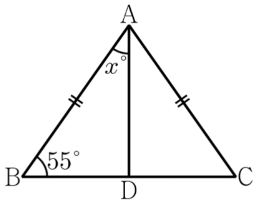
실시일자	-	유형별 학습	이름
23문제 / dre수학			

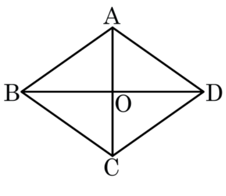
서운중학교 2학년 2024년 2학기 중간

이등변삼각형의 성질 ~ 피타고라스 정리

01 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선일 때, x의 값을 구하시오.



02 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이고, 점 O 는 두 대각선의 교점일 때, 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB}=\overline{BC}$

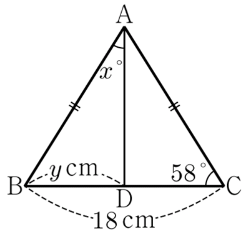
② $\overline{OB}=\overline{OD}$

③ $\overline{CO}=\overline{DO}$

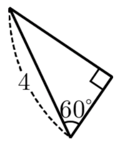
④ $\angle AOD=90^\circ$

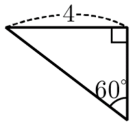
⑤ $\angle AOB=\angle COD$

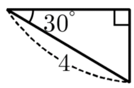
03 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하자. 이때 $x+y$의 값을 구하시오.

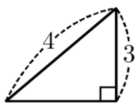


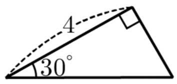
04 다음의 삼각형과 서로 합동인 것은?

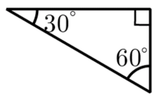


① 

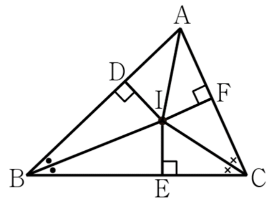
② 

③ 

④ 

⑤ 

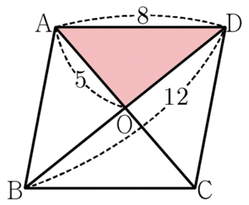
05 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.'를 나타낸 과정이다. (가) ~ (마) 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



> $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면
> (ⅰ) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
> $\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore \overline{ID} = \boxed{(가)}$
> (ⅱ) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로
> $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore \overline{IE} = \boxed{(나)}$
> (ⅲ) $\overline{ID} = \boxed{(가)} = \boxed{(나)}$
> (ⅳ) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI \equiv \boxed{(다)}$
> $\therefore \angle DAI = \boxed{(라)}$
> 따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 $\boxed{(마)}$이다.
> 따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

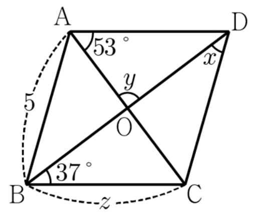
① (가) $\overline{IE}$ ② (나) $\overline{IF}$ ③ (다) $\triangle BDI$
④ (라) $\angle FAI$ ⑤ (마) 이등분선

06 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AD}}=8$, $\overline{\mathrm{AO}}=5$, $\overline{\mathrm{BD}}=12$일 때, $\triangle\mathrm{OAD}$의 둘레의 길이는?

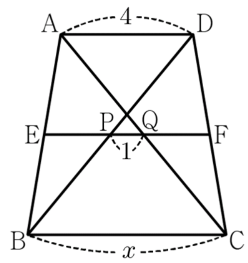


① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

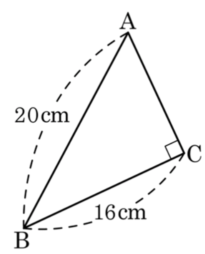
07 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle\mathrm{OAD}=53^\circ$, $\angle\mathrm{OBC}=37^\circ$ 이다. $\angle\mathrm{ODC}=x^\circ$, $\angle\mathrm{AOD}=y^\circ$, $\overline{\mathrm{BC}}=z$일 때, $x+y+z$의 값을 구하시오.



08 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}/\!/\overline{\mathrm{BC}}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$의 중점이 각각 E, F이고 $\overline{\mathrm{AD}}=4$, $\overline{\mathrm{PQ}}=1$일 때, x의 값을 구하시오.

