

# 유형별 학습

이름

## 교과서\_비상교육 - 공통수학2 26~28p(내분점-직방)

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리

01

[2010년 11월 고1 3번]

두 점 A(4, -3), B(9, 7)에 대하여 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점의 좌표는?

- ① (7, 3)      ② (7, 4)      ③ (13, 7)  
④ (13, 15)     ⑤ (15, 2)

02

두 점 A(-3, -1), B(1, 7)에 대하여 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점이 직선  $y = ax + 5$  위에 있을 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

03

[2022년 9월 고1 5번/3점]

좌표평면 위의 두 점 A(-4, 0), B(5, 3)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표가  $(a, b)$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

04

좌표평면 위의 두 점 A(4, 1), B(-2, 5)를 이은 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점이 P  $(a, b)$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{2}$       ② 3      ③  $\frac{7}{2}$   
④ 4      ⑤  $\frac{9}{2}$

05

점 (3, 2)를 지나고 기울기가 -2인 직선의 방정식을  $y = ax + b$ 라 할 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ① 6      ② 4      ③ 2  
④ 0      ⑤ -2

06

두 점 (3, 8), (5, 16)을 지나는 직선의 방정식을  $ax + by - 4 = 0$ 이라고 할 때, 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하시오.

**07**

점  $(2, -1)$ 을 지나고 직선  $y = 2x + 4$ 에 평행한 직선의 방정식은?

- ①  $y = \frac{1}{2}x - 2$       ②  $y = 2x - 5$   
 ③  $y = -2x - 5$       ④  $y = 2x + 2$   
 ⑤  $y = -2x + 5$

**08**

두 일차함수  $y = (2 - 3a)x - 2$ 와  $y = ax + 2$ 의 그래프가 서로 평행할 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-1$       ③  $\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $2$

**09**

점  $(2, 1)$ 을 지나고 직선  $x - 2y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ①  $y = 2x + 5$       ②  $y = -2x + 5$   
 ③  $y = 2x - 5$       ④  $y = 5x + 2$   
 ⑤  $y = 5x - 2$

**10**

점  $(1, 2)$ 를 지나고 직선  $x + 2y - 3 = 0$ 과 평행한 직선의 방정식을 구하면?

- ①  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$       ②  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$   
 ③  $y = -2x + 2$       ④  $y = 2x - 5$   
 ⑤  $y = 2x - \frac{5}{2}$

**11**

좌표평면 위의 점  $(2, 4)$ 와 직선  $x + 2y = 0$  사이의 거리는?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $2$       ③  $\sqrt{5}$   
 ④  $2\sqrt{5}$       ⑤  $5$

**12**

점  $(-1, 2)$ 과 직선  $y = -4$  사이의 거리를 구하시오.

**13** 두 점 A(5, -1), B(-3, 7)에 대하여 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점을 P, 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, 선분 PM의 길이를  $k^2$ 라 하자.  $k^2$ 의 값을 구하시오.

**14** 세 점 A(3,  $a+1$ ), B( $b+4$ , -5), C( $b-2$ ,  $a-8$ )에 대하여 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점의 좌표가 (6, 1)일 때, 선분 BC를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는 ( $p$ ,  $q$ )이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

**15** 직선  $4x + 5y = k$ 와  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10일 때, 양수  $k$ 의 값을 구하시오.

**16** 제3사분면을 지나지 않는 직선  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 15일 때, 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하시오.

**17** 두 직선  $x + 2y + 3 = 0$ ,  $x + 5y - 11 = 0$ 의 교점을 지나고 직선  $x - y - 4 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| ① $3x + 3y + 10 = 0$ | ② $3x + 3y + 20 = 0$ |
| ③ $3x + 3y + 23 = 0$ | ④ $5x + 5y + 18 = 0$ |
| ⑤ $5x + 5y + 23 = 0$ |                      |

**18**

[2019년 9월 고1 18번 변형]

0이 아닌 실수  $m$ 에 대하여 직선  $l : y = \frac{1}{m}x + 3$  위의

점  $A(a, 6)$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $B$ 라 하고,

점  $B$ 에서 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자.

