실시일자	-	숙제	이름
25문제 / DRE수학			

개념+유형 개념편 - 수학Ⅱ (2025) 16,22~26p

함수의 극한 ~ 함수의 극한값의 계산

01 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 0} f(x)=3$, $\lim_{x\to 0} g(x)=a$일 때, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+4g(x)}{f(x)g(x)+6}=1$을 만족시키는 실수 a의 값은?

① -3　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 5

02 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에서 $\lim_{x\to 2} f(x)=-2$, $\lim_{x\to 2} g(x)=-3$일 때, $\lim_{x\to 2}\{f(x)+g(x)\}$의 값을 구하시오.

03 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에서 $\lim_{x\to 1} f(x)=\frac{1}{2}$, $\lim_{x\to 1} g(x)=\frac{1}{4}$일 때, $\lim_{x\to 1} 16f(x)g(x)$의 값을 구하시오.

04 [2015년 11월 고3 문과 3번/2점]

$\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}$의 값은?

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

05 $\lim_{x\to -2}\frac{3x^2+4x-4}{x+2}$의 값을 구하시오.

06 $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$의 값을 구하시오.

07 [2023년 11월 고2 22번/3점]

$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}$의 값을 구하시오.

08 다음 극한을 조사하시오.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+1}{4x^3+2x-3}$$

09 다음 함수의 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3-x-x^2}{1-x+2x^2}$$

10 [2021년 11월 고2 22번/3점]

$\lim_{x\to\infty}\frac{9x^2+1}{3x^2+5x}$의 값을 구하시오.

11 다음의 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x\to 4}\frac{1}{x-4}\left(2x-\frac{9x+4}{x+1}\right)$$

12 $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=a$이고 $\lim_{x\to 0}\frac{12x^2-5x-f(x)}{3x^2+2x+f(x)}=-2$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

13 $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{9x^2+x+1}-x}$의 값을 구하시오.

14 $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{3x-\sqrt{x^2-9}}{x+3}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

15 $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+3}+x\right)$의 값을 구하면?

① $-\infty$ ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

16 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{16x^2+5x+3}-4x\right)$의 값을 구하시오.

17 $\lim_{x\to\infty}\dfrac{5k}{\sqrt{x^2+kx}-x}$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

18 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2+3x}\right)$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

19 $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 6x + 11}}$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② 1 ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

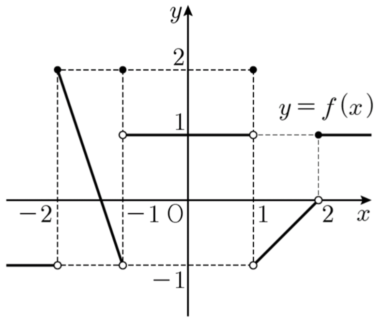
20 $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}\left(\frac{4}{\sqrt{16-x}} - \frac{1}{\sqrt{1-x}}\right)$의 값은?

① $-\frac{3}{8}$ ② $-\frac{13}{32}$ ③ $-\frac{7}{16}$
④ $-\frac{15}{32}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

21 $\lim_{x \to \infty} x^2\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② -1
③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$
⑤ 1

22 [2023년 경찰대 2번/3점]
함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 1-} (f \circ f)(x) + \lim_{x \to -\infty} f\left(-2 - \frac{1}{x+1}\right)$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

23 두 집합
$A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$
$B = \{x \mid (x-a)(x-a-2) \leq 0\}$
에 대하여 $f(a) = n(A \cap B)$로 정의할 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 실수이다.)

〈보 기〉

ㄱ. $\lim_{a \to -1} f(a) = 0$
ㄴ. $\lim_{a \to 1+} f(a) < f(1)$
ㄷ. $\lim_{a \to -1} f(f(a)) = 2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24 두 집합

$A = \{x \mid x^2 - x = 0\}$,

$B = \{x \mid (x-a)(x-a-2) \le 0\}$

에 대하여 $f(a) = n(A \cap B)$로 정의할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, a는 실수이다.)

〈보기〉

ㄱ. $\lim_{a \to 0} f(a) = 1$

ㄴ. $\lim_{a \to 1+} f(a) < f(1)$

ㄷ. $\lim_{a \to -2} f(f(a)) = 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

25 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to \infty} \{3g(x) - 4f(x)\} = 5$일 때,

$\lim_{x \to \infty} \dfrac{6g(x) + f(x)}{2f(x) - 3g(x)}$ 의 값은?