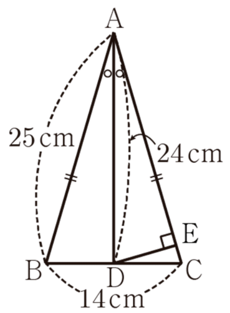


09 다음과 같은 직각삼각형 ABC의 넓이는?

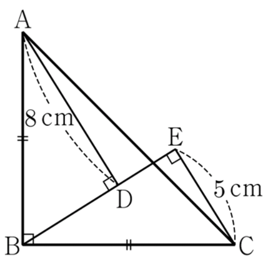


① $92\,\mathrm{cm}^2$ ② $94\,\mathrm{cm}^2$ ③ $96\,\mathrm{cm}^2$
④ $98\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $100\,\mathrm{cm}^2$

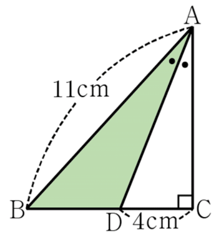
10 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=25\,\text{cm}$, $\overline{BC}=14\,\text{cm}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 하자. $\overline{AD}=24\,\text{cm}$일 때, 선분의 DE의 길이를 구하시오.



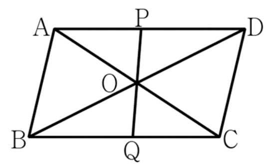
11 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle B=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$ 일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



12 다음 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 한다. $\overline{AB}=11\,\text{cm}$, $\overline{DC}=4\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABD$의 넓이를 구하시오.

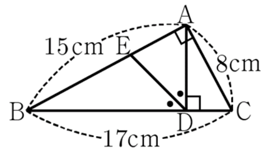


13 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O 를 지나는 임의의 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



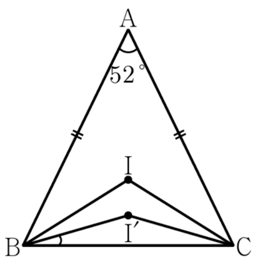
① $\triangle OBQ=\triangle ODP$
② $\overline{OA}=\overline{OB}$
③ $\triangle ODP\equiv\triangle OCQ$
④ $\overline{OP}=\overline{OQ}$
⑤ $\triangle OAB=\triangle OAD$

14 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\angle ADE = \angle BDE$이고 $\overline{AB} = 15\,cm$, $\overline{BC} = 17\,cm$, $\overline{CA} = 8\,cm$일 때, $\overline{AE}$의 길이는?



① $\frac{118}{23}\,cm$ ② $\frac{120}{23}\,cm$ ③ $\frac{122}{23}\,cm$
④ $\frac{124}{23}\,cm$ ⑤ $\frac{126}{23}\,cm$

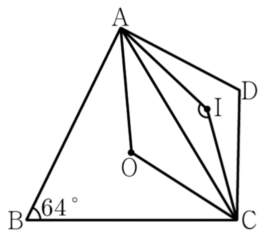
15 다음 그림에서 점 I는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 내심이고 점 I′은 △IBC의 내심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle I'BC$의 크기를 구하시오.



16 다음 중 삼각형의 외심과 내심에 대한 설명으로 옳은 것은?

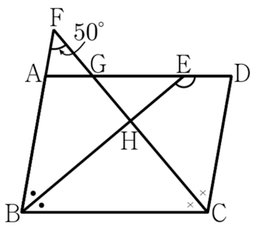
① 직각삼각형의 내심과 외심은 일치한다.
② 예각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다.
③ 둔각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치한다.
④ 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점은 외접원의 중심이 된다.
⑤ 삼각형의 내심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

17 다음 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이면서 동시에 △ACD의 외심이고 점 I는 △ACD의 내심이다. $\angle B = 64°$ 일 때, $\angle AIC$의 크기는?



① 140° ② 142° ③ 144°
④ 146° ⑤ 148°

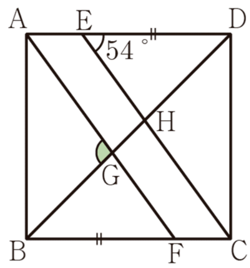
18 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 ∠B와 ∠C의 이등분선을 그어 그 교점을 H라 하고, $\overline{AD}$와의 교점을 각각 E, G라 하고 $\overline{BA}$의 연장선과 $\overline{CG}$의 연장선과의 교점을 F라고 한다. $\angle AFG = 50^\circ$ 일 때, ∠HED의 크기를 구하시오.



