개념원리(2025) - 공통수학2 (명제 충분필요)182~190p

명제의 역과 대우 ~ 충분조건과 필요조건

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 다음 보기 중 대우가 거짓인 명제인 것만 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.)

<보기>

ㄱ. $ab>4$이면 $a>2$, $b>2$이다.
ㄴ. $a+b>4$이면 $a>2$, $b>2$이다.
ㄷ. $a>3$ 또는 $a\leq 1$이면 $a^2-3a+2\geq 0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02 $x-3\neq 0$은 $x^2+ax-12\neq 0$이기 위한 필요조건일 때, 실수 a의 값은?

① -7 ② -4 ③ -1
④ 1 ⑤ 4

03 명제 '$2x^2-kx-9\neq 0$이면 $x-k\neq 0$이다.'가 참이 되도록 하는 양수 k의 값을 구하시오.

04 명제 '$x^2+kx-6\neq 0$이면 $x-2k\neq 0$이다.'가 참이 되도록 하는 양수 k의 값을 구하시오.

05 세 조건 p, q, r에 대하여 다음 추론 중 옳은 것은?

① $p\rightarrow q$가 참이고 $\sim r\rightarrow q$가 참이면 $\sim p\rightarrow r$가 참이다.
② $p\rightarrow q$가 참이고 $\sim r\rightarrow \sim q$가 참이면 $\sim p\rightarrow \sim r$가 참이다.
③ $q\rightarrow \sim p$가 참이고 $\sim q\rightarrow \sim r$가 참이면 $\sim p\rightarrow r$가 참이다.
④ $p\rightarrow \sim q$가 참이고 $\sim r\rightarrow q$가 참이면 $p\rightarrow r$가 참이다.
⑤ $p\rightarrow \sim q$가 참이고 $r\rightarrow q$가 참이면 $p\rightarrow r$가 참이다.

06 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 세 조건 p, q, r가 다음과 같다.

p: $(A-B)\cup(B-A)=\varnothing$
q: $A=B$
r: $A\cup B=B$

이때 조건 p는 조건 q이기 위한 $\boxed{(가)}$조건이고, 조건 q는 조건 r이기 위한 $\boxed{(나)}$조건이다. (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 필요, 충분 ② 필요충분, 필요
③ 필요, 필요 ④ 필요충분, 충분
⑤ 충분, 필요

07 두 조건 p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하자. p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때 , 다음 중 옳지 않은 것은?

① $Q^c\cap P^c=Q^c$
② $P-Q=\varnothing$
③ $P\cup Q=Q$
④ $Q-P=\varnothing$
⑤ $P\cap Q=P$

08 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하자. $P\cap Q^C=\boxed{}$, $P^C\cap Q\neq\phi$이 성립할 때, p는 q이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다. 이 때, $\boxed{}$ 안에 알맞은 것은?

① P ② Q ③ P^C
④ Q^C ⑤ ϕ

09 두 조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 하자. $\sim p$가 q이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P\cap Q=\varnothing$ ② $P\subset Q$ ③ $Q\subset P$
④ $Q-P=\varnothing$ ⑤ $Q^C=P$

10 세 조건 p, q, r에 대하여 p는 q이기 위한 필요조건이고 r는 q이기 위한 충분조건이다. 전체집합 U에 대하여 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라 할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?
(단, P, Q, R는 공집합이 아니다.)

① $R\subset(P\cup Q)$ ② $R-Q=P$ ③ $Q-P=R$
④ $R^C\subset(Q\cup P)$ ⑤ $P^C\subset(Q\cap R)$

11 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자. $\sim q$가 p이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P^C\subset Q$ ② $Q\subset P$ ③ $Q-P=\varnothing$
④ $P-Q=P$ ⑤ $P-Q=\varnothing$

12 두 조건 'p: $-2<x<a-2$', 'q: $x \le 4$'에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a의 최댓값을 구하시오.

13 두 조건 p : $|x| \le 4$, q : $a+1 \le x \le a+3$에 대하여 p가 q이기 위한 필요조건일 때, 실수 a의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

14 네 조건 p, q, r, s에 대하여 p는 q이기 위한 충분조건, r는 q이기 위한 필요조건, s는 $\sim r$이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $r \Rightarrow q$ ② $q \Rightarrow \sim p$
③ $s \Rightarrow \sim q$ ④ $\sim s \Rightarrow \sim p$
⑤ $\sim r \Rightarrow p$

15 '명제 $(a-b)(b-c)(c-a)=0$이면 a, b, c 중에 서로 같은 두 수가 있다.'의 대우는?

