

2024년 장충고 3-1 기말 미적분

시험 범위

여러 가지 미분법~정적분의 활용

1. 매개변수로 나타낸 함수 $x = 2t - 3$, $y = t^3 + 1$ 에서 $\frac{dy}{dx}$ 의 식으로 옳은 것은? [3.3점]

- ① $\frac{3}{2}t^2$
- ② $\frac{3t^2 + 1}{2}$
- ③ $\frac{t^3 + 1}{2}$
- ④ $\frac{3t^2}{2t - 3}$
- ⑤ $\frac{t^3 + 1}{2t - 3}$

2. 부정적분 $\int (\sin x + \sec^2 x) dx$ 의 식으로 옳은 것은? [3.4점]

- ① $-\cos x + \tan x + C$
- ② $-\cos x + \cot x + C$
- ③ $-\cos x + \csc x + C$
- ④ $\cos x + \tan x + C$
- ⑤ $\cos x + \cot x + C$

3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \cos x dx$ 의 값은? [3.5점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{12}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{12}$
- ⑤ $\frac{1}{12}$

4. 함수 $f(x) = x^3 + 3x$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, $(f^{-1})'(4)$ 의 값은? [3.6점]

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{7}$
- ④ $\frac{1}{8}$
- ⑤ $\frac{1}{9}$

5. 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 $f''(e)$ 의 값은? [3.7점]

- ① 2
- ② 1
- ③ -1
- ④ $-\frac{1}{e}$
- ⑤ $\frac{1}{e}$

2024년 장충고 3-1 기말 미적분

6. $\int_1^3 x^2 \ln x dx$ 의 값은? [3.8점]

- ① $3\ln 3 - \frac{26}{9}$
- ② $6\ln 3 - \frac{26}{9}$
- ③ $9\ln 3 - \frac{26}{9}$
- ④ $6\ln 3 - \frac{25}{9}$
- ⑤ $9\ln 3 - \frac{25}{9}$

7. 곡선 $y = 2xe^x$ 의 변곡점의 y 좌표를 a 라고 할 때, a 의 값은? [3.9점]

- ① $\frac{-3}{e^2}$
- ② $\frac{-4}{e^2}$
- ③ $\frac{-5}{e^2}$
- ④ $\frac{-3}{e}$
- ⑤ $\frac{-4}{e}$

8. 함수 $f(x) = (ax^2 + 1)e^x$ 이 실수 전체에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값은? [4.0점]

- ① 4
- ② 3
- ③ 2
- ④ 1
- ⑤ 0

9. 점 $(a, 0)$ 에서 곡선 $y = (x-2)e^x$ 에 오직 하나의 접선을 그을 수 있을 때, 양수 a 의 값은? [4.1점]

- ① $\sqrt{3}$
- ② 2
- ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{6}$
- ⑤ $\sqrt{7}$

10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가 $x = -t^2 + 4t$, $y = 3t - 2$ 이다. 시각 $t = a$ 에서 점 P 의 속력이 최소이고, 점 P 의 속력의 최솟값을 b 이라고 할 때, $a - b$ 의 값은? (단, $t > 0$ 이고 a 는 상수이다.) [4.2점]

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

11. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = 4x \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$ 를 만족시킬 때, $f(\pi)$ 의 값은? [4.3점]

- ① $-4\pi - 8$
- ② $-4\pi - 7$
- ③ $-4\pi - 6$
- ④ $-4\pi - 5$
- ⑤ $-4\pi - 4$

2024년 장충고 3-1 기말 미적분

12. 곡선 $f(x) = \int_1^x (x-1)\ln t dt$ 위의 점 $(e, f(e))$ 에서의 접선의 x 절편은? [4.4점]

- ① $e + \frac{1}{e} - 1$
- ② $e + \frac{1}{e} - 2$
- ③ $e + \frac{1}{e} - 3$
- ④ $e - \frac{1}{e} - 1$
- ⑤ $e - \frac{1}{e} - 2$

13. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \int_3^x f(t)f'(t)dt = 12$ 을 만족시킨다. $f(3) = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2-9} \int_1^{\frac{x}{3}} f'(3t)dt$ 의 값은? [4.5점]

- ① $\frac{5}{9}$
- ② $\frac{4}{9}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{2}{9}$
- ⑤ $\frac{1}{9}$

