

실시일자	-	유형별 학습	이름
28문제 / DRE수학			

마풀시너지(2025) - 공통수학2 95~112,114p_문제연습

평행이동 ~ 대칭이동

01 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x-5, y+3)$ 에 의하여

점 $(4, a)$ 가 직선 $y = 4x + 9$ 위의 점으로 옮겨질 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

02 직선 $y = 5x + 2$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 도형이 점 $(1, -4)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

03 원 $(x+1)^2 + (y+4)^2 = 10$ 을 원 $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 10$ 으로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(5, -3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표는?

- ① $(6, 7)$ ② $(7, 6)$ ③ $(8, 5)$
- ④ $(9, 4)$ ⑤ $(10, 3)$

04 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(0, 5)$, $(1, 2)$ 를 지났다. 이때 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

05 점 $(-4, 1)$ 을 원점에 대하여 대칭이동하면 직선 $ax + 3y - 5 = 0$ 위의 점이 될 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

06 원 $x^2 + y^2 + 8x - 12y = 0$ 을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동 한 원은 직선 $y = 2x + k$ 에 의하여 둘레의 길이가 이등분된다고 한다. 이때 상수 k 의 값을 구하시오.



07

점 $(a, -3)$ 을 x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 y 좌표가 8 일 때,
 a 의 값을 구하시오.

08

원 $x^2 + (y+1)^2 = 4$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼
평행이동한 후, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
도형의 방정식이 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$ 일 때,
 $a+b$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

10

두 점 A(-6, 1), B(2, 5)가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여
대칭일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

11

점 A(-2, 4)를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로
 -6 만큼 평행이동하였더니 원점 O로부터의 거리가
처음의 거리의 2 배가 되었다. 이때 양수 m 의 값은?

- | | |
|--------------------|--------------------|
| ① $2\sqrt{19} + 2$ | ② $2\sqrt{19} - 2$ |
| ③ $2\sqrt{19} + 1$ | ④ $2\sqrt{19} - 1$ |
| ⑤ $2\sqrt{19}$ | |

09

점 $(3a, 11)$ 을 점 $(-3, 3)$ 에 대하여 대칭이동한 점의
좌표가 $(-3, b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① -10
- ② -5
- ③ 0
- ④ 5
- ⑤ 10

12

방정식 $x^2 + y^2 + ax - 10y + 13 = 0$ 이 나타내는 도형을
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니
원 $(x-b)^2 + (y+2)^2 = 16$ 과 일치하였다. 이때 실수 a, b
에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

13

포물선 $y = x^2 + ax + b$ 를 원점에 대하여 대칭이동한
포물선의 꼭짓점의 좌표가 $(-5, 9)$ 일 때, $b - a$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① 24 ② 26 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

14

점 $(a-4, a-2)$ 를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한
다음, $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점과 원점 사이의
거리가 2일 때, 처음 점의 좌표를 (p, q) 라 한다. $p^2 + q^2$ 의
값을 구하시오. (단, $a \neq 0$)

15

원 $(x-p)^2 + (y-q)^2 = 49$ 를 x 축에 대하여
대칭이동한 후 y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 원이
 x 축과 y 축에 동시에 접할 때, 두 양수 p, q 에 대하여
 $p+q$ 의 값을 구하시오.

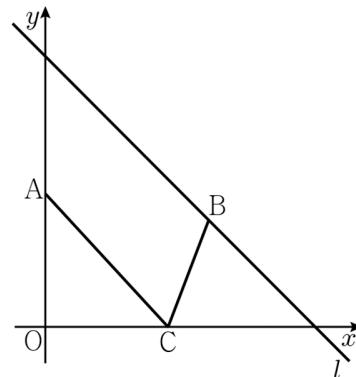
16

직선 $y = -2x + 4$ 에 대하여
원 $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 5$ 와 대칭인 도형의 방정식을
구하면?

- ① $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 5$
② $(x+5)^2 + (y+1)^2 = 5$
③ $(x+5)^2 + (y-1)^2 = 5$
④ $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$
⑤ $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 25$

17

[2020년 11월 고1 14번/4점]
좌표평면 위에 점 A(0, 1)과 직선 $l : y = -x + 2$ 가 있다.
직선 l 위의 제1사분면 위의 점 B(a, b)와 x 축 위의
점 C에 대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 값이 최소일 때,
 $a^2 + b^2$ 의 값을?

