QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

실시일자	2025.09.13	유형별 학습	이름	

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 36~37p

원의 방정식과 그래프 ~ 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계

01 원 $x^2+y^2+4x-8y=0$의 넓이는 $k\pi$이다. k의 값을 구하시오.

02 원 $x^2+y^2+4x-8y=0$의 넓이는 $k\pi$이다. k의 값을 구하시오.

03 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$, $\mathrm{B}(-1,\ 4)$를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2+(y-4)^2=4$
② $(x+1)^2+(y-2)^2=8$
③ $(x-1)^2+(y-2)^2=4$
④ $x^2+(y-3)^2=2$
⑤ $x^2+y^2=2$

04 두 점 $\mathrm{A}(-5,\ 1)$, $\mathrm{B}(3,\ 7)$을 지름의 양 끝으로 하는 원의 중심을 $(a,\ b)$, 반지름의 길이를 r라 할 때, $a+b+r$의 값은?

① 5　② 6　③ 7
④ 8　⑤ 9

05 [2019년 9월 고1 24번/3점]
원 $x^2+y^2-2x+4y-11=0$의 반지름의 길이를 구하시오.

06 점 $(-1,\ 3)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원의 방정식이 $x^2+y^2+ax+by+c=0$일 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① -10　② -5
③ 0　④ 5
⑤ 10

07 [2019년 9월 고1 24번 변형]

원 $x^2-4x+y^2+8y-5=0$의 반지름의 길이를 구하시오.

08 원 $x^2+y^2-4x+2y-4=0$의 중심의 좌표를 $(a,\ b)$, 반지름의 길이를 r라고 할 때, $a+b+r$의 값을 구하시오.

09 원 O와 직선 l의 방정식이 다음과 같을 때, 이차방정식의 판별식을 이용하여 원 O와 직선 l의 교점의 개수를 구하시오.

O: $x^2+y^2+4x-3y-6=0$
l: $x-2y+1=0$

10 다음 두 방정식의 교점의 개수를 구하시오.

O: $x^2+y^2=1$
l: $y=2x+3$

11 원 $x^2+y^2=4$에 접하고 기울기가 $-\sqrt{3}$ 인 직선의 방정식은?

① $y=-\sqrt{3}x\pm1$ ② $y=-\sqrt{3}x\pm2$
③ $y=-\sqrt{3}x\pm4$ ④ $y=-\sqrt{3}x\pm9$
⑤ $y=-\sqrt{3}x\pm16$

12 원 $(x+1)^2+(y-4)^2=25$에 접하고 기울기가 2인 두 직선의 y절편의 합은?

① 4 ② 8 ③ 12
④ 16 ⑤ 20

13 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$에서 그은 접선의 방정식은?

① $-2x+y+5=0$　② $-2x+y-3=0$
③ $x-y+5=0$　④ $x+2y+5=0$
⑤ $x+2y-5=0$

14 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $(1,\ -3)$에서 원에 그은 접선의 x절편은?

① -10　② $-\frac{10}{3}$　③ -1
④ 10　⑤ $\frac{10}{3}$

15 중심이 x축 위에 있고 두 점 $(-7,\ -1)$, $(-2,\ 4)$를 지나는 원의 방정식이 $(x-a)^2+(y-b)^2=c$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오.

16 중심이 직선 $y=x-4$ 위에 있고 두 점 $(0,\ -3)$, $(3,\ 0)$을 지나는 원의 반지름의 길이는?

① $\sqrt{5}$　② $\sqrt{10}$　③ $2\sqrt{5}$
④ $2\sqrt{10}$　⑤ $4\sqrt{5}$

17 방정식 $x^2+y^2+6x-4y+k=0$이 원을 나타내도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오.

18 다음의 x, y에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 <u>않는</u> 것은?

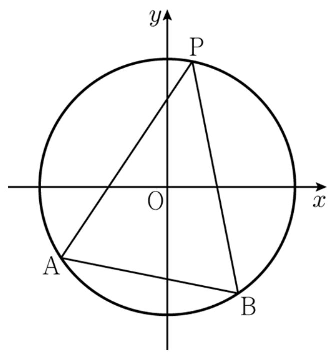
① $x^2+y^2+4x+2y=0$
② $x^2+y^2-2x+4y+6=0$
③ $x^2+y^2-2x+4y=0$
④ $x^2+y^2+4x=0$
⑤ $x^2+y^2+2y-1=0$

19 점 $\mathrm{A}(7,\ 2)$, $\mathrm{B}(1,\ 4)$를 지름의 양 끝 점으로 하는 원과 직선 $y=3x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k의 값의 범위는?

