교과서 (수학Ⅱ) - 미래엔 41~43p

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

실시일자	-
16문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 다음 중 $x=0$에서 연속인 함수는?

① $f(x)=-\dfrac{3}{x^2}$

② $f(x)=\sqrt{x+1}$

③ $f(x)=\dfrac{10}{x}-9$

④ $f(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|}{x} & (x\neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$

⑤ $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & (x\geq 0) \\ -x^2+2 & (x<0) \end{cases}$

02 다음 보기의 함수 중 $x=0$에서 연속인 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x)=\begin{cases} |x| & (x\neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$

ㄴ. $g(x)=\begin{cases} \dfrac{|x+2|-2}{x} & (x\neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$

ㄷ. $h(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-3|x|}{x} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

03 다음 중 $x=2$에서 연속인 함수는?

① $f(x)=\sqrt{x-4}$

② $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$

③ $f(x)=\dfrac{6}{x-2}+1$

④ $f(x)=\begin{cases} x^2-3 & (x\geq 2) \\ -x^2+5 & (x<2) \end{cases}$

⑤ $f(x)=\begin{cases} \dfrac{3|x-2|}{x-2} & (x\neq 2) \\ 4 & (x=2) \end{cases}$

04 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{a\sqrt{x+2}-b}{x-2} & (x\neq 2) \\ 3 & (x=2) \end{cases}$가 $x=2$에서 연속이 되도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

05 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x^2+3x+a}{2x-1} & \left(x \neq \dfrac{1}{2}\right) \\ b & \left(x=\dfrac{1}{2}\right) \end{cases}$가 $x=\dfrac{1}{2}$에서 연속이 되도록 하는 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

06 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속일 때, 다음 보기의 함수 중 $x=a$에서 항상 연속인 함수의 개수를 구하시오.

〈보기〉

ㄱ. $\dfrac{1}{3}f(x)+\dfrac{\sqrt{2}}{2}g(x)$
ㄴ. $\{f(x)\}^2$
ㄷ. $\dfrac{f(x)-g(x)}{f(x)}$
ㄹ. $f(g(x))$

07 함수 $f(x)$와 연속함수 $g(x)$에 대하여, 다음 보기 중에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $\lim_{x\to 0}f(x)$의 값이 존재하지 않으면 $\lim_{x\to 0}f(x)\times g(x)$의 값도 존재하지 않는다.
ㄴ. $\lim_{x\to 0}\dfrac{g(x)-1}{x}=\alpha$이고 $\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$이면 $\lim_{x\to 0}f(g(x))=f(g(0))$이다.
ㄷ. $\lim_{x\to 0}f(g(x))=f(g(0))$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

08 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 있다. $f(1)=0$이고 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=1$일 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $\lim_{x\to1}\{f(x)-g(x)\}=f(1)-g(1)$이면 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄴ. $\lim_{x\to1}f(x)g(x)=f(1)g(1)$이면 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $g(x)$가 $x=1$에서 연속이면 합성함수 $(f\circ g)(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

09 함수 $f(x)=\begin{cases} x+a & (|x|>2) \\ x^2+bx & (|x|\le 2)\end{cases}$가 모든 실수 x에 대하여 연속이 되도록 하는 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

10 닫힌 구간 $[-1,\ 7]$에서 정의된 함수 $f(x)$가 $x\neq3$일 때, $f(x)=\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{7-x}}{x-3}$ 이다. 함수 $f(x)$가 $x=3$에서 연속일 때, $f(3)$의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{1}{2}$
③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1
⑤ $\sqrt{2}$

11 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x-3 & (x\le3) \\ \frac{a\sqrt{x+3}-b}{x-3} & (x>3)\end{cases}$가 $x=3$에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $5\sqrt{6}+16$ ② $6\sqrt{6}+16$ ③ $5\sqrt{6}+25$
④ $6\sqrt{6}+25$ ⑤ $6\sqrt{6}+36$

12 모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$가 $(x+1)f(x)=x^2-3x-4$를 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?

① -5 ② -3
③ 0 ④ 3
⑤ 5

13 $x \geq 3$인 모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$가
$(x-4)f(x)=a\sqrt{x-3}+b$를 만족시킨다.
$f(4)=3$일 때, 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값을 구하시오.

14 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여
$f(1+x)=f(1-x)$를 만족시키고 $f(2)f(4)<0$,
$f(5)f(6)<0$일 때, 방정식 $f(x)=0$은 실수 전체의 구간에서 적어도 n개의 실근을 갖는다. n의 값을 구하시오.

