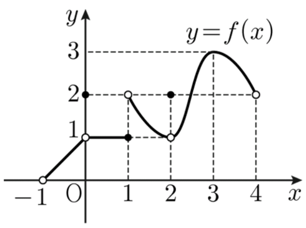
실시일자	-	유형별 학습	이름
34문제 / DRE수학			

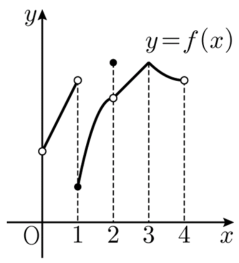
쎈 - 수학 Ⅱ (2025) 27,29p_문제연습1

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

01 함수 $y=f(x)$ $(-1<x<4)$의 그래프가 다음 그림과 같다. 함수 $f(x)$의 극한값이 존재하지 않는 점의 개수를 a개, 불연속인 점의 개수를 b개라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.



02 함수 $y=f(x)$ $(0<x<4)$의 그래프가 다음 그림과 같다. 함수 $f(x)$의 극한값이 존재하지 않는 점의 개수를 a, 불연속 점의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값은?

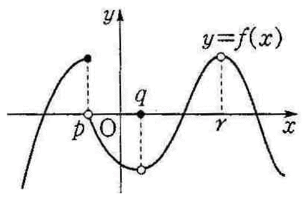


① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

03 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이기 위해서는 다음 조건을 만족해야 한다.

> (가) $f(a)$가 정의된다.
> (나) $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.
> (다) $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $f(x)$가 $x=p,\ q,\ r$에서 불연속인 이유는 조건 (가), (나), (다) 중 무엇이 성립하지 않기 때문인지 순서대로 적으면?



① (가), (나), (다)　② (나), (가), (다)
③ (나), (다), (가)　④ (다), (가), (나)
⑤ (다), (나), (가)

04 다음 중 $x=1$에서 연속인 함수는?

① $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ ② $f(x)=\sqrt{x-3}$
③ $f(x)=\dfrac{|x|}{x-1}$ ④ $f(x)=x-1$
⑤ $f(x)=-\sqrt{1-5x}$

05 다음 함수 중 $x=2$에서 불연속인 것은?

① $f(x)=x^2-5x+6$ ② $f(x)=|x-1|$
③ $f(x)=\dfrac{3}{x-2}$ ④ $f(x)=\sqrt{x+2}$
⑤ $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}$

06 실수 전체에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)=1$일 때, $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$의 값을 구하시오.

07 다음 중 $x=1$에서 연속인 함수는?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $f(x)=4[x]^2$
② $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$
③ $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2 & (x\neq 1)\\ 1 & (x=1)\end{cases}$
④ $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & (x\neq 1)\\ 2 & (x=1)\end{cases}$
⑤ $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4|x-1|}{x-1} & (x\neq 1)\\ 4 & (x=1)\end{cases}$

08 [2024년 10월 고2 9번 변형]
$0<a<10$인 실수 a에 대하여
함수 $f(x)=\log_3(x+a)+2$는 닫힌구간 $[a,\ 10]$에서 최솟값 3을 갖는다. $f(3a+3)$의 값은?

① 4 ② $2+\log_3 10$ ③ $3+\log_3 10$
④ $2+\log_3 90$ ⑤ 7

09 다음 두 함수의 정의역을 구간의 기호로 올바르게 짝지은 것은?

$f(x)=\lvert x\rvert+1,\ g(x)=\sqrt{2-x}$

① $[1,\ \infty),\ (-\infty,\ 2)$ ② $[0,\ \infty),\ (2,\ \infty)$
③ $(-\infty,\ \infty),\ (-\infty,\ 2]$ ④ $[1,\ \infty),\ (-\infty,\ 2]$
⑤ $(-\infty,\ \infty),\ (2,\ \infty)$

10 함수 $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 의 정의역을 구간의 기호로 올바르게 나타낸 것은?

① $(-1,\ 1]$ ② $[-1,\ 1)$ ③ $[-1,\ 1]$
④ $(-1,\ \infty)$ ⑤ $[-1,\ \infty)$

11 다음 중 함수 $f(x)=\dfrac{1}{x-6}$ 의 정의역을 구간의 기호로 바르게 나타낸 것은?