19 다음 중 □ABCD가 평행사변형인 것은? (단, 점 O는 대각선의 교점이다.)

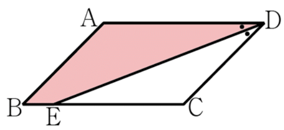
① $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 110^\circ$
② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4(\text{cm})$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6(\text{cm})$
③ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$
④ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$
⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

20 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BF} = \overline{DE}$이고 두 점 G, H는 각각 대각선 BD와 $\overline{AF}$, $\overline{EC}$의 교점이다. $\angle DEH = 54^\circ$ 일 때, ∠AGB의 크기는?



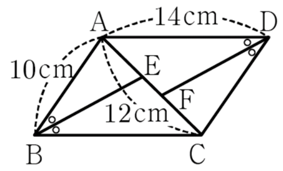
① 99° ② 100° ③ 102°
④ 105° ⑤ 110°

21 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 7$이고 점 E는 ∠D의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점이다. □ABCD의 넓이가 $56\,\text{cm}^2$일 때, □ABED의 넓이는?

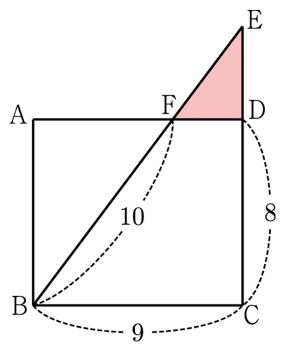


① $36\,\text{cm}^2$ ② $37\,\text{cm}^2$ ③ $38\,\text{cm}^2$
④ $39\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

22 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



23 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 점 E는 $\overline{BF}$의 연장선과 $\overline{CD}$의 연장선의 교점일 때, $\triangle EFD$의 넓이를 구하시오.



실시일자	-	유형별 학습	이름
23문제 / dre수학			

서운중학교 2학년 2024년 2학기 중간

이등변삼각형의 성질 ~ 피타고라스 정리

빠른정답

01 35	02 ③	03 41
04 ②	05 ③	06 ⑤
07 132	08 6	09 ③
10 6.72cm	11 3cm	12 22cm^2
13 ②, ③	14 ②	15 16°
16 ④	17 ⑤	18 140°
19 ①	20 ①	21 ①
22 2cm	23 6	

실시일자	-	# 유형별 학습	이름
23문제 / dre수학			

서운중학교 2학년 2024년 2학기 중간

이등변삼각형의 성질 ~ 피타고라스 정리

01 정답 35

해설 $\triangle ABD$에서 $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로

$\angle BAD = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) = 35^\circ$

$\therefore x = 35$

02 정답 ③

해설 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을

수직이등분하지만 두 대각선의 길이는 같지 않다.

따라서 $\overline{CO} \neq \overline{DO}$ 이다.

03 정답 41

해설 $\overline{AD}$가 이등변삼각형 ABC의 꼭지각의 이등분선이므로

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\angle ADB = 90^\circ$ 이고, $\triangle ABC$에서

$\angle B = \angle C = 58^\circ$ 이므로

$x = 90 - 58 = 32$

$\overline{BD} = \overline{CD}$이므로 $y = \frac{1}{2} \times 18 = 9$

$\therefore x + y = 41$

04 정답 ②

해설 ② RHA 합동

05 정답 ③

해설 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면

(i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore \overline{ID} = \boxed{\overline{IE}}$

(ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore \overline{IE} = \boxed{\overline{IF}}$

(iii) $\overline{ID} = \boxed{\overline{IE}} = \boxed{\overline{IF}}$

(iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI \equiv \boxed{\triangle AFI}$

$\therefore \angle DAI = \angle FAI$

따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 $\boxed{\text{이등분선}}$이다.