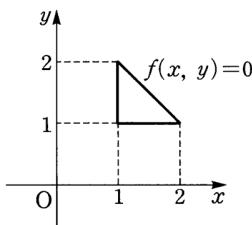


- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

18 두 점 $A(1, 4)$, $B(7, 10)$ 과 직선 $y = x$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{22}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{23}$
 ④ $\sqrt{94}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

19 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형 위의 점 P 와 방정식 $f(-x, y) = 0$ 이 나타내는 도형 위의 점 Q 에 대하여 선분 PQ 의 길이의 최솟값을 구하시오.



20 직선 $y = \frac{4}{3}x - 1$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 직선이 원 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$ 과 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 a 의 개수를 구하시오.

21 좌표평면에서 원 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 원을 C 라 할 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㄱ. 원 C 의 반지름의 길이가 2이다.
 ㄴ. 원 C 가 y 축에 접하도록 하는 모든 실수 m 의 값의 합은 -4 이다.
 ㄷ. $m \neq -2$ 일 때, 직선 $y = \frac{n-1}{m+2}x$ 는 원 C 의 넓이를 이등분한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

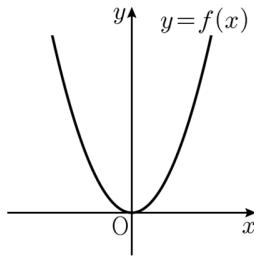
22

[2014년 6월 고1 14번/4점]

이차함수 $f(x) = x^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼
평행이동하였더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 일치하였다.

직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 이 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$

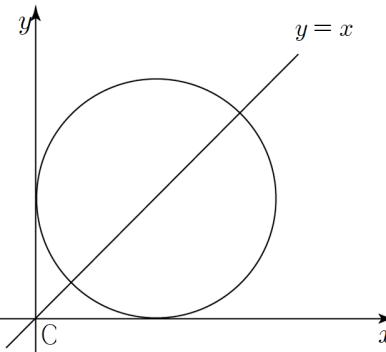
의 그래프와 서로 다른 네 점에서 만날 때,
네 교점의 x 좌표의 합이 9가 되도록 하는 p 의 값은?
(단, $p > 0$ 이다.)



- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $\frac{5}{2}$ | ② 3 | ③ $\frac{7}{2}$ |
| ④ 4 | ⑤ $\frac{9}{2}$ | |

23

원 $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$ 위를 움직이는
점 $P(x, y)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
점을 Q 라 하자. 점 P , Q 에서 x 축에 내린 수선의
발을 각각 P' , Q' 라 할 때, $| \overline{PP'} - \overline{QQ'} |$ 의
최댓값은?



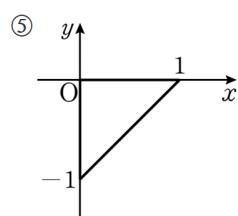
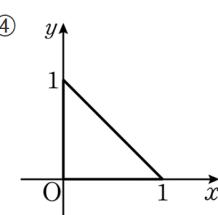
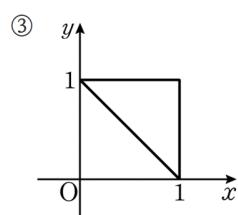
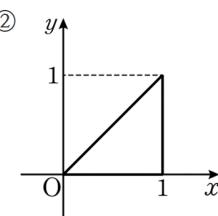
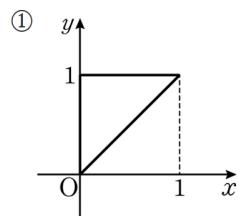
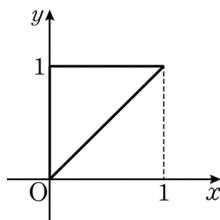
- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| ① $3\sqrt{3}$ | ② $4\sqrt{2}$ | ③ $4\sqrt{3}$ |
| ④ $5\sqrt{2}$ | ⑤ $3\sqrt{6}$ | |

24

원 $O : x^2 + y^2 + 14x - 8y + 61 = 0$ 을 x 축에 대하여
대칭이동한 후 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로
 5 만큼 평행이동한 원을 O' 이라 하자.
원 O 위의 임의의 점 P 와 원 O' 위의 임의의 점 Q 에
대하여 선분 PQ 의 길이의 최댓값은?

