교과서 유사문제_미래엔 - 공통수학2 _평 면좌표와 직선의 방정식

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리

01 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(6)$, $\mathrm{B}(-1)$ 사이의 거리를 구하시오.

02 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

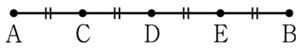
$\mathrm{O}(0)$, $\mathrm{A}(-1)$

03 좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(-4+\sqrt{3},\ \sqrt{2})$, $\mathrm{B}(\sqrt{3},\ 3+\sqrt{2})$ 사이의 거리를 구하시오.

04 [2017년 3월 고2 문과 22번 변형]
좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 7)$에 대하여 선분 AB의 길이를 l이라 할 때, l^2의 값을 구하시오.

05 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(7)$, $\mathrm{B}(-1)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$를 $2:3$으로 내분하는 점 P의 좌표를 구하시오.

06 다음 그림과 같이 선분 AB의 사등분점을 각각 C, D, E라 할 때, 점 D는 $\overline{\mathrm{AB}}$를 $t:1$로 내분하는 점이다. 이때, t의 값을 구하시오.



07 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 3)$, $\mathrm{B}(9,\ 3)$에 대하여 선분 AB를 $3:7$로 내분하는 점의 좌표를 $(x,\ y)$라 할 때, xy의 값을 구하시오.

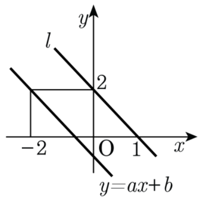
08 두 점 $\mathrm{A}(-8,\ 3)$, $\mathrm{B}(6,\ -4)$에 대하여 선분 AB를 $m:n$으로 내분하는 점의 좌표가 $(-4,\ 1)$일 때, 선분 AB를 $n:m$으로 내분하는 점의 좌표는?
(단, m, n은 서로소인 자연수이다.)

① $(-2,\ -2)$　② $(-1,\ -2)$　③ $(2,\ -2)$
④ $(2,\ 1)$　⑤ $(2,\ 2)$

09 점 $(2,\ -1)$을 지나고 직선 $y=2x+4$에 평행한 직선의 방정식은?

① $y=\frac{1}{2}x-2$　② $y=2x-5$
③ $y=-2x-5$　④ $y=2x+2$
⑤ $y=-2x+5$

10 다음 직선 l 과 평행하면서 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y=ax+b$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은 ?



① -4　② -3　③ -2
④ -1　⑤ 0

11 점 $(1, 2)$를 지나는 직선 $y=ax+b$가 직선 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$에 수직일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -8　② -6　③ -4
④ -2　⑤ 0

12 [2024년 10월 고1 22번 변형]
좌표평면 위의 두 점 $(0, a)$, $(3, 3a-2)$를 지나는 직선과 직선 $y=4x+3$이 서로 평행할 때, a의 값을 구하시오.

13 좌표평면 위의 점 $(5, 5)$와 직선 $-x+3y=0$ 사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$　② 2　③ $\sqrt{5}$
④ $\sqrt{10}$　⑤ 5

14 점 $(-3, 5)$와 직선 $x=7$ 사이의 거리를 구하시오.

15 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$인 $\triangle\mathrm{ABC}$가 $\angle\mathrm{A}$가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a의 값들의 합은?

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

16 세 점 $\mathrm{A}(0, 0)$, $\mathrm{B}(1, 4)$, $\mathrm{C}(5, 3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형
② $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형
③ $\angle\mathrm{A}=90^{\circ}$인 직각삼각형
④ $\angle\mathrm{B}=90^{\circ}$인 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

17 두 점 $\mathrm{A}(1, 3)$, $\mathrm{B}(4, -2)$를 잇는 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점이 직선 $y=x+a$ 위에 있을 때, 상수 a의 값은?

① -7　② -6　③ -5
④ -4　⑤ -3

18 두 점 $A(a, b)$, $B(c, d)$를 이은 선분 AB 위에 점 $P(x, y)$가 있다. $\overline{AB}=20$이고, $5x=2a+3c$, $5y=2b+3d$가 성립할 때, 선분 AP의 길이는?

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

19 세 점 $A(a, 0)$, $B(-3, 2)$, $C(13, b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가 $G(1, 3)$일 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.

