마플시너지(2025) - (명제) 공통수학2 173~196p

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-	유형별 학습	이름
35문제 / DRE수학			

01 다음 중 명제인 것을 모두 고르면? (정답 3개)

① 4는 12의 약수이다.
② $x+y=10$
③ $|-3|=-3$
④ $x=2$일 때, $x-1>0$이다.
⑤ x는 무리수이다.

02 다음 중 거짓인 명제인 것은?

① $\sqrt{4}$는 유리수이다.
② $5-3x>-3x+2$
③ 짝수는 모두 소수가 아니다.
④ $2x+1<2x^2$
⑤ 1.9999는 2에 가까운 수이다.

03 조건 '$x \not\in A$이고 $x \not\in B$'의 부정은?

① $x \not\in A$이고 $x \not\in B$
② $x \in A$ 또는 $x \in B$
③ $x \not\in A$ 또는 $x \in B$
④ $x \in A$ 또는 $x \not\in B$
⑤ $x \not\in A$ 또는 $x \not\in B$

04 a, b, c 가 실수일 때, '$a^2+b^2+c^2=0$ 이다' 의 부정은?

① $a=0$ 또는 $b=0$ 또는 $c=0$
② $abc\neq0$
③ $a\neq b\neq c$
④ a, b, c 모두 0 이 아니다.
⑤ a, b, c 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

05 전체집합 U가 정수 전체의 집합일 때,
두 조건 $p: x^2+2x-15<0$, $q: 3x+5>0$
의 진리집합을 각각 P, Q라 하자.
이때 $n(P\cap Q^C)$의 값을 구하시오.

06 [2023년 3월 고2 2번/2점]
실수 x에 대한 조건 'x는 음이 아닌 실수이다.'의 진리집합은?

① $\{x|x<0\}$
② $\{x|x\leq0\}$
③ $\{x|x\neq0\}$
④ $\{x|x\geq0\}$
⑤ $\{x|x>0\}$

07 다음 보기의 명제 중 참인 것의 개수를 구하시오.

〈보기〉

ㄱ. $x=1$이면 $x^2+x+1=3$이다.
ㄴ. x가 12의 배수이면 x는 6의 배수이다.
ㄷ. 자연수 n이 홀수이면 n^2은 짝수이다.
ㄹ. 실수 a, b에 대하여 $a<b$이면 $ac<bc$이다.

08 다음 중 거짓인 명제는?

① 두 자연수의 합은 자연수이다.
② 평행사변형은 사다리꼴이다.
③ 자연수 a가 홀수이면 $3a$는 홀수이다.
④ $x=-2$이면 $-2x+3=-1$
⑤ 두 홀수의 합은 항상 짝수이다.

09 명제 '$x>\sqrt{3}$ 이면 $x \geq \sqrt{7}$ 이다.'는 거짓임을 보여 주는 반례가 될 수 있는 것은?

① 1 ② $\sqrt{3}$
③ 2 ④ $\sqrt{7}$
⑤ π

10 두 조건 p, q가
'$p: -2 \leq x \leq 2$', '$q: 0 \leq x \leq 3$'
일 때, 명제 'p이면 q이다.'가 거짓임을 보이는 원소의 집합은?

① $\{x \mid x<-2\}$ ② $\{x \mid -2 \leq x<0\}$
③ $\{x \mid 0 \leq x<2\}$ ④ $\{x \mid 2 \leq x<3\}$
⑤ $\{x \mid x>3\}$

11 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sim q$의 진리집합은 Q^C이다.
② 명제 $\sim p \rightarrow q$가 참이면 $Q^C \subset P$이다.
③ $P \subset Q$이면 명제 $p \rightarrow q$는 참이다.
④ $Q \neq \varnothing$이면 '어떤 x에 대하여 q이다.'는 참이다.
⑤ $P \neq U$이면 '모든 x에 대하여 p이다.'는 참이다.

