교과서_미래엔 - 공통수학1 134~135p(중단원)_행렬

행렬 ~ 행렬의 연산

실시일자	-
28문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -3 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$의 $(2,\ 3)$ 성분을 구하시오.

02 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$에서 $(i,\ j)$ 성분을 a_{ij}라 할 때, $a_{12}+a_{21}$의 값을 구하시오. (단, $i=1,\ 2,\ j=1,\ 2$)

03 행렬 $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$의 $(3,\ 2)$ 성분을 구하시오.

04 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$에서 $A=(a_{ij})$일 때, a_{12}를 구하시오.

05 등식 $\begin{pmatrix} 3a+b & 2 \\ 2a-3b & 3c-1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 13 & -4 \end{pmatrix}$가 성립할 때, $a+b+c$의 값을 구하시오.

06 등식 $\begin{pmatrix} z & -2 \\ -12 & x+y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x^2+y^2 & -2 \\ 3xy & 3 \end{pmatrix}$을 만족시키는 실수 z의 값을 구하시오. (단, x, y는 실수이다.)

07 [2014년 3월 고3 문과 2번/2점]

두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A-B$의 모든 성분의 합은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

08

두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A-B$는?

① $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

09 [2014년 11월 고3 이과 1번/2점]

두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A+B$의 모든 성분의 합은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

10 [2013년 11월 고3 이과 1번/2점]

두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A+B$의 모든 성분의 합이 6일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

11 [2012년 11월 고2 이과 2번/2점]

두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A-2B$는?

① $\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} -6 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} -6 & -7 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

12 [2025년 10월 고1 3번 변형]

두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A+2B$의 모든 성분의 합은?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

13 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 BA의 $(2,\ 1)$ 성분은?

① -6　② -3　③ 0
④ 3　⑤ 6

14 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} x & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$에 대하여 AB의 $(2,\ 1)$ 성분이 9일 때, 실수 x의 값을 구하시오.

15 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $AB(A+B)$의 모든 성분의 합을 구하시오.

16 다음 $\square$ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

> 행렬 A가 $m\times n$행렬, 행렬 B가 $n\times m$행렬일 때, 행렬 AB는 $\square$행렬이다.

17 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 다음 중 그 곱을 정의할 수 없는 것은?

① AB　② AC　③ BA
④ BC　⑤ CA

18 행렬 $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$에 대하여 $A=(a_{ij})$일 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

> ㄱ. 2×3 행렬이다.
> ㄴ. 제2행의 성분은 $2,\ 5$이다.
> ㄷ. $j=1$인 모든 성분의 합은 1이다.
> ㄹ. $i\neq j$인 모든 성분의 곱은 24이다.

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄹ　③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

19 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 4 & 2 & -1 \\ -8 & -3 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 다음 조건을 만족하는 상수 α, β에 대하여 $\alpha\beta$의 값을 구하시오.

> (가) $(2,\ 2)$ 성분과 $(3,\ 1)$ 성분의 합은 α이다.
> (나) 행렬 A의 $(i,\ j)$ 성분 a_{ij}에 대하여 $i+j=5$를 만족하는 모든 성분의 합은 β이다.

20 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & a-b \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ ab & -1 \end{pmatrix}$에 대하여 $A=B$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

21 등식 $\begin{pmatrix} 1+cd & a+5 \\ -d & -3c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2b-1 & 2d \\ 2a & -6 \end{pmatrix}$을 만족시키는 실수 a, b, c, d의 값에 대하여 $a+b+c+d$의 값을 구하시오.

22 다음 등식을 만족시키는 행렬 X의 모든 성분의 합을 구하시오.

> $$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}+2X=\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

23 [2012년 3월 고3 이과 2번/2점]

두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$에 대하여 $2A=X-B$를 만족시키는 행렬 X의 모든 성분의 합은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

24 행렬 $A=\begin{pmatrix} k & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A^2의 모든 성분의 합이 0이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은?

