

# 교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p\_중단원

미분계수 ~ 도함수

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

**01** 함수  $f(x) = -x^2 + 4x$ 에서  $x$ 의 값이 0에서 3까지 변할 때의 평균변화율을 구하시오.

**04** 함수  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9x$ 에 대하여  $f'(-1)$ 의 값을 구하시오.

**02**  $x = p$ 에서  $x = q$ 까지 변할 때의 함수  $f(x) = x^2 + ax + b$ 의 평균변화율은?

- ①  $\frac{p+q}{2}$                       ②  $p+q+6$   
③  $\frac{p+q+a}{2}$                       ④  $p+q+a$   
⑤  $2(p+q+a)$

**05** 함수  $f(x) = 3x^2 - 4$ 의 그래프 위의 점  $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오.

**03** 함수  $f(x) = 3x^3 - 2x$ 의  $x = 1$ 에서의 순간변화율을 구하시오.

**06** 두 함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(3) = -1, f'(3) = 2, g(3) = 5, g'(3) = 8$ 일 때, 함수  $f(x)g(x)$ 의  $x = 3$ 에서의 미분계수를 구하시오.

07

[2024년 6월 고3 5번/3점]

함수  $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 2x + 2)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

08

[2020년 6월 고3 문과 2번 변형]

함수  $f(x) = 2x^3 - 3x + 3$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은?

① -1

② -3

③ -5

④ -7

⑤ -9

09

[2018년 9월 고3 문과 23번/3점]

함수  $f(x) = x^3 + 5x^2 + 1$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

10

[2015년 11월 고3 문과 5번 변형]

함수  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 2x - 1$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

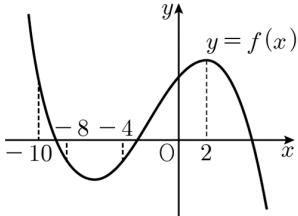
11

[2023년 11월 고3 17번/3점]

함수  $f(x) = (x + 1)(x^2 + 3)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

12

미분가능한 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중에서 가장 작은 값은?



- ①  $f'(-10)$

②  $f'(-8)$

③  $f'(-4)$

④  $f'(0)$

⑤  $f'(2)$

- 13** 미분가능한 두 함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f'(-5) = 3, g'(-5) = -8$ 일 때, 함수  $f(x) - 2g(x)$ 의  $x = -5$ 에서의 미분계수를 구하시오.

- 14** 함수  $f(x) = 1 + x + x^2 + \cdots + x^{10}$ 에 대하여  $f'(1) - f(1)$ 의 값은?
- ①  $-44$       ②  $-11$       ③  $11$   
 ④  $44$       ⑤  $55$

- 15** [2007년 7월 고3 이과 3번]  
 함수  $f(x) = 3x^2 - 2x$ 에 대하여  $x$ 의 값이 0에서  $a$ 까지 변할 때의 평균변화율과  $x = 1$ 에서의 미분계수가 같을 때, 상수  $a$ 의 값은?
- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

- 16** 함수  $f(x) = x^2 + 3x$ 의 구간  $[1, 5]$ 에서의 평균변화율과  $a$ 에서의 순간변화율이 같다고 한다.  $a$  값은? (단,  $1 \leq a \leq 5$ )

- ① 1      ② 2      ③ 3  
 ④ 4      ⑤ 5

- 17** 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(4) = 4$ 일 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4-2h) - f(4)}{h}$ 의 값은?
- ①  $-8$       ②  $-6$       ③  $-4$   
 ④  $-2$       ⑤ 0

- 18** 함수  $f(x)$ 에서  $f'(a) = 3$ 일 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+4h) - f(a)}{h}$ 의 값을 구하시오.

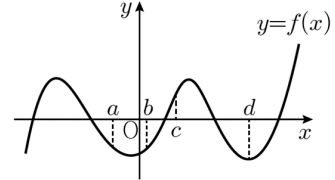
19 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(2) = 4$ 일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(x) - f(2)} \text{의 값은?}$$

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

20 함수  $f(x)$ 에서  $f'(1) = 3$ 일 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{f(x) - f(1)}$ 의 값을 구하시오.

21 모든 실수  $x$ 에서 미분가능한 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 네 수  $f'(a)$ ,  $f'(b)$ ,  $f'(c)$ ,  $f'(d)$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?



- ①  $f'(a) < f'(b) < f'(d) < f'(c)$   
②  $f'(a) < f'(d) < f'(b) < f'(c)$   
③  $f'(a) < f'(c) < f'(d) < f'(b)$   
④  $f'(c) < f'(b) < f'(d) < f'(a)$   
⑤  $f'(c) < f'(d) < f'(b) < f'(a)$

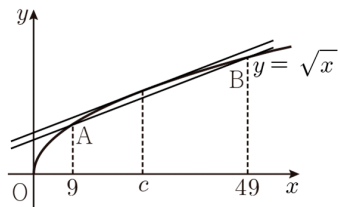
22 다항함수  $f(x)$ 의 그래프 위의 한 점  $P(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기가 5일 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - 3}{h}$ 의 값은?