12 두 조건 p, q를 만족시키는 집합을 각각 P, Q라 하고 $P \cap Q=P$일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow \sim q$ ② $q \rightarrow p$ ③ $\sim p \rightarrow q$
④ $q \rightarrow \sim p$ ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

13 다음 중 거짓인 명제는?

① 어떤 짝수는 소수이다.
② 모든 실수 x에 대하여 $x^2+2x+1 \geq 0$이다.
③ 어떤 실수 x에 대하여 $x^2+x>0$이다.
④ 어떤 실수 x에 대하여 $x^3<0$이다.
⑤ 모든 양의 실수 x에 대하여 $x^2>x$이다.

14 다음 조건을 p라 할 때, 모든 실수 x에 대하여 p가 참인 것을 모두 고르면?

① $|x|=x$
② $x^2=1$
③ $(x-1)(x+1)=x^2-1$
④ $x^2 \geq 0$
⑤ $x^2+1>2x$

15 [2006년 9월 고1 6번]
두 조건 $p: a \leq x \leq 3$, $q: x \geq -2a-6$에 대하여 명제 $p \rightarrow q$가 참이 되도록 하는 상수 a의 최솟값은?

① -3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -2
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

16 [2019년 10월 고3 문과 2번/2점]
실수 x에 대하여 명제
'$x-2=0$이면 $x^2-ax+a=0$이다.'
가 참일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

17 [2017년 6월 고3 문과 12번 변형]
실수 a에 대하여 명제 '$a>2$이면 $a^3>8$이다.'의 대우는?

① $a<2$이면 $a^3<8$이다.
② $a \leq 2$이면 $a^3 \leq 8$이다.
③ $a^3<8$이면 $a<2$이다.
④ $a^3<8$이면 $a \leq 2$이다.
⑤ $a^3 \leq 8$이면 $a \leq 2$이다.

18 실수 x, y에 대하여 <보기>의 명제 중 그 대우가 참인 것을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $x=1$이면 $x^2=1$이다.
ㄴ. $|x|+y^2=0$이면 $x=y=0$이다.
ㄷ. x가 무한소수이면 x는 무리수이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19 실수 x 에 대하여 명제 '$ax^2+a^2x-6\neq 0$ 이면 $x\neq 2$ 이다.'가 참이기 위한 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라. (단, $a\neq 0$)

20 두 조건 $p:-a<x<a$, $q:x<-2$ 또는 $x>3$에 대하여 명제 $\sim p\rightarrow q$가 참일 때, 자연수 a의 최솟값을 구하시오.

21 세 조건 p, q, r 에 대하여 다음이 성립한다.

> 명제 '$\sim p\rightarrow q$' 와 명제 ' (가) ' 가 모두 참이면 명제 '$r\rightarrow p$' 도 참이다.

다음 중 (가)에 들어갈 수 있는 명제는?

① $q\rightarrow r$　② $r\rightarrow q$
③ $\sim r\rightarrow \sim q$　④ $r\rightarrow \sim q$
⑤ $\sim q\rightarrow r$

22 세 조건 p, q, r 에 대하여
$p\rightarrow \sim q$ 와 $\sim p\rightarrow r$ 가 참일 때,
다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $\sim r\rightarrow p$　② $q\rightarrow \sim p$
③ $\sim r\rightarrow \sim q$　④ $q\rightarrow r$
⑤ $q\rightarrow \sim r$

23 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 보기 중 $A\cup B=B$이기 위한 필요충분조건인 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $A\cap B=\varnothing$　ㄴ. $A\cap B=A$
ㄷ. $B^C\subset A^C$　ㄹ. $U-A=B$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄹ

24 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 보기 중 p가 q이기 위한 충분조건인 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $n(X)$는 집합 X의 원소의 개수이다.)

