개념+유형 개념편 - 수학Ⅱ (2025) (정적분) 154~172p

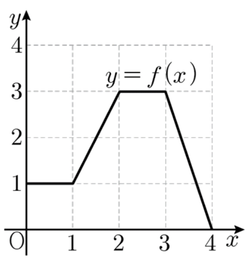
정적분

실시일자	-	유형별 학습	이름
35문제 / DRE수학			

01 다음을 x에 대하여 미분하여라.

$$\int_{x}^{x+1}(2t-3)dt$$

02 닫힌 구간 $[0,\ 4]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다. 함수 $F(x)$가 $F(x)=\int_{0}^{x}f(t)dt$일 때, $F'(2)$의 값은?



① 0　② 1　③ 2
④ 3　⑤ 4

03 $\int_{0}^{3}4x^5dx$의 값을 구하시오.

04 [2022년 10월 고3 2번/2점]
$\int_{0}^{2}(2x^3+3x^2)dx$의 값은?

① 14　② 16　③ 18
④ 20　⑤ 22

05 다음 정적분의 값을 구하시오.

$$\int_{0}^{6}x(x-3)dx+\int_{0}^{6}(y^2+3y)dy$$

06 $\int_{0}^{2}(6x+4)^2dx-\int_{0}^{2}(6x-4)^2dx$의 값을 구하시오.

07 $\int_{-3}^{-2}(x^2+2x-4)dx-\int_{1}^{-2}(y^2+2y-4)dy$의 값을 구하시오.

08 함수 $f(x)=\begin{cases}7x-5 & (x\geq 1)\\ -x+3 & (x\leq 1)\end{cases}$에 대하여 정적분 $\int_{0}^{2}f(x)dx$의 값을 구하시오.

09 [2012년 9월 고3 문과 23번/3점]
$\int_{-2}^{2}x(3x+1)dx$의 값을 구하시오.

10 $\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\int_{2}^{x}(t-1)^3dt$의 값을 구하시오.

11 $\int_{0}^{a}(7x^5+3x^2-8x-1)dx$

$-\int_{0}^{-a}(7t^5+3t^2-8t-1)dt=12$를

만족시키는 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

12 다음 정적분의 값을 계산하시오.

$$\int_{-1}^{2} |t^2-4t+3|\,dt$$

13 $\int_{0}^{3} x|x-1|\,dx$ 의 값은?

① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ $\frac{29}{6}$ ⑤ 5

14 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 모두 만족할 때, 정적분 $\int_{-3}^{3}(x+1)f(x)dx$의 값을 구하시오.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
> (나) $\int_{0}^{3} xf(x)dx=2,\ \int_{0}^{3} f(x)dx=1$

15 [2004년 9월 고3 이과 8번]
함수 $f(x)$는 다음 두 조건을 만족한다.

> (가) $-2 \le x \le 2$일 때, $f(x)=x^3-4x$
> (나) 임의의 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+4)$

정적분 $\int_{1}^{2} f(x)\,dx$ 와 같은 것은?

① $\int_{2004}^{2005} f(x)dx$ ② $-\int_{2004}^{2005} f(x)dx$
③ $\int_{2005}^{2006} f(x)dx$ ④ $-\int_{2005}^{2006} f(x)dx$
⑤ $\int_{2006}^{2007} f(x)dx$

16 연속함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, 정적분 $\int_{-6}^{6} f(x)dx$의 값은?

> (가) $-1 \le x \le 1$일 때, $f(x)=x^2$
> (나) 임의의 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$

① 2 ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

17 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=3x^3-\int_0^1 (x-1)f(t)dt$를 만족시킬 때, 정적분 $\int_0^1 f(x)dx$의 값을 구하시오.