따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

06 정답 ⑤

해설 $\overline{OB} = \overline{OD} = 6$이므로

($\triangle OAD$의 둘레의 길이)$= 5 + 6 + 8 = 19$

07 정답 132

해설 □ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\angle ADO = \angle OBC = 37^\circ$

$\angle AOD = 180^\circ - 53^\circ - 37^\circ = 90^\circ$

$\therefore \angle y = 90^\circ$

$\angle AOD = 90^\circ$ 이므로

□ABCD는 마름모

$\triangle BCD$는 이등변삼각형이고 $\angle x = 37^\circ$

$z = \overline{BC} = \overline{AB} = 5$

$\therefore x + y + z = 37 + 90 + 5 = 132$

08 정답 6

해설 $\overline{AE}=\overline{BE}$, $\overline{DF}=\overline{CF}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$

$\overline{EP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times4=2$

$\overline{EQ}=\overline{EP}+\overline{PQ}=2+1=3$

$\therefore\ \overline{BC}=2\overline{EQ}=2\times3=6$

$\therefore\ x=6$

09 정답 ③

해설 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2-\overline{BC}^2$이므로

$\overline{AC}^2=400-256=144$

$\overline{AC}>0$이므로

$\overline{AC}=12$

따라서 직각삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times16\times12=96(\text{cm}^2)$

10 정답 6.72 cm

해설 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$의 수직이등분선이다.

$\triangle ADC$는 $\angle ADC=90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DC}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DE}$

$\frac{1}{2}\times24\times7=\frac{1}{2}\times25\times\overline{DE}$

$168=25\overline{DE}$

$\therefore\ \overline{DE}=6.72\text{ cm}$

11 정답 3 cm

해설 $\triangle ABD$와 $\triangle BCE$에서

$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$,

$\angle ABD=\angle BCE$

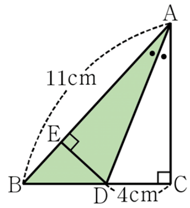
$\therefore\ \triangle ABD\equiv\triangle BCE$ (RHA 합동)

즉, $\overline{BD}=\overline{CE}=5(\text{cm})$, $\overline{BE}=\overline{AD}=8(\text{cm})$이므로

$\overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=8-5=3(\text{cm})$

12 정답 $22\,\text{cm}^2$

해설 다음 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle ADC$와 $\triangle ADE$에서 $\overline{AD}$는 공통이고

$\angle DAC=\angle DAE$이므로

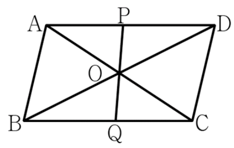
$\triangle ADC\equiv\triangle ADE$ (RHA 합동), $\overline{DE}=\overline{DC}$

$\therefore\ \triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DC}$

$=\frac{1}{2}\times11\times4=22(\text{cm}^2)$

13 정답 ②, ③

해설



평행사변형의 성질을 생각하자.

② 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$ 이다.

그러나 주어진 조건으로는 $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 관계를 알 수 없다.

③ $\triangle ODP\equiv\triangle OBQ$ (ASA 합동)

$\triangle OAP\equiv\triangle OCQ$ (ASA 합동)

이지만 주어진 조건만으로는 $\triangle ODP$ 와 $\triangle OCQ$ 의 관계를 알 수 없다.

14 정답 ②

해설 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}\times\overline{AD}=\overline{AB}\times\overline{AC}$이므로

$17\overline{AD}=15\times 8$

$\therefore\ \overline{AD}=\frac{120}{17}$ cm

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$15^2=17\overline{BD}$

$\therefore\ \overline{BD}=\frac{225}{17}$ cm

$\triangle ABD$에서 $\overline{DE}$는 $\angle ADB$의 이등분선이므로

$\overline{AE}:\overline{BE}=\overline{AD}:\overline{BD}=\frac{120}{17}:\frac{225}{17}=8:15$

$\therefore\ \overline{AE}=\frac{8}{23}\overline{AB}=\frac{8}{23}\times 15=\frac{120}{23}$(cm)

15 정답 16°

해설 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

이때 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$

또, 점 I′은 $\triangle IBC$의 내심이므로

$\angle I'BC=\frac{1}{2}\angle IBC$

$=\frac{1}{2}\times 32^\circ=16^\circ$

16 정답 ④

해설 ① 직각삼각형의 내심은 내부에, 외심은 빗변의 중점에 있다.

