교과서_비상교육 - 공통수학2 (집합명제)91~92p_중단원

명제와 조건 ~ 절대부등식

실시일자	-
19문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 다음 중 명제인 것을 모두 고르면?

① $7-x=5-x$
② 농구선수는 키가 크다.
③ $x \le 6$
④ 태양은 지구 가까이에 있다.
⑤ 정삼각형의 세 변의 길이는 서로 같다.

02 전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 한 자리 자연수$\}$에 대하여 조건 p가 '$p: x^2+3x-10 \le 0$'일 때, 조건 p의 진리집합의 원소의 개수를 구하시오.

03 다음 〈보기〉의 조건 '$p(x)$'를 만족하는 진리집합 P가 바르게 연결된 것은? (단, 전체집합은 실수의 집합 R이다.)

〈보기〉

(1) $p(x)$: x는 12의 양의 약수이다.
$P=\{1, 2, 3, 6, 12\}$
(2) $p(x): x^2+1=0$
$P=\varnothing$
(3) $p(x): x^2-5x-4=0$
$P=\{1, 4\}$
(4) $p(x): x^2+4x+5>0$
$P=R$

① (1), (2) ② (2), (3)
③ (3), (4) ④ (2), (4)
⑤ (1), (3)

04 두 조건 p, q에 대하여 명제 $q \rightarrow \sim p$의 역이 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$ ② $p \rightarrow \sim q$ ③ $q \rightarrow p$
④ $\sim q \rightarrow p$ ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

05 명제 'p 이면 q 가 아니다.'의 역인 명제의 대우를 구하면?

① q 가 아니면 p 이다.
② q 이면 p 가 아니다.
③ p 가 아니면 q 가 아니다.
④ p 가 아니면 q 이다.
⑤ q 이면 p 이다.

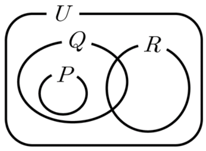
06 두 조건 p, q에 대하여 $\sim p$가 q이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① q는 p이기 위한 충분조건이다.
② p는 q이기 위한 충분조건이다.
③ p는 $\sim q$이기 위한 충분조건이다.
④ $\sim q$는 p이기 위한 충분조건이다.
⑤ $\sim q$는 $\sim p$이기 위한 필요조건이다.

07 다음 중 $x > 7$ 의 필요조건이고, 충분조건은 되지 않는 것은?

① $x > 7$　② $x < 7$　③ $x \geq 7$
④ $x \leq 7$　⑤ $x = 7$

08 전체집합 U에서의 두 조건 p, q에 대하여 명제 $p \to \sim q$가 참이면 $p \Rightarrow q$, 거짓이면 $p \nRightarrow q$로 나타내기로 하자. 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라 할 때, P, Q, R 사이의 포함관계가 아래 그림과 같다. 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

ㄱ. $p \Rightarrow q$
ㄴ. $\sim q \Rightarrow p$
ㄷ. $p \nRightarrow r$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

09 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자. 명제 $p \to q$가 참일 때, 다음 중 옳은 것은? (단, $P \neq Q$)

① $P \cap Q = Q$　② $P \cup Q = P$
③ $P - Q = \varnothing$　④ $Q - P = \varnothing$
⑤ $P \cup Q^C = U$

10 다음 중 거짓인 명제는?

① 어떤 소수는 짝수이다.
② 모든 실수 x에 대하여 $x^2+x+\frac{1}{4}\geq 0$이다.
③ 어떤 실수 x에 대하여 $x^2+2x<0$이다.
④ 어떤 실수 x에 대하여 $x^5<0$이다.
⑤ 모든 양의 실수 x에 대하여 $x^2>2x$이다.

11 다음 명제 중 거짓인 명제는?

