

실시일자	-	유형별 학습	이름
20문제 / DRE수학			
<p style="text-align: center;">썸 - 수학 II (2025) 16~19p_문제연습</p> <p style="text-align: center;">함수의 극한값의 계산</p>			

01 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 4x - 2}{x^3 + 1}$ 의 값은?

- $$\begin{array}{lll} \textcircled{1} -\frac{3}{2} & \textcircled{2} -1 & \textcircled{3} \frac{1}{3} \\ \textcircled{4} 1 & \textcircled{5} \frac{3}{2} & \end{array}$$

02 [2017년 4월 고3 문과 22번/3점]

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{x-1}$ 의 값을 구하시오.

03 함수 $f(x) = x^3 + 4kx$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$ 를 만족시킬 때,
상수 k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

04 상수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax}{x - 3} = 3$ 일 때,
 $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + ax)$ 의 값을 구하시오.

05 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2-\sqrt{3+x^2}}$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

06 [2022년 4월 고3 3번 변형]

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1}-3}{x-2}$ 의 값은?

- $$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \frac{2}{3} & \textcircled{2} \frac{5}{6} & \textcircled{3} 1 \\ \textcircled{4} \frac{7}{6} & \textcircled{5} \frac{4}{3} & \end{array}$$

07 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+2x}{\sqrt{4x^2+3x+2}-x}$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

08 다음 보기 중에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

㉠. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{4x^2+2x-1} = \frac{3}{4}$
 ㉡. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2}{2x^2+5} = 5$
 ㉢. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2+3}+6x}{4x} = 2$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

09 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+xf(x)}{x^2-f(x)}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

10 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2-5x-9}{5x^2-6x+10} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2+81}-8}{x}$ 의 값을 구하시오.

11 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+2x+4}+x)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

12 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2+x+1}-3x)$ 의 값을 구하시오.

13 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 4x + 9}}$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

14 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{16x^2 + 5x + 3} - 4x)$ 의 값을 구하시오.

15 $\lim_{x \rightarrow 3} \left\{ \frac{1}{x-3} \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{x^2+1} \right) \right\}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

16 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{4+x}} \right) = \frac{1}{a}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

17 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} = 2$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① -12 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -3

18 [2014년 7월 고3 문과 3번/2점]
두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - a}{x-2} = b$ 일 때,
 $a+b$ 의 값은?

- ① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

19 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 - bx} + 2x) = 3$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

20 [2018년 9월 고2 이과 16번 변형]
함수 $f(x) = a(x-4)^2 + 2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{ \sqrt{f(-x)} - \sqrt{f(x)} \} = 8$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

실시일자	-	유형별 학습	이름
20문제 / DRE수학			

쎈 - 수학 II (2025) 16~19p_문제연습

함수의 극한값의 계산

빠른정답		
01 ③	02 7	03 ②
04 0	05 ①	06 ②
07 ③	08 ②	09 ⑤
10 6	11 ②	12 $\frac{1}{6}$
13 ②	14 $\frac{5}{8}$	15 ③
16 16	17 ①	18 ④
19 48	20 ①	

실시일자	-	유형별 학습	이름
20문제 / DRE수학			

쎄 - 수학 II (2025) 16~19p_문제연습

함수의 극한값의 계산

01 정답 ③

해설
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 4x - 2}{x^3 + 1}$$
$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - 2x - 2)}{(x+1)(x^2 - x + 1)}$$
$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - 2x - 2)}{(x^2 - x + 1)}$$
$$= \frac{1}{3}$$

02 정답 7

해설 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+6) = 7$$

03 정답 ②

해설
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 4kx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 4k) = 4k$$

즉, $4k = 4$ 이므로 $k = 1$

04 정답 0

해설 $x \rightarrow 3$ 일 때 극한값이 존재하고 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + ax) = 0$$

05 정답 ①

해설
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2 - \sqrt{3+x^2}}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2 + \sqrt{3+x^2})}{(2 - \sqrt{3+x^2})(2 + \sqrt{3+x^2})}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2 + \sqrt{3+x^2})}{1 - x^2}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2 + \sqrt{3+x^2})}{-(x-1)(x+1)}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + \sqrt{3+x^2}}{-(x+1)}$$
$$= -2$$

06 정답 ②

해설
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1}-3}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x-10}{(x-2)(\sqrt{5x-1}+3)}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5}{\sqrt{5x-1}+3} = \frac{5}{6}$$

07 정답 ③

해설 $x = -t$ 로 놓으면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+2x}{\sqrt{4x^2+3x+2}-x}$$
$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t^2+1}-2t}{\sqrt{4t^2-3t+2}+t}$$
$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{t^2}}-2}{\sqrt{4-\frac{3}{t}+\frac{2}{t^2}}+1}$$
$$= \frac{1-2}{2+1} = -\frac{1}{3}$$



08 정답 ②

해설

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{4x^2 + 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{x}}{4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} = 0$$

(거짓)

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2}{2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{2 + \frac{5}{x^2}} = 5 \text{ (참)}$$

$$\begin{aligned} \neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3} + 6x}{4x} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 + \frac{3}{x^2}} + 6}{4} = \frac{\sqrt{2} + 6}{4} \text{ (거짓)} \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

