

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① $2 \times 3 = 6$
- ② $-5 \geq -2$
- ③ 서울은 대한민국의 수도이다.
- ④ $x + 2 < 7$
- ⑤ 맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

02 다음 중 명제의 개수를 구하시오.

- ㄱ. 1년은 13개월이다. ㄴ. $x^2 = 1$
ㄷ. 짝수인 소수는 없다. ㄹ. $2 + 3 = 6$
ㅁ. 오늘은 날씨가 좋다.

03 전체집합 $U = \{x | x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 에 대하여 조건 p 가 ' $p: x^2 - 3x - 18 < 0$ '일 때, 조건 p 의 진리집합의 원소의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

04 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.'의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4의 약수이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6의 약수이다.'의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

05 [2023년 3월 고2 2번/2점] 실수 x 에 대한 조건 ' x 는 음이 아닌 실수이다.'의 진리집합은?

- ① $\{x | x < 0\}$ ② $\{x | x \leq 0\}$ ③ $\{x | x \neq 0\}$
- ④ $\{x | x \geq 0\}$ ⑤ $\{x | x > 0\}$

06 전체집합 $U = \{x | x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 에 대하여 조건 p 가 ' $p: x^2 - 4x - 12 \leq 0$ '일 때, 조건 p 의 진리집합의 원소의 개수를 구하시오.

- 07** 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 에 대하여 조건 p 가 ' $p: x^2 + 3x - 10 \leq 0$ '일 때, 조건 p 의 진리집합의 원소의 개수를 구하시오.

- 08** 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역이 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것은?

- ① $p \rightarrow \sim q$ ② $q \rightarrow p$ ③ $\sim q \rightarrow p$
 ④ $\sim p \rightarrow q$ ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

- 09** 다음 명제 중 역이 참인 것은?
 (단, a, b, x, y 는 실수)

- ① $x = 0$ 이면 $xy = 0$ 이다.
 ② $x \geq 1$ 이면 $x^2 \geq 1$ 이다.
 ③ $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ 이면 $x+y \leq 2$ 이다.
 ④ $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다.
 ⑤ xy 가 홀수이면 $x+y$ 가 짝수이다.

- 10** 두 실수 x, y 에 대하여 다음 (가), (나)에 '필요', '충분', '필요충분' 중에서 알맞은 것을 차례대로 적은 것은?

$x^2 = 1$ 는 $x = 1$ 이기 위한 조건이고,
 $x = -1$ 또는 $x = 1$ 이기 위한 조건이다.

- ① 필요, 충분 ② 충분, 필요충분
 ③ 필요, 필요충분 ④ 필요충분, 필요
 ⑤ 필요충분, 필요충분

- 11** 두 조건 p, q 에 대하여 $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① q 는 p 이기 위한 충분조건이다.
 ② p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 ③ p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.
 ④ $\sim q$ 는 p 이기 위한 충분조건이다.
 ⑤ $\sim q$ 는 $\sim p$ 이기 위한 필요조건이다.

- 12** 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

• $|a| = |b|$ 는 $a = b$ 이기 위한 (가)조건이다.
 • 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나)조건이다.

- ① 필요, 필요 ② 필요, 충분
 ③ 충분, 충분 ④ 충분, 필요
 ⑤ 충분, 필요충분

13 다음 명제 중 참인 것은?

- ① 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 = 4$ 이다.
- ② 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 = -1$ 이다.
- ③ 모든 실수 y 에 대하여 $y^2 \geq 0$ 이다.
- ④ 어떤 실수 y 에 대하여 $y^2 + 2 < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 실수 z 에 대하여 $z^2 \geq z$ 이다.

14 다음 명제 중 그 부정이 참인 것은?

- ① 6은 짝수이다.
- ② $2 < 3$
- ③ $(-3)^2 + 2 = 3^2 + 2$
- ④ 평행하는 두 직선과 한 직선이 만날 때 생기는 동위각의 크기는 같다.
- ⑤ 모든 직사각형은 정사각형이다.