① 두 삼각형이 합동이면 넓이가 같다.
② 두 자연수 m, n 에 대하여 m^2+n^2 이 홀수이면 mn 은 홀수이다.
③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 은 짝수이다.
④ 어떤 x 에 대하여 $x^2\leq 0$ 이다.
⑤ 정사각형은 평행사변형이다.

12 [2017년 6월 고2 문과 6번 변형]
명제
'$x=a$이면 $x^2+x-12=0$이다.'
가 참이 되기 위한 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13 두 조건 p : $x>a$, q : $-4<x<3$에 대하여 p는 q이기 위한 필요조건일 때, 실수 a의 최댓값을 구하시오.

14 실수 x에 대하여 $x+3=0$이 $x^2+2x+a=0$이기 위한 충분조건일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

15 두 실수 a, b에 대하여 세 조건 p, q, r는
$p: a^2+b^2=0$, $q: a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=0$,
$r: |2a+b|=|2a-b|$이다. 다음 보기 중 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉
ㄱ. p는 r이기 위한 필요조건이다.
ㄴ. $\sim q$는 $\sim p$이기 위한 충분조건이다.
ㄷ. p는 q이고 r이기 위한 필요충분조건이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

16 실수 x, y와 집합 A, B, C에 대하여 다음 중 조건 p가 조건 q이기 위한 필요충분조건은?

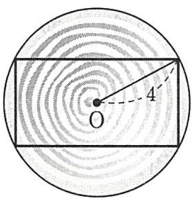
① $p : x+y \geq 2$, $q : x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$
② $p : |x|+|y|=0$, $q : x^3+y^3=0$
③ $p : xy+1>x+y>2$, $q : x>1$ 이고 $y>1$
④ $p : A \subset B \subset C$, $q : A \subset B$ 또는 $A \subset C$
⑤ $p : x+y$가 유리수이다, $q : x$, y는 모두 유리수이다.

17 실수 a, b에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

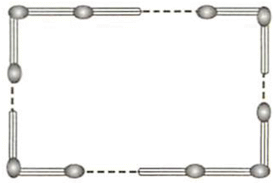
<보기>
ㄱ. $|a|-|b| \geq |a-b|$
ㄴ. $|a|+|b| \leq |a-b|$
ㄷ. $|a-b|+|b| \geq |a|$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

18 다음 그림과 같이 단면의 반지름의 길이가 4인 통나무를 가지고 밑면이 직사각형인 사각기둥을 만들려고 한다. 그 밑면의 넓이가 최대가 될 때, 밑면의 넓이를 구하시오.



19 한 개의 길이가 1인 성냥개비 40개를 연결하여 다음 그림과 같이 탁자 위에 직사각형을 만들려고 한다. 이때 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.



교과서_비상교육 - 공통수학2 (집합명제)91~92p_중단원

명제와 조건 ~ 절대부등식

실시일자	-
19문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ①, ⑤	02 2	03 ④
04 ④	05 ④	06 ③
07 ③	08 ②	09 ③
10 ⑤	11 ②	12 ③
13 -4	14 -3	15 ⑤
16 ③	17 ③	18 32
19 100		

교과서_비상교육 - 공통수학2 (집합명제)91~92p_중단원

명제와 조건 ~ 절대부등식

실시일자	-
19문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ①, ⑤

해설 ① $7-x=5-x$에서 $7=5$이므로 거짓인 명제이다.
② 기준이 명확하지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
③ x의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하므로 명제가 아니다.
④ 기준이 명확하지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
⑤ 정삼각형의 세 변의 길이는 서로 같으므로 참인 명제이다.
따라서 명제인 것은 ①, ⑤이다.

02 정답 2

해설 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 9\}$이고
조건 p의 진리집합을 P라 하면
$p: x^2+3x-10 \le 0$에서
$(x+5)(x-2) \le 0$
$\therefore\ -5 \le x \le 2$
$\therefore\ P=\{1,\ 2\}$
따라서 p의 진리집합의 원소의 개수는 2이다.

