✓〈킬러패스〉공통수학1
(반드시 맞춰야 할 킬러문제)

경우의 수편
(경우의 수, 순열,조합)

경우의 수는 킬러보다는 꼭 알아야
될 내용을 중심으로 문제를 선정했습니다.

1등급 받고 싶다면?

킬러문제부터 잡자!

DRE-EDU.com

[순열]

1.내신 핵심 문항

a, b, c, d, e를 일렬로 나열할 때,
적어도 한쪽 끝에는 모음이 오는 경우의 수는?

① 68 ② 72 ③ 76
④ 80 ⑤ 84

풀이과정)

풀이

풀이법 – 특정한 조건이 있으면 먼저 나열한다.

5개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$5! = 120$

이때, 자음은 b, c, d이므로

양 끝에 모두 자음이 오도록 나열하는 경우의 수는

${}_3\mathrm{P}_2 \times 3! = 3 \times 2 \times 6 = 36$

따라서 구하는 경우의 수는

$120 - 36 = 84$

[조합]

2.내신 킬러 문항

천의 자리의 수를 a, 백의 자리의 수를 b,
십의 자리의 수를 c, 일의 자리의 수를 d라고 할 때,
$0 < a < 4 \leq b < c < d < 10$을 만족시키는
네 자리 자연수의 개수는?

① 56　② 60　③ 64
④ 68　⑤ 72

풀이과정)

풀 이

풀이법- 순서가 있으면 조합으로 생각한다.

a가 될 수 있는 수는 1 또는 2 또는 3의 3개이다.

또, $4 \leq b < c < d < 10$을 만족시키는 b, c, d는

4부터 9까지의 6개의 자연수 중에서 서로 다른 3개를

택하는 경우의 수와 같으므로

${}_6\mathrm{C}_3 = 20$

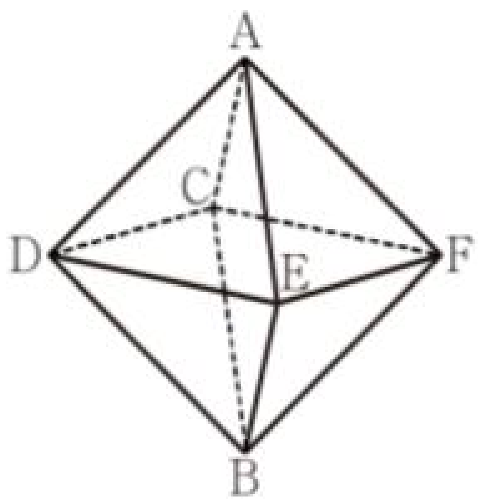
따라서 구하는 자연수의 개수는

$3 \cdot 20 = 60$

[경우의 수]

3.내신 킬러 문항

다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정팔면체가 있다. 꼭짓점 A에서 출발하여 모서리를 따라 꼭짓점 B까지 움직일 때, 이동한 거리가 3인 경우의 수를 구하시오.

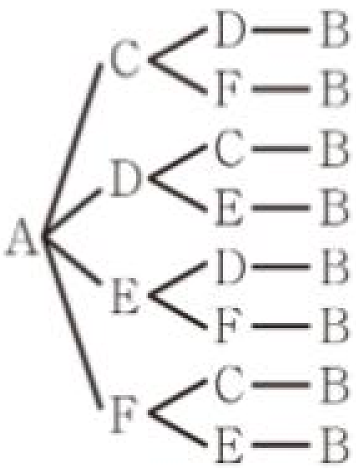


풀이과정)

풀이

풀이법
A를 중심으로 수형도를 그려본다.

이동한 거리가 3인 경우의 이동한 경로는 다음과 같다.



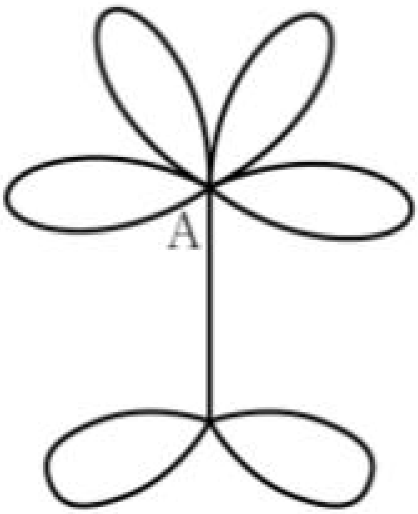
따라서 구하는 경우의 수는 8이다.

DRE-EDU.com

[경우의 수]

4.내신 킬러 문항

지수는 점 A에서 시작하여 펜을 떼지 않고 한 번에 다음 그림과 같은 도형을 그리려고 한다. 이 도형을 그릴 수 있는 방법의 수는?

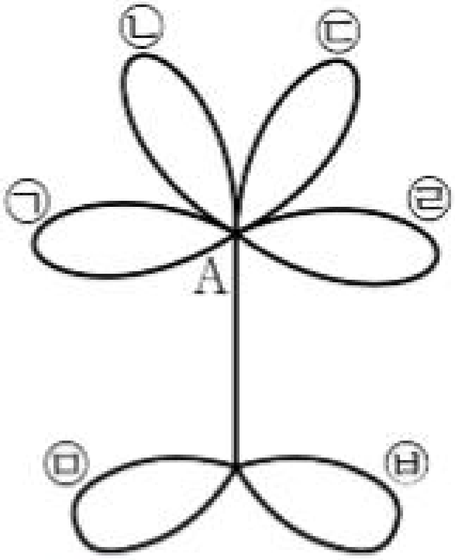


풀이과정)

풀 이

풀이법
A에서 출발하여 돌아오는 경우가 각 각 2가지 이므로 16을 곱해 주어야 한다.