다음은 삼각형  $OBH$ 가  $m$ 의 값에 관계없이

이등변삼각형임을 보이는 과정이다. (단, ○는 원점이다.)

점  $A(a, 6)$ 은 직선  $l : y = \frac{1}{m}x + 3$  위의 점이므로

$a = \boxed{\text{(가)}}$

직선  $BH$ 는 직선  $l$ 에 수직이므로

직선  $BH$ 의 방정식은  $y = -m(x - \boxed{\text{(가)}})$

직선  $l$ 과 직선  $BH$ 가 만나는 점  $H$ 의 좌표는

$$H\left(\frac{3m^3 - 3m}{\boxed{\text{(나)}}}, \frac{6m^2}{\boxed{\text{(나)}}}\right)$$

선분  $OH$ 의 길이는

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(\frac{3m^3 - 3m}{\boxed{\text{(나)}}}\right)^2 + \left(\frac{6m^2}{\boxed{\text{(나)}}}\right)^2} \\ &= \frac{|3m|}{\boxed{\text{(나)}}} \sqrt{m^4 + \boxed{\text{(다)}} \cdot m^2 + 1} \\ &= |\boxed{\text{(가)}}| \end{aligned}$$

즉, 선분  $OH$ 의 길이와 선분  $OB$ 의 길이가 서로 같다.

따라서 삼각형  $OBH$ 는  $m$ 의 값에 관계없이

이등변삼각형이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(m)$ ,  $g(m)$ 이라 하고,  
(다)에 알맞은 수를  $k$ 라 할 때,  $f(k) + g(k)$ 의 값은?

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ① 9  | ② 10 | ③ 11 |
| ④ 12 | ⑤ 13 |      |

**19**

세 점  $A(1, 2)$ ,  $B(2, -3)$ ,  $C(4, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는  $\triangle ABC$ 에 대하여 점  $A$ 를 지나고  $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

- |                                     |                                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| ① $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ | ② $y = \frac{1}{2}x + 5$           |
| ③ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ | ④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ |
| ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  |                                    |

**20**

직선  $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$ 과  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선  $y = mx$ 가 이등분할 때, 상수  $m$ 의 값은?

- |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $\frac{1}{2}$ | ② 1             | ③ $\frac{3}{2}$ |
| ④ 2             | ⑤ $\frac{5}{2}$ |                 |

**21**

세 점  $A(3, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(-1, 2)$ 에 대하여 점  $C$ 에서 직선  $AB$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 할 때, 선분  $CH$ 의 길이는?

- |              |              |     |
|--------------|--------------|-----|
| ① 1          | ② $\sqrt{2}$ | ③ 2 |
| ④ $\sqrt{5}$ | ⑤ 3          |     |

**22** 두 점  $A(3, 1)$ ,  $B(a, b)$ 를 이은 선분  $AB$ 의 연장선 위의 점  $C(7, 9)$ 에 대하여  $3\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 3$ )

**23**  $A(4, 3)$ 인 정삼각형 ABC의 두 꼭짓점 B, C를 직선  $y = -x + 1$ 이 지날 때, 이 정삼각형의 한 변의 길이는?

- ①  $2\sqrt{5}$       ②  $2\sqrt{6}$       ③ 4  
④ 5      ⑤ 6

**24** 두 점  $A(a, 4)$ ,  $B(-3, b)$ 에 대하여  $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표가  $(2, 1)$ 일 때, 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?