〈보기〉

ㄱ. $p:n(A)<n(B)$　$q:A\subset B$
ㄴ. $p:n(A)=n(B)$　$q:n(A-B)=0$
ㄷ. $p:A=B^C$　$q:A\cap B=\varnothing$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

25 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하고 $\sim p$가 $\sim q$이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P-Q=\varnothing$　② $P\cap Q=Q$
③ $P\cap Q=P$　④ $P^C=Q$
⑤ $P=Q$

26 실수 전체의 집합 R에서 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하자. p가 $\sim p$ 또는 $\sim q$이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P\cup Q=R$　② $P^C\cap Q=\phi$
③ $P\cap Q^C=\phi$　④ $P^C\subset Q$
⑤ $P^C\supset Q$

27 [2017년 11월 고2 문과 26번 변형]
실수 x에 대한 두 조건 p, q가

$$p : x^2-9n^2<0,$$
$$q : x^2-12x+11=0$$

이다. p가 q이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.

28 두 조건 $p : x>a$, $q : -4<x<3$에 대하여 p는 q이기 위한 필요조건일 때, 실수 a의 최댓값을 구하시오.

29 네 조건 p, q, r, s에 대하여 p는 q이기 위한 충분조건, r는 q이기 위한 필요조건, s는 $\sim r$이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $r\Rightarrow q$　② $q\Rightarrow\sim p$
③ $s\Rightarrow\sim q$　④ $\sim s\Rightarrow\sim p$
⑤ $\sim r\Rightarrow p$

30 세 조건 p, q, r에 대하여 p는 q이기 위한 충분조건이고 r은 q이기 위한 필요조건일 때, 다음 보기 중 참인 명제인 것만 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉
ㄱ. $p\rightarrow q$　ㄴ. $r\rightarrow\sim q$
ㄷ. $p\rightarrow r$　ㄹ. $\sim r\rightarrow p$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

31 다음은 명제 'x, y가 자연수일 때, xy가 짝수이면 x 또는 y가 짝수이다.'를 증명한 것이다.

> 주어진 명제의 대우는
> 'x, y가 자연수일 때, x, y가 모두 $\boxed{\text{(가)}}$이면 xy도 $\boxed{\text{(가)}}$이다.'이다.
> $x=2a-1$, $y=2b-1$ (a, b는 자연수)라 하면
> $xy=(2a-1)(2b-1)=2(2ab-a-b)+1$
> 이므로 xy는 $\boxed{\text{(나)}}$가 된다.
> 따라서 주어진 명제의 대우가 $\boxed{\text{(다)}}$이므로
> 주어진 명제도 $\boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 짝수, 홀수, 참 ② 짝수, 짝수, 참
③ 짝수, 짝수, 거짓 ④ 홀수, 홀수, 참
⑤ 홀수, 홀수, 거짓

32 'ab가 짝수이면 a 또는 b는 짝수이다.'라는 명제를 다음과 같이 증명하려고 한다. 이때 (가) ~ (라)에 알맞은 것은? (단, a, b는 정수이다.)

> 주어진 명제의 대우는
> 'a, b가 모두 홀수이면 ab도 홀수이다.'
> a, b를 $a=2k+1$, $b=2l+1$ (단, k, l은 정수)로 놓으면
> $ab=(2k+1)(2l+1)=4kl+2k+2l+1$
> $\quad=2(2kl+k+l)+1$
> k, l이 정수이므로 $2kl+k+l$은 $\boxed{\text{(가)}}$이다.
> 따라서 ab는 $\boxed{\text{(나)}}$이다.
> 이때 주어진 명제의 대우가 $\boxed{\text{(다)}}$이므로 주어진 명제는 $\boxed{\text{(라)}}$이다.

	(가)	(나)	(다)	(라)
①	짝수	정수	참	참
②	홀수	홀수	거짓	거짓
③	정수	홀수	참	참
④	홀수	짝수	거짓	거짓
⑤	정수	짝수	참	참

33 다음은 명제 '$x^2+y^2=7$을 만족시키는 두 양의 유리수 x, y는 존재하지 않는다.'를 증명하는 과정이다.

