마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 216~230p

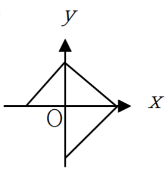
함수의 개념과 그래프

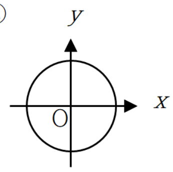
실시일자	-
30문제 / DRE수학	

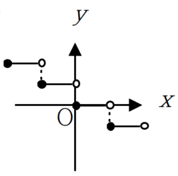
유형별 학습

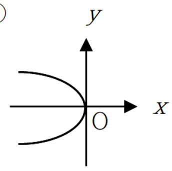
이름

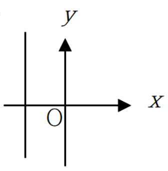
01 다음 중 함수의 그래프인 것은?

①


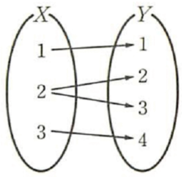
②


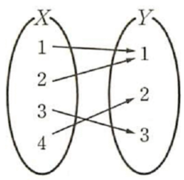
③


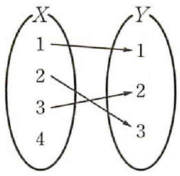
④


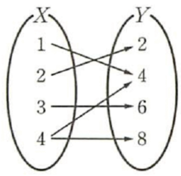
⑤


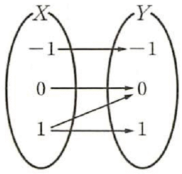
02 다음 대응 중 X에서 Y로의 함수인 것은?

①


②


③


④


⑤


03 실수 전체의 집합을 정의역과 공역으로 하는 함수 f가

$f(x)=\begin{cases} x\,(x\text{는 유리수}) \\ 1-x\,(x\text{는 무리수}) \end{cases}$ 와 같을 때

$f(\sqrt{2})+f(1-\sqrt{2})$의 값은 얼마인지 구하시오.

04 실수 전체의 집합을 정의역으로 하고 양의 실수의 집합을 공역으로 하는 함수 $f(x)$ 가 $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$를 만족할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(0)=1$ ㄴ. $f(-x)=\dfrac{1}{f(x)}$

ㄷ. $f(3x)=3f(x)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

05 함수 $f(x)$에 대하여 $f\left(\dfrac{1-2x}{3}\right)=x^2+3$일 때, $f(-1)$의 값을 구하시오.

06 집합 $X=\{-1,\ 1,\ -i,\ i\}$에 대하여 $f\ :\ X\Rightarrow Y$인 함수 $f(x)=x^3$ 의 치역을 구하여 모든 원소를 각각 제곱하여 모두 합하면?

① -1 ② -2 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

07 집합 $X=\{x|1\leq x\leq 6,\ x$는 자연수$\}$를 정의역으로 하는 함수 f를

$$f(x)=\begin{cases}-x+4 & (x\text{는 홀수})\\ x-3 & (x\text{는 짝수})\end{cases}$$

로 정의할 때, 함수 f의 치역은?

① $\{-1,\ 1\}$ ② $\{-1,\ 0,\ 1\}$
③ $\{-1,\ 1,\ 3\}$ ④ $\{0,\ 1,\ 2\}$
⑤ $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$

08 다음 보기 중 정의역이 $\{-2,\ 0,\ 2\}$인 두 함수 $f,\ g$가 $f=g$를 만족하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $f(x)=x^2,\ g(x)=2x$
ㄴ. $f(x)=2|x|,\ g(x)=2\sqrt{x^2}$
ㄷ. $f(x)=\sqrt{x^2},\ g(x)=x$

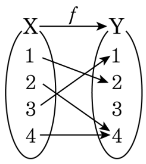
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

09 정의역이 $\{0,\ 1\}$인 두 함수 $f(x)=x^2+ax+b$, $g(x)=2x+1$에 대하여 $f=g$일 때, $a-b$의 값은? (단, $a,\ b$는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

10 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ 함수가 아니다. ㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다. ㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다. ㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다. ㉤ 일대일대응이다.



① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

11 다음 중 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=\begin{cases} x & (x \le 1) \\ ax+b & (x>1) \end{cases}$가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 a, b의 값으로 적당한 것을 고르면?

