

2학년 2021년 성동고 1학기 기말 수학 I

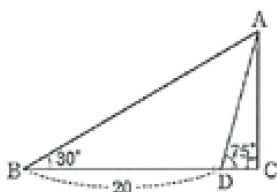
1. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{AC} = 8$ 이고 넓이가 $2\sqrt{3}$ 일 때,
 $\angle BAC$ 의 크기를 2개 고르면? [21성동]

- ① 30° ② 60° ③ 120°
 ④ 135° ⑤ 150°

2. $\triangle ABC$ 에서 $A = \frac{\pi}{3}$, $b = 5$, $c = 8$ 일 때, a 의 값은?
 [21성동]

- ① 6 ② 7 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

3. $B = 30^\circ$, $C = 90^\circ$ 인 직각삼각형
 ABC 에서 $\angle ADC = 75^\circ$ 가 되도록
 변 BC 위에 점 D 를 잡으면
 $\overline{BD} = 20$ 이다. \overline{AD} 의 길이는?
 [21성동]



- ① $10\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{2}$ ③ $15\sqrt{2}$
 ④ $18\sqrt{2}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

4. $\triangle ABC$ 에서 $a \cos B + b \cos(\pi - A) = c$ 이면 이 삼각형은
 어떤 삼각형인가? [21성동]

- ① $C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ② $a = b$ 인 이등변삼각형
 ③ $b = c$ 인 이등변삼각형 ④ $A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
 ⑤ $a = b = c$ 인 정삼각형

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 64$, $a_3 = 4$, $a_k = \frac{1}{1024}$ 이다. k 의 값은? [21성동]

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

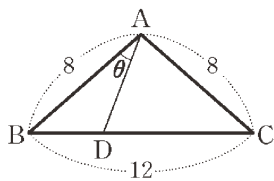
6. 세 수 2, a , 10이 이 순서대로 등차수열을 이루고 세 수
 a , b , 24가 등비수열을 이룰 때, $a + b$ 의 최댓값은? [21성동]

- ① 6 ② 9 ③ 12
 ④ 15 ⑤ 18

7. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 6$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + c)^2 = 74$ 라고 한다.
정수 c 의 값은? [21성동]

- ① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

8. $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = 12$ 인
이등변삼각형 ABC에 대하여 변
BC를 1:2로 내분하는 점을 D라
하자. $\angle BAD = \theta$ 라 할 때,
 $\overline{AD} + \cos \theta$ 의 값은? [21성동]



- ① $\frac{33\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{35\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{37\sqrt{2}}{8}$
④ $\frac{39\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{41\sqrt{2}}{8}$

9. $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{167}+\sqrt{169}}$ 의
값은? [21성동]

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

10. 넓이가 $8\sqrt{2}$ 인 $\triangle ABC$ 에서

$$\sin A : \sin B : \sin C = \sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$$

일 때, 다음 중 옳은 것을 3개 고르면? [21성동]

- ① $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{3}$
② $b = 4$
③ $\angle C = 60^\circ$
④ $c = 2\sqrt{3}$
⑤ $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$

11. 다음은 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 2 - \frac{1}{n} \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

(i) $n = \boxed{\text{(가)}}$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = \boxed{\text{(나)}}, \quad (\text{우변}) = \frac{3}{2}$$

따라서 $n = \boxed{\text{(가)}}$ 일 때 (*)이 성립한다.

(ii) $n = k$ ($k \geq \boxed{\text{(가)}}$) 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{k^2} < 2 - \frac{1}{k}$$

$n = k+1$ 일 때,

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(k+1)^2} < \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{(k+1)^2}$$

이때 $k \geq \boxed{\text{(가)}}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \left\{ \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{(k+1)^2} \right\} - \left(2 - \boxed{\text{(라)}} \right) \\ &= -\frac{1}{k(k+1)^2} < 0 \end{aligned}$$

에서

$$\left\{ \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{(k+1)^2} \right\} < \left(2 - \boxed{\text{(라)}} \right)$$

$$\text{즉, } 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(k+1)^2} < 2 - \boxed{\text{(라)}}$$

따라서 $n = k+1$ 일 때 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 a , b 라 하고,
(다), (라)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때,
 $30(f(b) + g(a))$ 의 값은? [21성동]

