

# 마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

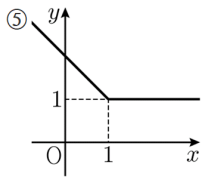
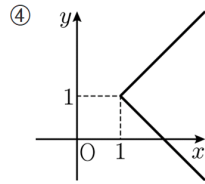
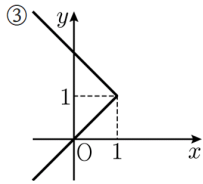
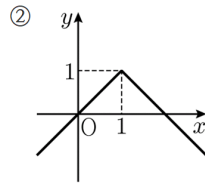
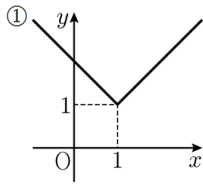
함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
46문제 / DRE수학	

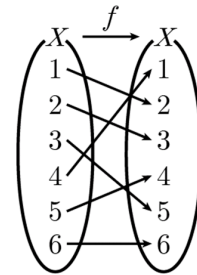
## 교재 오답

이름

**01** 다음 중 함수  $y = |x - 1| + 1$ 의 그래프의 개형으로 올바른 것은?



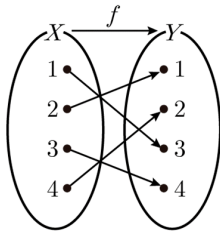
**02** [2019년 3월 고3 문과 4번 변형]  
다음 그림은 함수  $f : X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.  
 $(f \circ f)(2)$ 의 값은?



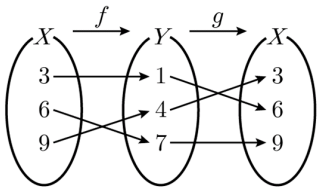
- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

**03** 두 함수  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = -x^2 - 1$ 에 대하여  
 $(f \circ g)(0)$ 의 값을 구하시오.

04 다음 그림과 같은 함수  $f$ 에서  $f^{-1}(a) + f^{-1}(4) = 5$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값을 구하시오.



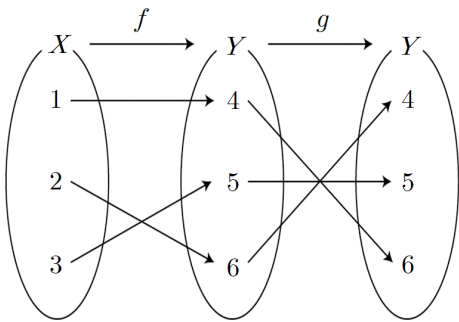
05 [2022년 11월 고1 9번/3점] 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3) + (g \circ f)^{-1}(9)$ 의 값은?

- ① 6                      ② 9                      ③ 12
- ④ 15                     ⑤ 18

06 [2018년 6월 고2 이과 5번/3점] 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$(f^{-1} \circ g)(4)$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

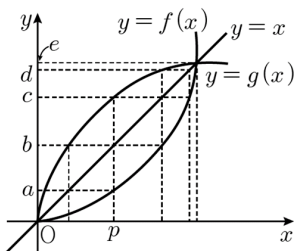
07 함수  $f(x) = |4x + a| + b$ 는  $x = 3$ 일 때, 최솟값  $-2$ 를 가진다. 이때 상수  $a, b$ 의 값에 대하여  $b - a$ 의 값을 구하시오.

- 08 두 함수  $f(x) = 2x + a$ ,  $g(x) = -x + 1$ 에 대하여  $g \circ f = f \circ g$ 가 성립할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

- 09 두 함수  $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ ,  $g(x) = -x^2 + 2$ 가 있다.  
모든 실수  $x$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 가  $(f \circ h)(x) = g(x)$ 를 만족시킬 때,  $h(2)$ 의 값은?

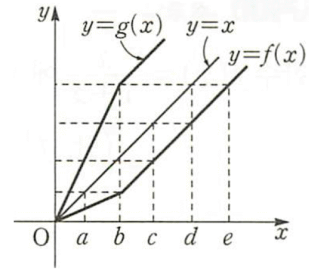
- ① -18      ② -9      ③ 0  
④ 9      ⑤ 18

- 10 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $(f \circ g)(p)$ 의 값은?  
(단, 모든 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행하다.)



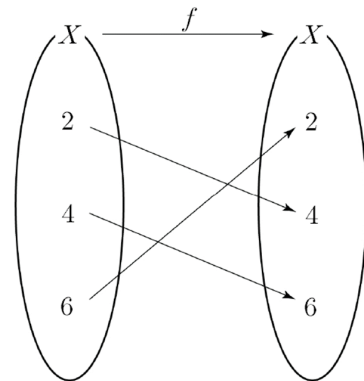
- ① a      ② b      ③ c  
④ d      ⑤ e

- 11 다음 그림은 세 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $y = x$ 의 그래프이다. 이때  $(g \circ f)(c)$ 의 값은?



- ① a      ② b      ③ c  
④ d      ⑤ e

- 12 [2019년 4월 고3 문과 13번/3점]  
집합  $X = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 일대일대응인 두 함수  $f, g$ 가 있다.  
그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



- 집합  $X$ 의 모든 원소  $k$ 에 대하여  $f(k) \neq g(k)$ 이고  $g(2) = 6$ 일 때,  $f^{-1}(6) + g(4)$ 의 값은?