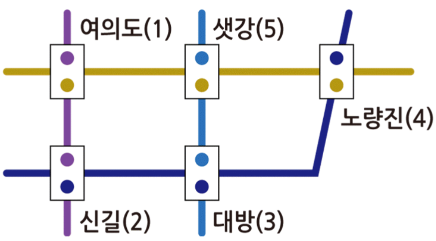
① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

25 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\0 & a\end{pmatrix}$와 $B=\begin{pmatrix}0 & b\\-2 & 0\end{pmatrix}$에 대하여 $(A-B)^2=\begin{pmatrix}-2 & -9\\6 & -5\end{pmatrix}$일 때, ab의 값을 구하시오.

26 다음 그림은 지하철 노선도의 일부를 나타낸 것이다. 이 지하철 노선도를 나타내는 5×5 행렬 A의 $(i,\ j)$ 성분 a_{ij}를 다음과 같이 정하려고 한다.

$$a_{ij}=\begin{cases}1 & (i\text{에서 한 번에 } j\text{로 이동할 수 있을 때})\\0 & (i\text{에서 한 번에 } j\text{로 이동할 수 없을 때})\end{cases}$$

행렬 A의 제3행의 모든 성분의 합을 구하시오.
(단, i와 j는 역의 번호를 나타내며, $i=j$이면 $a_{ij}=0$)



27 [2014년 6월 고2 문과 8번/3점]
이차정사각행렬 A에 대하여
$A\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$이다.
$A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$일 때, $p+q$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

28 이차정사각행렬 A에 대하여
$A\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$일 때,
$A\begin{pmatrix}10\\-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$이다. 이때 $p+q$의 값을 구하시오.

교과서_미래엔 - 공통수학1 134~135p(중단원)_행렬

행렬 ~ 행렬의 연산

실시일자	-
28문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 3	02 7	03 9
04 0	05 -2	06 17
07 ①	08 ⑤	09 ⑤
10 ④	11 ②	12 ②
13 ②	14 4	15 2
16 m차정사각	17 ②	18 ②
19 24	20 29	21 6
22 5	23 ⑤	24 ②
25 3	26 3	27 ②
28 20		

교과서_미래엔 - 공통수학1 134~135p(중단원)_행렬

행렬 ~ 행렬의 연산

실시일자	-
28문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01
정답 3

해설 행렬 A의 $(2,\ 3)$ 성분은 3이다.

02
정답 7

해설 $a_{12}=4,\ a_{21}=3$이므로
$a_{12}+a_{21}=7$

03
정답 9

해설 행렬 A의 $(3,\ 2)$성분은 9이다.

04
정답 0

해설 행렬 A의 $(1,\ 2)$ 성분은 0이므로
$a_{12}=0$

05
정답 -2

해설 $\begin{pmatrix} 3a+b & 2 \\ 2a-3b & 3c-1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 13 & -4 \end{pmatrix}$이므로

행렬이 같을 조건에 의하여

$3a+b=3$ … ㉠

$2a-3b=13$ … ㉡

$3c-1=-4$ … ㉢

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=2,\ b=-3$

㉢에서 $c=-1$

$\therefore\ a+b+c=2+(-3)+(-1)=-2$

06
정답 17

해설 두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$-12=3xy$이므로

$xy=-4$

$x+y=3$

$\therefore\ z=x^2+y^2$

$=(x+y)^2-2xy$

$=3^2-2\cdot(-4)=17$

07
정답 ①

해설 행렬의 연산을 이해하고 행렬의 뺄셈을 계산한다.

$A-B$

$=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

따라서 행렬 $A-B$의 모든 성분의 합은 6이다.

08
정답 ⑤

해설 $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

09
정답 ⑤

해설 행렬의 덧셈을 구할 수 있는가?

$A+B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

따라서 모든 성분의 합은

$2+2+3+2=9$

10 정답 ④

해설 행렬의 덧셈을 할 수 있는가?

