

교과서_비상교육 - 공통수학2 (대단원) 94~96p_집합명제

집합의 개념과 표현 ~ 절대부등식

실시일자	-
33문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 다음 집합 중 나머지 넷과 다른 것은?

- ① $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$
- ② $\{x | x < 9, x \text{는 자연수}\}$
- ③ $\{x | x \leq 8, x \text{는 자연수}\}$
- ④ $\{y | y \text{는 } 10 \text{ 미만의 자연수}\}$
- ⑤ $\{y | 1 \leq y < 9, y \text{는 자연수}\}$

02 다음 중 집합 $\{2, 3, 5, 7\}$ 을 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

- ① $\{x | x < 9, x \text{는 소수}\}$
- ② $\{x | x \leq 9, x \text{는 소수}\}$
- ③ $\{x | x \text{는 한 자리 소수}\}$
- ④ $\{x | 1 < x \leq 9, x \text{는 소수}\}$
- ⑤ $\{x | 1 < x \leq 9, x \text{는 홀수}\}$

03 $A = \{x | x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 4, 32, a, b\}$ 인 집합 A , B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 12 ② 16 ③ 20
- ④ 24 ⑤ 28

04 두 집합 $A = \{1, 5, a - 3\}$, $B = \{b + 2, 1, 3\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수)

05 $\{a, c\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

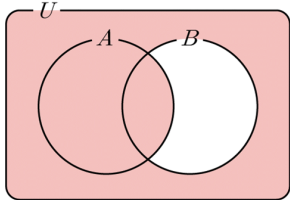
- ① 5 ② 8 ③ 10
- ④ 16 ⑤ 32

06 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 에 대하여 $\{1, 2\} \subset X$ 이고 $X \subset A$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것은?

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 4\}$
- ③ $\{2, 4, 8\}$ ④ $\{1, 2, 4, 8\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

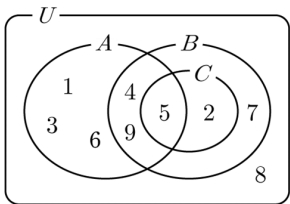


- 07** 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{0, 2, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 6, 9\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여 기호로 바르게 나타낸 것은?



- ① $n(U - A) = 5$ ② $n(U - B) = 6$
 ③ $n(A - B) = 1$ ④ $n(A \cup B^C) = 8$
 ⑤ $n((B - A)^C) = 7$

- 08** 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같을 때, 집합 $A - (B - C)$ 는?



- ① $\{1, 3, 6\}$ ② $\{1, 3, 5, 6\}$
 ③ $\{1, 3, 6, 8\}$ ④ $\{1, 3, 4, 6, 9\}$
 ⑤ $\{1, 3, 4, 6, 8, 9\}$

- 09** 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

- ① $B \subset A$ ② $A^C \subset B^C$
 ③ $A \cap B = B$ ④ $A - B = \emptyset$
 ⑤ $A^C \cup B^C = U - B$

- 10** $(A - B) \cup (A^C \cap B) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B, B \not\subset A$ ② $B \subset A, A \not\subset B$
 ③ $A = B$ ④ $A \cap B = \emptyset$
 ⑤ $A \cup B = \emptyset$

- 11** 50명의 수험생 중 문제 a 의 정답자는 36명, 문제 b 의 정답자는 29명, 문제 a, b 를 모두 정확히 푼 수험생은 21명이다. 이때 문제 a, b 를 모두 틀린 수험생 수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 12

- 12** 규리네 반 학생 32명에게 A, B 두 문제를 냈더니 A문제를 푼 학생이 13명, 두 문제를 모두 푼 학생이 7명이었다. 모두 한 문제 이상은 풀었다고 할 때, B문제를 푼 학생 수를 구하시오.

- 13** 명제 '어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 - 6x + a - 1 < 0$ 이다.'의 부정이 참이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오.