- ① 4      ② 6      ③ 8  
④ 10      ⑤ 12

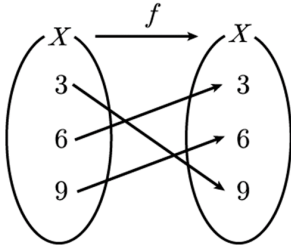
13

[2019년 4월 고3 문과 13번 변형]

집합  $X = \{3, 6, 9\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 일대일대응인 두 함수  $f, g$ 가 있다.

다음 그림은 함수  $f : X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.

집합  $X$ 의 모든 원소  $k$ 에 대하여  $f(k) \neq g(k)$ 이고  $g(3) = 6$ 일 때,  $f^{-1}(6) + g(9)$ 의 값은?



- ① 6                      ② 9                      ③ 12  
④ 15                      ⑤ 18

14

두 집합  $X = \{x | 2 \leq x \leq 8\}$ ,  $Y = \{x | 1 \leq x \leq a\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f(x) = -\frac{1}{2}x + b$ 의 역함수가 존재할 때,  $a + b$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a, b$ 는 상수)

15

집합  $X = \{x | x \leq a\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x) = -x^2 + 4x + 28$ 의 역함수가 존재할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

16

함수  $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & (x \geq 0) \\ ax+b & (x < 0) \end{cases}$  의 역함수가 존재하기 위한 실수  $a, b$ 의 조건은?  
①  $a > 0, b > 0$                       ②  $a > 0, b = -1$   
③  $a > 0, b = 3$                       ④  $a < 0, b < 0$   
⑤  $a < 0, b = 3$

17

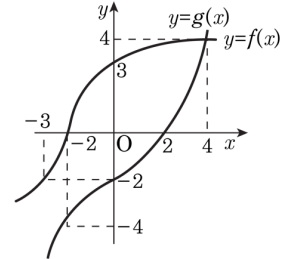
함수  $f(x) = 3x + 1$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 에 대하여  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의  $x$ 절편을  $a$ ,  $y$ 절편을  $b$ 라 하자. 이때  $a + b$ 의 값을 구하시오.

- 18** 함수  $f(x)$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 가 존재하고  $(f \circ f)(x) = x$ ,  $f(4) = 2$ 일 때,  $f^{-1}(4) + f(2)$ 의 값을 구하시오.

- 19** 두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = -4x + 5$ 에 대하여  $f \circ h = g$ 가 성립할 때, 함수  $h(x)$ 에 대하여  $h(-5)$ 를 구하여라.

- 20** 두 함수  $f(x) = x^2 + 4x + 9 (x \geq -2)$ ,  $g(x) = x^2 + 2 (x \geq 0)$ 에 대하여  $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2)$ 의 값을 구하시오.

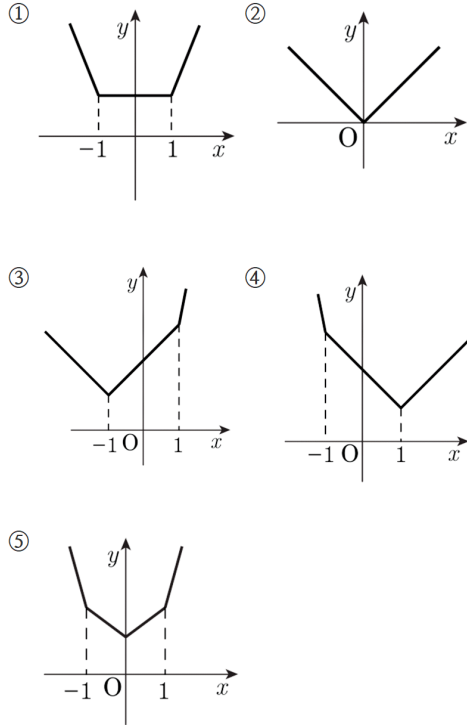
- 21** 일대일대응인 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $(g \circ f^{-1})(3)$ 의 값을 구하여라.



- 22**  $|x| + |y| = 5$ 의 그래프가 나타내는 도형의 넓이는?
- ① 50                      ② 55                      ③ 60  
④ 65                      ⑤ 70

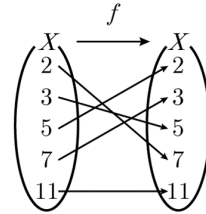
- 23** 함수  $f(x) = |x| + |x - a| + |x - 3a|$ 의 최솟값이 6일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면?
- (단,  $a > 0$ )
- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

24 다음 중 함수  $y = |x-1| + x + |x+1|$ 의 그래프는?



25 함수  $y = |x+3| - |x-1|$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M-m$ 의 값을 구하시오.

26 집합  $X = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 가 다음 그림과 같다. 함수  $g: X \rightarrow X$ 가  $g(2) = 5$ ,  $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때,  $g(3)$ 의 값은?



- ① 2                      ② 3                      ③ 5  
④ 7                      ⑤ 11

27 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 가  $f(3x-1) = x+3$ 을 만족시킬 때,  $f\left(\frac{1}{3}x-1\right) = ax+b$ 이다. 이때 상수  $a, b$ 에 대하여  $3ab$ 의 값을 구하시오.

28 두 함수  $f(x) = x^2 + 3x$ ,  $g(x) = ax^2 + bx + c$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g\left(\frac{x+1}{3}\right) = 3f(x) + 1$ 을 만족시킬 때,  $a-b+c$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

- 29 두 함수  $f(x) = 3x - 1$ ,  $g(x) = -3x + 4$ 에 대하여  $h \circ f = g$ 를 만족하는 일차함수  $h(x)$ 는?

