마플시너지(2025) - 공통수학2(집합의 연산) 144~172p

집합의 연산과 벤 다이어그램

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$일 때, $n(A\cap B)=5$, $\{1,\ 7\}\subset B$를 만족시키는 집합 B의 개수를 구하시오.

02 [2021년 3월 고2 28번/4점]
전체집합 U의 두 부분집합 $A,\ B$가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 B의 모든 원소의 합을 구하시오.

> (가) $A=\{3,\ 4,\ 5\}$, $A^C\cup B^C=\{1,\ 2,\ 4\}$
> (나) $X\subset U$이고 $n(X)=1$인 모든 집합 X에 대하여 집합 $(A\cup X)-B$의 원소의 개수는 1이다.

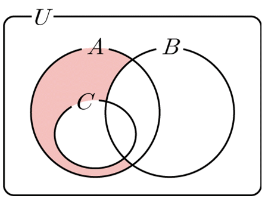
03 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 $X,\ Y$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 X의 개수를 a, 집합 Y의 개수를 b라 하자. 이때 ab의 값을 구하시오.

> (가) $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}\cap X=\{3,\ 5\}$
> (나) $\{4,\ 6,\ 8\}\cup Y=\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

04 전체집합 U의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여
$$\{(A-B)\cup(B\cap A)\}\cap\{(A\cup B)^C\cup(A^C\cup B)^C\}=\varnothing$$
일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A-B=\varnothing$　② $A^C\cup B=U$
③ $B^C\subset A^C$　④ $A\cap B=\varnothing$
⑤ $A\cup B=B$

05 전체집합 U의 세부분집합 $A,\ B,\ C$에 대하여 다음 중 아래 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?(단, $C\subset A$)



① $(A-B)\cap(B-C)$
② $A\cap B\cap C^C$
③ $(A-B)\cap(A-C)$
④ $A\cap(B\cup C)$
⑤ $(A-C)\cap(B-C)$

06 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 연산 $\circ$를 $A \circ B=(A\cap B^C)\cup(A^C\cap B)$로 정의할 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $B \circ \varnothing = B^C$
ㄴ. $(B \circ B)\circ B = B$
ㄷ. $(A \circ B)\cap C=(A\cap C)\circ(B\cap C)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

07 전체집합 U의 두 부분집합 X, Y에 대하여 연산 $*$을 $X*Y=(X^C\cap Y)\cup(X\cap Y^C)$으로 약속할 때, 다음 보기 중 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $Z\subset U$)

〈보기〉

ㄱ. $X*Y=Y*X$
ㄴ. $(X*Y)*Z^C=X*(Y*Z^C)$
ㄷ. $X^C*Y=(X*Y)^C$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

08 정수를 원소로 하는 두 집합 $A=\{a,\ b,\ c,\ d\}$, $B=\{a+k,\ b+k,\ c+k,\ d+k\}$에 대하여, $A\cap B=\{2,\ 5\}$이고 A에 속하는 모든 원소의 합이 10, $A\cup B$에 속하는 모든 원소의 합이 21일 때, k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

09 전체집합 U의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 $(B-A)\cup(B-C)=\varnothing$일 때, 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $B\subset(A\cup C)$
ㄴ. $A^C-C\subset B^C$
ㄷ. 전체집합 U의 임의의 부분집합 X에 대하여 $\{(B-X^C)\cup(B-A^C)\}\subset C$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10 x에 대한 일차부등식 $x+a-2>0$이 모든 양수 x에 대하여 성립하도록 하는 실수 a의 집합을 A라 하자. 또, x에 대한 이차부등식 $x^2+2ax+3a>0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 하는 실수 a의 집합을 B라 하자. 이때 집합 $A\cap B$는?

① $\{a|0\le a\le 3\}$ ② $\{a|0\le a\le 2\}$
③ $\{a|2\le a\le 3\}$ ④ $\{a|2\le a<3\}$
⑤ $\{a|2<a<3\}$

11 두 집합 A, B에 대하여 $n(A)=9$, $n(B)=12$, $n(A\cap B)\ge 4$일 때, $n(A\cup B)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 25 ② 26 ③ 27
④ 28 ⑤ 29

12 [2017년 6월 고2 이과 12번/3점]

수강생이 35명인 어느 학원에서 모든 수강생을 대상으로 세 종류의 자격증 A, B, C의 취득 여부를 조사하였다. 자격증 A, B, C를 취득한 수강생이 각각 21명, 18명, 15명이고 어느 자격증도 취득하지 못한 수강생이 3명이다. 이 학원의 수강생 중에서 세 자격증 A, B, C를 모두 취득한 수강생이 없을 때, 자격증 A, B, C 중에서 두 종류의 자격증만 취득한 수강생의 수는?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

13

전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 15\}$의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여
$A-B=\{x \mid x\text{는 3의 배수}\}$,
$(A\cup B)\cap A^C=\{x \mid x\text{는 5 이상의 소수}\}$가 성립한다.
집합 A의 원소의 개수가 최대일 때, 집합 B의 원소의 합은?