$A=\begin{pmatrix}2&0\\1&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}a&0\\2&-3\end{pmatrix}$에서

$A+B=\begin{pmatrix}2+a&0\\3&-3\end{pmatrix}$

모든 성분의 합은 $2+a$이므로

$2+a=6$

$\therefore a=4$

11 정답 ②

해설 행렬 연산하기

$A-2B=\begin{pmatrix}2&-1\\-2&4\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}-2&3\\2&2\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}6&-7\\-6&0\end{pmatrix}$

12 정답 ②

해설 $A+2B=\begin{pmatrix}0&1\\2&-1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}2&2\\-1&2\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}0&1\\2&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&4\\-2&4\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}0+4&1+4\\2+(-2)&-1+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&5\\0&3\end{pmatrix}$

이므로 구하는 모든 성분의 합은

$4+5+0+3=12$

13 정답 ②

해설 $A=\begin{pmatrix}4&-2\\1&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&2\\-1&1\end{pmatrix}$에서

$BA=\begin{pmatrix}1&2\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&-2\\1&3\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}6&4\\-3&5\end{pmatrix}$

따라서 행렬 BA의 $(2, 1)$ 성분은 -3이다.

14 정답 4

해설 $AB=\begin{pmatrix}2&-1\\3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x&-2\\-3&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x+3&-6\\3x-3&-4\end{pmatrix}$

$\therefore\ 3x-3=9$

따라서 $x=4$

15 정답 2

해설 $A=\begin{pmatrix}1&2\\-3&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2&1\\-1&3\end{pmatrix}$에서

$AB=\begin{pmatrix}1&2\\-3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&1\\-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4&7\\5&0\end{pmatrix}$

$A+B=\begin{pmatrix}1&2\\-3&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2&1\\-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&3\\-4&4\end{pmatrix}$

$AB(A+B)=\begin{pmatrix}-4&7\\5&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&3\\-4&4\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-24&16\\-5&15\end{pmatrix}$

따라서 행렬 $AB(A+B)$의 모든 성분의 합은

$-24+16+(-5)+15=2$

16 정답 m차정사각

해설 행렬 A가 $m\times n$행렬, 행렬 B가 $n\times m$행렬일 때,
행렬 AB는 m차정사각행렬이다.

17 정답 ②

해설 두 행렬 X, Y에 대하여 XY가 정의되려면 X의 열의 개수와 Y의 행의 개수가 같아야 한다.
A는 3×1 행렬, B는 1×3행렬, C는 3×3 행렬이므로
AC는 정의되지 않는다.

18 정답 ②

해설 ㄱ. 행렬 A는 2×3행렬이다. (참)

ㄴ. 제2행의 성분은 -1, 5, 3이다. (거짓)

ㄷ. $j=1$이면 제1열이고, 제1열의 성분은 3, -1이므로 그 합은 $3+(-1)=2$ (거짓)

ㄹ. $i\neq j$인 성분은
$a_{12}=2$, $a_{13}=-4$, $a_{21}=-1$, $a_{23}=3$이므로 그 곱은
$2\cdot(-4)\cdot(-1)\cdot3=24$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

19 정답 24

해설 $\alpha=a_{22}+a_{31}=2+(-8)=-6$

$i+j=5$ $(i=1, 2, 3,\ j=1, 2, 3)$을 만족시키는
순서쌍 (i, j)는 $(2, 3)$, $(3, 2)$

$a_{23}=-1$, $a_{32}=-3$이므로 구하는 합은

$\beta=-1+(-3)=-4$

따라서 $\alpha=-6$, $\beta=-4$이므로

$\alpha\beta=24$

20 정답 29

해설 두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$a-b=3,\ ab=10$

두 식을 연립하여 풀면

$a=5,\ b=2$ 또는 $a=-2,\ b=-5$

$\therefore\ a^2+b^2=29$

21 정답 6

해설 두 행렬이 서로 같으면 대응하는 성분이 각각 같으므로

$1+cd=2b-1$ … ㉠

$a+5=2d$ … ㉡

$-d=2a$ … ㉢

$-3c=-6$ … ㉣

㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$a=-1,\ d=2$ … ㉤

㉣에서 $c=2$ … ㉥

㉤, ㉥을 ㉠에 대입하면

$1+2\cdot 2=2b-1$

$\therefore\ b=3$

$$\therefore\ a+b+c+d=-1+3+2+2=6$$

22 정답 5

해설 주어진 식에서

$$2X=\begin{pmatrix}3&7\\4&3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&-2\\8&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2&3\\2&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&12\\-2&2\end{pmatrix}$$

$$\therefore\ X=\begin{pmatrix}-1&6\\-1&1\end{pmatrix}$$

따라서 행렬 X의 모든 성분의 합은

$-1+6+(-1)+1=5$

23 정답 ⑤

해설 행렬의 기본연산인 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 계산을 한다.