- ① -3      ② -1      ③ 1  
④ 3      ⑤ 5

**25** 세 점  $A(-1, 1)$ ,  $B(-3, -2)$ ,  $C(2, -1)$ 에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 D의 좌표를 정하면?

- ① (4, 2)      ② (2, 4)  
③ (3, 5)      ④ (5, 3)  
⑤ (1, -5)

**26**  $A(0, 6)$ ,  $B(6, -2)$ ,  $C(7, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 D의 좌표를 구하면?

- ① (1, 0)      ② (2, 1)  
③ (3, -1)      ④ (-1, 2)  
⑤ (1, 13)

		유형별 학습	이름

## 교과서\_비상교육 - 공통수학2 26~28p(내분점-직방)

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리

### 빠른정답

01 ①	02 2	03 ④
04 ③	05 ①	06 -4
07 ②	08 ③	09 ②
10 ①	11 ④	12 6
13 8	14 3	15 20
16 30	17 ③	18 ③
19 ①	20 ①	21 ③
22 7	23 ②	24 ⑤
25 ①	26 ⑤	

# 유형별 학습

이름

## 교과서\_비상교육 - 공통수학2 26~28p(내분점-직방)

선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 점과 직선 사이의 거리

### 01 정답 ①

해설 선분의 내분점의 좌표를 구하기

선분 AB를 3:2로 내분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{3 \times 9 + 2 \times 4}{3+2}, \frac{3 \times 7 + 2 \times (-3)}{3+2} \right) = (7, 3)$$

### 02 정답 2

해설 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{1 \cdot 1 + 3 \cdot (-3)}{1+3}, \frac{1 \cdot 7 + 3 \cdot (-1)}{1+3} \right), 즉 (-2, 1)$$

이때 점 (-2, 1)이 직선  $y = ax + 5$  위에 있으므로

$$1 = -2a + 5, 2a = 4$$

$$\therefore a = 2$$

### 03 정답 ④

해설 선분의 내분점 계산하기

선분 AB를 2:1로 내분하는 점의 좌표가  $(a, b)$ 이므로

$$a = \frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot (-4)}{2+1} = 2, b = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0}{2+1} = 2$$

$$\therefore a+b = 2+2 = 4$$

### 04 정답 ③

해설 점 P의 좌표가  $(a, b)$ 이므로

$$a = \frac{3 \times (-2) + 1 \times 4}{3+1} = -\frac{1}{2}$$

$$b = \frac{3 \times 5 + 1 \times 1}{3+1} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = \frac{7}{2}$$

### 05 정답 ①

해설 점 (3, 2)를 지나고 기울기가 -2인 직선의 방정식은

$$y - 2 = -2(x - 3)$$

$$\therefore y = -2x + 8$$

따라서  $a = -2, b = 8$ 이므로

$$a+b = -2+8 = 6$$

### 06 정답 -4

해설 두 점 (3, 8), (5, 16)을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 8 = \frac{16-8}{5-3}(x-3)$$

$$\therefore y = 4x - 4$$

즉,  $4x - y - 4 = 0$ 이므로  $a = 4, b = -1$

$$\therefore ab = -4$$

### 07 정답 ②

해설  $y = 2x + 4$ 에 평행한 직선의 기울기는 2이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - (-1) = 2(x - 2)$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

### 08 정답 ③

해설 기울기가 같고  $y$ 절편이 다르면 두 직선은 평행하다.

두 그래프의 기울기가 같으므로  $2 - 3a = a$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

### 09 정답 ②

해설  $x - 2y + 1 = 0, y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

이 직선과 수직이므로 기울기는 -2

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - 1 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 5$$

## 10 정답 ①

**해설**  $x+2y-3=0$ 의 기울기는  $-\frac{1}{2}$ 이므로

$(1,2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y-2=-\frac{1}{2}(x-1)$$

$$\therefore y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$$

## 11 정답 ④

**해설** 점  $(2, 4)$ 와 직선  $x+2y=0$  사이의 거리  $d$ 는

$$d = \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = 2\sqrt{5}$$

## 12 정답 6

**해설**  $| -4 - 2 | = 6$

## 13 정답 8

**해설** 점 P의 좌표는

$$\left( \frac{1 \cdot (-3) + 3 \cdot 5}{1+3}, \frac{1 \cdot 7 + 3 \cdot (-1)}{1+3} \right), 즉 (3, 1)$$