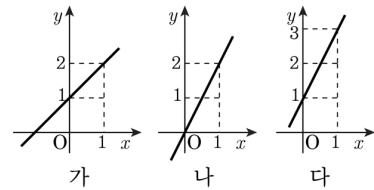
- ①  $h(x) = \frac{1}{3}(x+1)$   
 ②  $h(x) = 3x - 1$   
 ③  $h(x) = x - 3$   
 ④  $h(x) = -x + 3$   
 ⑤  $h(x) = x + 3$

- 30 함수  $f(x) = -x - 1$ 에 대하여  $f^1 = f$ ,  $f^{n+1} = f \circ f^n$ 으로 정의할 때,  $f^{10}(10) - f^9(9)$ 의 값을 구하시오. (단,  $n$ 은 자연수이다.)

- 31 함수  $f(x) = x + 1$ 에 대하여  $f^1 = f$ ,  $f^2 = f \circ f$ ,  $f^3 = f \circ f^2$ , ...  $f^{n+1} = f \circ f^n$ 로 정의할 때,  $f^{10}(a) = 30$ 을 만족시키는  $a$ 의 값을 구하시오. (단,  $n$ 은 자연수)

- 32 함수  $f(x) = -x + 1$ 에 대하여  $f^1 = f$ ,  $f^{n+1} = f \circ f^n$ 으로 정의할 때,  $f^{99}(a) = 100$ 을 만족시키는 실수  $a$ 의 값을 구하시오. (단,  $n$ 은 자연수이다.)

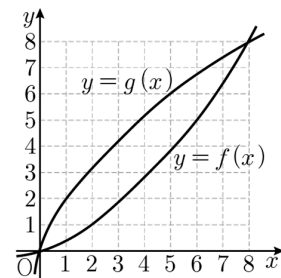
- 33 다음 그림은 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $w(x)$ 의 그래프를 차례로 나타낸 것이다.



다음 중  $w(x)$ 를  $f(x)$ 와  $g(x)$ 를 이용하여 나타낸 것은?

- ①  $f \circ g$       ②  $g \circ f$       ③  $f \circ f$   
 ④  $f + g$       ⑤  $f - g$

- 34 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(6)$ 의 값을 구하시오.



**35** 함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ , 함수  $f(2x-1)$ 의 역함수를  $h(x)$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $h(x) = 2g(x) + 1$
- ②  $h(x) = 2g(x) - 1$
- ③  $h(x) = \frac{1}{2}g(x) + \frac{1}{2}$
- ④  $h(x) = g\left(\frac{x}{2} + 1\right)$
- ⑤  $h(x) = \frac{1}{2}g(2x-1) + 1$

**36** 두 함수  $f, g$ 에 대하여  $f^{-1}(x) = \frac{x-7}{3}$ ,  
 $g(x) = 9x + 1$ 일 때,  $f \circ h = g$ 를 만족시키는  
 함수  $h(x)$ 는?

- ①  $h(x) = -3x - 4$
- ②  $h(x) = -3x - 2$
- ③  $h(x) = 3x - 4$
- ④  $h(x) = 3x - 2$
- ⑤  $h(x) = 3x + 2$

**37** 실수 전체의 집합에서 정의된  
 함수  $f(x) = \begin{cases} x+k & (x < 1) \\ 2x+3 & (x \geq 1) \end{cases}$ 의 역함수가 존재할 때,  
 $(f^{-1} \circ f^{-1})(6)$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.)

- ①  $-\frac{1}{2}$
- ②  $-1$
- ③  $-\frac{3}{2}$
- ④  $-2$
- ⑤  $-\frac{5}{2}$

**38** 실수 전체의 집합에서 정의된  
 함수  $f(x) = \begin{cases} x+k & (x < 2) \\ 2x+5 & (x \geq 2) \end{cases}$ 의 역함수가 존재할 때,  
 $(f^{-1} \circ f^{-1})(9)$ 의 값을  $m$ 이라 하자. 이때  $m^2$ 의 값을  
 구하시오. (단,  $k$ 는 상수이다.)

**39** 두 함수  $f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = ax + b$ 에 대하여  
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = 3$ ,  $(g \circ f^{-1})(3) = 8$ 일 때,  $a + b$ 의  
 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

**40** 정의역이  $\{x | x \geq 5\}$ 인 함수  $f(x) = x^2 - 10x + 28$   
 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의  
 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때  $ab$ 의 값을 구하시오.

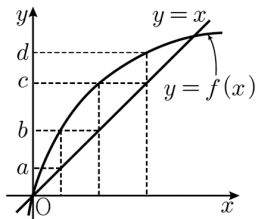


- 41** 정의역이  $\{x|x \geq 3\}$ 인 함수  $f(x) = x^2 - 6x + 10$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때  $ab$ 의 값을 구하시오.

- 42** [2018년 6월 고2 이과 13번 변형]  
 $k < 0$ 인 실수  $k$ 에 대하여  
 함수  $f(x) = x^2 - 4x + k (x \geq 2)$ 의 그래프와  
 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 P라  
 하고, 점 P에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.  
 삼각형 POH의 넓이가 18일 때,  $k$ 의 값은?  
 (단, O는 원점이다.)

- ① -6                      ② -5                      ③ -4  
 ④ -3                      ⑤ -2

- 43** 다음 그림은 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 를 나타낸 것이다. 함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $(g \circ g \circ g)(d)$ 의 값은?  
 (단, 모든 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행하다.)