- ① 10                      ② 11                      ③ 12  
④ 13                      ⑤ 14

23 함수  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - ax - 1 & (x \geq 1) \\ bx^2 - x + 4 & (x < 1) \end{cases}$ 이  
모든 실수  $x$  에서 미분가능하도록 하는  
상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하시오.

24 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(1, f(1))$ 에서의 접선의 기울기가  
11일 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x - 1}$ 의 값을 구하시오.

25 다음 그림과 같이 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프의  $x = c$ 에서의  
접선이 직선 AB와 평행할 때,  $c$ 의 값은? (단,  $9 < c < 49$ )



- ① 16                      ②  $\frac{81}{4}$                       ③ 25
- ④  $\frac{121}{4}$                       ⑤ 36

# 교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p\_중단원

미분계수 ~ 도함수

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

### 빠른정답

01 1	02 ④	03 7
04 27	05 6	06 2
07 ⑤	08 ②	09 13
10 ①	11 8	12 ①
13 19	14 ④	15 ①
16 ③	17 ①	18 12
19 ①	20 2	21 ②
22 ①	23 $-63$	24 22
25 ③		

# 교과서 (수학 II) - 미래엔 68~69p\_중단원

미분계수 ~ 도함수

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

### 01 정답 1

해설  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{3 - 0}{3} = 1$

### 02 정답 ④

해설  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(q) - f(p)}{q - p}$   
 $= \frac{q^2 + aq + b - (p^2 + ap + b)}{q - p}$   
 $= \frac{(q - p)(q + p) + a(q - p)}{q - p}$   
 $= p + q + a$

### 03 정답 7

해설  $f'(x) = 9x^2 - 2$ 이므로  $x = 1$ 에서의 순간변화율은  $f'(1) = 7$ 이다.

### 04 정답 27

해설  $f'(x) = 6x^2 - 12x + 9$ 이므로  
 $f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 - 12 \cdot (-1) + 9$   
 $= 6 + 12 + 9$   
 $= 27$

### 05 정답 6

해설 함수  $f(x) = 3x^2 - 4$ 의 그래프 위의 점  $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기는  $x = 1$ 에서의 미분계수와 같으므로  
 $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$   
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{3(1+h)^2 - 4\} - (3 \cdot 1^2 - 4)}{h}$   
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 + 6h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3h + 6) = 6$

### 06 정답 2

해설  $y = f(x)g(x)$ 에서  
 $y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ 이므로  
 $x = 3$ 에서의 미분계수는  
 $f'(3)g(3) + f(3)g'(3) = 2 \cdot 5 + (-1) \cdot 8 = 2$

### 07 정답 ⑤

해설 도함수를 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?  
 $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 2x + 2)$ 에서  
 $f'(x) = 2x(x^2 + 2x + 2) + (x^2 - 1)(2x + 2)$ 이므로  
 $f'(1) = 2 \cdot 5 = 10$

### 08 정답 ②

해설  $f'(x) = 6x^2 - 3$ 이므로  
 $f'(0) = -3$

### 09 정답 13

해설 다항함수의 도함수를 구하여 미분계수를 구할 수 있는가?  
 $f'(x) = 3x^2 + 10x$ 이므로  
 $f'(1) = 3 + 10 = 13$

### 10 정답 ①

해설  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 2x - 1$ 에서  
 $f'(x) = 6x^2 - 12x + 2$ 이므로  
 $f'(2) = 6 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 2 = 2$

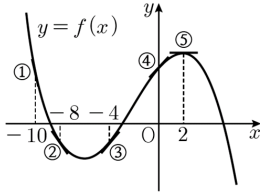
### 11 정답 8

해설 도함수와 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?  
 $f(x) = (x + 1)(x^2 + 3)$ 이므로  
 $f'(x) = (x^2 + 3) + (x + 1) \cdot 2x$   
 $\therefore f'(1) = (1 + 3) + 2 \cdot 2$   
 $= 8$



## 12 정답 ①

**해설** 미분계수  $f'(a)$ 는 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기이므로  
①~⑤의 값은 각각 다음 그림의 접선의 기울기와 같다.



따라서 가장 작은 값은 ①이다.