아래 그림에서 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 그리는 순서를 정하는 방법의 수는 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$이다.



그런데 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣은 각각 시계 방향, 시계 반대 방향으로 그려지므로 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 그리는 방향을 정하는 경우의 수는 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$이다.
즉, 점 A에서 시작하여 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 한 번에 그릴 수 있는 방법의 수는 $24 \cdot 16 = 384$이다.
같은 방법으로 ㉤, ㉥을 그리는 순서를 정하는 방법의 수는 2, 그리는 방향을 정하는 경우의 수는 $2 \cdot 2 = 4$이므로 ㉤, ㉥을 한 번에 그릴 수 있는 방법의 수는 $2 \cdot 4 = 8$이다.
따라서 구하는 방법의 수는 $384 \cdot 8 = 3072$이다.

DRE-EDU.com

[경우의 수]

5.내신 킬러 문항

3개의 주사위를 던져 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+c+abc$가 홀수가 되는 경우의 수를 구하시오.

풀이과정)

풀 이

풀이법
abc는 곱이므로 a,b,c중 하나만 짝수
이면 짝수임은 생각하며 푼다.

$a+b+c+abc$가 홀수가 되는 경우는 다음과 같다.

(i) $a+b+c$: 짝수, abc : 홀수

$a+b+c$가 짝수인 경우는

$(a, b, c)=$(짝, 짝, 짝), (짝, 홀, 홀), (홀, 짝, 홀),

(홀, 홀, 짝) 으로 abc는 모두 짝수이다.

따라서 조건에 모순이므로 구하는 경우의 수는 없다.

(ii) $a+b+c$: 홀수, abc : 짝수

$a+b+c$가 홀수인 경우는

$(a, b, c)=$(짝, 짝, 홀), (짝, 홀, 짝), (홀, 짝, 짝),

(홀, 홀, 홀)의 4가지이다.

이때 $(a, b, c)=$(짝, 짝, 홀)인 경우는

$3\times3\times3=27$(가지)이고, (짝, 홀, 짝), (홀, 짝, 짝)이

모두 같은 경우이므로 $27\times3=81$(가지)이다.

한편, $(a, b, c)=$ (홀, 홀, 홀)인 경우는

abc가 짝수이라는 조건에 모순이므로 구하는 경우의 수는 없다.

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우는 81가지이다.

[경우의 수]

6.내신 킬러 문항

$2^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2$의 양의 약수 중 7의 배수의 개수를 구하시오.

풀이과정)

풀 이

풀이법
(전체)− (7의 배수가 아닌경우)

$2^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2$의 양의 약수 중 7의 배수인 것은

소인수 중에서 7을 적어도 1개 갖는 것을 의미한다.

따라서 $2^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2$의 양의 약수의 개수에서 7을 소인수로

갖지 않는 약수, 즉 $2^2 \cdot 5^3$의 약수의 개수를 뺀 것과

같으므로

$2^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2$의 양의 약수의 개수는

$(2+1) \cdot (3+1) \cdot (2+1) = 3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$

$2^2 \cdot 5^3$의 약수의 개수는

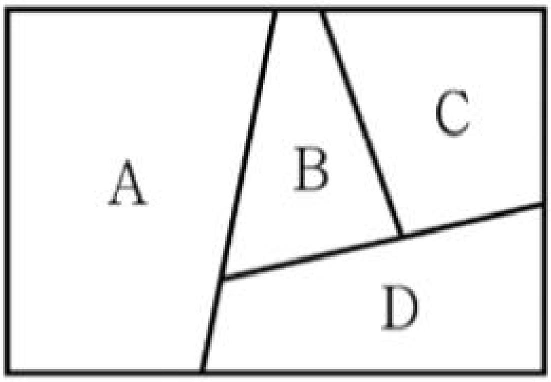
$(2+1) \cdot (3+1) = 3 \cdot 4 = 12$

$\therefore\ 36 - 12 = 24$

[경우의 수]

7.내신 핵심 문항

다음 그림의 4개의 영역을 6가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복해서 사용해도 좋으나 이웃한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때 칠하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 각 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



풀이과정)

풀이

풀이법
A=C경우, A≠C 경우 B색 칠하는 경우가 달라진다.

D가 A, B, C와 모두 인접하여 있으므로 D를 가장 먼저 칠하면 D에 칠할 수 있는 경우의 수는 6이다.
또, B도 A와 C, D와 인접하여 있으므로 B에 칠할 수 있는 경우의 수는 5이다.
A와 C는 B, D와는 인접하여 있지만 서로 인접하지 않으므로 서로 같은 색을 칠하는 경우와 서로 다른 색을 칠하는 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) A와 C에 같은 색을 칠하는 경우
B와 D를 칠하고 남은 색이 4가지이므로 이 중 하나를 선택하여 A와 C에 모두 칠하는 경우의 수는 4이다.
따라서 A와 C에 같은 색을 칠하는 경우에 칠할 수 있는 모든 경우의 수는
$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

(ii) A와 C에 다른 색을 칠하는 경우

B와 D를 칠하고 남은 색이 4가지이므로

이 중 두 가지를 선택하여 A와 C에 모두 칠하는

경우의 수는 $4 \cdot 3$이다.

따라서 A와 C에 다른 색을 칠하는 경우에 칠할 수

있는 모든 경우의 수는

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$

따라서 칠하는 경우의 수는

$120 + 360 = 480$

※ 색칠 문제는 같을 때와 다를 때를
나누는 경우와
그냥 계산하는 경우를 구별하는 것이
아주 중요하다.

※나누는 기준!
가운데 있는 영역이 옆에 있는 색에 영
향을 끼치면 경우를 나누고, 그렇지않
으면 그냥 곱해서 계산한다.