

실시일자	-	유형별 학습	이름
20문제 / DRE수학			

쎈 - 수학 II (2025) 16~19p_문제연습

함수의 극한값의 계산

01 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 4x - 2}{x^3 + 1}$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$
- ② -1
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{3}{2}$

04 상수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax}{x - 3} = 3$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + ax)$ 의 값을 구하시오.

[2017년 4월 고3 문과 22번/3점]

02 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{x-1}$ 의 값을 구하시오.

05 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2 - \sqrt{3+x^2}}$ 의 값은?

- ① -2
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 2

03 함수 $f(x) = x^3 + 4kx$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$ 를 만족시킬 때,
상수 k 의 값은?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

[2022년 4월 고3 3번 변형]
06 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1}-3}{x-2}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$
- ② $\frac{5}{6}$
- ③ 1
- ④ $\frac{7}{6}$
- ⑤ $\frac{4}{3}$



07

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} + 2x}{\sqrt{4x^2 + 3x + 2} - x}$$

- ① -3 ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

08

다음 보기 중에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{4x^2 + 2x - 1} = \frac{3}{4}$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2}{2x^2 + 5} = 5$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2+3} + 6x}{4x} = 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

09

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 3$$
 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + xf(x)}{x^2 - f(x)}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

10

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2 - 5x - 9}{5x^2 - 6x + 10} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 81} - 8}{x}$$

값을 구하시오.

11

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 4} + x)$$

- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

12

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x + 1} - 3x)$$

13 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 4x + 9}}$ 의 값은?

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----|
| ① 0 | ② $\frac{1}{2}$ | ③ 1 |
| ④ $\frac{3}{2}$ | ⑤ 2 | |

14 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{16x^2 + 5x + 3} - 4x)$ 의 값을 구하시오.

16 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{4+x}} \right) = \frac{1}{a}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

15 $\lim_{x \rightarrow 3} \left\{ \frac{1}{x-3} \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{x^2+1} \right) \right\}$ 의 값은?

- | | | |
|------------------|-----------------|------------------|
| ① $\frac{1}{10}$ | ② $\frac{1}{5}$ | ③ $\frac{3}{10}$ |
| ④ $\frac{2}{5}$ | ⑤ $\frac{1}{2}$ | |

17 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} = 2$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- | | | |
|-------|------|------|
| ① -12 | ② -8 | ③ -6 |
| ④ -4 | ⑤ -3 | |

[2014년 7월 고3 문과 3번/2점]

두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - a}{x - 2} = b$ 일 때,

$a+b$ 의 값은?

- | | | |
|------|------|------|
| ① 14 | ② 16 | ③ 18 |
| ④ 20 | ⑤ 22 | |

19 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 - bx} + 2x) = 3$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여
 ab 의 값을 구하시오.

20 [2018년 9월 고2 이과 16번 변형]
함수 $f(x) = a(x-4)^2 + 2$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{\sqrt{f(-x)} - \sqrt{f(x)}\} = 8$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

실시일자	-	유형별 학습	이름
20문제 / DRE수학			

쎈 - 수학 II (2025) 16~19p_문제연습

함수의 극한값의 계산

빠른정답

01 ③	02 7	03 ②
04 0	05 ①	06 ②
07 ③	08 ②	09 ⑤
10 6	11 ②	12 $\frac{1}{6}$
13 ②	14 $\frac{5}{8}$	15 ③
16 16	17 ①	18 ④
19 48	20 ①	



실시일자	-	유형별 학습	이름
20문제 / DRE수학			

쎈 - 수학 II (2025) 16~19p_문제연습

함수의 극한값의 계산

01 정답 ③

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 4x - 2}{x^3 + 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - 2x - 2)}{(x+1)(x^2 - x + 1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - 2x - 2)}{(x^2 - x + 1)} \\
 &= \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

02 정답 7

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \text{함수의 극한 이해하기} \\
 & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+6) = 7
 \end{aligned}$$