18 모든 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가 $f(x)=2x^4+3x\int_{-1}^1 f(t)dt$를 만족할 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

19 모든 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가 $\int_a^x f(t)dt=x^2-2x$를 만족시킬 때, $f(a)$의 값을 구하시오. (단, $a>0$)

20 [2023년 3월 고3 4번 변형]
다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $\int_1^x f(t)dt=x^3+ax+3$을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

21 함수 $f(x)=\int_0^x (3t^2-6t-9)dt$의 극댓값을 구하시오.

22 $\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\int_{2-3h}^{2+h}(x^3+x^2-4x-3)dx$의 값은?

① 4 ② 8
③ 12 ④ 16
⑤ 20

23 $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_{3-x}^{3+x}|t^2-1|dt$의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

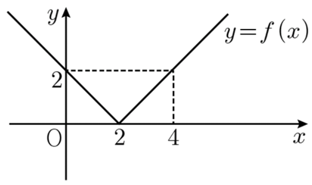
24 $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_{1-2h}^{1+3h}(x^3+4x^2-5x+2)dx$의 값은?

① 6 ② 8
③ 10 ④ 12
⑤ 14

25 함수 $f(x)=x^3-4x+a$에 대하여
$\lim_{x\to 3}\frac{1}{x^2-9}\int_3^x f(t)dt=6$일 때, 상수 a의 값은?

① 7 ② 14 ③ 21
④ 28 ⑤ 35

26 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
정적분 $\int_0^5 (x-2)f(x)dx$의 값을 구하시오.



27 정적분 $\int_{-2}^{2}|3x^3|(x^3+x^2+1)dx$의 값은?

① 82 ② 84 ③ 86
④ 88 ⑤ 90

28 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여
$f(x+5)=f(x)$, $f(-x)=f(x)$, $\int_0^5 f(x)dx=3$
을 만족시킬 때, 정적분 $\int_{-30}^{30} f(x)dx$의 값을 구하시오.

29 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)=3x+\int_0^2 tf'(t)dt$가 성립할 때, $f(-2)$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

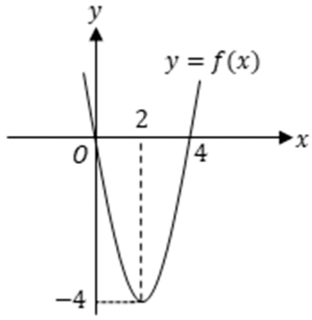
30 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여
$\int_1^x (x-t)f(t)\,dt=x^3+ax^2-x+1$일 때,
$f(4)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수)

31 미분가능한 함수 $f(x)$가
$\int_a^x (x-t)f(t)dt=2x^3+3x^2-x+1$
을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? (단, a는 상수)

① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

32 모든 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가
$\int_2^x (x-t)f(t)dt=x^3+ax^2+16x-12$를
만족시킨다. $f(2)=b$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

33 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같고, 함수 $g(x)$에 대하여 $g(x)=\int_1^{x+2} f(t)dt$가 성립할 때, $g(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은?



① $-\frac{28}{3}$ ② $-\frac{25}{3}$ ③ $-\frac{22}{3}$
④ $-\frac{19}{3}$ ⑤ $-\frac{16}{3}$

34 [2020년 7월 고3 문과 14번/4점]

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+f(-x)}{x^2}=3$
(나) $f(0)=-1$

$\int_{-3}^{3}f(x)dx$의 값은?

① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

35 [2015년 7월 고3 문과 29번/4점]

최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\int_{0}^{3}f(x)\,dx$의 최솟값을 m이라 할 때, $4m$의 값을 구하시오.

(가) $f(0)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f'(2-x)=f'(2+x)$이다.
(다) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq-3$이다.