① $a=1$, $b=-1$ ② $a=1$, $b=1$
③ $a=2$, $b=-1$ ④ $a=2$, $b=0$
⑤ $a=-1$, $b=2$

12 두 집합 $X=\{1, 3, 5, 7\}$, $Y=\{2, 4, 6, 8\}$에 대하여 함수 f는 X에서 Y로의 일대일대응이다. $f(1)=4$, $f(5)-f(7)=6$일 때, $f(7)+f(3)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

13 정의역과 공역이 모두 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)=\begin{cases} -x^2+3 & (x<-1) \\ (3-a)x+b & (x \ge -1) \end{cases}$가 일대일대응일 때, 정수 b의 최솟값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

14 정의역이 집합 $X=\{x \mid x \ge k\}$인 함수 $f(x)=x^2+4x-4$가 일대일함수가 되도록 하는 k의 최솟값을 a, 함수 $f(x)$가 X에서 X로의 일대일대응이 되도록 하는 k의 값을 b라 할 때, $b-a$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

15 집합 $X=\{x|1\le x\le 4\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 $f(x)=ax+b$의 공역과 치역이 서로 같다. 이때 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오. (단, $ab\ne 0$)

16 두 집합 $X=\{x|-1\le x\le 3\}$, $Y=\{y|1\le y\le 9\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 $f(x)=ax+b$가 일대일대응일 때, 상수 a, b에 대하여 $2a+b$의 값을 구하시오. (단, $a>0$)

17 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=\begin{cases}(a-3)x+2 & (x\ge 0)\\ x+2 & (x<0)\end{cases}$이 일대일대응이 되도록 하는 a의 범위가 $a>k$일 때, k^2의 값을 구하시오. (단, a, k는 상수이다.)

18 정의역과 공역이 모두 실수 전체의 집합인 함수

$$f(x)=\begin{cases}(4-a)x+a+1 & (x\ge 1)\\ (5+a)x-a & (x<1)\end{cases}$$

이 일대일대응이 되도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오.

19 집합 $X=\{1,\ 3,\ 4\}$에 대하여 X에서 X로의 세 함수 f, g, h는 각각 일대일대응, 항등함수, 상수함수이고 $f(1)=g(3)=h(4)$, $f(3)-f(4)=f(1)$일 때, $f(3)+g(4)+h(1)$의 값을 구하시오.

20 [2017년 6월 고2 이과 11번 변형]
집합 $X=\{-3,\ -1,\ 1\}$에 대하여 함수 $f:X\to X$가

$$f(x)=\begin{cases}ax^2+bx-3 & (x<0)\\ 1 & (x\ge 0)\end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 항등함수가 되도록 하는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

21 임의의 양수 x, y에 대하여 $f(xy)=f(x)+f(y)$이고 $f(2)=5$일 때, $f(8)$의 값을 구하시오.

22 정수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(5)$의 값을 구하시오.

(가) $f(1)=1$
(나) $f(x+y)-f(y)=f(x)+xy$

23 함수 f가 임의의 두 양수 x, y에 대하여 $f(xy)=f(x)+f(y)$를 만족하고 $f(2)=1$일 때, $f\left(\frac{1}{8}\right)$의 값을 구하시오.

24 두 집합 $X=\{a, b, c, d, e, f\}$, $Y=\{1, 2\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 중 치역과 공역이 같은 것의 개수를 구하시오.

25 집합 $X=\{a, b, c, d\}$에 대하여 $f(b)=a$를 만족시키는 집합 X에서 집합 X로의 함수 f의 개수를 구하시오.

26 두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{a, b\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 f 중 $f(1)=b$인 것의 개수를 구하시오.

27 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$에 대하여 함수 $f: X \to Y$로 정의할 때, 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수는?

> (가) $f(5) \geq 6$
> (나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) < f(x_2)$이다.

① 21 ② 24 ③ 27
④ 30 ⑤ 33

28 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 f에 대하여 '$x \in A$이면 $2x-f(x) \in A$'를 만족할 때, 함수 f의 개수를 구하시오.

29 두 집합

$X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$,

$Y=\{2,\ 5,\ 6,\ 9,\ 10,\ 11,\ 14,\ 15,\ 18,\ 20\}$

에 대하여 X에서 Y로의 함수 f 중에서 $f(1)=15$, $f(4)=14$이고 $f(1)>f(2)>f(3)$, $f(4)<f(5)<f(6)$을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오.

30 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 치역과 공역이 일치하는 함수 $f: X \to Y$의 개수는?