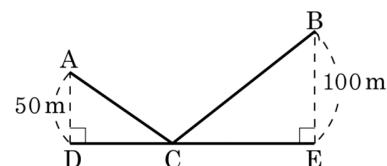
- | | | |
|---------------|----------------|---------------|
| ① $3\sqrt{6}$ | ② $3\sqrt{7}$ | ③ $6\sqrt{2}$ |
| ④ 9 | ⑤ $3\sqrt{10}$ | |

- 25** 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형이 그림과 같을 때,
다음 중 방정식 $f(1-y, x)=0$ 이 나타내는 도형은?

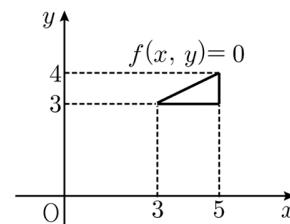


- 26** 점 (p, q) 의 점 $(-3, 2)$ 에 대한 대칭점을 점 (m, n) 이라
하고, 점 (p, q) 가 직선 $y = -3x + 2$ 위를 움직일 때,
점 (m, n) 이 움직이는 도형의 방정식을
 $ax + by + c = 0$ 이라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b, c 는 서로소이다.)

- 27** 다음 그림과 같이 고압 전선 \overline{DE} 가 지나는 곳으로부터
각각 50m, 100m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가
위치하고 있다. 변압기를 D와 E사이의 한 지점에
설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와
E사이의 거리가 200m일 때, 전체 전선의 길이
 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하시오.



- 28** 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 나타내면
다음 그림과 같다.



- 두 방정식 $f(-x+3, y+1)=0$, $f(y+1, x+4)=0$ 이
나타내는 도형의 내부의 공통부분의 넓이를
 $\frac{p}{q}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

실시일자	-	유형별 학습	이름
28문제 / DRE수학			

마풀시너지(2025) - 공통수학2 95~112,114p_문제연습

평행이동 ~ 대칭이동

빠른정답

01 ②	02 3	03 ⑤
04 ③	05 2	06 16
07 13	08 ①	09 ④
10 -3	11 ①	12 20
13 ②	14 4	15 19
16 ①	17 ⑤	18 ②
19 2	20 9	21 ⑤
22 ④	23 ②	24 ④
25 ③	26 20	27 250m
28 21		



실시일자	-	유형별 학습	이름
28문제 / DRE수학			

마풀시너지(2025) - 공통수학2 95~112, 114p_문제연습

평행이동 ~ 대칭이동

01 정답 ②

해설 점 $(4, a)$ 가 주어진 평행이동에 의하여 옮겨지는 점의 좌표는 $(4-5, a+3)$, 즉 $(-1, a+3)$
이 점이 직선 $y = 4x + 9$ 위의 점이므로
 $a+3 = 4 \cdot (-1) + 9$
 $\therefore a = 2$

02 정답 3

해설 직선 $y = 5x + 2$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $y - 4 = 5(x - a) + 2$, $y = 5x - 5a + 6$
이때 점 $(1, -4)$ 가 직선 $y = 5x - 5a + 6$ 을 지나므로
 $-4 = 5 - 5a + 6$, $5a = 15$
 $\therefore a = 3$

03 정답 ⑤

해설 원 $(x+1)^2 + (y+4)^2 = 10$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원의 방정식은
 $(x-a+1)^2 + (y-b+4)^2 = 10$
이 원이 원 $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 10$ 과 일치하므로
 $-a+1 = -4$, $-b+4 = -2$
 $\therefore a = 5$, $b = 6$
따라서 점 $(5, -3)$ 을 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 점의 좌표는
 $(5+5, -3+6)$, 즉 $(10, 3)$

04 정답 ③

해설 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 도형의 방정식은
 $y - b = (x - a)^2$
 $\therefore y = (x - a)^2 + b$
이 이차함수의 그래프가 두 점 $(0, 5)$, $(1, 2)$ 를 지나므로
 $5 = a^2 + b$... ①
 $2 = (1-a)^2 + b$... ②
 ①, ②을 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = 1$
 $\therefore a+b = 2+1 = 3$