① 71 ② 75 ③ 79
④ 83 ⑤ 87

14

집합 $A=\{(x,\ y) \mid x^2+y^2-4x+6y-12=0\}$,
$B=\{(x,\ y) \mid x^2+y^2+2x-4y-4=0\}$,
$C=\{(x,\ y) \mid ax+by+4=0\}$
에 대하여 $(A\cap B)\subset C$를 만족시킬 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

15 [2022년 3월 고2 19번 변형]

두 자연수 $k,\ m\ (k\geq m)$에 대하여 전체집합 $U=\{x \mid x\text{는 } k \text{ 이하의 자연수}\}$의 두 부분집합 $A=\{x \mid x\text{는 } m\text{의 약수}\}$, B가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $B-A=\{3,\ 5,\ 6\}$, $n(A\cup B^C)=9$
> (나) 집합 A의 모든 원소의 합과 집합 B의 모든 원소의 합은 서로 같다.

집합 $A^C\cap B^C$의 모든 원소의 합은?

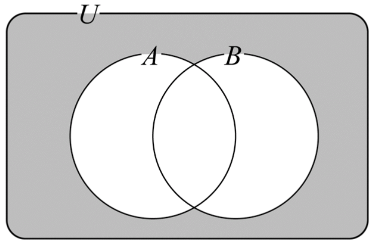
① 46 ② 47 ③ 48
④ 49 ⑤ 50

16

자연수 전체의 집합에서 자연수 k의 배수의 집합을 N_k라 하자. $(N_8\cup N_{12})\subset N_k$를 만족하는 k의 최댓값을 a, $(N_3\cap N_4)\supset N_k$를 만족하는 k의 최솟값을 b라 할 때, a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.

17 [2009년 3월 고1 22번]

전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U)=80$, $n(A)=45$, $n(B-A)=25$일 때, 벤 다이어그램의 어두운 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하시오. (단, $n(X)$는 집합 X의 원소의 개수이다.)



18 학생 수가 40명인 어느 학급에서 설악산에 가 본 학생은 25명이고 지리산에 가 본 학생은 18명이었다. 설악산과 지리산에 모두 가 본 학생 수의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오.

19 [2021년 3월 고2 28번 변형]
전체집합 U의 두 부분집합 A, B가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 B의 모든 원소의 합을 구하시오.

> (가) $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $A^C \cup B^C=\{3,\ 5,\ 7\}$
> (나) $X\subset U$이고 $n(X)=1$인 모든 집합 X에 대하여 집합 $(A\cup X)-B$의 원소의 개수는 1이다.

20 [2020년 3월 고2 28번/4점]
전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 5 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 $X\cap A\neq\varnothing$, $X\cap B\neq\varnothing$을 만족시키는 U의 부분집합 X의 개수를 구하시오.

21 정수 전체의 집합의 두 부분집합 $A=\{x\,|\,0\le x\le 5\}$, $B=\{x\,|\,4<x<9\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 양수 k의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

> 집합 $X=\{x\,|\,0\le x\le k\}$에 대하여
> $A\cap X=X$, $(A-B)\cup X=X$이다.

22 두 집합
$A=\{x\,|\,x$는 80 이하의 자연수$\}$,
$B=\{x\,|\,x$는 40과 서로소인 자연수$\}$
에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 X의 개수를 구하시오.

> (가) $X\subset A$, $X\neq\varnothing$
> (나) $X\cap B=\varnothing$
> (다) 집합 X의 모든 원소는 24와 서로소이다.

23 세 집합 A, B, C에 대하여 $n(A)=16$, $n(B)=20$, $n(C)=23$, $n(A\cap B)=9$, $n(A\cap B\cap C)=2$일 때, $n(C-(A\cup B))$의 최솟값을 구하시오.
(단, $n(X)$는 집합 X의 원소의 개수이다.)