20 삼각형 ABC의 두 꼭짓점의 좌표가 $A(-1, 4)$, $B(0, 3)$이고, 무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

① $(7, -4)$ ② $(3, -6)$
③ $(5, -5)$ ④ $(-1, 8)$
⑤ $(1, 1)$

21 두 직선 $3x+y=8$, $3x+y=k$ 사이의 거리가 $\sqrt{10}$일 때, 양수 k의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

22 두 직선 $3x+4y+3=0$, $3x+4y+k=0$ 사이의 거리가 2가 되도록 하는 실수 k의 값의 합을 구하시오.

23 직선 $(x+2y-1)+k(3x-y+1)=0$에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 두 직선 $x+2y=1$, $3x-y=-1$의 교점을 지난다.
ㄴ. $k=2$일 때, 기울기는 0이다.
ㄷ. y축에 평행한 직선이 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24 두 직선 $x+2y-2=0$, $mx-y+m=0$이 좌표평면의 제1사분면 위에서 만나도록 하는 실수 m의 값의 범위가 $\alpha<m<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

25 두 직선 $x+y=1$, $ax+2y+a+2=0$이 제1사분면에서 만나도록 하는 정수 a의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

26 두 직선 $x+3y+2=0$, $x-3y+1=0$으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중 그 그래프가 y축과 평행한 것은?

① $x=0$ ② $2x+1=0$
③ $x+1=0$ ④ $2x+3=0$
⑤ $x+2=0$

교과서 유사문제_미래엔 - 공통수학2 _평 면좌표와 직선의 방정식

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리

빠른정답

01 7	02 1	03 5
04 58	05 $\frac{19}{5}$	06 1
07 6	08 ③	09 ②
10 ①	11 ①	12 7
13 ④	14 10	15 ⑤
16 ④	17 ④	18 ③
19 0	20 ①	21 ⑤
22 6	23 ③	24 ①
25 ②	26 ④	

교과서 유사문제_미래엔 - 공통수학2 _평 면좌표와 직선의 방정식

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리

01 **정답** 7

해설 $|6-(-1)|=7$

02 **정답** 1

해설 $\overline{OA}=|-1|=1$

03 **정답** 5

해설 두 점 $A(-4+\sqrt{3},\ \sqrt{2})$, $B(\sqrt{3},\ 3+\sqrt{2})$ 사이의 거리는

$\overline{AB}$

$=\sqrt{\{\sqrt{3}-(-4+\sqrt{3})\}^2+\{3+\sqrt{2}-(\sqrt{2})\}^2}$

$=\sqrt{4^2+3^2}$

$=\sqrt{25}$

$=5$

04 **정답** 58

해설 선분 AB의 길이는 두 점 A, B 사이의 거리이므로

$l=\sqrt{(0-3)^2+(7-0)^2}=\sqrt{58}$

$\therefore\ l^2=58$

05 **정답** $\frac{19}{5}$

해설 $\frac{2\cdot(-1)+3\cdot7}{2+3}=\frac{19}{5}$

$\therefore\ P\left(\frac{19}{5}\right)$

06 **정답** 1

해설 $\overline{AD}:\overline{DB}=2:2=1:1$로 $t=1$이다.

07 **정답** 6

해설 두 점 $A(-1,\ 3)$, $B(9,\ 3)$을 잇는 선분 AB를 $3:7$로 내분하는 점의 좌표는

$(x,\ y)=\left(\frac{3\cdot9+7\cdot(-1)}{3+7},\ \frac{3\cdot3+7\cdot3}{3+7}\right)=(2,\ 3)$

$\therefore\ xy=6$

08 **정답** ③

해설 $\frac{m\cdot6+n\cdot(-8)}{m+n}=-4,\ \frac{m\cdot(-4)+n\cdot3}{m+n}=1$

이므로 $5m=2n$

$\therefore\ m:n=2:5$

따라서 $\overline{AB}$를 $5:2$로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{5\cdot6+2\cdot(-8)}{5+2},\ \frac{5\cdot(-4)+2\cdot3}{5+2}\right)$, 즉 $(2,\ -2)$

09 **정답** ②

해설 $y=2x+4$에 평행한 직선의 기울기는 2이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y-(-1)=2(x-2)$

$\therefore\ y=2x-5$

10 **정답** ①

해설 그림의 직선의 기울기는 -2 이므로

구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지난다.