- ① 0                      ②  $a$                       ③  $b$   
 ④  $c$                       ⑤  $d$

- 44** 함수  $y = |3x - 12| + 5$ 의 그래프와 직선  $y = mx - 2$ 가 만나지 않도록 하는 정수  $m$ 의 개수를 구하시오.

- 45** 두 함수  $f(x) = x + 10$ ,  
 $g(x) = \begin{cases} -3x - 7 & (x < 0) \\ x^2 - 8ax - 7 & (x \geq 0) \end{cases}$ 에 대하여  
 합성함수  $f \circ g$ 의 치역이  $\{y|y \geq -61\}$ 일 때, 상수  $a$ 의  
 값을 구하시오.

- 46** 함수  $f(x)$ 가  $f(x) = \begin{cases} 2x - 9 & (x \geq 0) \\ \frac{2}{3}x - 9 & (x < 0) \end{cases}$ 일 때,  
 방정식  $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합을 구하시오.  
 (단,  $f^{-1}(x)$ 는  $f(x)$ 의 역함수이다.)

# 마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
46문제 / DRE수학	

교재 오답
-------

이름

빠른정답

01 ①	02 ⑤	03 -3
04 1	05 ③	06 ②
07 10	08 $-\frac{1}{2}$	09 ②
10 ②	11 ④	12 ②
13 ③	14 9	15 -4
16 ③	17 $\frac{2}{3}$	18 6
19 13	20 -1	21 -2
22 ①	23 ②	24 ③
25 8	26 ④	27 1
28 23	29 ④	30 20
31 20	32 -99	33 ①
34 7	35 ③	36 ④
37 ⑤	38 25	39 11
40 49	41 25	42 ①
43 ②	44 5	45 2
46 -18		



# 마플시너지(2025) - 공통수학2 (함수) 233~261p

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
46문제 / DRE수학	

교재 오답
-------

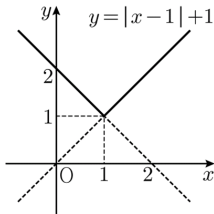
이름

## 01 정답 ①

**해설**  $|x-1| = \begin{cases} x-1 & (x \geq 1) \\ 1-x & (x < 1) \end{cases}$ 이므로

$$y = \begin{cases} (x-1)+1 = x & (x \geq 1) \\ 1-x+1 = -x+2 & (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



## 02 정답 ⑤

**해설**  $f(1)=2, f(2)=3, f(3)=5, f(4)=1, f(5)=4, f(6)=6$ 이므로  
 $(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(3) = 5$

## 03 정답 -3

**해설**  $(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(-1) = -3$

## 04 정답 1

**해설**  $f^{-1}(4) = 3$ 이므로  $f^{-1}(a) + 3 = 5$ 이다.  
 $\therefore f^{-1}(a) = 2$   
 $\therefore a = 1$

## 05 정답 ③

**해설** 합성함수 이해하기

$$\begin{aligned} & (g \circ f)(3) + (g \circ f)^{-1}(9) \\ &= (g \circ f)(3) + (f^{-1} \circ g^{-1})(9) \\ &= g(f(3)) + f^{-1}(g^{-1}(9)) \\ &= g(1) + f^{-1}(7) \\ &= 6 + 6 = 12 \end{aligned}$$

## 06 정답 ②

**해설** 합성함수 이해하기

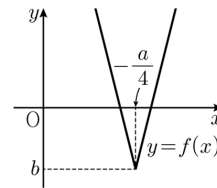
$$(f^{-1} \circ g)(4) = f^{-1}(g(4)) = f^{-1}(6) = 2$$

## 07 정답 10

**해설**  $f(x) = |4x+a|+b = \left|4\left(x+\frac{a}{4}\right)\right|+b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-\frac{a}{4}$ 만큼,

$y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 그래프이므로  
 다음 그림과 같다.



따라서 함수  $y = f(x)$ 는  $x = -\frac{a}{4}$ 일 때,

최솟값  $b$ 를 가지므로

$$-\frac{a}{4} = 3, b = -2$$

따라서  $a = -12, b = -2$ 이므로

$$b - a = -2 - (-12) = 10$$

## 08 정답 $-\frac{1}{2}$

**해설**  $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x+a)$   
 $= -(2x+a)+1 = -2x-a+1$   
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-x+1)$   
 $= 2(-x+1)+a = -2x+2+a$   
 이 때,  $g \circ f = f \circ g$ 이므로  
 $-2x-a+1 = -2x+a$   
 $2a = -1$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

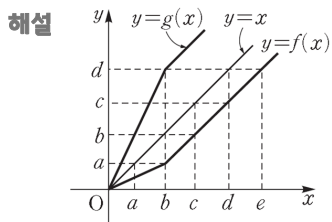
09 정답 ②

**해설**  $h(2) = k$ 라 하면  $f(h(2)) = g(2)$ 이므로  
 $f(k) = -2$   
 $f(k) = \frac{1}{3}k + 1$ 이므로  
 $\frac{1}{3}k + 1 = -2 \quad \therefore k = -9$   
 $\therefore h(2) = -9$