03 정답 ②

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 4kx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 4k) = 4k \\
 & \text{즉, } 4k = 40 \text{ 이므로 } k = 1
 \end{aligned}$$

04 정답 0

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & x \rightarrow 3 \text{ 일 때 극한값이 존재하고 (분모) } \rightarrow 0 \text{ 이므로} \\
 & (\text{분자}) \rightarrow 0 \text{ 이다.} \\
 & \therefore \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + ax) = 0
 \end{aligned}$$

05 정답 ①

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2 - \sqrt{3+x^2}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2 + \sqrt{3+x^2})}{(2 - \sqrt{3+x^2})(2 + \sqrt{3+x^2})} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2 + \sqrt{3+x^2})}{1 - x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2 + \sqrt{3+x^2})}{-(x-1)(x+1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + \sqrt{3+x^2}}{-(x+1)} \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

06 정답 ②

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1}-3}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x-10}{(x-2)(\sqrt{5x-1}+3)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5}{\sqrt{5x-1}+3} = \frac{5}{6}
 \end{aligned}$$

07 정답 ③

$$\begin{aligned}
 \text{해설} \quad & x = -t \text{ 로 놓으면 } x \rightarrow -\infty \text{ 일 때 } t \rightarrow \infty \text{ 이므로} \\
 & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+2x}{\sqrt{4x^2+3x+2}-x} \\
 &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t^2+1}-2t}{\sqrt{4t^2-3t+2}+t} \\
 &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{t^2}}-2}{\sqrt{4-\frac{3}{t}+\frac{2}{t^2}+1}} \\
 &= \frac{1-2}{2+1} = -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$



08 정답 ②

해설

$$\neg \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{4x^2 + 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{x}}{4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} = 0$$

(거짓)

$$\neg \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2}{2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{2 + \frac{5}{x^2}} = 5 \text{ (참)}$$

$$\neg \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3} + 6x}{4x} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 + \frac{3}{x^2}} + 6}{4} = \frac{\sqrt{2} + 6}{4} \text{ (거짓)}$$

따라서 옳은 것은 \neg 이다.

09 정답 ⑤

해설

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + xf(x)}{x^2 - f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{f(x)}{x}}{1 - \frac{f(x)}{x} \cdot \frac{1}{x}} \\ = \frac{1+3}{1-3 \cdot 0} = 4$$

10 정답 6

해설

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2 - 5x - 9}{5x^2 - 6x + 10} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 81} - 8}{x} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15 - \frac{5}{x} - \frac{9}{x^2}}{5 - \frac{6}{x} + \frac{10}{x^2}} + \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9 + \frac{81}{x^2}} - \frac{8}{x} \right) \\ = \frac{15}{5} + 3 = 6$$

11 정답 ②

해설 $x = -t$ 로 놓으면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 4} + x) \\ = \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{t^2 - 2t + 4} - t) \\ = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{t^2 - 2t + 4} - t)(\sqrt{t^2 - 2t + 4} + t)}{\sqrt{t^2 - 2t + 4} + t} \\ = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2t + 4}{\sqrt{t^2 - 2t + 4} + t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2 + \frac{4}{t}}{\sqrt{1 - \frac{2}{t} + \frac{4}{t^2} + 1}} \\ = \frac{-2}{1+1} = -1$$

12 정답 $\frac{1}{6}$

해설 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x + 1} - 3x)$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{9x^2 + x + 1} - 3x)(\sqrt{9x^2 + x + 1} + 3x)}{\sqrt{9x^2 + x + 1} + 3x} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{\sqrt{9x^2 + x + 1} + 3x} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{9 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3} \\ = \frac{1}{6}$$

13 정답 ②

해설 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 4x + 9}}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 - 4x + 9}}{(x - \sqrt{x^2 - 4x + 9})(x + \sqrt{x^2 - 4x + 9})} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 - 4x + 9}}{4x - 9} \\ = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{9}{x^2}}}{4 - \frac{9}{x}} = \frac{1+1}{4} = \frac{1}{2}$$