① $(-\infty,\ -6)$ ② $(-\infty,\ -6),\ (-6,\ \infty)$
③ $(6,\ \infty)$ ④ $(-\infty,\ 6),\ (6,\ \infty)$
⑤ $(-\infty,\ \infty)$

12 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $(x^3+8)f(x)=x^2+x-2$을 만족시킬 때, $f(-2)$의 값은?

① $-\dfrac{1}{8}$ ② $-\dfrac{3}{16}$ ③ $-\dfrac{1}{4}$
④ $-\dfrac{5}{16}$ ⑤ $-\dfrac{3}{8}$

13 $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-2x-8}$ 에서 불연속점인 x 의 모든 값들의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

14 두 함수 $f(x)=x^2,\ g(x)=2x+3$에 대하여 함수 $h(x)=\dfrac{f(x)}{f(x)-g(x)}$가 불연속인 점의 개수를 구하시오.

15 다음 중 $x=3$에서 연속인 함수는?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $f(x)=-[x]^2$

② $f(x)=\dfrac{5}{x-3}$

③ $f(x)=\begin{cases}(x-3)^2 & (x\neq 3)\\ -3 & (x=3)\end{cases}$

④ $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x-3|}{x-3} & (x\neq 3)\\ 0 & (x=3)\end{cases}$

⑤ $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3} & (x\neq 3)\\ 6 & (x=3)\end{cases}$

16 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+2ax+a^2 & (x\neq 1) \\ 4 & (x=1) \end{cases}$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 양수 a의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

17 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x^2+ax-5 & (x>-2) \\ 5 & (x=-2) \\ -x^2+4x+b & (x<-2) \end{cases}$가 모든 실수 x에서 연속이 되도록 하는 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

18 다음 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오.

$$f(x)=\begin{cases} ax-3a & (x<7) \\ \sqrt{2x+2} & (x\geq 7) \end{cases}$$

19 [2022년 7월 고3 5번/3점]

함수 $f(x)=\begin{cases} x-1 & (x<2) \\ x^2-ax+3 & (x\geq 2) \end{cases}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

20 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 0}\{2f(x)+6\}=f(2)$, $\lim_{x\to 2}\{2f(x)+6\}=f(0)$을 만족시킬 때, $f(0)+f(2)$의 값은?

① -8 ② -10 ③ -12
④ -14 ⑤ -16

21 함수 $f(x)=x^2-4$에 대하여 다음 중 실수 전체의 집합에서 연속함수가 <u>아닌</u> 것은?

① $\{f(x)\}^2$ ② $\{f(x)+4\}^2$ ③ $f(f(x))$
④ $\frac{1}{f(x)-x^2}$ ⑤ $\frac{1}{f(x)}$

22 함수 $f(x)=x+3$에 대하여 다음 중 실수 전체의 집합에서 연속함수가 아닌 것은?

① $\{f(x)\}^2$　　② $\{f(x)+1\}^2$
③ $f(f(x))$　　④ $\dfrac{1}{f(x)}$
⑤ $f(x)+f(-x)$

23 [2023년 6월 고3 4번/3점]
실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 1} f(x)=4-f(1)$을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

24 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 2}(x-1)f(x)=3$, $\lim_{x\to 3}\{2x+f(x)\}=13$을 만족시킬 때, $f(2)+f(3)$의 값은?

① 8　②10　③ 12
④ 14　⑤ 16

25 구간 $[-3,\ 1]$에서 함수 $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값을 구하시오.

26 구간 $[-3,\ 0]$에서 함수 $f(x)=\dfrac{x-3}{x-1}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값을 구하시오.

27 구간 $[-4,\ 1]$에서 함수 $f(x)=|x+1|-2$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오.

28 구간 $[3,\ 5]$에서 함수 $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-2}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값을 구하시오.

29 구간 $[0,\ 4]$에서

함수 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x^3+7x^2-12x+6}{x-1} & (x\neq 1)\\ -1 & (x=1)\end{cases}$의

최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

30 다음 중 주어진 구간에서 최댓값과 최솟값을 반드시 갖는 함수는?

① $f(x)=-2x+1$ $\quad(-1,\ 3)$

② $f(x)=\dfrac{3x}{x-2}$ $\quad[-1,\ 1]$

③ $f(x)=\log_2(x+1)$ $\quad[-1,\ 2]$

④ $f(x)=\dfrac{2}{x-1}+2$ $\quad[-2,\ 2]$

⑤ $f(x)=3^{x-2}+1$ $\quad(0,\ 3)$

31 다음은 함수 $f(x)=-x^2+5$에 대하여 $f(c)=3$인 c가 열린구간 $(-2,\ 1)$에 적어도 하나 존재함을 보이는 과정이다.