03 정답 ④

해설 (1) $P=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
(2) $x^2 \ge 0$ 이므로 $x^2+1 \ne 0$ $\therefore P=\varnothing$
(3) $P=\left\{\dfrac{5\pm\sqrt{41}}{2}\right\}$
(4) 모든 실수 x에 대하여
$x^2+4x+5=(x+2)^2+1>0$ 이므로
$P=R$이다.

04 정답 ④

해설 명제 $q \to \sim p$의 역 $\sim p \to q$가 참이므로
그 대우인 $\sim q \to p$도 항상 참이다.
따라서 항상 참인 명제는 ④이다.

05 정답 ④

해설 $p \Rightarrow \sim q$ $\longrightarrow$ $\sim q \Rightarrow p$ $\longrightarrow$ $\sim p \Rightarrow q$
$\longrightarrow$ p가 아니면 q이다.

06 정답 ③

해설 $\sim p$가 q이기 위한 필요조건이므로
$q \Rightarrow \sim p$
③ 명제 $q \to \sim p$ 가 참이므로
그 대우인 $p \to \sim q$도 참이다.
즉, $p \Rightarrow \sim q$이므로
p는 $\sim q$이기 위한 충분조건이다.

07 정답 ③

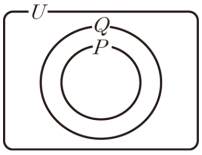
해설 $x>7$ 범위를 포함하는 것을 고르면 $x \ge 7$

08 정답 ②

해설 ㄱ. $P \not\subset Q^C$이므로 $p \to \sim q$는 거짓이다.
따라서 $p \not\Rightarrow q$이다. (거짓)
ㄴ. $Q^C \subset P^C$이므로 $\sim q \to \sim p$는 참이다.
따라서 $\sim q \Rightarrow p$이다. (참)
ㄷ. $P \subset R^C$이므로 $p \to \sim r$는 참이다.
따라서 $p \Rightarrow r$이다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

09 정답 ③

해설 명제 $p \to q$가 참이면 $P \subset Q$이므로
P, Q를 벤다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다.



① $P \cap Q = P$
② $P \cup Q = Q$
④ $Q - P \neq \varnothing$
⑤ $P \cup Q^C \neq U$

10 정답 ⑤

해설 ① 소수 2는 짝수이다.
② $x^2+x+\frac{1}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$
③ $x=-1$이면 $x^2+2x<0$이다.
④ $x=-1$이면 $x^5<0$이다.
⑤ [반례] $x=1$일 때 $x^2=1$, $2x=2$이므로 $x^2<2x$
따라서 거짓인 명제는 ⑤이다.

11 정답 ②

해설 ② (반례) $m=2$, $n=1$ 인 경우

12 정답 ③

해설 명제가 참이 되기 위해서는 $a^2+a-12=0$에서
$(a-3)(a+4)=0$이다.
따라서 $a=3$ 또는 $a=-4$이다.
$a>0$이므로 $a=3$이다.

13 정답 -4

해설 $p: x>a$, $q: -4<x<3$의 진리집합을 각각
P, Q라고 하면
$P=\{x \mid x>a\}$, $Q=\{x \mid -4<x<3\}$
이때 p는 q이기 위한 필요조건이므로 $q \to p$가 참이
되려면
$Q \subset P$
$\therefore a \leq -4$
따라서 실수 a의 최댓값은 -4

14 정답 -3

해설 $x+3=0$에서 $x=-3$이므로
$x+3=0$이 $x^2+2x+a=0$이기 위한 충분조건이려면
$x=-3$이 이차방정식 $x^2+2x+a=0$의 해이어야한다.
따라서 $(-3)^2+2\cdot(-3)+a=0$에서
$a=-3$

