

교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

- 01** 두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $y=x+2$

ㄴ. $y=\begin{cases} x^2 & (x \text{는 짝수}) \\ x+1 & (x \text{는 홀수}) \end{cases}$

ㄷ. $y=(x^2)$ 양의 약수

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 02** 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 보기 중 함수 $f: X \rightarrow X$ 로 가능한 것의 개수는?

<보기>

ㄱ. $f(x)=-x$

ㄴ. $f(x)=x^2$

ㄷ. $f(x)=|x|$

ㄹ. $f(x)=\frac{1}{x}$

ㅁ. $f(x)=\sqrt{x}$

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

- 03** 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 함수 f 는 항등함수이고, 함수 g 는 상수함수이다. $f(5)+g(5)=7$ 일 때, $f(7)+g(7)$ 의 값을 구하시오.

- 04** 두 함수 $f(x)=x-2$, $g(x)=-x^2-1$ 에 대하여 $(f \circ g)(0)$ 의 값을 구하시오.

- 05** 세 함수 $f(x)=-x+3$, $g(x)=x^2$, $h(x)=-3x$ 에 대하여 $(f \circ g \circ h)(1)$ 의 값은?

- ① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2



교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

06

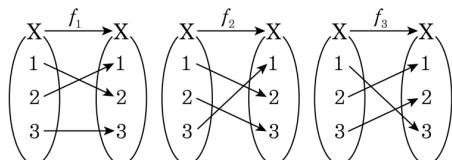
[2019년 3월 고2 문과 8번/3점]

함수 $f(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(f \circ f)(5)$ 의 값은?

- ① 11
- ② 13
- ③ 15
- ④ 17
- ⑤ 19

07

집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 X 로의 일대일대응 f_1, f_2, f_3 가 다음과 같다. 이 때, 다음 중 $f_2 \circ f_2$ 와 같은 것은?



- ① f_1
- ② f_2
- ③ f_3
- ④ $f_1 \circ f_1$
- ⑤ $f_3 \circ f_3$

08

함수 $f(x) = x - 2$ 에 대하여 $(f \circ f)(0)$ 의 값을 구하시오.

09

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

- ① $(f \circ g)(x) = (x+2)^2$
- ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$
- ③ $(f \circ g)(x) = (x-2)^2$
- ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$
- ⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

10

두 함수 $f(x) = x^2 + x + 1$, $g(x) = 4x - 7$ 에 대하여 $(f \circ g \circ f)(-1)$ 의 값을 구하시오.

11

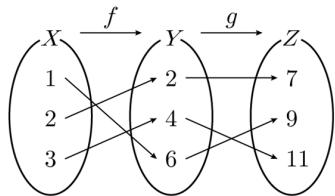
[2018년 9월 고2 문과 24번 변형]

함수 $f(x) = 2x + 3$ 에 대하여 $f^{-1}(17)$ 의 값을 구하시오.

교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

- 12** 다음 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$g^{-1}(9) + (g \circ f)(2)$ 의 값은?

- ① 11
- ② 13
- ③ 15
- ④ 17
- ⑤ 19

- 13** 함수 $f(x)=2x+3$ 에 대하여 $(g \circ f)(x)=x$ 를 만족시키는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $g(x)=\frac{1}{2}x-1$
- ② $g(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$
- ③ $g(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
- ④ $g(x)=x-3$
- ⑤ $g(x)=2x+3$

- 14** 집합 $X=\{1, 2\}$ 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=2x^2+x+a, g(x)=x^2+bx+1$ 에 대하여 $f=g$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

- 15** 집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=2x^2, g(x)=x^2+4x-3$ 에 대하여 $f=g$ 가 되도록 하는 집합 X 의 개수를 구하시오. (단, $X \neq \emptyset$)

- 16** 두 함수 $f(x)=\begin{cases} 1 & (x < 1) \\ -2x+3 & (x \geq 1) \end{cases}, g(x)=3x^2-2$ 에 대하여 $(g \circ f)\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.