> 함수 $f(x)=-x^2+5$은 열린구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 $\boxed{\text{(가)}}$ 이므로 닫힌구간 $[-2,\ 1]$에서도 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.
> 또, $f(-2)\neq f(1)$이고
> $f(-2)<3<f(1)$이므로 $\boxed{\text{(나)}}$의 정리에 의하여 $f(c)=3$인 c가 열린구간 $(-2,\ 1)$에 적어도 $\boxed{\text{(다)}}$ 존재한다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	연속	평균값	1개
②	불연속	평균값	2개
③	연속	최대·최소	2개
④	불연속	사잇값	2개
⑤	연속	사잇값	1개

32 방정식 $x^3-x^2+2x-1=0$이 적어도 하나의 실근을 가질 때, 다음 중 이 방정식의 실근이 존재하는 구간은?

① $(-2,\ -1)$ ② $(-1,\ 0)$ ③ $(0,\ 1)$
④ $(1,\ 2)$ ⑤ $(2,\ 3)$

33 두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$가 구간 $(1, 2)$에서 적어도 한 개의 실근을 갖는다고 판단할 수 있는 조건은?

① $f(2)>g(1)$, $f(1)<g(2)$
② $f(1)>g(2)$, $f(2)<g(1)$
③ $\{f(1)-g(1)\}\{f(2)-g(2)\}=0$
④ $\{f(1)-g(1)\}\{f(2)-g(2)\}>0$
⑤ $\{f(1)-g(1)\}\{f(2)-g(2)\}<0$

34 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

ㄱ. 함수 $f(x)$가 열린 구간 (a, b)에서 연속이면 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
ㄴ. $f(x)<g(x)$이면 $\lim_{x \to a} f(x) < \lim_{x \to a} g(x)$이다.
ㄷ. 함수 $f(x)$가 열린 구간 (a, b)에서 연속이고, $f(a)f(b)>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 실근을 갖지 않는다.
ㄹ. 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 $a<x<b$에서 적어도 한 개의 실근을 갖는다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄷ, ㄹ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ

실시일자	-	# 유형별 학습	이름
34문제 / DRE수학			

쎈 - 수학 Ⅱ (2025) 27,29p_문제연습1

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

빠른정답

01 4	02 ③	03 ③
04 ④	05 ③	06 1
07 ④	08 ①	09 ③
10 ③	11 ④	12 ③
13 ②	14 2	15 ⑤
16 ②	17 -17	18 1
19 ③	20 ③	21 ⑤
22 ④	23 ②	24 ②
25 $\frac{28}{5}$	26 $\frac{3}{2}$	27 -1
28 $\frac{10}{3}$	29 ①	30 ②
31 ⑤	32 ③	33 ⑤
34 ④		

실시일자	-	# 유형별 학습	이름
34문제 / DRE수학			

쎈 - 수학 Ⅱ (2025) 27,29p_문제연습1

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

01 정답 4

해설 $x=0,\ x=1,\ x=2,\ x=3$인 점에서의 함수 $f(x)$의 연속성을 조사한다.

(ⅰ) $x=0$에서의 함숫값은 $f(0)=2$

$x\to0$일 때의 극한값은

$\lim\limits_{x\to0+}f(x)=\lim\limits_{x\to0-}f(x)=1$

따라서 $\lim\limits_{x\to0}f(x)\neq f(0)$이므로

$x=0$에서 불연속이다.

(ⅱ) $x\to1$에서의 극한값은

$\lim\limits_{x\to1+}f(x)=2,\ \lim\limits_{x\to1-}f(x)=1$이므로

$\lim\limits_{x\to1+}f(x)\neq\lim\limits_{x\to1-}f(x)$

따라서 극한값 $\lim\limits_{x\to1}f(x)$의 값이 존재하지 않으므로

$x=1$에서 불연속이다.

(ⅲ) $x=2$에서의 함숫값은 $f(2)=2$

$x\to2$일 때의 극한값은

$\lim\limits_{x\to2+}f(x)=\lim\limits_{x\to2-}f(x)=1$

따라서 $\lim\limits_{x\to2}f(x)\neq f(2)$이므로

$x=2$에서 불연속이다.