점 M의 좌표는

$$\left( \frac{5+(-3)}{2}, \frac{-1+7}{2} \right), 즉 (1, 3)$$

$$\therefore \overline{PM} = k = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{8}$$

$$\therefore k^2 = 8$$

## 14 정답 3

$$\text{해설 } \frac{3 \cdot (b+4) + 2 \cdot 3}{3+2} = 6,$$

$$\frac{3 \cdot (-5) + 2 \cdot (a+1)}{3+2} = 10 \text{이므로}$$

$$3b+12=24, 2a+2=20$$

$$\therefore a=9, b=4$$

$$\therefore B(8, -5), C(2, 1)$$

따라서 두 점 B(8, -5), C(2, 1)에 대하여 선분 BC를 1:2로 내분하는 점의 좌표가  $(p, q)$ 이므로

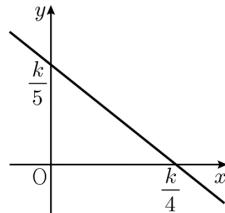
$$p = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 8}{1+2} = 6, q = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot (-5)}{1+2} = -3$$

$$\therefore p+q=3$$

## 15 정답 20

**해설**  $4x+5y=k$ 에서  $x$ 절편은  $\frac{k}{4}$ ,  $y$ 절편은  $\frac{k}{5}$ 이다.

다음 그림에서 삼각형의 넓이가 10이므로



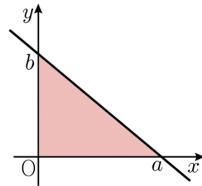
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{k}{4} \cdot \frac{k}{5} = 10, k^2 = 400$$

$$\therefore k=20 (\because k>0)$$

## 16 정답 30

**해설** 직선  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 에서  $x$ 절편은  $a$ ,  $y$ 절편은  $b$ 이다.

이때 이 직선이 제3사분면을 지나지 않으므로  $a > 0$ ,  $b > 0$ 이고 그레프는 다음 그림과 같다.



어두운 부분의 넓이가 15이므로

$$\frac{1}{2}ab = 15$$

$$\therefore ab = 30$$

## 17 정답 ③

**해설** 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$x+2y+3+k(x+5y-11)=0 \text{ (단, } k \text{는 실수)}$$

$$\therefore (k+1)x+(5k+2)y-11k+3=0 \quad \dots \textcircled{①}$$

직선 ①과 직선  $x-y-4=0$ 이 서로 수직이므로

$$(k+1) \cdot 1 + (5k+2) \cdot (-1) = 0$$

$$-4k-1=0$$

$$\therefore k=-\frac{1}{4}$$

$$k=-\frac{1}{4} \text{을 } \textcircled{①} \text{에 대입하여 정리하면}$$

$$\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y + \frac{23}{4} = 0$$

$$\therefore 3x+3y+23=0$$

## 18 정답 ③

**해설** 점 A( $a, 6$ )는 직선  $l: y = \frac{1}{m}x + 3$  위의 점이므로

$$a = \boxed{3m}$$

직선 BH는 직선  $l$ 에 수직이므로

직선 BH의 방정식은  $y = -m(x - \boxed{3m})$

$$\frac{1}{m}x + 3 = -m(x - 3m)$$

직선  $l$ 과 직선 BH가 만나는 점 H의 좌표는

$$H\left(\frac{3m^3 - 3m}{m^2 + 1}, \frac{6m^2}{m^2 + 1}\right)$$

선분 OH의 길이는

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(\frac{3m^3 - 3m}{m^2 + 1}\right)^2 + \left(\frac{6m^2}{m^2 + 1}\right)^2} \\ &= \frac{|3m|}{m^2 + 1} \sqrt{m^4 + \boxed{2} \cdot m^2 + 1} \\ &= \boxed{|3m|} \end{aligned}$$

즉, 선분 OH의 길이와 선분 OB의 길이가 서로 같다.

따라서 삼각형 OBH는  $m$ 의 값에 관계없이  
이등변삼각형이다.

