

교과서 (수학Ⅱ) - 미래엔 68~69p_중단원

미분계수 ~ 도함수

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

- 01** 함수 $f(x) = -x^2 + 4x$ 에서 x 의 값이 0에서 3까지 변할 때의 평균변화율을 구하시오.

- 02** $x = p$ 에서 $x = q$ 까지 변할 때의 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 의 평균변화율은?

- ① $\frac{p+q}{2}$
- ② $p+q+6$
- ③ $\frac{p+q+a}{2}$
- ④ $p+q+a$
- ⑤ $2(p+q+a)$

- 03** 함수 $f(x) = 3x^3 - 2x$ 의 $x = 1$ 에서의 순간변화율을 구하시오.

- 04** 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9x$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값을 구하시오.

- 05** 함수 $f(x) = 3x^2 - 4$ 의 그래프 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오.

- 06** 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(3) = -1, f'(3) = 2, g(3) = 5, g'(3) = 8$ 일 때, 함수 $f(x)g(x)$ 의 $x = 3$ 에서의 미분계수를 구하시오.



교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p_중단원

미분계수 ~ 도함수

07

[2024년 6월 고3 5번/3점]

함수 $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 2x + 2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

08

[2020년 6월 고3 문과 2번 변형]

함수 $f(x) = 2x^3 - 3x + 3$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은?

- ① -1
- ② -3
- ③ -5
- ④ -7
- ⑤ -9

09

[2018년 9월 고3 문과 23번/3점]

함수 $f(x) = x^3 + 5x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

10

[2015년 11월 고3 문과 5번 변형]

함수 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 2x - 1$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

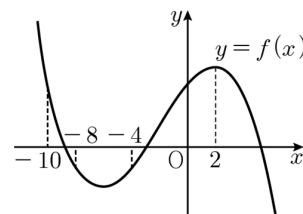
11

[2023년 11월 고3 17번/3점]

함수 $f(x) = (x+1)(x^2 + 3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

12

미분가능한 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중에서 가장 작은 값을



- ① $f'(-10)$
- ② $f'(-8)$
- ③ $f'(-4)$
- ④ $f'(0)$
- ⑤ $f'(2)$

교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p_중단원

미분계수 ~ 도함수

13 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$f'(-5) = 3$, $g'(-5) = -8$ 일 때,

함수 $f(x) - 2g(x)$ 의 $x = -5$ 에서의 미분계수를 구하시오.

14 함수 $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{10}$ 에 대하여

$f'(1) - f(1)$ 의 값은?

① -44

② -11

③ 11

④ 44

⑤ 55

15 [2007년 7월 고3 이과 3번]

함수 $f(x) = 3x^2 - 2x$ 에 대하여

x 의 값이 0에서 a 까지 변할 때의 평균변화율과

$x = 1$ 에서의 미분계수가 같을 때, 상수 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

16 함수 $f(x) = x^2 + 3x$ 의 구간 $[1, 5]$ 에서의 평균변화율과 a 에서의 순간변화율이 같다고 한다.

a 값은? (단, $1 \leq a \leq 5$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

17 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(4) = 4$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4-2h) - f(4)}{h}$ 의 값은?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ 0

18 함수 $f(x)$ 에서 $f'(a) = 3$ 일 때,

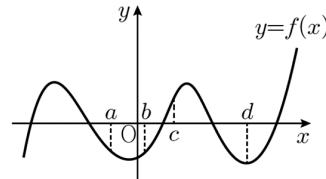
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+4h) - f(a)}{h}$ 의 값을 구하시오.

- 19** 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(2) = 4$ 일 때,
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(x) - f(2)}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

- 20** 함수 $f(x)$ 에서 $f'(1) = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{f(x) - f(1)}$ 의 값을 구하시오.

- 21** 모든 실수 x 에서 미분가능한 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 네 수 $f'(a), f'(b), f'(c), f'(d)$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?



- ① $f'(a) < f'(b) < f'(d) < f'(c)$
 ② $f'(a) < f'(d) < f'(b) < f'(c)$
 ③ $f'(a) < f'(c) < f'(d) < f'(b)$
 ④ $f'(c) < f'(b) < f'(d) < f'(a)$
 ⑤ $f'(c) < f'(d) < f'(b) < f'(a)$

- 22** 다항함수 $f(x)$ 의 그래프 위의 한 점 $P(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기가 5일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h)-3}{h}$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 14

23

함수 $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - ax - 1 & (x \geq 1) \\ bx^2 - x + 4 & (x < 1) \end{cases}$ 이

모든 실수 x 에서 미분 가능하도록 하는
상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오.