- ① 44 ② 45 ③ 46
④ 47 ⑤ 48

12. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2 - a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의될 때, $6\left(a_3 + \frac{1}{a_{12}}\right)$ 의 값은? [21성동]

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 13 ⑤ 14

13. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1$, $a_5 = 4$ 이고

$$a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \text{ 이 성립할 때,}$$

$$\sum_{k=1}^{18} k(a_{2k+1} - a_{2k-1}) = p \times 2^{17} + q \text{ 이라고 한다. } p - q \text{ 의 값은?}$$

(단, p , q 는 자연수이고 $q < 2^{17}$ 이다.) [21성동]

- ① 33 ② 34 ③ 35
④ 36 ⑤ 37

14. 첫째항부터 제 5 항까지의 합이 185, 첫째항부터
제 10 항까지의 합이 220 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^{20} |a_k|$ 의 값은? [21성동]

- ① 590 ② 610 ③ 630
④ 650 ⑤ 670

15. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 2n^2 - 5n$ 일 때,

$\sum_{k=3}^{17} \frac{4}{a_k a_{k+1}} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은?

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [21성동]

- ① 69 ② 71 ③ 73
④ 75 ⑤ 77

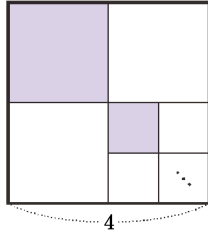
16. 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수의 집합을 A ,
4로 나누었을 때 나머지가 3인 자연수의 집합을 B 라고 할
때, 집합 $A \cap B$ 의 원소를 작은 것부터 차례대로 나열할
수열을 $\{a_n\}$ 라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이 처음으로 100보다
커지는 항이 제 m 항일 때, 첫째항부터 제 m 항까지의 합은?
[21성동]

- ① 328 ② 423 ③ 450
④ 531 ⑤ 540

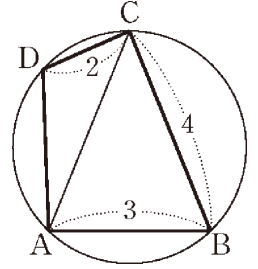
17. 그림과 같이 자연수를 나열할 때, n 행에 나열되는 수들의
합을 a_n 이라 하자. 이때 $\sum_{k=1}^n a_k$ 의 값을 구하시오. [21성동]

1행					1				
2행				2		4			
3행				3		6		9	
4행			4		8		12	16	
5행		5		10		15		20	25
⋮						⋮			

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 모양의 종이가 있다. 첫 번째 시행에서 각 변의 중점을 이어서 만든 네 개의 정사각형 중에서 왼쪽 위의 정사각형을 색칠한다. 두 번째 시행에서 첫 번째 시행 후 남은 오른쪽 아래의 정사각형에서 같은 방법으로 정사각형을 색칠한다. 이와 같은 시행을 반복할 때, n 번째 시행에서 색칠하는 정사각형의 넓이를 a_n 이라 하자. 색칠한 정사각형의 넓이의 합이 처음으로 $\frac{341}{64}$ 보다 커지는 것은 k 번째 시행이라고 한다. a_k 의 값을 구하시오. [21성동]

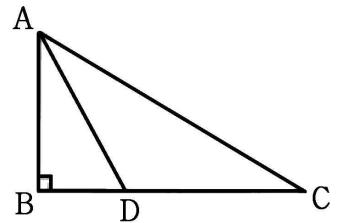


19. 원에 내접하는 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CD}=2$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $4\sqrt{2}$ 일 때, \overline{AC} 와 \overline{AD} 의 길이를 구하시오. (단, B 는 예각이다.) [21성동]



2020수완 가형 실전모의고사 2회

20. $\overline{BC}=3$, $B=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. $\overline{BD}=1$ 인 변 BC 위의 점 D 에 대하여 $\angle CAD$ 의 크기가 최대가 될 때, \overline{AD} 의 길이를 구하시오. [21성동]



2학년 2021년 성동고 1학기 기말 수학 I

1) ①, ⑤

2) ②

3) ①

4) ④

5) ④

6) ⑤

7) ①

8) ③

9) ②

10) ①, ②, ⑤

11) ③

12) ③

13) ①

14) ②

15) ⑤

16) ④

17) $\frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24}$
 $\frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{12}$ 라고 써도 정답

18) $\frac{1}{256}$

19) $\overline{AC} = \sqrt{17}$, $\overline{AD} = 3$

20) 2