① $-\dfrac{17}{2}$ ② $-\dfrac{17}{5}$ ③ $-\dfrac{9}{2}$

④ $\dfrac{17}{5}$ ⑤ $\dfrac{17}{2}$

실시일자	-	숙제	이름
25문제 / DRE수학			

개념+유형 개념편 - 수학Ⅱ (2025) 16,22~26p

함수의 극한 ~ 함수의 극한값의 계산

해답

01 ④	02 -5	03 2
04 ③	05 -8	06 $\frac{1}{2}$
07 4	08 0	09 $-\frac{1}{2}$
10 3	11 $\frac{9}{5}$	12 1
13 $\frac{1}{2}$	14 ④	15 ④
16 $\frac{5}{8}$	17 ②	18 ①
19 ④	20 ④	21 ④
22 ⑤	23 ②	24 ②
25 ③		

실시일자	-	숙제	이름
25문제 / DRE수학			

개념+유형 개념편 - 수학Ⅱ (2025) 16,22~26p

함수의 극한 ~ 함수의 극한값의 계산

01 정답 ④

해설 $\lim_{x\to0}f(x)=3$, $\lim_{x\to0}g(x)=a$이므로

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)+4g(x)}{f(x)g(x)+6}=\frac{3+4a}{3a+6}$$

즉, $\frac{3+4a}{3a+6}=1$이므로

$3+4a=3a+6$

$\therefore\ a=3$

02 정답 -5

해설 $$\lim_{x\to2}\{f(x)+g(x)\}=\lim_{x\to2}f(x)+\lim_{x\to2}g(x)$$
$$=-2+(-3)$$
$$=-5$$

03 정답 2

해설 $$\lim_{x\to1}16f(x)g(x)=16\cdot\lim_{x\to1}f(x)\cdot\lim_{x\to1}g(x)$$
$$=16\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}$$
$$=2$$

04 정답 ③

해설 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

$$\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}=\lim_{x\to-2}(x^2+5)$$
$$=(-2)^2+5=9$$

05 정답 -8

해설 $$\lim_{x\to-2}\frac{3x^2+4x-4}{x+2}=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)(3x-2)}{x+2}$$
$$=\lim_{x\to-2}(3x-2)=-8$$

06 정답 $\frac{1}{2}$

해설 $\lim_{x\to0}\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$을 유리화 하면

$$=\lim_{x\to0}\frac{(1-\sqrt{1-x^2})(1+\sqrt{1-x^2})}{x^2(1+\sqrt{1-x^2})}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{x^2}{x^2(1+\sqrt{1-x^2})}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{1}{1+\sqrt{1-x^2}}$$
$$=\frac{1}{2}$$

07 정답 4

해설 함수의 극한 계산하기

$$\lim_{x\to3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}$$
$$=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}{(x+1)-4}$$
$$=\lim_{x\to3}(\sqrt{x+1}+2)$$
$$=4$$

08 정답 0

해설

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+1}{4x^3+2x-3}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2}{x}+\frac{1}{x^3}}{4+\frac{2}{x^2}-\frac{3}{x^3}}=0$$

09 정답 $-\frac{1}{2}$

해설
$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3-x-x^2}{1-x+2x^2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x}-1}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}+2}$$
$$=\frac{0-0-1}{0-0+2}=-\frac{1}{2}$$

10 정답 3

해설 함수의 극한 계산하기
$$\lim_{x\to\infty}\frac{9x^2+1}{3x^2+5x}=\lim_{x\to\infty}\frac{9+\frac{1}{x^2}}{3+\frac{5}{x}}$$
$$=\frac{9+0}{3+0}=3$$

11 정답 $\frac{9}{5}$

해설
$$\lim_{x\to4}\frac{1}{x-4}\left(2x-\frac{9x+4}{x+1}\right)$$
$$=\lim_{x\to4}\frac{1}{x-4}\cdot\frac{2x^2-7x-4}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to4}\frac{1}{x-4}\cdot\frac{(x-4)(2x+1)}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to4}\frac{2x+1}{x+1}$$
$$=\frac{9}{5}$$

12 정답 1

해설
$$\lim_{x\to0}\frac{12x^2-5x-f(x)}{3x^2+2x+f(x)}=\lim_{x\to0}\frac{12x-5-\frac{f(x)}{x}}{3x+2+\frac{f(x)}{x}}$$
$$=\frac{-5-a}{2+a}=-2$$

즉, $\frac{-5-a}{2+a}=-2$에서 $-2(2+a)=-5-a$

$-a=-1$ $\qquad\therefore a=1$

13 정답 $\frac{1}{2}$

해설 $x=-t$로 놓으면 $x\to-\infty$일 때 $t\to\infty$이므로
$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{9x^2+x+1}-x}$$
$$=\lim_{t\to\infty}\frac{\sqrt{t^2+1}+t}{\sqrt{9t^2-t+1}+t}$$
$$=\lim_{t\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{t^2}}+1}{\sqrt{9-\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}}+1}=\frac{1+1}{\sqrt{9}+1}=\frac{1}{2}$$