- 14** 두 조건 $p: 2 \leq x \leq 2k$, $q: -\frac{k}{3} \leq x < 16$ 에 대하여 ' p 이면 q 이다.'가 참이 되도록 하는 정수 k 의 개수는? (단, $k \geq 1$)

- ① 7 개 ② 8 개 ③ 12 개
④ 15 개 ⑤ 16 개

- 15** 다음 보기 중 명제인 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㄱ. $3 - 4 = 1$
ㄴ. 기차는 빠르다.
ㄷ. 사람은 꽃보다 아름답다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 16** 다음 중 명제가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 3개)

- ① 무궁화 꽃은 아름답다.
② 한국의 수도는 서울이다.
③ $1 + 2 < 5$
④ $x + 1 = 4$
⑤ 대학에 가고 싶다.

- 17** 두 조건 $p: -1 \leq x \leq k$, $q: -\frac{k}{4} < x < 7$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. (단, $k \geq -1$)

- 18** 두 조건 ' $p: |x-1| > 1$ ', ' $q: |x-a| \geq 2$ '에 대하여 명제 $q \rightarrow p$ 가 참이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하시오.

- 19** 두 조건 $p: |x-3| \geq \frac{k}{2}$, $q: |x-4| < 2$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참이 되도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. (단, $k > 0$)

- 20** 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, p 는 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것은?

- | | |
|-------------------------------|----------------------|
| ① $p: A = B$ | $q: A \cap B = B$ |
| ② $p: A^C \cap B = \emptyset$ | $q: A^C \subset B^C$ |
| ③ $p: A \cup B = \emptyset$ | $q: A = \emptyset$ |
| ④ $p: B - A = B$ | $q: B = U - A$ |
| ⑤ $p: B \cup B^C = A$ | $q: A^C = \emptyset$ |

- 21** 2 이상의 자연수 k 에 대하여 집합 A_k 를 $A_k = \{x | x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 라 할 때, $(A_6 \cap A_8) \subset A_a$ 를 만족시키는 모든 자연수 a 의 개수를 구하시오.

- 22** 두 집합 A_m, B_n 에 대하여 $A_m = \{x | x \text{는 } m \text{의 양의 배수, } m \text{은 자연수}\}$, $B_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 양의 약수, } n \text{은 자연수}\}$ 라 하자. $A_p \subset (A_6 \cap A_8)$ 를 만족시키는 자연수 p 의 최솟값과 $B_q \subset (B_{14} \cap B_{21})$ 을 만족시키는 자연수 q 의 최댓값의 합을 구하시오.

- 23** 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 100$, $n(A) = 45$, $n(B) = 65$, $n(A \cup B^C) = 55$ 일 때, $n(A \cap B^C)$ 을 구하시오.

- 24** 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $7 \notin A \cap B$
 ㄴ. $n(B - A) = 2$
 ㄷ. U 의 부분집합 중 집합 $A \cup B$ 와 서로소인 집합의 개수는 64이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 25** 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{1, 2, 3\}$, $A \cap B = \{4, 5\}$, $B \cap (A \cap B)^c = \{7, 8\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 의 모든 원소의 합을 구하시오.

- 26** 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, 5, 6\}$ 일 때, 집합 $\{(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)\} \cup A$ 의 모든 원소의 합을 구하시오.

- 27** 명제 ' $x \geq 99$ 이면 $2x + a \leq 3x - 2a$ 이다.'가 참이 되기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \leq 31$ ② $a \geq 31$ ③ $a \leq 33$
 ④ $a \geq 33$ ⑤ $a \leq 35$

- 28** 두 조건 ' $p: |x - 2| < k$ ', ' $q: 1 \leq x \leq 6$ '에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 자연수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

- 29** 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가 $p: 2 \leq x \leq 10$, $q: x < k + 1$ 이다. 이때 $p \rightarrow q$ 가 거짓이 되도록 하는 정수 k 의 최댓값을 구하시오.

30 명제 ' $|x-3| < a$ 이면 $1 < x < 7$ 이다.'가 참이 되기 위한 양수 a 의 최댓값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

31 다음은 명제 '정수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.'가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

주어진 명제의 대우인 '정수 x, y, z 에 대하여 x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면 (가)이다.'가 참임을 증명해 보자.

x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면

$$x = 3l \pm 1, y = 3m \pm 1, z = 3n \pm 1$$

(l, m, n 은 정수)로 나타낼 수 있다.