05 정답 2

해설 점 $(-4, 1)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(4, -1)$
이 점이 직선 $ax + 3y - 5 = 0$ 위에 있으므로
 $4a - 3 - 5 = 0$
 $\therefore a = 2$

06 정답 16

해설 원 $x^2 + y^2 + 8x - 12y = 0$ 을 표준형으로 고치면
 $(x+4)^2 + (y-6)^2 = 52$
이 원을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(-y+4)^2 + (-x-6)^2 = 52$
 $\therefore (x+6)^2 + (y-4)^2 = 52$... ①
직선 $y = 2x + k$ 가 원 ①의 둘레의 길이를 이등분하므로
①의 중심 $(-6, 4)$ 이 직선 $y = 2x + k$ 위에 있어야 한다.
 $4 = -12 + k$
 $\therefore k = 16$



07 정답 13

해설 점 $(a, -3)$ 을 x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동 한 점의 좌표는 $(a-5, -3)$.
이 점을 다시 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-3, a-5)$.
이 점의 y 좌표가 8 이므로
 $a-5=8$
 $\therefore a=13$

08 정답 ①

해설 원 $x^2 + (y+1)^2 = 4$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$.
이 원을 다시 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면 $(y-3)^2 + (x+1)^2 = 4$,
 $\therefore (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ 이 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$ 와 일치하므로
 $a=-1, b=3$
 $\therefore a+b=2$

09 정답 ④

해설 점 $(3a, 11)$ 을 점 $(-3, 3)$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가 $(-3, b)$ 이므로
점 $(-3, 3)$ 은 두 점 $(3a, 11), (-3, b)$ 를 이은 선분의 중점이다.
 $\therefore \frac{3a-3}{2} = -3, \frac{11+b}{2} = 3$
따라서 $a=-1, b=-5$ 이므로
 $ab = -1 \cdot (-5) = 5$

10 정답 -3

해설 두 점 A와 B가 $y=ax+b$ 에 대하여 대칭이므로 \overline{AB} 의 중점 $(-2, 3)$ 은 직선 $y=ax+b$ 위에 있다.
 $\therefore 3 = -2a+b \quad \dots \textcircled{1}$
또한, 직선 AB와 직선 $y=ax+b$ 가 서로 수직이므로
 $(\overline{AB} \text{의 기울기}) \times a = -1$ 에서 $\frac{5-1}{2-(-6)} \times a = -1$
 $\therefore a = -2, a = -2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -1$
 $\therefore a+b = -3$

11 정답 ①

해설 점 A $(-2, 4)$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동한 점을 A'이라 하면 점 A'의 좌표는 $(-2+m, 4-6)$, 즉 $(m-2, -2)$.
한편 $\overline{OA'} = 2\overline{OA}$ 에서 $\overline{OA'}^2 = 4\overline{OA}^2$ 이므로
 $(m-2)^2 + (-2)^2 = 4((-2)^2 + 4^2)$
 $m^2 - 4m - 72 = 0$
 $\therefore m = 2 \pm 2\sqrt{19}$
이때 m 은 양수이므로 $m = 2 + 2\sqrt{19}$

12 정답 20

해설 $x^2 + y^2 + ax - 10y + 13 = 0$ 을 변형하면
 $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + (y-5)^2 = \frac{a^2}{4} + 12$
이 도형을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(x-5)^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + 12$
따라서 $a=4, b=5$ 이므로
 $ab=20$

13 정답 ②

해설 포물선 $y = x^2 + ax + b$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 포물선의 방정식은
 $-y = (-x)^2 + a(-x) + b$
 $\therefore y = -x^2 + ax - b = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4} - b$
이 포물선의 꼭짓점의 좌표가 $(-5, 9)$ 이므로
 $\frac{a}{2} = -5, \frac{a^2}{4} - b = 9$
 $\therefore a = -10, b = 16$
 $\therefore b - a = 26$