15 연속함수 $f(x)$에 대하여
$f(-2)=2$, $f(-1)=3$, $f(0)=2$, $f(1)=1$일 때,
방정식 $x^2f(x)-1=-2x$는 열린구간 $(-2,\ 1)$에서 적어도 n개의 실근을 갖는다. 이때 n의 값을 구하시오.

16 $a>0$일 때, 방정식 $x^2-(a-x)(x+a)^2=0$의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 한 개의 양의 실근과 서로 다른 두 개의 음의 실근을 가진다.
② 한 개의 음의 실근과 서로 다른 두 개의 양의 실근을 가진다.
③ 한 개의 양의 실근과 중근인 음의 실근을 가진다.
④ 한 개의 음의 실근과 중근인 양의 실근을 가진다.
⑤ 오직 한 개의 실근을 가진다.

교과서 (수학Ⅱ) - 미래엔 41~43p

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

실시일자	-
16문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ②	02 ②	03 ④
04 36	05 ②	06 2
07 ②	08 ①	09 ④
10 ②	11 ⑤	12 ①
13 72	14 4	15 2
16 ①		

교과서 (수학Ⅱ) - 미래엔 41~43p

함수의 연속 ~ 연속함수의 성질

실시일자	-
16문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ②

해설 ①, ③ $f(0)$이 정의되어 있지 않으므로

함수 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

② $f(0)=1$이고

$\lim_{x\to0}f(x)=\lim_{x\to0+}\sqrt{x+1}=\lim_{x\to0-}\sqrt{x+1}=1$

즉, $\lim_{x\to0}f(x)=f(0)$이므로

함수 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

④ $\lim_{x\to0+}f(x)=\lim_{x\to0+}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to0+}\frac{x}{x}=1$

$\lim_{x\to0-}f(x)=\lim_{x\to0-}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to0-}\frac{-x}{x}=-1$

$\therefore \lim_{x\to0+}f(x)\neq\lim_{x\to0-}f(x)$

즉, $\lim_{x\to0}f(x)$가 존재하지 않으므로

함수 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

⑤ $\lim_{x\to0+}f(x)=\lim_{x\to0+}(x^2-1)=-1$

$\lim_{x\to0-}f(x)=\lim_{x\to0-}(-x^2+2)=2$

$\therefore \lim_{x\to0+}f(x)\neq\lim_{x\to0-}f(x)$

즉, $\lim_{x\to0}f(x)$가 존재하지 않으므로

함수 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

따라서 $x=0$에서 연속인 함수는 ②이다.

02 정답 ②

해설 ㄱ. $\lim_{x\to0}f(x)=0,\ f(0)=1$이므로

$\lim_{x\to0}f(x)\neq f(0)$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

ㄴ. $\lim_{x\to0}g(x)=\lim_{x\to0}\frac{|x+2|-2}{x}$

$=\lim_{x\to0}\frac{(x+2)-2}{x}=1$

$g(0)=1$이므로 $\lim_{x\to0}g(x)=g(0)$

따라서 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. $\lim_{x\to0+}h(x)=\lim_{x\to0+}\frac{x^2-3|x|}{x}$

$=\lim_{x\to0+}\frac{x^2-3x}{x}=\lim_{x\to0+}\frac{x(x-3)}{x}$

$=\lim_{x\to0+}(x-3)=-3$

$\lim_{x\to0-}h(x)=\lim_{x\to0-}\frac{x^2-3|x|}{x}$

$=\lim_{x\to0-}\frac{x^2+3x}{x}=\lim_{x\to0-}\frac{x(x+3)}{x}$

$=\lim_{x\to0-}(x+3)=3$

$\therefore \lim_{x\to0+}h(x)\neq\lim_{x\to0-}h(x)$

따라서 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

따라서 주어진 함수 중 $x=0$에서 연속인 것은 ㄴ뿐이다.