즉,  $f(m) = 3m$ ,  $g(m) = m^2 + 1$ ,  $k = 2$ 이므로

$$f(2) + g(2) = 6 + 5 = 11$$

## 19 정답 ①

**해설** 점 A를 지나고  $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면 직선이  $\overline{BC}$ 의 중점을 지나야 한다.

$\overline{BC}$ 의 중점은  $\left(\frac{2+4}{2}, \frac{-3+5}{2}\right)$ , 즉  $(3, 1)$ 이므로

두 점  $(1, 2)$ ,  $(3, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1-2}{3-1}(x - 1)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

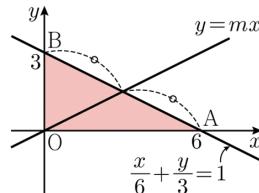
## 20 정답 ①

**해설** 직선  $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$ 과  $x$ 축,  $y$ 축의 교점을 각각 A, B라 하면

$$A(6, 0), B(0, 3)$$

다음 그림과 같이 직선  $y = mx$ 가 원점 O를 지나므로

삼각형 OAB의 넓이를 이등분하려면  $\overline{AB}$ 의 중점을  
지나야 한다.



$\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{6+0}{2}, \frac{0+3}{2}\right), 즉 \left(3, \frac{3}{2}\right)$$

따라서 직선  $y = mx$ 가 점  $\left(3, \frac{3}{2}\right)$ 을 지나므로

$$\frac{3}{2} = 3m$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}$$

## 21 정답 ③

**해설** 직선 AB의 방정식은

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1, 4x + 3y = 12$$

$$\therefore 4x + 3y - 12 = 0 \quad \dots \textcircled{7}$$

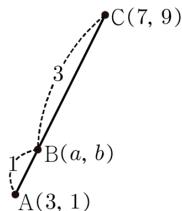
점 C에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H에 대하여 선분 CH의 길이는 직선  $\textcircled{7}$ 과 점 C 사이의 거리와 같으므로

$$\overline{CH} = \frac{|4 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

## 22 정답 7

**해설**  $3\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서  $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 3$

점 C는  $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 있고  $a > 0$ 이므로 세 점 A, B, C의 위치는 다음 그림과 같다.



점 B는  $\overline{AC}$ 를  $1:3$ 으로 내분하는 점이므로

$$a = \frac{1 \cdot 7 + 3 \cdot 3}{1+3} = 4$$

$$b = \frac{1 \cdot 9 + 3 \cdot 1}{1+3} = 3$$

$$\therefore a+b=7$$

## 23 정답 ②

**해설** 점 A(4, 3)과 직선  $x+y-1=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4+3-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 3\sqrt{2}$$

정삼각형의 한 변의 길이를  $a$ , 높이를  $h$ 라고 하면

$$\frac{h}{a} = \sin 60^\circ \text{ 곧, } a = \frac{2}{\sqrt{3}}h$$

이므로 한 변의 길이는

$$3\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

## 24 정답 ⑤

**해설** 선분 AB의 중점의 좌표가 (2, 1)이므로

$$\frac{a-3}{2} = 2, \frac{4+b}{2} = 1$$

따라서  $a=7$ ,  $b=-20$ 이므로

$a+b$ 의 값은 5이다.

## 25 정답 ①

**해설** D( $a, b$ )라 두면 평행사변형의 성질로부터

대각선  $\overline{AD}$ 의 중점과  $\overline{BC}$ 의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a=4, b=2$$

## 26 정답 ⑤

**해설** "평행사변형의 대각선은 서로를 이등분한다."는 성질을 이용하자.

D( $x, y$ )라 하면  $\overline{AC}$ 의 중점  $\left(\frac{7}{2}, \frac{11}{2}\right)$ 과  $\overline{BD}$ 의 중점

$\left(\frac{6+x}{2}, \frac{-2+y}{2}\right)$ 가 같다.

$$\therefore 6+x=7, -2+y=11$$

$$\therefore x=1, y=13$$