(ⅳ) $x=3$에서의 함숫값은 $f(3)=3$

$x\to3$일 때의 극한값은

$\lim\limits_{x\to3+}f(x)=\lim\limits_{x\to3-}f(x)=3$

따라서 $\lim\limits_{x\to3}f(x)=3$이므로 $\lim\limits_{x\to3}f(x)=f(3)$

즉, $x=3$에서 연속이다.

(ⅰ)~(ⅳ)에 의하여 $x=1$에서 극한값이 존재하지 않으므로 $a=1$

$x=0,\ x=1,\ x=2$에서 불연속이므로 $b=3$

$\therefore\ a+b=1+3=4$

02 정답 ③

해설 $f(x)$의 극한값이 존재하지 않는 점은 $x=1$이므로

$a=1$

$f(x)$가 불연속인 점은 $x=1,\ x=2$일 때이므로

$b=2$

$\therefore\ a+b=3$

03 정답 ③

해설 (ⅰ) $\lim\limits_{x\to p}f(x)$의 값이 존재하지 않으므로 $x=p$에서 불연속이다.

(ⅱ) $\lim\limits_{x\to q}f(x)$와 $f(q)$가 존재하지만

$\lim\limits_{x\to q}f(x)\neq f(q)$이므로 $x=q$에서 불연속이다.

(ⅲ) $f(r)$가 정의되어 있지 않으므로 $x=r$에서 불연속이다.

따라서 순서대로 적으면 (나), (다), (가)이다.

04 정답 ④

해설 $\lim\limits_{x\to1}f(x)=f(1)=0$이므로

$x=1$에서 연속인 함수는 ④이다.

05 정답 ③

해설 ③ $f(x)=\dfrac{3}{x-2}$은 $x=2$에서 정의되어 있지 않으므로

$x=2$에서 불연속이다.

06 정답 1

해설 함수 $f(x)$는 실수 전체에서 연속인 함수이므로

$\lim\limits_{x\to0}f(x)$의 값이 존재하고, 그 값은 $f(0)$과 같다.

$\therefore\ \lim\limits_{x\to0}f(x)=1$

07 정답 ④

해설 ① $\lim_{x\to1+} f(x) = \lim_{x\to1+} 4[x]^2 = 4\cdot1^2 = 4$

$\lim_{x\to1-} f(x) = \lim_{x\to1-} 4[x]^2 = 4\cdot0^2 = 0$

$\therefore \lim_{x\to1+} f(x) \neq \lim_{x\to1-} f(x)$

따라서 $\lim_{x\to1} f(x)$의 값이 존재하지 않으므로

$f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

② $f(1)$이 정의되지 않으므로

$f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

③ $f(1)=1$이고, $\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1}(x-1)^2 = 0$이므로

$\lim_{x\to1} f(x) \neq f(1)$

따라서 $f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

④ $f(1)=2$이고,

$$\begin{aligned}\lim_{x\to1} f(x) &= \lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}\\ &= \lim_{x\to1}\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}\\ &= \lim_{x\to1}(x+1)=2\end{aligned}$$
이므로

$\lim_{x\to1} f(x) = f(1)$

따라서 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

⑤ $\lim_{x\to1+} f(x) = \lim_{x\to1+}\frac{4|x-1|}{x-1} = \lim_{x\to1+}\frac{4(x-1)}{x-1}$

$=4$

$\lim_{x\to1-} f(x) = \lim_{x\to1-}\frac{4|x-1|}{x-1} = \lim_{x\to1-}\frac{-4(x-1)}{x-1}$

$=-4$

$\therefore \lim_{x\to1+} f(x) \neq \lim_{x\to1-} f(x)$

따라서 $\lim_{x\to1} f(x)$의 값이 존재하지 않으므로

$f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

08 정답 ①

해설 함수 $f(x)=\log_3(x+a)+2$의 밑이 1보다 크므로 x의 값이 증가하면 $f(x)$의 값도 증가한다.

따라서 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[a, 10]$에서 $x=a$일 때 최솟값 3을 갖는다.

따라서 $f(a)=\log_3 2a+2=3$에서

$a=\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned}\therefore f(3a+3) &= f\left(\frac{15}{2}\right)\\ &= \log_3 9+2\\ &= 2+2=4\end{aligned}$$

09 정답 ③

해설 $f(x)$는 실수 전체의 범위를 정의역으로 가지고 $g(x)$는 $x\le2$를 정의역으로 가진다.