① $a=b=c$이면 $(a-b)(b-c)(c-a)=0$이다.
② $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$이면 a, b, c가 모두 서로 다른 수이다.
③ a, b, c가 모두 서로 다른 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$이다.
④ a, b, c가 모두 서로 같은 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$이다.
⑤ $a \neq b \neq c$이면 $(a-b)(b-c)(c-a)=0$이다.

16 전체집합 U의 세 부분집합 P, Q, R는 각각 세 조건 p, q, r를 만족하는 집합이다. 두 명제 $\sim p \rightarrow q$, $r \rightarrow \sim q$가 모두 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \subset Q$ ② $Q \subset R$ ③ $P^C \subset R^C$
④ $P \subset Q^C$ ⑤ $R^C \subset P$

17 전체집합 U에 대하여 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라고 하자. 두 명제 $p \rightarrow q$와 $\sim p \rightarrow r$가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. 명제 $\sim q \rightarrow r$는 참이다.
ㄴ. $P \subset R$
ㄷ. $(P \cup R^C) \subset Q$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18 세 명제 $p \to q$, $\sim r \to \sim q$, $\sim s \to q$가 모두 참일 때, 다음 보기 중 항상 참인 명제의 개수를 구하시오.

〈보기〉

ㄱ. $p \to r$　　ㄴ. $q \to r$
ㄷ. $s \to \sim p$　　ㄹ. $\sim s \to r$

19 세 명의 친구 A, B, C가 다음과 같이 보충수업을 신청할 때, 다음 중 반드시 참인 명제인 것은?

(가) A가 보충수업을 신청하면 B도 보충수업을 신청한다.
(나) A가 보충수업을 신청하지 않으면 C가 보충수업을 신청한다.

① A가 보충수업을 신청하면 C는 보충수업을 신청하지 않는다.
② A가 보충수업을 신청하지 않으면 B도 보충수업을 신청하지 않는다.
③ B가 보충수업을 신청하면 C도 보충수업을 신청한다.
④ B가 보충수업을 신청하지 않으면 C가 보충수업을 신청한다.
⑤ C가 보충수업을 신청하면 B는 보충수업을 신청하지 않는다.

20 네 조건
p : x는 2의 배수이다.　q : x는 4의 배수이다.
r : x는 6의 배수이다.　s : x는 8의 배수이다.
에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. r는 s이기 위한 필요조건이다.
ㄴ. (r이고 s)는 q이기 위한 충분조건이다.
ㄷ. (q 또는 r)는 (s 또는 q)이기 위한 필요조건이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

21 [2023년 11월 고1 13번/3점]
실수 x에 대하여 두 조건
$p : (x+1)(x+2)(x-3)=0$,
$q : x^2+kx+k-1=0$에 대하여 p가 q이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 곱은?

① -18　② -16　③ -14
④ -12　⑤ -10

22 실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같을 때 p가 $\sim q$이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 k의 최솟값은?

$$p:\ x^2-10x+21=0,\ q:\ |x-4| \ge 2k$$

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

23 [2017년 3월 고2 이과 13번 변형]

실수 x 에 대한 두 조건

$p : 4|x-1| < 12+2x,$

$q : a < x < b$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건일 때, $b+3a$의 값은? (단, a, b 는 실수이다.)

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

24 집합 $S=\{x|x$는 $1 \le x \le 12$인 자연수$\}$의 부분집합 A에 대하여 명제 '$a \in A$이면 $3a \notin A$이다.' 가 참이고 집합 A의 원소의 개수가 2 이상일 때, 집합 A의 모든 원소의 합의 최댓값은?

① 68　② 69　③ 70
④ 71　⑤ 72

25 세 조건 p, q, r 에 대하여 $\sim p \longrightarrow q$, $r \longrightarrow \sim q$ 일 때, 조건 p 가 r 이기 위한 필요충분조건이려면 다음 중 어떤 조건이 더 필요한가?