개념+유형 개념편 - 수학Ⅱ (2025) (정적분) 154~172p

정적분

실시일자	-
35문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 2	02 ④	03 486
04 ②	05 144	06 192
07 $-\frac{44}{3}$	08 8	09 16
10 1	11 ②	12 $\frac{22}{3}$
13 ④	14 4	15 ③
16 ④	17 $\frac{3}{2}$	18 $\frac{22}{5}$
19 2	20 ①	21 5
22 ①	23 ②	24 ③
25 ③	26 $\frac{19}{3}$	27 ④
28 36	29 ③	30 22
31 ②	32 -9	33 ③
34 ⑤	35 27	

개념+유형 개념편 - 수학Ⅱ (2025) (정적분) 154~172p

정적분

실시일자	-
35문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 2

해설 $g(x)=2x-3$이라 하면

$$\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}\int_{x}^{x+1} g(t)dt=g(x+1)-g(x)$$

$$=\{2(x+1)-3\}-(2x-3)=2$$

02 정답 ④

해설 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$에서

$F'(x)=f(x)$이므로

$F'(2)=f(2)=3$

03 정답 486

해설 $\int_0^3 4x^5dx=\left[\frac{2}{3}x^6\right]_0^3=486$

04 정답 ②

해설 다항함수의 정적분의 값을 계산한다.

$$\int_0^2 (2x^3+3x^2)dx=\left[\frac{x^4}{2}+x^3\right]_0^2$$

$$=16$$

05 정답 144

해설 $\int_0^6 x(x-3)dx+\int_0^6 (y^2+3y)dy$

$$=\int_0^6 (x^2-3x)dx+\int_0^6 (x^2+3x)dx$$

$$=\int_0^6 (x^2-3x+x^2+3x)dx$$

$$=\int_0^6 2x^2dx$$

$$=\left[\frac{2}{3}x^3\right]_0^6=144$$

06 정답 192

해설 $\int_0^2 (6x+4)^2dx-\int_0^2 (6x-4)^2dx$

$$=\int_0^2 (36x^2+48x+16)dx-\int_0^2 (36x^2-48x+16)dx$$

$$=\int_0^2 (36x^2+48x+16-36x^2+48x-16)dx$$

$$=\int_0^2 96x\,dx$$

$$=\left[48x^2\right]_0^2$$

$$=192$$

07 정답 $-\frac{44}{3}$

해설 $\int_{-3}^{-2} (x^2+2x-4)dx-\int_{1}^{-2} (y^2+2y-4)dy$

$$=\int_{-3}^{-2} (x^2+2x-4)dx+\int_{-2}^{1} (y^2+2y-4)dy$$

$$=\int_{-3}^{-2} (x^2+2x-4)dx+\int_{-2}^{1} (x^2+2x-4)dx$$

$$=\int_{-3}^{1} (x^2+2x-4)dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^3+x^2-4x\right]_{-3}^{1}$$

$$=-\frac{8}{3}-12=-\frac{44}{3}$$

08 정답 8

해설 $\int_0^2 f(x)dx$

$=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx$

$=\int_0^1(-x+3)dx+\int_1^2(7x-5)dx$

$=\left[-\frac{1}{2}x^2+3x\right]_0^1+\left[\frac{7}{2}x^2-5x\right]_1^2$

$=\left\{\left(-\frac{1}{2}+3\right)-(-0+0)\right\}+\left\{(14-10)-\left(\frac{7}{2}-5\right)\right\}$

$=8$

09 정답 16

해설 정적분의 값을 구할 수 있는가?

$\int_{-2}^2 x(3x+1)dx$

$=\int_{-2}^2(3x^2+x)dx$

$=\int_{-2}^2 3x^2dx$

$=2\int_0^2 3x^2dx=2\left[x^3\right]_0^2=2(8-0)=16$

10 정답 1

해설 $F'(x)=(x-1)^3$라 하면

$\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\int_2^x(t-1)^3dt$

$=\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\int_2^x F'(t)dt$

$=\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\left[F(t)\right]_2^x$

$=\lim_{x\to 2}\frac{F(x)-F(2)}{x-2}$

$=F'(2)=(2-1)^3=1$

11 정답 ②

해설 $\int_0^a(7x^5+3x^2-8x-1)dx$

$-\int_0^{-a}(7t^5+3t^2-8t-1)dt$

$=\int_0^a(7x^5+3x^2-8x-1)dx$

$+\int_{-a}^0(7x^5+3x^2-8x-1)dx$

$=\int_{-a}^a(7x^5+3x^2-8x-1)dx$

$=2\int_0^a(3x^2-1)dx$

$=2\left[x^3-x\right]_0^a=2a^3-2a$

즉, $2a^3-2a=12$에서

$a^3-a-6=0,\ (a-2)(a^2+2a+3)=0$

따라서 $a^2+2a+3=(a+1)^2+2>0$이므로

조건을 만족시키는 양수 a의 값은 2이다.