10 정답 ②

**해설**  $g(p) = c, f(c) = b$ 이므로  
 $(f \circ g)(p) = f(g(p))$   
 $= f(c) = b$

11 정답 ④



위 그림에서  
 $(g \circ f)(c) = g(f(c)) = g(b) = d$

12 정답 ②

**해설** 함수  $g$ 는 일대일대응이므로  $g(6) = 4$  또는  $g(6) = 2$   
 집합  $X$ 의 모든 원소  $k$ 에 대하여  $f(k) \neq g(k)$ 이므로  
 $f(6) = 2$ 에서  $g(6) = 4, g(4) = 2$   
 $f(4) = 6$ 에서  $f^{-1}(6) = 4$   
 따라서  $f^{-1}(6) + g(4) = 4 + 2 = 6$

13 정답 ③

**해설** 함수  $g$ 는 일대일대응이므로  $g(6) = 3$  또는  $g(6) = 9$   
 집합  $X$ 의 모든 원소  $k$ 에 대하여  $f(k) \neq g(k)$ 이므로  
 $f(6) = 3$ 에서  $g(6) = 9$ 이고  $g(9) = 3$ ,  
 $f(9) = 6$ 에서  $f^{-1}(6) = 9$   
 $\therefore f^{-1}(6) + g(9) = 9 + 3 = 12$

14 정답 9

**해설** 함수  $y = f(x)$ 는 역함수가 존재하므로 일대일대응이다.  
 따라서 공역과 치역이 같고  $y = f(x)$ 의 기울기가 음수인  
 일차함수이므로  $f(2) = a, f(8) = 1$ 이다.  
 $f(8) = -\frac{1}{2} \cdot 8 + b = 1$   
 $\therefore b = 5$   
 $f(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2 + b = a$ 에서  $-1 + b = a$   
 $\therefore a = 4$   
 따라서  $a + b = 4 + 5 = 9$

15 정답 -4

**해설**  $f(x) = -x^2 + 4x + 28 = -(x-2)^2 + 32$ 이고  
 함수  $f$ 의 역함수가 존재하면  $f$ 는 일대일대응이므로  
 $a \leq 2, f(a) = a$   
 $f(a) = a$ 에서  $-a^2 + 4a + 28 = a$   
 $a^2 - 3a - 28 = 0, (a+4)(a-7) = 0$   
 $\therefore a = -4 (\because a \leq 2)$

16 정답 ③

**해설** 함수  $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & (x \geq 0) \\ ax+b & (x < 0) \end{cases}$ 의 역함수가 존재하려면  
 함수  $f$ 가 일대일대응이어야 한다.  
 (i)  $x = 0$ 에서의 두 일차함수의 함숫값이 서로 같아야  
 하므로  $b = 3$   
 (ii) 두 일차함수의 그래프의 기울기의 부호가 같아야  
 하므로  $a > 0$   
 (i), (ii)에서  $a > 0, b = 3$

17 정답  $\frac{2}{3}$

**해설**  $y = 3x + 1$ 로 놓으면  $3x = y - 1$   
 $\therefore x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$   
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$   
 직선  $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ 의  $x$ 절편이 1,  $y$ 절편이  $-\frac{1}{3}$ 이므로  
 $a = 1, b = -\frac{1}{3}$   
 $\therefore a + b = \frac{2}{3}$

## 18 정답 6

**해설**  $(f \circ f)(x) = x$ 에서  $f = f^{-1}$ 이므로  
 $f^{-1}(4) = f(4) = 2$ 이고  
 $f^{-1}(4) = 2$ 이므로  
 $f(2) = 4$   
 $\therefore f^{-1}(4) + f(2) = 6$

## 19 정답 13

**해설**  $f \circ h = g$ 의 양변의 왼쪽에  $f^{-1}$ 를 합성하면  $f^{-1} \circ (f \circ h) = f^{-1} \circ g$   
 $(f^{-1} \circ (f \circ h)) = (f^{-1} \circ f) \circ h = I \circ h = h$  (단,  $I$ 는 항등함수)  
 $\therefore h = f^{-1} \circ g$   
한편,  $f(x) = 2x - 1$ 에서  $y = 2x - 1$ 로 놓고,  $x$ 에 대하여 풀면  
 $x = \frac{1}{2}(y + 1)$   
 $x$ 와  $y$ 를 바꾸어 쓰면  $y = \frac{1}{2}(x + 1)$   
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 1)$   
 $h(x) = (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x)) = f^{-1}(-4x + 5)$   
 $= \frac{1}{2}(-4x + 5 + 1) = -2x + 3$   
 $\therefore h(-5) = -2 \cdot (-5) + 3 = 13$

## 20 정답 -1

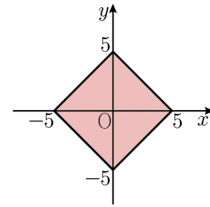
**해설**  $g(2) = 2^2 + 2 = 6$ 이므로  
 $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2) = (f^{-1} \circ g)(2)$   
 $= f^{-1}(g(2))$   
 $= f^{-1}(6)$   
 $f^{-1}(6) = k$ 라 하면  $f(k) = 6$ 이므로  
 $k^2 + 4k + 9 = 6, (k + 1)(k + 3) = 0$   
 $\therefore k = -1$  ( $\because k \geq -2$ )

## 21 정답 -2

**해설**  $f^{-1}(b) = a \iff f(a) = b$ 이므로  
그래프를 이용하여  $f^{-1}(3)$ 의 값을 찾는다.  
 $f^{-1}(3) = a$ 라 하면  $f(a) = 3$   
 $\therefore a = 0$   
 $\therefore (g \circ f^{-1})(3) = g(f^{-1}(3)) = g(0) = -2$

