개념원리(2025) - 공통수학2 (유리함수) 250~273p

유리함수의 그래프

실시일자	-
50문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 함수 $y=\frac{2x-1}{1-3x}$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=a$, $y=b$일 때, 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값은?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{9}$
③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{11}{9}$
⑤ $\frac{14}{9}$

02 $y=\frac{3x+1}{2x-1}$의 점근선의 방정식을 구하면 $x=a$, $y=b$이다. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

03 함수 $y=\frac{2+x}{1-2x}$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=a, y=b$일 때,
a의 값을 구하면?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

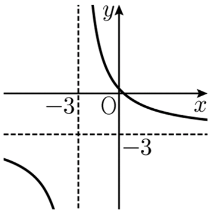
04 함수 $y=\frac{1}{x+2}-3$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=a$, $y=b$일 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

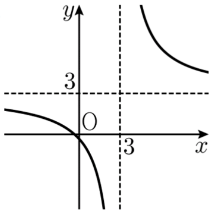
① -5 ② -3
③ -1 ④ 1
⑤ 3

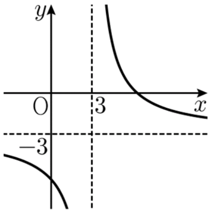
05 다음 중 함수 $y=\frac{1}{2x}+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행 이동한 그래프의 식은?

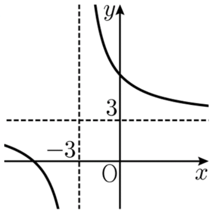
① $y=\frac{-4x+2}{2x-1}$ ② $y=\frac{-4x+3}{2x-2}$
③ $y=\frac{4x-3}{2x-2}$ ④ $y=\frac{4x+3}{2x+1}$
⑤ $y=\frac{4x+5}{2x+2}$

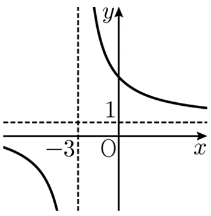
06 다음 중 유리함수 $y=\frac{1-3x}{x+3}$의 그래프로 옳은 것은?

①


②


③


④


⑤


07 함수 $y=\frac{2x+7}{x+2}$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=a$, $y=b$일 때, 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값을 구하시오.

08 함수 $y=\frac{-2x+7}{3-x}$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=3$, $y=a$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

09 [2018년 4월 고3 문과 9번 변형]
함수 $y=\frac{2x-7}{x-5}$의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=m$, $y=n$이다. 두 상수 m, n에 대하여 $m-n$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10 $x\neq-2$, $x\neq2$인 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{12-x^2}{(x+2)(x-2)^2}=\frac{a}{x+2}+\frac{b}{x-2}+\frac{c}{(x-2)^2}$$가

성립할 때, $a-b+c$의 값을 구하시오.
(단, a, b, c는 상수이다.)

11 $\dfrac{1}{a(a+1)}+\dfrac{1}{(a+1)(a+2)}+\dfrac{1}{(a+2)(a+3)}=\dfrac{3}{10}$ 을 만족시키는 양수 a의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$　② $\dfrac{2}{3}$　③ 1　④ $\dfrac{3}{2}$　⑤ 2

12 $\dfrac{1}{1^2+1}+\dfrac{1}{2^2+2}+\dfrac{1}{3^2+3}+\cdots+\dfrac{1}{9^2+9}=\dfrac{k}{10}$ 일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

13 $f(x)=1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}$ 에 대하여 $f(k)=\dfrac{1}{3}$ 을 만족시키는 상수 k의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

14 함수 $y=\dfrac{x+4}{x-2}$의 정의역은 $x\neq a$인 모든 실수이고, 치역은 $y\neq b$인 모든 실수이다. 이때 $a+b$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

15 함수 $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$의 치역이 $\{y|-1\le y<2\}$일 때, 정의역은?

① $\{x|x\ge 0\}$　② $\{x|x\ge -2\}$　③ $\left\{x\middle|x\le -\dfrac{5}{2}\right\}$　④ $\{x|x\le -2\}$　⑤ $\{x|x>2\}$

16 두 함수 f, g에서 $f(x)=\dfrac{-x+2}{3x-1}$, $f(x+1)=g(x-1)$이 성립할 때, $g(-2)$의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

17 함수 $y=\dfrac{x+3}{x-3}$은 $y=\dfrac{6}{x}$을 x축, y축의 방향으로 각각 m, n만큼 평행이동한 것이다. $m+n$의 값을 구하시오.

18 함수 $y=\dfrac{3x+1}{x-4}$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면 함수 $y=\dfrac{5x+28}{x+3}$의 그래프와 일치한다. 상수 p, q의 합 $p+q$의 값을 구하시오.

19 $x^2-x-6\geq 0$을 만족하는 x에 대하여 함수 $f(x)=\dfrac{x+2}{x-2}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오.

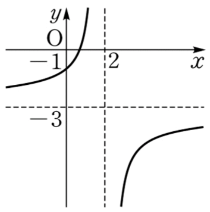
20 함수 $y=\dfrac{3x+b}{2x-a}$의 그래프가 점 $(2,\ 4)$를 지나고 점 $(1,\ c)$에 대하여 대칭일 때, abc의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -6 ② -3 ③ 3
④ 6 ⑤ 9

21 함수 $y=\dfrac{bx+c}{x+a}$의 그래프가 점 $(-1,\ 1)$에 대하여 대칭이고 원점을 지날 때, 상수 a, b, c에 대하여 $ab+c$의 값을 구하시오.

22 함수 $y=\dfrac{ax+5b}{5x+c}$의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표가 2이고 점 $\left(-1,\ -\dfrac{1}{5}\right)$에 대하여 대칭일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a-b+c$의 값을 구하시오.

23 함수 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?



① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

24 함수 $y=\dfrac{2-6x}{x-2}$의 그래프의 두 점근선의 교점의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

25 유리함수 $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$의 정의역은 $x\neq a$인 모든 실수이고, 치역은 $y\neq b$인 모든 실수이다. 이때 ab의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

26 직선 $y=3x-k$의 그래프가 두 함수 $y=-\dfrac{2}{5}x$, $y=-\dfrac{5}{2x}$의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k의 값을 모두 더한 값은?

① $-\dfrac{7}{2}$ ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ $\dfrac{7}{2}$

27 분수함수 $f(x)=\dfrac{3}{ax-4}+1$에 대해서 $(f\circ f)(x)=x$가 성립할 때, 상수 a의 값은?

① -5 ② -3 ③ -2
④ 4 ⑤ 5

28 두 함수 $f(x)=\dfrac{-5x+2}{3x-6}$, $g(x)=\dfrac{ax+b}{cx+5}$의 그래프가 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+2b-c$의 값을 구하시오.

29 함수 $y=\dfrac{5x-1}{x-4}$의 그래프의 두 점근선의 교점의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a-b$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

30 [2016년 10월 고3 문과 10번 변형]
유리함수 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$에 대하여 다음 보기 중에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

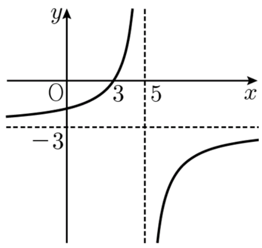
〈보기〉

ㄱ. 함수 $f(x)$의 정의역과 치역이 서로 같다.
ㄴ. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 $y=-\dfrac{1}{x}$의 그래프를 평행이동한 것이다.
ㄷ. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

31 함수 $f(x)=\dfrac{4x+3}{x-a}$의 역함수가 $f^{-1}(x)=\dfrac{-x+3}{x-b}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수)

32 함수 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 세 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?



① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

33 $a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{4}}}=\dfrac{43}{30}$을 만족하는 정수 a, b, c의 합을 구하시오.

34 [2019년 10월 고3 문과 5번/3점]

함수 $f(x)=\dfrac{4}{2x-7}+a$의 정의역과 치역이 서로 같을 때, 상수 a의 값은?

① $\dfrac{3}{2}$ ② 2 ③ $\dfrac{5}{2}$
④ 3 ⑤ $\dfrac{7}{2}$

35 $\dfrac{5}{2}$보다 큰 상수 a에 대하여 정의역이 $\{x \mid 2 \le x \le 5\}$인 함수 $f(x)=\dfrac{ax+5}{x+2}$의 최댓값이 5일 때, 최솟값을 구하시오.

36 두 집합 $A=\left\{(x,\ y)\,\middle|\, y=\dfrac{5x+2}{x}\right\}$, $B=\{(x,\ y) \mid y=ax+5\}$에 대하여 $A\cap B\neq\varnothing$일 때, 정수 a의 최솟값을 구하시오.

37 두 유리함수 $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$, $g(x)=\dfrac{x}{x-1}$에 대하여 $h\circ f=g$를 만족시키는 함수 $h(x)$가 있다. 이때 $h(2)$의 값을 구하시오.

38 함수 $f(x)=\dfrac{2x}{-x+2}$, $g(x)=\dfrac{x-1}{3x}$의 역함수를 각각 $f^{-1}(x)$, $g^{-1}(x)$라 할 때, $\left(f^{-1}\circ g\right)^{-1}(3)$의 값을 구하시오.

39 $0\le x\le a$에서 유리함수 $y=\dfrac{3x+k}{x+2}$의 최댓값이 5, 최솟값이 4일 때, 상수 a, k의 합 $a+k$의 값을 구하시오. (단, $k>6$)

40 유리함수 $f(x)=1-\frac{1}{x}$에 대하여 $f^1=f$, $f^{n+1}=f\circ f^n$ (n은 자연수)이라 할 때, $f^k(x)=x$를 만족시키는 자연수 k의 최솟값을 구하시오.

41 유리함수 $f(x)=\frac{2x+5}{x+2}$에 대하여 $(f^{-1}\circ f\circ f^{-1})(3)$의 값을 구하시오.

42 두 함수 $y=\frac{3x}{x-a}$, $y=\frac{-ax+1}{x+2}$의 그래프의 점근선으로 둘러싸인 도형의 넓이가 42일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

43 점 $(2,\ 3)$을 지나고, $x=1$, $y=2$를 점근선으로 하는 분수함수가 있다. 이 함수의 그래프를 적당히 이동했을 때, 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y=\frac{x-1}{x-2}$

② $y=\frac{2x+5}{x-2}$

③ $y=\frac{2x-5}{x-3}$

④ $y=\frac{-2x-1}{x+1}$

⑤ $y=\frac{x+2}{x+1}$

44 [2017년 9월 고2 이과 27번/4점]

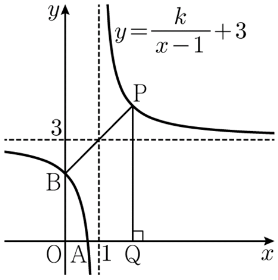
곡선 $y=\frac{2}{x}$와 직선 $y=-x+k$가 제1사분면에서 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. $\angle ABC=90^\circ$인 점 C가 곡선 $y=\frac{2}{x}$ 위에 있다. $\overline{AC}=2\sqrt{5}$가 되도록 하는 상수 k에 대하여 k^2의 값을 구하시오. (단, $k>2\sqrt{2}$)

45 함수 $f(x)=\frac{ax+b}{x+c}$의 역함수가 $f^{-1}(x)=\frac{2x-4}{-x+3}$일 때, 함수 $y=|x+a|+b+c$의 최솟값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

46 [2018년 11월 고3 문과 20번/4점]

그림과 같이 함수 $y=\dfrac{k}{x-1}+3$ $(0<k<3)$의 그래프와 x축, y축과의 교점을 각각 A, B라 하자.