이때

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2 \\ &= 9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \pm 6m + 1 \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l + m) + 2 \end{aligned}$$

또는

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= \text{(나)} \\ &= \text{(다)} \end{aligned}$$

$$\text{한편, } z^2 = (3n \pm 1)^2 = 9n^2 \pm 6n + 1$$

따라서 $x^2 + y^2 \neq z^2$ 이므로 주어진 명제의 대우는 (라)이다.

그러므로 주어진 명제는 (마)이다.

- ① (가) $x^2 + y^2 \neq z^2$
② (나) $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$
③ (다) $9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \mp 6m + 1$
④ (라) 참
⑤ (마) 참

32 $a > 0, b > 0$ 일 때, $(3a+5b)\left(\frac{3}{a}+\frac{5}{b}\right)$ 의

최솟값은?

- ① 15
- ② 36
- ③ 52
- ④ 64
- ⑤ 90

33 양수 a 에 대하여 $\left(a+\frac{9}{a}\right)\left(a+\frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

- ① 12
- ② 15
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 25

교과서_비상교육 - 공통수학2 (대단원) 94~96p_집합명제

집합의 개념과 표현 ~ 절대부등식

실시일자	-
33문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ④	02 ⑤	03 ④
04 3	05 ②	06 ③
07 ④	08 ②	09 ④
10 ③	11 ③	12 26
13 10	14 ①	15 ①
16 ①, ④, ⑤	17 11	18 1
19 2	20 ④	21 7
22 31	23 25	24 ②
25 15	26 18	27 ③
28 ①	29 9	30 ①
31 ②	32 ④	33 ⑤

교과서_비상교육 - 공통수학2 (대단원) 94~96p_집합명제

집합의 개념과 표현 ~ 절대부등식

실시일자	-
33문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ④

해설 ①, ②, ③, ⑤는 $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$
④는 $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$

02 정답 ⑤

해설 ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

03 정답 ④

해설 $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 이고 $A = B$ 이므로
 $a = 8, b = 16$ 또는 $a = 16, b = 8$ 이다.
 $\therefore a + b = 24$

04 정답 3

해설 $A = B$ 이므로 $a - 3 = 3, b + 2 = 5$
 $\therefore a = 6, b = 3$
 $\therefore a - b = 3$

05 정답 ②

해설 집합 X 는 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합이면서 a, c 를 포함하는 집합이므로 $\{b, d, e\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $2^3 = 8(\text{개})$

06 정답 ③

해설 $\{1, 2\} \subset X$ 이고 $X \subset A$ 이므로 A 의 부분집합 중 1, 2를 항상 포함하여야 한다.
그러므로 1을 포함하지 않은 $\{2, 4, 8\}$ 이 집합 X 가 될 수 없다.

07 정답 ④

해설 색칠된 영역은
 $(B - A)^C = (B \cap A^C)^C = B^C \cup A = A \cup B^C$ 이다.
 $B - A = \{6, 9\}$ 이므로
 $(B - A)^C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$
 $\therefore n((B - A)^C) = n(A \cup B^C) = 8$

08 정답 ②

해설 $A = \{1, 3, 4, 5, 6, 9\}, B - C = \{4, 7, 9\}$ 이므로
 $A - (B - C) = \{1, 3, 5, 6\}$

09 정답 ④

해설 $A \cup B = A$ 는 $B \subset A$ 를 의미한다.
① $B \subset A$
② 집합의 포함관계에 의하여 $A^C \subset B^C$
③ $A \cap B = B$
④ [반례]
 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2\}$ 라 하면
 $A - B = \{3, 4\} \neq \emptyset$
⑤ $A^C \cup B^C = B^C = U - B$

10 정답 ③

해설 $(A - B) \cup (A^C \cap B) = (A \cap B^C) \cup (A^C \cap B) = \emptyset$
이므로 $A \cap B^C = \emptyset, A^C \cap B = \emptyset$
즉, $A - B = \emptyset, B - A = \emptyset$ 이므로
 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다.
 $\therefore A = B$