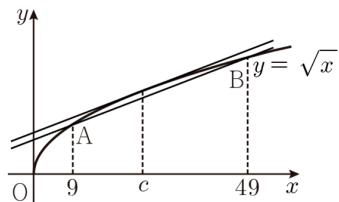
24

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 기울기가

11일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x - 1}$ 의 값을 구하시오.

25

다음 그림과 같이 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프의 $x = c$ 에서의
접선이 직선 AB와 평행할 때, c 의 값은? (단, $9 < c < 49$)



- ① 16 ② $\frac{81}{4}$ ③ 25
 ④ $\frac{121}{4}$ ⑤ 36

교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p_중단원

미분계수 ~ 도함수

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 1	02 ④	03 7
04 27	05 6	06 2
07 ⑤	08 ②	09 13
10 ①	11 8	12 ①
13 19	14 ④	15 ①
16 ③	17 ①	18 12
19 ①	20 2	21 ②
22 ①	23 -63	24 22
25 ③		



교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p_중단원

미분계수 ~ 도함수

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 1

해설 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-f(0)}{3-0} = \frac{3-0}{3} = 1$

02 정답 ④

해설
$$\begin{aligned}\frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(q)-f(p)}{q-p} \\ &= \frac{q^2+aq+b-(p^2+ap+b)}{q-p} \\ &= \frac{(q-p)(q+p)+a(q-p)}{q-p} \\ &= p+q+a\end{aligned}$$

03 정답 7

해설 $f'(x)=9x^2-2$ 이므로 $x=1$ 에서의 순간변화율은 $f'(1)=7$ 이다.

04 정답 27

해설 $f'(x)=6x^2-12x+9$ 이므로
 $f'(-1)=6 \cdot (-1)^2-12 \cdot (-1)+9$
 $= 6+12+9$
 $= 27$

05 정답 6

해설 함수 $f(x)=3x^2-4$ 의 그래프 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 미분계수와 같으므로 접선의 기울기는 $x=1$ 에서의 미분계수와 같으므로

$$\begin{aligned}f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{3(1+h)^2-4\}-(3 \cdot 1^2-4)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2+6h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3h+6) = 6\end{aligned}$$

06 정답 2

해설 $y=f(x)g(x)$ 에서
 $y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ 이므로
 $x=3$ 에서의 미분계수는
 $f'(3)g(3)+f(3)g'(3)=2 \cdot 5+(-1) \cdot 8=2$

07 정답 ⑤

해설 도함수를 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?
 $f(x)=(x^2-1)(x^2+2x+2)$ 에서
 $f'(x)=2x(x^2+2x+2)+(x^2-1)(2x+2)$ 이므로
 $f'(1)=2 \cdot 5=10$

08 정답 ②

해설 $f'(x)=6x^2-3$ 이므로
 $f'(0)=-3$

09 정답 13

해설 다항함수의 도함수를 구하여 미분계수를 구할 수 있는가?
 $f'(x)=3x^2+10x$ 이므로
 $f'(1)=3+10=13$

10 정답 ①

해설 $f(x)=2x^3-6x^2+2x-1$ 에서
 $f'(x)=6x^2-12x+2$ 이므로
 $f'(2)=6 \cdot 2^2-12 \cdot 2+2=2$

11 정답 8

해설 도함수와 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?
 $f(x)=(x+1)(x^2+3)$ 이므로
 $f'(x)=(x^2+3)+(x+1) \cdot 2x$
 $\therefore f'(1)=(1+3)+2 \cdot 2=8$

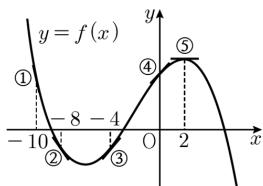


교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p_중단원

미분계수 ~ 도함수

12 정답 ①

해설 미분계수 $f'(a)$ 는 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기이므로 ① ~ ⑤의 값은 각각 다음 그림의 접선의 기울기와 같다.



따라서 가장 작은 값은 ①이다.

