

② 맥 통일이 불가능할 때는 양변의 로그를 잡는다.

[notes]

③ $a^x = X$ ($X > 0$)로 치환하여 X 의 부등식으로 고쳐서 푼다.

☞ 복리 계산법

원금 : A , 이율 : r , 기간 : $n \Rightarrow$ 원리합계 S 는 $S = A(1+r)^n$

(7) 지수법칙의 활용

$$\text{① } x^a = y^b \text{ 이면 } x = y^{\frac{b}{a}}, y = x^{\frac{a}{b}}, y^{\frac{1}{a}} = x^{\frac{1}{b}}$$

$$\text{② } x^a = y^b = k \text{ 이면 } x = k^{\frac{1}{a}}, y = k^{\frac{1}{b}}$$

(8) 지수함수의 항등식

(단, $f(x) > 0, f(y) > 0$)

$$\text{① } f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$$

$$\text{② } f(x-y) = f(x) / f(y)$$

$$\text{③ } f(nx) = \{f(x)\}^n$$

$$\text{④ } f(-x) = \frac{1}{f(x)}$$

①~④ 중 하나를 만족하면

$$\Rightarrow y = a^x (a > 0, a \neq 1)$$

예) 함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x)f(y)$ 를 만족할 때, 다음 중 만족하지 않는 것은?(단, $f(x) > 0$) 답⑤

$$\text{① } f(0) = 1 \quad \text{② } f(-x) = f\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{③ } f(nx) = \{f(x)\}^n$$

$$\text{④ } f(x+y) = f(x) \cdot f(y) \quad \text{⑤ } f(x/y) = f(x) - f(y)$$

$$(9) f(x+y) = kf(x) \cdot f(y)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{k}a^x$$

$$(10) f(x+y) = f(x) + f(y)$$

$\Rightarrow f(x)$ 는 원점을 지나는 직선

ex 모든 실수 x 에 정의된 미분가능한 함수 f 가 주어져 있다.

$$(a) f'(1) = 1,$$

$$(b) 모든 x, y, f(x+y) = f(x) + f(y)$$

$\Rightarrow f(x)$ 를 x로 표현하시오

답. $f(x) = x$ (도함수의 정의에 의해서 구할 수 있지만 (3)성질을 이용할 수 있다.)

(11) $f(x \times y) = f(x) \times f(y) \Rightarrow f(x) = x^n$

[notes]

(12) $y = \frac{a^x + a^{-x}}{2} \quad (a > 1) \Rightarrow$ 우함수

(13) $y = \frac{a^x - a^{-x}}{2} \quad (a > 1) \Rightarrow$ 기함수

(14) $\frac{1}{a^x + 1} + \frac{1}{a^{-x} + 1} = 1$

¶) $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^k + 1} + \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^{-k} + 1}$ 의 값을 구하여라?

답 55

02 로그

(1) 로그의 정의

임의의 양수 b 에 대하여 $a^x = b$ ($a > 0$, $a \neq 1$)를 만족하는 실수 x [notes]를 a 를 밑으로 하는 b 의 로그라고 하며, 이것을 $x = \log_a b$ 로 나타낸다. 이 때, b 를 $\log_a b$ 의 진수라 한다.

$$a > 0, a \neq 1, b > 0 \text{ 일 때}, a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

(2) 로그의 성질

$a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$ 이고, $x > 0$, $y > 0$ 이라 할 때,

$$1) \log_a a = 1, \quad \log_a 1 = 0 \quad 2) \log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$3) \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \quad 4) \log_a x^n = n \log_a x$$

$$5) \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (\text{단 } c > 0, c \neq 1) \quad (\text{밑의 변환 공식})$$

$$6) \log_{a^m} x^n = \frac{n}{m} \log_a x \quad 7) a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

(3) 상용로그의 지표와 가수

$$\log N = n + a \quad (n: \text{정수}, 0 \leq a < 1)$$

일 때, n 을 $\log N$ 의 지표, a 를 가수라 한다.

(4) 지표와 가수의 활용

$\log N$ 의 지표가 n 일 때,

① N 은 $n+1$ 자리수이다.

② $n \leq \log N < n+1$

③ 지표가 n 인 정수 N 의 개수는 $(10^{n+1} - 10^n)$ 개

④ $\log_a N = n. \times \times \dots$ 일 때, N 은 a 진법으로 $n+1$ 자리수이다.

(5) 로그방정식의 해법

① $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ 의 꼴 또는 $\log_a f(x) = b$ 의 꼴로 정리하여

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow a^b = f(x) \quad (\text{단 } f(x) > 0, g(x) > 0) \text{ 를 이용한다.}$$

② $\log_a x = X$ 로 치환해 본다.

③ 양변에 로그를 취해 본다.

(지수에 로그가 있거나 밑과 지수가 변수일 때)