03 정답 ④

해설 ①, ②, ③ $f(2)$가 정의되어 있지 않으므로
함수 $f(x)$는 $x=2$에서 불연속이다.
④ $f(2)=1$이고
$\lim_{x\to2}f(x)=\lim_{x\to2+}(x^2-3)=\lim_{x\to2-}(-x^2+5)=1$
즉, $\lim_{x\to2}f(x)=f(2)$이므로
함수 $f(x)$는 $x=2$에서 연속이다.
⑤ $\lim_{x\to2+}f(x)=\lim_{x\to2+}\frac{3|x-2|}{x-2}$
$=\lim_{x\to2+}\frac{3(x-2)}{x-2}$
$=3$
$\lim_{x\to2-}f(x)=\lim_{x\to2-}\frac{3|x-2|}{x-2}$
$=\lim_{x\to2-}\frac{-3(x-2)}{x-2}$
$=-3$
$\therefore \lim_{x\to2+}f(x)\neq\lim_{x\to2-}f(x)$
즉, $\lim_{x\to2}f(x)$가 존재하지 않으므로
함수 $f(x)$는 $x=2$에서 불연속이다.
따라서 $x=2$에서 연속인 함수는 ④이다.

04 정답 36

해설 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이려면
$\lim_{x\to2}f(x)=f(2)$이어야 하므로
$\lim_{x\to2}\frac{a\sqrt{x+2}-b}{x-2}=3$ ⋯ ㉠
㉠이 수렴하고, $x\to2$일 때 (분모)$\to0$이므로
(분자)$\to0$이어야 한다.
$\lim_{x\to2}(a\sqrt{x+2}-b)=0$에서 $2a-b=0$
$\therefore b=2a$ ⋯ ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면
$\lim_{x\to2}\frac{a\sqrt{x+2}-2a}{x-2}$
$=\lim_{x\to2}\frac{a(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}$
$=\lim_{x\to2}\frac{a(x-2)}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}$
$=\lim_{x\to2}\frac{a}{\sqrt{x+2}+2}=\frac{a}{4}=3$
따라서 $a=12$, $b=24$이므로 $a+b=36$

05 정답 ②

해설 함수 $f(x)$가 $x=\frac{1}{2}$에서 연속이므로 $\lim_{x\to\frac{1}{2}}f(x)=f\left(\frac{1}{2}\right)$,
즉 $\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x^2+3x+a}{2x-1}=b$가 성립한다.
$\lim_{x\to\frac{1}{2}}(2x-1)=0$이므로 함수의 극한의 성질에 의해
$\lim_{x\to\frac{1}{2}}(2x^2+3x+a)=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+a=2+a=0$
에서 $a=-2$

$\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x^2+3x-2}{2x-1}=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{(2x-1)(x+2)}{2x-1}$
$=\lim_{x\to\frac{1}{2}}(x+2)=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$
즉, $b=\frac{5}{2}$
따라서 $a+b=-2+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$

06 정답 2

해설 연속함수의 성질에 의하여 ㄱ, ㄴ은 $x=a$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $\frac{f(x)-g(x)}{f(x)}$는 $f(x)=0$일 때 불연속이므로
실수 전체의 집합에서 항상 연속이라고 할 수 없다.
ㄹ. [반례] $f(x)=\begin{cases}-x & (x<0)\\ x-1 & (x\geq0)\end{cases}$, $g(x)=x-1$이라
하면 $f(g(x))=\begin{cases}-x+1 & (x<1)\\ x-2 & (x\geq1)\end{cases}$이다.
즉, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 $x=1$에서 연속이지만
함수 $f(g(x))$는 $x=1$에서 불연속이다.
따라서 항상 연속인 함수는 ㄱ, ㄴ의 2개이다.

07 정답 ②

해설 ㄱ. 【반례】 $f(x)=\frac{1}{x}$, $g(x)=x$이면

$\lim_{x\to0}f(x)$의 값이 존재하지 않지만

$\lim_{x\to0}\{f(x)\times g(x)\}=\lim_{x\to0}1=1$이다. ∴거짓

ㄴ. $\lim_{x\to0}\frac{g(x)-1}{x}$의 값이 존재하므로

$\lim_{x\to0}\{g(x)-1\}=0$, 즉 $g(0)=1$

$g(x)=t$라고 놓으면 $\lim_{x\to0}t=1$이므로

$\lim_{x\to0}f(g(x))=\lim_{t\to1}f(t)=f(1)=f(g(0))$

∴참

ㄷ. 【반례】 $f(x)=\begin{cases}1 & (x\ge0)\\ -1 & (x<0)\end{cases}$, $g(x)=x$일 때,

$\lim_{x\to0+}f(g(x))=1$, $\lim_{x\to0-}f(g(x))=-1$이므로

$\lim_{x\to0}f(g(x))$는 존재하지 않는다. ∴거짓

따라서 옳은 것은 ㄴ뿐이다.