12 정답 $\frac{22}{3}$

해설 $t^2-4t+3=(t-1)(t-3)$ 이므로,

$-1<t<1$에서, $|t^2-4t+3|=t^2-4t+3$,

$1<t<2$에서, $|t^2-4t+3|=-t^2+4t-3$

∴ (준식)

$=\int_{-1}^1(t^2-4t+3)dt-\int_1^2(t^2-4t+3)dt$

$=2\int_0^1(t^2+3)dt-\left[\frac{1}{3}t^3-2t^2+3t\right]_1^2$

$=2\cdot\left(\frac{1}{3}+3\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\frac{22}{3}$

13 정답 ④

해설 $\displaystyle\int_0^3 x|x-1|\,dx$

$\displaystyle=\int_0^1(-x^2+x)dx+\int_1^3(x^2-x)dx$

$\displaystyle=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2\right]_0^1+\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2\right]_1^3$

$\displaystyle=\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)+\left\{\left(9-\frac{9}{2}\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\right\}$

$\displaystyle=\frac{1}{6}+\frac{14}{3}=\frac{29}{6}$

14 정답 4

해설 $\displaystyle\int_{-3}^3(x+1)f(x)dx=\int_{-3}^3 xf(x)dx+\int_{-3}^3 f(x)dx$

$h(x)=xf(x)$라고 하면

$h(-x)=-xf(-x)=xf(x)=h(x)$이므로

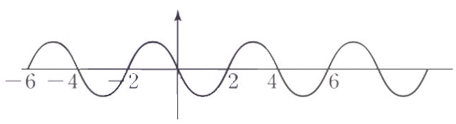
$\displaystyle\int_{-3}^3 h(x)dx=2\int_0^3 h(x)dx$

또, $f(-x)=-f(x)$이므로 $\displaystyle\int_{-3}^3 f(x)dx=0$

$\displaystyle\therefore\ \int_{-3}^3(x+1)f(x)dx=2\int_0^3 xf(x)dx=4$

15 정답 ③

해설 $y=f(x)$는 주기가 4인 함수이므로



$\displaystyle\int_1^2 f(x)dx=\int_5^6 f(x)dx=\int_9^{10} f(x)dx=\cdots$

$\displaystyle=\int_{4k+1}^{4k+2} f(x)dx$

$\displaystyle\therefore\ \int_1^2 f(x)dx=\int_{2005}^{2006} f(x)dx$

16 정답 ④

해설 $\displaystyle\int_{-1}^1 f(x)dx=\int_{-1}^1 x^2dx$

$\displaystyle=2\int_0^1 x^2dx$

$\displaystyle=2\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^1=\frac{2}{3}$

$f(x)=f(x+2)$에서 $f(x)$는 주기함수이므로

$\displaystyle\int_{-6}^6 f(x)dx=6\int_{-1}^1 f(x)dx=6\cdot\frac{2}{3}=4$

17 정답 $\frac{3}{2}$

해설 $\displaystyle f(x)=3x^3-\int_0^1(x-1)f(t)dt$

$\displaystyle=3x^3-x\int_0^1 f(t)\,dt+\int_0^1 f(t)dt$

이때 $\displaystyle\int_0^1 f(t)dt=k$ (k는 상수) $\cdots$ ㉠

로 놓으면 $f(x)=3x^3-kx+k$

이것을 ㉠에 대입하면

$\displaystyle\int_0^1(3t^3-kt+k)dt=k,\ \left[\frac{3}{4}t^4-\frac{1}{2}kt^2+kt\right]_0^1=k$