15 정답 ⑤

해설 $p: a^2+b^2=0$에서 $a=0$, $b=0$
$q: a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=0$에서
$(a-b)^3=0 \qquad \therefore a=b$
$r: |2a+b|=|2a-b|$에서
$2a+b=2a-b$ 또는 $2a+b=-(2a-b)$
$\therefore a=0$ 또는 $b=0$
ㄱ. $p \Rightarrow r$, $r \not\Rightarrow p$이므로 p는 r이기 위한 충분조건이다.
ㄴ. $\sim p: a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$, $\sim q: a \neq b$
따라서 $\sim p \not\Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow \sim p$이므로
$\sim q$는 $\sim p$이기 위한 충분조건이다.
ㄷ. q이고 r는 $a=b=0$
따라서 $p \Leftrightarrow (q$이고 $r)$이므로 p는 q이고 r이기 위한
필요충분조건이다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

16 정답 ③

해설 ① [반례] $x=3$, $y=-3$에서 $x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$이지만
$x+y \geq 2$가 성립하지 않는다.
② [반례] $x=1$, $y=-1$에서 $x^3+y^3=0$은 성립하지만
$|x|+|y|=0$은 성립하지 않는다.
④ [반례] $A=\{1\}$, $B=\{2, 3\}$, $C=\{1, 2, 3\}$에서
$A \subset B$ 또는 $A \subset C$이지만 $A \subset B \subset C$는
성립하지 않는다.
⑤ [반례] $x=1+\sqrt{2}$, $y=1-\sqrt{2}$ 일 때, $x+y$는
유리수이지만 x, y는 모두 유리수가 아니다.
따라서 조건 p가 조건 q이기 위한 필요충분조건인 것은
③이다.

17

정답 ③

해설 ㄱ. [반례] $a=1$, $b=-2$이면

$|a|-|b|=-1$, $|a-b|=3$이므로

$|a|-|b|<|a-b|$ (거짓)

ㄴ. [반례] $a=2$, $b=3$이면

$|a+b|=5$, $|a-b|=1$이므로

$|a+b|>|a-b|$ (거짓)

ㄷ. $|a-b|+|b|\geq|a|$에서

$|a-b|\geq|a|-|b|$

(ⅰ) $|a|\geq|b|$일 때

$|a-b|^2-(|a|-|b|)^2$

$=(a^2-2ab+b^2)-(a^2-2|ab|+b^2)$

$=2(|ab|-ab)\geq 0$ ($\because$ $|ab|\geq ab$)

$\therefore$ $|a-b|^2\geq(|a|-|b|)^2$

$\therefore$ $|a-b|\geq|a|-|b|$

($\because$ $|a|-|b|\geq 0$, $|a-b|\geq 0$)

$\therefore$ $|a-b|+|b|\geq|a|$

(ⅱ) $|a|<|b|$일 때

$|a|-|b|<0$, $|a-b|\geq 0$이므로

$|a-b|>|a|-|b|$

$\therefore$ $|a-b|+|b|\geq|a|$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $|a-b|+|b|\geq|a|$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

18

정답 32

해설 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x, y라 하면 넓이 S는

$S=xy$

또, 통나무의 단면의 지름의 길이가 8 이므로

$x^2+y^2=8^2=64$

이때 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$x^2+y^2\geq 2\sqrt{x^2y^2}=2xy$

$64\geq 2xy$

$\therefore$ $xy\leq 32$

따라서 S는 $x^2=y^2$ 일 때, 즉 $x=y=4\sqrt{2}$ 일 때,

최댓값 32를 갖는다.

19

정답 100

해설 직사각형의 가로, 세로에 놓인 성냥개비의 개수를 각각 a, b ($a>0$, $b>0$)라 하면 $a+b=20$이고, 직사각형의 넓이는 ab이다.

$a+b\geq 2\sqrt{ab}$ 이므로 $20\geq 2\sqrt{ab}$

$\therefore$ $0<ab\leq 100$ ($\because$ $ab>0$)

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 100이다.