08 정답 ①

해설 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=1$로 극한값이 존재하고,

$x\to1$일 때 (분모) $\to0$이므로 (분자) $\to0$이어야 한다.

즉, $\lim_{x\to1}f(x)=0$

이때 $f(1)=0$이므로

$\lim_{x\to1}f(x)=f(1)$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄱ. $h(x)=f(x)-g(x)$라 하면

$\lim_{x\to1}\{f(x)-g(x)\}=f(1)-g(1)$에서

$\lim_{x\to1}h(x)=h(1)$이므로

함수 $h(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

두 함수 $h(x)$, $f(x)$가 $x=1$에서 연속이므로

함수 $g(x)=f(x)-h(x)$도 $x=1$에서 연속이다.

(참)

ㄴ. [반례] $f(x)=x-1$, $g(x)=\begin{cases}-1 & (x\ge1)\\ 1 & (x<1)\end{cases}$이면

$f(x)g(x)=\begin{cases}-x+1 & (x\ge1)\\ x-1 & (x<1)\end{cases}$이므로

$\lim_{x\to1-}f(x)g(x)=\lim_{x\to1-}(x-1)=0$

$\lim_{x\to1+}f(x)g(x)=\lim_{x\to1+}(-x+1)=0$,

$f(1)g(1)=0\cdot(-1)=0$에서

$\lim_{x\to1}f(x)g(x)=f(1)g(1)$이지만

함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이 아니다. (거짓)

ㄷ. [반례] $f(x)=\begin{cases}x-1 & (x\le2)\\ -1 & (x>2)\end{cases}$, $g(x)=x+1$이면

두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 각각 $x=1$에서 연속이지만

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))$$
$$=\begin{cases}g(x)-1 & (g(x)\le2)\\ -1 & (g(x)>2)\end{cases}$$
$$=\begin{cases}x & (x\le1)\\ -1 & (x>1)\end{cases}$$

에서 합성함수 $(f\circ g)(x)$는 $x=1$에서 불연속이다.

(거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

09 정답 ④

해설 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 연속이려면

$x=-2$, $x=2$에서 연속이어야 한다.

$f(-2)=\lim_{x\to-2-}f(x)$에서 $4-2b=-2+a$

$\therefore\ a+2b=6 \qquad \cdots ㉠$

또, $f(2)=\lim_{x\to2+}f(x)$에서 $4+2b=2+a$

$\therefore\ a-2b=2 \qquad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=4,\ b=1$

$\therefore\ a+b=5$

10 정답 ②

해설 함수 $f(x)$가 $x=3$에서 연속이므로

$\lim_{x\to3}f(x)=f(3)$이다.

$$\therefore\ f(3)=\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{7-x}}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(\sqrt{1+x}-\sqrt{7-x})(\sqrt{1+x}+\sqrt{7-x})}{(x-3)(\sqrt{1+x}+\sqrt{7-x})}$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{1+x-7+x}{(x-3)(\sqrt{1+x}+\sqrt{7-x})}$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{2(x-3)}{(x-3)(\sqrt{1+x}+\sqrt{7-x})}$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{2}{\sqrt{1+x}+\sqrt{7-x}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{4}+\sqrt{4}}=\frac{1}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}$$

11 정답 ⑤

해설 함수 $f(x)$가 $x=3$에서 연속이려면

$\lim_{x\to3-}f(x)=\lim_{x\to3+}f(x)=f(3)$,

즉

$\lim_{x\to3-}(2x-3)=\lim_{x\to3+}\frac{a\sqrt{x+3}-b}{x-3}=3$이어야 한다.

$\lim_{x\to3+}\frac{a\sqrt{x+3}-b}{x-3}=3$에서 극한값이 존재하고

$x\to3+$일 때 (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

즉, $\lim_{x\to3+}(a\sqrt{x+3}-b)=0$이므로

$a\sqrt{6}-b=0$

$\therefore\ b=a\sqrt{6} \qquad \cdots ㉠$

$$\lim_{x\to3+}\frac{a\sqrt{x+3}-b}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to3+}\frac{a\sqrt{x+3}-a\sqrt{6}}{x-3}\ (\because ㉠)$$

$$=\lim_{x\to3+}\frac{a(\sqrt{x+3}-\sqrt{6})(\sqrt{x+3}+\sqrt{6})}{(x-3)(\sqrt{x+3}+\sqrt{6})}$$

$$=\lim_{x\to3+}\frac{a(x-3)}{(x-3)(\sqrt{x+3}+\sqrt{6})}$$

$$=\lim_{x\to3+}\frac{a}{\sqrt{x+3}+\sqrt{6}}$$

$$=\lim_{x\to3+}\frac{a}{2\sqrt{6}}=3$$

$\therefore\ a=6\sqrt{6}$

이것을 ㉠에 대입하면

$b=6\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}=36$

$\therefore\ a+b=6\sqrt{6}+36$

12 정답 ①

해설 $x\neq-1$일 때,

$$f(x)=\frac{x^2-3x-4}{x+1}=\frac{(x+1)(x-4)}{x+1}=x-4$$

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에서 연속이므로

$x=-1$에서 연속이다.