14 정답 ④

해설 $x=-t$로 놓으면 $x\to-\infty$일 때 $t\to\infty$이므로
$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-\sqrt{x^2-9}}{x+3}=\lim_{t\to\infty}\frac{-3t-\sqrt{t^2-9}}{-t+3}$$
$$=\lim_{t\to\infty}\frac{-3-\sqrt{1-\frac{9}{t^2}}}{-1+\frac{3}{t}}$$
$$=4$$

15 정답 ④

해설 $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+2x+3}+x)$

$-x=t$라 하면 주어진 식은
$$\lim_{t\to\infty}(\sqrt{t^2-2t+3}-t)$$
$$=\lim_{t\to\infty}\frac{(\sqrt{t^2-2t+3}-t)(\sqrt{t^2-2t+3}+t)}{\sqrt{t^2-2t+3}+t}$$
$$=\lim_{t\to\infty}\frac{-2t+3}{\sqrt{t^2+2t+3}+t}$$
$$=\lim_{t\to\infty}\frac{-2+\frac{3}{t}}{\sqrt{1-\frac{2}{t}+\frac{3}{t^2}}+1}$$
$$=-1$$

16 정답 $\frac{5}{8}$

해설 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{16x^2+5x+3}-4x\right)$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{16x^2+5x+3}-4x\right)\left(\sqrt{16x^2+5x+3}+4x\right)}{\sqrt{16x^2+5x+3}+4x}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{5x+3}{\sqrt{16x^2+5x+3}+4x}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{5+\frac{3}{x}}{\sqrt{16+\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}}+4}$

$=\frac{5}{8}$

17 정답 ②

해설 $\lim_{x\to\infty}\frac{5k}{\sqrt{x^2+kx}-x}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{5k\left(\sqrt{x^2+kx}+x\right)}{\left(\sqrt{x^2+kx}-x\right)\left(\sqrt{x^2+kx}+x\right)}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{5k\left(\sqrt{x^2+kx}+x\right)}{kx}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{5\left(\sqrt{x^2+kx}+x\right)}{x}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{5\left(\sqrt{1+\frac{k}{x}}+1\right)}{1}$

$=10$

18 정답 ①

해설 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2+3x}\right)$

$=\lim_{x\to\infty}\left\{\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2+3x}\right)\times\frac{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2+3x}}{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2+3x}}\right\}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-6x}{\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2+3x}}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-6}{\sqrt{1-\frac{3}{x}}+\sqrt{1+\frac{3}{x}}}$

$=\frac{-6}{1+1}=-3$

19 정답 ④

해설 $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x-\sqrt{x^2-6x+11}}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{x+\sqrt{x^2-6x+11}}{\left(x-\sqrt{x^2-6x+11}\right)\left(x+\sqrt{x^2-6x+11}\right)}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{x+\sqrt{x^2-6x+11}}{6x-11}$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\sqrt{1-\frac{6}{x}+\frac{11}{x^2}}}{6-\frac{11}{x}}=\frac{1+1}{6-0}=\frac{1}{3}$

20 정답 ④

해설 $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{4}{\sqrt{16-x}}-\frac{1}{\sqrt{1-x}}\right)$

$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\cdot\frac{4\sqrt{1-x}-\sqrt{16-x}}{\sqrt{16-x}\sqrt{1-x}}\right)$

$=\lim_{x\to 0}\left\{\frac{1}{x}\cdot\left(\frac{\left(4\sqrt{1-x}-\sqrt{16-x}\right)\left(4\sqrt{1-x}+\sqrt{16-x}\right)}{\sqrt{16-x}\sqrt{1-x}\left(4\sqrt{1-x}+\sqrt{16-x}\right)}\right)\right\}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{-15}{\sqrt{16-x}\sqrt{1-x}\left(4\sqrt{1-x}+\sqrt{16-x}\right)}$

$=\frac{-15}{4\cdot 1(4\cdot 1+4)}=-\frac{15}{32}$

21 정답 ④

해설 $$\lim_{x\to\infty} x^2\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$

$$=\lim_{x\to\infty} x^2 \cdot \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left\{x^2 \cdot \frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}\,(\sqrt{x^2+1}+x)}\right\}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}\,(\sqrt{x^2+1}+x)}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\left(x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x\right)}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2\left\{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1\right)\right\}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1\right)}$$

$$=\frac{1}{1(1+1)}=\frac{1}{2}$$

22 정답 ⑤

해설 $\lim_{x\to 1-} f(x)=1$이므로

$\lim_{x\to 1-}(f\circ f)(x)=f(1)=2$

$x\to-\infty$일 때 $-\frac{1}{x+1}\to 0+$이므로

$\lim_{x\to-\infty} f\left(-2-\frac{1}{x+1}\right)=\lim_{x\to-2+} f(x)=2$

$\therefore \lim_{x\to 1-}(f\circ f)(x)+\lim_{x\to-\infty} f\left(-2-\frac{1}{x+1}\right)$