15 다음 명제 중 참인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 어떤 유리수 x 에 대하여 $x + y = \sqrt{2}$ 를 만족시키는 유리수 y 가 존재한다.
- ② 임의의 무리수 x 에 대하여 $x + y = \sqrt{2}$ 를 만족시키는 무리수 y 가 존재한다.
- ③ 모든 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 을 만족시키는 무리수 y 가 존재한다.
- ④ 모든 무리수 x 에 대하여 x^2 은 유리수이다.
- ⑤ 어떤 무리수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 는 무리수이다.

16 명제 '내일 소풍 가지 않으면, 비가 온다.'의 대우는?

- ① 내일 소풍 가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

17 다음 중 역이 거짓인 명제는? (단, x, y, z 는 실수이다.)

- ① 두 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$ 이다.
- ② $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이면 $x + y > 0$ 이다.
- ③ x 가 3의 배수이면 x 는 9의 배수이다.
- ④ $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.
- ⑤ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.

18 두 명제 $p \Rightarrow \sim q$ 와 $r \Rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 보기 중 참인 명제는 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $q \Rightarrow \sim p$ ㉡ $q \Rightarrow r$
- ㉢ $\sim q \Rightarrow \sim r$ ㉣ $r \Rightarrow \sim p$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 없다.

19 세 조건 p, q, r 에 대하여 두 명제 $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① $p \rightarrow \sim r$ ② $q \rightarrow \sim r$
 ③ $\sim q \rightarrow \sim p$ ④ $r \rightarrow p$
 ⑤ $r \rightarrow \sim p$

20 두 조건 ' $p: -2 < x < a-2$ ', ' $q: x \leq 4$ '에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하시오.

21 [2019년 11월 고3 문과 6번 변형]
 실수 x 에 대한 두 조건 $p: x = a, q: 5x^2 - ax - 36 = 0$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

22 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $|a| = -a$
 ② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.
 ③ $|a| \geq 0, |a| \geq a, |a| = |-a|$ 이다.
 ④ $|a+b+c| \leq |a| + |b| + |c|$
 ⑤ $|a-b| \geq |a| - |b|$

23 $x+4 \neq 0$ 이 $x^2 + 4ax + 32 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

24 $x^2 + ax + 6 \neq 0$ 인 것은 $x \neq -2$ 이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ④	02 3	03 ②
04 ④	05 ④	06 6
07 2	08 ①	09 ④
10 ③	11 ③	12 ①
13 ③	14 ⑤	15 ③, ⑤
16 ③	17 ②	18 ③
19 ④	20 6	21 ③
22 ①	23 3	24 5



교과서_천재교육(홍) - 공통수학2(명제) 94~95p_중단원

명제와 조건 ~ 대우를 이용한 증명법과 귀류법

실시일자	-
24문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ④

해설 ①, ③, ⑤는 참인 명제이고 ②는 거짓인 명제이다.
또한 ④는 x 의 값에 따라 참일수도, 거짓일수도 있기 때문에 명제가 아니다.

02 정답 3

해설 ㄱ, $x^2 = 1$ 은 x 의 값에 따라 참이 되기도 하고, 거짓이 되기도 하므로 명제가 아니다.
ㄴ, 기준이 명확하지 않으므로 참, 거짓을 판별할 수 없다.
따라서 명제가 아니다.
따라서 보기 중 명제는 ㄱ, ㄷ, ㄹ이므로 모두 3개다.

03 정답 ②

해설 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이고
조건 p 의 진리집합을 P 라 하면
 $x^2 - 3x - 18 < 0$ 에서
 $(x+3)(x-6) < 0$
 $\therefore -3 < x < 6$
따라서 $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로
조건 p 의 진리집합의 원소의 개수는 5이다.

04 정답 ④

해설 ① $x^2 - 6x + 8 = 0 \leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0$
 $\leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$ 따라서 진리집합은 $\{2, 4\}$
② 소수는 2, 3, 5이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
③ 4의 약수는 1, 2, 4이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$
④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

05 정답 ④

해설 조건의 진리집합을 이해한다.
실수 x 에 대한 조건 ' x 는 음이 아닌 실수이다.'의 진리집합은 $\{x | x \geq 0\}$ 이다.