① 140 ② 150 ③ 160
④ 170 ⑤ 180

마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 216~230p
함수의 개념과 그래프

실시일자	-
30문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ③	02 ②	03 1
04 ③	05 7	06 ③
07 ③	08 ②	09 ③
10 ②	11 ③	12 ③
13 3	14 ⑤	15 -5
16 7	17 9	18 8
19 11	20 ②	21 15
22 15	23 -3	24 62
25 64	26 4	27 ④
28 3	29 63	30 ②

실시일자	-
30문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ③

해설 ①, ②, ④, ⑤ x의 값 1개에 y의 값이 2개가 대응되는 경우가 있으므로 함수가 아니다.
③ x의 값 하나에 y의 값이 하나씩만 정해져 있고 대응되지 못한 x가 없으므로 함수이다.
따라서 함수의 그래프인 것은 ③이다.

02 정답 ②

해설 ① X의 원소 2에 대응하는 Y의 원소가 2, 3의 2개이므로 함수가 아니다.
② X의 각 원소에 Y의 원소가 오직 하나씩만 대응하므로 함수이다.
③ X의 원소 4에 대응하는 Y의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
④ X의 원소 4에 대응하는 Y의 원소가 4, 8 의 2개이므로 함수가 아니다.
⑤ X의 원소 1에 대응하는 Y의 원소가 0, 1의 2개이므로 함수가 아니다.

03 정답 1

해설 $\sqrt{2}$와 $1-\sqrt{2}$는 모두 무리수이므로,
$f(\sqrt{2})=1-\sqrt{2}$
$f(1-\sqrt{2})=1-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}$
$\therefore f(\sqrt{2})+f(1-\sqrt{2})=(1-\sqrt{2})+\sqrt{2}=1$

04 정답 ③

해설 $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$이므로
ㄱ. $x=0$, $y=0$을 대입하면ㄴ $f(0)=\{f(0)\}^2$
$\therefore f(0)=1(\because f(0)>0)$(참)
ㄴ. $y=-x$를 대입하면
$f(0)=f(x)\cdot f(-x)$이므로 $1=f(x)\cdot f(-x)$
$\therefore f(-x)=\dfrac{1}{f(x)}$(참)
ㄷ. $y=x$를 대입하면 $f(2x)=\{f(x)\}^2$
$y=2x$를 대입하면
$f(3x)=f(x)\cdot f(2x)=\{f(x)\}^3$(거짓)
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다.

05 정답 7

해설 $\dfrac{1-2x}{3}=-1$에서 $1-2x=-3$
$\therefore x=2$
$f\left(\dfrac{1-2x}{3}\right)=x^2+3$에 $x=2$를 대입하면
$f(-1)=2^2+3=7$

06 정답 ③

해설 치역 $Y=\{-1,\ 1,\ i,\ -i\}$이다.
모든 원소를 제곱하여 더하면
$(-1)^2+1^2+(-i)^2+i^2=1+1-1-1=0$

07 정답 ③

해설 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에서
(i) x가 홀수, 즉 $x=1, 3, 5$일 때,
$f(x)=-x+4$이므로
$f(1)=3$, $f(3)=1$, $f(5)=-1$
(ii) x가 짝수, 즉 $x=2, 4, 6$일 때,
$f(x)=x-3$이므로
$f(2)=-1$, $f(4)=1$, $f(6)=3$
(i), (ii)에서 함수 f의 치역은 $\{-1, 1, 3\}$이다.

08 정답 ②

해설 ㄱ. $f(-2)=4$, $g(-2)=-4$이므로 $f \neq g$
ㄴ. $f(-2)=g(-2)=4$, $f(0)=g(0)=0$,
$f(2)=g(2)=4$이므로 $f=g$
ㄷ. $f(-2)=2$, $g(-2)=-2$이므로 $f \neq g$
따라서 옳은 것은 ㄴ뿐이다.

09 정답 ③

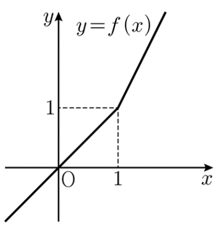
해설 두 함수 f, g가 서로 같으므로
정의역의 모든 원소 x에 대하여 $f(x)=g(x)$이다.
즉, $f(0)=g(0)$, $f(1)=g(1)$
$f(0)=b$, $g(0)=1$에서
$b=1$
$f(1)=1+a+b$, $g(1)=3$에서
$1+a+b=3$
$\therefore a=1$, $b=1$
따라서 $a-b=1-1=0$

10 정답 ②

해설 ㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가
1개씩 대응하므로 함수이다.
㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.
㉣ 치역은 1, 2, 4이다.
㉤ $f(2)=f(4)=4$ 이고, $\mathrm{Y} \neq f(x)$ 이므로
일대일대응이 아니다.

