

실시일자	-	유형별 학습	이름
20문제 / DRE수학			
<p style="text-align: center;">썸 - 수학 II (2025) 12~15p_문제연습</p> <p style="text-align: center;">함수의 극한 ~ 함수의 극한값의 계산</p>			

01 극한값이 존재하는 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

《보기》

$\heartsuit. \lim_{x \rightarrow 4} (x-4)$	$\spadesuit. \lim_{x \rightarrow -1} x+1 $
$\clubsuit. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-36}{x-6}$	$\pmb{E}. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x^2-4}$

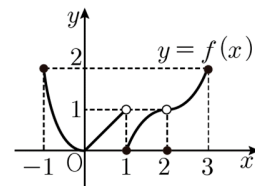
- ① \neg, \perp ② \neg, \top ③ \perp, \top
④ \neg, \perp, \top ⑤ \neg, \top, \perp

02 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 & (x \text{는 유리수}) \\ x^2 & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값이 존재하도록 하는 실수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

03 $-1 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가
다음 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른
것은?



〈보기〉

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값이 존재한다.

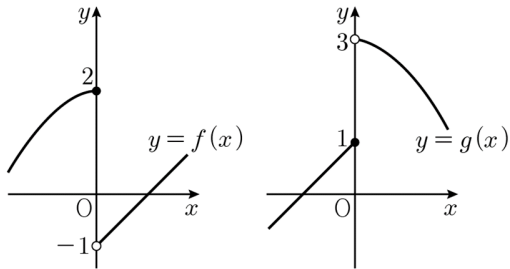
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재한다.

ㄷ. $-1 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값이 항상 존재한다.

- ① \neg ② \perp ③ \sqsubset
④ \neg, \perp ⑤ \neg, \sqsubset

04 [2022년 11월 고2 7번/3점]

두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + kg(x)\}$ 의 값이 존재할 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

05 함수 $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & (x < 0) \\ x(x-2) & (0 \leq x < 2) \\ 3 & (x \geq 2) \end{cases}$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$ 의 값을 구하시오.

06 함수 $f(x) = \begin{cases} ax+2 & (x < 2) \\ 3ax-4 & (x \geq 2) \end{cases}$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

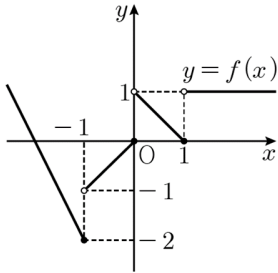
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

07 실수 t 에 대하여 함수 $y = |x^2 - 4|$ 의 그래프가
 직선 $y = t$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자.
 $\lim_{t \rightarrow 0-} f(t) = \alpha$, $\lim_{t \rightarrow 4-} f(t) = \beta$ 라 할 때,
 실수 α, β 에 대하여 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오.

08 [2011년 6월 고3 문과 18번/4점]
 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 가 함수 $y = |x^2 - 1|$ 의
 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow 1-} f(t)$ 의 값은?

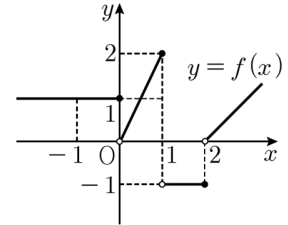
- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

- 09** 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같고,
 함수 $g(x) = (x+3)^2$ 일 때,
 $\lim_{x \rightarrow 0+} g(f(x)) + \lim_{x \rightarrow -1-} g(f(x))$ 의 값은?



- ① 15 ② 16 ③ 17
 ④ 18 ⑤ 20

- 10** 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때,
 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0-} f(f(x)) = 2$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1+} f(f(x)) = 1$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1-} f(f(x)) = 0$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 11** 함수 $f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -3 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 다음 보기 중
 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

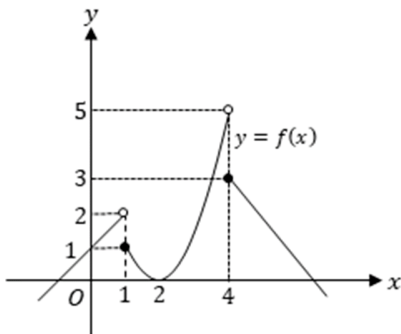
〈보기〉

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0+} f(f(x)) = -3$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1+} f(f(x)) = -1$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

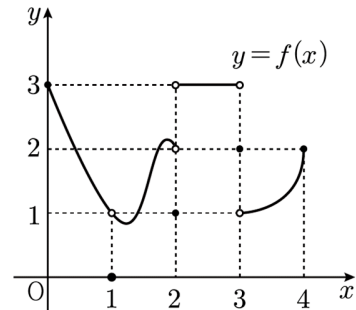
- 12** 함수 $f(x) = \begin{cases} -x+5 & (x \geq 0) \\ -3 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow 0-} f(f(x)) - \lim_{x \rightarrow 5-} f(f(x))$ 의 값을 구하시오.

