

마플시너지 - 수학Ⅱ 10~41,43~76,78~119p

함수의 극한 ~ 접선의 방정식

실시일자	-
100문제 / DRE수학	

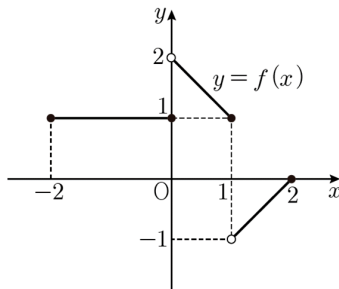
유형별 학습

이름

01

[2020년 9월 고3 문과 6번 변형]

닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

02

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x-12}{\sqrt{x+5}-3}$ 의 값을 구하시오.

03

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x-3}$ 의 값을 구하시오.

04

다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x + \sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}} \right)$$

05

$x > 0$ 일 때, $\frac{5x-1}{x} < f(x) < \frac{5x^2+7x}{x^2}$ 를

만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 의 값을 구하시오.

06 함수 $f(x) = \begin{cases} -2x^2 & (x < 1) \\ 4x & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값을 구하시오.

07 다음 중 $x = 0$ 에서 연속인 함수는?

① $f(x) = -\frac{3}{x^2}$

② $f(x) = \sqrt{x+1}$

③ $f(x) = \frac{10}{x} - 9$

④ $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$

⑤ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x \geq 0) \\ -x^2 + 2 & (x < 0) \end{cases}$

08 [2025년 6월 고3 4번 변형]

함수 $f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 3a & (x < 2) \\ 4x - 2a & (x \geq 2) \end{cases}$ 가 실수 전체의

집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{14}{5}$

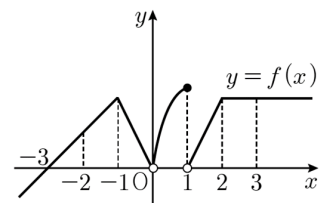
④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

09 함수 $f(x) = -2x^3 - 3x + 1$ 의 $x = 0$ 에서의 미분계수를 구하시오.

10 [2019년 11월 고2 이과 3번/2점]
다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{3h} = 7$ 일 때 $f'(4)$ 의 값은?

- ① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

11 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 구간 $(-3, 3)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 불연속인 점의 개수를 구하시오.



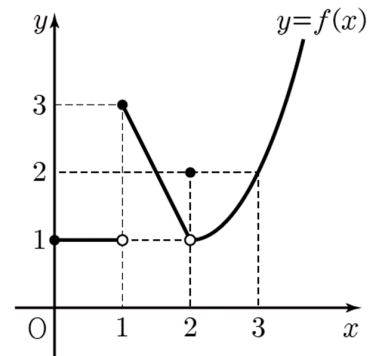
- 12** 함수 $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{a}{2}x^2 + 3x$ 에 대하여 $f'(1) = 5$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

- 13** 함수 $f(x) = (x-1)(x^3 + 2x^2 + 8)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

- 14** 곡선 $f(x) = -3x^2 + x + 4$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기가 -5 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

- 15** 원점에서 곡선 $y = x^3 - 2x + 16$ 에 그은 접선의 방정식을 $y = mx$ 라 할 때, 상수 m 의 값은?
 ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

- 16** $x \geq 0$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $f(1) = 3$
 ② $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$
 ③ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$
 ④ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 는 존재하지 않는다.
 ⑤ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 는 존재하지 않는다.

- 17** 함수 $f(x) = \begin{cases} |2x-6| & (x \geq 2) \\ -2x^2+1 & (x < 2) \end{cases}$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 의 값을 구하시오.

- 18** 다음 보기 중에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— <보기> —

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{3x^2+x-3} = 0$$

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{x^2-1} = 4$$

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+3}+5x}{3x} = \frac{7}{3}$$

- ① \neg ② \neg, \neg ③ \neg, \neg
 ④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg

- 19** 두 함수
 $f(x) = \frac{3x^2-2x+1}{4x^2-5x+3}, g(x) = \sqrt{4x^2-x-2x}$
 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ 의 값을 구하시오.

- 20** 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x^2-2x-1} &= \frac{1}{3} \\ \text{(나)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{3x^2-2x-1} &= 2 \end{aligned}$$

$f(3)$ 의 값을 구하시오.