14. 매개변수 t 로 나타낸 곡선 $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ 에 대하여 $t = \alpha$ 에 대응하는 점 P 에서의 접선의 기울기를 p , $t = 2\pi - \alpha$ 에 대응하는 점 Q 에서의 접선의 기울기를 q 라 하자. $pq = -3$ 일 때, α 의 값은? (단, $0 < t < 2\pi$, $0 < \alpha < \pi$ 이다.) [4.6점]

- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{\pi}{2}$
- ⑤ $\frac{7}{6}\pi$

15. 함수 $f(x) = (2x^2 + 3)e^x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\int_{\frac{5}{e}}^3 \left(\frac{x}{f'(g(x))} + g(x) \right) dx$ 의 값은? [4.7점]

- ① $\frac{25}{e}$
- ② $\frac{20}{e}$
- ③ $\frac{15}{e}$
- ④ $\frac{10}{e}$
- ⑤ $\frac{5}{e}$

16. 곡선 $x^2 + xy + 2y^2 = 4$ 위의 두 점 (α, k) , (β, k) 에서의 접선이 서로 수직일 때, $\alpha\beta$ 의 값은? (단, 상수 k 는 $0 \leq k < 2$ 이고, $\alpha + 4k \neq 0$, $\beta + 4k \neq 0$ 이다.) [4.8점]

- ① $-\frac{44}{21}$
- ② $-\frac{42}{21}$
- ③ $-\frac{40}{21}$
- ④ $-\frac{38}{21}$
- ⑤ $-\frac{36}{21}$

2024년 장충고 3-1 기말 미적분

17. 양의 실수 t 에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y = \frac{1}{e^x} + t$ 에 접하는 직선의 기울기를 $f(t)$ 라 하자. $f(t_1) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수 t_1 에 대하여 $f'(t_1)$ 의 값은? [5.0점]

- ① $-\frac{2}{5}$
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $-\frac{2}{3}$
- ④ -1
- ⑤ -2

18. 양수 a 에 대하여 함수

$f(x) = (ax - 2)e^{a(-x+2)}$ 은 $x = b$ 에서 최댓값을 갖는다. 함수

$g(a) = \int_0^b |f(x)| dx$ 의 최솟값은? [5.2점]

- ① $3e + \frac{2}{e} - \frac{2}{e^2}$
- ② $2e + \frac{2}{e} - \frac{2}{e^2}$
- ③ $e + \frac{4}{e} - \frac{4}{e^2}$
- ④ $3e + \frac{4}{e} - \frac{4}{e^2}$
- ⑤ $2e + \frac{4}{e} - \frac{4}{e^2}$

서술형1.

19. 곡선 $y = e^{-2x}$ 에 대하여 $(-2, 0)$ 에서 그은 접선의 방정식을 구하시오. [3점]

서술형2.

20. $e \leq x \leq e^2$ 일 때, 부등식 $x \ln x - 3x + 4 + k \leq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오. [4점]

2024년 장충고 3-1 기말 미적분

서술형3.

21. 함수 $f(x) = e^x - 2$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여 $g(x) = \int f^{-1}(x)dx$ 라 하자. $g(0) = -2$ 일 때, $g(e-2)$ 의 값을 구하시오. [5점]

서술형5.

23. 함수 $y = 2^x - 2^{-x}$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 좌표를 $(f(t), t)$ 라 하자. 함수 $g(t) = f(t) \times \{4^{f(t)} + 4^{-f(t)}\}$ 일 때, $\left\{g'\left(\frac{3}{2}\right) - 3\right\} \times 10\ln 2$ 의 값을 구하시오. (단, t 는 실수이다.) [7점]

수고하셨습니다.

서술형4.

22. 함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x) = e^{-x}g(x)$ 일 때, $f'(x) + f(x) = e^{-x}$, $f(0) = 0$ 을 만족한다고 한다. 이때 $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [6점]

2024년 장충고 3-1 기말 미적분

정답

1. ①

2. ①

3. ④

4. ②

5. ⑤

6. ③

7. ②

8. ④

9. ②

10. ③

11. ⑤

12. ①

13. ④

14. ③

15. ⑤

16. ①

17. ③

18. ⑤

19. $y = -2e^5\left(x + \frac{5}{2}\right) + e^5$

20. $k \leq 2e - 4$

21. $-2\ln 2$

22. $1 - 3e^{-2}$

23. 17