## 22 정답 ①

**해설**  $|x| + |y| = 5$ 의 그래프는 다음과 같이 마름모의 형태이다.

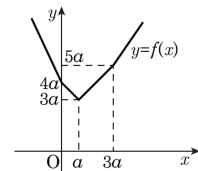


따라서 구하는 넓이는  $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50$

## 23 정답 ②

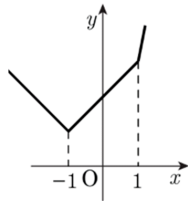
**해설** i)  $x < 0$  일 때,  
 $f(x) = -3x + 4a$   
ii)  $0 \leq x < a$  일 때,  $f(x) = -x + 4a$   
iii)  $a \leq x < 3a$  일 때,  $f(x) = x + 2a$   
iv)  $x \geq 3a$  일 때,  
 $f(x) = 3x - 4a$

따라서  $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같고  
최솟값은  $3a$  이므로  
 $3a = 6 \quad \therefore a = 2$



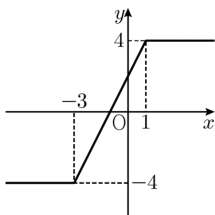
## 24 정답 ③

- 해설** (i)  $x \leq -1$  일 때,  $y = |x-1| + x + |x+1|$   
 $= -(x-1) + x - (x+1)$   
 $= -x$
- (ii)  $-1 < x \leq 1$  일 때,  $y = |x-1| + x + |x+1|$   
 $= -(x-1) + x + (x+1)$   
 $= x+2$
- (iii)  $1 < x$  일 때,  $y = |x-1| + x + |x+1|$   
 $= (x-1) + x + (x+1)$   
 $= 3x$
- (i), (ii), (iii)에 의하여 주어진 함수의 그래프는



## 25 정답 8

- 해설** (i)  $x < -3$  일 때  
 $y = |x+3| - |x-1|$   
 $= -x-3 - (-x+1) = -4$
- (ii)  $-3 \leq x < 1$  일 때  
 $y = |x+3| - |x-1|$   
 $= x+3 - (-x+1) = 2x+2$
- (iii)  $x \geq 1$  일 때  
 $y = |x+3| - |x-1|$   
 $= x+3 - (x-1) = 4$
- (i), (ii), (iii)에 의하여 함수  $y = |x+3| - |x-1|$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서  $M=4$ ,  $m=-4$ 이므로  $M-m=8$

## 26 정답 ④

- 해설**  $f \circ g = g \circ f$ 에서  $f(g(x)) = g(f(x))$  ... ㉠
- ㉠의 양변에  $x=2$ 를 대입하면  
 $f(g(2)) = g(f(2))$ ,  $f(5) = g(7)$   
 $\therefore g(7) = 2$
- ㉠의 양변에  $x=7$ 을 대입하면  
 $f(g(7)) = g(f(7))$ ,  $f(2) = g(3)$   
 $\therefore g(3) = 7$

## 27 정답 1

- 해설**  $f(3x-1) = x+3$ 에서  $3x-1=t$ 로 놓으면  
 $x = \frac{t+1}{3}$   
 $\therefore f(t) = \frac{t+1}{3} + 3 = \frac{1}{3}t + \frac{10}{3}$
- $t$  대신  $\frac{1}{3}x-1$ 을 대입하면  
 $f\left(\frac{1}{3}x-1\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}x-1\right) + \frac{10}{3} = \frac{1}{9}x + 3$
- 따라서  $a = \frac{1}{9}$ ,  $b = 3$ 이므로  
 $3ab = 1$

## 28 정답 23

- 해설**  $g\left(\frac{x+1}{3}\right) = 3f(x) + 1$   
 $= 3(x^2 + 3x) + 1$   
 $= 3x^2 + 9x + 1$
- 에서  $g\left(\frac{x+1}{3}\right) = 3x^2 + 9x + 1$  ... ㉠
- $\frac{x+1}{3} = t$ 라 하면  $x = 3t-1$ 이고, 이를 ㉠에 대입하면  
 $g(t) = 3(3t-1)^2 + 9(3t-1) + 1$   
 $= 27t^2 - 18t + 3 + 27t - 9 + 1$   
 $= 27t^2 + 9t - 5$
- 따라서  $a=27$ ,  $b=9$ ,  $c=-5$ 이므로  
 $a-b-c = 27-9-(-5) = 23$

## 29 정답 ④

- 해설**  $(h \circ f)(x) = g(x)$ 에서  $f(x)=t$ 라 하면  
 $t = 3x-1$ ,  $3x = t+1$
- 이때  $x = \frac{1}{3}(t+1)$ 을 함수  $g(x)$ 에 대입하면  
 $h(t) = -3 \cdot \frac{1}{3}(t+1) + 4 = -t + 3$   
 $\therefore h(x) = -x + 3$

### 30 정답 20

**해설**  $f^1(x) = f(x) = -x - 1$   
 $f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(-x - 1) = x$   
 $f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x)) = f(x) = -x - 1$   
 $\vdots$   
 즉,  $f^n(x) = \begin{cases} -x - 1 & (n \text{은 홀수}) \\ x & (n \text{은 짝수}) \end{cases}$   
 $\therefore f^{10}(10) - f^9(9) = 10 - (-9 - 1) = 20$