① $p \longrightarrow q$　② $q \longrightarrow r$
③ $p \longrightarrow r$　④ $\sim q \longrightarrow p$
⑤ $\sim r \longrightarrow p$

개념원리(2025) - 공통수학2 (명제 충분필요)182~190p

명제의 역과 대우 ~ 충분조건과 필요조건

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ③	02 ④	03 3
04 1	05 ④	06 ④
07 ④	08 ⑤	09 ①
10 ①	11 ④	12 6
13 ①	14 ③	15 ③
16 ③	17 ③	18 3
19 ④	20 ⑤	21 ④
22 ②	23 ②	24 ②
25 ③		

개념원리(2025) - 공통수학2 (명제 충분필요)182~190p

명제의 역과 대우 ~ 충분조건과 필요조건

실시일자	-
25문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ③

해설 ㄱ. 대우: $a \le 2$ 또는 $b \le 2$이면 $ab \le 4$이다.
[반례] $a=1$이고 $b=5$이면
$a \le 2$이지만 $ab=5>4$ (거짓)
ㄴ. 대우: $a \le 2$ 또는 $b \le 2$이면 $a+b \le 4$이다.
[반례] $a=-1$, $b=6$이면
$a \le 2$이지만 $a+b=5>4$ (거짓)
ㄷ. 대우: $a^2-3a+2<0$이면 $1<a \le 3$이다.
$a^2-3a+2<0$에서 $1<a<2$이므로
$a^2-3a+2<0$이면 $1<a \le 3$이다. (참)
따라서 대우가 거짓인 명제는 ㄱ, ㄴ이다.

02 정답 ④

해설 $x-3 \ne 0$은 $x^2+ax-12 \ne 0$이기 위한 필요조건이므로
명제 '$x^2+ax-12 \ne 0$이면 $x-3 \ne 0$이다.'는 참이다.
따라서 이 명제의 대우
'$x=3$이면 $x^2+ax-12=0$이다.'도 참이다.
즉, $3^2+3a-12=0$
$\therefore a=1$

03 정답 3

해설 주어진 명제가 참이 되려면
그 대우 '$x-k=0$이면 $2x^2-kx-9=0$이다.'도 참이 되어야 한다.
따라서 $x=k$를 $2x^2-kx-9=0$에 대입하면
$2k^2-k \cdot k-9=0$, $k^2=9$
$\therefore k=3$ ($\because k>0$)

04 정답 1

해설 주어진 명제가 참이 되려면
그 대우 '$x-2k=0$이면 $x^2+kx-6=0$이다.'도 참이 되어야 한다.
따라서 $x=2k$를 $x^2+kx-6=0$에 대입하면
$(2k)^2+k \cdot (2k)-6=0$, $6k^2=6$, $k^2=1$
$\therefore k=1$ ($\because k>0$)

05 정답 ④

해설 $\sim r \to q$이면 $\sim q \to r$ 이므로
$p \to \sim q$이고 $\sim q \to r$이면 $p \to r$

06 정답 ④

해설 (가) p: $(A-B) \cup (B-A)=\varnothing$에서 $A-B=\varnothing$,
$B-A=\varnothing$이므로 $A=B$
따라서 $p \Leftrightarrow q$이므로 조건 p는 조건 q이기 위한 필요충분조건이다.
(나) r: $A \cup B=B$에서 $A \subset B$
따라서 $q \Rightarrow r$이므로 조건 q는 조건 r이기 위한 충분조건이다.

07 정답 ④

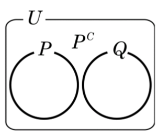
해설 p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 $\mathrm{P} \subset \mathrm{Q}$
p 가 q 이기 위한 필요조건이 아니므로 $\mathrm{Q} \not\subset \mathrm{P}$
$\therefore \mathrm{Q}-\mathrm{P} \ne \varnothing$

08 정답 ⑤

해설 조건 p는 조건 q이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니므로
$P \subset Q$
$\therefore P \cap Q^C=\phi$

09 정답 ①

해설 $\sim p$가 q이기 위한 필요조건을 진리집합으로 나타내면
$P \subset Q^C$에서
$P-Q^C=P \cap Q=\varnothing$



10 정답 ①

해설 p는 q이기 위한 필요조건이므로 $Q \subset P$

r는 q이기 위한 충분조건이므로 $R \subset Q$

따라서 $R \subset Q \subset P$이므로 항상 옳은 것은

$R \subset (P \cup Q)$

11 정답 ④

해설 $p \Rightarrow \sim q$에서 $P \subset Q^C$이므로

$P \cap Q^C = P$, 즉 $P - Q = P$

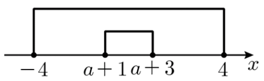
12 정답 6

해설 실수 x에 대한 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 p가 q이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$이다.

따라서 $a-2 \le 4$, 즉 $a \le 6$이므로 정수 a의 최댓값은 6이다.