## 13 정답 19

**해설** 함수  $f(x)-2g(x)$ 의  $x=-5$ 에서의 미분계수는  
 $f'(-5)-2g'(-5)=3-2 \cdot (-8)=19$

## 14 정답 ④

**해설**  $f(x)=1+x+x^2+\cdots+x^{10}$ 에서  
 $f(1)=1+1+1+\cdots+1=11$   
 $f'(x)=1+2x+3x^2+\cdots+10x^9$ 이므로  
 $f'(1)=1+2+3+\cdots+10=55$   
 $\therefore f'(1)-f(1)=55-11=44$

## 15 정답 ①

**해설** 평균변화율과 미분계수의 정의 이해하기  
 $x$ 의 값이 0부터  $a$ 까지 변할 때의  $f(x)$ 의 평균변화율은  
 $\frac{f(a)-f(0)}{a-0}=\frac{3a^2-2a}{a}=3a-2$   
 $x=1$ 에서의 미분계수  $f'(1)=40$ 이므로  
 $3a-2=4$   
 $\therefore a=2$

## 16 정답 ③

**해설**  $f(x)=x^2+3x$ 에서  $[1, 5]$ 에서의 평균변화율은  
 $\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(5)-f(1)}{5-1}=\frac{40-4}{4}=9$   
 $a$ 에서의 순간변화율은  $f'(x)=2x+3$ 이므로  
 $f'(\alpha)=2\alpha+3$ 이 된다.  
따라서  $2\alpha+3=9$ 이므로  $\alpha=3$ 이 된다.

## 17 정답 ①

**해설**  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4-2h)-f(4)}{h}$   
 $=\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4-2h)-f(4)}{-2h} \cdot (-2)$   
 $=-2f'(4)$   
 $=-2 \cdot 4$   
 $=-8$

## 18 정답 12

**해설** 주어진 식의 분모, 분자에 각각 4를 곱하면  
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+4h)-f(a)}{h}$   
 $=\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+4h)-f(a)}{4h} \cdot 4$   
 $=f'(a) \cdot 4$   
 $=3 \cdot 4$   
 $=12$

## 19 정답 ①

**해설**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{f(x)-f(2)}=\lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{x-2}{f(x)-f(2)} \cdot (x+2) \right\}$   
 $=\lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{1}{\frac{f(x)-f(2)}{x-2}} \cdot (x+2) \right\}$   
 $=\frac{1}{f'(2)} \cdot 4$   
 $=\frac{1}{4} \cdot 4=1$

## 20 정답 2

**해설**  $f'(1)=\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)-f(1)}{x^2-1}=3$   
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)-f(1)}{f(x)-f(1)}$   
 $=\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)-f(1)}{x^2-1} \cdot \frac{x-1}{f(x)-f(1)} \cdot \frac{x^2-1}{x-1}$   
 $=3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)=2$

## 21 정답 ②

**해설**  $f'(a)<0, f'(d)=0, 0<f'(b)<f'(c)$ 이므로  
 $f'(a)<f'(d)<f'(b)<f'(c)$



## 22 정답 ①

**해설** 함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 한 점  $P(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기가 5이므로

$$f(2) = 3, f'(2) = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h)-3}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h)-f(2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h)-f(2)}{2h} \cdot 2 \\ &= 2f'(2) \\ &= 2 \cdot 5 = 10\end{aligned}$$

## 23 정답 -63

**해설** 함수  $f(x)$ 가  $x = 1$ 에서 미분가능하면  $x = 1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1-} (bx^2 - x + 4) = f(1)$$

$$b - 1 + 4 = 2 - a - 1$$

$$\therefore a = -2 - b \quad \dots \textcircled{\text{A}}$$

또한,  $f'(1)$ 이 존재하므로

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{2x^2 - ax - 1 - (2 - a - 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{2x^2 - ax - (2 - a)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x - 1)(2x + 2 - a)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} (2x + 2 - a) = 4 - a \\ \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{bx^2 - x + 4 - (2 - a - 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{bx^2 - x + 3 + a}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{bx^2 - x + 3 + (-2 - b)}{x - 1} \quad (\because \textcircled{\text{A}}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{bx^2 - x - b + 1}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(x - 1)(bx + b - 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} (bx + b - 1) = 2b - 1\end{aligned}$$

에서  $4 - a = 2b - 1$

$$\therefore a + 2b = 5 \quad \dots \textcircled{\text{B}}$$

①, ②를 연립하여 풀면  $a = -9$ ,  $b = 7$

$$\therefore ab = (-9) \cdot 7 = -63$$

## 24 정답 22

$$\begin{aligned}\text{해설} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x^2 - 1} \cdot (x + 1) \\ &= f'(1) \cdot 2 \\ &= 22\end{aligned}$$

## 25 정답 ③

$$\text{해설} \quad \text{직선 AB의 기울기는 } \frac{\sqrt{49} - \sqrt{9}}{49 - 9} = \frac{7 - 3}{40} = \frac{1}{10}$$

한편,

$$\begin{aligned}f'(c) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{c+h} - \sqrt{c}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{c+h} + \sqrt{c})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{c+h} + \sqrt{c}} = \frac{1}{2\sqrt{c}}\end{aligned}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{10} \text{ 이므로 } \sqrt{c} = 5$$

$$\therefore c = 25$$