- 17** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(x)=\begin{cases} 2x-3 & (x \text{가 짝수일 때}) \\ -x+5 & (x \text{가 홀수일 때}) \end{cases}$ 일 때, $(f \circ f)(3)$ 의 값은?

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

- 18** 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $h(x) = 9x - 5$ 에서 $(f \circ g)(x) = h(x)$ 를 만족시키는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $g(x) = 3x - 1$
- ② $g(x) = 3x - 2$
- ③ $g(x) = 3x + 2$
- ④ $g(x) = 6x - 2$
- ⑤ $g(x) = 6x - 5$

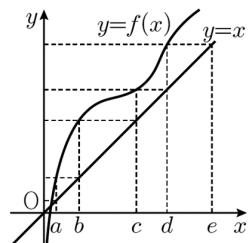
- 19** 두 함수 $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = 6x^2 + 7$ 에서 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 함수 $h(x)$ 는?

- ① $h(x) = 2x^2 - 2$
- ② $h(x) = 2x^2 + 3$
- ③ $h(x) = 3x^2 - 2$
- ④ $h(x) = 3x^2 - 3$
- ⑤ $h(x) = 3x^2 + 5$

- 20** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f(1) = 5$, $f^{-1}(11) = -2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 상수이다.)

- 21** [2017년 9월 고2 이과 24번/3점] 일차함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $f(14) = 3$, $g(2) = 11$ 일 때, $g(6)$ 의 값을 구하시오.

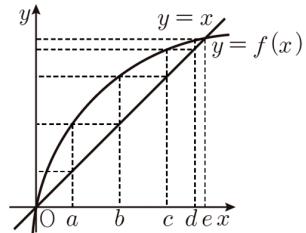
$$f(14) = 3, g(2) = 11 \text{일 때, } g(6) \text{의 값을 구하시오.}$$



- 22** 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 다음 그림과 같을 때, $(f \circ f)(k) = d$ 를 만족시키는 k 의 값은?
(단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

- ① a
- ② b
- ③ c
- ④ d
- ⑤ e

- 23** 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 다음 그림과 같을 때, $f^{-1}(b)$ 의 값은?
(단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

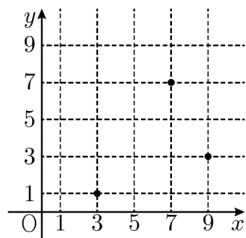


- ① a
- ② b
- ③ c
- ④ d
- ⑤ e

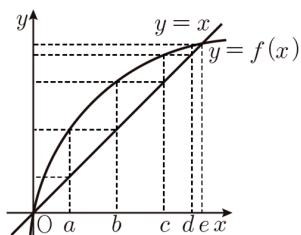
교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

- 24** 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 있다. 다음 그림은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부를 나타낸 것이다. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재할 때, $f^{-1}(5) + f^{-1}(9)$ 의 값을 구하시오.

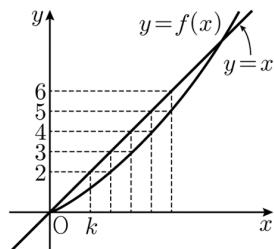


- 25** 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 다음 그림과 같을 때, $(f \circ f)^{-1}(d)$ 의 값을? (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)



- ① a ② b ③ c
④ d ⑤ e

- 26** $x \geq 0$ 에서 정의된 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



$f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(g \circ g)(k)$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

- 27** 두 집합 $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid 1 \leq y \leq 13\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오. (단, $a < 0$)

- 28** [2019년 11월 고1 28번 변형]
두 함수 $f(x) = 2x + a$, $g(x) = \begin{cases} 3x - 9 & (x < a) \\ x^2 & (x \geq a) \end{cases}$ 에 대하여 $(g \circ f)(2) + (f \circ g)(4) = 58$ 을 만족시키는 모든 실수 a 의 값을 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오.