13 정답 ①

해설 $|x| \le 4$ $\therefore$ $-4 \le x \le 4$



p가 q이기 위한 필요조건이므로

$a+1 \ge -4$에서 $a \ge -5$

$a+3 \le 4$에서 $a \le 1$

$\therefore$ $-5 \le a \le 1$

따라서 a의 최댓값과 최솟값의 차는 $1-(-5)=6$

14 정답 ③

해설 p는 q이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow q$

r는 q이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow r$

s는 $\sim r$이기 위한 충분조건이므로 $s \Rightarrow \sim r$

$q \Rightarrow r$의 대우는 $\sim r \Rightarrow \sim q$이고

$s \Rightarrow \sim r$, $\sim r \Rightarrow \sim q$이므로 $s \Rightarrow \sim q$

15 정답 ③

해설 'a, b, c 중에 서로 같은 두 수가 있다.'이면

'$a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a$'이므로 이것의 부정은

'$a \ne b$이고 $b \ne c$이고 $c \ne a$'이다.

즉, 'a, b, c는 모두 서로 다른 수이다.'

또한, $(a-b)(b-c)(c-a)=0$의 부정은

$(a-b)(b-c)(c-a) \ne 0$이므로 주어진 명제의 대우는

'a, b, c가 모두 서로 다른 수이면

$(a-b)(b-c)(c-a) \ne 0$이다.'

16 정답 ③

해설 $\sim p \rightarrow q$가 참이므로 $P^C \subset Q$

$r \rightarrow \sim q$가 참이므로 $R \subset Q^C$

또, $\sim p \rightarrow q$와 $r \rightarrow \sim q$의 대우인 $q \rightarrow \sim r$이 참이므로

$\sim p \rightarrow \sim r$이 참이다.

$\therefore P^C \subset R^C$

따라서 항상 옳은 것은 ③이다.

17 정답 ③

해설 두 명제 $p \rightarrow q$, $\sim p \rightarrow r$가 참이므로 $P \subset Q$, $P^C \subset R$이다.

또한, 두 명제의 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$, $\sim r \rightarrow p$도 참이므로 $Q^C \subset P^C$, $R^C \subset P$이다.

ㄱ. $Q^C \subset P^C$, $P^C \subset R$에서 $Q^C \subset R$이므로 명제 $\sim q \rightarrow r$는 참이다. (참)

ㄴ. $P^C \subset R$이므로 $P \not\subset R$ (거짓)

ㄷ. $R^C \subset P$에서 $P \cup R^C = P$이고, $P \subset Q$이므로 $(P \cup R^C) \subset Q$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

18 정답 3

해설 세 명제 $p \rightarrow q$, $\sim r \rightarrow \sim q$, $\sim s \rightarrow q$가 모두 참이므로 각각의 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$, $q \rightarrow r$, $\sim q \rightarrow s$도 참이다.

또, $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$가 참이므로 $p \rightarrow r$가 참이다.

또한, $\sim s \rightarrow q$, $q \rightarrow r$가 참이므로 $\sim s \rightarrow r$가 참이다.

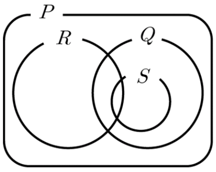
따라서 항상 참인 명제는 ㄱ, ㄴ, ㄹ의 3개이다.

19 정답 ④

해설 p : A가 보충수업을 신청한다.
q : B가 보충수업을 신청한다.
r : C가 보충수업을 신청한다.
라 하면 (가)에 의해 $p \Rightarrow q$
(나)에 의해 $\sim p \Rightarrow r$
각각의 대우도 참이므로
$p \Rightarrow q$ 에서 $\sim q \Rightarrow \sim p$
$\sim p \Rightarrow r$ 에서 $\sim r \Rightarrow p$
$\sim r \Rightarrow p$ 이고 $p \Rightarrow q$ 이므로 $\sim r \Rightarrow q$
$\sim r \Rightarrow q$의 대우도 참이므로 $\sim q \Rightarrow r$
즉, 주어진 명제는 다음과 같다.
① $p \to \sim r$ ② $\sim p \to \sim q$ ③ $q \to r$
④ $\sim q \to r$ ⑤ $r \to \sim q$
따라서 반드시 참인 명제는 ④이다.

20 정답 ⑤

해설 x가 $4, 6, 8$의 배수이면 x는 2의 배수이므로
네 조건 p, q, r, s의 진리집합을 각각
P, Q, R, S라 하면 $Q \subset P$, $R \subset P$, $S \subset P$
또한, x가 8의 배수이면 x는 4의 배수이므로 $S \subset Q$
즉, 네 집합 P, Q, R, S의 포함 관계를
벤다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다.