- 13** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가
 그림과 같다. $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t+3}{t-1}\right) + \lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{4t+9}{t+2}\right)$ 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

- 14** 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
 $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{3t-7}{t-2}\right) - \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{3t+7}{t+2}\right)$ 의 값을 구하시오.



- 15** 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$,
 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - 3g(x)\} = -4$ 를 만족시킬 때,
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값을 구하시오.

- 16** 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + g(x)\} = 10$,
 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) - g(x)\} = -6$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)}$ 의 값을
 구하시오.

- 17 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 있는대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 가 존재하면

$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 도 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 가 존재하면

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 도 존재한다. (단, $g(x) \neq 0$)

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x))$ 도 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 18 함수의 극한에 대한 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\}$ 의 값이 존재하면

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값도 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = 0$ 이면

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 이다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\}$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\}$ 의 값이 각각 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값도 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19 함수의 극한에 대한 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값이 모두 존재하지

않으면 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\}$ 의 값도 존재하지

않는다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 의 값이 각각

존재하고 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의

값이 존재한다.

ㄷ. 모든 양수 x 에 대하여 $f(x) > g(x)$ 이고

$x \rightarrow a$ 일 때의 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 극한값이 각각 존재할 때, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) > \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수)

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\text{부등식 } ax^2 - 3 \leq f(x) \leq ax^2 + 30 \text{이}$$

성립한다.

(나) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x^2 + 1)f(x)}{x^4 + 3} = 12$

실시일자	-	유형별 학습	이름
20문제 / DRE수학			

쎈 - 수학 II (2025) 12~15p_문제연습

함수의 극한 ~ 함수의 극한값의 계산

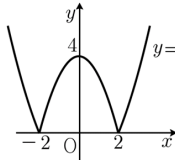
빠른정답		
01 ④	02 ②	03 ⑤
04 ③	05 4	06 ③
07 4	08 ④	09 ③
10 ②	11 ⑤	12 -8
13 ③	14 2	15 2
16 4	17 ②	18 ③
19 ②	20 4	

06 정답 ③

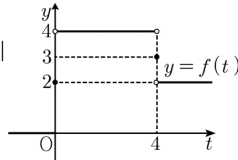
해설 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax+2) = 2a+2$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3ax-4) = 6a-4$
 $2a+2 = 6a-4$ 에서
 $a = \frac{3}{2}$

07 정답 4

해설 직선 $y=t$ 와 함수 $y=|x^2-4|$ 의 그래프는
 [그림 1]과 같으므로 함수 $y=f(t)$ 의 그래프는
 [그림 2]와 같다.



[그림 1]

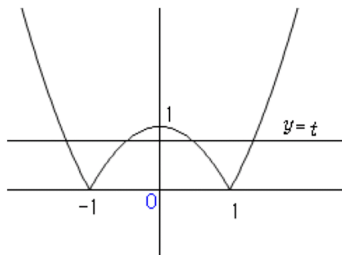


[그림 2]

따라서 $\lim_{t \rightarrow 0^-} f(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow 4^-} f(t) = 4$ 이므로
 $\alpha = 0$, $\beta = 4$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$

08 정답 ④

해설 그래프를 이용하여 함수의 좌극한을 구할 수 있는가?
 그림과 같이 $t \rightarrow 1-0$ 일 때 함수 $y=|x^2-1|$ 의
 그래프와 직선 $y=t$ 는 서로 다른 네 점에서 만난다.