24 자연수를 원소로 하는 두 집합
$A=\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5,\ a_6\}$
$B=\{a_k+b \mid a_k \in A\}$가 있다. $A \cap B=\{4,\ 7,\ 9\}$이고,
집합 A의 원소의 합이 32, $A \cup B$의 원소의 합이 62일 때,
집합 B의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하시오.

마플시너지(2025) - 공통수학2(집합의 연산) 144~172p

집합의 연산과 벤 다이어그램

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 40	02 11	03 512
04 ④	05 ③	06 ④
07 ⑤	08 ②	09 ⑤
10 ④	11 ⑤	12 ②
13 ②	14 ①	15 ④
16 16	17 10	18 21
19 19	20 22	21 9
22 31	23 3	24 8

마플시너지(2025) - 공통수학2(집합의 연산) 144~172p

집합의 연산과 벤 다이어그램

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 **정답** 40

해설 $n(A\cap B)=5$, $\{1,\ 7\}\subset B$를 만족하는 집합 B는 모두 10가지가 있다.

즉, $A\cap B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 7\}$ 또는 $\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 또는 $\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7\}$ 또는 ⋯ 또는 $\{1,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$

(i) $A\cap B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 7\}$일 때,

$5,\ 6\not\in B$이어야 하므로 집합 B는 $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 7$을 원소로 갖고, $5,\ 6$은 원소로 갖지 않아야 한다.

즉, 집합 B의 개수는 $2^{9-5-2}=4$

(ii) $A\cap B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$일 때,

$4,\ 6\not\in B$이어야 하므로 집합 B는 $1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7$을 원소로 갖고, $4,\ 6$은 원소로 갖지 않아야 한다.

즉, 집합 B의 개수는 $2^{9-5-2}=4$

⋮

(iii) $A\cap B=\{1,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$일 때,

$2,\ 3\not\in B$이어야 하므로 집합 B는 $1,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$을 원소로 갖고, $2,\ 3$은 원소로 갖지 않아야 한다.

즉, 집합 B의 개수는 $2^{9-5-2}=4$

따라서 집합 B의 개수는 각각의 경우 4가지씩 나오므로

$10\cdot 4=40$

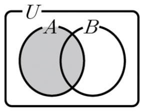
02 **정답** 11

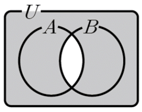
해설 집합의 연산 법칙을 이용하여 조건을 만족시키는 집합을 구하는 문제를 해결한다.

$A^C\cup B^C=(A\cap B)^C$이므로

$(A\cap B)^C=\{1,\ 2,\ 4\}$

두 집합 A, $(A\cap B)^C$을 벤다이어그램으로 나타내면 각각 다음 그림과 같다.





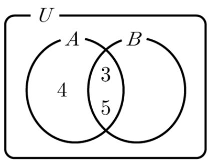
두 집합 A, $(A\cap B)^C$의 공통인 원소는 4이고,

두 그림에서 공통으로 색칠된 부분이 집합 $A-B$이므로

$A-B=\{4\}$

또한, $A\cap B=A-(A-B)=\{3,\ 5\}$,

$U=(A\cap B)\cup(A\cap B)^C=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서



$4\not\in B$이고, $3\in B$, $5\in B$이다.

조건 (나)에서 집합의 분배법칙에 의하여

$$\begin{aligned}(A\cup X)-B&=(A\cup X)\cap B^C\\&=(A\cap B^C)\cup(X\cap B^C)\\&=(A-B)\cup(X-B)\\&=\{4\}\cup(X-B)\end{aligned}$$

이때 $4\in(A-B)$이므로 집합 $(A\cup X)-B$의 원소의 개수가 1이 되려면 집합 $X-B$가 공집합이 되거나 집합 $\{4\}$가 되어야 한다.

(i) $X=\{1\}$, $X=\{2\}$, $X=\{3\}$, $X=\{5\}$일 때,

집합 $X-B$는 공집합이어야 하므로

$1,\ 2,\ 3,\ 5$ 모두 집합 B의 원소이어야 한다.

(ii) $X=\{4\}$일 때,

$X-B=\{4\}$이므로 집합 $\{4\}\cup(X-B)$는 집합 $\{4\}$가 되어 조건을 만족시킨다.

(i), (ii)에서 $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$이다.