> $x^2+y^2=7$을 만족시키는 두 양의 유리수 x, y가 존재한다고 가정하면
>
> $x=\dfrac{m}{n}$, $y=\dfrac{p}{q}$
>
> (m과 n, p와 q는 각각 서로소인 자연수)
> 으로 나타낼 수 있다.
> 이때 $x^2+y^2=7$에서
>
> $\dfrac{m^2q^2}{n^2}=\boxed{(가)}-p^2$ ⋯ ㉠
>
> $\boxed{(가)}-p^2$은 정수이고 m과 n은 서로소이므로
> $q=kn$ (k는 정수)이어야 한다.
> 즉, ㉠에서 $(km)^2+p^2=\boxed{(가)}$이고
> $km=7a+r$, $p=7b+s$
> (a, b, r, s은 정수이고, $0 \le r < 7$, $0 \le s < 7$)
> 라 하면
> $(km)^2+p^2$
> $=7(7a^2+2ar+7b^2+2bs)+\boxed{(나)}+s^2$
> 그런데 $(km)^2+p^2$은 $\boxed{(다)}$의 배수이므로 q도 $\boxed{(다)}$의 배수이고, 이것은 p와 q가 서로소라는 가정에 모순이다.
> 따라서 $x^2+y^2=7$을 만족시키는 두 양의 유리수 x, y는 존재하지 않는다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(q)$, $g(r)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $a+\dfrac{f(4)}{g(2)}$의 값을 구하시오.

34 다음은 $\sqrt{3}$이 무리수임을 증명하는 과정이다.

> $\sqrt{3}$이 $\boxed{(가)}$라고 가정하면
>
> $\sqrt{3}=\dfrac{a}{b}$ (a, b는 $\boxed{(나)}$인 자연수)
>
> 로 나타낼 수 있다. 양변을 제곱하여 정리하면
> $a^2=3b^2$ ⋯ ㉠
> 이때 a^2이 $\boxed{(다)}$이므로 a도 $\boxed{(다)}$이다.
> $a=3k$ (k는 자연수)로 놓으면 ㉠에서 $9k^2=3b^2$
> $\therefore b^2=3k^2$
> 따라서 b^2이 $\boxed{(다)}$이므로 b도 $\boxed{(다)}$이다.
> 그러므로 a, b가 $\boxed{(나)}$라는 가정에 모순이므로
> $\sqrt{3}$은 무리수이다.

위 과정에서 (가) ~ (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	유리수	서로소	홀수
②	유리수	서로소	3의 배수
③	유리수	$a \ne b$	홀수
④	무리수	서로소	3의 배수
⑤	무리수	$a \ne b$	홀수

35 x, y가 실수일 때, 절대부등식인 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

> 〈보기〉
> ㄱ. $x^2+9 \ge 6x$
> ㄴ. $x^2+x-1 \ge 0$
> ㄷ. $(x+2y)^2 \ge 4xy$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

마플시너지(2025) - (명제) 공통수학2 173~196p

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-
35문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ①, ③, ④	02 ③	03 ②
04 ⑤	05 3	06 ④
07 2	08 ④	09 ③
10 ②	11 ⑤	12 ⑤
13 ⑤	14 ③ , ④	15 ③
16 ④	17 ⑤	18 ③
19 -2	20 4	21 ④
22 ⑤	23 ④	24 ③
25 ②	26 ⑤	27 4
28 -4	29 ③	30 ②
31 ④	32 ③	33 35
34 ②	35 ③	

마플시너지(2025) - (명제) 공통수학2 173~196p

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-
35문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ①, ③, ④

해설 ①, ④는 참인 명제이고 ③은 거짓인 명제이다.
따라서 명제는 ①, ③, ④이다.