- 21** 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가
 $(x+2)f(x) = x^2+6x+8$ 을 만족할 때,
 $f(-2)$ 의 값을 구하시오.

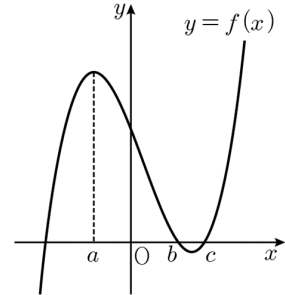
- 22** 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = -4, f(2) = -1,$
 $f(3) = 2, f(4) = -9$ 일 때, 방정식 $f(x) + 2x = 0$ 은
 열린구간 $(1, 4)$ 에서 적어도 몇 개의 실근을 갖는지
 구하시오.

- 23 함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 구간 $[a, a+2]$ 에서의 평균변화율이 6일 때, a 의 값을 구하시오.

- 24 함수 $f(x) = x^2 + 4x$ 에서 x 의 값이 2에서 7까지 변할 때의 평균변화율과 $x = c$ 에서의 미분계수가 같을 때, 상수 c 의 값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4
③ $\frac{9}{2}$ ④ 5
⑤ $\frac{11}{2}$

- 25 아래 그림은 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?



- ① $f'(a)$
② $f'(b)$
③ $f'(c)$
④ x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때의 $f(x)$ 의 평균변화율
⑤ x 의 값이 a 에서 c 까지 변할 때의 $f(x)$ 의 평균변화율

- 26 [2004년 10월 고3 이과 5번]
〈보기〉의 함수 중 $x = 0$ 에서 미분가능한 것을 모두 고른 것은?

〈보기〉

$$\neg. f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$$

$$\neg. g(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & (x \geq 0) \\ 2x+1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\neg. h(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & (x \geq 0) \\ -x^2 + x - 1 & (x < 0) \end{cases}$$

- ① \neg ② \neg ③ \neg
④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg

27 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여
 $f'(1) = 5, g'(1) = 7$ 일 때, 함수 $f(x) + 2g(x)$ 의
 $x = 1$ 에서의 미분계수를 구하시오.

28 곡선 $f(x) = 2x^3 - px^2 + qx - 1$ 이 점 $(1, 3)$ 을
 지나고 이 점에서의 접선의 기울기가 2일 때,
 상수 p, q 에 대하여 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

29 함수 $f(x) = x^3 + ax + b$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?
 ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

30 다항식 $x^{15} + 3x^7 + 1$ 을 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의
 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값을 구하시오.

31 다항식 $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 가 $(x+1)^2$ 으로 나누어떨어질 때,
 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

32 [2016년 11월 고3 문과 26번/4점]
 곡선 $y = x^3 - ax + b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과
 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 두 상수 a, b 에
 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오.

33 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 + px + q$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선이 원점을 지날 때, 상수 p, q 에 대하여, $p + 3q$ 의 값을 구하시오.

34 곡선 $y = x^3 - 4x + 1$ 위의 점 $(-1, 4)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 접점이 아닌 교점의 좌표는?

- ① $(-2, 1)$ ② $(0, 1)$ ③ $(1, -2)$
④ $(2, 1)$ ⑤ $(3, 16)$

35 직선 $y = 9x + k$ 가 곡선 $y = x^3 - 3x^2$ 에 접할 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

36 곡선 $y = -x^3 - 3x^2 + x + 1$ 위의 점에서의 접선 중 기울기가 최대인 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① -8 ② -4 ③ 2
④ 6 ⑤ 12

37 두 곡선 $y = x^3 + ax$, $y = bx^2 + 1$ 이 $x = 1$ 인 점에서 서로 접할 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

38 유리함수 $f(x) = \frac{1}{x+a} + b$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$

(나) $x = 2$ 에서 $f(x)$ 의 극한이 존재하지 않는다.

39 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-1)}{x} = \frac{1}{4}$ 을 만족시킬 때,

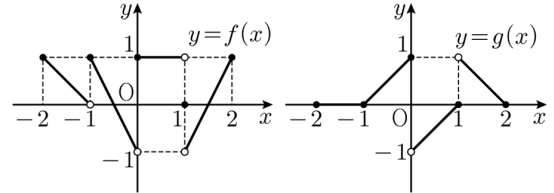
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{f(x-2)}$ 의 값을 구하시오.

