실시일자	-	# 유형별 학습	이름
30문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 29~43p(직선의 방정식-앞부분)

두 직선의 평행 조건과 수직 조건

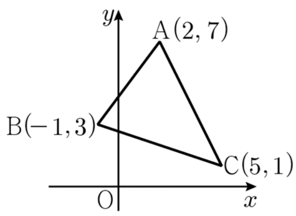
01 두 점 $\mathrm{A}(2,\ -5)$, $\mathrm{B}(-1,\ 1)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점을 지나고 기울기가 2인 직선의 y절편을 구하시오.

02 직선 $\sqrt{3}x+ay+b=0$이 점 $(2,\ -1)$을 지나고 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 60°일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $-2-2\sqrt{3}$ ② $2-2\sqrt{3}$ ③ $-2+2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $2+2\sqrt{3}$

03 두 점 $(-3,\ 2)$, $(2,\ 12)$를 지나는 직선이 점 $(a,\ -2)$를 지날 때, a의 값을 구하시오.

04 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 7)$, $\mathrm{B}(-1,\ 3)$, $\mathrm{C}(5,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 할 때, 다음 중 두 점 A, G를 지나는 직선의 방정식은?



① $x-y-2=0$ ② $x+y-2=0$ ③ $x-2=0$ ④ $3x-y+1=0$ ⑤ $4x+y-1=0$

05 x절편이 -2, y절편이 -6인 직선이 점 $(k,\ -5k)$를 지날 때, k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

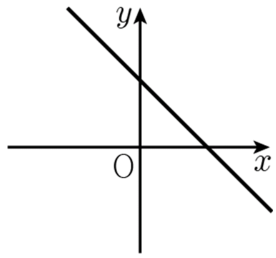
06 점 $(6,\ 2)$를 지나는 직선 l의 x절편과 y절편의 절댓값이 같고 부호가 반대일 때, 직선 l의 x절편과 y절편의 곱은? (단, x절편은 0이 아니다.)

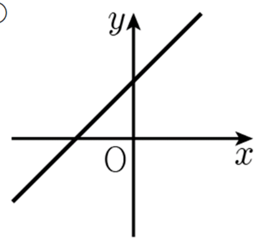
① 16　② 9　③ -9　④ -16　⑤ -25

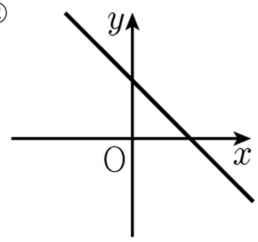
07 $ab<0,\ ac>0$일 때, 직선 $ax+by+c=0$이 지나지 않는 사분면은?

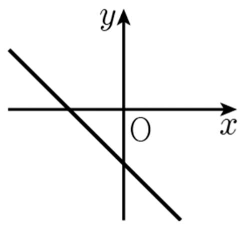
① 제$1,\ 2$사분면
② 제$1,\ 3$사분면
③ 제$2,\ 4$사분면
④ 제2사분면
⑤ 제4사분면

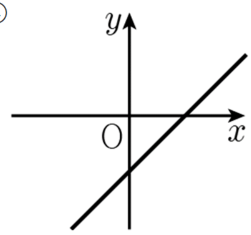
08 직선 $ax-by-5=0$이 다음 그림과 같을 때, 직선 $bx+y+a=0$의 개형은?

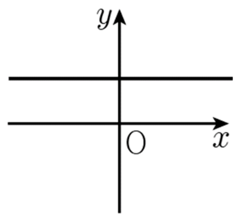


①


②


③


④


⑤


09 다음 보기 중 세 점이 한 직선 위에 있는 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $A(3,\ -7)$, $B(5,\ -8)$, $C(-1,\ -5)$
ㄴ. $A(1,\ 4)$, $B(-3,\ -6)$, $C(0,\ 2)$
ㄷ. $A(5,\ -1)$, $B(1,\ -3)$, $C(7,\ 0)$

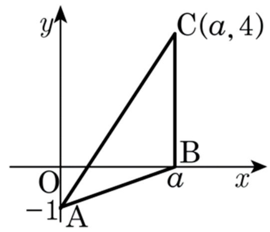
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10 좌표평면 위에 서로 다른 세 점 $A(-2k-1,\ 5)$, $B(k,\ -k-10)$, $C(2k+5,\ k-1)$이 일직선 위에 있을 때, k의 값의 곱을 구하시오.