이 그래프의 두 점근선의 교점과 점 B를 지나는 직선이 이 그래프와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $k=1$일 때, 점 P의 좌표는 $(2,\ 4)$이다.
ㄴ. $0<k<3$인 실수 k에 대하여 직선 AB의 기울기와 직선 AP의 기울기의 합은 0이다.
ㄷ. 사각형 PBAQ의 넓이가 자연수일 때, 직선 BP의 기울기는 0과 1 사이의 값이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

47

함수 $f(x)=\left|\dfrac{x-1}{x}\right|$와 $0<a<b$인 두 실수 $a,\ b$에 대하여 $f(a)=f(b)$가 성립할 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

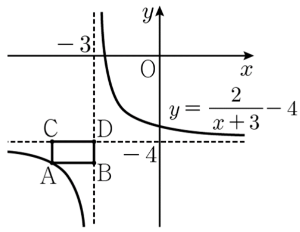
<보기>

ㄱ. $0<f(b)<1$
ㄴ. $0<a<\dfrac{2}{3}$
ㄷ. $f(a)f(b)=-\dfrac{(a-1)(b-1)}{ab}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

48

다음 그림과 같이 함수 $y=\dfrac{2}{x+3}-4$의 그래프 위의 한 점 A에서 이 함수의 그래프의 두 점근선에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 하고, 두 점근선의 교점을 D라 할 때, 사각형 ABDC의 둘레의 길이의 최솟값은? (단, 점 A는 제3사분면 위의 점이다.)



① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$
④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

49 [2016년 4월 고3 문과 27번 변형]

좌표평면 위에 함수 $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{4}{x} & (x>0)\\ -\dfrac{16}{x} & (x<0)\end{cases}$의 그래프와 직선 $y=x$가 있다. 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 P를 지나고 x축에 수직인 직선이 직선 $y=x$와 만나는 점을 Q, 점 Q를 지나고 y축에 수직인 직선이 $y=f(x)$와 만나는 점을 R라 할 때, 선분 PQ와 선분 QR의 길이의 곱 $\overline{PQ}\cdot\overline{QR}$의 최솟값을 구하시오.

50 유리함수 $f(x)=\dfrac{4x+b}{x-a}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 4가 아닌 모든 실수 x에 대하여
$f^{-1}(x)=f(x-1)-1$이다.
(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프를 평행이동하면
함수 $y=\dfrac{7}{x}$의 그래프와 일치한다.

$a+b$의 값은?(단, a, b는 상수)

① -3　② -2　③ -1
④ 0　⑤ 1

개념원리(2025) - 공통수학2 (유리함수) 250~273p

유리함수의 그래프

실시일자	-
50문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ②	02 2	03 ⑤
04 ①	05 ⑤	06 ①
07 8	08 ⑤	09 ③
10 4	11 ⑤	12 9
13 ②	14 ③	15 ④
16 ②	17 4	18 -5
19 5	20 ④	21 1
22 2	23 ③	24 ①
25 ④	26 ③	27 ④
28 7	29 ④	30 ④
31 3	32 ⑤	33 6
34 ⑤	35 $\frac{17}{4}$	36 1
37 $-\frac{1}{2}$	38 $\frac{1}{19}$	39 12
40 3	41 -1	42 4
43 ②	44 9	45 ④
46 ⑤	47 ④	48 ③
49 36	50 ②	

실시일자	-	유형별 학습	이름
50문제 / DRE수학			

01 정답 ②

해설
$$y=\frac{2x-1}{1-3x}=\frac{-\frac{2}{3}(1-3x)-\frac{1}{3}}{1-3x}$$
$$=\frac{-\frac{1}{3}}{1-3x}-\frac{2}{3}$$

따라서 점근선의 방정식은 $x=\frac{1}{3}$, $y=-\frac{2}{3}$ 이므로

$a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$

$\therefore a^2+b^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$

(다른 풀이)

(i) (분모)$=0$일 때, $x=\frac{1}{3}$

(ii) 일차항의 계수의 비, $y=-\frac{2}{3}$

02 정답 2

해설
$$y=\frac{3x+1}{2x-1}=\frac{3\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)}+\frac{3}{2}$$

따라서 점근선의 방정식은 $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{3}{2}$이므로

$a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

$\therefore a+b=2$

03 정답 ⑤

해설
$$y=\frac{x+2}{-2x+1}$$
$$=\frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)}$$
$$=\frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)}$$
$$=\frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)}-\frac{1}{2}$$

$\therefore a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$

04 정답 ①

해설 $y=\frac{1}{x+2}-3$에서 점근선의 방정식은

$x=-2$, $y=3$이므로 $a=-2$, $b=-3$

$\therefore a+b=-2+(-3)=-5$

05 정답 ⑤

해설 $y=\frac{1}{2x}+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼,

y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면

$y=\frac{1}{2(x+1)}+1+1=\frac{1}{2x+2}+2=\frac{4x+5}{2x+2}$

06 정답 ①

해설 $y=\frac{1-3x}{x+3}=\frac{-3(x+3)+10}{x+3}=\frac{10}{x+3}-3$

따라서 $y=\frac{1-3x}{x+3}$의 그래프는 $y=\frac{10}{x}$의 그래프를

x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -3만큼

평행이동한 것이므로 ①과 같다.

07 정답 8

해설 $y=\dfrac{2x+7}{x+2}=\dfrac{2(x+2)+3}{x+2}=\dfrac{3}{x+2}+2$

이 함수의 그래프의 점근선의 방정식은

$x=-2$, $y=2$이므로

$a=-2$, $b=2$

$\therefore a^2+b^2=4+4=8$

08 정답 ⑤

해설 $y=\dfrac{-2x+7}{3-x}=\dfrac{2x-7}{x-3}=\dfrac{2(x-3)-1}{x-3}$

$=-\dfrac{1}{x-3}+2$이므로

점근선의 방정식은 $x=3$, $y=2$

$\therefore a=2$

09 정답 ③

해설 $y=\dfrac{2x-7}{x-5}=\dfrac{3}{x-5}+2$이므로

함수 $y=\dfrac{2x-7}{x-5}$의 그래프의 점근선은

두 직선 $x=5$, $y=2$이다.

따라서 $m=5$, $n=2$이고 $m-n=5-2=3$

10 정답 4

해설 주어진 식의 우변을 계산하면

$\dfrac{a}{x+2}+\dfrac{b}{x-2}+\dfrac{c}{(x-2)^2}$

$=\dfrac{a(x-2)^2+b(x+2)(x-2)+c(x+2)}{(x+2)(x-2)^2}$

$=\dfrac{(a+b)x^2+(-4a+c)x+4a-4b+2c}{(x+2)(x-2)^2}$

따라서

$\dfrac{12-x^2}{(x+2)(x-2)^2}$

$=\dfrac{(a+b)x^2+(-4a+c)x+4a-4b+2c}{(x+2)(x-2)^2}$가

x에 대한 항등식이므로 양변의 분자의 동류항의 계수를 비교하면

$a+b=-1$, $-4a+c=0$, $4a-4b+2c=12$

세 식을 연립하여 풀면

$a=\dfrac{1}{2}$, $b=-\dfrac{3}{2}$, $c=2$

$\therefore a-b+c=\dfrac{1}{2}-\left(-\dfrac{3}{2}\right)+2=4$

11 정답 ⑤

해설 $\dfrac{1}{a(a+1)}=\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{a+1}$

$\dfrac{1}{(a+1)(a+2)}=\dfrac{1}{a+1}-\dfrac{1}{a+2}$

$\dfrac{1}{(a+2)(a+3)}=\dfrac{1}{a+2}-\dfrac{1}{a+3}$

이므로

$\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{a+1}\right)+\left(\dfrac{1}{a+1}-\dfrac{1}{a+2}\right)$

$+\left(\dfrac{1}{a+2}-\dfrac{1}{a+3}\right)=\dfrac{3}{10}$

$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{a+3}=\dfrac{3}{10}$

양변에 $10a(a+3)$을 곱하면

$10(a+3)-10a=3a(a+3)$,

$10a+30-10a=3a^2+9a$

$a^2+3a-10=0$,

$(a+5)(a-2)=0$

$\therefore a=2\ (\because a>0)$

12 정답 9

해설 $\dfrac{1}{1^2+1}+\dfrac{1}{2^2+2}+\dfrac{1}{3^2+3}+\cdots+\dfrac{1}{9^2+9}$

$=\dfrac{1}{1(1+1)}+\dfrac{1}{2(2+1)}+\dfrac{1}{3(3+1)}+\cdots+\dfrac{1}{9(9+1)}$

$=\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\dfrac{1}{9\cdot 10}$

$=\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{10}\right)$

$=1-\dfrac{1}{10}=\dfrac{9}{10}$

$\therefore k=9$

13 정답 ②

해설 $f(x)=1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}=1-\dfrac{1}{\dfrac{x+1}{x}}=1-\dfrac{x}{x+1}$

$=\dfrac{1}{x+1}$

따라서 $f(k)=\dfrac{1}{k+1}=\dfrac{1}{3}$에서

$k=2$

14 정답 ③

해설 함수 $y=\dfrac{x+4}{x-2}$의 정의역이 $x\neq a$인 모든 실수이고,

치역이 $y\neq b$인 모든 실수이면

$x=a$, $y=b$는 함수 $y=\dfrac{x+4}{x-2}$의 점근선이다.

즉, $y=\dfrac{x+4}{x-2}=\dfrac{(x-2)+6}{x-2}=\dfrac{6}{x-2}+1$에서

$a=2$, $b=1$이므로

$a+b=2+1=3$

15 정답 ④

해설 $y=\dfrac{2x+5}{x+1}=2+\dfrac{3}{x+1}$이므로

$y=\dfrac{2x+5}{x+1}$의 그래프는 $y=\dfrac{3}{x}$의 그래프를

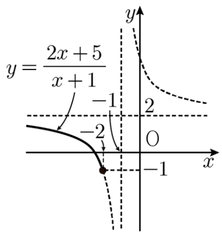
x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼

평행이동한 것이다.

따라서 $-1\leq y<2$에서 $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$의 그래프는

다음 그림과 같으므로 정의역은

$\{x|x\leq -2\}$



16 정답 ②

해설 $x-1=t$라 하면 $x=t+1$이므로

$x+1=t+2$

따라서 $f(t+2)=g(t)$이므로

$g(-2)=f(0)$

이때 $f(0)=\dfrac{0+2}{3\cdot 0-1}=-2$이므로

$g(-2)=-2$

17 정답 4

해설 함수 $y=\dfrac{x+3}{x-3}=\dfrac{6}{x-3}+1$은 $y=\dfrac{6}{x}$의 그래프를

x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼

평행이동한 것이다.