40 [2021년 4월 고3 9번/4점]
두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 1$,

$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4f(x) + g(x)}{3f(x) - g(x)}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

41 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$,
 $g(x) = g(x+4)$ 인 두 함수 $f(x), g(x)$ 의 그래프가
 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 아래 그림과 같을 때, 다음 보기 중
항상 옳은 것의 개수는?



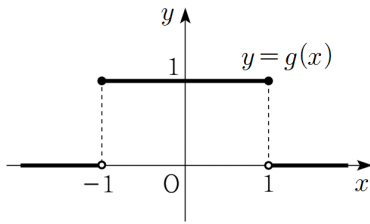
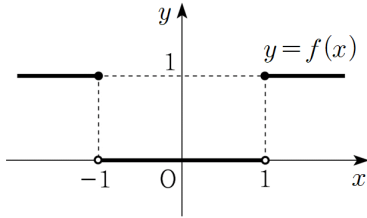
- ㉠. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = -1$
 ㉡. $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) - g(x)\} = 0$
 ㉢. $\lim_{x \rightarrow 1} g(f(x)) = 0$
 ㉤. $\lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{6t+1}{t-1}\right) = 1$
 ㉥. $\lim_{x \rightarrow 4+} \{f(-x) + g(-x)\} = 0$

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

42

[2012년 10월 고3 문과 18번/4점]

두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



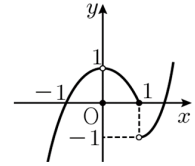
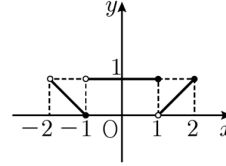
<보기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1)$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)g(x)$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = f(1)g(1)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

43

아래 그림과 같은 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



<보기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + g(x)\} = 2$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \{f(x) - g(x)\} = 1$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0} g(f(x))$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

44

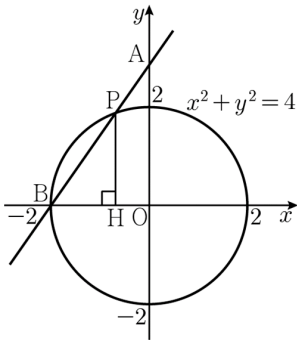
두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - g(x)\} = 2$$

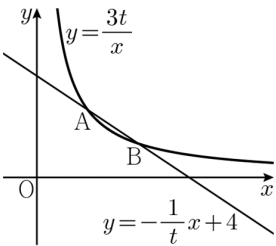
를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + g(x)}{2f(x) - 3g(x)}$ 의 값은?

- ① -5 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

45 다음 그림과 같이 두 점 $A(0, t)$ ($t > 0$), $B(-2, 0)$ 을 지나는 직선과 원 $x^2 + y^2 = 4$ 의 교점 중에서 B가 아닌 점을 P라 하고, 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, 극한값 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\overline{OA} \cdot \overline{PH})$ 를 구하시오.



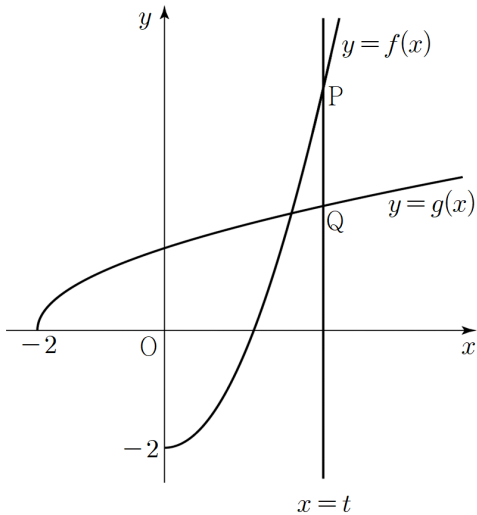
46 [2024년 10월 고2 27번 변형]
실수 t ($t > 1$)에 대하여 곡선 $y = \frac{3t}{x}$ 와 직선 $y = -\frac{1}{t}x + 4$ 가 만나는 두 점을 A, B라 하자.
 $\lim_{t \rightarrow 1+} \frac{\overline{OB} - \overline{OA}}{t - 1} = k$ 라 할 때, $10k^2$ 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.)



47

[2015년 6월 고2 이과 20번/4점]

함수 $f(x) = x^2 - 2$ ($x \geq 0$)의 역함수를 $g(x)$ 라 하고, 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 직선 $x = t$ ($t > 2$)와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이를 $h(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 2+} \frac{h(t)}{t-2}$ 의 값은?