따라서 $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$이므로

집합 B의 모든 원소의 합은

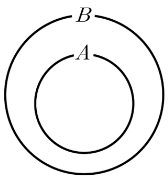
$1+2+3+5=11$

03 정답 512

해설 조건 (가)에서 집합 X는 전체집합 U의 부분집합 중 $3,\ 5$는 반드시 원소로 갖고, $2,\ 7$은 원소로 갖지 않는 집합이다.
따라서 집합 X의 개수는 $2^{10-2-2}=2^6=64$
조건 (나)에서 집합 Y는 전체집합 U의 부분집합 중 $2,\ 7,\ 9$를 반드시 원소로 갖고, $1,\ 3,\ 5,\ 10$은 원소로 갖지 않는 집합이다.
따라서 집합 Y의 개수는 $2^{10-3-4}=2^3=8$
즉, $a=64$, $b=8$이므로 $ab=512$

04 정답 ④

해설 $(A-B)\cup(B\cap A)=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$
분배법칙을 이용하여 묶어내면
$(A\cap B^C)\cup(A\cap B)=A\cap(B^C\cup B)$
$=A\cap U=A$
$(A\cup B)^C\cup(A^C\cup B)^C=(A^C\cap B^C)\cup(A\cap B^C)$
분배법칙을 이용하여 묶어내면
$(A^C\cap B^C)\cup(A\cap B^C)=(A^C\cup A)\cap B^C$
$=U\cap B^C=B^C$
따라서 주어진 식의 좌변은
(좌변)$=A\cap B^C=A-B$



① $A-B=\varnothing$이다.
② $A\cap B^C=\varnothing$이므로 $(A\cap B^C)^C=\varnothing^C$
$\therefore\ A^C\cup B=U$
③ $A\subset B$이므로 $B^C\subset A^C$
④ $A\subset B$이므로 $A\cap B=A$
⑤ $A\subset B$이므로 $A\cup B=B$

05 정답 ③

해설 색칠한 부분은 A에서 $B\cup C$를 뺀 것과 같으므로
$A-(B\cup C)=A\cap(B\cup C)^C$
$=A\cap(B^C\cup C^C)$
$=(A\cap B^C)\cap(A\cap C^C)$
$=(A-B)\cap(A-C)$

06 정답 ④

해설 ㄱ. $B\circ\varnothing=(B\cap\varnothing^C)\cup(B^C\cap\varnothing)$
$=(B\cap U)\cup\varnothing$
$=B\cup\varnothing$
$=B$ (거짓)
ㄴ. $B\circ B=(B\cap B^C)\cup(B^C\cap B)$
$=\varnothing\cup\varnothing=\varnothing$ 이므로
$(B\circ B)\circ B=\varnothing\circ B$
$=(\varnothing\cap B^C)\cup(\varnothing^C\cap B)$
$=\varnothing\cup(U\cap B)$
$=\varnothing\cup B$
$=B$ (참)
ㄷ. $(A\circ B)\cap C=\{(A\cap B^C)\cup(A^C\cap B)\}\cap C$
$=(A\cap B^C\cap C)\cup(A^C\cap B\cap C)$
$(A\cap C)\circ(B\cap C)$
$=\{(A\cap C)\cap(B\cap C)^C\}$
$\cup\{(A\cap C)^C\cap(B\cap C)\}$
$=\{(A\cap C)\cap(B^C\cup C^C)\}$
$\cup\{(A^C\cup C^C)\cap(B\cap C)\}$
$=\{(A\cap C\cap B^C)\cup(A\cap C\cap C^C)\}$
$\cup\{(A^C\cap B\cap C)\cup(C^C\cap B\cap C)\}$
$=(A\cap B^C\cap C)\cup(A^C\cap B\cap C)$
$\therefore\ (A\circ B)\cap C=(A\cap C)\circ(B\cap C)$ (참)
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

07 정답 ⑤

해설 $X * Y = (X^C \cap Y) \cup (X \cap Y^C)$

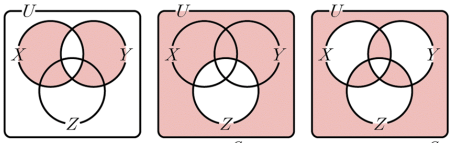
$= (Y - X) \cup (X - Y)$

ㄱ. $X * Y = (Y - X) \cup (X - Y)$

$= (X - Y) \cup (Y - X)$

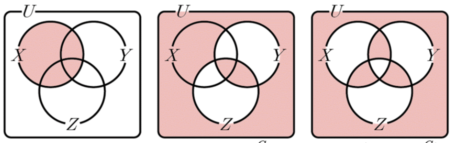
$= Y * X$

ㄴ. $(X * Y) * Z^C$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$X * Y$　　Z^C　　$(X * Y) * Z^C$