ㄱ. r가 s이기 위한 필요조건이라면 $S \subset R$이어야 한다.
그런데 위 그림에서 $S \not\subset R$이므로 r는 s이기 위한 필요조건이 아니다. (거짓)
ㄴ. $S \subset Q$이므로 $(R \cap S) \subset Q$
즉, (r이고 s)는 q이기 위한 충분조건이다. (참)
ㄷ. $Q \cup S = Q$이고 $Q \subset R \cup Q$이므로
$(Q \cup S) \subset (R \cup Q)$
즉, (q 또는 r)는 (s 또는 q)이기 위한 필요조건이다. (참)
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

21 정답 ④

해설 필요조건을 이용하여 추론하기
$(x+1)(x+2)(x-3)=0$에서
$x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=3$이고,
$x^2+kx+k-1=(x+1)(x+k-1)=0$에서
$x=-1$ 또는 $x=-k+1$이므로
실수 x에 대한 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{-2, -1, 3\}$, $Q=\{-1, -k+1\}$
p가 q이기 위한 필요조건이 되려면
$Q \subset P$
$-k+1 \in Q$에서 $-k+1 \in P$이므로
$-k+1=-2$이면 $k=3$,
$-k+1=-1$이면 $k=2$,
$-k+1=3$이면 $k=-2$
따라서 모든 정수 k의 값의 곱은
$3 \cdot 2 \cdot (-2)=-12$

22 정답 ②

해설 조건 p의 진리집합을 P라 하면 $x^2-10x+21=0$에서
$(x-7)(x-3)=0$
따라서 $x=3$ 또는 $x=7$이므로
$P=\{3, 7\}$
또한, 조건 q의 진리집합을 Q라 하면 조건 q에 대하여
$\sim q$: $|x-4|<2k$
이때 k는 자연수이므로
$-2k<x-4<2k$
$-2k+4<x<2k+4$
즉, $Q^C=\{x|-2k+4<x<2k+4\}$이므로
p가 $\sim q$이기 위한 충분조건이 되려면 $P \subset Q^C$이어야 한다.

즉, $-2k+4<3$이고 $7<2k+4$이어야 한다.
$k>\frac{1}{2}$이고 $k>\frac{3}{2}$이므로
$k>\frac{3}{2}$
따라서 자연수 k의 최솟값은 2이다.

23 정답 ②

해설 조건 p에서

(ⅰ) $x \geq 1$일 때,

$x-1 \geq 0$이므로 $4(x-1) < 12+2x$

$2x < 16$, $x < 8$

따라서 부등식의 해는 $1 \leq x < 8$

(ⅱ) $x < 1$일 때,

$x-1 < 0$이므로 $-4(x-1) > 12+2x$

$6x > -8$, $x > -\frac{4}{3}$

따라서 부등식의 해는 $-\frac{4}{3} < x < 1$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $-\frac{4}{3} < x < 8$

이때 p는 q이기 위한 필요충분조건이므로

$a = -\frac{4}{3}$, $b = 8$

따라서 $b+3a = 8+3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = 4$

24 정답 ②

해설 주어진 조건에 의하여 다음이 성립한다.

$1 \in A$이면 $3 \not\in A$이다.

$2 \in A$이면 $6 \not\in A$이다.

$3 \in A$이면 $9 \not\in A$이다.

$4 \in A$이면 $12 \not\in A$이다.

즉, 위의 네 명제의 대우인 다음 명제도 모두 참이다.

$3 \in A$이면 $1 \not\in A$이다.

$6 \in A$이면 $2 \not\in A$이다.

$9 \in A$이면 $3 \not\in A$이다.

$12 \in A$이면 $4 \not\in A$이다.

따라서 집합 A의 모든 원소의 합이 최대이려면 5, 7, 8, 10, 11은 모두 A의 원소이고 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12 중 12, 9, 6, 1만 A의 원소이어야 한다.

따라서 집합 A중 모든 원소의 합이 최대인 집합은

$\{1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

이므로 집합 A의 모든 원소의 합의 최댓값은

$1+5+6+7+8+9+10+11+12 = 69$

25 정답 ③

해설 $r \longrightarrow \sim q$ 이므로 $q \longrightarrow \sim r$

$\sim p \longrightarrow q$ 이고 $q \longrightarrow \sim r$ 이므로 삼단논법에 의하여 $\sim p \longrightarrow \sim r$

$\therefore\ r \longrightarrow p$

따라서, $p \longleftrightarrow r$가 되려면 $r \longrightarrow p$ 이외에 $p \longrightarrow r$ 가 더 필요하다.