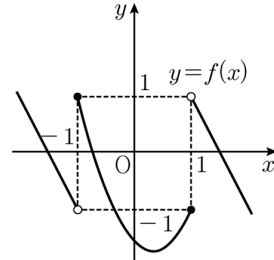


- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{11}{4}$
 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

48

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다.

두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 를 $g(x) = f(x)f(-x)$, $h(x) = f(x) + f(-x)$ 로 정의할 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -1$
 ㄴ. 함수 $h(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $g(x) + h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

49

두 함수

$$f(x) = \begin{cases} |x| & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ -1 & (|x| < 1) \end{cases} \text{에}$$

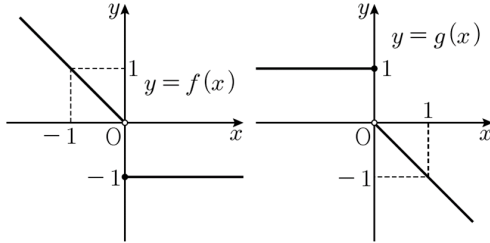
대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $f(x+1)g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 50 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 보기 중 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

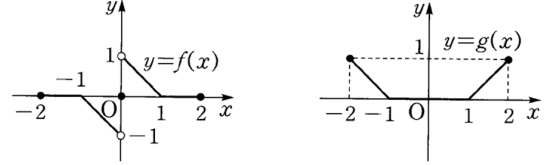


〈보기〉

- ㄱ. $f(x)g(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.
 ㄴ. $(f \circ g)(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄷ. $(g \circ f)(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 51 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



〈보기〉의 함수 중 $x=0$ 에서 연속인 것만을 있는 대로 모두 고른 것은?

〈보기〉

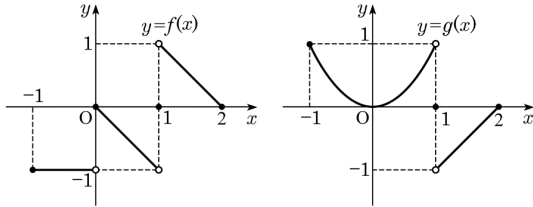
- ㄱ. $f(x)g(x)$ ㄴ. $f(g(x))$ ㄷ. $g(f(x))$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

52

[2011년 3월 고3 이과 16번/4점]

닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 정의된 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



<보기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$

ㄴ. 함수 $f(x) + g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.

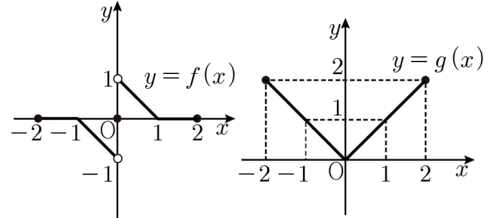
ㄷ. 함수 $(f \circ g)(x)$ 는 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

53

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 정의된

두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다.



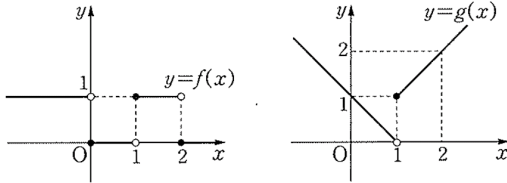
다음 보기 중 $x = 0$ 에서 연속인 함수만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x)g(x)$ ㄴ. $f(g(x))$ ㄷ. $g(f(x))$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 54** 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 보기에서 극한값이 존재하는 것만을 있는 대로 고른 것은?



- ㉠. $\lim_{x \rightarrow 1} (f \circ f)(x)$
 ㉡. $\lim_{x \rightarrow 1} (g \circ g)(x)$
 ㉢. $\lim_{x \rightarrow 1} (g \circ f \circ g)(x)$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

- 55** [2016년 11월 고3 문과 14번/4점]
 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6 & (x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases},$$

$$g(x) = ax + 1$$

에 대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$
 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

- 56** 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

- (가) 함수 $\frac{x}{f(x)}$ 가 $x=-1$, $x=3$ 에서 불연속이다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 20$

- 57** 닫힌구간 $[0, 6]$ 에서 함수 $f(x) = [x-4]$ 가 불연속인 x 의 값의 개수는?
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

- 58** 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 구간 $[0, 4]$ 에서
- $$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax + b & (0 \leq x < 3) \\ 3(x-3) & (3 \leq x \leq 4) \end{cases} \text{로 정의되고,}$$
- 모든 실수 x 에 대하여 $f(x-1) = f(x+3)$ 을 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

59 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?
(단, $g(x)$ 의 치역은 $f(x)$ 의 정의역에 포함된다.)