11 세 점 $A(-1,\ -1)$, $B(3,\ -5)$, $C(1,\ 7)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여, 점 A를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 $y=mx+n$이라 할 때, $m+n$의 값은?

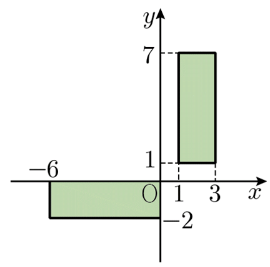
① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ 2

12 다음 그림과 같이 점 $A(0,\ -1)$, $B(a,\ 0)$, $C(a,\ 4)$를 꼭짓점으로 하는 ABC가 있다. 점 B를 지나면서 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하는 직선이 존재할 때, 직선의 방정식은?

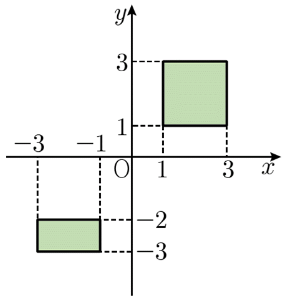


① $y=-\frac{4}{a}x+4$ ② $y=-\frac{3}{a}x+3$
③ $y=-\frac{2}{a}x+2$ ④ $y=-\frac{2}{a}x+1$
⑤ $y=-\frac{1}{a}x+4$

13 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 두 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 x절편과 y절편의 곱을 구하시오.



14 다음 그림에서 직선 $y=ax+b$가 두 직사각형의 넓이를 동시에 이등분할 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하시오.



15 두 점 $\mathrm{A}(5,\ 0)$, $\mathrm{B}(-1,\ b)$를 지나는 직선 AB는 기울기는 n이고 직선 $x-2y-5=0$과 수직일 때, $b+n$의 값을 구하시오.

16 두 직선 $x-2y+3=0$, $5x+ky-2=0$ 이 수직일 때와 평행일 때의 k 값들의 곱은?

① -10 ② $-\frac{15}{2}$ ③ -25
④ 10 ⑤ 25

17 세 직선 $x-2y=4$, $x+y=7$, $x+ay=8$이 좌표평면을 6개의 영역으로 나누도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱은?

① -4 ② -2 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

18 세 직선 $x+y=0$, $2x+y=k$, $kx+4y=5$가 한 점에서 만나도록 하는 모든 상수 k의 값의 곱은?

① -5 ② -2 ③ 1
④ 2 ⑤ 5

19 직선 $ax+y-1=0$이 직선 $2x+by-5=0$에 평행하고, 직선 $x+(a-1)y-3=0$에 수직일 때, $2a+b$의 값은?

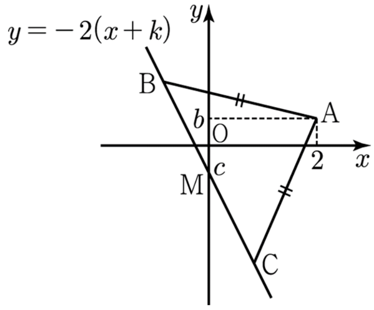
① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

20 두 직선 $x+ay-1=0$, $(a+1)x+2y-2=0$이 한 점에서 만나도록 하는 상수 a의 조건은 $a\neq\alpha$, $a\neq\beta$이다. 이때 $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오.

21 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 4)$, $\mathrm{B}(3,\ 2)$를 이은 선분 AB의 수직이등분선 위에 있는 점은?

① $(-2,\ 5)$ ② $(1,\ 2)$ ③ $(4,\ 9)$
④ $(5,\ -7)$ ⑤ $(7,\ -15)$

22 아래 그림과 같이 좌표평면에서 점 $\mathrm{A}(2,\ b)$와 직선 $y=-2(x+k)$ 위의 서로 다른 두 점 B, C가 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$를 만족시킨다. 선분 BC의 중점이 y축 위의 점 $\mathrm{M}(0,\ c)$에 있을 때, $b+2k$의 값은?