- 29** 두 함수 $f(x) = 5x - 2$, $g(x) = x^2 + 6x + a$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $(g \circ f)(x) \geq 0$ 을 만족할 때, 실수 a 의 최솟값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ②	02 ③	03 9
04 -3	05 ③	06 ④
07 ③	08 -4	09 ①
10 7	11 7	12 ②
13 ②	14 ⑤	15 3
16 10	17 ③	18 ②
19 ②	20 5	21 23
22 ②	23 ①	24 6
25 ②	26 4	27 -10
28 81	29 ②	



교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수) 118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ②

해설 ㄱ. X 의 원소 3에 대응하는 Y 의 값이 없으므로 함수가 아니다.
ㄴ. $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 4$,
곧 X 의 모든 원소가 Y 의 원소 하나에 대응하므로 함수이다.
ㄷ. X 의 원소 2, 3에 대응하는 Y 의 값이 각각 2개이므로 함수가 아니다.

02 정답 ③

해설 ㄱ. $f(x) = -x$ 에서 $f(-1) = 1 \in X, f(0) = 0 \in X, f(1) = -1 \in X$ 이므로 X 에서 X 로의 함수이다.
ㄴ. $f(x) = x^2$ 에서 $f(-1) = 1 \in X, f(0) = 0 \in X, f(1) = 1 \in X$ 이므로 X 에서 X 로의 함수이다.
ㄷ. $f(x) = |x|$ 에서 $f(-1) = 1 \in X, f(0) = 0 \in X, f(1) = 1 \in X$ 이므로 X 에서 X 로의 함수이다.
ㄹ. $f(x) = \frac{1}{x}$ 에서 $f(0)$ 이 정의되지 않으므로 X 에서 X 로의 함수가 아니다.
ㅁ. $f(x) = \sqrt{x}$ 에서 $f(-1) = i \not\in X$ 이므로 X 에서 X 로의 함수가 아니다.
따라서 함수 $f: X \rightarrow X$ 로 가능한 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ의 3개이다.

03 정답 9

해설 함수 f 는 항등함수이므로
 $f(5) = 5, f(7) = 7$
 $f(5) + g(5) = 7$ 에서 $5 + g(5) = 7$
 $\therefore g(5) = 2$
함수 g 는 상수함수이므로
 $g(7) = g(5) = 2$
 $\therefore f(7) + g(7) = 7 + 2 = 9$

04 정답 -3

해설 $(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(-1) = -3$

05 정답 ③

해설 $(f \circ g \circ h)(1) = f(g(h(1))) = f(g(-3)) = f(9) = -6$

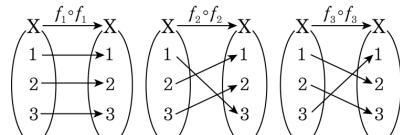
06 정답 ④

해설 $f(x) = 2x - 1$ 에서
 $f(5) = 2 \times 5 - 1 = 9$ 이므로
 $(f \circ f)(5) = f(f(5)) = f(9) = 2 \times 9 - 1 = 17$

[다른 풀이]
$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f(f(x)) \\ &= f(2x - 1) \\ &= 2(2x - 1) - 1 \\ &= 4x - 3 \end{aligned}$$

07 정답 ③

해설 보기의 합성함수를 각각 구해보면



위 그림에서 $f_2 \circ f_1 = f_3$ 임을 알 수 있다.

08 정답 -4

해설 $(f \circ f)(0) = f(f(0)) = f(-2) = -4$

09 정답 ①

해설 두 함수 $f(x) = x^2, g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+2) = (x+2)^2$



교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

10 정답 7

해설 $f(-1) = 1$ 이므로
 $(g \circ f)(-1) = g(f(-1)) = g(1) = -3$
 $\therefore (f \circ g \circ f)(-1) = f(-3) = 7$

11 정답 7

해설 함수 $f(x) = 2x + 3$ 에서 $f^{-1}(17) = k$ 라 하면
역함수의 성질에 의하여
 $f(k) = 2k + 3 = 17$ 이므로 $k = 7$
따라서 $f^{-1}(17) = 7$

12 정답 ②

해설 $g^{-1}(9) = k$ (k 는 상수)라 하면 $g(k) = 9$ 이므로
 $k = 6$
 $(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(2) = 7$
 $\therefore g^{-1}(9) + (g \circ f)(2) = 6 + 7 = 13$