보기

ㄱ. $f(x)$ 와 $f(x)+g(x)$ 가 연속함수이면 $g(x)$ 도 연속함수이다.

ㄴ. $f(x)$ 와 $f(x)g(x)$ 가 연속함수이면 $g(x)$ 도 연속함수이다.

ㄷ. $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 연속함수이면 $f(g(x))$ 도 연속함수이다.

- ① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

60 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 모두 $x=a$ 에서 연속이면 함수 $f(g(x))$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.

ㄴ. 함수 $f(g(x))$ 가 $x=a$ 에서 연속이면 함수 $f(x)$ 도 $x=a$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이고, $g(x)$ 는 $x=f(a)$ 에서 연속이면 함수 $g(f(x))$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ

② ㄴ

③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

61 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이면 함수 $(g \circ f)(x)$ 도 모든 실수 x 에서 연속이다.
 ㄴ. $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속이면 함수 $(g \circ f)(x)$ 도 $x=a$ 에서 불연속이다.
 ㄷ. $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이고 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속일 때, $f(t)=a$ 이면 함수 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=t$ 에서 불연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

62 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속일 때, 보기의 함수 중 $x=a$ 에서 연속인 함수의 개수를 구하시오. (단, 함수 $g(x)$ 의 치역이 함수 $f(x)$ 의 정의역에 포함된다.)

〈보기〉

- ㄱ. $3f(x)-2g(x)$ ㄴ. $\{g(x)\}^3$
 ㄷ. $\frac{g(x)}{f(x)}$ ㄹ. $3f(x)g(x)$
 ㅁ. $f(g(x))$

63 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, 함수 $y=g(x)$ 의 치역은 함수 $y=f(x)$ 의 정의역에 포함된다.)

〈보기〉

- ㄱ. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이면 $y=f(g(x))$ 도 모든 실수 x 에서 연속이다.
 ㄴ. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=f(x)g(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이면 $y=g(x)$ 도 $x=a$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $y=|f(x)|$ 가 $x=0$ 에서 연속이면 $y=f(x)$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

64 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 연속함수이면 $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2$ 도 연속함수이다.
 ② $f(x)$ 와 $4f(x)-g(x)$ 가 연속함수이면 $g(x)$ 도 연속함수이다.
 ③ $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 연속함수이면 $(g \circ f)(x)-g(x)$ 도 연속함수이다.
 ④ $f(x)$ 와 $f(x)\{g(x)+1\}$ 가 연속함수이면 $g(x)$ 도 연속함수이다.
 ⑤ $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 연속함수이면 $\frac{g(x)}{|f(x)|+2}$ 도 연속함수이다.

- 65** 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속일 때, 다음 보기의 함수 중 $x=a$ 에서 연속인 함수의 개수는?
(단, 함수 $f(x)$ 의 치역이 함수 $g(x)$ 의 정의역에 포함된다.)

〈보기〉

- | | |
|------------------------|-----------------|
| ㉠. $3f(x) - g(x)$ | ㉡. $\{g(x)\}^2$ |
| ㉢. $\frac{f(x)}{g(x)}$ | ㉣. $2f(x)g(x)$ |
| ㉤. $g(f(x))$ | |

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

- 66** 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속일 때, 다음 보기의 함수 중 $x=a$ 에서 항상 연속인 함수의 개수를 구하시오.

〈보기〉

- | | |
|---|-----------------|
| ㉠. $\frac{1}{3}f(x) + \frac{\sqrt{2}}{2}g(x)$ | ㉡. $\{f(x)\}^2$ |
| ㉢. $\frac{f(x) - g(x)}{f(x)}$ | ㉣. $f(g(x))$ |

- 67** 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㉠. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 가 모두 존재하지 않으면
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x)$ 도 존재하지 않는다.
㉡. $y = f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면
 $y = |f(x)|^2$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.
㉢. $y = |f(x)|^2$ 이 $x=0$ 에서 연속이면
 $y = f(x)$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

- 68** 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속일 때, 다음 보기의 함수 중 $x=a$ 에서 항상 연속인 함수의 개수를 구하시오.