$X * (Y * Z^C)$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



X　　$Y * Z^C$　　$X * (Y * Z^C)$

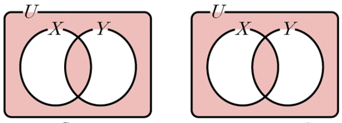
$\therefore (X * Y) * Z^C = X * (Y * Z^C)$

ㄷ. $X^C * Y = (X \cap Y) \cup (X^C \cap Y^C)$

$= (X \cap Y) \cup (X \cup Y)^C$

$(X * Y)^C = \{(Y - X) \cup (X - Y)\}^C$

$X^C * Y$과 $(X * Y)^C$를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$X^C * Y$　　$(X * Y)^C$

$\therefore X^C * Y = (X * Y)^C$

따라서 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

08 정답 ②

해설 A에 속하는 원소들의 합을 $S(A)$라고 하면,

$S(A \cup B) = S(A) + S(B) - S(A \cap B)$

$21 = 10 + S(B) - 7$

$\therefore\ S(B) = 18 = a + b + c + d + 4k = 10 + 4k$

$\therefore\ 4k = 8$

$\therefore\ k = 2$

09 정답 ⑤

해설 $(B - A) \cup (B - C) = \varnothing$에서

$B - A = \varnothing,\ B - C = \varnothing$

$\therefore\ B \subset A,\ B \subset C$

ㄱ. $B \subset A,\ B \subset C$이므로 $B \subset (A \cup C)$ (참)

ㄴ. $B \subset (A \cup C)$에서 $(A \cup C)^C \subset B^C$

이때 $(A \cup C)^C = A^C \cap C^C = A^C - C$이므로

$A^C - C \subset B^C$ (참)

ㄷ. $(B - X^C) \cup (B - A^C) = (B \cap X) \cup (B \cap A)$

$= B \cap (X \cup A)$

이때 $\{B \cap (X \cup A)\} \subset B$이고 $B \subset C$이므로

$\{(B - X^C) \cup (B - A^C)\} \subset C$(참)

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

10 정답 ④

해설 $x + a - 2 > 0$에서 $x > -a + 2$

모든 양수 x에 대하여 위의 부등식이 성립하려면

$-a + 2 \leq 0$

$\therefore\ A = \{a \mid a \geq 2\}$ $\cdots$ ㉠

또, 모든 실수 x에 대하여 이차부등식

$x^2 + 2ax + 3a > 0$이 성립하려면

$\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0$

$\therefore\ B = \{a \mid 0 < a < 3\}$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $A \cap B = \{a \mid 2 \leq a < 3\}$

11 정답 ⑤

해설 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$에서

$n(A \cap B)$가 최소일 때 $n(A \cup B)$가 최대,

$n(A \cap B)$가 최대일 때 $n(A \cup B)$가 최소이다.

(ⅰ) $n(A \cup B)$가 최댓값을 가지려면 $n(A \cap B) \geq 4$에서

$n(A \cap B) = 4$이어야 하므로

$n(A \cup B) = 9 + 12 - 4 = 17$

(ⅱ) $n(A \cup B)$가 최솟값을 가지려면 $A \subset B$일 때

$n(A \cap B) = n(A) = 9$이어야 하므로

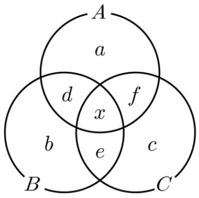
$n(A \cup B) = 9 + 12 - 9 = 12$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 최댓값과 최솟값의 합은

$17 + 12 = 29$

12 정답 ②

해설 집합의 연산을 이용하여 외적문제 해결하기
자격증 A를 취득한 수강생의 집합을 A, 자격증 B를
취득한 수강생의 집합을 B, 자격증 C를 취득한 수강생의
집합을 C라 하자.
각 영역에 속하는 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면
다음 그림과 같다.