$\therefore \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = 4$

09 정답 ③

해설 $f(x)=t$ 로 놓으면 $x \rightarrow 0+$ 일 때, $t \rightarrow 1-$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 1^-} g(t)$
 $= \lim_{t \rightarrow 1^-} (t+3)^2 = 16$
 또, $x \rightarrow -1-$ 일 때, $t \rightarrow -2+$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(f(x)) = \lim_{t \rightarrow -2^+} g(t)$
 $= \lim_{t \rightarrow -2^+} (t+3)^2 = 1$
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} g(f(x)) + \lim_{x \rightarrow -1^-} g(f(x)) = 16 + 1 = 17$

10 정답 ②

해설 \neg . $x \rightarrow 0-$ 일 때, $f(x) = 1$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(x)) = f(1) = 2$ (참)
 \neg . $x \rightarrow 1+$ 일 때, $f(x) = -1$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x)) = f(-1) = 1$ (참)
 \neg . $x \rightarrow 1-$ 일 때, $f(x) \rightarrow 2-$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 2^-} f(t) = -1$ (거짓)
 따라서 옳은 것은 \neg , \neg 이다.

11 정답 ⑤

해설 \neg . $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1) = -1$,
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$
 즉, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다. (거짓)
 \neg . $f(x)=t$ 로 놓으면 $x \rightarrow 0+$ 일 때, $t \rightarrow -1+$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow -1^+} f(t) = f(-1) = -3$ (참)
 \neg . $x \rightarrow 1+$ 일 때, $t \rightarrow 0+$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{t \rightarrow 0^+} (t-1) = -1$
 (참)
 따라서 옳은 것은 \neg , \neg 이다.

12 정답 -8

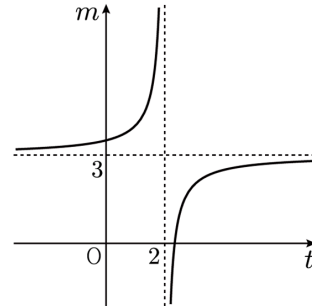
해설 $f(x)=t$ 로 놓으면 $x \rightarrow 0^-$ 일 때, $f(x)=-3$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(x)) = f(-3) = -3$
 또, $x \rightarrow 5^-$ 일 때, $t \rightarrow 0^+$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{t \rightarrow 0^+} (-t+5) = 5$
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(x)) - \lim_{x \rightarrow 5^-} f(f(x)) = -3 - 5 = -8$

13 정답 ③

해설 $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t+3}{t-1}\right) + \lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{4t+9}{t+2}\right)$
 $= \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t+3}{t-1}\right) + \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{-4t+9}{-t+2}\right)$
 $= \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(1 + \frac{4}{t-1}\right) + \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(4 - \frac{1}{t-2}\right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ 이므로 $1+5=6$

14 정답 2

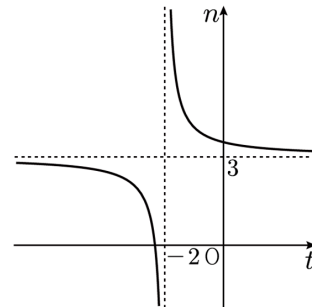
해설 $\frac{3t-7}{t-2}=m$ 으로 놓으면 t 와 m 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$t \rightarrow \infty$ 일 때, $m \rightarrow 3^-$ 이므로

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{3t-7}{t-2}\right) = \lim_{m \rightarrow 3^-} f(m) = 3$$

마찬가지로 $\frac{3t+7}{t+2}=n$ 으로 놓으면 t 와 n 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$t \rightarrow \infty$ 일 때, $n \rightarrow 3^+$ 이므로

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{3t+7}{t+2}\right) = \lim_{n \rightarrow 3^+} f(n) = 1$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{3t-7}{t-2}\right) - \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{3t+7}{t+2}\right) = 3 - 1 = 2$$

15 정답 2

해설 $f(x)-3g(x)=h(x)$ 로 놓으면

$$g(x) = \frac{f(x)-h(x)}{3} \text{이고}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x) = -4 \text{이다.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow a} g(x) &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-h(x)}{3} \\ &= \frac{1}{3} \left\{ \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} h(x) \right\} \\ &= \frac{1}{3} \{2 - (-4)\} = 2 \end{aligned}$$

16 정답 4

해설 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + g(x)\} = 10$,
 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) - g(x)\} = -6$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0} [\{f(x) + g(x)\} + \{f(x) - g(x)\}]$
 $= 10 + (-6) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 0} 2f(x) = 4$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$
또한
 $\lim_{x \rightarrow 0} [\{f(x) + g(x)\} - \{f(x) - g(x)\}]$
 $= 10 - (-6) = 16$
 따라서 $\lim_{x \rightarrow 0} 2g(x) = 16$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 8$
 따라서 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} g(x)}{\lim_{x \rightarrow 0} f(x)} = \frac{8}{2} = 4$