① $-20<k<0$　② $-19<k<1$
③ $-18<k<2$　④ $-2<k<18$
⑤ $-1<k<19$

20 두 점 $(6,\ 4)$, $(0,\ -2)$를 지나는 직선과 평행하고, 제2사분면에서 원 $x^2+y^2=10$에 접하는 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이를 구하시오. (단, O는 원점이다.)

21 [2012년 3월 고2 27번/4점]
그림과 같이 원 $x^2+y^2=13$ 위의 두 정점 $\mathrm{A}(-3,\ -2)$, $\mathrm{B}(2,\ -3)$과 원 위의 동점 P를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값은 $\dfrac{q}{p}(1+\sqrt{2})$이다. pq의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)



22 원 $x^2+y^2=36$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $5\overline{\mathrm{OA}}=12\overline{\mathrm{OB}}$일 때, 접선의 방정식은 $y=ax+b$이다. 두 상수 a, b에 대하여 $\dfrac{6}{13}ab^2$의 값은?
(단, O는 원점이다.)

① $-\dfrac{33}{4}$　② $-\dfrac{65}{8}$　③ -8
④ $-\dfrac{63}{8}$　⑤ $-\dfrac{31}{4}$

23 원 $x^2+y^2=4$와 직선 $y=2x+k$의 위치 관계에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $k<-2\sqrt{5}$이면 교점은 2개이다.
② $k=\pm\sqrt{5}$이면 교점은 1개이다.
③ $k=\pm2\sqrt{5}$이면 교점은 1개이다.
④ $k>2\sqrt{5}$이면 교점은 2개이다.
⑤ $k<-\sqrt{5}$이면 교점은 0개이다.

QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

실시일자	2025.09.13	유형별 학습	이름	

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 36~37p

원의 방정식과 그래프 ~ 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계

정답

01 20	02 20	03 ④
04 ④	05 4	06 ①
07 5	08 4	09 2
10 0	11 ③	12 ③
13 ⑤	14 ④	15 14
16 ①	17 12	18 ②
19 ②	20 10	21 26
22 ②	23 ③	

실시일자	2025.09.13	유형별 학습	이름

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 36~37p

원의 방정식과 그래프 ~ 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계

01 **정답** 20

해설 $x^2+y^2+4x-8y=0$에서
$(x+2)^2+(y-4)^2=20$
이 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ 이므로
원의 넓이는 $\pi \cdot (2\sqrt{5})^2=20\pi$
$\therefore k=20$

02 **정답** 20

해설 $x^2+y^2+4x-8y=0$에서
$(x+2)^2+(y-4)^2=20$
이 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ 이므로
원의 넓이는 $\pi \cdot (2\sqrt{5})^2=20\pi$
$\therefore k=20$

03 **정답** ④

해설 원의 중심: $\left(\dfrac{1+(-1)}{2}, \dfrac{2+4}{2}\right)=(0, 3)$
반지름: $\dfrac{1}{2}\sqrt{(-1-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{2}$
따라서 구하는 원의 방정식은
$x^2+(y-3)^2=2$

04 **정답** ④

해설 $\mathrm{A}(-5, 1)$, $\mathrm{B}(3, 7)$이 지름의 양 끝이므로 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점은 중심의 좌표와 같다. 따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점은
$\left(\dfrac{-5+3}{2}, \dfrac{1+7}{2}\right)=(-1, 4)=(a, b)$
또, 이 원의 반지름은
$r=\dfrac{1}{2}\sqrt{(-5-3)^2+(1-7)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{100}=5$
$\therefore a+b+r=-1+4+5=8$

05 **정답** 4

해설 $x^2+y^2-2x+4y-11$
$=(x-1)^2+(y+2)^2-5-11=0$
원의 방정식은 $(x-1)^2+(y+2)^2=16$
따라서 원의 반지름의 길이는 4

06 **정답** ①

해설 점 $(-1, 3)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원의 방정식은
$(x+1)^2+(y-3)^2=16$
좌변을 전개하여 정리하면
$x^2+y^2+2x-6y-6=0$
따라서 $a=2$, $b=-6$, $c=-6$ 이므로
$a+b+c=2+(-6)+(-6)=-10$

07 **정답** 5

해설 $x^2-4x+y^2+8y-5=0$
$(x-2)^2+(y+4)^2=25$이므로
원의 반지름의 길이는 5이다.