$\displaystyle\frac{3}{4}-\frac{1}{2}k+k=k$

$\displaystyle\therefore\ k=\frac{3}{2}$

$\displaystyle\therefore\ \int_0^1 f(x)dx=k=\frac{3}{2}$

18 정답 $\frac{22}{5}$

해설 $\displaystyle\int_{-1}^1 f(t)dt=k$ (단, k는 상수)라 하면

$f(x)=2x^4+3kx$

$\displaystyle\therefore\ k=\int_{-1}^1 f(t)dt=\int_{-1}^1(2t^4+3kt)dt$

$\displaystyle=2\int_0^1 2t^4dt=4\left[\frac{1}{5}t^5\right]_0^1=\frac{4}{5}$

따라서 $f(x)=2x^4+\frac{12}{5}x$이므로

$\displaystyle f(1)=\frac{22}{5}$

19 **정답** 2

해설 주어진 등식의 양변에 $x=a$를 대입하면
$a^2-2a=0,\ a(a-2)=0$
$\therefore\ a=2\ (\because\ a>0)$
주어진 등식의 양변을 x에 대하여 미분하면
$f(x)=2x-2$
$\therefore\ f(a)=f(2)=2\cdot 2-2=2$

20 **정답** ①

해설 $\int_1^x f(t)dt=x^3+ax+3 \quad \cdots$ ㉠
㉠의 양변에 $x=1$을 대입하면
$1+a+3=0$
$\therefore\ a=-4$
㉠의 양변을 x에 대하여 미분하고 $a=-4$를 대입하면
$f(x)=3x^2-4$이므로
$f(2)=12-4=8$

21 **정답** 5

해설 $f'(x)=3x^2-6x-9=3(x+1)(x-3)$
$f'(x)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값을 가지므로 구하는 극댓값은

$$f(-1)=\int_0^{-1}(3t^2-6t-9)dt$$
$$=\Big[t^3-3t^2-9t\Big]_0^{-1}=5$$

22 **정답** ①

해설 $f(x)=x^3+x^2-4x-3$, $F'(x)=f(x)$로 놓으면

$$\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_{2-3h}^{2+h}(x^3+x^2-4x-3)dx$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{F(2+h)-F(2-3h)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{F(2+h)-F(2)\}-\{F(2-3h)-F(2)\}}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{F(2+h)-F(2)}{h}+3\lim_{h\to 0}\frac{F(2-3h)-F(2)}{-3h}$$
$$=F'(2)+3F'(2)$$
$$=4F'(2)=4f(2)$$
$$=4(8+4-8-3)=4$$

23 **정답** ②

해설 $f(t)=|t^2-1|$로 놓고
$f(t)$의 한 부정적분을 $F(t)$라 하면

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_{3-x}^{3+x}|t^2-1|dt$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\Big[F(t)\Big]_{3-x}^{3+x}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{F(3+x)-F(3-x)}{x}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{F(3+x)-F(3)+F(3)-F(3-x)}{x}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{F(3+x)-F(3)}{x}+\lim_{x\to 0}\frac{F(3-x)-F(3)}{-x}$$
$$=F'(3)+F'(3)=2F'(3)$$

이때 $F'(x)=f(x)$이므로
$2F'(3)=2f(3)=2\cdot 8=16$

24 정답 ③

해설 $f(x)=x^3+4x^2-5x+2$, $F'(x)=f(x)$로 놓으면

$$\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_{1-2h}^{1+3h}(x^3+4x^2-5x+2)dx$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{F(1+3h)-F(1-2h)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{F(1+3h)-F(1)\}-\{F(1-2h)-F(1)\}}{h}$$
$$=3\lim_{h\to 0}\frac{F(1+3h)-F(1)}{3h}+2\lim_{h\to 0}\frac{F(1-2h)-F(1)}{-2h}$$
$$=3F'(1)+2F'(1)$$
$$=5F'(1)=5f(1)$$
$$=5(1+4-5+2)=10$$