09 정답 ⑤

해설

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + xf(x)}{x^2 - f(x)} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{f(x)}{x}}{1 - \frac{f(x)}{x} \cdot \frac{1}{x}} \\ &= \frac{1+3}{1-3 \cdot 0} = 4 \end{aligned}$$

10 정답 6

해설

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2 - 5x - 9}{5x^2 - 6x + 10} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 81} - 8}{x} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15 - \frac{5}{x} - \frac{9}{x^2}}{5 - \frac{6}{x} + \frac{10}{x^2}} + \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9 + \frac{81}{x^2}} - \frac{8}{x} \right) \\ = \frac{15}{5} + 3 = 6 \end{aligned}$$

11 정답 ②

해설 $x = -t$ 로 놓으면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 4} + x) \\ = \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{t^2 - 2t + 4} - t) \\ = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{t^2 - 2t + 4} - t)(\sqrt{t^2 - 2t + 4} + t)}{\sqrt{t^2 - 2t + 4} + t} \\ = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2t + 4}{\sqrt{t^2 - 2t + 4} + t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2 + \frac{4}{t}}{\sqrt{1 - \frac{2}{t} + \frac{4}{t^2}} + 1} \\ = \frac{-2}{1+1} = -1 \end{aligned}$$

12 정답 $\frac{1}{6}$

해설

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x + 1} - 3x) \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{9x^2 + x + 1} - 3x)(\sqrt{9x^2 + x + 1} + 3x)}{\sqrt{9x^2 + x + 1} + 3x} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{\sqrt{9x^2 + x + 1} + 3x} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{9 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3} \\ = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

13 정답 ②

해설

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 4x + 9}} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 - 4x + 9}}{(x - \sqrt{x^2 - 4x + 9})(x + \sqrt{x^2 - 4x + 9})} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 - 4x + 9}}{4x - 9} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{9}{x^2}}}{4 - \frac{9}{x}} = \frac{1+1}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

14 정답 $\frac{5}{8}$

해설 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{16x^2 + 5x + 3} - 4x)$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{16x^2 + 5x + 3} - 4x)(\sqrt{16x^2 + 5x + 3} + 4x)}{\sqrt{16x^2 + 5x + 3} + 4x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 3}{\sqrt{16x^2 + 5x + 3} + 4x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + \frac{3}{x}}{\sqrt{16 + \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2}} + 4}$$

$$= \frac{5}{8}$$

15 정답 ③

해설 $\lim_{x \rightarrow 3} \left\{ \frac{1}{x-3} \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{x^2+1} \right) \right\}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} 3 \left\{ \frac{1}{x-3} \times \frac{x^2-9}{2(x^2+1)} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \left\{ \frac{1}{x-3} \times \frac{(x+3)(x-3)}{2(x^2+1)} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{2(x^2+1)} = \frac{6}{2 \times 10} = \frac{3}{10}$$

16 정답 16

해설 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{4+x}} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{\sqrt{4+x} - 2}{2\sqrt{4+x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{(4+x) - 4}{2\sqrt{4+x}(\sqrt{4+x} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{4+x}(\sqrt{4+x} + 2)}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot (2+2)} = \frac{1}{16}$$

$\therefore a = 16$

17 정답 ①

해설 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} = 2$ 에서 $x \rightarrow 3$ 일 때,
(분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.
즉, $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + ax + b) = 0$ 이므로 $9 + 3a + b = 0$
 $\therefore b = -3a - 9 \quad \dots \textcircled{1}$
①을 주어진 식에 대입하면
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax - 3a - 9}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+a+3)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x+a+3)$$

$$= a+6=2$$

따라서 $a = -4$, $b = 3$ 이므로
 $ab = (-4) \cdot 3 = -12$

18 정답 ④

해설 함수의 극한값 계산하기
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - a}{x-2} = b$ 이므로
 $f(x) = x^3 - a$ 라 하면 $f(2) = 0$ 이므로 $a = 8$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12 = b$
따라서 $a + b = 20$

19 정답 48

해설 $x = -t$ 로 놓으면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 - bx + 2x})$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{at^2 + bt - 2t})$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{at^2 + bt - 2t})(\sqrt{at^2 + bt + 2t})}{\sqrt{at^2 + bt + 2t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(a-4)t^2 + bt}{\sqrt{at^2 + bt + 2t}} \quad \dots \textcircled{1}$$

①의 극한값이 존재하려면 $a-4=0 \quad \therefore a=4$
 $a=4$ 를 ①에 대입하면
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{bt}{\sqrt{4t^2 + bt + 2t}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{b}{\sqrt{4 + \frac{b}{t} + 2}} = \frac{b}{4}$$

따라서 $\frac{b}{4} = 3$ 이므로 $b = 12$
 $\therefore ab = 4 \cdot 12 = 48$

20 정답 ①

해설 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{ \sqrt{f(-x)} - \sqrt{f(x)} \}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \{ \sqrt{a(-x-4)^2 + 2} - \sqrt{a(x-4)^2 + 2} \}$$
$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16ax}{\sqrt{a(x+4)^2 + 2} + \sqrt{a(x-4)^2 + 2}}$$
$$= \frac{16a}{2\sqrt{a}} = 8$$

따라서 $a = 1$