$y-2=-2(x+2),\ y=-2x-2$

$y=-2x-2,\ a=-2, b=-2$ 이므로,

$\therefore\ a+b=-4$

11 **정답** ①

해설 두 직선 $y=ax+b$, $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$이 수직이므로

$\frac{1}{2}a=-1$

$\therefore a=-2$

따라서 직선 $y=-2x+b$가 점 $(1, 2)$를 지나므로

$2=-2+b$

$\therefore b=4$

$\therefore ab=-8$

12 **정답** 7

해설 두 점 $(0, a)$, $(3, 3a-2)$를 지나는 직선의 기울기가 4이므로

$\frac{(3a-2)-a}{3-0}=\frac{2a-2}{3}=4$

$2a-2=12$

$\therefore a=7$

13 **정답** ④

해설 점 $(5, 5)$와 직선 $-x+3y=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|-1\cdot 5+3\cdot 5|}{\sqrt{(-1)^2+3^2}}=\sqrt{10}$

14 **정답** 10

해설 $|-3-7|=10$

15 **정답** ⑤

해설 $\triangle ABC$에서 $\angle A$가 직각이므로 피타고라스의 정리에 의해 $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$ $\cdots$ ㉠

이때 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$에 대하여

$\overline{AB}^2=(-1-a)^2+(-5-3)^2=a^2+2a+65$

$\overline{CA}^2=(a-3)^2+(3-7)^2=a^2-6a+25$

$\overline{BC}^2=(3+1)^2+(7+5)^2=160$이므로

㉠에 의해 $2a^2-4a+90=160$

$\therefore a^2-2a-35=0$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a의 값들의 합은 2이다.

16 **정답** ④

해설 삼각형 ABC의 세 변의 길이의 제곱을 각각 구하면

$\overline{AB}^2=(1-0)^2+(4-0)^2=17$

$\overline{BC}^2=(5-1)^2+(3-4)^2=17$

$\overline{CA}^2=(5-0)^2+(3-0)^2=34$

이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

따라서 삼각형 ABC는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형이다.

17 **정답** ④

해설 $\overline{AB}$를 $3:1$로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{3\cdot 4+1\cdot 1}{3+1}, \frac{3\cdot(-2)+1\cdot 3}{3+1}\right)$, 즉 $\left(\frac{13}{4}, -\frac{3}{4}\right)$

이 점이 직선 $y=x+a$ 위에 있으므로

$-\frac{3}{4}=\frac{13}{4}+a$ $\quad\therefore a=-4$

18 **정답** ③

해설 $5x=2a+3c$, $5y=2b+3d$를 변형하면

$x=\frac{2a+3c}{5}=\frac{3c+2a}{3+2}$

$y=\frac{2b+3d}{5}=\frac{3d+2b}{3+2}$

이때 점 P의 좌표는

$P(x, y)=P\left(\frac{2a+3c}{3+2}, \frac{2b+3d}{3+2}\right)$

따라서 점 P는 두 점 $A(a, b)$, $B(c, d)$를 이은 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점이므로

$\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$

$\therefore \overline{AP}=\frac{3}{5}\overline{AB}=\frac{3}{5}\times 20=12$

19 **정답** 0

해설 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는

$G\left(\frac{a-3+13}{3}, \frac{0+2+b}{3}\right)$,

즉, $G\left(\frac{a+10}{3}, \frac{b+2}{3}\right)$

이 점의 좌표가 $G(1, 3)$이므로

$\frac{a+10}{3}=1$, $\frac{b+2}{3}=3$

따라서 $a=-7$, $b=7$이므로 $a+b=-7+7=0$

20 정답 ①

해설 무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$\mathrm{C}=(x, y)$라 하면

$\left(\dfrac{-1+0+x}{3}, \dfrac{4+3+y}{3}\right)=(2, 1)$

$\therefore x=7 \quad y=-4$

$\therefore \mathrm{C}=(7, -4)$

21 정답 ⑤

해설 두 직선이 평행하므로 직선 $3x+y=8$ 위의 한 점 $(0,\ 8)$과 직선 $3x+y=k$, 즉 $3x+y-k=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{10}$이다.