02 정답 ③

해설 ① 참인 명제이다.
② $5-3x>-3x+2$에서 $5>2$이므로 참인 명제이다.
③ 2는 짝수이지만 소수이다. 따라서 거짓인 명제이다.
④ x의 값이 정해져 있지 않으므로 참, 거짓을 판별할 수 없다. 따라서 명제가 아니다.
⑤ 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.

03 정답 ②

해설 $x \in A$ 또는 $x \in B$

04 정답 ⑤

해설 $a^2+b^2+c^2=0 \longrightarrow a=b=c=0$, $a=b=c=0$의 부정은 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 또는 $c \neq 0$ 이다.
즉, a, b, c 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

05 정답 3

해설 $x^2+2x-15<0$에서
$(x+5)(x-3)<0$
$\therefore -5<x<3$
즉, $P=\{-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$
$3x+5>0$에서 $x>-\dfrac{5}{3}$이므로
$Q=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}$
따라서 $P\cap Q^C=\{-4,\ -3,\ -2\}$이므로
$n(P\cap Q^C)=3$

06 정답 ④

해설 조건의 진리집합을 이해한다.
실수 x에 대한 조건 'x는 음이 아닌 실수이다.'의 진리집합은 $\{x|x\geq 0\}$이다.

07 정답 2

해설 ㄷ. [반례] $3^2=9$는 홀수이다.
ㄹ. [반례] $a=1$, $b=2$, $c=-1$일 때
$ac=-1$, $bc=-2$이므로 $ac>bc$
따라서 참인 명제는 ㄱ, ㄴ의 2개이다.

08 정답 ④

해설 ③ $a=2k+1$ (k는 자연수)라 하면
$3a=3(2k+1)=6k+3=2(3k+1)+1$
이므로 $3a$는 항상 홀수이다.
④ $x=-2$이면 $-2x+3=-2\cdot(-2)+3=7$

09 정답 ③

해설 명제 '$x>\sqrt{3}$ 이면 $x\geq\sqrt{7}$ 이다.'가 거짓임을 보여주는 반례는 $x>\sqrt{3}$ 를 만족시키지만 $x\geq\sqrt{7}$ 을 만족시키지 않는 것이어야 한다.
즉, $\sqrt{3}<x<\sqrt{7}$ 이어야 한다.
보기 중 $\sqrt{3}<x<\sqrt{7}$ 인 x의 값은 2 뿐이므로 답은 2이다.

10 정답 ②

해설 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{x|-2 \le x \le 2\}$, $Q=\{x|0 \le x \le 3\}$

명제 'p이면 q이다.'가 거짓임을 보이는 원소는

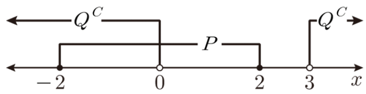
집합 P에는 속하고 집합 Q에는 속하지 않으므로 $P-Q$,

즉 $P\cap Q^C$의 원소이다.

이때 $Q^C=\{x|x<0$ 또는 $x>3\}$이므로

다음 그림에서 구하는 집합은

$P\cap Q^C=\{x|-2 \le x < 0\}$



11 정답 ⑤

해설 ⑤ $P \ne U$이면 전체집합 U의 원소 중에서 집합 P에 포함되지 않는 원소가 있으므로 '모든 x에 대하여 p이다.'는 거짓이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

12 정답 ⑤

해설 $P\cap Q=P$이므로 $P\subset Q$이다.

따라서 명제 $p \rightarrow q$가 참이므로 대우 명제인

$\sim q \rightarrow \sim p$도 참이다.

13 정답 ⑤

해설 ① 짝수 2는 소수이다.

② $x^2+2x+1=(x+1)^2 \ge 0$

③ $x=1$이면 $x^2+x>0$이다.

④ $x=-1$이면 $x^3<0$이다.