따라서 두 범위를 구간의 기호로 나타내면

$(-\infty, \infty)$, $(-\infty, 2]$이다.

10 정답 ③

해설 $1-x^2\ge0$에서

$x^2\le1$이고 $-1\le x\le1$을 구간의 기호로 나타내면

$[-1, 1]$이다.

11 정답 ④

해설 함수 $f(x)=\frac{1}{x-6}$의 정의역은 $x-6\neq0$, 즉 $x\neq6$인 x의 값들의 집합이므로 구간 $(-\infty, 6)$, $(6, \infty)$이다.

12 정답 ③

해설 $x \neq -2$일 때,

$$f(x)=\frac{x^2+x-2}{x^3+8}$$
$$=\frac{(x+2)(x-1)}{(x+2)(x^2-2x+4)}$$
$$=\frac{x-1}{x^2-2x+4}$$

이때 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이면

$x=-2$에서 연속이므로

$$f(-2)=\lim_{x\to-2}f(x)$$

따라서

$$f(-2)=\lim_{x\to-2}f(x)$$
$$=\lim_{x\to-2}\frac{x-1}{x^2-2x+4}$$
$$=-\frac{3}{12}=-\frac{1}{4}$$

13 정답 ②

해설 분수함수가 갖는 불연속점은 분모$=0$인 x 값에서 나타낸다.

$x^2-2x-8=0$을 만족하는 $x=4,\ x=-2$

$\therefore$ 불연속점 x 좌표의 합은 2

14 정답 2

해설 $h(x)=\dfrac{f(x)}{f(x)-g(x)}=\dfrac{x^2}{x^2-2x-3}$

따라서 $\dfrac{f(x)}{f(x)-g(x)}$는

$x^2-2x-3=0$, 즉 $x=-1,\ x=3$일 때

불연속이므로 함수 $h(x)$가 불연속인 점은 2개이다.

15 정답 ⑤

해설 ① $\displaystyle\lim_{x\to3+}f(x)=\lim_{x\to3+}(-[x]^2)=-3^2=-9$

$\displaystyle\lim_{x\to3-}f(x)=\lim_{x\to3-}(-[x]^2)=-2^2=-4$

$\displaystyle\therefore \lim_{x\to3+}f(x)\neq\lim_{x\to3-}f(x)$

따라서 $\displaystyle\lim_{x\to3}f(x)$의 값이 존재하지 않으므로

$f(x)$는 $x=3$에서 불연속이다.

② $f(3)$이 정의되지 않으므로

$f(x)$는 $x=3$에서 불연속이다.

③ $f(3)=-3$이고, $\displaystyle\lim_{x\to3}f(x)=\lim_{x\to3}(x-3)^2=0$이므로

$\displaystyle\lim_{x\to3}f(x)\neq f(3)$

따라서 $f(x)$는 $x=3$에서 불연속이다.

④ $\displaystyle\lim_{x\to3+}f(x)=\lim_{x\to3+}\frac{|x-3|}{x-3}=\lim_{x\to3+}\frac{x-3}{x-3}=1$

$\displaystyle\lim_{x\to3-}f(x)=\lim_{x\to3-}\frac{|x-3|}{x-3}=\lim_{x\to3-}\frac{-(x-3)}{x-3}$

$=-1$

$\displaystyle\therefore \lim_{x\to3+}f(x)\neq\lim_{x\to3-}f(x)$

따라서 $\displaystyle\lim_{x\to3}f(x)$의 값이 존재하지 않으므로

$f(x)$는 $x=3$에서 불연속이다.

⑤ $f(3)=6$이고,

$\displaystyle\lim_{x\to3}f(x)=\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x+3)(x-3)}{x-3}$

$\displaystyle=\lim_{x\to3}(x+3)=6$이므로

$\displaystyle\lim_{x\to3}f(x)=f(3)$

따라서 $f(x)$는 $x=3$에서 연속이다.

16 정답 ②

해설 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되려면

$x=1$에서 연속이어야 한다.

즉, $\displaystyle\lim_{x\to1}f(x)=f(1)$이 성립해야 한다.