11 정답 ③

해설 문제 a의 정답자의 집합을 A,
문제 b의 정답자의 집합을 B라 하면
 $n(A)=36, n(B)=29, n(A \cap B)=21, n(U)=50$
 $\therefore n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)=44$
 따라서 구하는 수험생 수는
 $n(A^C \cap B^C)=n((A \cup B)^C)=n(U)-n(A \cup B)$
 $=50-44=6$

12 정답 26

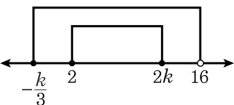
해설 유리네 반 학생의 집합을 U, A문제를 푼 학생의 집합을 A, B문제를 푼 학생의 집합을 B라 하면
 $n(U)=32, n(A)=13$
 A, B 두 문제를 모두 푼 학생의 집합은 $A \cap B$ 이므로
 $n(A \cap B)=7$
 $\therefore n(A-B)=n(A)-n(A \cap B)$
 $=13-7=6$
 이때 $n(U)=n(A \cup B)$
 $n(B)=n(A \cup B)-n(A-B)$
 $=32-6$
 $=26$
 따라서 구하는 학생 수는 26이다

13 정답 10

해설 주어진 명제의 부정
 '모든 실수 x에 대하여 $x^2-6x+a-1 \geq 0$ 이다.'가 참이
 되어야 하므로 이차방정식 $x^2-6x+a-1=0$ 의
 판별식을 D라 하면
 $\frac{D}{4}=(-3)^2-(a-1) \leq 0$
 $\therefore a \geq 10$
 따라서 구하는 실수 a의 최솟값은 10이다.

14 정답 ①

해설



$-\frac{k}{3} \leq 2 \Rightarrow k \geq -6, 2k < 16 \Rightarrow k < 8, 1$
 $\leq k < 8$ 이므로 정수 k의 개수는 7개

15 정답 ①

해설 $\neg. 3-4=1$ 은 거짓인 명제이다.
 \neg . 기준이 명확하지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
 \neg . 기준이 명확하지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
 따라서 명제인 것은 \neg 이다.

16 정답 ①, ④, ⑤

해설 ①, ⑤와 같이 감탄문, 희망사항, 명령, 주관적인 견해 등은 참, 거짓을 판단할 수 없으므로 명제가 아니다.
 ②, ③은 참인 명제이다.
 ④는 x의 값에 따라 참, 거짓이 달라지므로 명제가 아니다.
 따라서 명제가 아닌 것은 ①, ④, ⑤이다.

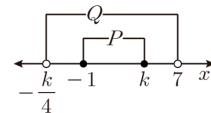
17 정답 11

해설 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
 $P=\{x|-1 \leq x \leq k\}$

$$Q=\left\{x \mid -\frac{k}{4} < x < 7\right\}$$

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 하므로

다음 그림에서 $-\frac{k}{4} < -1, k < 7$



$$\therefore 4 < k < 7$$

따라서 정수 k는 5, 6이므로 모든 정수 k의 값의 합은
 $5+6=11$

18 정답 1

해설 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.
 $|x-1| > 1$ 에서 $x-1 < -1$ 또는 $x-1 > 1$
 즉, $x < 0$ 또는 $x > 2$ 이므로
 $P = \{x \mid x < 0 \text{ 또는 } x > 2\}$
 $|x-a| \geq 2$ 에서 $x-a \leq -2$ 또는 $x-a \geq 2$
 즉, $x \leq a-2$ 또는 $x \geq a+2$ 이므로
 $Q = \{x \mid x \leq a-2 \text{ 또는 } x \geq a+2\}$
 명제 $q \rightarrow p$ 가 참이 되려면 $Q \subset P$ 이어야 하므로
 다음 그림과 같다.

그러므로 $a-2 < 0, a+2 > 2$
 $\therefore 0 < a < 2$
 따라서 정수 a 는 1의 1개이다.

