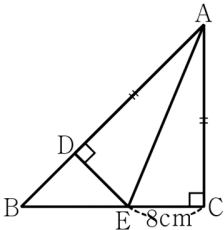


실시일자	-	유형별 학습	이름
23문제 / dre수학			

신사중학교 2학년 2024년 2학기 중간

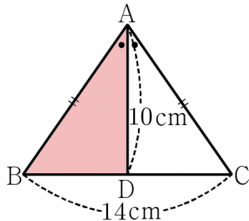
이등변삼각형의 성질 ~ 피타고라스 정리

01 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. \overline{AB} 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 잡고 점 D 를 지나면서 \overline{AB} 에 수직인 직선이 \overline{BC} 와 만나는 점을 E 라 한다. $\overline{EC} = 8\text{cm}$ 일 때, \overline{BD} 의 길이를 구하시오.

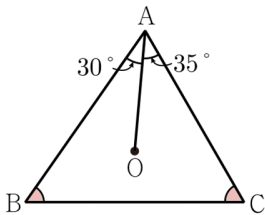


- 02 마름모의 성질인 것은?
- ① 한 쌍의 대변만 평행하다.
 - ② 한 쌍의 대각의 크기가 다르다.
 - ③ 두 쌍의 대변의 길이가 서로 다르다.
 - ④ 두 쌍의 대각의 크기가 서로 다르다.
 - ⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

03 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 \overline{BC} 의 교점을 D 라 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하시오.

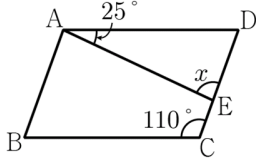


04 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 30^\circ$, $\angle OAC = 35^\circ$ 일 때, $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기는?



- ① $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 60^\circ$
- ② $\angle B = 55^\circ$, $\angle C = 60^\circ$
- ③ $\angle B = 55^\circ$, $\angle C = 65^\circ$
- ④ $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 60^\circ$
- ⑤ $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 65^\circ$

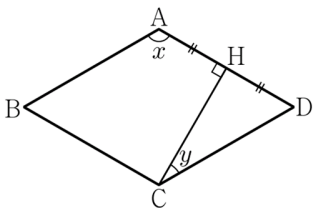
- 05 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



- 07 삼각형의 세 변의 길이의 비가 다음과 같을 때, 예각삼각형인 것은?

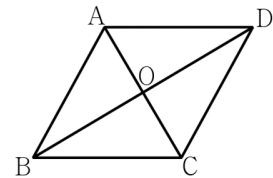
- ① 2:3:4 ② 3:4:5 ③ 3:4:6
④ 4:5:7 ⑤ 5:6:7

- 06 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 점 C에서 \overline{AD} 에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH} = \overline{DH}$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기는?



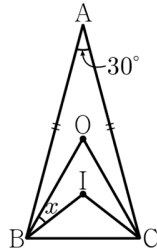
- ① 30° ② 45° ③ 60°
④ 75° ⑤ 90°

- 08 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 마름모일 때, 항상 성립하는 것이 아닌 것은?



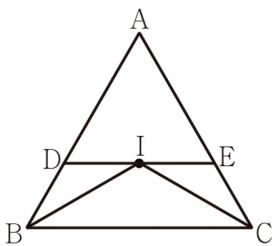
- ① $\overline{AB} = \overline{AD}$ ② $\angle ABO = \angle ADO$
③ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ④ $\triangle ABO = \triangle ADO$
⑤ $\overline{OA} = \overline{OB}$

- 09** 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 O, I 이고, $\angle A = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

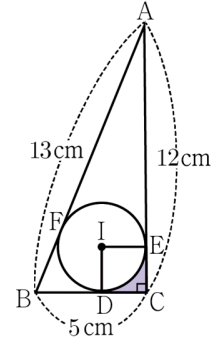


- ① 15° ② 22.5° ③ 25°
 ④ 27.5° ⑤ 30°

- 10** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다. $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이고 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 12cm 일 때, \overline{AB} 의 길이를 구하시오.

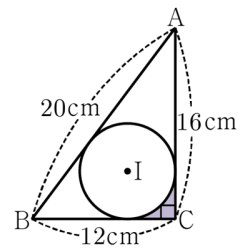


- 11** 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고, 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



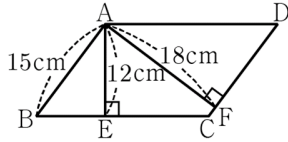
- ① $(4 - \pi)\text{cm}^2$ ② $\left(3 - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}^2$ ③ $(5 - \pi)\text{cm}^2$
 ④ $\left(4 - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}^2$ ⑤ $\left(5 - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}^2$

- 12** 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 이고 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, 색칠한 부분의 넓이는?

