a-1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\therefore a = 1 \quad (\because a > 0)$$

15 정답 1

해설 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$= f(bx - 3)$$

$$= a(bx - 3) + 3$$

$$= abx - 3a + 3$$

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$$= g(ax + 3)$$

$$= b(ax + 3) - 3$$

$$= abx + 3b - 3$$

$f \circ g = g \circ f$ 이므로

$$abx - 3a + 3 = abx + 3b - 3, 3a + 3b = 6$$

$$\therefore a + b = 2$$

이때 a , b 는 양수이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}, 2 \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\therefore \sqrt{ab} \leq 1$$

양변을 제곱하면

$$ab \leq 1$$

따라서 ab 의 최댓값은 1이다.

16 정답 ③

해설 $f(x) = 2x - 1, g(x) = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2 - 3x + 5)$$

$$= 2(x^2 - 3x + 5) - 1$$

$$= 2x^2 - 6x + 9$$

… ④

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x - 1)$$

$$= (2x - 1)^2 - 3(2x - 1) + 5$$

$$= 4x^2 - 10x + 9$$

… ⑤

④, ⑤에서 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 이므로

$$2x^2 - 6x + 9 = 4x^2 - 10x + 9$$

$$x^2 - 2x = 0, x(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

17 정답 ⑤

해설 $\int \left(\frac{x+2}{3} \right) dx = x - 2$ 에서 $\frac{x+2}{3} = t$ 로 놓으면

$$x = 3t - 2 \text{이므로 } f(t) = (3t - 2) - 2 = 3t - 4$$

따라서 $f(x) = 3x - 4$ 이므로

$$f(2) = 3 \cdot 2 - 4 = 2$$

(다른 풀이)

$$\frac{x+2}{3} = 2 \text{ 일 때, } x = 4 \text{ 이므로}$$

$$f(2) = 4 - 2 = 2$$

개념원리(2025) - 공통수학2 (합성함수) 226~233p

함수의 합성 ~ 역함수

18 정답 ②

해설 $h(3) = k$ 라 하면 $f(h(3)) = g(3)$ 이므로

$$f(k) = -11$$

$$f(k) = \frac{1}{2}k - 1 \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2}k - 1 = -11 \quad \therefore k = -20$$

$$\therefore h(3) = -20$$

19 정답 ①

해설 $f^2(x) = f(f(x)) = f(-x+2)$

$$= -(-x+2)+2 = x$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f(x) = -x+2$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = f(f(x)) = x$$

⋮

$$\therefore f^n(x) = \begin{cases} x & (n \text{은 짝수}) \\ -x+2 & (n \text{은 홀수}) \end{cases}$$

$$\therefore f^n(x) + f^{n+1}(x) = x + (-x+2) = 2$$

20 정답 62

해설 $f(f(k)) = 11$ 에서 $f(k) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 11$

(i) a 가 홀수일 때

$$f(a) = 2a+1 = 11$$

$$\therefore a = 5$$

(ii) a 가 짝수일 때

$$f(a) = \frac{a}{2} - 1 = 11$$

$$\therefore a = 24$$

(i), (ii)에 의하여 $f(k) = 5$ 또는 $f(k) = 24$

(iii) $f(k) = 5$ 인 경우

k 가 홀수이면 $2k+1 = 5$ 이므로

$$k = 2$$

이때 k 는 홀수이어야 하므로 조건에 모순이다.

또, k 가 짝수이면 $\frac{k}{2} - 1 = 5$ 이므로

$$k = 12$$

(iv) $f(k) = 24$ 인 경우

k 가 홀수이면 $2k+1 = 24$ 이므로

$$k = \frac{23}{2}$$

이때 k 는 자연수이어야 하므로 조건에 모순이다.

또, k 가 짝수이면 $\frac{k}{2} - 1 = 24$ 이므로

$$k = 50$$

(iii), (iv)에 의하여 $(f \circ f)(k) = 11$ 을 만족시키는

k 의 값은 12, 50이므로 그 합은

$$12 + 50 = 62$$

21 정답 8

해설 $f(x+y) = f(x) + f(y) \quad \cdots \textcircled{①}$

①의 양변에 $x = y = 1$ 을 대입하면

$$f(2) = f(1) + f(1) = 2f(1)$$

$$f(2) = 4 \text{이므로 } f(1) = 2$$

또, ①의 양변에 $x = y = 2$ 를 대입하면

$$f(4) = f(2) + f(2) = 8 \quad (\because f(2) = 4)$$

$$\therefore (f \circ f \circ f)(1) = f(f(f(1)))$$

$$= f(f(2)) = f(4)$$

$$= 8$$

22 정답 -6

해설 $f^3(x) = a(a(ax+b)+b)+b = a^3x + a^2b + ab + b$

이므로 $f^3(3) - f^3(2) = a^3 = -1$

$$\therefore a = -1$$

$$f(-1) = -a + b = -1 \text{이므로 } b = -2$$

$$\therefore f(4) = (-1) \times 4 - 2 = -6$$

개념원리(2025) - 공통수학2 (합성함수) 226~233p

함수의 합성 ~ 역함수

23 정답 4

해설 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + b) = 3ax + 3b - 4$
 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x - 4) = 3ax - 4a + b$
 이때 $f \circ g = g \circ f$ 이므로 $3b - 4 = -4a + b$
 $\therefore b = -2a + 2$
 따라서 $g(x) = ax - 2a + 2 = a(x - 2) + 2$ 이므로
 $y = g(x)$ 의 그래프는 a 의 값에 관계없이 항상
 점 $(2, 2)$ 를 지난다.
 $\therefore p = 2, q = 2$ 이므로 $pq = 4$

