

# 2학년 2021년 성동고 1학기 기말 수학 I

1.  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AB} = \sqrt{3}$ ,  $\overline{AC} = 8$ 이고 넓이가  $2\sqrt{3}$  일 때,  
 $\angle BAC$ 의 크기를 2개 고르면? [21성동]

- ①  $30^\circ$       ②  $60^\circ$       ③  $120^\circ$   
 ④  $135^\circ$       ⑤  $150^\circ$

2.  $\triangle ABC$ 에서  $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $b = 5$ ,  $c = 8$  일 때,  $a$ 의 값은?

[21성동]

- ① 6      ② 7      ③ 9  
 ④ 10      ⑤ 11

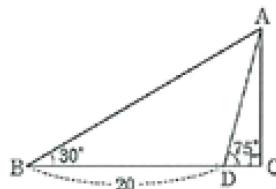
3.  $B = 30^\circ$ ,  $C = 90^\circ$  인 직각삼각형

ABC에서  $\angle ADC = 75^\circ$  가 되도록  
 변 BC 위에 점 D를 잡으면

$\overline{BD} = 20$  이다.  $\overline{AD}$ 의 길이는?

[21성동]

- ①  $10\sqrt{2}$       ②  $12\sqrt{2}$       ③  $15\sqrt{2}$   
 ④  $18\sqrt{2}$       ⑤  $20\sqrt{2}$



4.  $\triangle ABC$ 에서  $a \cos B + b \cos(\pi - A) = c$  이면 이 삼각형은  
 어떤 삼각형인가? [21성동]

- ①  $C = 90^\circ$  인 직각삼각형      ②  $a = b$  인 이등변삼각형  
 ③  $b = c$  인 이등변삼각형      ④  $A = 90^\circ$  인 직각삼각형  
 ⑤  $a = b = c$  인 정삼각형

5. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 64$ ,  $a_3 = 4$ ,  $a_k = \frac{1}{1024}$  이다.  $k$ 의 값은? [21성동]

- ① 6      ② 7      ③ 8  
 ④ 9      ⑤ 10

6. 세 수 2,  $a$ , 10이 이 순서대로 등차수열을 이루고 세 수  
 $a$ ,  $b$ , 24가 등비수열을 이루면  $a+b$ 의 최댓값은? [21성동]

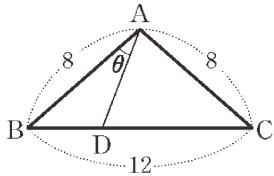
- ① 6      ② 9      ③ 12  
 ④ 15      ⑤ 18

7.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 6$ ,  $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 20$  일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k + c)^2 = 74$  라고 한다.  
정수  $c$ 의 값은? [21성동]

- ① -3      ② -1      ③ 1  
④ 3      ⑤ 5

8.  $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$ ,  $\overline{BC} = 12$  인  
이등변삼각형 ABC에 대하여 변  
 $BC$ 를 1:2로 내분하는 점을 D라  
하자.  $\angle BAD = \theta$  라 할 때,  
 $\overline{AD} + \cos \theta$ 의 값은? [21성동]

- ①  $\frac{33\sqrt{2}}{8}$       ②  $\frac{35\sqrt{2}}{8}$       ③  $\frac{37\sqrt{2}}{8}$   
④  $\frac{39\sqrt{2}}{8}$       ⑤  $\frac{41\sqrt{2}}{8}$



9.  $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{167}+\sqrt{169}}$  의  
값은? [21성동]

- ① 4      ② 6      ③ 8  
④ 10      ⑤ 12

10. 넓이가  $8\sqrt{2}$  인  $\triangle ABC$ 에서

$$\sin A : \sin B : \sin C = \sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$$

일 때, 다음 중 옳은 것을 3개 고르면? [21성동]

- ①  $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{3}$   
②  $b = 4$   
③  $\angle C = 60^\circ$   
④  $c = 2\sqrt{3}$   
⑤  $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는  $2\sqrt{3}$

11. 다음은  $n \geq 2$  인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 2 - \frac{1}{n} \quad \dots \quad (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

(i)  $n = \boxed{\text{(가)}}$  일 때,

$$\text{(좌변)} = \boxed{\text{(나)}}, \quad \text{(우변)} = \frac{3}{2}$$

따라서  $n = \boxed{\text{(가)}}$  일 때 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n = k$  ( $k \geq \boxed{\text{(가)}}$ ) 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{k^2} < 2 - \frac{1}{k}$$

$n = k+1$  일 때,

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(k+1)^2} < \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{(k+1)^2}$$

이때  $k \geq \boxed{\text{(가)}}$  이므로

$$\begin{aligned} & \left\{ \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{(k+1)^2} \right\} - \left( 2 - \boxed{\text{(라)}} \right) \\ &= -\frac{1}{k(k+1)^2} < 0 \end{aligned}$$

에서

$$\left\{ \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{(k+1)^2} \right\} < \left( 2 - \boxed{\text{(라)}} \right)$$

$$\therefore 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(k+1)^2} < 2 - \boxed{\text{(라)}}$$