〈보기〉

- | | |
|----------------------------|-----------------|
| ㉠. $f(x) + 3g(x)$ | ㉡. $\{g(x)\}^2$ |
| ㉢. $\frac{f(x)}{g(x)} + 1$ | ㉣. $f(g(x))$ |

- 69 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값이 존재하면
 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + |f(x)|\}$ 의 값도 존재한다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이면
 함수 $\{f(x)\}^2$ 도 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 $x=1$ 에서 연속이면
 함수 $f(x)$ 도 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 70 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

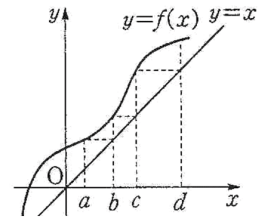
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 가 모두 존재하지 않으면
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ 는 존재하지 않는다.
 ㄴ. $y=f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면
 $y=f(x) + |f(x)|$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄷ. $y=f(x) + |f(x)|$ 이 $x=0$ 에서 연속이면
 $y=f(x)$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

- 71 방정식 $x^3 + a = 9$ 가 열린 구간 $(-1, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

- 72 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, x 의 값이 b 에서 c 까지 변할 때의 함수 $g(x)$ 의 평균변화율은?



- ① $\frac{b-a}{d-c}$ ② $\frac{c-b}{d-c}$ ③ $\frac{d-c}{c-b}$
 ④ $\frac{b-a}{c-b}$ ⑤ $\frac{c-b}{b-a}$

73

[2007년 6월 고3 이과 18번]

함수 $f(x)$ 가 $f(x+2)-f(2)=x^3+6x^2+14x$ 를 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

74

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-1}{x^2-3x-4} = 3$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x^2)-1}{x+2}$ 의 값은?

- ① -60 ② -58 ③ -56
④ -54 ⑤ -52

75

$f(x)$ 가 다항함수이고 $f'(0) = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left\{ f\left(\frac{2}{n}\right) - f(0) \right\}^3$ 의 값은?

- ① 62 ② 63
③ 64 ④ 65
⑤ 66

76

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, -3)$ 에서의 접선의 기울기가 4일 때, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 f(-1) - f(x)}{x+1}$ 의 값을 구하시오.

77

다음은 『함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이다. 그러나, 그 역은 성립하지 않는다.』라는 사실을 증명한 것이다.

〈증명〉

함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하면

$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ 가 존재한다.

한편,

$$f(a+h) - f(a) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \cdot h$$

이므로,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \{f(a+h) - f(a)\} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} h = \boxed{(\text{가})} \cdot 0 = 0$$

$$\therefore \boxed{(\text{나})} = f(a)$$

즉, 함수 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이다.

그러나, $f(x) = |x|$ 라 하면 $f(x)$ 는

$x = \boxed{(\text{다})}$ 에서

연속이지만 미분계수는 존재하지 않는다.

위의 증명 과정 중 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $f(a)$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, 0
② $f(a)$, $f(x)$, 1
③ $f'(a)$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, 1
④ $f'(a)$, $f(x)$, 1
⑤ $f'(a)$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, 0

78 다항함수 $f(x)$ 가 $f(x) = 4x^2 + 5xf'(1)$ 을 만족시킬 때, $f'(3)$ 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

79 $f'(x) = g(x)$, $g'(x) = f(x)$ 인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(0) = 1$, $g(0) = 0$ 일 때, $\{f(1997)\}^2 - \{g(1997)\}^2$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 1997 ⑤ 1997^2

80 [2015년 9월 고2 이과 15번/4점]
다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = 1$, $f'(1) = 2$ 이고 함수 $g(x) = x^2 + 3x$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x) - f(1)g(1)}{x - 1}$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

81 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^9 + 2x^8 + 2x^7 + 2x^6 + 2x^5 + 2}{x + 1}$ 의 값을 구하시오.

82 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때, $f(2)$ 의 값은?

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $6f(x) = 3xf'(x) + 2$
(나) $f(1) = 2$

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

83 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 임의의 두 실수 x , y 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f'(0)$ 의 값을 구하시오.