즉, $m=3$, $n=1$

$\therefore m+n=4$

18 정답 -5

해설 두 함수 $y=\dfrac{3x+1}{x-4}$, $y=\dfrac{5x+28}{x+3}$에서

$y=\dfrac{3x+1}{x-4}=\dfrac{13}{x-4}+3$ $\cdots$ ㉠

$y=\dfrac{5x+28}{x+3}=\dfrac{13}{x+3}+5$ $\cdots$ ㉡

이때 함수 ㉠을 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 함수는

$y-q=\dfrac{13}{(x-p)-4}+3$

$y=\dfrac{13}{x-p-4}+3+q$ $\cdots$ ㉢

두 함수 ㉡과 ㉢이 일치해야 하므로

$-p-4=3$, $3+q=5$에서 $p=-7$, $q=2$

$\therefore p+q=-7+2=-5$

19 정답 5

해설 $x^2-x-6\geq 0$에서 $(x+2)(x-3)\geq 0$

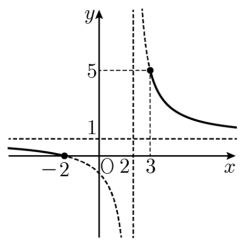
$\therefore x\leq -2$ 또는 $x\geq 3$

$y=\dfrac{x+2}{x-2}$

$=\dfrac{(x-2)+4}{x-2}=\dfrac{4}{x-2}+1$

즉, $x\leq -2$ 또는 $x\geq 3$에서

$y=\dfrac{x+2}{x-2}$의 그래프는 다음 그림과 같다.



$x=-2$일 때, 최솟값은 $m=0$

$x=3$일 때, 최댓값은 $M=5$

$\therefore M+m=5$

20 정답 ④

해설 $y=\dfrac{3x+b}{2x-a}$의 그래프가 점 $(2,\ 4)$를 지나므로

$4=\dfrac{3\cdot 2+b}{2\cdot 2-a}=\dfrac{6+b}{4-a}$

$16-4a=6+b$

$\therefore\ b=-4a+10 \quad \cdots ㉠$

한편, $y=\dfrac{3x+b}{2x-a}=\dfrac{\frac{3}{2}(2x-a)+\frac{3}{2}a+b}{2x-a}$

$=\dfrac{\frac{3}{2}a+b}{2x-a}+\dfrac{3}{2}$

에서 이 함수의 그래프의 점근선의 방정식은

$x=\dfrac{a}{2},\ y=\dfrac{3}{2}$이므로

그래프는 점 $\left(\dfrac{a}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$에 대하여 대칭이다.

따라서 $\dfrac{a}{2}=1,\ c=\dfrac{3}{2}$이므로 $a=2$이다.

$a=2$를 ㉠에 대입하면 $b=2$

$\therefore\ abc=6$

21 정답 1

해설 $y=\dfrac{bx+c}{x+a}$의 그래프가 점 $(-1,\ 1)$에 대하여 대칭이므로 이 함수의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=-1,\ y=1$이다.

따라서 이 함수의 식을 $y=\dfrac{k}{x+1}+1\ (k\neq 0)$로 놓으면

이 그래프가 원점 $(0,\ 0)$을 지나므로 $0=\dfrac{k}{1}+1$

$\therefore\ k=-1$

$\therefore\ y=\dfrac{-1}{x+1}+1=\dfrac{x}{x+1}$

따라서 $\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{bx+c}{x+a}$이므로 $a=1,\ b=1,\ c=0$

$\therefore\ ab+c=1$

22 정답 2

해설 주어진 함수를 $f(x)$라 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $\left(-1,\ -\dfrac{1}{5}\right)$에 대하여 대칭이므로 점근선의 방정식은

$x=-1,\ y=-\dfrac{1}{5}$

즉, $f(x)=\dfrac{k}{x+1}-\dfrac{1}{5}$이라 하면 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표가 2이므로

$f(0)=k-\dfrac{1}{5}=2$

$\therefore\ k=\dfrac{11}{5}$

$\therefore\ f(x)=\dfrac{\frac{11}{5}}{x+1}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{11-(x+1)}{5(x+1)}=\dfrac{-x+10}{5x+5}$

따라서 $a=-1,\ b=2,\ c=5$이므로

$a-b+c=-1-2+5=2$

[다른 풀이]

그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표가 2이므로 $2=\dfrac{5b}{c}$

$\therefore\ 5b=2c \qquad \cdots ㉠$

$y=\dfrac{ax+5b}{5x+c}=\dfrac{\frac{a}{5}(5x+c)-\frac{ac}{5}+5b}{5x+c}$

$=\dfrac{-\frac{ac}{5}+5b}{5x+c}+\dfrac{a}{5}$

이므로 점근선의 방정식은 $x=-\dfrac{c}{5},\ y=\dfrac{a}{5}$

따라서 그래프는 점근선의 교점 $\left(-\dfrac{c}{5},\ \dfrac{a}{5}\right)$에 대하여 대칭이므로 $-\dfrac{c}{5}=-1,\ \dfrac{a}{5}=-\dfrac{1}{5}$

$\therefore\ a=-1,\ c=5$

㉠에 대입하면 $b=2$

$\therefore\ a-b+c=-1-2+5=2$

23 정답 ③

해설 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$의 그래프의 점근선이

$x=2,\ y=-3$이므로 주어진 함수를

$y=\dfrac{k}{x-2}-3$ ⋯ ㉠으로 놓자.

㉠의 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$-1=\dfrac{k}{-2}-3$

$\therefore k=-4$

$k=-4$를 ㉠에 대입하면

$y=\dfrac{-4}{x-2}-3=\dfrac{-3x+2}{x-2}$

따라서 $a=-3,\ b=2,\ c=-2$이므로

$a+b+c=-3+2-2=-3$

24 정답 ①

해설 $y=\dfrac{2-6x}{x-2}=\dfrac{-6(x-2)-10}{x-2}=-\dfrac{10}{x-2}-6$

이 함수의 그래프의 점근선의 방정식은

$x=2,\ y=-6$

따라서 두 점근선의 교점의 좌표는 $(2,\ -6)$이므로

$a=2,\ b=-6$

$\therefore a+b=-4$

25 정답 ④

해설 유리함수 $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$의 정의역이 $x\neq a$인 모든 실수이고,

치역이 $y\neq b$인 모든 실수이므로

$x=a,\ y=b$는 주어진 함수의 점근선이다.

즉, $y=\dfrac{3x+1}{x-3}=3+\dfrac{10}{x-3}$에서 점근선은

$x=3,\ y=3$

따라서 $a=3,\ b=3$이므로

$ab=3\cdot 3=9$

26 정답 ③

해설 $-\dfrac{2}{5}x=-\dfrac{5}{2x},\ x^2=\dfrac{25}{4},\ x=\pm\dfrac{5}{2}$

따라서 교점은 $\left(\dfrac{5}{2},\ -1\right),\ \left(-\dfrac{5}{2},\ 1\right)$

(i) $y=3x-k$에 $x=\dfrac{5}{2},\ y=-1$을 대입하면

$-1=3\times\dfrac{5}{2}-k,\ k=\dfrac{17}{2}$

(ii) $y=3x-k$에 $x=-\dfrac{5}{2},\ y=1$을 대입하면

$1=3\times\left(-\dfrac{5}{2}\right)-k,\ k=-\dfrac{17}{2}$

$\therefore k=\dfrac{17}{2},\ -\dfrac{17}{2}$

따라서 가능한 k값을 모두 더한 값은 0이다.

27 정답 ④

해설 $(f\circ f)(x)=x$이려면 $f(x)=f^{-1}(x)$ 이어야 한다.

먼저 $f^{-1}(x)$ 를 구해보면,

$y=\dfrac{3}{ax-4}+1$

$\rightarrow x=\dfrac{3}{a(y-1)}+\dfrac{4}{a}$

$\rightarrow y=\dfrac{3}{a(x-1)}+\dfrac{4}{a}\cdots\cdots f^{-1}(x)$

$\therefore f(x)=f^{-1}(x)$이려면 $a=4$

28 정답 7

해설 두 함수 $f(x)=\dfrac{-5x+2}{3x-6},\ g(x)=\dfrac{ax+b}{cx+5}$의 그래프가 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 두 함수는 서로 역함수 관계이다.

$y=\dfrac{-5x+2}{3x-6}$로 놓으면 $y(3x-6)=-5x+2$

이를 x에 대하여 풀면 $(3y+5)x=6y+2$

$\therefore x=\dfrac{6y+2}{3y+5}$

x와 y를 서로 바꾸면 $y=\dfrac{6x+2}{3x+5}$

즉, $\dfrac{ax+b}{cx+5}=\dfrac{6x+2}{3x+5}$이므로

$a=6,\ b=2,\ c=3$이다.

$\therefore a+2b-c=6+2\cdot 2-3=7$

29 정답 ④

해설 $y=\dfrac{5x-1}{x-4}=\dfrac{5(x-4)+19}{x-4}=\dfrac{19}{x-4}+5$

이 함수의 그래프의 점근선의 방정식은

$x=4,\ y=5$

따라서 두 점근선의 교점의 좌표는 $(4,\ 5)$이므로

$a=4,\ b=5$

$\therefore\ a-b=-1$

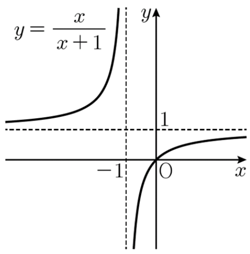
30 정답 ④

해설 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}=-\dfrac{1}{x+1}+1$

ㄱ. 함수 $f(x)$의 정의역은 -1이 아닌 모든 실수이고 치역은 1이 아닌 모든 실수이다. (거짓)

ㄴ. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 $y=-\dfrac{1}{x}$의 그래프를 x축 방향으로 -1, y축 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다. (참)

ㄷ. 다음 그림과 같이 함수 $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$의 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다. (참)



31 정답 3

해설 $f(x)=\dfrac{4x+3}{x-a}$을 $y=\dfrac{4x+3}{x-a}$으로 놓고

x에 대하여 정리하면

$y(x-a)=4x+3,\ xy-ay=4x+3$

$(y-4)x=ay+3$

$\therefore\ x=\dfrac{ay+3}{y-4}$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\dfrac{ax+3}{x-4}$

따라서 $f^{-1}(x)=\dfrac{ax+3}{x-4}=\dfrac{-x+3}{x-b}$이므로

$a=-1,\ b=4$

$\therefore\ a+b=3$

32 정답 ⑤

해설 주어진 그래프에서 점근선의 방정식이

$x=5,\ y=-3$이므로

함수를 $y=\dfrac{k}{x-5}-3\ (k<0)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$0=\dfrac{k}{3-5}-3$

$\therefore\ k=-6$

$$y=\frac{-6}{x-5}-3=\frac{-3(x-5)-6}{x-5}=\frac{-3x+9}{x-5}$$

따라서 $\dfrac{-3x+9}{x-5}=\dfrac{ax+b}{x+c}$에서

$a=-3,\ b=9,\ c=-5$

$\therefore\ a+b+c=-3+9+(-5)=1$

33 정답 6

해설 $\dfrac{A}{B}$를 분자가 1인 분수의 꼴로 고치려면 분자와 분모를 A로 나눈다.