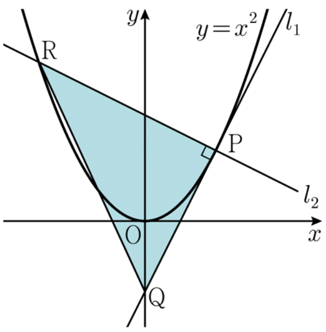
① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

23 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 5)$, $\mathrm{B}(4,\ 7)$을 이은 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은?

① $y=-3x-9$
② $y=-3x+9$
③ $y=3x+9$
④ $y=3x+1$
⑤ $y=3x-1$

24 좌표평면에서 제3사분면을 지나지 않는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 5일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

25 [2018년 9월 고1 28번/4점]
그림과 같이 좌표평면에서 이차함수 $y=x^2$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(1,\ 1)$에서의 접선을 l_1, 점 P를 지나고 직선 l_1과 수직인 직선을 l_2라 하자. 직선 l_1이 y축과 만나는 점을 Q, 직선 l_2가 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 만나는 점 중 점 P가 아닌 점을 R라 하자. 삼각형 PRQ의 넓이를 S라 할 때, $40S$의 값을 구하시오.



26 세 점 $\mathrm{A}(-1,\ 5)$, $\mathrm{B}(1,\ -5)$, $\mathrm{C}(3,\ 1)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 세 변의 수직이등분선의 교점을 $\mathrm{D}(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

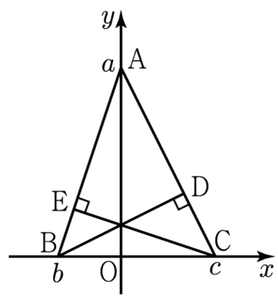
27 [2023년 3월 고2 26번 변형]
좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{A}(0,\ 1)$, $\mathrm{B}(0,\ 5)$, $\mathrm{C}(2\sqrt{3},\ p)$, $\mathrm{D}(4\sqrt{3},\ q)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값을 구하시오.

> (가) 직선 CD의 기울기는 음수이다.
> (나) $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}$이고 $\overline{\mathrm{AD}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{BC}}$이다.

28 두 직선 $ax-y+2=0$, $x-4y+3=0$의 교점이 존재하지 않을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

29 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(3,\ 7)$, $\mathrm{C}(a,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 각 꼭짓점에서 각각의 대변에 그은 세 수선의 교점의 좌표가 $(1,\ 1)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오.

30 다음은 예각삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C에서 각각의 대변에 내린 수선은 한 점에서 만남을 설명하는 과정이다.



위 그림과 같이 $\mathrm{A}(0,\ a)$, $\mathrm{B}(b,\ 0)$, $\mathrm{C}(c,\ 0)$이라 하고 두 점 B, C에서 각각의 대변 AC, AB에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자.
수직인 두 직선의 기울기의 곱은 $\boxed{(가)}$이다.
직선 AC의 기울기는 $\boxed{(나)}$이고
$\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{BD}}$이므로 직선 BD의 방정식은
$y=\boxed{(다)}(x-b)$ $\cdots$ ㉠
또 직선 AB의 기울기는 $-\dfrac{a}{b}$이고
$\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{CE}}$이므로 직선 CE의
방정식은$y=\dfrac{b}{a}(x-c)$ $\cdots$ ㉡
두 직선 ㉠, ㉡의 y절편이 $-\dfrac{bc}{a}$로 같으므로 두 직선의 교점은 y축 위에 있다.
이때 y축은 $\overline{\mathrm{BC}}$의 수선이므로 삼각형 ABC의 세 꼭짓점에서 각각의 대변에 내린 세 수선은 한 점 $\left(0,\ -\dfrac{bc}{a}\right)$에서 만난다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 각각 X, Y, Z라 할 때, XYZ의 값을 구하시오.