수강생 수는 총 35명이고 세 자격증 A, B, C 중에서
어느 것도 취득하지 못한 수강생이 3명이므로
$n(A\cup B\cup C)=35-3=32$이다.
이 학원의 수강생 중에서 세 자격증 A, B, C를
모두 취득한 수강생이 없으므로 $x=0$이다.
자격증 A, B, C를 취득한 수강생이 각각
21명, 18명, 15명이므로

$a+d+f=21$ $\cdots$ ㉠
$b+d+e=18$ $\cdots$ ㉡
$c+e+f=15$ $\cdots$ ㉢

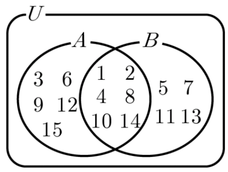
㉠+㉡+㉢을 하면
$a+b+c+2(d+e+f)=54$ $\cdots$ ㉣
이고
$n(A\cup B\cup C)=a+b+c+d+e+f+=32$ $\cdots$ ㉤
이다.
㉣−㉤를 하면 $d+e+f=22$이다.
따라서 세 자격증 A, B, C 중에서 두 종류의 자격증만을
취득한 수강생 수는 22명이다.

13 정답 ②

해설 $A-B=\{3, 6, 9, 12, 15\}$이고

$$(A\cup B)\cap A^C=(A\cap A^C)\cup(B\cap A^C)$$
$$=\varnothing\cup(B-A)$$
$$=B-A$$
$$=\{5, 7, 11, 13\}$$

따라서 다음 벤 다이어그램과 같이
집합 $A\cap B$에 여섯 원소 1, 2, 4, 8, 10, 14가 모두 속할
때 집합 A의 원소의 개수가 최대이다.



따라서 구하는 집합 B는
$B=\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14\}$이므로
원소의 합은
$1+2+4+5+7+8+10+11+13+14=75$

14 정답 ①

해설 두 원
$x^2+y^2-4x+6y-12=0$ $\cdots$ ㉠
$x^2+y^2+2x-4y-4=0$ $\cdots$ ㉡
에 대하여 집합 A는 원 ㉠ 위의 점을 원소로 갖고,
집합 B는 원 ㉡ 위의 점을 원소로 갖는다.
그러므로 $(A\cap B)\subset C$를 만족시키려면
직선 $ax+by+4=0$이 두 원 ㉠, ㉡의 교점을 모두
지나야 한다.
두 원 ㉠, ㉡의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$x^2+y^2-4x+6y-12-(x^2+y^2+2x-4y-4)=0$$

$-6x+10y-8=0$에서 $3x-5y+4=0$
$a=3$, $b=-5$이므로 $a+b=-2$

15 정답 ④

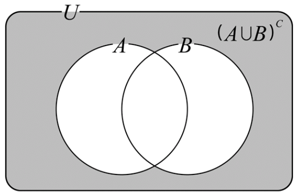
해설 드모르간의 법칙에 의하여
$A\cup B^C=(A^C\cap B)^C=(B-A)^C$ 이므로
조건 (가)에서
$n(A\cup B^C)=n((B-A)^C)=9$
$B-A=\{3,\ 5,\ 6\}$에서 $n(B-A)=3$
$(B-A)\cup(B-A)^C=U$,
$(B-A)\cap(B-A)^C=\varnothing$ 이므로
$n(U)=n(B-A)+n((B-A)^C)$
$=n(B-A)+n(A\cup B^C)$
$=3+9=12$
따라서 $k=12$이고
$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12\}$
조건 (가)에서 $B-A=\{3,\ 5,\ 6\}$이고 조건 (나)에서
집합 A의 모든 원소의 합과 집합 B의 모든 원소의 합이
서로 같으므로 집합 $A-B$의 모든 원소의 합은
집합 $B-A=\{3,\ 5,\ 6\}$의 모든 원소의 합인 14이다.
따라서 m은 3과 5, 6 중 어느 수도 약수로 갖지 않고,
모든 약수의 합이 14 이상이어야 하므로
m이 될 수 있는 수는 8뿐이다.
$m=8$이므로 집합 A는 $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$이다.
이때 $A-B=\{2,\ 4,\ 8\}$이면 집합 $A-B$ 의 원소의
합이 14이므로 조건을 만족시킨다.
이때 $B=\{1,\ 3,\ 5,\ 6\}$이다.
$\therefore\ A\cup B=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}\cup\{1,\ 3,\ 5,\ 6\}$
$=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$
$A^C\cap B^C=(A\cup B)^C=\{7,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12\}$이므로
집합 $A^C\cap B^C$의 모든 원소의 합은
$7+9+10+11+12=49$

16 정답 16

해설 $(N_8\cup N_{12})\subset N_k$에서 $N_8\subset N_k$, $N_{12}\subset N_k$이므로
k는 8의 약수이고, 12의 약수이다.
따라서 k는 8과 12의 공약수이므로 이를 만족하는
k의 최댓값 a는 8과 12의 최대공약수 4이다.
$\therefore\ a=4$
또한, $(N_3\cap N_4)\supset N_k$를 만족하는 k의 최솟값 b는 3과
4의 최소공배수이므로 $b=12$
$\therefore\ a+b=4+12=16$

17 정답 10

해설 벤 다이어그램으로 표현된 집합의 원소의 개수를
계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.