14 정답 4

해설 $(a-4, a-2) \rightarrow (a, a-2)$: x 축으로 4만큼 평행이동
 $(a, a-2) \rightarrow (a-2, a)$: $y=x$ 에 대하여 대칭이동
 $(a-2, a)$ 와 원점 사이의 거리는
 $\sqrt{(a-2)^2 + a^2} = 2$
 $2a^2 - 4a + 4 = 4$
 $\therefore a=2$ ($\because a \neq 0$)
처음 점의 좌표 $(a-4, a-2)$ 에 $a=2$ 를 대입하면
구하는 점의 좌표 $(p, q) = (-2, 0)$
 $\therefore p^2 + q^2 = 4$

15 정답 19

해설 원 $(x-p)^2 + (y-q)^2 = 49$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(x-p)^2 + (-y-q)^2 = 49$
 $\therefore (x-p)^2 + (y+q)^2 = 49$
이 원을 y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 원의
방정식은
 $(x-p)^2 + (y-5+q)^2 = 49$
이 원이 x 축과 y 축에 동시에 접하므로
 $|p| = |5-q| = 7$
 $\therefore p=7, q=12$ ($\because p > 0, q > 0$)
 $\therefore p+q=19$

16 정답 ①

해설 원이 직선에 의해 대칭이동 되면 반지름은 변하지 않고
원의 중심만 대칭이동 된다.
 $y=-2x+4$ 에 대칭이동 된 원의 중심을 (x', y') 이라
하면
(i) (x', y') 과 $(1, -3)$ 의 중점을 $y=-2x+4$ 위에
있으므로
 $\frac{y' + (-3)}{2} = -2 \cdot \frac{x' + 1}{2} + 4$
 $\therefore y' = -2x' + 9$ $\dots \textcircled{\text{D}}$
(ii) (x', y') 과 $(1, -3)$ 을 지나는 직선의 기울기는
 $y = -2x + 4$ 와 수직이므로
 $\frac{-3 - y'}{1 - x'} \cdot (-2) = -1$
 $\therefore x' = 2y' + 7$ $\dots \textcircled{\text{D}}$
 $\textcircled{\text{D}}, \textcircled{\text{D}}\text{을 연립하면 } (x', y') = (5, -1)$
따라서 원의 방정식은 $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 5$

17 정답 ⑤

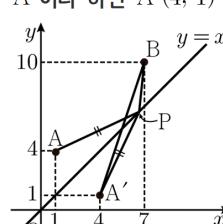
해설 도형의 이동을 활용하여 문제해결하기
점 B가 직선 $y = -x + 2$ 위의 점이므로
점 B의 좌표는 $(a, -a+2)$ 이다.
점 A를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면
 $\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{A'C} + \overline{BC} \geq \overline{A'B}$ 이고
 $\overline{A'B}$ 가 최소일 때 $\overline{A'B}^2$ 도 최소이므로
 $\overline{A'B}^2 = a^2 + (-a+3)^2$
 $= 2a^2 - 6a + 9$
 $= 2\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$
이때 $0 < a < 2$ 이므로
 $a = \frac{3}{2}$ 에서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 값은 최소이다.

$$b = -a + 2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$$

18 정답 ②

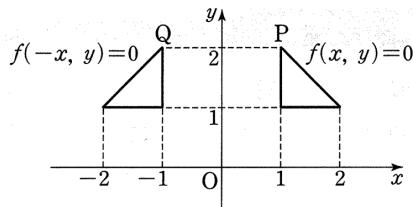
해설 점 A(1, 4)를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을
 A' 이라 하면 $A'(4, 1)$



$$\begin{aligned} \therefore \overline{AP} + \overline{BP} &= \overline{A'P} + \overline{BP} \\ &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(7-4)^2 + (10-1)^2} \\ &= 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

19 정답 2

해설 $f(-x, y) = 0$ 이 나타내는 도형은 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 y 축에 대하여 대칭이동한 것으로 다음 그림과 같다.



따라서 선분 PQ의 길이의 최솟값은 2이다.