실시일자	-	유형별 학습	이름
30문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 29~43p(직선의 방정식-앞부분)

두 직선의 평행 조건과 수직 조건

빠른정답

01 -5	02 ①	03 -5
04 ③	05 ③	06 ④
07 ⑤	08 ④	09 ③
10 12	11 ②	12 ②
13 -4	14 $\frac{7}{8}$	15 10
16 ③	17 ①	18 ①
19 ①	20 5	21 ③
22 ④	23 ②	24 10
25 125	26 -3	27 12
28 $\frac{1}{4}$	29 -4	30 1

실시일자	-	유형별 학습	이름
30문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 29~43p(직선의 방정식-앞부분)

두 직선의 평행 조건과 수직 조건

01 정답 -5

해설 두 점 $A(2,\ -5)$, $B(-1,\ 1)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1\cdot(-1)+2\cdot 2}{1+2},\ \frac{1\cdot 1+2\cdot(-5)}{1+2}\right)=(1,\ -3)$$

즉, 직선의 기울기가 2이고 점 $(1,\ -3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-(-3)=2(x-1)$ $\qquad\therefore y=2x-5$

따라서 y절편은 -5이다.

02 정답 ①

해설 점 $(2,\ -1)$을 지나고 기울기가 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$인 직선의 방정식은

$y-(-1)=\sqrt{3}(x-2)$

$\therefore\ \sqrt{3}x-y-1-2\sqrt{3}=0$

따라서 $a=-1,\ b=-1-2\sqrt{3}$이므로

$a+b=-2-2\sqrt{3}$

03 정답 -5

해설 두 점 $(-3,\ 2)$, $(2,\ 12)$를 지나는 직선의 방정식은

$$y-2=\frac{12-2}{2-(-3)}(x+3)$$

$\therefore y=2x+8$

이 직선이 점 $(a,\ -2)$를 지나므로

$-2=2a+8$

$\therefore a=-5$

04 정답 ③

해설 두 점 A, G를 지나는 직선은 $\overline{BC}$의 중점을 지나므로 점 A와 $\overline{BC}$의 중점을 지나는 직선의 방정식을 구하면 된다.

$\overline{BC}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+5}{2},\ \frac{3+1}{2}\right)$, 즉 $(2,\ 2)$

따라서 두 점 $(2,\ 7)$, $(2,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $x=2$이므로 구하는 직선의 방정식은

$x-2=0$

05 정답 ③

해설 x절편이 -2, y절편이 -6인 직선의 방정식은

$$-\frac{x}{2}-\frac{y}{6}=1$$

이 직선이 점 $(k,\ -5k)$를 지나므로

$$-\frac{k}{2}+\frac{5k}{6}=1,\quad \frac{k}{3}=1$$

$\therefore k=3$

06 정답 ④

해설 직선 l의 x절편을 a라 하면 y절편은 $-a$이므로

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{-a}=1$$

$\therefore x-y=a$

점 $(6,\ 2)$를 지나므로

$6-2=a$

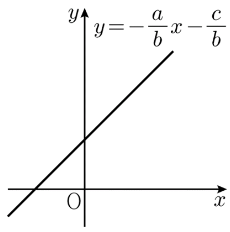
$\therefore a=4$

따라서 직선 l의 방정식은 $x-y=4$이므로 x절편과 y절편의 곱은

$4\cdot(-4)=-16$

07 정답 ⑤

해설 $ab<0$, $ac>0$이므로 $b\neq 0$이다.
따라서 주어진 직선의 방정식을 b로 나누어 정리하면
$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$
(기울기)$=-\frac{a}{b}>0$
한편 $ab<0$, $ac>0$이므로
$ab\cdot ac=a^2bc<0 \quad \therefore bc<0$
(y절편)$=-\frac{c}{b}>0$
따라서 주어진 직선은 제1, 2, 3사분면을 지나고
제4사분면은 지나지 않는다.



08 정답 ④

해설 직선 $ax-by-5=0$, 즉 $y=\frac{a}{b}x-\frac{5}{b}$의 기울기는
음수, y절편은 양수이므로
$\frac{a}{b}<0, -\frac{5}{b}>0 \quad \therefore a>0, b<0$
$bx+y+a=0$에서 $y=-bx-a$
이때 $-b>0$, $-a<0$이므로 직선 $bx+y+a=0$의
기울기는 양수, y절편은 음수이다.
따라서 이 직선의 개형은 ④이다.