② 예각삼각형의 외심은 삼각형의 내부에 있다.

③ 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다.

⑤ 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

17 정답 ⑤

해설 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle AOC=2\angle B=2\times 64^\circ=128^\circ$

또, 점 O가 $\triangle ACD$의 외심이므로

$\angle D=\frac{1}{2}\times(360^\circ-128^\circ)=116^\circ$

점 I가 $\triangle ACD$의 내심이므로

$\angle AIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle D=90^\circ+\frac{1}{2}\times 116^\circ=148^\circ$

18 정답 140°

해설 $\angle AFG=\angle GCD=50^\circ$ ($\because$ 엇각)

$\angle BCG=\angle GCD$이므로

$\angle C=2\angle GCD=100^\circ$

$\angle B=180^\circ-\angle C=80^\circ$

$\angle EBC=\frac{1}{2}\angle B=40^\circ$

$\angle AEB=\angle EBC=40^\circ$ ($\because$ 엇각)

$\therefore\ \angle HED=180^\circ-40^\circ=140^\circ$

19 정답 ①

해설 ① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

20 정답 ①

해설 $\triangle ABF$와 $\triangle CDE$에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BF}=\overline{DE}$,

$\angle ABF=\angle CDE=90^\circ$ 이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)

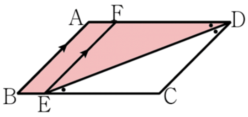
$\therefore\ \angle AFB=\angle CED=54^\circ$

이때 $\angle GBF=45^\circ$ 이므로 $\triangle BFG$에서

$\angle AGB=45^\circ+54^\circ=99^\circ$

21 정답 ①

해설 다음 그림과 같이 $\overline{AB} /\!/ \overline{FE}$가 되도록 $\overline{EF}$를 그으면



$\angle FDE = \angle DEC$ (엇각)

따라서 $\triangle ECD$는 $\overline{EC} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EC} : \overline{BC} = 5 : 7$이므로

$\overline{BE} : \overline{BC} = 2 : 7$

$\therefore \ \square ABEF = \frac{2}{7} \square ABCD = \frac{2}{7} \times 56 = 16(\text{cm}^2)$

$\square FECD$에서

$\triangle FED = \frac{1}{2} \square FECD = \frac{1}{2} \times (56 - 16) = 20(\text{cm}^2)$

$\therefore \ \square ABED = \square ABEF + \triangle FED$

$= 16 + 20 = 36(\text{cm}^2)$

22 정답 2 cm

해설 $\triangle ABC$에서 $\overline{BE}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{CE}$

즉, $\overline{AE} : \overline{CE} = 10 : 14 = 5 : 7$이므로

$\overline{CE} = \frac{7}{12} \overline{AC} = \frac{7}{12} \times 12 = 7(\text{cm})$

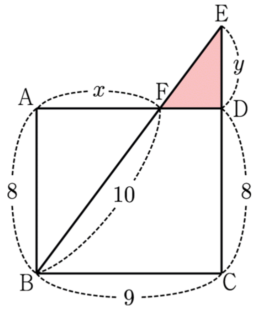
같은 방법으로 하면 $\triangle ACD$에서

$\overline{CF} = \frac{5}{12} \overline{AC} = \frac{5}{12} \times 12 = 5(\text{cm})$

$\therefore \ \overline{EF} = \overline{CE} - \overline{CF} = 7 - 5 = 2(\text{cm})$

23 정답 6

해설 다음 그림과 같이 $\overline{AF} = x$라 하자.



$\overline{CD} = \overline{AB}$이고, $\triangle ABF$는 직각삼각형이므로

피타고라스 정리에 의하여 $10^2 = 8^2 + x^2$, $x^2 = 36$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 6$

$\overline{FD} = \overline{AD} - \overline{AF} = 9 - 6 = 3$

또, $\triangle EFD \backsim \triangle EBC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{ED} : \overline{EC} = \overline{FD} : \overline{BC}$

이때 $\overline{ED} = y$라 하면 $y : (y+8) = 3 : 9$

$3(y+8) = 9y$, $6y = 24$

$\therefore \ y = 4$

$\therefore \ \triangle EFD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$