11 정답 ③

해설 f가 일대일대응이 되려면
$y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



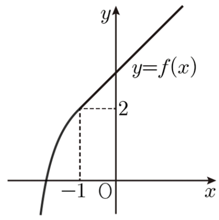
즉, 직선 $y=ax+b$가 점 $(1, 1)$을 지나야 하므로
$a+b=1$ $\cdots$ ㉠
또, 직선 $y=x$의 기울기가 양이므로 직선 $y=ax+b$의
기울기도 양이어야한다.
$\therefore a>0$ $\cdots$ ㉡
따라서 주어진 보기 중 ㉠, ㉡을 만족하는 것은 ③이다.

12 정답 ③

해설 $f(5)-f(7)=6$에서 $f(5)=8$, $f(7)=2$
이때 $f(1)=4$이고 함수 f가 일대일대응이므로
$f(3)=6$
$\therefore f(7)+f(3)=2+6=8$

13 정답 3

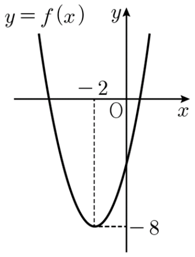
해설 함수 f가 일대일대응이므로 $y=f(x)$의 그래프는 다음
그림과 같아야 한다.



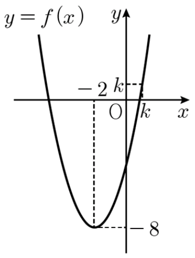
즉, 직선 $y=(3-a)x+b$가 점 $(-1, 2)$를 지나야
하므로 $2=-3+a+b$ $\quad\therefore a=-b+5$
또, $x>-1$에서 직선 $y=(3-a)x+b$의 기울기가
양수이어야 하므로
$3-a>0$ $\quad\therefore a<3$
$a=-b+5<3$이므로 $b>2$
따라서 정수 b의 최솟값은 3이다.

14 정답 ⑤

해설 $f(x)=x^2+4x-4=(x+2)^2-8$
함수 $f(x)$의 그래프는 아래 그림과 같다.



함수 $f(x)$의 최솟값이 -8이므로 치역은 항상
$Y=\{y|y\geq -8\}$의 부분집합이다.
함수 f가 일대일함수이려면
이차함수 그래프의 축 $x=-2$를 기준으로 하여
어느 한쪽의 전체 또는 일부분이어야 한다.
즉, $k\geq -2$이므로 k의 최솟값은 $a=-2$
$f(x)=x^2+4x-4=(x+2)^2-8$
이 일대일함수가 되기 위한 k의 범위는
$k\geq -2$ $\cdots$ ㉠
또한, 일대일대응이 되기 위해 함수 f의 치역이
공역 $\{x|x\geq k\}$와 같으려면 $f(k)=k$이어야 한다.



$k^2+4k-4=k$, $k^2+3k-4=0$
$(k-1)(k+4)=0$
$\therefore$ $k=-4$ 또는 $k=1$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 구하는 k의 값은 $b=1$
따라서 $a=-2$, $b=1$이므로 $b-a=1-(-2)=3$

15 정답 -5

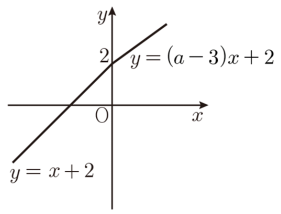
해설 함수 $f(x)=ax+b$는 일대일함수이고, 공역과 치역이 서로 같으므로 일대일대응이다.
(i) $a>0$일 때
x의 값이 증가하면 $f(x)$의 값도 증가하므로
$f(1)=1$, $f(4)=4$
$a+b=1$, $4a+b=4$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=0$
이때 $ab=0$이므로 조건을 만족시키지 않는다.
(ii) $a<0$일 때
x의 값이 증가하면 $f(x)$의 값은 감소하므로
$f(1)=4$, $f(4)=1$
$a+b=4$, $4a+b=1$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=5$
$\therefore$ $ab=-5$
(i), (ii)에 의하여 $ab=-5$

16 정답 7

해설 $a>0$이므로 함수 $f(x)$가 일대일대응이려면
$f(-1)=1$, $f(3)=9$
$-a+b=1$, $3a+b=9$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=2$, $b=3$
$\therefore$ $2a+b=7$

17 정답 9

해설 함수 f가 일대일대응이고 $x<0$에서 직선 $y=x+2$의 기울기가 양수이므로 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



즉, $x\geq 0$에서 직선 $y=(a-3)x+2$의 기울기도 양수이어야 하므로
$a-3>0$
$\therefore$ $a>3$
따라서 $k=3$이므로
$k^2=9$

18 정답 8

해설 $f(x)$가 일대일대응이 되려면 $x \geq 1$일 때와 $x < 1$일 때의 직선의 기울기의 부호가 서로 같아야 한다.
즉, $(4-a)(5+a) > 0$이므로
$(a+5)(a-4) < 0$
$\therefore -5 < a < 4$
따라서 정수 a는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$의 8개이다.