즉, $\lim_{x\to-1}f(x)=f(-1)$

$$\therefore\ f(-1)=\lim_{x\to-1}f(x)$$

$$=\lim_{x\to-1}(x-4)=-1-4=-5$$

13 정답 72

해설 $x \neq 4$일 때, $f(x)=\dfrac{a\sqrt{x-3}+b}{x-4}$

함수 $f(x)$가 $x=4$에서 연속이므로 $\lim\limits_{x\to4}f(x)=f(4)$

$\therefore \lim\limits_{x\to4}\dfrac{a\sqrt{x-3}+b}{x-4}=3$ … ㉠

$x\to4$일 때 (분모) $\to0$이고 극한값이 존재하므로

(분자) $\to0$이다.

즉, $\lim\limits_{x\to4}(a\sqrt{x-3}+b)=0$이므로 $a+b=0$

$\therefore b=-a$ … ㉡

㉡을 ㉠의 좌변에 대입하면

$$\lim_{x\to4}\frac{a\sqrt{x-3}-a}{x-4}$$
$$=\lim_{x\to4}\frac{a(\sqrt{x-3}-1)}{x-4}$$
$$=\lim_{x\to4}\frac{a(\sqrt{x-3}-1)(\sqrt{x-3}+1)}{(x-4)(\sqrt{x-3}+1)}$$
$$=\lim_{x\to4}\frac{a(x-4)}{(x-4)(\sqrt{x-3}+1)}$$
$$=\lim_{x\to4}\frac{a}{\sqrt{x-3}+1}$$
$$=\frac{a}{2}$$

따라서 $\dfrac{a}{2}=3$이므로 $a=6$

$a=6$을 ㉡에 대입하면 $b=-6$

$\therefore a^2+b^2=6^2+(-6)^2=72$

14 정답 4

해설 $f(2)f(4)<0$, $f(5)f(6)<0$이므로

사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$은

구간 $(2, 4)$, $(5, 6)$에서 각각 적어도 하나의 실근을

갖는다.

이때 모든 실수 x에 대하여 $f(1+x)=f(1-x)$이므로

$f(0)f(-2)<0$, $f(-3)f(-4)<0$

즉, 방정식 $f(x)=0$은

구간 $(-2, 0)$, $(-4, -3)$에서 각각 적어도 하나의

실근을 갖는다.

따라서 방정식 $f(x)=0$은 적어도 4개의 실근을 갖는다.

$\therefore n=4$

15 정답 2

해설 $g(x)=x^2f(x)-(1-2x)$로 놓으면 함수 $f(x)$가

연속함수이므로 함수 $g(x)$도 연속함수이다. 이때

$g(-2)=4\cdot f(-2)-5=3>0$

$g(-1)=1\cdot f(-1)-3=0$

$g(0)=0\cdot f(0)-1=-1<0$

$g(1)=1\cdot f(1)+1=2>0$

이므로 사잇값의 정리에 의하여 방정식 $g(x)=0$은

열린구간 $(0, 1)$에서 적어도 한 개의 실근을 갖는다.

또한, $g(-1)=0$이므로 방정식 $g(x)=0$은

열린구간 $(-2, 1)$에서 적어도 2개의 실근을 갖는다.

$\therefore n=2$

16 정답 ①

해설 $f(x)=x^2-(a-x)(x+a)^2$으로 놓으면

함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 연속이고

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty<0$, $f(-a)=a^2>0$,

$f(0)=-a^3<0$, $f(a)=a^2>0$, $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\infty>0$

이므로 사잇값의 정리에서

구간 $(-\infty, -a)$, $(-a, 0)$, $(0, a)$에서 각각 한 개의

실근을 가진다.

따라서 주어진 방정식은 한 개의 양의 실근과

서로 다른 두 개의 음의 실근을 가진다.