$\displaystyle\lim_{x\to1}(x^2+2ax+a^2)=4$에서 $1+2a+a^2=4$이므로

$a^2+2a-3=0,\ (a-1)(a+3)=0$

이때 $a>0$이므로 $a=1$

17 정답 -17

해설 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에서 연속이려면
$x=-2$에서 연속이어야 하므로
$$\lim_{x\to -2+} f(x)=\lim_{x\to -2-} f(x)=f(-2)$$
이때
$$\lim_{x\to -2+} f(x)=\lim_{x\to -2+}(2x^2+ax-5)=-2a+3,$$
$$\lim_{x\to -2-} f(x)=\lim_{x\to -2-}(-x^2+4x+b)=b-12$$
이므로
$-2a+3=b-12=5$
$\therefore\ a=-1,\ b=17$
$\therefore\ ab=-17$

18 정답 1

해설 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에서 연속이려면 $x=7$에서 연속이어야 하므로 $\lim_{x\to 7+} f(x)=\lim_{x\to 7-} f(x)=f(7)$
이때 $f(7)=4$이고
$$\lim_{x\to 7+} f(x)=\lim_{x\to 7+}(\sqrt{2x+2})=4$$
$\lim_{x\to 7-} f(x)=\lim_{x\to 7-}(ax-3a)=4a$이므로
$4a=4$
$\therefore\ a=1$

19 정답 ③

해설 함수의 연속 이해하기
함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이므로
$$\lim_{x\to 2-}(x-1)=\lim_{x\to 2+}(x^2-ax+3)=f(2)$$
$1=7-2a$
$\therefore\ a=3$

20 정답 ③

해설 함수 $2f(x)+6$은 $x=0,\ x=2$에서 연속이므로
$\lim_{x\to 0}\{2f(x)+6\}=f(2)$에서
$2f(0)+6=f(2)$ …… ㉠
$\lim_{x\to 2}\{2f(x)+6\}=f(0)$ 에서
$2f(2)+6=f(0)$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$f(0)=-6,\ f(2)=-6$
따라서 $f(0)+f(2)=-12$

21 정답 ⑤

해설 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고 연속인 두 함수의 합, 곱의 꼴의 함수 역시 실수 전체의 집합에서 연속이므로
① 함수 $\{f(x)\}^2$은 연속함수이다.
② 함수 $\{f(x)+4\}^2$은 연속함수이다.
③ $f(f(x))=\{f(x)\}^2-4$
$\quad=(x^2-4)^2-4=x^4-8x^2+12$
이므로 함수 $f(f(x))$는 연속함수이다.
④ $\dfrac{1}{f(x)-x^2}=\dfrac{1}{-4}=-\dfrac{1}{4}$이므로 상수함수이다.
즉, 함수 $\dfrac{1}{f(x)-x^2}$은 연속함수이다.
⑤ 함수 $\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{x^2-4}$은
$x=-2,\ x=2$에서 정의되지 않으므로
$x=-2,\ x=2$에서 불연속이다.
따라서 실수 전체의 집합에서 연속함수가 아닌 것은 ⑤이다.

22 정답 ④

해설 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고 연속인 두 함수의 합, 곱의 꼴의 함수 역시 실수 전체의 집합에서 연속이므로
① 함수 $\{f(x)\}^2$은 연속함수이다.
② 함수 $\{f(x)+1\}^2$은 연속함수이다.
③ $f(f(x))=f(x)+3=(x+3)+3=x+6$이므로
함수 $f(f(x))$는 연속함수이다.
④ $\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{x+3}$은 $x=-3$에서 정의되지 않으므로
$x=-3$에서 불연속이다.
⑤ 함수 $f(x)+f(-x)=(x+3)+(-x+3)=6$는
상수함수이다. 즉, 함수 $f(x)+f(-x)$는
연속함수이다.
따라서 실수 전체의 집합에서 연속함수가 아닌 것은 ④이다.

23 정답 ②

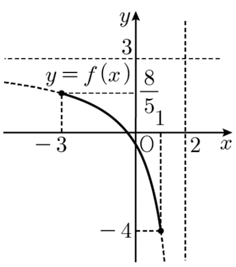
해설 함수가 연속일 조건을 이용하여 함숫값을 구할 수 있는가?
함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로
$x=1$에서도 연속이다.
즉, $\lim_{x\to1}f(x)=f(1)$이므로
$\lim_{x\to1}f(x)=4-f(1)$에서
$f(1)=4-f(1)$
$2f(1)=4$
$\therefore f(1)=2$