$2A=X-B$ 에서

$$X=2A+B=2\begin{pmatrix}1&-2\\2&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1&2\\-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-4\\4&-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1&2\\-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-2\\3&1\end{pmatrix}$$

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 3이다.

24 정답 ②

해설

$$A^2=\begin{pmatrix}k&-2\\-3&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}k&-2\\-3&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k^2+6&-2k-6\\-3k-9&15\end{pmatrix}$$

이때 행렬 A^2의 모든 성분의 합이 0이 되려면

$(k^2+6)+(-2k-6)+(-3k-9)+15=0$

$k^2-5k+6=0,\ (k-2)(k-3)=0$

$\therefore\ k=2$ 또는 $k=3$

따라서 모든 상수 k의 값의 곱은

$2\cdot 3=6$

25 정답 3

해설 $A-B=\begin{pmatrix}2&0\\0&a\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&b\\-2&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-b\\2&a\end{pmatrix}$이므로

$$(A-B)^2=\begin{pmatrix}2&-b\\2&a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-b\\2&a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-2b&-2b-ab\\4+2a&-2b+a^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-9\\6&-5\end{pmatrix}$$

$4-2b=-2,\ 4+2a=6$이므로

$a=1,\ b=3$

따라서

$ab=3$

26 정답 3

해설 여의도(1)과 신길(2)는 한 번에 이동할 수 있으므로

$a_{12}=1,\ a_{21}=1$

신길(2)와 대방(3), 노량진(4)끼리는 한 번에 이동할 수 있으므로

$a_{23}=1,\ a_{32}=1,\ a_{24}=1,\ a_{42},=1,a_{34}=1,\ a_{43}=1$

대방(3)과 샛강(5)는 한 번에 이동할 수 있으므로

$a_{35}=1,\ a_{53}=1$

여의도(1)과 노량진(4), 샛강(5)끼리는 한 번에 이동할 수 있으므로

$a_{14}=1,\ a_{41}=1,\ a_{15}=1,\ a_{51}=1,\ a_{45}=1,\ a_{54}=1$

나머지 성분은 모두 0이므로

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0&1&1\\1&0&1&1&0\\0&1&0&1&1\\1&1&1&0&1\\1&0&1&1&0\end{pmatrix}$$

따라서 행렬 A의 제3행의 모든 성분의 합은

$0+1+0+1+1=3$

27 정답 ②

해설 행렬과 연립일차방정식 이해하기

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$라 하자.

식 $A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$에 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$를 대입하여 정리하면

$A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$에서 $\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$이므로

$a=2, c=3$이다. 같은 방법으로 식 $A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$에

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$를 대입하여 정리하면

$A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$에서 $\begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$이므로

$b=-1, d=2$이다.

$a=2, b=-1, c=3, d=2$이므로 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$이다.

$A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$에서 $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$이므로

$p=0,\ q=7$이다. 따라서 $p+q=7$이다.

[다른풀이 1]

두 등식 $A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$를

행렬의 곱셈과 연관지어 보면 등식

$A\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

이 성립함을 알 수 있다. 따라서 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$이다.

$A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$에서 $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$이므로

$p=0,\ q=7$이다. 따라서 $p+q=7$이다.

[다른풀이 2]

행렬의 성질에 의해

$$\begin{aligned} A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} &= A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}+A\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}+2A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \end{aligned}$$

이므로 $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$이다. 그러므로 $p=0,\ q=7$이다.

따라서 $p+q=7$이다.

28 정답 20

해설 실수 x, y에 대하여

$\begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}=x\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}+y\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2x+4y \\ -x-3y \end{pmatrix}$

가 성립한다고 하면 두 행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$2x+4y=10,\ -x-3y=-6$

두 식을 연립하여 풀면 $x=3,\ y=1$

즉, $\begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}=3\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$이므로

$$\begin{aligned} A\begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix} &= A\left\{3\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}\right\} \\ &= 3A\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}+A\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \\ &= 3\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 $p=15,\ q=5$이므로

$p+q=15+5=20$