곧, $\dfrac{A}{B}=\dfrac{\frac{A}{A}}{\frac{B}{A}}=\dfrac{1}{\frac{B}{A}}$

$$\frac{43}{30}=1+\frac{13}{30}=1+\cfrac{1}{\frac{30}{13}}$$

$$=1+\cfrac{1}{2+\frac{4}{13}}$$

$$=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\frac{13}{4}}}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\frac{1}{4}}}$$

따라서 $a=1,\ b=2,\ c=3$

$\therefore\ a+b+c=1+2+3=6$

34 정답 ⑤

해설 주어진 함수의 정의역은 $\left\{x\,\middle|\,x\neq\dfrac{7}{2}\text{인 실수}\right\}$이고

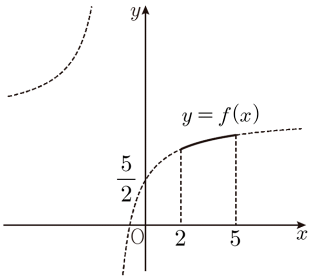
치역은 $\{y\,|\,y\neq a\}$

따라서 정의역과 치역이 서로 같아야 하므로 $a=\dfrac{7}{2}$

35 정답 $\frac{17}{4}$

해설 $f(x)=\frac{ax+5}{x+2}=\frac{5-2a}{x+2}+a$

이때 a가 $\frac{5}{2}$보다 큰 상수이므로 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



$2 \le x \le 5$에서 함수 $f(x)$의 최댓값은

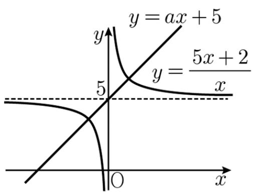
$f(5)=\frac{5a+5}{7}=5$이므로 $a=6$

따라서 함수 $f(x)$의 최솟값은

$f(2)=\frac{12+5}{4}=\frac{17}{4}$

36 정답 1

해설 $y=\frac{5x+2}{x}=\frac{2}{x}+5$이므로 함수 $y=\frac{5x+2}{x}$의 그래프는 다음 그림과 같고, 직선 $y=ax+5$는 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0,\ 5)$를 지난다.



이때 $A\cap B\neq \varnothing$이므로

$y=\frac{5x+2}{x}$의 그래프와 직선 $y=ax+5$가 만나야 한다.

따라서 a의 값의 범위는 $a>0$이므로

정수 a의 최솟값은 1이다.

37 정답 $-\frac{1}{2}$

해설 $(h\circ f)(x)=h(f(x))=h\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$에서

$(h\circ f)(x)=g(x)$이므로

$h\left(\frac{1+x}{1-x}\right)=\frac{x}{x-1}$ $\cdots$ ㉠

$\frac{1+x}{1-x}=t$라 하면 $1+x=t-tx$

$(t+1)x=t-1$

$\therefore x=\frac{t-1}{t+1}$

이것을 ㉠에 대입하면

$$h(t)=\frac{\frac{t-1}{t+1}}{\frac{t-1}{t+1}-1}$$

$$=\frac{t-1}{-2}=-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}$$

$\therefore h(2)=-\frac{1}{2}\cdot 2+\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}$

38 정답 $\frac{1}{19}$

해설 $(f^{-1}\circ g)^{-1}(3)=(g^{-1}\circ f)(3)=g^{-1}(f(3))$

$f(3)=\frac{6}{-3+2}=-6$이므로

$g^{-1}(f(3))=g^{-1}(6)$

$g^{-1}(-6)=k$라 하면 $g(k)=-6$

$\frac{k-1}{3k}=-6$에서 $k-1=-18k$, $19k=1$

$\therefore k=\frac{1}{19}$

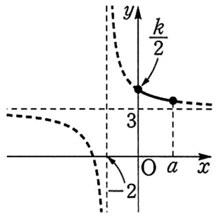
$\therefore (f^{-1}\circ g)^{-1}(3)=\frac{1}{19}$

39 정답 12

해설 $y=\dfrac{3x+k}{x+2}=\dfrac{3(x+2)+k-6}{x+2}=\dfrac{k-6}{x+2}+3$

이때 $k>6$에서 $k-6>0$이므로

$0\le x\le a$에서 그래프는 다음 그림과 같다.



$x=0$일 때, 최댓값이 5이므로 $5=\dfrac{k}{2}$

$\therefore k=10$

$x=a$일 때, 최솟값이 4이므로

$4=\dfrac{3a+10}{a+2}$, $4(a+2)=3a+10$

$\therefore a=2$

따라서 $a=2$, $k=10$이므로

$a+k=12$

40 정답 3

해설 $f(x)=1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x}$에서

$f^2(x)=(f\circ f^1)(x)=f(f(x))$

$=f\left(\dfrac{x-1}{x}\right)=\dfrac{\frac{x-1}{x}-1}{\frac{x-1}{x}}$

$=\dfrac{\frac{x-1-x}{x}}{\frac{x-1}{x}}=-\dfrac{1}{x-1}$

$f^3(x)=(f\circ f^2)(x)=f(f^2(x))$

$=f\left(\dfrac{-1}{x-1}\right)=\dfrac{\frac{-1}{x-1}-1}{\frac{-1}{x-1}}$

$=\dfrac{\frac{-1-(x-1)}{x-1}}{\frac{-1}{x-1}}=x$

따라서 $f^k(x)=x$를 만족시키는 자연수 k의 최솟값은 3이다.

41 정답 -1

해설 $(f^{-1}\circ f\circ f^{-1})(3)=f^{-1}(3)$ $(\because f^{-1}\circ f=I)$

$f^{-1}(3)=k$라 하면 $f(k)=3$

$\dfrac{2k+5}{k+2}=3$, $2k+5=3k+6$

$\therefore k=-1$

42 정답 4

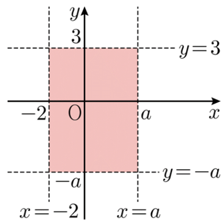
해설 $y=\dfrac{3x}{x-a}=3+\dfrac{3a}{x-a}$이므로

점근선의 방정식은 $x=a$, $y=3$

$y=\dfrac{-ax+1}{x+2}=-a+\dfrac{2a+1}{x+2}$이므로

점근선의 방정식은 $x=-2$, $y=-a$

따라서 두 함수의 점근선은 다음 그림과 같다.



색칠한 부분의 넓이가 42이므로

$(a+3)(a+2)=42$

$(a-4)(a+9)=0$

$\therefore a=4$ $(\because a>0)$

43 정답 ②

해설 점근선의 방정식이 $x=1$, $y=2$ 이므로

$y=\dfrac{k}{x-1}+2$ $(k\ne 0)$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2,\ 3)$ 을 지나므로

$3=k+2$ $\therefore k=1$

따라서, 보기의 분수함수를 $y=\dfrac{k}{x-p}+q$ 의 꼴로 고쳤을 때, k 의 값이 1 인 그래프는 평행이동으로 겹쳐진다.

① $y=\dfrac{x-1}{x-2}=\dfrac{(x-2)+1}{x-2}=\dfrac{1}{x-2}+1$

② $y=\dfrac{2x+5}{x-2}=\dfrac{2(x-2)+9}{x-2}=\dfrac{9}{x-2}+2$

③ $y=\dfrac{2x-5}{x-3}=\dfrac{2(x-3)+1}{x-3}=\dfrac{1}{x-3}+2$

④ $y=\dfrac{-2x-1}{x+1}=\dfrac{-2(x+1)+1}{x+1}=\dfrac{1}{x+1}-2$

⑤ $y=\dfrac{x+2}{x+1}=\dfrac{(x+1)+1}{x+1}=\dfrac{1}{x+1}+1$

따라서, 겹쳐질 수 없는 것은 ② 번이다.

44 정답 9

해설 유리함수의 그래프를 활용하여 수학 내적 문제 해결하기

함수 $f(x)=\dfrac{2}{x}$라 하면 $f(x)=f^{-1}(x)$이므로

곡선 $y=\dfrac{2}{x}$는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

곡선 $y=\dfrac{2}{x}$와 직선 $y=-x+k$가 제1사분면에서

만나는 점 A의 좌표를 $\mathrm{A}\left(a,\ \dfrac{2}{a}\right)$ $(a\neq\sqrt{2})$라 하면

점 B의 좌표는 $\mathrm{B}\left(\dfrac{2}{a},\ a\right)$이다.

$\angle\mathrm{ABC}=90^{\circ}$ 이므로 점 C는 제3사분면 위에 있고

점 C의 좌표를 $\mathrm{C}\left(c,\ \dfrac{2}{c}\right)$라 하면

직선 BC의 기울기는 1이다.

$$\frac{\dfrac{2}{c}-a}{c-\dfrac{2}{a}}=\frac{-a}{c}=1,\ c=-a\text{이므로}$$

점 C의 좌표는 $\mathrm{C}\left(-a,\ -\dfrac{2}{a}\right)$

$$\overline{\mathrm{AC}}^2=\{a-(-a)\}^2+\left\{\frac{2}{a}-\left(-\frac{2}{a}\right)\right\}^2$$

$$=4a^2+\frac{16}{a^2}=20$$

$$a^2+\frac{4}{a^2}=5$$

따라서 $k^2=\left(a+\dfrac{2}{a}\right)^2=a^2+\dfrac{4}{a^2}+4=9$

45 정답 ④

해설 f^{-1}의 역함수가 f이므로 $f(x)=(f^{-1})^{-1}(x)$

$y=f^{-1}(x)=\dfrac{2x-4}{-x+3}$를

x에 대하여 풀면, $x=\dfrac{3y+4}{y+2}$

x와 y를 바꾸면, $y=f(x)=\dfrac{3x+4}{x+2}$

$f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$이므로

$a=3,\ b=4,\ c=2$

함수 $y=|x+3|+6$은 $x=-3$일 때, 최솟값 6을 갖는다.

46 정답 ⑤

해설 유리함수의 그래프를 이용하여 옳은 것을 찾을 수 있는가?

$y=\dfrac{k}{x-1}+3$에서 $y=0$이면

$x=1-\dfrac{k}{3}=\dfrac{3-k}{3}$이므로 $\mathrm{A}\left(\dfrac{3-k}{3},\ 0\right)$

$x=0$이면 $y=3-k$이므로 $\mathrm{B}(0,\ 3-k)$

또, 두 점근선의 교점을 R라 하면 $\mathrm{R}(1,\ 3)$

이때 선분 BP의 중점이 R이므로 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면

$\dfrac{0+a}{2}=1$에서 $a=2$

$\dfrac{3-k+b}{2}=3$에서 $b=3+k$

즉, $\mathrm{P}(2,\ 3+k)$

ㄱ. $k=1$이면 $\mathrm{P}(2,\ 4)$ (참)

ㄴ. 직선 AB의 기울기는 $\dfrac{k-3}{\dfrac{3-k}{3}}=-3$

직선 AP의 기울기는 $\dfrac{k+3}{\dfrac{3+k}{3}}=3$

따라서 두 기울기의 합은 $-3+3=0$ (참)

ㄷ. 사각형 PBAQ의 넓이는 사각형 PBOQ의 넓이에서 삼각형 OAB의 넓이를 빼면 된다.

사각형 PBAQ의 넓이는

$$\frac{1}{2}\{(3-k)+(3+k)\}\cdot 2-\frac{1}{2}\cdot\frac{3-k}{3}\cdot(3-k)$$

$$=6-\frac{(3-k)^2}{6}$$

삼각형 OAB의 넓이는 $\dfrac{3}{2}$보다 작고,

사각형 PBAQ의 넓이가 자연수이므로

삼각형 OAB의 넓이는 1이어야 한다.

$\dfrac{(3-k)^2}{6}=1$에서 $k=3-\sqrt{6}$

$2<\sqrt{6}<3$이므로 $0<k<1$이다.

한편, 직선 BP의 기울기는

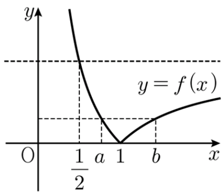
$\dfrac{(3+k)-(3-k)}{2-0}=k$

따라서 직선 BP의 기울기는 0과 1 사이의 값이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

47 정답 ④

해설 $x>0$에서 함수 $f(x)=\left|\frac{x-1}{x}\right|$의 그래프는 다음 그림과 같으므로 $0<a<b$인 a, b에 대하여 $f(a)=f(b)$가 성립하려면 $\frac{1}{2}<a<1$이고 $b>1$이어야 한다.