09 정답 ③

해설 ㄱ. 세 점 $A(3,\ -7)$, $B(5,\ -8)$, $C(-1,\ -5)$에서
(직선 AB의 기울기)$=\frac{-7-(-8)}{3-5}=-\frac{1}{2}$
(직선 BC의 기울기)$=\frac{-8-(-5)}{5-(-1)}=-\frac{1}{2}$
이므로 세 점 A, B, C는 한 직선 위에 있다.

ㄴ. 세 점 $A(1,\ 4)$, $B(-3,\ -6)$, $C(0,\ 2)$에서
(직선 AB의 기울기)$=\frac{4-(-6)}{1-(-3)}=\frac{5}{2}$
(직선 BC의 기울기)$=\frac{-6-2}{-3-0}=\frac{8}{3}$
이므로 세 점 A, B, C는 한 직선 위에 있지 않다.

ㄷ. 세 점 $A(5,\ -1)$, $B(1,\ -3)$, $C(7,\ 0)$에서
(직선 AB의 기울기)$=\frac{-1-(-3)}{5-1}=\frac{1}{2}$
(직선 BC의 기울기)$=\frac{-3-0}{1-7}=\frac{1}{2}$
이므로 세 점 A, B, C는 한 직선 위에 있다.
따라서 세 점이 한 직선 위에 있는 것은 ㄱ, ㄷ 이다.

10 정답 12

해설 세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으므로
직선 AB와 직선 BC의 기울기는 같다.
$\frac{-k-10-5}{k-(-2k-1)}=\frac{(k-1)-(-k-10)}{2k+5-k}$
이 식을 정리하면 $k^2+7k+12=0$
$\therefore$ k의 값의 곱은 12이다.

11 정답 ②

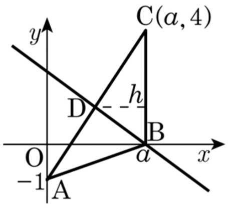
해설 점 A를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선은
변 BC의 중점 $M(2,\ 1)$을 지난다.
따라서 구하는 직선은 두 점 $A(-1,\ -1)$, $M(2,\ 1)$을
지나므로 구하는 직선의 방정식은
$y-(-1)=\frac{1-(-1)}{2-(-1)}\{x-(-1)\}$
$\therefore y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$
$\therefore m+n=\frac{1}{3}$

12 정답 ②

해설 $\triangle$ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{OB}=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot a=2a$

점 B를 지나면서 $\triangle$ABC의 넓이를 이등분하면 직선과 $\overline{AC}$와의 교점을 D, $\triangle$BCD에서 $\overline{BC}$를 밑변으로 보았을 때의 높이를 h라 하면



($\triangle$BCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\cdot\overline{BC}\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot h=2h$

이 넓이는 $\triangle$ABC의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$2h=a\quad \therefore h=\frac{a}{2}$

따라서 점 D의 x좌표는 $a-\frac{a}{2}=\frac{1}{2}a$

$\therefore \mathrm{D}\left(\frac{a}{2},\ \frac{3}{2}\right)$

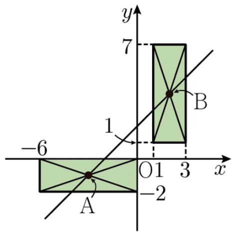
두 점 B$(a,\ 0)$, D$\left(\frac{a}{2},\ \frac{3}{2}\right)$를 지나는

직선의 방정식은 $y-0=\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{a}{2}-a}(x-a)$

$\therefore y=-\frac{3}{a}x+3$

13 정답 -4

해설 두 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선은 두 직사각형의 각 대각선의 교점을 지나야 한다.
이때 다음 그림과 같이 두 직사각형의 대각선의 교점을 각각 A, B라 하면



$\mathrm{A}\left(\frac{-6}{2},\ \frac{-2}{2}\right)$, 즉 A$(-3,\ -1)$

$\mathrm{B}\left(\frac{1+3}{2},\ \frac{7+1}{2}\right)$, 즉 B$(2,\ 4)$

두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은

$y+1=\frac{4-(-1)}{2-(-3)}(x+3)$

$\therefore y=x+2$

따라서 이 직선의 x절편은 -2, y절편은 2이므로 그 곱은 -4이다.