20 정답 9

해설 직선 $y = \frac{4}{3}x - 1$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한

$$\text{직선의 방정식은 } y = \frac{4}{3}(x-a) - 1$$

$$\therefore 4x - 3y - 4a - 3 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

직선 $\textcircled{1}$ 이 원 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$ 과 서로 다른 두 점에서 만나려면 원의 중심 $(-1, 3)$ 과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 4보다 작아야 하므로

$$\frac{|-4-9-4a-3|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} < 4, |4a+16| < 20$$

$$-20 < 4a+16 < 20, -36 < 4a < 4$$

$$\therefore -9 < a < 1$$

따라서 정수 a 는 $-8, -7, -6, \dots, 0$ 의 9개이다.

21 정답 ⑤

해설 ㄱ. 원을 평행이동해도 원의 반지름의 길이는 변하지 않으므로 원 C의 반지름의 길이는 2이다. (참)

ㄴ. 원 C의 방정식은 $(x-2-m)^2 + (y+1-n)^2 = 4$

원 C가 y 축에 접하려면 $|m+2|=2$

$$m+2=2 \text{ 또는 } m+2=-2$$

$$\therefore m=0 \text{ 또는 } m=-4$$

따라서 원 C가 y 축에 접하도록 하는 모든 실수

m 의 값의 합은 -4 이다. (참)

ㄷ. 원 C의 중심은 $(m+2, n-1)$ 이고, 직선이 원의 넓이를 이등분 하려면 원의 중심을 지나야 한다.

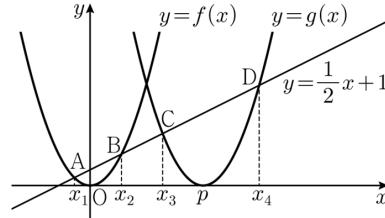
$$\text{직선 } y = \frac{n-1}{m+2}x \text{는 점 } (m+2, n-1) \text{을 지나므로}$$

원 C의 넓이를 이등분한다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

22 정답 ④

해설 이차방정식과 이차함수의 관계 추론하기



함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이므로 $g(x) = (x-p)^2$ 이 된다.

이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 의

교점 A, B의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 라 하면

x_1, x_2 는 방정식 $x^2 = \frac{1}{2}x + 1$ 의 근이 된다.

따라서 이차방정식 $2x^2 - x - 2 = 0$ 의

두 근의 합은 $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}$ 이다.

같은 방법으로 이차함수 $y = (x-p)^2$ 의 그래프와

직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 의 교점 C, D의 x 좌표를 x_3, x_4 라 하면

x_3, x_4 는 방정식 $(x-p)^2 = \frac{1}{2}x + 1$ 의 근이 된다.

따라서 이차방정식 $2x^2 - (4p+1)x + 2p^2 - 2 = 0$ 의

두 근의 합은 $x_3 + x_4 = 2p + \frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 + 2p$ 이므로

$$1 + 2p = 9$$

$$\therefore p = 4$$

23 정답 ②

해설 $P(x, y)$ 에서 $Q(y, x)$, $P'(x, 0)$, $Q'(y, 0)$

이므로 $\overline{PP'} = y$, $\overline{QQ'} = x$

$$|\overline{PP'} - \overline{QQ'}| = |y-x| = k \text{라 하면}$$

k 는 직선 $y = x \pm k$ 가 원에 접할 때 최댓값을 가진다. 원의 중심 $(4, 4)$ 에서 직선까지의 거리는

$$\frac{|4-4 \pm k|}{\sqrt{2}} = 4$$

$$\therefore k \text{의 최댓값은 } 4\sqrt{2}$$

24 정답 ④

해설 $x^2 + y^2 + 14x - 8y + 61 = 0$ 에서

$$(x+7)^2 + (y-4)^2 = 4$$

이 원을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(x+7)^2 + (-y-4)^2 = 4$$

$$\therefore (x+7)^2 + (y+4)^2 = 4$$

이 원을 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼

평행이동한 원 O' 의 방정식은

$$(x+4+7)^2 + (y-5+4)^2 = 4$$

$$\therefore (x+11)^2 + (y-1)^2 = 4$$

이때 \overline{PQ} 의 최댓값은

두 원 O, O' 의 중심 $(-7, 4), (-11, 1)$ 을 이은 선분의 길이에 두 원의 반지름의 길이의 합을 더한 것이므로 구하는 최댓값은

$$\sqrt{(-11+7)^2 + (1-4)^2} + 2 + 2 = 9$$

25 정답 ③

해설 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(y, x)=0$$

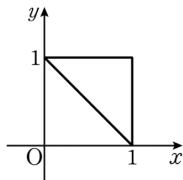
방정식 $f(y, x)=0$ 이 나타내는 도형을 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 도형의 방정식은 $f(y+1, x)=0$

방정식 $f(y+1, x)=0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(-y+1, x)=0, 즉 f(1-y, x)=0$$

따라서 방정식 $f(1-y, x)=0$ 이 나타내는 도형은 주어진

방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하고, x 축에 대하여 대칭이동한 도형이므로 다음 그림과 같다.