ㄱ. 위의 그림에서 $0<f(b)<1$이다. (참)

ㄴ. $\frac{1}{2}<a<1$ (거짓)

ㄷ. $f(a)=\frac{1}{a}-1$, $f(b)=1-\frac{1}{b}$이므로

$f(a)f(b)=\frac{1-a}{a}\cdot\frac{b-1}{b}=-\frac{(a-1)(b-1)}{ab}$

(참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

48 정답 ③

해설 함수 $y=\frac{2}{x+3}-4$의 그래프 위의 점 A의 좌표를 (a, b)라 하면

$b=\frac{2}{a+3}-4$

$\therefore b+4=\frac{2}{a+3}$ $\cdots$ ㉠

또, $\overline{AB}=-3-a$, $\overline{AC}=-4-b$

직사각형 ABDC의 둘레의 길이는

$2(\overline{AB}+\overline{AC})=2\{(-3-a)+(-4-b)\}$

이때 $\overline{AB}=-3-a>0$, $\overline{AC}=-4-b>0$이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$(-3-a)+(-4-b)$
$\geq 2\sqrt{(-3-a)\cdot(-4-b)}$
$=2\sqrt{(-3-a)\cdot\frac{2}{-3-a}}$ ($\because$ ㉠)
$=2\sqrt{2}$

(단, 등호는 $-3-a=-4-b$,
즉 $a=-3-\sqrt{2}$, $b=-4-\sqrt{2}$일 때 성립)

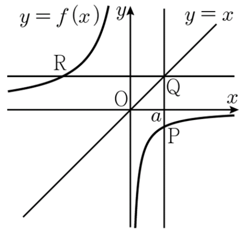
$\therefore 2(\overline{AB}+\overline{AC})=2\{(-3-a)+(-4-b)\}$
$\geq 2\cdot 2\sqrt{2}$
$=4\sqrt{2}$

따라서 직사각형 ABDC의 둘레의 길이의 최솟값은 $4\sqrt{2}$이다.

49 정답 36

해설 점 P의 x 좌표를 a라 하자.

(ⅰ) $a>0$일 때



$\mathrm{P}\left(a, -\frac{4}{a}\right)$, $\mathrm{Q}(a, a)$, $\mathrm{R}\left(-\frac{16}{a}, a\right)$이므로

$\overline{PQ}=a+\frac{4}{a}$, $\overline{QR}=a+\frac{16}{a}$

$\therefore \overline{PQ}\cdot\overline{QR}=\left(a+\frac{4}{a}\right)\left(a+\frac{16}{a}\right)$
$=a^2+\frac{64}{a^2}+20$
$\geq 2\sqrt{a^2\cdot\frac{64}{a^2}}+20$
$=36$

등호가 성립하는 경우는

$a^2=\frac{64}{a^2}$, 즉 $a=2\sqrt{2}$일 때이다.

그러므로 $a=2\sqrt{2}$일 때,
$\overline{PQ}\cdot\overline{QR}$는 최솟값 36을 갖는다.

(ⅱ) $a<0$일 때

$\mathrm{P}\left(a, -\frac{16}{a}\right)$, $\mathrm{Q}(a, a)$, $\mathrm{R}\left(-\frac{4}{a}, a\right)$이므로

(ⅰ)에서와 같이

$a=-2\sqrt{2}$일 때, $\overline{PQ}\cdot\overline{QR}$는 최솟값 36을 갖는다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $\overline{PQ}\cdot\overline{QR}$의 최솟값은 36이다.

50 정답 ②

해설 $f(x)=\dfrac{4x+b}{x-a}=\dfrac{4(x-a)+4a+b}{x-a}=\dfrac{4a+b}{x-a}+4$

이므로 $f(x)=\dfrac{4x+b}{x-a}$의 그래프는 $y=\dfrac{4a+b}{x}$의

그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

즉, 조건 (나)에서

$4a+b=7$ ⋯ ㉠

이때 함수 $y=f(x)$의 그래프의 점근선의 방정식은

$x=a$, $y=4$이고 두 점근선의 교점은 점 $(a, 4)$이다.

또한, $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 두 점근선의 교점은

점 $(a, 4)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점과 일치하므로 점 $(4, a)$이다.

조건 (가)에서 함수 $y=f(x-1)-1$의 그래프는

함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프와 일치하므로

$y=f(x-1)-1$의 그래프의 두 점근선의 교점은

점 $(a+1, 3)$이다.

점 $(4, a)$와 점 $(a+1, 3)$이 같으므로

$a=3$

$a=3$을 ㉠에 대입하면

$12+b=7$ $\therefore b=-5$

$\therefore a+b=3+(-5)=-2$

개념원리(2025) - 공통수학2 (무리함수)277~291p

무리함수의 그래프

실시일자	-
45문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 [2008년 3월 고2 1번]

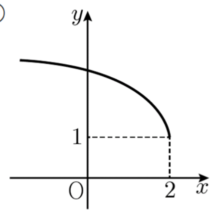
$\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$의 값은?

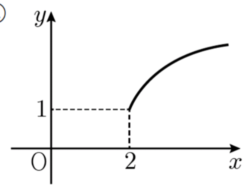
① 3　② 4　③ $2(\sqrt{2}+1)$
④ $4\sqrt{2}$　⑤ 6

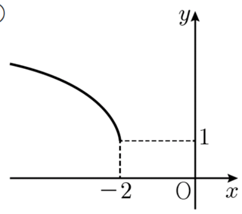
02 함수 $y=-\sqrt{x+a}-a+6$의 그래프가 점 $(-a,\ a)$를 지날 때, 이 함수의 치역은?

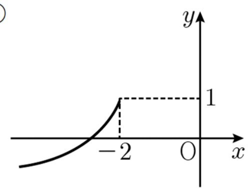
① $\{y\,|\,y\le -3\}$　② $\{y\,|\,y\ge -3\}$　③ $\{y\,|\,y\le 3\}$
④ $\{y\,|\,y\ge 3\}$　⑤ $\{y\,|\,y\le 9\}$

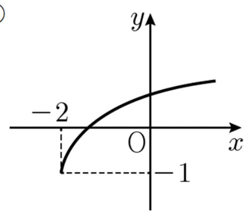
03 함수 $y=2\sqrt{-3x+6}+1$의 그래프는?

①


②


③


④


⑤


04 $2\le x\le 7$에서 함수 $y=\sqrt{x+2}-2$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① -1　② 0　③ 1
④ 2　⑤ 3

05 무리식 $\frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{x+2}}$ 의 값이 실수가 되도록 하는 모든 정수 x의 값의 합을 구하시오.

06 $\sqrt{x+4}+\frac{1}{\sqrt{5-2x}}$ 의 값이 실수가 되도록 하는 정수 x의 개수는?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

07 함수 $y=\sqrt{5x+2}$ 의 정의역을 A, 함수 $y=\sqrt{16-4x}$ 의 정의역을 B라 할 때, $A\cap B$에 속하는 정수의 개수는?

① 4 ② 5
③ 6 ④ 7
⑤ 8

08 함수 $y=\sqrt{-3x+2a}+b$ 의 정의역이 $\{x\,|\,x\leq 2\}$, 치역이 $\{y\,|\,y\geq 3\}$ 일 때, 상수 a, b의 곱 ab 의 값은?

① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

09 무리함수 $y=-\sqrt{1-x}-2$의 정의역이 $\{x|x\leq a\}$, 치역이 $\{y|y\leq b\}$일 때, ab의 값을 구하시오.

10 [2017년 11월 고1 4번 변형]
무리함수 $f(x)=\sqrt{2x+k}$에 대하여 $f(-2)=3$일 때, 상수 k의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

11 함수 $y=-\sqrt{4-x}+1$에 대하여 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. 정의역은 $\{x|x\le 4\}$이다.
ㄴ. 치역은 $\{y|y\le 1\}$이다.
ㄷ. 그래프는 제2사분면을 지난다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12 [2017년 11월 고1 4번/3점]
무리함수 $f(x)=\sqrt{x+k}$에 대하여 $f(-1)=2$일 때, 상수 k의 값은?

① 5　② 6　③ 7
④ 8　⑤ 9

13 [2014년 3월 고2 이과 3번/2점]
무리함수 $f(x)=\sqrt{ax+3}$에 대하여 $f(2)=5$일 때, 상수 a의 값은?

① 11　② 12　③ 13
④ 14　⑤ 15

14 함수 $y=\sqrt{6-3x}+1$에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 정의역은 $\{x|x\le 2\}$이다.
② 치역은 $\{y|y\ge 1\}$이다.
③ 그래프는 점 $(2,\ 0)$을 지난다.
④ 그래프는 $y=\sqrt{-3x}$의 그래프를 평행이동한 것이다.
⑤ 그래프는 제2사분면을 지난다.

15 함수 $y=\sqrt{3x-2}-6$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래프가 점 $(-6,\ k)$를 지날 때, 상수 k의 값은?

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

16 무리함수 $y=\sqrt{2-x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 후 y축에 대하여 대칭이동하면 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프와 일치한다. 이때 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오.

17 점 $(-1,\ -2)$를 지나는 함수 $y=\sqrt{ax+1}+b$의 그래프는 함수 $y=\sqrt{-3x}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 c만큼, y축의 방향으로 d만큼 평행이동한 것이다. 이때, 상수 $a,\ b,\ c,\ d$의 곱 $abcd$의 값은?

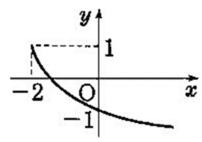
① -20 ② -16 ③ -12
④ -8 ⑤ -4

18 함수 $y=\sqrt{8-4x}$ 의 정의역을 A, 함수 $y=\sqrt{3x+9}$ 의 정의역을 B라 할 때, $A\cap B$의 원소 중에서 정수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

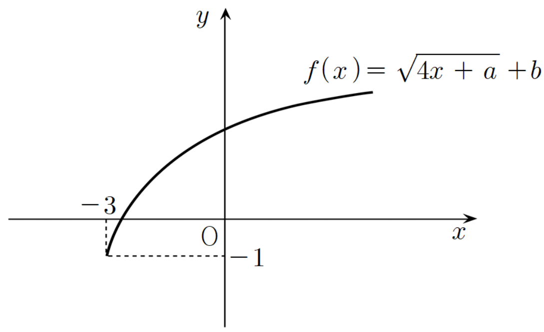
19 $0\le x\le 3$일 때, 함수 $y=4\sqrt{x+1}+k$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m=30$일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

20 무리함수 $y=-\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 아래 그림과 같을 때 abc 의 값은?



① -8 ② -4 ③ 0
④ 4 ⑤ 8

21 [2013년 3월 고2 문과 23번/3점]
무리함수 $f(x)=\sqrt{4x+a}+b$의 그래프가 그림과 같다.



이때 $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 실수이다.)

22 함수 $y=\sqrt{3x+b}-4$의 정의역이 $\{x|x\geq a\}$이고 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지날 때 $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

23 두 함수 $y=\sqrt{x+1}+2$, $y=mx$의 그래프가 서로 만나지 않도록 하는 실수 m의 값의 범위는 $a<m\leq b$이다. 이때 $a+b$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

24 이차함수 $y=ax^2-bx+7\ (x\geq 2)$의 역함수가 $y=\sqrt{x-3}+2$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

25 두 함수 $f(x)=x^2+1$, $g(x)=\sqrt{x-1}+2$에 대하여 $(f\circ g)(2)+(g\circ f)(2)$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

26 무리함수 $y=-\sqrt{2x-4}+1$에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정의역은 $\{x|x\geq 2\}$이다.
② 치역은 $\{y|y\leq 1\}$이다.
③ 그래프는 $y=-\sqrt{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
④ 그래프는 제1, 4사분면을 지난다.
⑤ 역함수는 $y=\frac{1}{2}x^2-x+5\ (x\leq 1)$이다.