25 정답 ③

해설 $F'(t)=f(t)$로 놓으면

$$\lim_{x\to 3}\frac{1}{x^2-9}\int_3^x f(t)dt$$
$$=\lim_{x\to 3}\frac{F(x)-F(3)}{x-3}\cdot\frac{1}{x+3}$$
$$=\frac{1}{6}F'(3)=\frac{1}{6}f(3)$$
$$=\frac{a+15}{6}$$

이때 $\frac{a+15}{6}=6$이므로

$a=21$

26 정답 $\frac{19}{3}$

해설 $f(x)=\begin{cases}x-2 & (x\ge 2)\\ 2-x & (x\le 2)\end{cases}$

$$\therefore \int_0^5 (x-2)f(x)dx$$
$$=\int_0^2 -(x-2)^2dx+\int_2^5 (x-2)^2dx$$
$$=\int_0^2(-x^2+4x-4)dx+\int_2^5(x^2-4x+4)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2-4x\right]_0^2+\left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+4x\right]_2^5$$
$$=\left(-\frac{8}{3}+8-8\right)+\left\{\left(\frac{125}{3}-50+20\right)-\left(\frac{8}{3}-8+8\right)\right\}$$
$$=\frac{19}{3}$$

27 정답 ④

해설 $$\int_{-2}^2|3x^3|(x^3+x^2+1)dx$$
$$=\int_{-2}^2(x^3|3x^3|+x^2|3x^3|+|3x^3|)dx$$
$$=2\int_0^2(x^2|3x^3|+|3x^3|)dx=2\int_0^2(3x^5+3x^3)dx$$
$$=2\left[\frac{1}{2}x^6+\frac{3}{4}x^4\right]_0^2=88$$

28 정답 36

해설 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여
$f(x+5)=f(x)$이므로

$$\int_0^5 f(x)\,dx=\int_5^{10} f(x)\,dx=\int_{10}^{15} f(x)\,dx$$
$$=\int_{15}^{20} f(x)\,dx=\int_{20}^{25} f(x)\,dx$$
$$=\int_{25}^{30} f(x)\,dx=3$$

$$\therefore \int_0^{30} f(x)dx$$
$$=\int_0^5 f(x)dx+\int_5^{10} f(x)dx+\int_{10}^{15} f(x)dx$$
$$+\int_{15}^{20} f(x)dx+\int_{20}^{25} f(x)dx+\int_{25}^{30} f(x)dx$$
$$=3\cdot 6=18$$

또, $f(-x)=f(x)$에서 $f(x)$는 우함수이므로

$$\int_{-30}^{30} f(x)dx=2\int_0^{30} f(x)dx=2\cdot 18=36$$

29 정답 ③

해설 $\int_0^2 tf'(t)dt=k$ (k는 상수) $\cdots$ ㉠
로 놓으면 $f(x)=3x+k$
$\therefore f'(x)=3$
이것을 ㉠에 대입하면

$$\int_0^2 3tdt=k,\ \left[\frac{3}{2}t^2\right]_0^2=k$$

$\therefore k=6$
따라서 $f(x)=3x+6$이므로
$f(-2)=0$

30 정답 22

해설 주어진 식의 양변에 $x=1$을 대입하면
$0=1+a-1+1,\ a=-1$

$\int_1^x (x-t)f(t)dt=x^3-x^2-x+1$에서

$$x\int_1^x f(t)dt-\int_1^x tf(t)dt=x^3-x^2-x+1$$

위의 식의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$\int_1^x f(t)dt+xf(x)-xf(x)=3x^2-2x-1$$
$$\int_1^x f(t)dt=3x^2-2x-1$$