19 정답 11

해설 함수 g는 항등함수이므로 $g(1)=1$, $g(3)=3$, $g(4)=4$
$f(1)=g(3)=h(4)$에서 $f(1)=h(4)=3$이므로
$f(3)-f(4)=f(1)$에서 $f(3)-f(4)=3$
이때 함수 f는 일대일대응이므로 $f(3)=4$, $f(4)=1$
또, 함수 h는 상수함수이므로 $h(1)=h(3)=h(4)=3$
$\therefore f(3)+g(4)+h(1)=4+4+3=11$

20 정답 ②

해설 $f: X \to X$가 항등함수가 되기 위해서는
$f(-3)=-3$, $f(-1)=-1$, $f(1)=1$이어야 한다.
$x \geq 0$일 때, $f(1)=1$을 만족하고,
$x < 0$일 때, $f(x)=ax^2+bx-3$이므로
$f(-3)=9a-3b-3=-3$,
$f(-1)=a-b-3=-1$이다.
따라서 $a=-1$, $b=-3$이므로 $a+b=-4$이다.

21 정답 15

해설 $x=2$, $y=2$이면
$f(4)=f(2)+f(2)$
$=5+5=10$
$x=4$, $y=2$이면
$f(8)=f(4)+f(2)$
$=10+5=15$

22 정답 15

해설 $f(x+y)-f(y)=f(x)+xy$에서
$f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$ $\cdots$ ㉠
㉠에 $x=1$, $y=1$을 대입하면
$f(2)=f(1)+f(1)+1$
$=2f(1)+1=3$ ($\because f(1)=1$)
㉠에 $x=2$, $y=1$을 대입하면
$f(3)=f(2)+f(1)+2$
$=6$ ($\because f(2), f(1)=1$)
㉠에 $x=3$, $y=2$를 대입하면
$f(5)=f(3)+f(2)+6$
$=15$ ($\because f(3)=6, f(2)=3$)

23 정답 -3

해설 임의의 두 양수 x, y에 대하여
$f(xy)=f(x)+f(y)$ $\cdots$ ㉠이므로
㉠에 $x=1$, $y=1$을 대입하면
$f(1)=f(1)+f(1)$ $\quad \therefore f(1)=0$
$x=2$, $y=2$를 대입하면
$f(4)=f(2)+f(2)=1+1=2$ $\leftarrow f(2)=1$
$x=4$, $y=2$를 대입하면
$f(8)=f(4)+f(2)=2+1=3$
$x=8$, $y=\frac{1}{8}$을 대입하면
$f(1)=f(8)+f\left(\frac{1}{8}\right)$
$0=3+f\left(\frac{1}{8}\right)$
$\therefore f\left(\frac{1}{8}\right)=-3$

24 정답 62

해설 집합 X의 각 원소에 대응할 수 있는 집합 Y의 원소는 1, 2의 2개씩이므로 X에서 Y로의 함수의 개수는
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$
한편, 치역이 $\{1\}$ 또는 $\{2\}$인 함수의 개수는 2이므로
치역과 공역이 같은 함수의 개수는
$64-2=62$

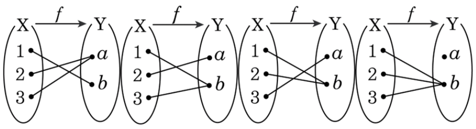
25 정답 64

해설 $f(b)=a$를 만족시키는 함수는 정의역의 원소 b에 대응하는 공역의 원소가 a로 정해져 있으므로 b를 제외한 정의역의 세 원소 $a,\ c,\ d$만 살펴보면 된다.
이때 $a,\ c,\ d$에 대응할 수 있는 공역의 원소는 $a,\ b,\ c,\ d$로 모두 4개씩이다. 따라서 $f(b)=a$를 만족시키는 함수 f의 개수는

$4\cdot4\cdot4=4^3=64$

26 정답 4

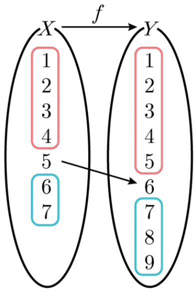
해설 $f(1)=b$인 함수 f는 다음과 같다.
따라서 구하는 함수 f는 4개이다.