27 함수 $y=\sqrt{x-3}+a$의 정의역이 $\{x|x\geq b\}$, 치역이 $\{y|y\geq 2\}$일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -6 ② -2 ③ 1
④ 2 ⑤ 6

28 함수 $y=\sqrt{ax}$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점 중 한 점의 x좌표가 8이다. 함수 $y=\sqrt{ax+b}$의 그래프가 직선 $y=x$에 접할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

29 함수 $y=a\sqrt{x}$ $(a<0)$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$의 그래프와 제4사분면에서 만날 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a<-2$
② $a<-\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$
③ $a<-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$
④ $-2<a<-\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$
⑤ $-2<a<-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

30 $f(x)=\sqrt{x-1}+1$과 그 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)$와 $f(x)$와 $g(x)$의 교점 사이의 거리를 각각 옳게 구한 것은?

① $g(x)=x^2-2x+2$ $(x\geq 1)$, $\sqrt{3}$
② $g(x)=x^2-2x+2$ $(x\geq 1)$, $\sqrt{2}$
③ $g(x)=x^2-2x+1$ $(x\geq 1)$, $\sqrt{2}$
④ $g(x)=x^2-2x+1$ $(x\geq 1)$, $\sqrt{3}$
⑤ $g(x)=x^2-2x+1$ $(x\geq 1)$, $\sqrt{5}$

31 함수 $f(x)=\sqrt{10x-21}$의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 교점 사이의 거리는?

① 1
② $2\sqrt{3}$
③ 3
④ $4\sqrt{2}$
⑤ 5

32 함수 $f(x)=\sqrt{2x-2}+1$에 대하여 $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만날 때 선분 PQ의 길이는?

① $\sqrt{2}$
② $\sqrt{5}$
③ $2\sqrt{2}$
④ 3
⑤ $4\sqrt{2}$

33 함수 $y=-\sqrt{x-a}+a+4$의 그래프가 점 $(a,\ -a)$를 지날 때, 이 함수의 치역은? (단, a는 상수이다.)

① $\{y\,|\,y\leq -2\}$
② $\{y\,|\,y\geq -2\}$
③ $\{y\,|\,y\leq 1\}$
④ $\{y\,|\,y\geq 2\}$
⑤ $\{y\,|\,y\leq 2\}$

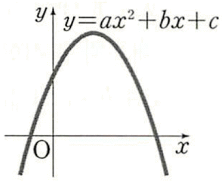
34 두 함수 $y=\sqrt{4x+16}$, $y=\sqrt{4x-8}$의 그래프와 x축 및 직선 $y=4$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

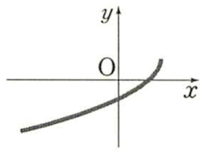
35 두 함수 $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-3}$, $g(x)=\sqrt{2x-1}+4$에 대하여 $(g^{-1}\circ f)(4)$의 값은?

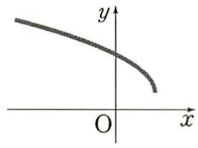
① 24 ② 25 ③ 26
④ 27 ⑤ 28

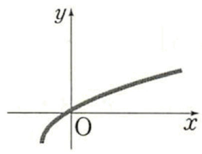
36 정의역이 $\{x \mid x \geq -k^2\}$인 함수 $y=\sqrt{x+k^2}-k^2+6$의 그래프가 제4사분면만 지나지 않도록 하는 실수 k의 값의 범위가 $a<k<b$ 또는 $c<k<d$일 때, $(ad+bc)^2$의 값을 구하시오. (단, $b<c$)

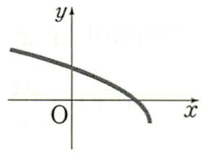
37 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프의 개형으로 적당한 것은?

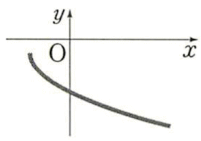


①


②


③


④


⑤


38 [2019년 11월 고3 문과 10번/3점]
함수 $y=\sqrt{4-2x}+3$의 역함수의 그래프와 직선 $y=-x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 최솟값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

39 함수 $y=\sqrt{ax+b}$ 의 그래프가 점 $(3,\ 5)$를 지나고, 그 역함수의 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지날 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

40 함수 $f(x)=\sqrt{a-x}+b$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $f(x)$의 정의역은 $\{x\,|\,x\le -3\}$이고, $g(x)$의 정의역은 $\{x\,|\,x\ge -7\}$이다. 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

41 무리함수 $f(x)=\sqrt{ax+b}$와 그 역함수 $f^{-1}(x)$에 대하여 $f(1)=4$, $f^{-1}(3)=2$일 때, $a-b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수)

42 무리함수 $y=2\sqrt{|2x-1|}$ 의 그래프가 직선 $y=kx$와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

43 두 함수 $y=\sqrt{x+2}$와 $x=\sqrt{y+2}$의 그래프의 교점의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ $\frac{7}{5}$

44 두 함수
$f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}k\ (x\ge 0)$, $g(x)=\sqrt{4x-2k}$에 대하여 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 정수 k의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

45 함수 $f(x)=\sqrt{\frac{1}{2}x+3}$ 에 대하여
함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축과 만나는 점을 A,
함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점을 B,
두 함수 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

① $3\sqrt{2}-\frac{1}{2}$　② $2\sqrt{3}-1$　③ $3\sqrt{2}-1$
④ $2\sqrt{3}-\frac{3}{2}$　⑤ $3\sqrt{2}-\frac{3}{2}$

개념원리(2025) - 공통수학2 (무리함수)277~291p

무리함수의 그래프

실시일자	-
45문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ⑤	02 ③	03 ①
04 ③	05 14	06 ④
07 ②	08 ⑤	09 -2
10 ③	11 ③	12 ①
13 ①	14 ③	15 ⑤
16 -4	17 ②	18 ⑤
19 9	20 ⑤	21 11
22 -2	23 ③	24 5
25 ④	26 ⑤	27 ⑤
28 -8	29 ②	30 ②
31 ④	32 ③	33 ⑤
34 24	35 ②	36 225
37 ②	38 ③	39 52
40 21	41 -30	42 ①
43 ④	44 ①	45 ④

개념원리(2025) - 공통수학2 (무리함수)277~291p

무리함수의 그래프

실시일자	-
45문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 **정답** ⑤

해설 무리식을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$

$=(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=6$

02 **정답** ③

해설 함수 $y=-\sqrt{x+a}-a+6$의 그래프가 점 $(-a,\ a)$를 지나므로

$a=-\sqrt{-a+a}-a+6,\ 2a=6$

$\therefore\ a=3$

따라서 $y=-\sqrt{x+3}-3+6$, 즉

$y=-\sqrt{x+3}+3$이므로 이 함수의 치역은

$\{y|y\le 3\}$이다.

03 **정답** ①

해설 $y=2\sqrt{-3x+6}+1$

$=2\sqrt{-3(x-2)}+1$

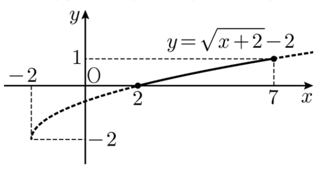
주어진 함수는 점 $(2,\ 1)$에서 시작하여

정의역이 $x\le 2$이고 치역이 $y\ge 1$이므로 그래프는

①이다.

04 **정답** ③

해설 함수 $y=\sqrt{x+2}-2$의 그래프는 $y=\sqrt{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서 $2\le x\le 7$에서 이 함수는 $x=2$일 때 최솟값 0,

$x=7$일 때 최댓값 1을 가지므로 $M=1,\ m=0$이다.

$\therefore\ M+m=1+0=1$

05 **정답** 14

해설 $5-x\ge 0$이므로

$x\le 5$ $\cdots$ ㉠

$x+2>0$이므로 $x>-2$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $-2<x\le 5$

따라서 정수 x는 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$이므로 구하는 합은

$-1+0+1+2+3+4+5=14$

06 **정답** ④

해설 $x+4\ge 0$에서 $x\ge -4$

$5-2x>0$에서 $x<\dfrac{5}{2}$

$\therefore\ -4\le x<\dfrac{5}{2}$를 만족시키는 정수 x는

$-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$의 7개이다.

07 **정답** ②

해설 함수 $y=\sqrt{5x+2}$의 정의역은

$5x+2\ge 0$에서 $x\ge -\dfrac{2}{5}$ 이므로

$\left\{x\,\middle|\,x\ge -\dfrac{2}{5}\right\}$ 이다.

$\therefore A=\left\{x\,\middle|\,x\ge -\dfrac{2}{5}\right\}$

함수 $y=\sqrt{16-4x}$의 정의역은

$16-4x\ge 0$에서 $x\le 4$이므로 $\{x\mid x\le 4\}$이다.

따라서 $A\cap B=\left\{x\,\middle|\,-\dfrac{2}{5}\le x\le 4\right\}$이므로 $A\cap B$에

속하는 정수는 $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$의 5개이다.

08 정답 ⑤

해설 함수 $y=\sqrt{-3x+2a}+b$의 정의역은

$-3x+2a\geq0$에서 $x\leq\frac{2a}{3}$ 이므로

$\left\{x\middle|x\leq\frac{2a}{3}\right\}$ 이다.

이때, 이 함수의 정의역이 $\{x\mid x\leq2\}$ 이므로

$\frac{2a}{3}=2 \quad \therefore a=3$

또한 이 함수의 치역은

$\sqrt{-3x+2a}\geq0$에서

$y=\sqrt{-3x+2a}+b\geq0+b=b$, 즉 $y\geq b$이므로

$\{y\mid y\geq b\}$이다.

이때, 이 함수의 치역이 $\{y|y\geq3\}$이므로 $b=3$

$\therefore ab=3\cdot3=9$

09 정답 -2

해설 주어진 무리함수의 정의역은 $1-x\geq0$에서

$x\leq1$이므로 $\{x|x\leq1\}$

$\therefore a=1$

이때 $-\sqrt{1-x}\leq0$이므로 치역은 $\{y|y\leq-2\}$

$\therefore b=-2$

$\therefore ab=-2$

10 정답 ③

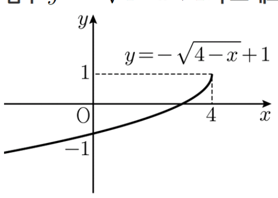
해설 $f(-2)=3$이므로 $f(x)=\sqrt{2x+k}$에서

$\sqrt{-4+k}=3$

$\therefore k=13$

11 정답 ③

해설 함수 $y=-\sqrt{4-x}+1$의 그래프는 다음 그림과 같다.



ㄱ. 정의역은 $\{x|x\leq4\}$이다. (참)

ㄴ. 치역은 $\{y|y\leq1\}$이다. (참)

ㄷ. 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

12 정답 ①

해설 무리함수 이해하기

$f(-1)=2$이므로

$f(x)=\sqrt{x+k}$에서 $\sqrt{-1+k}=2$

따라서 $k=5$

13 정답 ①

해설 함숫값을 이용하여 무리함수를 구한다.