14 정답 $\frac{7}{8}$

해설 두 직사각형의 각각의 대각선의 교점을 동시에 지나는 직선이 두 직사각형의 넓이를 동시에 이등분한다.
두 직사각형의 대각선의 교점의 좌표는 각각

$\left(\frac{-1-3}{2},\ \frac{-2-3}{2}\right)=\left(-2,\ -\frac{5}{2}\right)$,

$\left(\frac{1+3}{2},\ \frac{1+3}{2}\right)=(2,\ 2)$이므로

두 점 $\left(-2,\ -\frac{5}{2}\right)$, $(2,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은

$y+\frac{5}{2}=\dfrac{2-\left(-\frac{5}{2}\right)}{2-(-2)}(x+2)$

$\therefore y=\frac{9}{8}x-\frac{1}{4}$

따라서 $a=\frac{9}{8}$ $b=-\frac{1}{4}$이므로

$a+b=\frac{7}{8}$

15 정답 10

해설 직선 AB의 기울기 $\dfrac{0-b}{5-(-1)}=-\dfrac{b}{6}$와

직선 $x-2y-5=0$의 기울기 $\dfrac{1}{2}$이 수직이다.

$-\dfrac{b}{6}\cdot\dfrac{1}{2}=-1$ 이므로

$\therefore b=12$

이때 기울기 $n=-\dfrac{12}{6}=-2$이다.

$\therefore b+n=12-2=10$

16 정답 ③

해설 $x-2y+3=0 \longrightarrow y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$

$5x+ky-2=0 \longrightarrow y=-\dfrac{5}{k}x+\dfrac{2}{k}$

$\longrightarrow$ 수직 : $\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{5}{k}\right)=-1 \quad \therefore k=\dfrac{5}{2}$

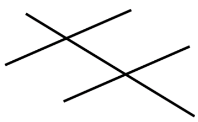
$\longrightarrow$ 평행 : $\dfrac{1}{2}=-\dfrac{5}{k} \quad \therefore k=-10$

$\therefore \quad \dfrac{5}{2}\times(-10)=-25$

17 정답 ①

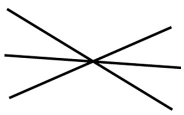
해설 주어진 세 직선이 좌표평면을 6개의 영역으로 나누는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 직선 $x+ay=8$이 직선 $x-2y=4$ 또는 $x+y=7$과 평행할 때



$a=-2$ 또는 $a=1$

(ⅱ) 직선 $x+ay=8$이 두 직선 $x-2y=4$, $x+y=7$의 교점을 지날 때



$x-2y=4$, $x+y=7$을 연립하여 풀면

$x=6$, $y=1$

따라서 직선 $x+ay=8$이 점 $(6, 1)$을 지나려면

$6+a=8$

$\therefore a=2$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 상수 a의 값의 곱은

$(-2)\cdot1\cdot2=-4$

18 정답 ①

해설 주어진 세 직선이 한 점에서 만나려면 직선 $kx+4y=5$가 두 직선 $x+y=0$, $2x+y=k$의 교점을 지나야 한다.

$x+y=0$, $2x+y=k$를 연립하여 풀면

$x=k$, $y=-k$

직선 $kx+4y=5$가 점 $(k, -k)$를 지나야 하므로

$k\cdot k+4\cdot(-k)=5$

$k^2-4k-5=0$, $(k+1)(k-5)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=5$

따라서 모든 k의 값의 곱은 -5이다.

19 정답 ①

해설 두 직선이 평행하면 기울기가 일치한다.

$\longrightarrow \ -a=-\dfrac{2}{b} \quad \cdots$ ㉠

두 직선이 수직하면 기울기의 곱이 -1이다.