24 정답 ②

해설 주어진 그림에서
 $f(1)=2, f(2)=3, f(3)=4, f(4)=5, f(5)=1$
 $f \circ g = g \circ f$ 에서 $f(g(x))=g(f(x)) \quad \dots \textcircled{①}$
 ①의 양변에 $x=1$ 을 대입하면
 $f(g(1))=g(f(1)), f(3)=g(2) \quad \therefore g(2)=4$
 ①의 양변에 $x=2$ 를 대입하면
 $f(g(2))=g(f(2)), f(4)=g(3) \quad \therefore g(3)=5$
 ①의 양변에 $x=3$ 을 대입하면
 $f(g(3))=g(f(3)), f(5)=g(4) \quad \therefore g(4)=1$
 ①의 양변에 $x=4$ 를 대입하면
 $f(g(4))=g(f(4)), f(1)=g(5) \quad \therefore g(5)=2$

25 정답 ⑤

해설 ①. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(x+1))$
 $= f((x+1)+1) = f(x+2)$
 $= (x+2)+1 = x+3$
 $\therefore (f \circ f \circ f)(x) \neq f(x)$
 ②. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x))$
 $= f(-(-x)) = f(x)$
 ③. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x+1))$
 $= f(-(x-1)+1) = f(x)$
 따라서 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것은 ②, ③이다.

26 정답 4

해설 $(h \circ g \circ f)(x) = h(g(f(x))) = h(g(x-3))$
 $= h(3x-14)$
 $(h \circ g \circ f)(x) = f(x)$ 이므로
 $h(3x-14) = f(x) \quad \dots \textcircled{①}$
 $3x-14 = 7$ 이라 하면 $x = 7$
 따라서 ①의 양변에 $x = 7$ 을 대입하면 $h(7) = f(7) = 4$

27 정답 4

해설 $h(x) = ax + b$ (a, b 는 상수, $a \neq 0$)이라 하면
 $h \circ g \circ f = h(g(f(x)))$
 $= h(g(3x))$
 $= h(6x-1)$
 $= a(6x-1) + b$
 $= 6ax - a + b$
 이때 $h \circ g \circ f = f$ 이므로
 $6ax - a + b = 3x$
 즉, $6a = 3, -a + b = 0$ 이므로
 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$
 $\therefore h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 따라서 $h(k) = \frac{5}{2}$ 에서
 $\frac{k}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
 $\therefore k = 4$

28 정답 6

해설 $(g \circ (h \circ f))(x) = (g \circ h \circ f)(x)$
 $= (g \circ h)(f(x))$
 $= 5f(x) - 3$
 즉, $5f(x) - 3 = x^2 + 2$ 이므로
 $5f(x) = x^2 + 5$
 $\therefore f(x) = \frac{1}{5}x^2 + 1$
 $\therefore f(5) = \frac{25}{5} + 1 = 6$

29 정답 10

해설 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$
 $f^2\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$
 $= f\left(\frac{3}{2}\right)$
 $= \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$
 $f^3\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(f^2\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$
 $= \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$
 \vdots
 $\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) + f^2\left(\frac{1}{2}\right) + \cdots + f^{10}\left(\frac{1}{2}\right) = 5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{3}{2}$
 $= 10$

30 정답 20

해설 $f^1(x) = x + 1$

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$= f(x+1)$$

$$= (x+1)+1 = x+2$$

$$f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x))$$

$$= f(x+2)$$

$$= (x+2)+1 = x+3$$

⋮

$$\therefore f^n(x) = x+n$$

따라서 $f^{10}(x) = x+10$ 이므로 $f^{10}(a) = a+10 = 30$

$$\therefore a = 20$$

31 정답 ②

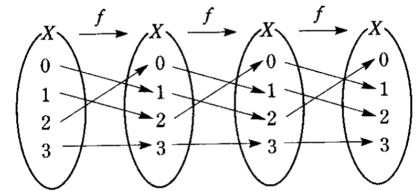
해설 X 가 원소의 개수 n 개인 유한집합일 때,

$f: X \rightarrow X$ 가 일대일대응이면 f, f^2, \dots, f^n 중에

항등함수인 것이 반드시 있다.