$f(2)=5$이므로

$\sqrt{2a+3}=5$

양변을 제곱하면 $2a+3=25$

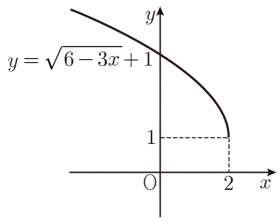
$2a=22$

$\therefore a=11$

14 정답 ③

해설 $y=\sqrt{6-3x}+1=\sqrt{-3(x-2)}+1$이므로

함수 $y=\sqrt{6-3x}+1$의 그래프는 다음 그림과 같다.



그래프는 점 $(2,\ 1)$을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ③

15 정답 ⑤

해설 $y=\sqrt{3x-2}-6$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=\sqrt{3(-x)-2}-6$

$\therefore y=-\sqrt{-3x-2}+6$

이 함수의 그래프가 점 $(-6,\ k)$를 지나므로

$k=-\sqrt{-3\cdot(-6)-2}+6$

$=-4+6=2$

16 정답 -4

해설 $y=\sqrt{2-x}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y+3=\sqrt{2-(x+4)}$

$\therefore\ y=\sqrt{-x-2}-3$

이 그래프를 y축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식은

$y=\sqrt{-(-x)-2}-3$

$\therefore\ y=\sqrt{x-2}-3$

따라서 $\sqrt{x-2}-3=\sqrt{ax+b}+c$이므로

$a=1,\ b=-2,\ x=-3$

$\therefore\ a+b+c=-4$

17 정답 ②

해설 함수 $y=\sqrt{-3x}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 c만큼, y축의 방향으로 d만큼 평행이동하면

$y=\sqrt{-3(x-c)}+d=\sqrt{-3x+3c}+d$

즉, $y=\sqrt{ax+1}+b=\sqrt{-3x+3c}+d$이므로

$a=-3,\ 3c=1,\ d=b$

$\therefore\ a=-3,\ c=\dfrac{1}{3},\ d=b$

$\therefore\ y=\sqrt{-3x+1}+b$

이 함수의 그래프가 점 $(-1,\ -2)$를 지나므로

$-2=\sqrt{3+1}+b,\ 2+b=-2$

$\therefore\ b=d=-4$

$\therefore\ abcd=(-3)\cdot(-4)\cdot\dfrac{1}{3}\cdot(-4)=-16$

18 정답 ⑤

해설 $8-4x\geq 0$이므로 $4x\leq 8\quad \therefore\ x\leq 2$

$\therefore\ A=\{x|x\leq 2\}$

$3x+9\geq 0$이므로 $3x\geq -9\ \therefore\ x\geq -3$

$\therefore\ B=\{x|x\geq -3\}$

따라서 $A\cap B=\{x|-3\leq x\leq 2\}$이므로

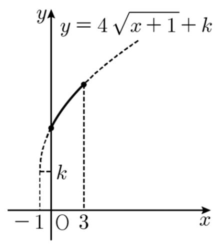
집합 $A\cap B$의 원소 중에서 정수는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$의 6개이다.

19 정답 9

해설 $y=4\sqrt{x+1}+k$의 그래프는 $y=4\sqrt{x}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $0\leq x\leq 3$에서 $y=4\sqrt{x+1}+k$의 그래프는 다음 그림과 같으므로



$x=3$일 때 최댓값 $4\sqrt{3+1}+k=8+k$,

$x=0$일 때 최솟값 $4\sqrt{0+1}+k=4+k$

를 갖는다.

즉, $M=8+k,\ m=4+k$이므로 $M+m=30$에서

$(8+k)+(4+k)=30$

$2k=18\qquad \therefore\ k=9$

20 정답 ⑤

해설 주어진 그래프는 시작점이 $(-2,\ 1)$이고, 정의역이 $\{x|x\geq -2\}$, 치역이 $\{y|y\leq 1\}$이므로 구하는 식은 $y=-\sqrt{a(x+2)}+1$ ……㉠의 꼴이다.

그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로 ㉠에 대입하면

$-1=-\sqrt{2a}+1\ \ \therefore\ a=2$

$\therefore\ y=-\sqrt{2(x+2)}+1=-\sqrt{2x+4}+1$

$y=-\sqrt{ax+b}+c$와 비교하면

$b=4,\ c=1\ \ \therefore\ abc=8$

21 정답 11

해설 무리함수 이해하기

$f(x)=\sqrt{4(x+3)}-1$

$\quad\ \ =\sqrt{4x+12}-1$

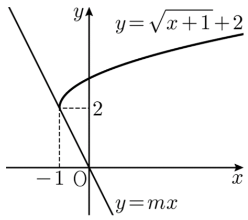
$a=12,\ b=-1$이므로 $a+b=11$

22 정답 -2

해설 $y=\sqrt{3x+b}-4$의 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나므로
$-1=\sqrt{b+12}-4,\ \sqrt{b+12}=3$
$\therefore\ b=-3$
즉, 함수 $y=\sqrt{3(x-1)}-4$의 정의역은 $\{x\,|\,x\geq 1\}$
따라서 $a=1,\ b=-3$
$\therefore\ a+b=-2$

23 정답 ③

해설 다음 그림에서 두 함수의 그래프가 만나지 않으려면
m의 값의 범위는 $-2<m\leq 0$이어야 한다.



따라서 $a=-2,\ b=0$이므로
$a+b=-2$

24 정답 5

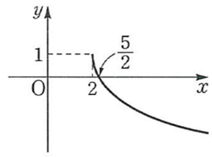
해설 이차함수 $y=ax^2-bx+7\ (x\geq 2)$의 역함수가
$y=\sqrt{x-3}+2$일 때, 함수 $y=\sqrt{x-3}+2$의 역함수도
$y=ax^2-bx+7\ (x\geq 2)$이다.
따라서 $y=\sqrt{x-3}+2$에서
$y-2=\sqrt{x-3},\ x-3=(y-2)^2$
$x=y^2-4y+7$
이때 $x,\ y$를 서로 바꾸면 역함수는
$y=x^2-4x+7\ (x\geq 2)$
따라서 $a=1,\ b=4$이므로
$a+b=5$

25 정답 ④

해설 $(f\circ g)(2)=f(g(2))=f(3)=10$
$(g\circ f)(2)=g(f(2))=g(5)=4$
$\therefore\ (f\circ g)(2)+(g\circ f)(2)=10+4=14$

26 정답 ⑤

해설 $y=-\sqrt{2x-4}+1=-\sqrt{2(x-2)}+1$
이므로 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



① 정의역은 $\{x\,|\,x\geq 2\}$이다. (참)
② 치역은 $\{y\,|\,y\leq 1\}$이다. (참)
③ $y=-\sqrt{2x-4}+1$의 그래프는
$y=-\sqrt{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼,
y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다. (참)
④ 그래프는 제1, 4사분면을 지난다. (참)
⑤ $y=-\sqrt{2x-4}+1$에서
$y-1=-\sqrt{2x-4}$
양변을 제곱하면 $(y-1)^2=2x-4$
$\therefore\ x=\frac{1}{2}(y-1)^2+2=\frac{1}{2}y^2-y+\frac{5}{2}$
따라서 역함수는 $y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{5}{2}\ \ (x\leq 1)$
(거짓)

27 정답 ⑤

해설 $x-3\geq 0$이므로 $x\geq 3$
즉, 주어진 함수의 정의역이 $\{x\,|\,x\geq 3\}$이므로
$b=3$
또, 함수 $y=\sqrt{x-3}+a$에서 $\sqrt{x-3}\geq 0$이므로
치역은 $\{y\,|\,y\geq a\}$
$\therefore\ a=2$
$\therefore\ ab=6$

28 정답 -8

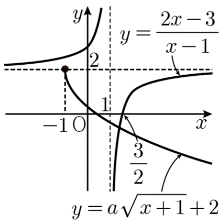
해설 함수 $y=\sqrt{ax}$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점 중 한
점의 x좌표가 8이므로
$\sqrt{8a}=8,\ 8a=64\ \therefore\ a=8$
따라서 함수 $y=\sqrt{ax+b}=\sqrt{8x+b}$의 그래프가
직선 $y=x$에 접하므로 $\sqrt{8x+b}=x$의 양변을 제곱하면
$8x+b=x^2\qquad \therefore\ x^2-8x-b=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-4)^2-1\cdot(-b)=0$
$16+b=0\qquad \therefore\ b=-16$
$\therefore\ a+b=-8$

29 정답 ②

해설 함수 $y=a\sqrt{x}$ $(a<0)$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a\sqrt{x+1}+2$

$y=\dfrac{2x-3}{x-1}=2-\dfrac{1}{x-1}$ 이므로

$y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



함수 $y=a\sqrt{x+1}+2$의 그래프가

함수 $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ 의 그래프와 제4사분면에서 만나려면

$x=\dfrac{3}{2}$ 일 때 $y=a\sqrt{x+1}+2<0$이어야 하므로

$a\sqrt{\dfrac{3}{2}+1}+2<0$, $a\sqrt{\dfrac{5}{2}}<-2$

$\therefore\ a<-\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

30 정답 ②

해설 $f(x)=\sqrt{x-1}+1$에 대하여

$y=\sqrt{x-1}+1$로 놓고 역함수를 구하면

$y-1=\sqrt{x-1}$ $\cdots$ ㉠

㉠을 제곱하면

$(y-1)^2=x-1$

$y^2-2y+1=x-1$

$x=y^2-2y+2$

$\therefore\ g(x)=x^2-2x+2\ (x\geq 1)$

이때 $f(x)$와 역함수 $g(x)$의 교점은

$f(x)$와 $y=x$ 또는 $g(x)$와 $y=x$의 교점을 구하면 된다.

$g(x)=x$에서 $x^2-2x+2=x$

$x^2-3x+2=0$, $(x-2)(x-1)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=1$

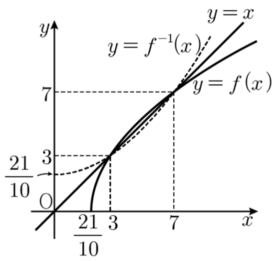
즉, $x=2$일 때, $y=2$이고, $x=1$일 때, $y=1$이다.

따라서 두 점 $(1,\ 1)$, $(2,\ 2)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(2-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{2}$

31 정답 ④

해설 함수 $f(x)=\sqrt{10x-21}$ 에 대하여 함수 $y=f(x)$와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 다음 그림과 같으므로 두 함수의 그래프의 교점은 함수 $f(x)=\sqrt{10x-21}$ 의 그래프와 직선 $y=x$의 교점과 같다.



$y=\sqrt{10x-21}$ 과 $y=x$를 연립하면

$\sqrt{10x-21}=x$

양변을 제곱하여 정리하면

$x^2-10x+21=0$, $(x-3)(x-7)=0$

$\therefore\ x=3$ 또는 $x=7$

따라서 두 교점은 $(3,\ 3)$, $(7,\ 7)$이고,

두 교점 사이의 거리는

$\sqrt{(7-3)^2+(7-3)^2}=4\sqrt{2}$

32 정답 ③

해설 두 함수 $y=f(x)$와 $f^{-1}(x)$는 서로 역함수 관계에 있으므로 두 함수의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

따라서 두 함수 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점은 함수 $y=\sqrt{2x-2}+1$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점과 같으므로

$\sqrt{2x-2}+1=x$, $\sqrt{2x-2}=x-1$

양변을 제곱하면

$2x-2=x^2-2x+1$

$x^2-4x+3=0$, $(x-3)(x-1)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=3$

따라서 두 교점 P, Q의 좌표는 $(1,\ 1)$, $(3,\ 3)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(3-1)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{2}$

33 정답 ⑤

해설 $y=-\sqrt{x-a}+a+4$의 그래프가 점 $(a,\ -a)$를 지나므로 $-a=a+4$

$\therefore\ a=-2$

따라서 함수 $y=-\sqrt{x+2}+2$의 치역은

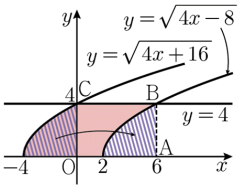
$\{y\,|\,y\leq 2\}$이다.

