

고1	공통수학2 기말고사 대비	선택형	서답형
	집합~무리함수 출처: 2024_1-2_중간/기말_경기여고	32문항	8문항

※ .2024년 경기여고 중간/기말고사를 공통수학2 기말고사대비로 편집했습니다. 문항수가 32문제 서답형 8문항으로 편집했습니다. 일반계 고등학교 시험보다 어려운 난이도입니다. 꼭 문제 연습하셔서 기말고사 100점 맞으시기를 응원합니다.

- 1 정의역이 $\{-2, 1, 2\}$ 인 두 함수 $f(x)=a|x|-2$ 와 $g(x)=3x^2-b$ 에 대하여 $f=g$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

- 2 정의역과 공역이 모두 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)=\begin{cases} -x^2+3 & (x \geq 0) \\ (a+2)x+3 & (x < 0) \end{cases}$ 이 일대일대응이 되도록 하는 정수 a 의 최댓값은?
 ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0

3 실수 a, b 에 대하여 유리함수 $f(x)=\frac{ax+1}{x+b}$ 가

$f(1)=f^{-1}(1)=2$ 를 만족할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
 ④ 3 ⑤ 5

4 세 함수

$f(x)=2x+4, g(x)=-3x+1, h(x)=ax+b$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ h)(x)=f(x)$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

- 5** 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 의 역함수가 존재하고

$$3f(3) - f(1) = 13, \quad f^{-1}(3) - f^{-1}(1) = 2$$

일 때, $f(4) + f^{-1}(4) - f(5)$ 의 값은?

- (1) 2 (2) 4 (3) 6
(4) 8 (5) 10

- 7** 함수 $f(x) = \frac{1}{-2x+2}$ 에 대하여

$$f = f^1, \quad f \circ f = f^2, \quad f \circ f^2 = f^3, \quad \dots, \quad f \circ f^n = f^{n+1}$$

로 정의할 때, $f^{1213}(2)$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

- (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{3}{4}$
(4) 1 (5) 2

- 6** 함수 $f(x) = \sqrt{ax+b} + c$ 에 대한 설명으로 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 상수)

| 보기 |

- ㄱ. 정의역은 $\left\{x \mid x \geq -\frac{b}{a}\right\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq c\}$ 이다.
- ㄴ. a 의 절댓값이 커질수록 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $y = c$ 로부터 멀어진다.
- ㄷ. $y = f(x)$ 의 그래프가 제1, 2, 4사분면을 지나기 위한 필요충분조건은 $a < 0, b > c^2, c < 0$ 이다.

- (1) ㄱ (2) ㄴ (3) ㄷ
(4) ㄱ, ㄴ (5) ㄴ, ㄷ

- 8** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여

$f(2x+1) = 3x-4$ 가 성립할 때, 역함수 $f^{-1}(x) = ax+b$ 이다.
상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- (1) -5 (2) -4 (3) -3
(4) -2 (5) -1

9 $-4 < x \leq -2$ 에서 $\frac{64}{x} \leq ax - 1 \leq \frac{8}{x}$ 가 항상 성립할 때,

실수 a 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자.

$M - m$ 의 값은?

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----|
| ① $\frac{3}{2}$ | ② $\frac{7}{4}$ | ③ 2 |
| ④ $\frac{9}{4}$ | ⑤ $\frac{5}{2}$ | |

11 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 와 실수 p 에 대하여 $x \geq p$ 에서 정의된 함수 $g(x) = \sqrt{x-p}$ 가 있다. $t \geq p$ 에 대하여 $t \leq x \leq t+4$ 에서 함수 $(f \circ g)(x)$ 의 최솟값을 $h(t)$ 라 할 때, $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) h(t) = \begin{cases} 4 & (p \leq t < p+4) \\ f(g(t)) & (t \geq p+4) \end{cases}$$

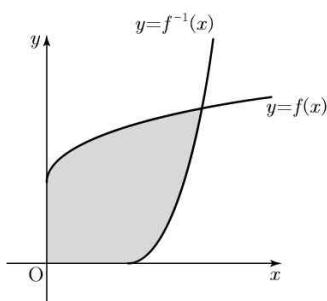
(나) $h(p+9) = 6$

$f(4)$ 의 값은?