06 정답 6

해설 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이고 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면
 $p: x^2 - 4x - 12 \leq 0$ 에서
 $(x+2)(x-6) \leq 0$
 $\therefore -2 \leq x \leq 6$
 $\therefore P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
따라서 p 의 진리집합의 원소의 개수는 6이다.

07 정답 2

해설 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이고
조건 p 의 진리집합을 P 라 하면
 $p: x^2 + 3x - 10 \leq 0$ 에서
 $(x+5)(x-2) \leq 0$
 $\therefore -5 \leq x \leq 2$
 $\therefore P = \{1, 2\}$
따라서 p 의 진리집합의 원소의 개수는 2이다.

08 정답 ①

해설 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역은 $q \rightarrow \sim p$ 이고 이 명제가 참이므로 그 대우인 $p \rightarrow \sim q$ 도 참이다.

09 정답 ④

해설 ① 역 : $xy = 0$ 이면 $x = 0$ 이다. (거짓)
(반례) $x = 1, y = 0$
② 역 : $x^2 \geq 1$ 이면 $x \geq 1$ 이다. (거짓)
(반례) $x = -2$
③ 역 : $x + y \leq 2$ 이면 $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ 이다. (거짓)
(반례) $x = -5, y = 2$
④ 역 : $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$ 이다. (참)
⑤ 역 : $x + y$ 가 짝수이면 xy 가 홀수이다. (거짓)
(반례) $x = 2, y = 4$

10 정답 ③

해설 두 조건을 $p: x^2=1$, $q: x=1$ 이라 하면
 ‘ $x^2=1$ 이면 $x=1$ 이다.’는 거짓이므로 $p \not\Rightarrow q$
 [반례] $x=-1$
 $x=1$ 이면 $x^2=1$ 이므로 $q \Rightarrow p$
 따라서 $x^2=1$ 은 $x=1$ 이기 위한 **필요** 조건이다.
 또한 $x^2=1$ 은 $x=-1$ 또는 $x=1$ 이므로
 $x^2=1$ 은 $x=-1$ 또는 $x=1$ 이기 위한
필요충분 조건이다.

11 정답 ③

해설 $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건이므로
 $q \Rightarrow \sim p$
 ③ 명제 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로
 그 대우인 $p \rightarrow \sim q$ 도 참이다.
 즉, $p \Rightarrow \sim q$ 이므로
 p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

12 정답 ①

해설 $|a|=|b| \xrightarrow{\times \rightarrow}$
 $a=b \therefore$ 필요
 $\{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \supset \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \therefore$ 필요

13 정답 ③

해설 ① $x^2=4$ 에서 $x=\pm 2$ 이다.
 ②, ③, ④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ 이다.
 ⑤ [반례] $z=\frac{1}{2}$
 따라서 옳은 것은 ③이다.

14 정답 ⑤

해설 각 명제의 부정과 그 참, 거짓은 다음과 같다.
 ① 6은 홀수이다. (거짓)
 ② $2 \geq 3$ (거짓)
 ③ $(-3)^2+2 \neq 3^2+2$ (거짓)
 ④ 평행하는 두 직선과 한 직선이 만날 때 생기는 동위각의 크기는 다르다. (거짓)
 ⑤ 어떤 직사각형은 정사각형이 아니다. (참)
 따라서 부정이 참인 명제는 ⑤이다.

15 정답 ③, ⑤

해설 ① $x+y=\sqrt{2}$ 에서 $y=\sqrt{2}-x$ 이므로 x 가
 유리수이면 y 는 무리수이다. (거짓)
 ② [반례] $x=\sqrt{2}$, $y=0$ 이면 x 는 무리수이지만
 y 는 0이므로 유리수이다. (거짓)
 ③ x 는 무리수이므로 $x \neq 0$ 이고, $y=\frac{1}{x}$ 에서
 무리수 x 의 역수인 $\frac{1}{x}$ ($=y$)도 무리수이다. (참)
 ④ [반례] $x=\sqrt{2}+1$ 이면 $x^2=3+2\sqrt{2}$ 이므로
 x^2 은 무리수이다. (거짓)
 ⑤ $x=2\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}$ 이면 x , y 는 무리수이고
 $\frac{x}{y}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 이므로 $\frac{x}{y}$ 는 무리수이다. (참)