08 **정답** 4

해설 $x^2+y^2-4x+2y-4=0$을 표준형으로 고치면
$(x-2)^2+(y+1)^2=3^2$
따라서 원의 중심의 좌표는 $(2, -1)$이고 반지름의 길이는 3이다.
$\therefore a=2, b=-1, r=3$
$\therefore a+b+r=4$

09 정답 2

해설 $x-2y+1=0$에서 $x=2y-1$

이것을 $x^2+y^2+4x-3y-6=0$에 대입하면

$(2y-1)^2+y^2+4(2y-1)-3y-6=0$

$\therefore 5y^2+y-9=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=1^2-4\cdot5\cdot(-9)=181>0$

따라서 교점의 개수는 2이다.

10 정답 0

해설 $y=2x+3$을 $x^2+y^2=1$에 대입하면

$x^2+(2x+3)^2=1$

$\therefore 5x^2+12x+8=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=6^2-5\cdot8=-4<0$

따라서 교점의 개수는 0이다.

11 정답 ③

해설 구하는 접선의 방정식은

$y=-\sqrt{3}x\pm2\sqrt{1+(-\sqrt{3})^2}$

$\therefore y=-\sqrt{3}x\pm4$

12 정답 ③

해설 구하는 접선의 방정식을 $y=2x+k$라 하면

원의 중심 $(-1,\ 4)$와

직선 $y=2x+k$, 즉 $2x-y+k=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|2\cdot(-1)-1\cdot4+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$

$=\frac{|-6+k|}{\sqrt{5}}$

원의 반지름의 길이가 5이므로 원과 직선이 접하려면

$\frac{|-6+k|}{\sqrt{5}}=5,\ |-6+k|=5\sqrt{5}$

$-6+k=\pm5\sqrt{5}$

$\therefore k=6\pm5\sqrt{5}$

이때 k가 두 직선의 y절편이므로 y절편의 합은

$(6+5\sqrt{5})+(6-5\sqrt{5})=12$

13 정답 ⑤

해설 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 접점 $(x_1,\ y_1)$이 주어졌을 때

접선의 방정식은 $x_1x+y_1y=r^2$이므로

$1\cdot x+2\cdot y=5$

$\therefore x+2y-5=0$

14 정답 ④

해설 점 $(1,\ -3)$에서 그은 접선의 방정식은

$x-3y=10$

x절편은 $y=0$일 때의 x좌표이므로

$x=10$

15 정답 14

해설 원의 중심이 x축 위에 있으므로 $b=0$

원 $(x-a)^2+y^2=c$가 점 $(-7,\ -1)$을 지나므로

$(-7-a)^2+(-1)^2=c$

$\therefore a^2+14a+50=c$ $\cdots$ ㉠

또, 원이 점 $(-2,\ 4)$를 지나므로

$(-2-a)^2+4^2=c$

$\therefore a^2+4a+20=c$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-3,\ c=17$

$\therefore a+b+c=14$

16 정답 ①

해설 원의 중심의 좌표를 $(a,\ a-4)$, 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은 $(x-a)^2+(y-a+4)^2=r^2$

이 원이 점 $(0,\ -3)$을 지나므로

$(-a)^2+(-a+1)^2=r^2$

$\therefore 2a^2-2a+1=r^2$ $\cdots$ ㉠

또, 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$(3-a)^2+(-a+4)^2=r^2$

$\therefore 2a^2-14a+25=r^2$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ r^2=5$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

17 정답 12

해설 이차방정식 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$이 원을 나타내기 위해서는 반지름 $\dfrac{\sqrt{A^2+B^2-4C}}{2}$가 0보다 커야 하므로

$A^2+B^2-4C>0$

$36+16-4k>0$

$\therefore\ k<13$

따라서 조건을 만족하는 자연수 k의 개수는

12

18 정답 ②

해설 ① $(x+2)^2+(y+1)^2=5$

② $(x-1)^2+(y+2)^2=-1$

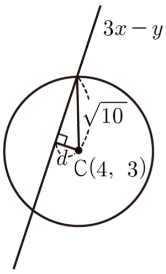
③ $(x-1)^2+(y+2)^2=5$

④ $(x+2)^2+y^2=4$

⑤ $x^2+(y+1)^2=2$

19 정답 ②

해설 두 점 $\mathrm{A}(7,\ 2)$, $\mathrm{B}(1,\ 4)$의 중점이 $(4,\ 3)$이므로 원의 중심의 좌표는 $\mathrm{C}(4,\ 3)$이다.