### 31 정답 20

**해설**  $f^1(x) = x + 1$   
 $f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x))$   
 $= f(x + 1)$   
 $= (x + 1) + 1 = x + 2$   
 $f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x))$   
 $= f(x + 2)$   
 $= (x + 2) + 1 = x + 3$   
 $\vdots$   
 $\therefore f^n(x) = x + n$   
 따라서  $f^{10}(x) = x + 10$ 이므로  $f^{10}(a) = a + 10 = 30$   
 $\therefore a = 20$

### 32 정답 -99

**해설**  $f^1(x) = f(x) = -x + 1$   
 $f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(-x + 1) = x$   
 $f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x)) = f(x) = -x + 1$   
 $\vdots$   
 즉, 자연수  $n$ 에 대하여  
 $f^{2n-1}(x) = -x + 1, f^{2n}(x) = x$   
 따라서  $f^{99}(x) = -x + 1$ 이므로  
 $f^{99}(a) = -a + 1 = 100, a = -99$

### 33 정답 ①

**해설** 그래프를 보고 함수식을 구하면  
 $f(x) = x + 1, g(x) = 2x, w(x) = 2x + 1$  이다.  
 $f(g(x)) = f(2x) = 2x + 1 = w(x)$  이므로  
 $\therefore w = f \circ g$

### 34 정답 7

**해설**  $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(6) = f(g(1)) + g(f(6))$   
 $= f(2) + g(5)$   
 $= 1 + 6$   
 $= 7$

### 35 정답 ③

**해설** 함수  $f(x)$ 의 역함수가  $g(x)$ 이므로  
 $f^{-1}(x) = g(x)$   
 이때  $y = f(2x - 1)$ 의 역함수를 구하기 위해  
 $x, y$ 를 서로 바꾸어 쓰면  
 $x = f(2y - 1), f^{-1}(x) = 2y - 1$   
 $\therefore g(x) = 2y - 1$   
 위의 식을  $y$ 에 관하여 정리하면  
 $g(x) + 1 = 2y$   
 $\therefore y = \frac{1}{2}g(x) + \frac{1}{2}$   
 따라서 구하는 역함수  $y = h(x)$ 는  
 $h(x) = \frac{1}{2}g(x) + \frac{1}{2}$

### 36 정답 ④

**해설**  $f \circ h = g$ 에서  $f^{-1} \circ f \circ h = f^{-1} \circ g$   
 $\therefore h = f^{-1} \circ g$   
 $\therefore h(x) = (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x))$   
 $= f^{-1}(9x + 1)$   
 $= \frac{9x + 1 - 7}{3} = 3x - 2$

### 37 정답 ⑤

**해설** 함수  $f$ 의 역함수가 존재하면  $f$ 는 일대일대응이다.  
 따라서  $1 + k = 2 + 3$ 이므로  $k = 4$   
 $x < 1$ 일 때,  $f(x) = x + 4 < 5$   
 $x \geq 1$ 일 때,  $f(x) = 2x + 3 \geq 5$   
 $f^{-1}(6) = a$ 라 하면  $f(a) = 6$ 이므로  
 $2a + 3 = 6 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$   
 $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = b$ 라 하면  $f(b) = \frac{3}{2}$ 이므로  
 $b + 4 = \frac{3}{2} \quad \therefore b = -\frac{5}{2}$   
 $\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(6) = f^{-1}(f^{-1}(6))$   
 $= f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{2}$

### 38 정답 25

**해설** 함수  $f$ 의 역함수가 존재하면  $f$ 는 일대일대응이다.  
따라서  $2+k=4+5$ 이므로  $k=7$   
 $x < 2$ 일 때,  $f(x) = x+7 < 9$   
 $x \geq 2$ 일 때,  $f(x) = 2x+5 \geq 9$   
 $f^{-1}(9) = a$ 라 하면  $f(a) = 9$ 이므로  
 $2a+5=9 \quad \therefore a=2$   
 $f^{-1}(2) = b$ 라 하면  $f(b) = 2$ 이므로  
 $b+7=2 \quad \therefore b=-5$   
 $\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(9) = f^{-1}(f^{-1}(9))$   
 $= f^{-1}(2) = -5$ 이므로  
 $m = -5$ 이고  $m^2 = 25$

### 39 정답 11

**해설**  $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = 3$ 에서  $g(f(3)) = 2$   
 $g(f(3)) = g(4) = 4a+b=2$   
한편,  $f^{-1}(3) = k$ 라 하면  $f(k) = 3$   
 $k+1=3$   
 $\therefore k=2$   
 $(g \circ f^{-1})(3) = 8$ 에서  
 $(g \circ f^{-1})(3) = g(f^{-1}(3)) = g(2) = 2a+b=8$   
따라서  $4a+b=2, 2a+b=8$ 을 연립하여 풀면  
 $a=-3, b=14$   
 $\therefore a+b=11$

### 40 정답 49

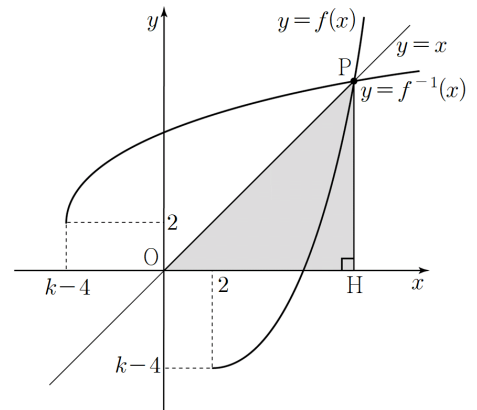
**해설** 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수  $y=f^{-1}(x)$ 의  
그래프의 교점은  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 의  
교점과 같다.  
 $x^2-10x+28=x$ 에서  
 $x^2-11x+28=0, (x-4)(x-7)=0$   
 $\therefore x=7 (\because x \geq 5)$   
따라서 교점의 좌표는  $(7, 7)$ 이므로  $a=7, b=7$   
 $\therefore ab=49$