34 정답 24

해설 $y=\sqrt{4x-8}=\sqrt{4(x-6)+16}$ 이므로

$y=\sqrt{4x-8}$ 의 그래프는 $y=\sqrt{4x+16}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다.

즉, 두 함수 $y=\sqrt{4x+16}$, $y=\sqrt{4x-8}$ 의 그래프와 직선 $y=4$는 다음 그림과 같다.



이때 빗금친 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 구하는 넓이는 직사각형 OABC의 넓이와 같다.

따라서 구하는 넓이는

$6\cdot4=24$

35 정답 ②

해설 $f(4)=\dfrac{3\cdot4-1}{4-3}=11$이므로

$(g^{-1}\circ f)(4)=g^{-1}(f(4))=g^{-1}(11)$

이때 $g^{-1}(11)=a$ (a는 상수)라 하면 $g(a)=11$이므로

$g(a)=\sqrt{2a-1}+4=11$

$\sqrt{2a-1}=7$, $2a-1=49$

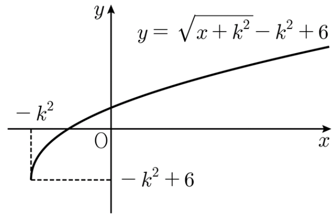
$\therefore\ a=25$

$\therefore\ (g^{-1}\circ f)(4)=g^{-1}(f(4))=g^{-1}(11)=a=25$

36 정답 225

해설 정의역이 $\{x|x\geq -k^2\}$인

함수 $y=\sqrt{x+k^2}-k^2+6$의 그래프가 제4사분면만 지나지 않으려면 그래프의 개형은 다음 그림과 같아야 한다.



$k=0$일 때 $y=\sqrt{x}+6$으로 제1사분면만 지난다.

$k\neq0$일 때 꼭짓점 $(-k^2,\ -k^2+6)$은 제3사분면에 위치해야 하므로

$-k^2+6<0$

$\therefore\ k<-\sqrt{6}$ 또는 $k>\sqrt{6}$ $\cdots$ ㉠

함수 $y=\sqrt{x+k^2}-k^2+6$의 그래프가 제4사분면만 지나지 않으려면 y절편이 0보다 커야 하므로

$|k|-k^2+6>0$

$(|k|-3)(|k|+2)<0$

$\therefore\ -3<k<3$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여

$-3<k<-\sqrt{6}$ 또는 $\sqrt{6}<k<3$

$a=-3,\ b=-\sqrt{6},\ c=\sqrt{6},\ d=3$

$ad+bc=-9-6=-15$

$\therefore\ (ad+bc)^2=225$

37 정답 ②

해설 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$이고, 축의 방정식 $x=-\dfrac{b}{2a}$에서 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $-\dfrac{b}{2a}>0$, $\dfrac{b}{a}<0$

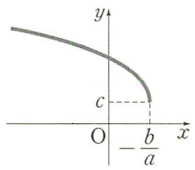
$\therefore b>0$ ($\because a<0$)

또, y절편이 양수이므로 $c>0$

이때 $y=\sqrt{ax+b}+c=\sqrt{a\left(x+\dfrac{b}{a}\right)}+c$이므로

이 그래프는 $y=\sqrt{ax}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 $-\dfrac{b}{a}$만큼, y축의 방향으로 c만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a<0$, $-\dfrac{b}{a}>0$, $c>0$이므로 그래프의 개형은 다음 그림과 같고, 개형으로 적당한 것은 ②이다.

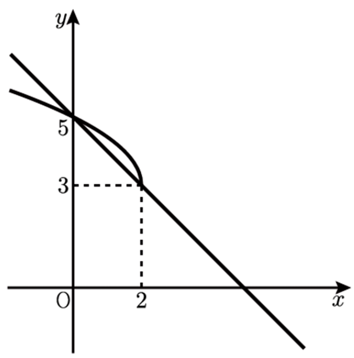


38 정답 ③

해설 무리함수의 그래프를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?

함수 $y=-x+k$의 역함수는 $y=-x+k$이므로

함수 $y=\sqrt{4-2x}+3$의 역함수의 그래프와 직선 $y=-x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 필요충분조건은 함수 $y=\sqrt{4-2x}+3$의 그래프와 직선 $y=-x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나는 것이다.



위 그림과 같이 직선 $y=-x+k$가 점 $(2, 3)$을 지날 때, 조건을 만족시키면서 k의 값이 최소가 된다.

따라서 구하는 k의 최솟값은

$3=-2+k$

$\therefore k=5$

39 정답 52

해설 $y=\sqrt{ax+b}$의 그래프가 점 $(3, 5)$를 지나므로

$\sqrt{3a+b}=5$

$\therefore 3a+b=25 \quad \cdots ㉠$

역함수의 그래프가 점 $(3, -1)$을 지나므로

$y=\sqrt{ax+b}$의 그래프는 점 $(-1, 3)$을 지난다.

즉, $\sqrt{-a+b}=3$이므로

$-a+b=9 \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=13$

$\therefore ab=52$

40 정답 21

해설 $a-x\ge 0$이므로 $a\ge x$

즉, $y=f(x)$의 정의역이 $\{x|x\le a\}$이므로 $a=-3$

따라서 $f(x)=\sqrt{-3-x}+b$에서

$\sqrt{-3-x}\ge 0$이므로 치역은 $\{y|y\ge b\}$

한편, $y=g(x)$의 정의역이 $\{x|x\ge -7\}$이므로

$y=f(x)$의 치역은 $\{x|x\ge -7\}$이다.

$\therefore b=-7$

$\therefore ab=-3\cdot(-7)=21$

41 정답 -30

해설 $f(1)=4$이므로 $\sqrt{a+b}=4$

$\therefore a+b=16 \quad \cdots ㉠$

$f^{-1}(3)=2$에서 $f(2)=3$이므로

$\sqrt{2a+b}=3$

$\therefore 2a+b=9 \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-7, b=23$

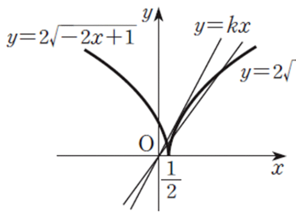
$\therefore a-b=-30$

42 정답 ①

해설

$y=2\sqrt{|2x-1|}=\begin{cases}2\sqrt{2x-1} & (x\ge\frac{1}{2})\\ 2\sqrt{-2x+1} & (x<\frac{1}{2})\end{cases}$ 의

그래프는 아래와 같다.



먼저 $y=kx$와 $y=2\sqrt{2x-1}$이 접할 때의 k의 값을 구하자.

$kx=2\sqrt{2x-1}$

양변을 제곱하면

$k^2x^2=4(2x-1),\quad k^2x^2-8x+4=0$

$\frac{D}{4}=16-4k^2=0,\quad \therefore k=\pm2$

(기울기)>0이므로 $k=2$

$y=kx$와 $y=2\sqrt{2x-1}$이 세 점에서 만나기 위해서는

$y=kx$가 x축과 $y=2x$사이에 있어야 한다.

$\therefore 0<k<2$

따라서 부등식을 만족하는 정수 k의 개수는 1이다.

43 정답 ④

해설 두 함수 $y=\sqrt{x+2}$와 $x=\sqrt{y+2}$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 그 교점은 함수 $y=\sqrt{x+2}$의 그래프와 직선 $y=x$와의 교점이다.

$\sqrt{x+2}=x$에서 양변을 제곱하면

$x+2=x^2$

$x^2-x-2=0,\ (x-2)(x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

이때 $x\ge0$이므로 $a=2,\ b=\sqrt{2+2}=2$

$\therefore a+b=4$

44 정답 ①

해설 함수 $y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}k\ (x\ge0)$은 집합 $\{x|x\ge0\}$에서 집합 $\left\{y\middle|y\ge\frac{1}{2}k\right\}$로의 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}k$라 하면

$\frac{1}{4}x^2=y-\frac{1}{2}k$

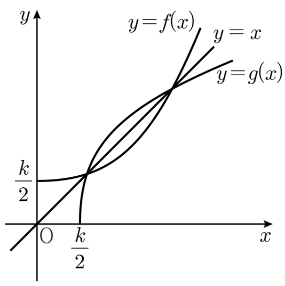
$x^2=4y-2k$

$\therefore x=\sqrt{4y-2k}$ ($\because x\ge0$)

x와 y를 서로 바꾸면 $y=\sqrt{4x-2k}$

즉, 함수 $g(x)=\sqrt{4x-2k}$는 함수 $f(x)$의 역함수이다.

따라서 함수 $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수 $y=g(x)$의 그래프는 다음 그림과 같이 $y=x$에 대하여 대칭이므로 두 함수 $y=f(x),\ y=g(x)$의 그래프의 교점은 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점과 같다.



$\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}k=x$에서 $x^2-4x+2k=0$

이 이차방정식이 음이 아닌 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-2k>0$

또한 이차방정식의 두 실근의 곱은 음이 아닌 실수이므로

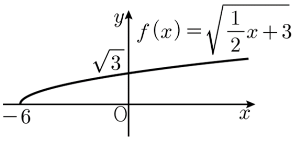
$2k\ge0$

$\therefore 0\le k<2$

따라서 정수 k의 개수는 0, 1로 2이다.

45 **정답** ④

해설 함수 $f(x)=\sqrt{\frac{1}{2}x+3}$ 의 그래프는 다음과 같다.



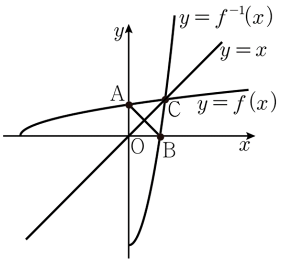
$x=0$일 때 함숫값이 $\sqrt{3}$ 이므로 $\mathrm{A}(0,\ \sqrt{3})$이다.
함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 $y=x$에 대하여 대칭이므로 $\mathrm{B}(\sqrt{3},\ 0)$이다.
함수 $y=f(x)$의 그래프가 증가하는 형태이므로 함수의 그래프가 역함수의 그래프와 만나는 교점은 직선 $y=x$와의 교점과 같다.

$\sqrt{\frac{1}{2}x+3}=x$에서 양변을 각각 제곱하면

$\frac{1}{2}x+3=x^2$, $2x^2-x-6=0$,

$(2x+3)(x-2)=0$이므로 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$

이때 점 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$은 $y=f(x)$의 그래프 위의 점이 아니므로 $\mathrm{C}(2,\ 2)$이다.



한편, 삼각형 ABC는 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이므로 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 선분 AB의 중점이므로 $\mathrm{H}\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$이다.

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{6}$, $\overline{\mathrm{CH}}=\sqrt{2}\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}$

이므로 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{6}\cdot\left(2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)=2\sqrt{3}-\frac{3}{2}$ 이다.