어두운 부분이 나타내는 집합은 $(A\cup B)^C$이고
$n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$
$=n(U)-\{n(A)+n(B-A)\}$
$n(U)=80$, $n(A)=45$, $n(B-A)=25$에서
구하는 집합의 원소의 개수는
$80-(45+25)=10$개다.

18 정답 21

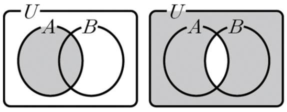
해설 어느 학급 학생 전체의 집합을 U, 설악산에 가 본 학생의
집합을 A, 지리산에 가 본 학생의 집합을 B라 하면
$n(U)=40$, $n(A)=5$, $n(B)=18$
설악산과 지리산에 모두 가 본 학생의 집합은 $A\cap B$이다.
이때 $n(A\cap B)$가 최소가 되는 경우는
$A\cup B=U$일 때이므로
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서
$40=25+18-n(A\cap B)$
$\therefore\ n(A\cap B)=3$
$\therefore\ m=3$
또한, $n(A\cap B)$의 최댓값은 $B\subset A$일 때이므로
$n(A\cap B)=n(B)=18$
$\therefore\ M=18$
$\therefore\ M+m=18+3=21$

19 정답 19

해설 $A^C \cup B^C = (A \cap B)^C$이므로

$(A \cap B)^C = \{3, 5, 7\}$

두 집합 A, $(A \cap B)^C$을 벤다이어그램으로 나타내면 각각 다음 그림과 같다.



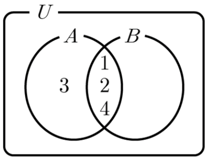
두 집합 A, $(A \cap B)^C$의 공통인 원소는 3이고,
두 그림에서 공통으로 색칠된 부분이 집합 $A-B$이므로

$A-B=\{3\}$

또한, $A \cap B = A-(A-B) = \{1, 2, 4\}$,

$U=(A \cap B) \cup (A \cap B)^C = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$에서

$3 \notin B$이고, $1 \in B$, $2 \in B$, $4 \in B$이다.



조건 (나)에서 집합의 분배법칙에 의하여

$$\begin{aligned}(A \cup X)-B &= (A \cup X) \cap B^C \\ &= (A \cap B^C) \cup (X \cap B^C) \\ &= (A-B) \cup (X-B) \\ &= \{3\} \cup (X-B)\end{aligned}$$

이때 $3 \in (A-B)$이므로 집합 $(A \cup X)-B$의 원소의 개수가 1이 되려면 집합 $X-B$가 공집합이 되거나 집합 $\{3\}$이 되어야 한다.

(ⅰ) $X=\{1\}$, $X=\{2\}$, $X=\{4\}$, $X=\{5\}$, $X=\{7\}$일 때,
집합 $X-B$는 공집합이어야 하므로
1, 2, 4, 5, 7 모두 집합 B의 원소이어야 한다.

(ⅱ) $X=\{3\}$일 때,
$X-B=\{3\}$이므로 집합 $\{3\} \cup (X-B)$는
집합 $\{3\}$이 되어 조건을 만족시킨다.

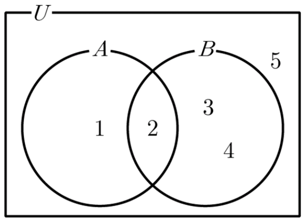
(ⅰ), (ⅱ)에서 $B=\{1, 2, 4, 5, 7\}$이다.

따라서 $B=\{1, 2, 4, 5, 7\}$이므로
집합 B의 모든 원소의 합은

$1+2+4+5+7=19$

20 정답 22

해설 집합의 연산을 이용하여 부분집합의 개수를 추론한다.
주어진 집합을 벤다이어그램으로 나타내면 그림과 같다.



$A \cap B = \{2\}$이므로 다음과 같이 경우를 나눌 수 있다.