(가) $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy - 2$
(나) $f'(1) = 3$

84 곡선 $y = 2x^3 - 3x + 10$ 위의 점 $(1, 9)$ 에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

85 곡선 $y = -x^2 + 1$ 의 접선 중에서 곡선 위의 두 점 $A(-1, 0)$, $B(2, -3)$ 을 지나는 직선과 기울기가 같은 접선의 방정식은?

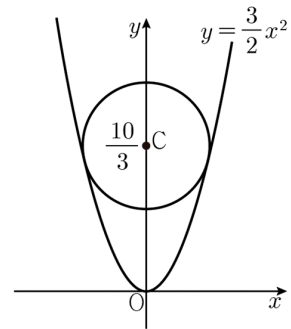
- ① $x + y - 5 = 0$
- ② $2x + 2y - 1 = 0$
- ③ $2x + 2y - 5 = 0$
- ④ $4x + 4y - 1 = 0$
- ⑤ $4x + 4y - 5 = 0$

86 곡선 $y = x^2$ 위의 점과 직선 $y = 2x - 6$ 사이의 거리의 최솟값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

87 원점에서 곡선 $y = x^4 + 3$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 할 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하시오.

88 다음 그림과 같이 중심의 좌표가 $(0, \frac{10}{3})$ 인 원 C가 곡선 $y = \frac{3}{2}x^2$ 과 서로 다른 두 점에서 접할 때, 원 C의 반지름의 길이는?



- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{\sqrt{17}}{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{19}}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

89 $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x-1) \left\{ \left(\frac{1}{x} \right)^{10} + \left(\frac{2}{x} \right)^9 + \cdots + \left(\frac{9}{x} \right)^2 + \left(\frac{10}{x} \right) \right\}$
의 값은?

- ① -10 ② 3 ③ 10
④ 20 ⑤ 30

90 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \alpha, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3f(x)}{\sqrt{f(x)+x^2}+f(x)} = 4$
일 때, 상수 α 의 값을 구하시오.

91 [2012년 6월 고3 문과 19번/4점]
함수 $f(x) = \begin{cases} x & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$ 에 대하여,
옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 가 불연속인 점은 2개다.
ㄴ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $\{f(x)\}^2$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

92 두 함수
 $f(x) = \begin{cases} x-6 & (x \geq 3) \\ x & (x < 3) \end{cases}, g(x) = |x-3|$
에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ. 함수 $f(x)+g(x)$ 는 $x=3$ 에서 불연속이다.
ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=3$ 에서 미분가능하다.
ㄷ. 함수 $|f(x)g(x)|$ 는 $x=6$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

93 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 임의의 두 실수 x, y 에 대하여
 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 6xy$ 를 만족하고
 $f'(0) = 3$ 일 때, 다음 보기 중 항상 옳은 것만을 있는 대로
고른 것은?

<보기>

- ㄱ. $f(x) + f(-x) = 6x^2$
ㄴ. $f'(x) = 6x + 3$
ㄷ. 모든 실수 a 에 대하여 $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

94 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x, y 에 대하여
 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$ 를 만족시키고
 $f'(0) = 4$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로
고른 것은?

<보기>

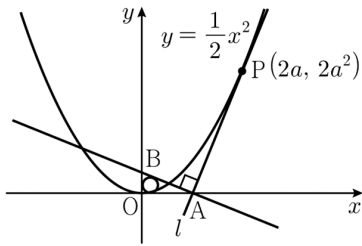
- ㄱ. $f'(x) = 2x + 4$
ㄴ. $f(x) + f(-x) = 2x^2$
ㄷ. 모든 실수 a 에 대하여 $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

95 다음 그림과 같이 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 위의

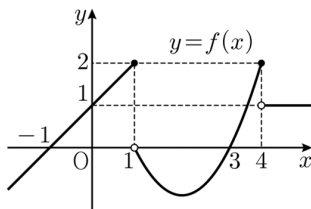
점 $P(2a, 2a^2)$ 에서의 접선 l 이 x 축과 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 접선 l 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 OAB에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(a)$ 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow \infty} r(a)$ 의 값은?

(단, $a > 0$, O는 원점이다.)



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

96 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t-1}{t+2}\right) - \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{4t+1}{t-2}\right)$ 의 값을 구하시오.