⑤ [반례] $x=\dfrac{1}{2}$일 때 $x^2=\dfrac{1}{4}$이므로 $x^2<x$

따라서 거짓인 명제는 ⑤이다.

14 정답 ③, ④

해설 ① 모든 실수 x 에 대하여 $|x|=x$ (거짓)

$x \ge q0$ 일 때 $|x|=x$, $x<0$ 일 때 $|x|=-x$ 이다.

② 모든 실수 x 에 대하여 $x^2=1$ (거짓)

$x=\pm 1$ 일 때만 $x^2=1$ 이다.

③ 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)(x+1)=x^2-1$ (참)

④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \ge 0$ (참)

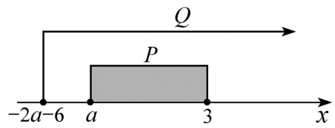
⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+1>2x$ (거짓) $x^2+1-2x=(x-1)^2 \ge 0$ 이므로 $x \ne 1$인 x에 대해서만 $x^2+1>2x$ 이다.

15 정답 ③

해설 명제 $p \rightarrow q$가 참이 되도록 하는 조건을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 하면

다음과 같이 수직선으로 나타낼 수 있다.



$-2a-6 \le a$

$\therefore a \ge -2$

따라서 상수 a의 최솟값은 -2이다.

16 정답 ④

해설 주어진 명제가 참이 되기 위해서는

$\{x|x-2=0\}\subset\{x|x^2-ax+a=0\}$이어야 하므로

$2^2-2a+a=0$

따라서 $a=4$

17 정답 ⑤

해설 '$a>2$이면 $a^3>8$이다.'의 대우는

'$a^3 \le 8$이면 $a \le 2$이다.'이다.

18 정답 ③

해설 ㄱ. 주어진 명제가 참이므로 대우 역시 참이다.

ㄴ. $|x| \geq 0$, $y^2 \geq 0$이고 $|x| = -y^2$이므로
$x = y = 0$ (참)

ㄷ. 대우 : 실수 x가 무리수가 아니면 x가 무한소수가 아니다. (거짓)
[반례] $x = \dfrac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$

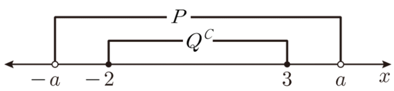
따라서 대우가 참인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

19 정답 -2

해설 주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.
즉, '$x = 2$ 이면 $ax^2 + a^2x - 6 = 0$ 이다.' 가 참이므로
$4a + 2a^2 - 6 = 0$, $2a^2 + 4a - 6 = 0$,
$a^2 + 2a - 3 = 0$, $(a+3)(a-1) = 0$
$\therefore$ $a = -3$ 또는 $a = 1$
따라서 a 의 값의 합은 $-3 + 1 = -2$

20 정답 4

해설 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때, 명제 $\sim p \rightarrow q$가 참이면 그 대우인 $\sim q \rightarrow p$도 참이므로 $Q^C \subset P$이어야 한다.



위의 그림에서 $-a < -2$, $a > 3$이므로 $a > 3$
따라서 자연수 a의 최솟값은 4이다.

21 정답 ④

해설 $r \rightarrow p$ 가 참이면 그 대우인 $\sim p \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
이 때, $\sim p \Rightarrow q$ 이고 $q \Rightarrow \sim r$ 이면 $\sim p \Rightarrow \sim r$
즉, $r \Rightarrow p$ 이다.
따라서 (가)에 알맞은 것은
$q \rightarrow \sim r$ 또는 그 대우인 $r \rightarrow \sim q$ 이다.

22 정답 ⑤

해설 $\sim p \rightarrow r$ 가 참이므로 그 대우 $\sim r \rightarrow p$가 참이다.
$p \rightarrow \sim q$가 참이므로 그 대우 $q \rightarrow \sim p$가 참이다.
$\sim r \rightarrow p$, $p \rightarrow \sim q$가 참이므로 삼단논법에 의해 $\sim r \rightarrow \sim q$가 참이고
$\sim r \rightarrow \sim q$가 참이므로 그 대우인 $q \rightarrow r$도 참이다.
따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 명제는 ⑤이다.