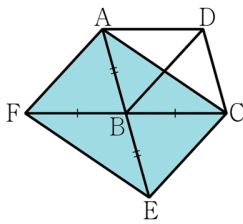


- ① $(14 - \pi)\text{cm}^2$ ② $(15 - \pi)\text{cm}^2$
 ③ $(15 - 4\pi)\text{cm}^2$ ④ $(16 - 2\pi)\text{cm}^2$
 ⑤ $(16 - 4\pi)\text{cm}^2$

- 13** 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A에서 \overline{BC} , \overline{CD} 에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. $\overline{AB}=15\text{cm}$, $\overline{AE}=12\text{cm}$, $\overline{AF}=18\text{cm}$ 일 때, \overline{AD} 의 길이를 구하시오.

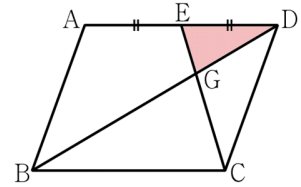


- 14** 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 \overline{AB} 와 \overline{CB} 의 연장선 위에 각각 $\overline{AB}=\overline{BE}$, $\overline{CB}=\overline{BF}$ 가 되도록 두 점 E, F를 잡았다. $\triangle ACD$ 의 넓이가 8cm^2 일 때, $\square AFEC$ 의 넓이는?

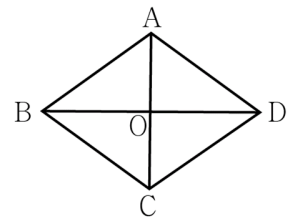


- ① 26cm^2 ② 28cm^2 ③ 30cm^2
④ 32cm^2 ⑤ 34cm^2

- 15** 다음 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이는 48cm^2 이다. 점 E는 \overline{AD} 의 중점이고 점 G는 \overline{BD} 와 \overline{CE} 의 교점일 때, $\triangle GDE$ 의 넓이를 구하시오.

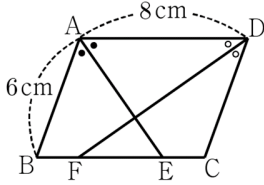


- 16** 다음 그림과 같은 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $\overline{AC}=\overline{BD}$ ② $\overline{AB}=\overline{AD}$
③ $\angle DAB=90^\circ$ ④ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
⑤ $\angle ABO=\angle ADO$

- 17 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$, $\angle D$ 의 이등분선이 \overline{BC} 와 만나는 점을 각각 E, F라 하자. $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{AD}=8\text{cm}$ 일 때, \overline{EF} 의 길이는?



- ① 2cm ② 2.5cm ③ 3cm
④ 3.5cm ⑤ 4cm

- 18 다음 보기의 사각형 중 두 대각선의 길이가 같은 것은 a 개, 두 대각선이 직교하는 것은 b 개, 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 c 개일 때, $a+2b-3c$ 의 값을 구하시오.

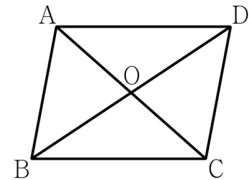
〈보기〉

- | | |
|-----------|----------|
| ㄱ. 사각형 | ㄴ. 평행사변형 |
| ㄷ. 직사각형 | ㄷ. 마름모 |
| ㄹ. 등변사다리꼴 | ㅈ. 정사각형 |

- 19 사각형 ABCD이 다음 조건을 만족할 때, 평행사변형이 아닌 것은? (단, 점 O는 대각선 AC와 BD의 교점이다.)

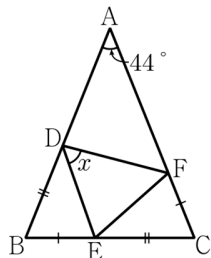
- ① $\overline{OA}=5\text{cm}$, $\overline{OB}=7\text{cm}$, $\overline{OC}=5\text{cm}$, $\overline{OD}=7\text{cm}$
② $\angle A=77^\circ$, $\angle B=103^\circ$, $\angle C=77^\circ$
③ $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{BC}=7\text{cm}$, $\overline{CD}=5\text{cm}$, $\overline{DA}=7\text{cm}$
④ $\angle OAB=30^\circ$, $\angle OCD=30^\circ$, $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{CD}=5\text{cm}$
⑤ $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$, $\overline{AD}=7\text{cm}$, $\overline{BC}=7\text{cm}$

- 20 다음 그림의 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되기 위하여 다음 중 필요한 조건은?