$\longrightarrow \ -a\times-\dfrac{1}{(a-1)}=-1 \quad \cdots$ ㉡

$\therefore$ ㉠, ㉡를 연립하면, $a=\dfrac{1}{2}$ $b=4$

$\therefore \ 2a+b=5$

20 정답 5

해설 두 직선이 한 점에서 만나려면

$\dfrac{1}{a+1}\neq\dfrac{a}{2}$이므로

$a^2+a-2\neq0$, $(a+2)(a-1)\neq0$

$\therefore a\neq-2$, $a\neq1$

따라서 $\alpha=-2$, $\beta=1$ 또는 $\alpha=1$, $\beta=-2$ 이므로

$\alpha^2+\beta^2=5$

21 정답 ③

해설 직선 AB의 방정식은

$y-2=\dfrac{2-4}{3-(-1)}(x-3)+2$

$\therefore y=-\dfrac{1}{2x}+\dfrac{7}{2}$

따라서 수직이등분선의 기울기는 2이고, $\overline{AB}$ 의 중점을 지나므로 두 점 $A(-1, 4)$, $B(3, 2)$의 중점은

$\left(\dfrac{(-1)+3}{2}, \dfrac{4+2}{2}\right)=(1, 3)$

즉, 수직이등분선을 연장한 직선의 방정식은

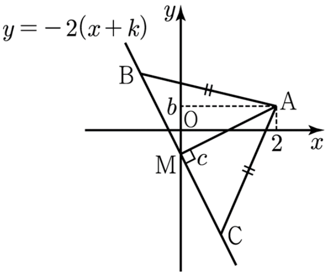
$y-3=2(x-1)$

$\therefore y=2x+1$

따라서 보기 중 직선 $y=2x+1$ 위에 있는 점은 $(4, 9)$이다.

22 정답 ④

해설 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고 밑변 BC의 중점이 M이므로 두 선분 AM, BC는 서로 수직이다.



점 M은 직선 $y=-2(x+k)$와 y축이 만나는 점이므로

$M(0, -2k)=M(0, c)$

$\therefore c=-2k$ $\cdots$ ㉠

직선 BC의 기울기는 -2이므로

직선 AM의 기울기는 $\dfrac{1}{2}$, $M(c, 0)$에서

직선 AM은 $y=\dfrac{1}{2}x+c$

점 $A(2, b)$가 이 직선을 지나므로

$\therefore b=1+c$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $b+2k=1$

23 정답 ②

해설 선분 AB의 기울기: $\dfrac{7-5}{4-(-2)}=\dfrac{1}{3}$

따라서 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 -3이다.

또, 선분 AB의 수직이등분선은 두 점 A, B의 중점을 지난다.

중점의 좌표는 $\left(\dfrac{-2+4}{2}, \dfrac{5+7}{2}\right)=(1, 6)$이므로

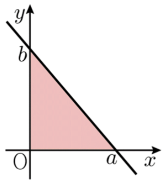
구하는 직선의 방정식은 $y-6=-3(x-1)$

$\therefore y=-3x+9$

24 정답 10

해설 직선 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$의 x절편은 a, y절편은 b이고,

제 3사분면을 지나지 않으므로 직선의 개형은 아래 그림과 같다.



이때 색칠한 부분의 넓이가 5이므로

$\dfrac{1}{2}ab=5$ $\therefore ab=10$

25 정답 125

해설 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

직선 l_1의 기울기를 m이라 하면 직선 l_1의 방정식은

$y-1=m(x-1)$

직선 l_1이 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 접하므로

이차방정식 $x^2-mx+m-1=0$의 판별식을 D라 할 때

$D=(-m)^2-4(m-1)=(m-2)^2=0$

즉, $m=2$

직선 l_1의 방정식은 $y=2x-1$이므로

$\mathrm{Q}(0,\ -1)$

두 직선 l_1, l_2가 서로 수직이므로 직선 l_2의 기울기는

$-\frac{1}{2}$이고 직선 l_2의 방정식은

$y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

위의 식을 $y=x^2$과 연립하여 정리하면

$2x^2+x-3=0$, $(x-1)(2x+3)=0$

$\therefore \mathrm{R}\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$

$\triangle\mathrm{PRQ}=\frac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{PQ}}\cdot\overline{\mathrm{PR}}$

$=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\frac{5\sqrt{5}}{4}=\frac{25}{8}$

$\therefore 40S=125$

26 정답 -3

해설 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+1}{2},\ \frac{5-5}{2}\right)$, 즉 $(0,\ 0)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{-5-5}{1-(-1)}=-5$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 수직이등분선은 기울기가 $\frac{1}{5}$이고