점 $\mathrm{B}(1,\ 4)$와 원의 중심 $\mathrm{C}(4,\ 3)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(4-1)^2+(3-4)^2}=\sqrt{10}$

따라서 반지름의 길이는 $\sqrt{10}$ 이므로

원의 방정식은 $(x-4)^2+(y-3)^2=10$이다.

원의 중심 $\mathrm{C}(4,\ 3)$에서 직선 $3x-y+k=0$에 이르는 거리 d는

$d=\dfrac{|3\cdot4-3+k|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k+9|}{\sqrt{10}}<\sqrt{10}$

$|k+9|<10,\ -10<k+9<10$

$\therefore\ -19<k<1$

20 정답 10

해설 두 점 $(6,\ 4)$, $(0,\ -2)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{4-(-2)}{6-0}=1$이므로 직선 AB의 기울기는 1이고,

원 $x^2+y^2=10$에 접하므로 접선의 방정식은

$y=x\pm\sqrt{10}\cdot\sqrt{1^2+1}$

$\therefore\ y=x\pm2\sqrt{5}$

이때 직선이 제2사분면에서 원에 접하므로 구하는 직선은

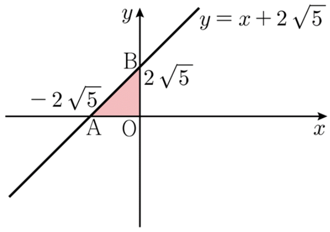
$y=x+2\sqrt{5}$

따라서 다음 그림과 같이

$\mathrm{A}(-2\sqrt{5},\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 2\sqrt{5})$이므로

삼각형 OAB의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\cdot2\sqrt{5}\cdot2\sqrt{5}=10$



21 정답 26

해설 원과 직선의 방정식 문제 해결하기

중심 O에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면

두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식이

$x+5y+13=0$이므로 $\overline{\mathrm{OH}}=\dfrac{\sqrt{26}}{2}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{PAB}\le\dfrac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{AB}}\cdot(\overline{\mathrm{OH}}+\sqrt{13})$

$=\dfrac{13}{2}(1+\sqrt{2})$

따라서 $pq=26$이다.

22 정답 ②

해설 점 P가 제1사분면 위의 점이고, $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{5}{12}$ 이므로

접선의 기울기는 $-\frac{5}{12}$ 이다.

원의 중심 O와 직선 $y=-\frac{5}{12}x+b$, 즉

$5x+12y-12b=0$ 사이의 거리가 6이어야 하므로

$\frac{|-12b|}{\sqrt{25+144}}=6$, $|b|=\frac{13}{2}$

$\therefore\ \frac{6}{13}ab^2=\frac{6}{13}\cdot\left(-\frac{5}{12}\right)\cdot\left(\frac{13}{2}\right)^2$

$=-\frac{65}{8}$

23 정답 ③

해설 $y=2x+k$를 $x^2+y^2=4$에 대입하면

$x^2+(2x+k)^2=4$

$\therefore\ 5x^2+4kx+k^2-4=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-4)=-k^2+20$

(i) $D>0$, 즉 $-k^2+20>0$일 때,

$k^2-20<0$에서 $-2\sqrt{5}<k<2\sqrt{5}$

따라서 $-2\sqrt{5}<k<2\sqrt{5}$일 때 원과 직선의 교점은 2개이다.

(ii) $D=0$, 즉 $-k^2+20=0$일 때,

$k^2-20=0$에서 $k=\pm2\sqrt{5}$

따라서 $k=\pm2\sqrt{5}$일 때 원과 직선의 교점은 1개이다.

(iii) $D<0$, 즉 $-k^2+20<0$일 때,

$k^2-20>0$에서 $k<-2\sqrt{5}$ 또는 $k>2\sqrt{5}$

따라서 $k<-2\sqrt{5}$ 또는 $k>2\sqrt{5}$일 때 원과 직선의 교점은 0개이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.