(ⅰ) $2 \in X$인 경우
이때 $X \cap A \neq \varnothing$, $X \cap B \neq \varnothing$을 만족시킨다.
그러므로 집합 X는 전체집합 U의 2가 아닌 원소인 1, 3, 4, 5의 일부 또는 전부를 원소로 갖거나 어느 것도 원소로 갖지 않을 수 있다.
따라서 $2 \in X$인 경우 집합 X의 개수는
집합 $\{1, 3, 4, 5\}$의 부분집합의 개수와 같으므로
$2^4=16$

(ⅱ) $2 \notin X$인 경우
2를 제외한 집합 A의 원소는 1이고,
2를 제외한 집합 B의 원소는 3, 4이므로
$X \cap A \neq \varnothing$, $X \cap B \neq \varnothing$을 만족시키려면
집합 X는 1을 반드시 원소로 갖고 3 또는 4를 원소로 가져야 한다.
이때 $1 \in X$, $3 \in X$, $4 \notin X$인 경우와
$1 \in X$, $3 \notin X$, $4 \in X$인 경우와
$1 \in X$, $3 \in X$, $4 \in X$인 경우의 3가지 경우가 있다.
이때 각 경우에서 집합 X는 집합 $(A \cup B)^C$의 원소인 5를 원소로 갖거나 갖지 않을 수 있다.
따라서 $2 \notin X$인 경우의 집합 X의 개수는 $3 \cdot 2=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 조건을 만족시키는 집합 X의 개수는
$16+6=22$

21 정답 9

해설 $A \cap X = X$에서 $X \subset A$이고 $(A-B) \cup X = X$에서
$(A-B) \subset X$이므로

$(A-B) \subset X \subset A$

$A-B=\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$이므로

$\{x \mid 0 \leq x \leq 4\} \subset X \subset \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$

$X=\{x \mid 0 \leq x \leq k\}$에서 $4 \leq k \leq 5$

따라서 양수 k의 최댓값은 5, 최솟값은 4이므로 그 합은

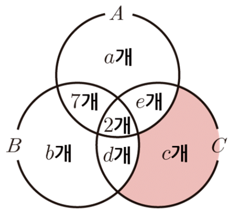
$5+4=9$

22 정답 31

해설 조건 (나)에서 $X \cap B = \varnothing$이므로 집합 X의 모든 원소는 40과 서로소가 아니고, $40 = 2^3 \cdot 5$이므로
집합 X의 모든 원소는 2 또는 5의 배수이다.
조건 (다)에서 $24 = 2^3 \cdot 3$이므로 집합 X의 모든 원소는 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아니다.
따라서 집합 X의 모든 원소는 80 이하의 5의 배수 중에서 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아닌 자연수이다.
즉, 집합 X의 원소가 될 수 있는 수는
5, 25, 35, 55, 65이다.
이때 조건 (가)에서 $X \neq \varnothing$이므로 집합 X는
$\{5, 25, 35, 55, 65\}$의 공집합이 아닌 부분집합이다.
즉, 집합 X의 개수는
$2^5 - 1 = 31$

23 정답 3

해설 $n(A \cap B) = 9$, $n(A \cap B \cap C) = 2$에서
$n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) = 7$



각 부분에 속하는 집합의 원소의 개수를 위의 그림과 같이 벤다이어그램에 나타내면
$n(C - (A \cup B)) = c$
$n(C) = 23$에서 $c + d + e + 2 = 23$
$\therefore c = 21 - (d + e)$
즉, $d + e$가 최대일 때 c는 최소가 된다.
$n(A) = 16$에서
$a + e + 2 + 7 = 16 \therefore e = 7 - a$
이때 $a \geq 0$이므로 $0 \leq e \leq 7$ ⋯ ㉠
$n(B) = 20$에서
$b + d + 2 + 7 = 20 \therefore d = 11 - b$
이때 $b \geq 0$이므로 $0 \leq d \leq 11$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 $0 \leq d + e \leq 18$
$3 \leq 21 - (d + e) \leq 21$
따라서 구하는 최솟값은 3이다.

24 정답 8

해설 $A \cap B$의 원소의 합에서 집합 A의 원소의 합을 빼고, $A \cup B$의 원소의 합을 더해주면 집합 B의 원소의 합이 되므로, 집합 B의 원소의 합은 50이다.
집합 A의 원소의 합이
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32$이고,
$B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\}$
이므로 집합 B의 원소의 합은
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + 6b = 32 + 6b$
따라서 $32 + 6b = 50$에서 $b = 3$
또한, 교집합의 원소인 4, 7, 9는 집합 A와 B의 원소이므로 각각 3을 더한 7, 10, 12도 집합 B의 원소가 된다.
이때 집합 B의 원소의 합이 50이므로 4, 7, 9, 10, 12와 8이 집합 B의 원소가 된다.
$\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$