즉 $\dfrac{|8-k|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\sqrt{10}$이므로 $|8-k|=10$

$8-k=\pm10 \qquad \therefore\ k=-2$ 또는 $k=18$

이때 k는 양수이므로 $k=18$

22 정답 6

해설 두 직선 $3x+4y+3=0$, $3x+4y+k=0$이 서로 평행하므로 직선 $3x+4y+3=0$ 위의 한 점 $(-1, 0)$과 직선 $3x+4y+k=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3\times(-1)+0+k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$

$|k-3|=10$, $k-3=\pm10$

$\therefore\ k=-7$ 또는 $k=13$

따라서 상수 k의 값의 합은 $-7+13=6$

23 정답 ③

해설 ㄱ. 주어진 직선은 $x+2y-1=0$, $3x-y+1=0$
즉, 두 직선 $x+2y=1$, $3x-y=-1$의 교점을 지나는 직선이다. (참)

ㄴ. $k=2$이면 주어진 직선은
$(x+2y-1)+2(3x-y+1)=0$, $7x+1=0$
$\therefore\ x=-\dfrac{1}{7}$
이때 직선 $x=-\dfrac{1}{7}$은 y축에 평행한 직선이므로 기울기는 0이 아니다. (거짓)

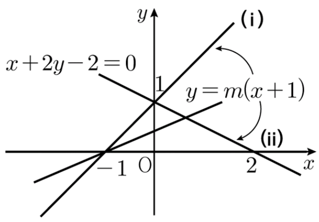
ㄷ. ㄴ에서 $k=2$이면 주어진 직선은 $x=-\dfrac{1}{7}$이므로 y축에 평행한 직선이 존재한다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

24 정답 ①

해설 직선 $mx-y+m=0$, 즉 $y=m(x+1)$은 기울기인 m의 값에 관계없이 항상 점 $(-1, 0)$을 지난다.

따라서 두 직선 $x+2y-2=0$, $mx-y+m=0$이 제1사분면에서 만나려면 다음 그림과 같이 직선 $y=m(x+1)$이 (ⅰ), (ⅱ)의 두 가지 경우 사이에 존재해야 한다.



(ⅰ) 직선 $y=m(x+1)$이 점 $(0,\ 1)$을 지나는 경우
$1=m(0+1)$
$\therefore\ m=1$

(ⅱ) 직선 $y=m(x+1)$이 점 $(2,\ 0)$을 지나는 경우
$0=m(2+1)$
$\therefore\ m=0$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $0<m<1$이므로

$\alpha=0$, $\beta=1$

$\therefore\ \alpha+\beta=0+1=1$

25 정답 ②

해설 두 직선 $x+y=1$, $ax+2y+a+2=0$이 만나야하므로 $a\neq2$

두 직선의 교점을 구하면

$\left(\dfrac{a+4}{2-a}, \dfrac{2a+2}{a-2}\right)$

교점이 제1사분면에 있어야 하므로

$\dfrac{a+4}{2-a}>0$, $\dfrac{2a+2}{a-2}>0$

(ⅰ) $\dfrac{a+4}{2-a}>0$에서 분모와 분자가 0이 아니고 부호가 서로 같아야 하므로
$(a-2)(a+4)<0$
$\therefore\ -4<a<2$

(ⅱ) $\dfrac{2a+2}{a-2}>0$에서 분모와 분자가 0이 아니고 부호가 서로 같아야 하므로
$(2a+2)(a-2)>0$
$\therefore\ a<-1$ 또는 $a>2$

두 식의 양변에 $(a-2)^2$을 곱하면

즉, (ⅰ), (ⅱ)에서 $-4<a<-1$이다.

따라서 정수 a는 -3, -2의 2개이다.

26 **정답** ④

해설 $\mathrm{P}(x,\ y)$라 하면 점 P는 주어진 두 직선으로부터 같은 거리에 있으므로

$$\frac{|x+3y+2|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{|x-3y+1|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}$$

$$|x+3y+2|=|x-3y+1|$$

$$x+3y+2=\pm(x-3y+1)$$

$\therefore\ 6y+1=0$ 또는 $2x+3=0$

따라서 점 P의 자취의 방정식 중 그 그래프가 y축과 평행한 것은

$2x+3=0$