$=2+2=4$

23 정답 ②

해설 $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

$\therefore A=\{1, 3\}$

$(x-a)(x-a-2)\le 0$에서 $a\le x\le a+2$

$\therefore B=\{x\,|\,a\le x\le a+2\}$

$f(a)=n(A\cap B)$이므로

(ⅰ) $a<-1$일 때, $f(a)=0$

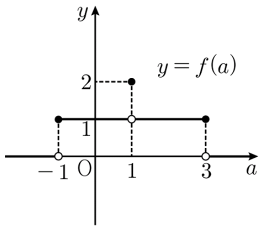
(ⅱ) $-1\le a<1$일 때, $f(a)=1$

(ⅲ) $a=1$일 때, $f(a)=2$

(ⅳ) $1<a\le 3$일 때, $f(a)=1$

(ⅴ) $a>3$일 때, $f(a)=0$

(ⅰ)~(ⅴ)에 의하여 $y=f(a)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



ㄱ. $\lim_{a\to-1+} f(a)=1$, $\lim_{a\to-1-} f(a)=0$이므로

$\lim_{a\to-1} f(a)$의 값은 존재하지 않는다.(거짓)

ㄴ. $\lim_{a\to 1+} f(a)=1$, $f(1)=2$이므로

$\lim_{a\to 1+} f(a)<f(1)$(참)

ㄷ. $a\to-1+$일 때, $f(a)=1$이므로

$\lim_{a\to-1+} f(f(a))=f(1)=2$

$a\to-1-$일 때, $f(a)=0$이므로

$\lim_{a\to-1-} f(f(a))=f(0)=1$

따라서 $\lim_{a\to-1} f(f(a))$의 값은 존재하지 않는다.(거짓)

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

24 정답 ②

해설 $x^2-x=0$에서 $x(x-1)=0$

$\therefore\ x=0$ 또는 $x=1$ $\qquad \therefore\ A=\{0,\ 1\}$

$(x-a)(x-a-2)\le 0$에서 $a\le x\le a+2$

$\therefore\ B=\{x|a\le x\le a+2\}$

$f(a)=n(A\cap B)$이므로

(ⅰ) $a+2<0$, 즉 $a<-2$일 때

$f(a)=0$

(ⅱ) $0\le a+2<1$, 즉 $-2\le a<-1$일 때

$f(a)=1$

(ⅲ) $a\le 0,\ 1\le a+2$, 즉 $-1\le a\le 0$일 때

$f(a)=2$

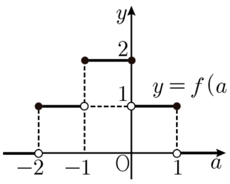
(ⅳ) $0<a\le 1$일 때

$f(a)=1$

(ⅴ) $1<a$일 때

$f(a)=0$

(ⅰ)~(ⅴ)에 의하여 $y=f(a)$의 그래프는 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.



ㄱ. $\lim_{a\to 0+} f(a)=1,\ \lim_{a\to 0-} f(a)=2$이므로 $\lim_{a\to 0} f(a)$의 값은 존재하지 않는다. (거짓)

ㄴ. $\lim_{a\to 1+} f(a)=0,\ f(1)=1$이므로

$\lim_{a\to 1+} f(a)<f(1)$ (참)

ㄷ. $a\to -2+$일 때 $\lim_{a\to -2+} f(a)=1$이므로

$\lim_{a\to -2+} f(f(a))=f(1)=1$

$a\to -2-$일 때 $\lim_{a\to -2-} f(a)=0$이므로

$\lim_{a\to -2-} f(f(a))=f(0)=2$

즉, $\lim_{a\to -2-} f(f(a))\ne \lim_{a\to -2+} f(f(a))$이므로

$\lim_{a\to -2} f(f(a))$의 값은 존재하지 않는다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

25 정답 ③

해설 $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty,\ \lim_{x\to\infty}\{3g(x)-4f(x)\}=5$이므로

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3g(x)-4f(x)}{f(x)}=\lim_{x\to\infty}\left\{3\cdot\frac{g(x)}{f(x)}-4\right\}$$
$$=3\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{f(x)}-4=0$$

즉, $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{4}{3}$

따라서 $$\lim_{x\to\infty}\frac{6g(x)+f(x)}{2f(x)-3g(x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{6\cdot\frac{g(x)}{f(x)}+1}{2-3\cdot\frac{g(x)}{f(x)}}$$
$$=\frac{6\cdot\frac{4}{3}+1}{2-3\cdot\frac{4}{3}}=-\frac{9}{2}$$