23 정답 ④

해설 $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subset B$
$A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$
$\Leftrightarrow B^C \subset A^C$
따라서 $A \cup B = B$이기 위한 필요충분조건인 것은 ㄴ, ㄷ

24 정답 ③

해설 ㄱ. $p : n(A) < n(B) \overset{\times}{\underset{\bigcirc}{\rightleftarrows}} q : A \subset B$ (필요조건)
[반례] $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$이면
$n(A) < n(B)$이지만 $A \not\subset B$이다.

ㄴ. $p : n(A) = n(B) \overset{\times}{\underset{\times}{\rightleftarrows}} q : n(A - B) = 0$
[반례]
(ⅰ) $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$이면
$n(A) = n(B)$이지만
$n(A - B) = n(\{1\}) = 1 \neq 0$이다.
(ⅱ) $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$이면
$n(A - B) = n(\varnothing) = 0$이지만
$n(A) \neq n(B)$이다.
즉, p는 q이기 위한 아무 조건도 아니다.

ㄷ. $p : A = B^C \overset{\bigcirc}{\underset{\times}{\rightleftarrows}} q : A \cap B = \varnothing$ (충분조건)
[반례]
$U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$이면
$A \cap B = \varnothing$이지만 $A \neq B^C$이다.

따라서 p가 q이기 위한 충분조건인 것은 ㄷ뿐이다.

25 정답 ②

해설 $\sim p$가 $\sim q$이기 위한 충분조건이므로 $\sim p \Rightarrow \sim q$이고, 대우 $q \Rightarrow p$는 참이다. 따라서 두 진리집합 사이에는 $Q \subset P$가 성립하므로 $P \cap Q = Q$

26 정답 ⑤

해설 조건 p가 조건 「$\sim p$ 또는 $\sim q$」이기 위한 충분조건이므로

$P \subset (P^C \cup Q^C)$

$\Leftrightarrow P \subset Q^C$ ($\because P \cap P^C = \phi$)$\Leftrightarrow Q \subset P^C$

27 정답 4

해설 조건 p의 진리집합을 P라 하면

$P = \{x \mid -3n < x < 3n\}$

조건 q의 진리집합을 Q라 하면

$Q = \{1, 11\}$

p가 q이기 위한 필요조건이 되려면

$Q \subset P$이어야 하므로 $n > \dfrac{11}{3}$

따라서 자연수 n의 최솟값은 4

28 정답 -4

해설 $p: x > a$, $q: -4 < x < 3$의 진리집합을 각각 P, Q라고 하면

$P = \{x \mid x > a\}$, $Q = \{x \mid -4 < x < 3\}$

이때 p는 q이기 위한 필요조건이므로 $q \to p$가 참이 되려면

$Q \subset P$

$\therefore a \leq -4$

따라서 실수 a의 최댓값은 -4

29 정답 ③

해설 p는 q이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow q$

r는 q이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow r$

s는 $\sim r$이기 위한 충분조건이므로 $s \Rightarrow \sim r$

$q \Rightarrow r$의 대우는 $\sim r \Rightarrow \sim q$이고

$s \Rightarrow \sim r$, $\sim r \Rightarrow \sim q$이므로 $s \Rightarrow \sim q$

30 정답 ②

해설 $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$이므로 $p \Rightarrow r$

따라서 명제 $p \to q$, $q \to r$, $p \to r$가 참이다.

또, 각각의 대우인 $\sim q \to \sim p$, $\sim r \to \sim q$, $\sim r \to \sim p$도 참이다.

따라서 참인 명제는 ㄱ, ㄷ이다.