24 정답 ②

해설 함수 $(x-1)f(x)$는 $x=2$에서 연속이므로
$\lim_{x\to2}(x-1)f(x)=1\times f(2)=3$에서
$f(2)=3$
함수 $2x+f(x)$는 $x=3$에서 연속이므로
$\lim_{x\to3}\{2x+f(x)\}=6+f(3)=13$에서
$f(3)=7$
따라서 $f(2)+f(3)=3+7=10$

25 정답 $\dfrac{28}{5}$

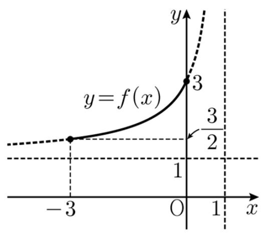
해설 함수 $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}=3+\dfrac{7}{x-2}$은
구간 $[-3,\ 1]$에서 연속이고 이 구간에서
함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 $f(x)$는 $x=-3$에서 최댓값 $\dfrac{8}{5}$, $x=1$에서
최솟값 -4을 갖는다.
즉, $M=\dfrac{8}{5}$, $m=-4$이므로
$M-m=\dfrac{8}{5}-(-4)=\dfrac{28}{5}$

26 정답 $\dfrac{3}{2}$

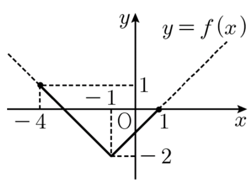
해설 함수 $f(x)=\dfrac{x-3}{x-1}=1-\dfrac{2}{x-1}$는 구간 $[-3,\ 0]$에서
연속이고 이 구간에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음
그림과 같다.



따라서 $f(x)$는 $x=0$에서 최댓값 3, $x=-3$에서 최솟값
$\dfrac{3}{2}$을 갖는다.
즉, $M=3$, $m=\dfrac{3}{2}$이므로
$M-m=3-\dfrac{3}{2}=\dfrac{3}{2}$

27 정답 -1

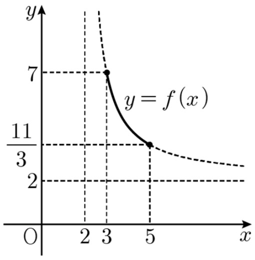
해설 $f(x)=\begin{cases}x-1 & (x\ge-1)\\ -x-3 & (x<-1)\end{cases}$에서 $f(-1)=-2$이고,
$\lim_{x\to-1+}f(x)=\lim_{x\to-1+}(x-1)=-2$,
$\lim_{x\to-1-}f(x)=\lim_{x\to-1-}(-x-3)=-2$이므로
$\lim_{x\to-1}f(x)=f(-1)$
즉, 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 연속이므로
구간 $[-4,\ 1]$에서 연속이다.
따라서 최대·최소 정리에 의하여 이 구간에서 반드시
최댓값과 최솟값을 갖는다.
구간 $[-4,\ 1]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는
다음 그림과 같으므로 $f(x)$는 $x=-4$에서 최댓값 1,
$x=-1$에서 최솟값 -2를 갖는다.



따라서 $M=1$, $m=-2$이므로
$M+m=1+(-2)=-1$

28 정답 $\frac{10}{3}$

해설 함수 $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}=2+\frac{5}{x-2}$ 은 구간 $[3, 5]$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 $f(x)$는 $x=3$에서 최댓값 7, $x=5$에서 최솟값 $\frac{11}{3}$ 을 갖는다.

즉, $M=7$, $m=\frac{11}{3}$ 이므로

$M-m=7-\frac{11}{3}=\frac{10}{3}$

29 정답 ①

해설 $x \neq 1$일 때,

$$f(x)=\frac{-x^3+7x^2-12x+6}{x-1}$$
$$=\frac{(x-1)(-x^2+6x-6)}{x-1}$$
$$=-x^2+6x-6$$

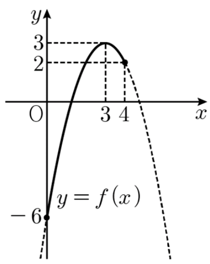
이때 $f(1)=-1$이고,

$\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}(-x^2+6x-6)=-1$이므로

$\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$

즉, 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 연속이므로 구간 $[0, 4]$ 에서 연속이다. 따라서 최대·최소 정리에 의하여 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같으므로 $f(x)$는 $x=3$에서 최댓값 3을 갖고, $x=0$에서 최솟값 -6을 갖는다.