14 정답 $\frac{5}{8}$

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{16x^2 + 5x + 3} - 4x) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{16x^2 + 5x + 3} - 4x)(\sqrt{16x^2 + 5x + 3} + 4x)}{\sqrt{16x^2 + 5x + 3} + 4x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 3}{\sqrt{16x^2 + 5x + 3} + 4x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + \frac{3}{x}}{\sqrt{16 + \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2}} + 4} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

15 정답 ③

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow 3} \left\{ \frac{1}{x-3} \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{x^2+1} \right) \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \left\{ \frac{1}{x-3} \times \frac{x^2-9}{2(x^2+1)} \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \left\{ \frac{1}{x-3} \times \frac{(x+3)(x-3)}{2(x^2+1)} \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{2(x^2+1)} = \frac{6}{2 \times 10} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

16 정답 16

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{4+x}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{\sqrt{4+x}-2}{2\sqrt{4+x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{(4+x)-4}{2\sqrt{4+x}(\sqrt{4+x}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{4+x}(\sqrt{4+x}+2)} \\ &= \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot (2+2)} = \frac{1}{16} \\ \therefore a &= 16 \end{aligned}$$

17 정답 ①

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} = 2 \text{에서 } x \rightarrow 3 \text{일 때}, \\ & (\text{분모}) \rightarrow 0 \text{이고 극한값이 존재하므로 (분자)} \rightarrow 0 \text{이다.} \\ & 즉, } \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + ax + b) = 0 \text{이므로 } 9 + 3a + b = 0 \\ & \therefore b = -3a - 9 \quad \cdots \textcircled{1} \\ & \text{①을 주어진 식에 대입하면} \\ & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax - 3a - 9}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+a+3)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+a+3) \\ &= a+6 = 2 \\ \text{따라서 } a &= -4, b = 3 \text{이므로} \\ ab &= (-4) \cdot 3 = -12 \end{aligned}$$

18 정답 ④

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & \text{함수의 극한값 계산하기} \\ & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - a}{x-2} = b \text{이므로} \\ & f(x) = x^3 - a \text{라 하면 } f(2) = 0 \text{이므로 } a = 8 \\ & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12 = b \\ \text{따라서 } a+b &= 20 \end{aligned}$$

19 정답 48

$$\begin{aligned} \text{해설} \quad & x = -t \text{로 놓으면 } x \rightarrow -\infty \text{일 때 } t \rightarrow \infty \text{이므로} \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 - bx} + 2x) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{at^2 + bt} - 2t) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{at^2 + bt} - 2t)(\sqrt{at^2 + bt} + 2t)}{\sqrt{at^2 + bt} + 2t} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(a-4)t^2 + bt}{\sqrt{at^2 + bt} + 2t} \quad \cdots \textcircled{2} \\ & \text{②의 극한값이 존재하려면 } a-4 = 0 \quad \therefore a = 4 \\ a = 4 &\text{를 ②에 대입하면} \\ & \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{bt}{\sqrt{4t^2 + bt} + 2t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{b}{\sqrt{4 + \frac{b}{t}} + 2} = \frac{b}{4} \\ \text{따라서 } \frac{b}{4} &= 3 \text{이므로 } b = 12 \\ \therefore ab &= 4 \cdot 12 = 48 \end{aligned}$$

20 정답 ①

해설 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{ \sqrt{f(-x)} - \sqrt{f(x)} \}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \{ \sqrt{a(-x-4)^2 + 2} - \sqrt{a(x-4)^2 + 2} \}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16ax}{\sqrt{a(x+4)^2 + 2} + \sqrt{a(x-4)^2 + 2}}$
 $= \frac{16a}{2\sqrt{a}} = 8$
따라서 $a = 1$