16 정답 ③

해설 명제 ‘ $p \Rightarrow q$ ’의 대우는 ‘ $\sim q \Rightarrow \sim p$ ’이다.
 p : 소풍가지 않는다.
 q : 비가 온다.
 따라서 $\sim q \Rightarrow \sim p$: 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
 (여기에서 ‘내일’은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라
 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

17 정답 ②

해설 ① 역: 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 이면
 $B \subset A$ 이다. (참)
 ② 역: $x+y > 0$ 이면 $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=-3$, $y=5$ 이면
 $x+y=2 > 0$ 이지만 $x < 0$
 ③ 역: x 가 9의 배수이면 x 는 3의 배수이다. (참)
 ④ 역: $x=y$ 이면 $xz=yx$ 이다. (참)
 ⑤ 역: $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이면 $x^2+y^2 \neq 0$ 이다. (참)
 따라서 역이 거짓인 명제는 ②이다.

18 정답 ③

해설 두 명제 $p \Rightarrow \sim q$ 와 $r \Rightarrow q$ 가 참이므로 각각의 대우인 $q \Rightarrow \sim p$ 와 $\sim q \Rightarrow \sim r$ 도 참이다. 또, $p \Rightarrow \sim q$ 와 $\sim q \Rightarrow \sim r$ 로 부터 $p \Rightarrow \sim r$ 이 참이고 그 대우 $r \Rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 따라서 보기 중 참인 명제는 ㉠, ㉡, ㉢이다.

19 정답 ④

해설 명제가 참이면 그 대우도 참이다.
 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 \rightarrow ③
 $r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 대우인 $q \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
 \rightarrow ②
 이때 $p \rightarrow q$ 가 참이고 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $p \rightarrow r$ 도 참이다. \rightarrow ①
 $p \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 대우인 $r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 \rightarrow ⑤
 따라서 주어진 명제 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은 ④이다.

20 정답 6

해설 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면 p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$ 이다.
 따라서 $a-2 \leq 4$, 즉 $a \leq 6$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 6이다.

21 정답 ③

해설 조건 p 를 만족시키는 x 의 값이 조건 q 도 만족시켜야 하므로
 $5a^2 - a^2 - 36 = 0, a^2 = 9$
 $\therefore a = 3 (\because a > 0)$

22 정답 ①

해설 ① $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ (거짓)
 ② 참
 ③ 참
 ④ $(|a+b+c|)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$
 $(|a|+|b|+|c|)^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2(|a||b|+|b||c|+|c||a|)$
 $|a||b| \geq ab, |b||c| \geq bc, |c||a| \geq ca$
 $\therefore |a+b+c| \leq |a|+|b|+|c|$ (참)
 ⑤ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $(|a|-|b|)^2 = a^2 - 2|a||b| + b^2$
 $(\because |a||b| \geq ab)$
 $\therefore |a-b| \geq |a|-|b|$ (참)

23 정답 3

해설 $x+4 \neq 0$ 이 $x^2+4ax+32 \neq 0$ 이기 위한 필요조건이므로
 명제 ' $x^2+4ax+32 \neq 0$ 이면 $x+4 \neq 0$ 이다.'가 참이다.
 그 대우는 ' $x+4=0$ 이면 $x^2+4ax+32=0$ 이다.'이므로
 $x=-4$ 를 $x^2+4ax+32=0$ 에 대입하면
 $(-4)^2+4a \cdot (-4)+32=0$
 $\therefore a=3$

24 정답 5

해설 p 가 q 이기 위한 충분조건이면 $p \rightarrow q$ 가 참 곧, $p \Rightarrow q$
 명제가 참이면 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 명제는 $x^2+ax+6 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$ 이고
 대우는 $x=-2 \Rightarrow x^2+ax+6=0$
 내용으로 보아 대우로 푸는 것이 쉽다.
 곧, $x=-2$ 는 방정식 $x^2+ax+6=0$ 의 근이라는 뜻이므로 $4-2a+6=0 \therefore a=5$