19 정답 2

해설 $p: |x-3| \geq \frac{k}{2}$ 에서 $x-3 \leq -\frac{k}{2}$ 또는 $x-3 \geq \frac{k}{2}$
 $\therefore x \leq -\frac{k}{2}+3$ 또는 $x \geq \frac{k}{2}+3$
 $q: |x-4| < 2$ 에서 $\sim q: |x-4| \geq 2$ 이므로
 $x-4 \leq -2$ 또는 $x-4 \geq 2$
 $\therefore x \leq 2$ 또는 $x \geq 6$
 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \left\{x \mid x \leq -\frac{k}{2}+3 \text{ 또는 } x \geq \frac{k}{2}+3\right\}$,
 $Q^C = \{x \mid x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 6\}$
 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 역, 즉 $\sim q \rightarrow p$ 가 참이 되려면
 $Q^C \subset P$ 가 성립해야 한다.

위의 그림에서 $-\frac{k}{2}+3 \geq 2, \frac{k}{2}+3 \leq 6$ 이므로
 $k \leq 2, k \leq 6$
 $\therefore 0 < k \leq 2 (\because k > 0)$
 따라서 구하는 실수 k 의 최댓값은 2이다.

20 정답 ④

해설 ① $A \cap B = B$ 에서 $B \subset A$
 따라서 $p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한
 충분조건이다.
 ② $A^C \cap B = \emptyset$ 에서 $B - A = \emptyset$
 $\therefore B \subset A$
 $A^C \subset B^C$ 에서 $B \subset A$
 따라서 $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한
 필요충분조건이다.
 ③ $A \cup B = \emptyset$ 에서 $A = \emptyset, B = \emptyset$
 따라서 $p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한
 충분조건이다.
 ④ $B - A = B$ 에서 $A \cap B = \emptyset$
 $B = U - A$ 에서 $B = A^C$
 따라서 $p \not\Rightarrow q, q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한
 필요조건이다.
 ⑤ $B \cup B^C = A$ 에서 $A = U$
 $A^C = \emptyset$ 에서 $A = U$
 따라서 $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한
 필요충분조건이다.

21 정답 7

해설 $A_6 \cap A_8 = A_{24}$ 이므로
 $A_{24} \subset A_a$ 를 만족시키는 자연수 a 는 24의 약수이다.
 따라서 a 의 개수는 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24의 7이다.

22 정답 31

해설 집합 $A_6 \cap A_8$ 는 6과 8의 공배수의 집합
 즉, 24의 배수의 집합이므로 $A_6 \cap A_8 = A_{24}$
 따라서 $A_p \subset A_{24}$ 을 만족시키는 p 는 24의 배수이므로
 자연수 p 의 최솟값은 24이다.
 또, 집합 $B_{14} \cap B_{21}$ 은 14와 21의 공약수의 집합
 즉, 7의 약수의 집합이므로 $B_{14} \cap B_{21} = B_7$
 따라서 $B_q \subset B_7$ 을 만족시키는 q 는 7의 약수이므로
 자연수 q 의 최댓값은 7이다.
 따라서 구하는 값은 $24 + 7 = 31$

23 정답 25

해설 $A \cup B^C = (A^C \cap B)^C = U - (B - A)$ 이므로
 $n(A \cup B^C) = n(U - (B - A)) = n(U) - n(B - A)$
 $\therefore n(B - A) = 45$
 $B - A = B - (A \cap B)$ 이므로
 $n(B - A) = n(B - (A \cap B)) = n(B) - n(A \cap B)$
 $\therefore n(A \cap B) = 20$
 $A \cap B^C = A - (A \cap B)$ 이므로
 $n(A \cap B^C) = n(A) - n(A \cap B) = 25$

24 정답 ②

해설 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{1, 3, 9\}$
 \neg , $A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 $7 \notin A \cap B$
 \sqsubset , $B - A = \{5, 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 2$
 \sqsupset , $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 집합 $A \cup B$ 와
서로소인 집합은 전체집합 U 의 부분집합 중에서
 $1, 3, 5, 7, 9$ 를 원소로 갖지 않는 집합이다.
즉, $A \cup B$ 와 서로소인 집합의 개수는
 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로
 $2^5 = 32$
따라서 옳은 것은 \neg , \sqsubset 이다.