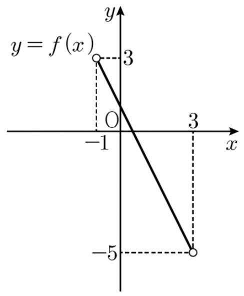


따라서 $M=3$, $m=-6$이므로

$M+m=3+(-6)=-3$

30 정답 ②

해설 ① 함수 $y=f(x)$의 그래프는 구간 $(-1,\ 3)$에서 다음 그림과 같으므로 함수 $f(x)$는 구간 $(-1,\ 3)$에서 최댓값, 최솟값을 모두 갖지 않는다.

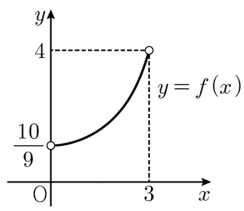


② $f(x)=\dfrac{3x}{x-2}$는 $x\neq 2$인 모든 실수에서 연속이다.
따라서 함수 $f(x)$는 구간 $[-1,\ 1]$에서 연속이므로 최대・최소 정리에 의하여 최댓값, 최솟값을 모두 갖는다.

③ $f(x)=\log_2(x+1)$은 $x=-1$에서 정의되지 않는다.
또, $\lim\limits_{x\to -1+} f(x)=-\infty$이므로 함수 $f(x)$는 구간 $[-1,\ 1]$에서 최솟값을 갖지 않는다.

④ $f(x)=\dfrac{2}{x-1}+2$는 $x=1$에서 불연속이다.
또, $\lim\limits_{x\to 1+} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to 1-} f(x)=-\infty$이므로 함수 $f(x)$는 구간 $[-2,\ 2]$에서 최댓값, 최솟값을 모두 갖지 않는다.

⑤ 함수 $y=f(x)$의 그래프는 구간 $(0,\ 3)$에서 다음 그림과 같으므로 함수 $f(x)$는 구간 $(0,\ 3)$에서 최댓값, 최솟값을 모두 갖지 않는다.



31 정답 ⑤

해설 함수 $f(x)=-x^2+5$은 열린구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 연속이므로 닫힌구간 $[-2,\ 1]$에서도 연속이다.
또, $f(-2)\neq f(1)$이고 $f(-2)<3<f(1)$이므로 사잇값의 정리에 의하여 $f(c)=3$인 c가 열린구간 $(-2,\ 1)$에 적어도 1개 존재한다.

32 정답 ③

해설 $f(x)=x^3-x^2+2x-1$이라 하면
함수 $f(x)$는 실수 전체 집합에서 연속이고,
$f(-2)=-8-4-4-1=-17<0$,
$f(-1)=-1-1-2-1=-5<0$,
$f(0)=-1<0$,
$f(1)=1-1+2-1=1>0$,
$f(2)=8-4+4-1=7>0$,
$f(3)=27-9+6-1=23>0$
이므로 사잇값 정리에 의하여 $f(c)=0$인 c가 열린구간 $(0,\ 1)$에 적어도 하나 존재한다.
따라서 방정식 $x^3-x^2+2x-1=0$은 열린구간 $(0,\ 1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

33 정답 ⑤

해설 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하면 $h(x)$는 연속함수이므로 사잇값의 정리에 의하여 $h(1)h(2)<0$이면 $1<x<2$에서 $h(x)=0$은 적어도 한 개의 실근을 갖는다.
즉, $\{f(1)-g(1)\}\{f(2)-g(2)\}<0$이면 방정식 $f(x)=g(x)$가 구간 $(1,\ 2)$에서 적어도 한 개의 실근을 갖는다고 판단할 수 있다.

34 정답 ④

해설 ㄱ. $f(a)$나 $f(b)$가 최댓값 또는 최솟값의 위치일 때, 열린 구간 $(a,\ b)$에서는 그 값을 정의해줄 수 없으므로 반드시 갖는다고 할 수는 없다. (거짓)
ㄴ. $f(x)<g(x)$일 때, $\lim\limits_{x\to a}f(x)\leq\lim\limits_{x\to a}g(x)$이다. (거짓)
ㄷ. (반례) $f(x)=x^2-1$이면 $f(-2)f(2)>0$이지만 방정식 $f(x)=0$을 만족시키는 실근이 구간 $(-2,\ 2)$에 존재한다.
ㄹ. 사잇값 정리에 의해 $f(a)\cdot f(b)<0$인 경우 성립한다. (참)
이상에서 옳은 것은 ㄹ뿐이다.