- | | | |
|------|------|------|
| ① 6 | ② 8 | ③ 10 |
| ④ 12 | ⑤ 14 | |

10 무리함수 $f(x) = \sqrt{2x} + 3$ 에 대하여 좌표평면에서 $y = f(x), y = f^{-1}(x), x$ 축, y 축으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수는?

- ① 24
- ② 26
- ③ 28
- ④ 30
- ⑤ 32



12 유리함수 $f(x) = \frac{x+a}{x-1}$ 의 그래프와 직선 $y = 2x - 10$ 이 서로 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $y = f(x)$ 의 그래프 위의 두 점 C, D에 대하여 직사각형 ABCD의 넓이가 18일 때, 상수 a 의 값은? (단, A, B, C, D는 서로 다른 네 점)

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

13 [서답형1] 두 함수

$$f(x) = 2x + a, g(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq a) \\ 3x - 8 & (x < a) \end{cases}$$

에 대하여
 $(g \circ f)(1) + (f \circ g)(5) = 60$ 을 만족시키는 실수 a 의 값을 구하여라.

15 [서답형3] 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

$Y = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중 다음 조건을 모두 만족하는 함수의 개수를 구하시오.

(가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면

$f(x_1) < f(x_2)$ 이다.

(나) $f(3)$ 의 값은 홀수이다.

14 [서답형2] x 에 대한 무리식

$$\frac{(x-2)\sqrt{-x^2+2px-p^2+4}}{x}$$

의 값이 실수가 되도록 하는 정수 p 의 개수를 구하여라.

x 가 4개일 때, 이를 만족하는 정수 p 의 개수를 구하여라.

16 [서답형4] 정의역과 공역이 각각 $\{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$,

$\{y \mid -5 \leq y \leq 5\}$ 이고, 역함수가 존재하는 함수

$$f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x+3} - \frac{5}{2}a & (-3 \leq x < 1) \\ -2|x-2| + bx + c & (1 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

에 대하여 $a-b-c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수, $a < 0$)

17. 두 집합 A , B 에 대하여 $n(A \cup B) = 53$, $n(A) = 37$,

$n(B) = 29$ 일 때, $n((A - B) \cup (B - A))$ 의 값은? [4.1점]

- ① 40 ② 41 ③ 42
④ 43 ⑤ 44

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 세 부분집합 A , B , X 에

대하여 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 일 때,
 $A \cap X = \emptyset$, $B \cap X = \{2, 4\}$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수는?

[4.2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

19. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 P , Q , R 이 각각

세 조건 p , q , r 의 진리집합이고, 세 명제
 $\sim p \rightarrow r$, $r \rightarrow \sim q$, $\sim r \rightarrow q \not\models$ 모두 참일 때, 항상 옳은 것은?
[4.2점]

- ① $P \subset Q$ ② $P^C \subset Q$ ③ $P \cap Q = R^C$
④ $R - P^C = \emptyset$ ⑤ $R^C \cup P^C \subset Q$

20. 실수 전체의 집합에서 세 조건

$$p : x^2 - 2x - 8 < 0 \text{ 또는 } x < -5,$$

$$q : x \leq a,$$

$$r : x > b$$

에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이고, r 은 $\sim p$ 이기 위한 필요조건이다. a , b 는 정수일 때, $a - b$ 의 최솟값은? [4.2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

문항별 정답

1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
(5)	(2)	(2)	(5)	(2)	(5)	(1)	(3)	(4)	(2)
11번	12번	13번	14번	15번	16번	17번	18번	19번	20번
(4)	(3)	해설참조	해설참조	해설참조	해설참조	(1)	(4)	(3)	(5)