따라서  $n = k+1$  일 때도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여  $n \geq 2$  인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
(\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각  $a, b$  라 하고,  
(다), (라)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(k)$  라 할 때,  
 $30(f(b) + g(a))$ 의 값은? [21성동]

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ① 44 | ② 45 | ③ 46 |
| ④ 47 | ⑤ 48 |      |

12. 수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2 - a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의될 때,  $6 \left( a_3 + \frac{1}{a_{12}} \right)$ 의 값은? [21성동]

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ① 9  | ② 10 | ③ 11 |
| ④ 13 | ⑤ 14 |      |

13. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 1, a_5 = 4$  이고

$$a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{이 성립할 때},$$

$$\sum_{k=1}^{18} k(a_{2k+1} - a_{2k-1}) = p \times 2^{17} + q \quad \text{이라고 한다. } p - q \text{의 값은?}$$

(단,  $p, q$ 는 자연수이고  $q < 2^{17}$  이다.) [21성동]

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ① 33 | ② 34 | ③ 35 |
| ④ 36 | ⑤ 37 |      |

14. 첫째항부터 제5항까지의 합이 185, 첫째항부터  
제10항까지의 합이 220인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{20} |a_k| \text{의 값은? } [21\text{성동}]$$

- ① 590      ② 610      ③ 630  
④ 650      ⑤ 670

15. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^n a_k = 2n^2 - 5n$  일 때,

$$\sum_{k=3}^{17} \frac{4}{a_k a_{k+1}} = \frac{q}{p} \text{이다. } p+q \text{의 값은?}$$

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [21성동]

- ① 69      ② 71      ③ 73  
④ 75      ⑤ 77

16. 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수의 집합을  $A$ ,  
4로 나누었을 때 나머지가 3인 자연수의 집합을  $B$ 라고 할  
때, 집합  $A \cap B$ 의 원소를 작은 것부터 차례대로 나열할  
수열을  $\{a_n\}$ 라 하자. 수열  $\{a_n\}$ 이 처음으로 100 보다  
커지는 항이 제  $m$  항일 때, 첫째항부터 제  $m$  항까지의 합은?  
[21성동]

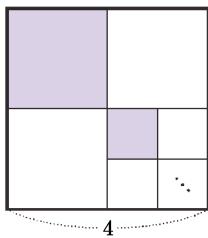
- ① 328      ② 423      ③ 450  
④ 531      ⑤ 540

17. 그림과 같이 자연수를 나열할 때,  $n$  행에 나열되는 수들의  
합을  $a_n$ 이라 하자. 이 때  $\sum_{k=1}^n a_k$ 의 값을 구하시오. [21성동]

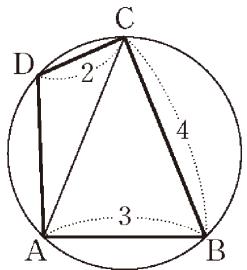
1행	1
2행	2    4
3행	3    6    9
4행	4    8    12    16
5행	5    10    15    20    25
:	:

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 모양의 종이가 있다. 첫 번째 시행에서 각 변의 중점을 이어서 만든 네 개의 정사각형 중에서 왼쪽 위의 정사각형을 색칠한다. 두 번째 시행에서 첫 번째 시행 후 남은 오른쪽 아래의 정사각형에서 같은 방법으로 정사각형을 색칠한다. 이와 같은 시행을 반복할 때,  $n$  번째 시행에서 색칠하는 정사각형의 넓이를  $a_n$ 이라 하자.

색칠한 정사각형의 넓이의 합이 처음으로  $\frac{341}{64}$  보다 커지는 것은  $k$  번째 시행이라고 한다.  $a_k$ 의 값을 구하시오. [21성동]

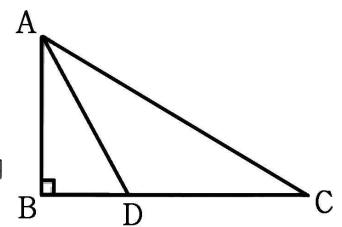


19. 원에 내접하는  $\square ABCD$ 에서  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{BC} = 4$ ,  $\overline{CD} = 2$ 이고  $\triangle ABC$ 의 넓이가  $4\sqrt{2}$  일 때,  $\overline{AC}$ 와  $\overline{AD}$ 의 길이를 구하시오. (단,  $B$ 는 예각이다.) [21성동]



2020수원 가형 실전모의고사 2회

20.  $\overline{BC} = 3$ ,  $B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC가 있다.  $\overline{BD} = 1$ 인 변 BC 위의 점 D에 대하여  $\angle CAD$ 의 크기가 최대가 될 때,  $\overline{AD}$ 의 길이를 구하시오. [21성동]



## 2학년 2021년 성동고 1학기 기말 수학 I

- 
- 1) ①, ⑤  
2) ②  
3) ①  
4) ④  
5) ④  
6) ⑤  
7) ①  
8) ③  
9) ②  
10) ①, ②, ⑤  
11) ③  
12) ③  
13) ①  
14) ②  
15) ⑤  
16) ④  
17)  $\frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24}$   
 $\frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{12}$  라고 써도 정답  
18)  $\frac{1}{256}$   
19)  $\overline{AC} = \sqrt{17}$ ,  $\overline{AD} = 3$   
20) 2