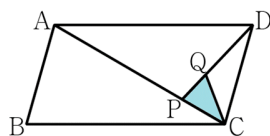
- ① $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
② $\overline{AC}=\overline{BD}$
③ $\angle A=\angle C$
④ $\overline{AO}=\overline{AB}$
⑤ $\triangle ABO\equiv\triangle ADO$

- 21 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고, $\overline{BE} = \overline{CF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이다. $\angle A = 44^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

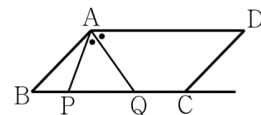


- ① 54° ② 55° ③ 56°
 ④ 57° ⑤ 58°

- 22 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AP} : \overline{PC} = 3 : 1$, $\overline{DQ} : \overline{QP} = 2 : 1$ 이다. $\square ABCD = 72\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle CQP$ 의 넓이를 구하시오.



- 23 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD의 변 BC 위에 움직이는 점 P가 있다. $\angle PAD$ 의 이등분선이 변 BC 또는 그 연장선과 만나는 점을 Q라 한다. 점 P가 변 BC 위를 점 B에서부터 점 C까지 움직일 때, 점 Q가 변 BC 또는 그 연장선 위를 움직인 거리를 구하시오.



실시일자	-	유형별 학습	이름
23문제 / dre수학			
<div>신사중학교 2학년 2024년 2학기 중간</div> <div>이등변삼각형의 성질 ~ 피타고라스 정리</div>			

빠른정답		
01 8cm	02 ⑤	03 35cm ²
04 ②	05 85°	06 ⑤
07 ⑤	08 ⑤	09 ②
10 6cm	11 ①	12 ⑤
13 $\frac{45}{2}$ cm	14 ④	15 4cm ²
16 ①, ③	17 ⑤	18 4
19 ⑤	20 ②	21 ③
22 3cm ²	23 8cm	

실시일자	-	유형별 학습	이름
23문제 / dre수학			
신사중학교 2학년 2024년 2학기 중간 이등변삼각형의 성질 ~ 피타고라스 정리			

07 정답 ⑤

해설 양수 k 에 대하여

- ① $(4k)^2 > (2k)^2 + (3k)^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
- ② $(5k)^2 = (3k)^2 + (4k)^2$ 이므로 직각삼각형이다.
- ③ $(6k)^2 > (3k)^2 + (4k)^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
- ④ $(7k)^2 > (4k)^2 + (5k)^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
- ⑤ $(7k)^2 < (5k)^2 + (6k)^2$ 이므로 예각삼각형이다.

08 정답 ⑤

해설 ① 마름모의 네 변의 길이는 같다.

- ②, ④ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
 $\angle AOB = \angle AOD$ 이므로
 $\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ (RHS 합동)
 $\therefore \angle ABO = \angle ADO$, $\triangle ABO = \triangle ADO$
- ③ 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분 한다.
- ⑤ 두 대각선의 길이가 항상 같지 않으므로
 $\overline{OA} \neq \overline{OB}$

09 정답 ②

해설 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때,

$$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

또한, $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때,

$$\angle BIC = \frac{1}{2} \angle A + 90^\circ = \frac{1}{2} \times 30^\circ + 90^\circ = 105^\circ,$$

$$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ$$

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC$$
$$= 60^\circ - 37.5^\circ = 22.5^\circ$$

10 정답 6 cm

해설 점 I 가 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\text{즉, } \overline{BD} = \overline{DI}, \overline{EI} = \overline{CE}$$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AB} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 6\text{ cm}$$

11 정답 ①

해설 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times r \times (13 + 5 + 12)$$

$$30 = 15r \quad \therefore r = 2$$

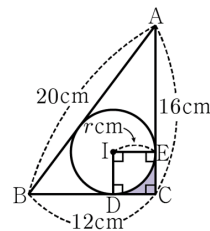
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$(\text{사각형 IDCE}) - (\text{부채꼴 IDE}) = 2 \times 2 - \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2$$
$$= 4 - \pi(\text{cm}^2)$$

12 정답 ⑤

해설 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96(\text{cm}^2)$

다음 그림과 같이



\overline{BC} , \overline{AC} 와 내접원의 접점을 각각 D , E 라 하고
 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times (20 + 12 + 16) = 96$$

$$24r = 96$$

$$\therefore r = 4$$

따라서 사각형 IDCE는 한 변의 길이가 4 cm인

정사각형이므로

색칠한 부분의 넓이는

$$(\text{사각형 IDCE의 넓이}) - (\text{부채꼴 DIE의 넓이})$$

$$= 4 \times 4 - \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360}$$

$$= 16 - 4\pi(\text{cm}^2)$$

13 정답 $\frac{45}{2}$ cm

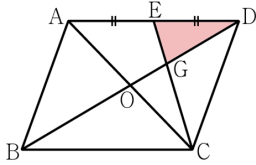
해설 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$,
 $\angle B = \angle D$ (평행사변형의 대각)이므로
 $\triangle ABE \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)
이때 닮음비는 $\overline{AE} : \overline{AF} = 12 : 18 = 2 : 3$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 3$
 $15 : \overline{AD} = 2 : 3$, $2\overline{AD} = 45$
 $\therefore \overline{AD} = \frac{45}{2}$ cm