25 정답 15

해설 $A - B = \{1, 2, 3\}$, $A \cap B = \{4, 5\}$ 이므로
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
차집합의 정의에 의하여
 $B \cap (A \cap B)^C = B - (A \cap B) = \{7, 8\}$
 $\therefore B = \{4, 5, 7, 8\}$
이때 $A^C = \{6, 7, 8, 9\}$, $B^C = \{1, 2, 3, 6, 9\}$ 이므로
 $A^C \cap B^C = \{6, 9\}$
따라서 $A^C \cap B^C$ 의 모든 원소의 합은
 $6 + 9 = 15$

26 정답 18

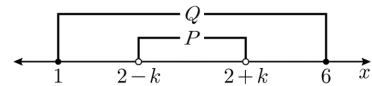
해설 (주어진 식) $= \{(A \cap A^C) \cup B\} \cup A$
 $= B \cup A$ (\because 분배법칙)
이때 $A \cap A^C = \emptyset$ 이므로 $B \cup A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$
따라서 구하는 원소들의 합은
 $1 + 2 + 4 + 5 + 6 = 18$

27 정답 ③

해설 $2x + a \leq 3x - 2a$ 에서 $x \geq 3a$
 $P = \{x | x \geq 99\}$, $Q = \{x | x \geq 3a\}$ 라 하면
 $P \subset Q$ 이어야 하므로 $3a \leq 99$
 $\therefore a \leq 33$

28 정답 ①

해설 $|x - 2| < k$ 에서 $-k < x - 2 < k$
 $\therefore 2 - k < x < 2 + k$
두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \{x | 2 - k < x < 2 + k\}$,
 $Q = \{x | 1 \leq x \leq 6\}$
명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 하므로
다음 그림과 같다.



그러므로 $1 \leq 2 - k$, $2 + k \leq 6$
 $k \leq 1$, $k \leq 4$
 $\therefore k \leq 1$
따라서 자연수 k 는 1의 1개다.

29 정답 9

해설 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라 하면
 $p \rightarrow q$ 가 거짓이므로 $P \not\subset Q$ 이어야 한다.
따라서 $k + 1 \leq 10$ 에서 $k \leq 9$ 이므로 정수 k 의 최댓값은
9이다.

30 정답 ①

해설 $-a < x - 3 < a \rightarrow 3 - a < x < 3 + a$
 $\{x | 3 - a < x < 3 + a\} \subset \{x | 1 < x < 7\}$
 $\therefore 1 \leq 3 - a$ 과 $3 + a \leq 7$ 을 동시에 만족해야 한다.
 $\therefore a \leq 2$

31 정답 ②

해설 $x^2 + y^2$ 의 값은
 $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$ 또는 $(3l \pm 1)^2 + (3m \mp 1)^2$
따라서 ②는 옳지 않다.

32 정답 ④

해설 $a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\begin{aligned}(3a+5b)\left(\frac{3}{a}+\frac{5}{b}\right) &= 9 + \frac{15a}{b} + \frac{15b}{a} + 25 \\ &\geq 34 + 2\sqrt{\frac{15a}{b} \cdot \frac{15b}{a}} \\ &= 64\end{aligned}$$

(단, 등호는 $\frac{15a}{b} = \frac{15b}{a}$, 즉 $a = b$ 일 때 성립한다.)

따라서 $(3a+5b)\left(\frac{3}{a}+\frac{5}{b}\right)$ 의 최솟값은 64이다.

33 정답 ⑤

해설 $a > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\begin{aligned}\left(a+\frac{9}{a}\right)\left(a+\frac{4}{a}\right) &= a^2+9+4+\frac{36}{a^2} \\ &= a^2+\frac{36}{a^2}+13 \\ &\geq 2\sqrt{a^2 \cdot \frac{36}{a^2}}+13 \\ &= 25\end{aligned}$$

(단, 등호는 $a^2 = \frac{36}{a^2}$,

즉 $a = \sqrt{6}$ 일 때 성립한다.)

따라서 $\left(a+\frac{9}{a}\right)\left(a+\frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은 25이다.