26 정답 20

해설 점 $A(a, b), B(c, d)$ 가 점 $P(p, q)$ 에 대하여 대칭이면

$(\overline{AB}$ 의 중점의 좌표)=(점 P 의 좌표)

두 점 $(p, q), (m, n)$ 의 중점이 점 $(-3, 2)$ 이므로

$$\left(\frac{p+m}{2}, \frac{q+n}{2}\right) = (-3, 2)$$

$$\therefore p = -m - 6, q = -n + 4$$

또한, 점 (p, q) 는 직선 $y = -3x + 2$ 위를 움직이므로

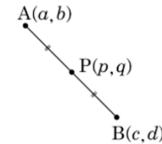
$$q = -3p + 2, 즉 -n + 4 = -3(-m - 6) + 2$$

$$3m + n + 16 = 0$$

따라서 점 (m, n) 이 움직이는 도형의 방정식은

$$3x + y + 16 = 0$$

따라서 $a = 3, b = 1, c = 16$ 이므로 $a + b + c = 20$



27 정답 250m

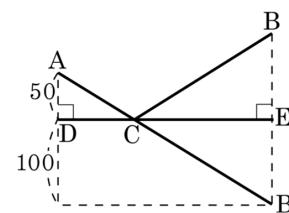
해설 B 를 \overline{DE} 에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면

$$\overline{BC} = \overline{CB}'$$

$$\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB}' \geq \overline{AB}'$$

따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은

$$\overline{AB}' = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$$



28 정답 21

해설 (i) 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형은

y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(-x, y)=0$$

$f(-x, y)=0$ 이 나타내는 도형은

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼

평행이동한 도형의 방정식은

$$f(-(x-3), y+1)=0$$

$$\therefore f(-x+3, y+1)=0$$

(ii) 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형은

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$f(y, x)=0$$

$f(y, x)=0$ 을 x 축의 방향으로 -4 만큼,

y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한

도형의 방정식은

$$f(y-(-1), x-(-4))=0$$

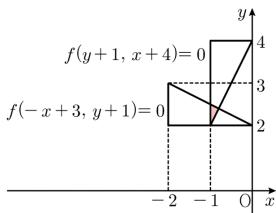
$$\therefore f(y+1, x+4)=0$$

(i), (ii)에 의하여 두 방정식

$$f(-x+3, y+1)=0, f(y+1, x+4)=0$$

나타내는 도형의 내부의 공통부분은 다음 그림의

어두운 부분과 같다.



이때 두 점 $(-2, 3), (0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{2}x + 2,$$

두 점 $(-1, 2), (0, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = 2x + 4$$
 이므로 두 직선은 수직이다.

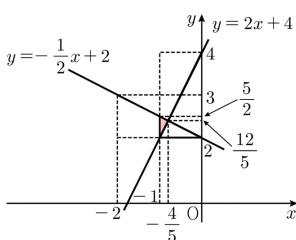
또한, 두 직선의 교점의 x 좌표는

$$-\frac{1}{2}x + 2 = 2x + 4, \frac{5}{2}x = -2$$

$$\therefore x = -\frac{4}{5}$$

이것을 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 에 대입하면 $y = \frac{12}{5}$

즉, 교점의 좌표는 $\left(-\frac{4}{5}, \frac{12}{5}\right)$



구하는 넓이는 세 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2, y = 2x + 4, x = -1$ 로

둘러싸인 삼각형의 넓이에서

세 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2, y = 2x + 4, y = 2$ 로 둘러싸인

삼각형의 넓이를 빼면 되므로

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{20}$$

따라서 $p = 1, q = 20$ 이므로

$$p+q=21$$