13 정답 ②

해설 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = x$ 이므로
 $f(x) = g^{-1}(x)$
 $\therefore g(x) = f^{-1}(x)$
즉, 함수 $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이므로
 $y = 2x + 3$ 으로 놓고 x 에 대하여 정리하면
 $2x = y - 3$
 $\therefore x = \frac{1}{2}y - \frac{3}{2}$

x 와 y 를 서로 바꾸면

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\therefore g(x) = f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

14 정답 ⑤

해설 정의역은 $X = \{1, 2\}$ 이고 $f = g$ 이므로
 $f(1) = g(1), f(2) = g(2)$ 가 성립한다.
 $f(1) = g(1)$ 에서
 $2 + 1 + a = 1 + b + 1$
 $\therefore a - b = -1$ … ㉠
 $f(2) = g(2)$ 에서
 $8 + 2 + a = 4 + 2b + 1$
 $\therefore a - 2b = -5$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a = 3, b = 4$
 $\therefore a + b = 3 + 4 = 7$

15 정답 3

해설 $f(x) = g(x)$ 에서 $2x^2 = x^2 + 4x - 3$
 $x^2 - 4x + 3 = 0, (x-1)(x-3) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 3$
따라서 집합 X 는 $\{1, 3\}$ 의 부분집합 중 공집합을 제외한
집합이므로 $\{1\}, \{3\}, \{1, 3\}$ 의 3개이다.

16 정답 10

해설 $f\left(\frac{5}{2}\right) = -2 \cdot \frac{5}{2} + 3 = -2,$
 $g(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 2 = 10$ 이므로
 $(g \circ f)\left(\frac{5}{2}\right) = g\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right)$
 $= g(-2)$
 $= 10$

17 정답 ③

해설 $(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(-3 + 5)$
 $= f(2) = 2 \cdot 2 - 3$
 $= 1$

18 정답 ②

해설 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3g(x) + 1$
이때 $(f \circ g)(x) = h(x)$ 이므로
 $3g(x) + 1 = 9x - 5$
 $3g(x) = 9x - 6$
 $\therefore g(x) = 3x - 2$

교과서_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

19 정답 ②

해설 $(f \circ h)(x) = f(h(x)) = 3h(x) - 2$
 이때 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 이므로
 $3h(x) - 2 = 6x^2 + 7, 3h(x) = 6x^2 + 9$
 $\therefore h(x) = 2x^2 + 3$

20 정답 5

해설 $f(1) = 5$ 에서 $a + b = 5 \quad \dots \textcircled{1}$
 $f^{-1}(11) = -2$ 에서 $f(-2) = 11$ 이므로
 $-2a + b = 11 \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = -2, b = 7$
 $\therefore a + b = 5$

21 정답 23

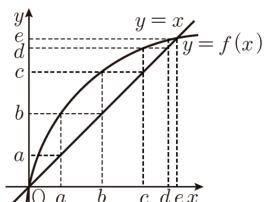
해설 역함수의 성질 이해하기
 두 상수 a, b 에 대하여
 일차함수 $g(x) = ax + b$ 라 하자.
 $f(14) = 3$ 이므로 $g(3) = 3a + b = 14$ 이고
 $g(2) = 2a + b = 11$
 그러므로 $a = 3, b = 5, g(x) = 3x + 5$
 따라서 $g(6) = 23$

22 정답 ②

해설 $(f \circ f)(k) = f(f(k)) = d$
 $f(c) = d$ 이므로 $f(k) = c$
 $f(b) = c$ 이므로 $k = b$

23 정답 ①

해설 직선 $y = x$ 를 이용하여 y 축과 점선이 만나는 점의 y 좌표를 구하면 다음 그림과 같다.