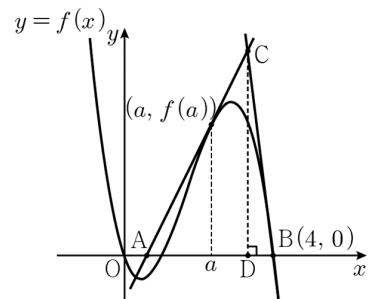


97 '함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다.'를 최대 최소의 정리라고 한다. 그러나 이 정리의 역은 성립하지 않는다. 구간 $[1, 5]$ 에서 정의된 다음 함수 중 최대 최소의 정리의 역이 성립하지 않음을 보이는 예로 적당한 것은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $f(x) = |x+1|$ ② $f(x) = 2^x$
 ③ $f(x) = \log_{10} x$ ④ $f(x) = [x]$
 ⑤ $f(x) = \frac{1}{x-3}$

98 다음 그림과 같이 삼차함수 $f(x) = -x^3 + 5x^2 - 4x$ 의 그래프 위의 점 $(a, f(a))$ 에서 기울기가 양의 값인 접선을 그어 x 축과 만나는 점을 A, 점 $B(4, 0)$ 에서 접선을 그어 두 접선이 만나는 점을 C, 점 C에서 x 축에 수선을 그어 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 1$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 1$)



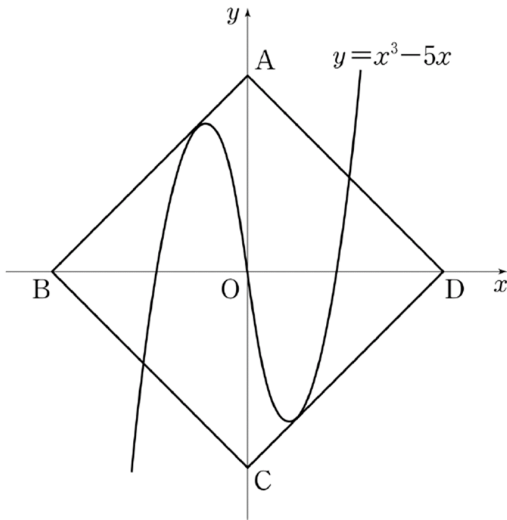
- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2
 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

99

[2012년 5월 고2 문과 30번/4점]

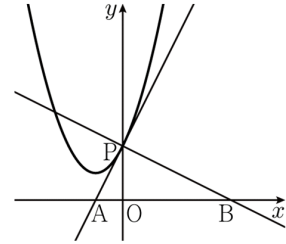
그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C는 y 축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는 x 축 위에 있다.

변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수 $y = x^3 - 5x$ 의 그래프에 접할 때, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오.



100

다음 그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 P, P에서 그은 접선이 x 축과 만나는 점을 A, 점 P에서 접선에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 B라 하자. $\triangle POB$ 의 넓이가 $\triangle PAO$ 의 넓이의 4배가 된다고 할 때, $f'(0)$ 의 값은?



- ① 1
④ 4

- ② 2
⑤ 5

- ③ 3

마플시너지 - 수학Ⅱ 10~41,43~76,78~119p

함수의 극한 ~ 접선의 방정식

실시일자	-
100문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ③	02 18	03 27
04 $-\frac{1}{6}$	05 5	06 4
07 ②	08 ④	09 -3
10 ①	11 2	12 4
13 11	14 1	15 ④
16 ④	17 -3	18 ⑤
19 $\frac{1}{2}$	20 20	21 2
22 2개	23 1	24 ③
25 ③	26 ②	27 19
28 100	29 ①	30 41
31 $-\frac{5}{16}$	32 2	33 0
34 ④	35 5	36 ④
37 ④	38 2	39 8
40 ②	41 ④	42 ③
43 ③	44 ②	45 8
46 64	47 ⑤	48 ⑤
49 ③	50 ③	51 ⑤
52 ③	53 ①	54 ④
55 ④	56 -20	57 ③
58 ④	59 ④	60 ③
61 ①	62 3	63 ①

64 ④	65 ③	66 2
67 ②	68 2	69 ③
70 ②	71 ④	72 ④
73 14	74 ①	75 ③
76 2	77 ⑤	78 ⑤
79 ③	80 ③	81 14
82 ②	83 2	84 6
85 ⑤	86 ②	87 2
88 ④	89 ⑤	90 4
91 ⑤	92 ③	93 ⑤
94 ⑤	95 ③	96 3
97 ④	98 ④	99 32
100 ②		