위의 식의 양변을 다시 x에 대하여 미분하면
$f(x)=6x-2$이므로 $f(4)=22$

31 정답 ②

해설 $\int_a^x (x-t)f(t)dt=2x^3+3x^2-x+1$에서

$$x\int_a^x f(t)dt-\int_a^x tf(t)dt=2x^3+3x^2-x+1$$

위의 등식의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$\int_a^x f(t)dt+xf(x)-xf(x)=6x^2+6x-1$$
$$\therefore \int_a^x f(t)dt=6x^2+6x-1$$

위의 등식의 양변을 다시 x에 대하여 미분하면
$f(x)=12x+6$
$\therefore f(1)=12+6=18$

32 정답 -9

해설 $\int_2^x (x-t)f(t)dt=x^3+ax^2+16x-12$의 양변에
$x=2$를 대입하면 $8+4a+32-12=0$
$\therefore a=-7$

$\int_2^x (x-t)f(t)dt=x^3-7x^2+16x-12$에서

$$x\int_2^x f(t)dt-\int_2^x tf(t)dt=x^3-7x^2+16x-12$$

위의 등식의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$\int_2^x f(t)dt+xf(x)-xf(x)=3x^2-14x+16$$
$$\therefore \int_2^x f(t)dt=3x^2-14x+16$$

위의 등식의 양변을 다시 x에 대하여 미분하면
$f(x)=6x-14$ $\therefore b=f(2)=-2$
$\therefore a+b=-9$

33 정답 ③

해설 $g(-1)=0$ 이고 $f(x)=(x-2)^2-4$ 이다.
$g'(x)=f(x+2)=x^2-4=(x+2)(x-2)$이므로
극댓값 : $g(-2)=\frac{5}{3}$
극솟값 : $g(2)=-9$
이므로 $\frac{5}{3}+(-9)=-\frac{22}{3}$ 이다.

34 정답 ⑤

해설 정적분의 성질을 활용하여 문제 해결하기

다항함수 $f(x)$에 대하여

$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$

(a_0, a_1, a_2, $\cdots$, a_n은 실수)라 하면

$$f(-x)=a_n(-x)^n+a_{n-1}(-x)^{n-1}+\cdots+a_1(-x)+a_0$$

k가 홀수인 경우 $\int_{-3}^{3}x^k dx=0$이므로

$$\int_{-3}^{3}f(-x)dx=\int_{-3}^{3}f(x)dx$$

조건 (가)에 의하여

$f(x)+f(-x)=3x^2+ax+b$ (a, b는 상수)이고

$f(x)+f(-x)$는 차수가 홀수인 항을 갖지 않으므로

$a=0$

조건 (나)에 의하여

$f(0)+f(0)=-2=b$

그러므로 $f(x)+f(-x)=3x^2-2$

$$\int_{-3}^{3}\{f(x)+f(-x)\}dx$$
$$=\int_{-3}^{3}f(x)dx+\int_{-3}^{3}f(-x)dx=2\int_{-3}^{3}f(x)dx$$
$$\therefore \int_{-3}^{3}f(x)dx=\frac{1}{2}\int_{-3}^{3}\{f(x)+f(-x)\}dx$$
$$=\frac{1}{2}\int_{-3}^{3}(3x^2-2)dx$$
$$=21$$

35 정답 27

해설 정적분의 성질을 활용하여 문제해결하기

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ (단, a, b, c는 상수)

라 하면

조건 (가)에 의하여 $c=0$

$f'(x)=3x^2+2ax+b$에서

조건 (나)에 의하여 $a=-6$

$f'(x)=3x^2-12x+b=3(x-2)^2+b-12$

조건 (다)에 의하여 $b\geq 9$이고

$$\int_0^3 f(x)dx=\int_0^3(x^3-6x^2+bx)dx$$
$$=\left[\frac{x^4}{4}-2x^3+\frac{b}{2}x^2\right]_0^3$$
$$=-\frac{135}{4}+\frac{9b}{2}\geq\frac{27}{4}\ (\because\ b\geq 9)$$

$b=9$일 때, 최솟값 $m=\frac{27}{4}$

따라서 $4m=27$