14 정답 ④

해설 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\triangle ABC = \triangle ACD = 8(\text{cm}^2)$
또, $\overline{AB} = \overline{BE}$, $\overline{CB} = \overline{BF}$ 에서
 $\square AFEC$ 는 평행사변형이므로
 $\triangle BEC = \triangle FEB = \triangle AFB = \triangle ABC = 8(\text{cm}^2)$
 $\therefore \square AFEC = 4 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$

15 정답 4cm^2

해설 다음 그림에서 $\square ABCD$ 의 두 대각선의 교점을 O라 하면
점 O가 \overline{AC} 의 중점이므로 점 G는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.



$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2) \text{이고}$$

점 E는 \overline{AD} 의 중점이므로

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \triangle ACD = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$$

이때 $\overline{CG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로

$$\triangle GDE = \frac{1}{3} \triangle CDE = \frac{1}{3} \times 12 = 4(\text{cm}^2)$$

16 정답 ①, ③

해설 ① 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하고, 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하므로 두 대각선의 길이가 같아지면 마름모는 정사각형이 된다.
② 마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다.
③ 마름모의 한 내각의 크기가 90° 가 되면 마름모는 정사각형이 된다.
④ 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.
⑤ 마름모 ABCD에서 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle ABO = \angle ADO$ 이다.
따라서 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건은 ①, ③이다.

17 정답 ⑤

해설 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{BC} = \overline{AD} = 8(\text{cm})$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADF = \angle DFC$ (엇각)
따라서 $\triangle CDF$ 는 이등변삼각형이다.
 $\overline{CF} = \overline{CD} = \overline{AB} = 6(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{CF} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$
또한, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DAE = \angle AEB$ (엇각)
따라서 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
 $\overline{BE} = \overline{AB} = 6(\text{cm})$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{BE} - \overline{BF} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

18 정답 4

해설 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 \square , \square , \square 의 3개이므로
 $a = 3$
두 대각선이 직교하는 사각형은 \square , \square 의 2개이므로
 $b = 2$
두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 \square 의 1개이므로
 $c = 1$
 $\therefore a + 2b - 3c = 3 + 2 \times 2 - 3 \times 1 = 4$

19 정답 ⑤

해설 ① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
 ② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
 ③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
 ④ 한 쌍이 평행하고 그 길이가 같다.
 따라서 평행사변형이 아닌 것은 ⑤이다.

20 정답 ②

해설 ② 평행사변형에서 두 대각선의 길이가 같다.
 $(\overline{AC} = \overline{BD})$ 는 조건이 있으면 직사각형이 될 수 있다.

21 정답 ③

해설 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - 44^\circ) = 68^\circ$
 $\triangle DBE$ 와 $\triangle ECF$ 에서
 $\angle B = \angle C$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이므로
 $\triangle DBE \equiv \triangle ECF$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{DE} = \overline{EF}$
 따라서 $\triangle DEF$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \angle EFD$
 또한, $\angle DEF = 68^\circ$ 이므로
 $(\because \angle DEB + \angle FEC = 112^\circ)$
 $\triangle DEF$ 에서 $180^\circ - 2\angle x = 68^\circ$
 $\therefore \angle x = 56^\circ$

22 정답 3cm^2

해설 $\triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 72 = 36(\text{cm}^2)$
 $\overline{AP} : \overline{PC} = 3 : 1$ 이므로
 $\triangle DAP : \triangle DPC = 3 : 1$
 $\therefore \triangle DPC = \frac{1}{3+1} \times \triangle ACD$
 $= \frac{1}{4} \times 36 = 9(\text{cm}^2)$
 또한, $\overline{DQ} : \overline{QP} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle CDQ : \triangle CQP = 2 : 1$
 $\therefore \triangle CQP = \frac{1}{2+1} \times \triangle DPC$
 $= \frac{1}{3} \times 9 = 3(\text{cm}^2)$

23 정답 8cm

해설 $\angle PAQ = \angle QAD = \angle PQA$
 따라서 $\triangle APQ$ 는 이등변삼각형이다.
 (i) 점 P가 B에 있을 때, 점 Q는 B로부터 4cm 떨어진
 점에 있게 된다.
 (ii) 점 P가 C에 있을 때, 점 Q는 C로부터 5cm($= \overline{AC}$)
 떨어진 점에 있게 된다.
 (i), (ii)에 의하여 점 Q가 움직인 거리는
 $(7-4) + 5 = 8(\text{cm})$