13 정답 19

해설 함수 $f(x) - 2g(x)$ 의 $x = -5$ 에서의 미분계수는 $f'(-5) - 2g'(-5) = 3 - 2 \cdot (-8) = 19$

14 정답 ④

해설 $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{10}$ 에서
 $f(1) = 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = 11$
 $f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + 10x^9$ 이므로
 $f'(1) = 1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$
 $\therefore f'(1) - f(1) = 55 - 11 = 44$

15 정답 ①

해설 평균변화율과 미분계수의 정의 이해하기
 x 의 값이 0부터 a 까지 변할 때의 $f(x)$ 의 평균변화율은

$$\frac{f(a) - f(0)}{a - 0} = \frac{3a^2 - 2a}{a} = 3a - 2$$

 $x = 1$ 에서의 미분계수 $f'(1) = 4$ 이므로
 $3a - 2 = 4$
 $\therefore a = 2$

16 정답 ③

해설 $f(x) = x^2 + 3x$ 에서 $[1, 5]$ 에서의 평균변화율은

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{40 - 4}{4} = 9$$

 a 에서의 순간변화율은 $f'(x) = 2x + 3$ 이므로
 $f'(\alpha) = 2a + 3$ 이 된다.
 따라서 $2a + 3 = 9$ 이므로 $a = 3$ 이 된다.

17 정답 ①

$$\begin{aligned} & \text{해설} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4-2h) - f(4)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4-2h) - f(4)}{-2h} \cdot (-2) \\ &= -2f'(4) \\ &= -2 \cdot 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

18 정답 12

$$\begin{aligned} & \text{해설} \quad \text{주어진 식의 분모, 분자에 각각 } 4 \text{를 곱하면} \\ & \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+4h) - f(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+4h) - f(a)}{4h} \cdot 4 \\ &= f'(a) \cdot 4 \\ &= 3 \cdot 4 \\ &= 12 \end{aligned}$$

19 정답 ①

$$\begin{aligned} & \text{해설} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(x) - f(2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{x-2}{f(x)-f(2)} \cdot (x+2) \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{1}{\frac{f(x)-f(2)}{x-2}} \cdot (x+2) \right\} \\ &= \frac{1}{f'(2)} \cdot 4 \\ &= \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \end{aligned}$$

20 정답 2

$$\begin{aligned} & \text{해설} \quad f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^2 - 1} = 3 \\ & \therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{f(x) - f(1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^2 - 1} \cdot \frac{x-1}{f(x)-f(1)} \cdot \frac{x^2-1}{x-1} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2 \end{aligned}$$

21 정답 ②

해설 $f'(a) < 0, f'(d) = 0, 0 < f'(b) < f'(c)$ 이므로
 $f'(a) < f'(d) < f'(b) < f'(c)$

교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p_중단원

미분계수 ~ 도함수

22 정답 ①

해설 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 한 점 $P(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기가 5이므로

$$f(2)=3, f'(2)=5$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h)-3}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h)-f(2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h)-f(2)}{2h} \cdot 2 \\ &= 2f'(2) \\ &= 2 \cdot 5 = 10 \end{aligned}$$

23 정답 -63

해설 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하면 $x=1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (bx^2 - x + 4) = f(1)$$

$$b-1+4=2-a-1$$

$$\therefore a=-2-b \quad \dots \textcircled{①}$$

또한, $f'(1)$ 이 존재하므로

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - ax - 1 - (2-a-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - ax - (2-a)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(2x+2-a)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+2-a) = 4-a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{bx^2 - x + 4 - (2-a-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{bx^2 - x + 3+a}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{bx^2 - x + 3 + (-2-b)}{x-1} \quad (\because \textcircled{①}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{bx^2 - x - b + 1}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(bx+b-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (bx+b-1) = 2b-1 \end{aligned}$$

$$\text{에서 } 4-a=2b-1$$

$$\therefore a+2b=5 \quad \dots \textcircled{②}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a=-9, b=7$

$$\therefore ab=(-9) \cdot 7=-63$$

24 정답 22

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)-f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)-f(1)}{x^2-1} \cdot (x+1) \\ &= f'(1) \cdot 2 \\ &= 22 \end{aligned}$$

25 정답 ③

$$\text{해설} \quad \text{직선 AB의 기울기는 } \frac{\sqrt{49}-\sqrt{9}}{49-9} = \frac{7-3}{40} = \frac{1}{10}$$

한편,

$$\begin{aligned} f'(c) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{c+h}-\sqrt{c}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{c+h}+\sqrt{c})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{c+h}+\sqrt{c}} = \frac{1}{2\sqrt{c}} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{10} \text{ 이므로 } \sqrt{c}=5$$

$$\therefore c=25$$