### 41 정답 25

**해설** 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수  $y=f^{-1}(x)$ 의  
그래프의 교점은  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 의  
교점과 같다.  
 $x^2-6x+10=x$ 에서  
 $x^2-7x+10=0, (x-2)(x-5)=0$   
 $\therefore x=5 (\because x \geq 3)$   
따라서 교점의 좌표는  $(5, 5)$ 이므로  $a=5, b=5$   
 $\therefore ab=25$

### 42 정답 ①

**해설**  $f(x) = x^2 - 4x + k = (x-2)^2 + k - 4 (x \geq 2)$   
함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수  $y=f^{-1}(x)$ 의  
그래프가 만나는 점은 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와  
직선  $y=x$ 가 만나는 점과 같다.



따라서 점 P는 직선  $y=x$  위의 점이므로  
점 P의 좌표를  $(t, t)$ 라 하면 삼각형 POH의 넓이가  
18이므로  $\frac{1}{2} \cdot t \cdot t = 18, t^2 = 36$ 이다.  
 $\therefore t=6 (\because t \geq 2)$   
한편, 점 P(6, 6)은 함수  $f(x) = x^2 - 4x + k$ 의  
그래프 위의 점이므로  $f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + k = 6$ 이다.  
 $\therefore k=-6$

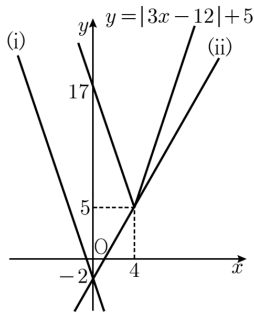


### 43 정답 ②

**해설**  $(g \circ g \circ g)(d) = g(g(g(d)))$   
 $g(d) = k$ 이라 하면  $f(k) = d$   
 $\therefore k = c$   
 $g(c) = l$ 이라 하면  $f(l) = c$   
 $\therefore l = b$   
 $g(b) = m$ 이라 하면  $f(m) = b$   
 $\therefore m = a$   
 $\therefore (g \circ g \circ g)(d) = g(g(g(d))) = g(g(c)) = g(b)$   
 $= a$

### 44 정답 5

**해설**  $y = |3x - 12| + 5 = \begin{cases} 3x - 7 & (x \geq 4) \\ -3x + 17 & (x < 4) \end{cases}$ 이므로  
 $y = |3x - 12| + 5$ 의 그래프는 다음 그림과 같고,  
직선  $y = mx - 2$ 는  $m$ 의 값에 관계없이  
점  $(0, -2)$ 를 지난다.



(i) 직선  $y = mx - 2$ 가  
직선  $y = |3x - 12| + 5$  ( $x < 4$ ), 즉  
 $y = -3x + 17$ 과 평행할 때,  $m = -3$   
(ii) 직선  $y = mx - 2$ 가 점  $(4, 5)$ 를 지날 때,  
 $5 = 4m - 2$   
 $\therefore m = \frac{7}{4}$   
(i), (ii)에서 구하는  $m$ 의 값의 범위는  
 $-3 \leq m < \frac{7}{4}$ 이므로  
정수  $m$ 은  $-3, -2, -1, 0, 1$ 의 5개이다.

### 45 정답 2

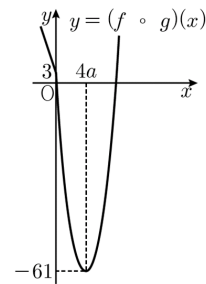
**해설**  $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \begin{cases} -3x + 3 & (x < 0) \\ x^2 - 8ax + 3 & (x \geq 0) \end{cases}$

그런데  $a \leq 0$ 이면

함수  $y = x^2 - 8ax + 3 = (x - 4a)^2 + 3 - 16a^2$ 의  
그래프의 꼭짓점의  $x$ 좌표가 0 또는 음수이므로  
함수  $f \circ g$ 의 치역이  $\{y | y \geq 3\}$ 이 되어 조건을  
만족하지 않는다.

$\therefore a > 0$

이때 함수  $f \circ g$ 의 치역이  $\{y | y \geq -61\}$ 이라면  
다음 그림과 같이 함수  $y = (x - 4a)^2 + 3 - 16a^2$ 의  
그래프의 꼭짓점의  $y$ 좌표가  $-61$ 이어야 한다.



따라서  $3 - 16a^2 = -61$ 이므로

$$a^2 = 4$$

$\therefore a = 2$  ( $\because a > 0$ )

### 46 정답 -18

**해설** 방정식  $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 근은  $y = f(x)$ 와  
 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의  $x$ 좌표와 같다.  
또한, 그 교점은 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 의  
교점의  $x$ 좌표와 같으므로  
 $2x - 9 = x$ 에서  $x = 9$   
 $\frac{2}{3}x - 9 = x$ 에서  $x = -27$   
따라서 방정식  $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합은  
 $9 + (-27) = -18$