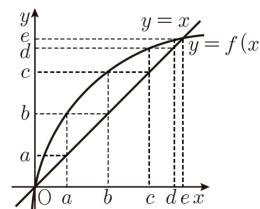
$f^{-1}(b) = k$ 라 하면 $f(k) = b$ 이므로
 $k = a$
 $\therefore f^{-1}(b) = a$

24 정답 6

해설 $f^{-1}(5) = a, f^{-1}(9) = b$ 라 하면
 $f(a) = 5, f(b) = 9$
 함수 f 의 역함수가 존재하면 f 는 일대일대응이므로
 $a = 1, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 1$
 $\therefore f^{-1}(5) + f^{-1}(9) = a + b = 6$

25 정답 ②

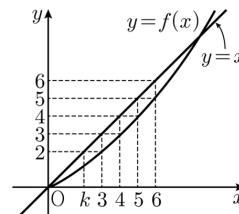
해설 직선 $y = x$ 를 이용하여 y 축과 점선이 만나는 점의 y 좌표를 구하면 다음 그림과 같다.



역함수의 성질에 의하여
 $(f \circ f)^{-1}(d) = (f^{-1} \circ f^{-1})(d) = f^{-1}(f^{-1}(d))$
 이때 $f^{-1}(d) = k$ 라 하면 $f(k) = d$ 이므로
 $k = c$
 $f^{-1}(c) = l$ 이라 하면 $f(l) = c$ 이므로
 $l = b$
 $\therefore (f \circ f)^{-1}(d) = f^{-1}(f^{-1}(d)) = f^{-1}(c) = b$

26 정답 4

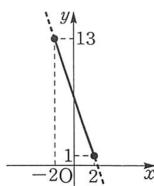
해설 직선 $y = x$ 를 이용하여 x 축과 점선이 만나는 점의 x 좌표를 구하면 다음 그림과 같다.



이때 $k = 2$ 이므로 $(g \circ g)(k) = (g \circ g)(2) = g(g(2))$
 함수 $f(x)$ 의 역함수가 $g(x)$ 이므로
 $g(2) = p$ (p 는 상수)라 하면 $f(p) = 2$
 위의 그래프에서 $f(3) = 2$ 이므로 $p = 3$
 $\therefore g(2) = 3$
 $\therefore (g \circ g)(k) = (g \circ g)(2) = g(3)$
 $g(3) = q$ (q 는 상수)라 하면 $f(q) = 3$
 위의 그래프에서 $f(4) = 3$ 이므로 $q = 4$
 $\therefore g(3) = 4$
 $\therefore (g \circ g)(k) = 4$

27 정답 -10

해설



$a < 0$ 이므로 함수 $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응이 되려면 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.

이때 치역과 공역이 같으려면 그래프는

두 점 $(-2, 13), (2, 1)$ 을 지나야 하므로

$$13 = -2a + b \quad \dots \textcircled{1}$$

$$1 = 2a + b \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = -3, b = 7$

$$\begin{aligned} \therefore a - b &= -3 - 7 \\ &= -10 \end{aligned}$$

28 정답 81해설 $(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(a+4) = (a+4)^2$

$a \leq 4$ 일 때,

$$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = a+32$$

$$(g \circ f)(2) + (f \circ g)(4) = a^2 + 9a + 48 = 58$$

$$a^2 + 9a - 10 = (a-1)(a+10) = 0$$

$\therefore a = -10$ 또는 $a = 1$

$$a > 4$$
일 때, $(f \circ g)(4) = f(g(4)) = a+6$

$$(g \circ f)(2) + (f \circ g)(4) = a^2 + 9a + 22 = 58$$

$$a^2 + 9a - 36 = (a-3)(a+12) = 0$$

이때 $a > 4$ 를 만족하는 a 의 값은 없다.

$$S = -10 + 1 = -9$$

$$\therefore S^2 = 81$$

29 정답 ②해설 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$$= \{f(x)\}^2 + 6f(x) + a$$

$$= \{f(x)+3\}^2 - 9 + a$$
에서

$f(x) = -3$, 즉 $x = -\frac{1}{5}$ 일 때 함수 $(g \circ f)(x)$ 가 최솟값

$-9 + a$ 를 가지므로 $(g \circ f)(x) \geq 0$ 이 되려면

$-9 + a \geq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a \geq 9$$

따라서 구하는 a 의 최솟값은 9이다.