27 정답 ④

해설 조건 (가)에서 $f(5)$의 값은 6 또는 7이고
조건 (나)에 의하여
$f(1)<f(2)<f(3)<f(4)<f(5)<f(6)<f(7)$의
순서가 정해진다.

(ⅰ) $f(5)=6$일 때,



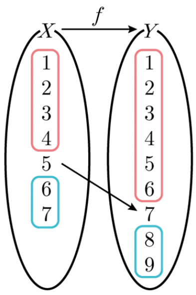
X의 원소 1, 2, 3, 4를 대응시키는 방법의 수는 Y의 원소 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 네 수를 뽑는 경우의 수와 같으므로 ${}_5C_4=5$

또한, X의 원소 6, 7을 대응시키는 방법의 수는 Y의 원소 7, 8, 9 중에서 서로 다른 두 수를 뽑는 경우의 수와 같으므로 ${}_3C_2=3$

즉, 조건을 만족하는 함수의 개수는

${}_5C_4\cdot{}_3C_2=5\cdot3=15$

(ⅱ) $f(5)=7$일 때,



X의 원소 1, 2, 3, 4를 대응시키는 방법의 수는 Y의 원소 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 서로 다른 네 수를 뽑는 경우의 수와 같으므로 ${}_6C_4=15$

또한, X의 원소 6, 7을 대응시키는 방법의 수는 Y의 원소 8, 9 중에서 서로 다른 두 수를 뽑는 경우의 수와 같으므로 ${}_2C_2=1$

즉, 조건을 만족하는 함수의 개수는

${}_6C_4\cdot{}_2C_2=15\cdot1=15$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 함수의 개수는 $15+15=30$

28 정답 3

해설 (i) $x=1$일 때, $2\cdot1-f(1)$의 값이 A에 포함되기 위해서 가능한 $f(1)$의 값은 1뿐이다.
(ii) $x=2$일 때, $2\cdot2-f(2)$의 값이 A에 포함되기 위해서 가능한 $f(2)$의 값은 1, 2, 3이다.
(iii) $x=3$일 때, $2\cdot3-f(3)$의 값이 A에 포함되기 위해서 가능한 $f(3)$의 값은 3뿐이다.
(i), (ii), (iii)에서 가능한 함수의 개수는 $1\cdot3\cdot1=3$

29 정답 63

해설 $f(1)=15$이고 $f(1)>f(2)>f(3)$이므로
집합 Y의 원소 2, 5, 6, 9, 10, 11, 14 중에서
서로 다른 2개를 뽑아 크기가 큰 것부터 차례대로
집합 X의 원소 2, 3에 대응시키면 된다.
즉, $f(2)$, $f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는
${}_7C_2=21$
$f(4)=14$이고 $f(4)<f(5)<f(6)$이므로
집합 Y의 원소 15, 18, 20 중에서
서로 다른 2개를 뽑아 크기가 작은 것부터 차례대로
집합 X의 원소 5, 6에 대응시키면 된다.
즉, $f(5)$, $f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는
${}_3C_2=3$
따라서 조건을 만족시키는 함수 f의 개수는
$21\cdot3=63$

30 정답 ②

해설 치역과 공역이 일치하기 위해서는 정의역 X를 3개조로 나누어 함숫값으로 각각 1, 2, 3을 갖도록 배정하면 된다.
(i) 정의역 X를 1개, 1개, 3개의 3개조로 나누어 공역 Y의 원소에 하나씩 대응시키면 되므로 함수 f의 개수는

$$\left({}_5C_1\cdot{}_4C_1\cdot{}_3C_3\cdot\frac{1}{2!}\right)\cdot3!$$
$$=5\cdot4\cdot1\cdot\frac{1}{2}\cdot6=60$$

(ii) 정의역 X를 1개, 2개, 2개의 3개조로 나누어 공역 Y의 원소에 하나씩 대응시키면 되므로 함수 f의 개수는

$$\left({}_5C_1\cdot{}_4C_2\cdot{}_2C_2\cdot\frac{1}{2!}\right)\cdot3!$$
$$=5\cdot\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\cdot1\cdot\frac{1}{2}\cdot6=90$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 함수 f의 개수는
$60+90=150$