주어진 f 를 계속해서 합성하면 다음 그림과 같이

f^3 이 항등함수 I 가 된다.



$$f^{99}(0) = (f^3 \circ f^3 \circ f^3 \circ \dots \circ f^3)(0)$$

$$= (I \circ I \circ I \circ \dots \circ I)(0)$$

$$= I(0) = 0$$

$$f^{100}(1) = (f \circ (f^3 \circ f^3 \circ f^3 \circ \dots \circ f^3))(1)$$

$$= (f \circ (I \circ I \circ I \circ \dots \circ I))(1)$$

$$= (f \circ I)(1) = f(1) = 2$$

$$\therefore f^{99}(0) + f^{100}(1) = 0 + 2 = 2$$

32 정답 ⑤

해설 $f(x) = \begin{cases} -x^2 & (-1 \leq x < 0) \\ -x & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$ 에서

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} -\{f(x)\}^2 & (-1 \leq f(x) < 0) \\ -f(x) & (0 \leq f(x) \leq 1) \end{cases}$$

(i) $-1 \leq x < 0$ 일 때, $-1 \leq f(x) < 0$ 이므로

$$(f \circ f)(x) = -(-x^2)^2 = -x^4$$

(ii) $0 \leq x \leq 1$ 일 때, $-1 \leq f(x) \leq 0$ 이므로

$$(f \circ f)(x) = -(-x)^2 = -x^2$$

(i), (ii)에서

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} -x^4 & (-1 \leq x < 0) \\ -x^2 & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$
이므로

함수 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형으로 옮은 것은 ⑤이다.

33 정답 - 2

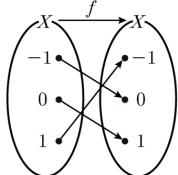
해설 함수 f 가 일대일대응이므로

$$f^{2024}(-1)=0, f^{2025}(1)=1 \text{ 또는}$$

$$f^{2024}(-1)=1, f^{2025}(1)=0 \text{이다.}$$

이때 $f(-1)=-1$ 이거나 $f(0)=0$ 이면 위의 조건을 만족시키지 않으므로 $f(-1)\neq -1, f(0)\neq 0$

(i) $f(-1)=0, f(0)=1$ 인 경우 함수 f 는



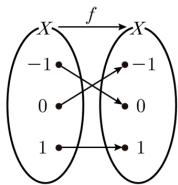
$$f(-1)=0, f^2(-1)=1, f^3(-1)=-1 \text{이므로}$$

$f^3 = I$ (I 는 항등함수)이다.

$$f^{2024} = f^{3 \cdot 674+2} = f^2, f^{2025} = f^{3 \cdot 675} = I \text{에서}$$

$$f^{2024}(-1)+f^{2025}(1)=f^2(-1)+I(1)=2$$

(ii) $f(-1)=0, f(0)=-1$ 인 경우 함수 f 는

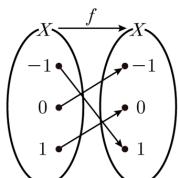


$$f(-1)=0, f^2(-1)=-1 \text{이고 } f(1)=1 \text{이므로}$$

$$f^{2024}(-1)=-1, f^{2025}(1)=1 \text{에서}$$

$$f^{2024}(-1)+f^{2025}(1)=-1+1=0$$

(iii) $f(-1)=1$ 인 경우 함수 f 는



$$f(-1)=1, f^2(-1)=0, f^3(-1)=-1 \text{이므로}$$

$f^3 = I$ (I 는 항등함수)이다.

$$f^{2024} = f^{3 \cdot 674+2} = f^2, f^{2025} = f^{3 \cdot 675} = I \text{에서}$$

$$f^{2024}(-1)+f^{2025}(1)=f^2(-1)+I(1)=1$$

(i), (ii), (iii)에 의하여 함수 f 는 (iii)과 같다.

$$f^{2020} = f^{3 \cdot 673+1} = f, f^{2021} = f^{3 \cdot 673+2} = f^2 \text{이므로}$$

$$f^{2020}(0)+f^{2021}(1)=f(0)+f^2(1)=-2$$

34 정답 ③

해설 $-3 < x < 4$ 일 때, $f(f(x)) > f(x)$ 에서 $f(x) = t$ 로

놓으면 $-2 \leq t < 5$ 이고, $f(t) > t$ 를 만족하는

t 의 범위는 $-2 \leq t < 0$

따라서 $-2 \leq f(x) < 0$ 을 만족시키는 x 값의 범위는

$$0 < x < 4$$

35 정답 $\frac{1}{2}$

해설 주어진 그림에서 두 함수 $f(x), g(x)$ 의 식을 각각 구하면

$$f(x) = x \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x & \left(0 \leq x < \frac{1}{2}\right) \\ -x+1 & \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right) \end{cases}$$

함수 $g(x)$ 는 주기가 2이고, $g(-x) = -g(x)$ 이므로

$$g\left(-\frac{9}{4}\right) = -g\left(\frac{9}{4}\right) = -g\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$f(-x) = f(x)$ 이므로

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore f\left(g\left(-\frac{9}{4}\right)\right) = \frac{1}{2}$$