31 정답 ④

해설 주어진 명제의 대우는

'x, y가 자연수일 때, x, y가 모두 홀수이면 xy도 수이다.'이다.

$x = 2a-1$, $y = 2b-1$ (a, b는 자연수)라 하면

$xy = (2a-1)(2b-1) = 2(2ab-a-b)+1$

이므로 xy는 홀수가 된다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

32 정답 ③

해설 k, l이 정수이므로, $2kl+k+l$은 $\boxed{\text{정수}}$이다.

따라서 $ab = 2(2kl+k+l)+1$은 $\boxed{\text{홀수}}$이다.

주어진 명제의 대우가 $\boxed{\text{참}}$이므로 주어진 명제 역시 항상 $\boxed{\text{참}}$이다.

33 정답 35

해설 $x = \dfrac{m}{n}$, $y = \dfrac{p}{q}$

(m과 n, p와 q는 각각 서로소인 자연수)라 하면

$x^2 + y^2 = 7$에서

$\dfrac{m^2}{n^2} + \dfrac{p^2}{q^2} = 7$, $\dfrac{m^2}{n^2} = 7 - \dfrac{p^2}{q^2}$

$\therefore \dfrac{m^2q^2}{n^2} = 7q^2 - p^2 \qquad \cdots ㉠$

$7q^2 - p^2$은 정수이고 m과 n은 서로소이므로

$q = kn$ (k는 정수)이어야 한다.

즉, ㉠에서 $(km)^2 + p^2 = 7q^2$이고

$km = 7a + r$, $p = 7b + s$

(a, b, r, s은 정수이고, $0 \leq r < 7$, $0 \leq s < 7$)

라 하면

$(km)^2 + p^2 = 7(7a^2 + 2ar + 7b^2 + 2bs) + r^2 + s^2$

이때 $(km)^2 + p^2$은 7의 배수이므로 $r = s = 0$이어야 한다.

즉, 두 수 km, p는 7의 배수이므로 q도 7의 배수이다.

따라서 $f(q) = 7q^2$, $g(r) = r^2$, $a = 7$이므로

$a + \dfrac{f(4)}{g(2)} = 7 + \dfrac{7 \cdot 16}{4} = 35$

34 정답 ②

해설 $\sqrt{3}$ 이 $\boxed{\text{유리수}}$ 라고 가정하면

$\sqrt{3}=\frac{a}{b}$ (a, b는 $\boxed{\text{서로소}}$ 인 자연수)

로 나타낼 수 있다. 양변을 제곱하여 정리하면

$a^2=3b^2$ $\cdots$ ㉠

이때 a^2이 $\boxed{3\text{의 배수}}$ 이므로 a도 $\boxed{3\text{의 배수}}$ 이다.

$a=3k$ (k는 자연수)로 놓으면 ㉠에서 $9k^2=3b^2$

$\therefore b^2=3k^2$

따라서 b^2이 $\boxed{3\text{의 배수}}$ 이므로 b도 $\boxed{3\text{의 배수}}$ 이다.

그러므로 a, b가 $\boxed{\text{서로소}}$ 라는 가정에 모순이므로

$\sqrt{3}$ 은 무리수이다.

35 정답 ③

해설 ㄱ. $x^2+9 \geq 6x$에서

$x^2-6x+9 \geq 0$

$\therefore (x-3)^2 \geq 0$ (참)

ㄴ. [반례] $x=0$일 때, $x^2+x-1=-1<0$ (거짓)

ㄷ. $(x+2y)^2-4xy=x^2+4xy+4y^2-4xy$

$=x^2+4y^2$

x, y가 실수이므로 $x^2 \geq 0$, $4y^2 \geq 0$에서

$x^2+4y^2 \geq 0$

$\therefore (x+2y)^2 \geq 4xy$

(단, 등호는 $x=y=0$일 때 성립) (참)

따라서 절대부등식인 것은 ㄱ, ㄷ이다.