17 정답 ②

해설 ㄱ. [반례] $f(x) = x$, $g(x) = [x]$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = 0$ 이지만
 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 는 존재하지 않는다. (거짓)
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \beta$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha$ 라 하면
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) \cdot \frac{f(x)}{g(x)}$
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha\beta$ (참)
 ㄷ. [반례] $f(x) = [x]$, $g(x) = x$ 라 하면
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} [x]$ 가 되어
 극한값이 존재하지 않는다. (거짓)
 따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

18 정답 ③

해설 ㄱ. [반례]
 $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{ 는 유리수}) \\ -1 & (x \text{ 는 무리수}) \end{cases}$,
 $g(x) = \begin{cases} -1 & (x \text{ 는 유리수}) \\ 1 & (x \text{ 는 무리수}) \end{cases}$ 이면
 $f(x) + g(x) = 0$ 이므로 임의의 실수 a 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = 0$ 이지만 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값은
 존재하지 않는다.
 ㄴ. [반례]
 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \geq 0) \\ x-1 & (x < 0) \end{cases}$,
 $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$ 이면
 $f(x) - g(x) = \begin{cases} -x & (x \geq 0) \\ 2x & (x < 0) \end{cases}$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) - g(x)\} = 0$ 이지만
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.
 ㄷ. $f(x) + g(x) = h(x)$, $f(x) - g(x) = k(x)$ 로
 놓고
 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \beta$
 $(\alpha, \beta \text{ 는 실수})$
 라 하면 $f(x) = \frac{h(x) + k(x)}{2}$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{h(x) + k(x)}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$
 이상에서 옳은 것은 ㄷ 뿐이다.

19 정답 ②

해설 ㄱ. [반례]

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (x \geq a) \\ 1 & (x < a) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq a) \\ 2 & (x < a) \end{cases} \text{이면}$$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값은 모두 존재하지

않지만 $f(x) + g(x) = 3$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = 3 \text{이다. (거짓)}$$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 의 값이 존재하므로

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \beta \quad (\alpha, \beta \text{는 실수})$$

라 하고 $f(x)g(x) = h(x)$ 로 놓으면

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \beta \text{이다.}$$

$$f(x) \neq 0 \text{일 때, } g(x) = \frac{h(x)}{f(x)} \text{이고}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq 0 \text{이므로 } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{h(x)}{f(x)} = \frac{\beta}{\alpha}$$

따라서 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값은 존재한다. (참)

ㄷ. [반례]

$$f(x) = \begin{cases} 4 & (x \neq 2) \\ 6 & (x = 2) \end{cases},$$

$$g(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 2) \\ -x+6 & (x > 2) \end{cases} \text{이면}$$

모든 양수 x 에 대하여 $f(x) > g(x)$ 이지만

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4 \text{ (거짓)}$$

따라서 옳은 것은 ㄴ뿐이다.

20 정답 4

해설 $3x^2 + 1 > 0$, $x^4 + 3 > 0$ 이므로 조건 (가)에서

$$\frac{(3x^2 + 1)(ax^2 - 3)}{x^4 + 3} \leq \frac{(3x^2 + 1)f(x)}{x^4 + 3} \leq \frac{(3x^2 + 1)(ax^2 + 3)}{x^4 + 3}$$

이때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x^2 + 1)(ax^2 - 3)}{x^4 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(3 + \frac{1}{x^2}\right)\left(a - \frac{3}{x^2}\right)}{1 + \frac{3}{x^4}}$$

$$= 3a$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x^2 + 1)(ax^2 + 3)}{x^4 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(3 + \frac{1}{x^2}\right)\left(a + \frac{3}{x^2}\right)}{1 + \frac{3}{x^4}}$$

$$= 3a$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x^2 + 1)f(x)}{x^4 + 3} = 3a = 12$$

$$\therefore a = 4$$

즉, $4x^2 - 3 \leq f(x) \leq 4x^2 + 3$ 에서 $x \neq 0$ 일 때

$$4 - \frac{3}{x^2} \leq \frac{f(x)}{x^2} \leq 4 + \frac{3}{x^2}$$

$$\text{그런데 } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 - \frac{3}{x^2}\right) = 4, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 + \frac{3}{x^2}\right) = 4 \text{이므로}$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 4$$