점 $(0,\ 0)$을 지나므로 그 방정식은

$y=\frac{1}{5}x$

$\therefore x-5y=0 \quad \cdots ㉠$

$\overline{\mathrm{AC}}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+3}{2},\ \frac{5+1}{2}\right)$, 즉 $(1,\ 3)$

직선 AC의 기울기는 $\frac{1-5}{3-(-1)}=-\frac{4}{4}=-1$

따라서 $\overline{\mathrm{AC}}$의 수직이등분선은 기울기가 1이고

점 $(1,\ 3)$을 지나므로 그 방정식은

$y-3=x-1$

$\therefore x-y+2=0 \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-\frac{5}{2}$, $y=-\frac{1}{2}$

따라서 $\mathrm{D}\left(-\frac{5}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$이므로 $a=-\frac{5}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$

$\therefore a+b=-3$

27 정답 12

해설 직선 CD의 기울기는 음수이므로

$\frac{q-p}{4\sqrt{3}-2\sqrt{3}}<0$에서

$q-p<0$

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}$에서 $4=\sqrt{(4\sqrt{3}-2\sqrt{3})^2+(q-p)^2}$

$4^2=(2\sqrt{3})^2+(q-p)^2$

$4=(q-p)^2$

$q-p<0$에서 $q-p=-2$, 즉 $q=p-2$

$\overline{\mathrm{AD}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{BC}}$에서 직선 AD의 기울기와 직선 BC의 기울기가 서로 같으므로

$\frac{q-1}{4\sqrt{3}-0}=\frac{p-5}{2\sqrt{3}-0}$

$q-1=2p-10 \quad \cdots ㉠$

$q=p-2$를 ㉠에 대입하면

$p-3=2p-10$

$\therefore p=7$

따라서 $p=7$, $q=5$이므로

$p+q=12$

28 **정답** $\frac{1}{4}$

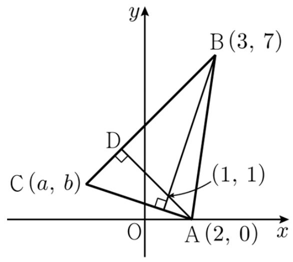
해설 두 직선 $ax-y+2=0$, $x-4y+3=0$의 교점이 존재하지 않으려면 두 직선이 서로 평행해야한다.

$\frac{a}{1}=\frac{-1}{-4}\neq\frac{2}{3}$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

29 **정답** -4

해설 다음 그림과 같이 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하면



직선 BC의 기울기는 $\frac{7-b}{3-a}$이고

직선 AD의 기울기는 $\frac{1-0}{1-2}=-1$이므로

$\frac{7-b}{3-a}\cdot(-1)=-1,\ 3-a=7-b$

$\therefore a-b=-4$

30 **정답** 1

해설 수직인 두 직선의 기울기의 곱은 $\boxed{-1}$이다.

직선 AC의 기울기는 $\boxed{-\frac{a}{c}}$이고 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 직선 BD의 기울기는 $\frac{c}{a}$이고, 점 $(b,\ 0)$을 지나므로 그 방정식은

$y=\boxed{\frac{c}{a}}(x-b)$ $\qquad\therefore y=\frac{c}{a}x-\frac{bc}{a}$ $\qquad\cdots$ ㉠

또 직선 AB의 기울기는 $-\frac{a}{b}$이고 $\overline{AB}\perp\overline{CE}$이므로 직선 CE의 기울기는 $\frac{b}{a}$이고, 점 $(c,\ 0)$을 지나므로 그 방정식은

$y=\frac{b}{a}(x-c)$ $\qquad\therefore y=\frac{b}{a}x-\frac{bc}{a}$ $\qquad\cdots$ ㉡

두 직선 ㉠, ㉡의 y절편이 $-\frac{bc}{a}$로 같으므로 두 직선의 교점은 y축 위에 있다.

이때 y축은 $\overline{BC}$의 수선이므로 삼각형 ABC의 세 꼭짓점에서 각각의 대변에 내린 세 수선은 한 점 $\left(0,\ -\frac{bc}{a}\right)$에서 만난다.

따라서 $X=-1,\ Y=-\frac{a}{c},\ Z=\frac{c}{a}$이므로

$XYZ=(-1)\cdot\left(-\frac{a}{c}\right)\cdot\frac{c}{a}=1$