실시일자	-	유형별 학습	이름
27문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 _유사문제_평면좌표

선분의 내분, 내분점의 좌표

01 x, y에 대한 방정식 $xy-4x+y-11=0$을 만족시키는 정수 x, y를 좌표평면 위의 점 $(x,\ y)$로 나타낼 때, 이 점들을 꼭짓점으로 하는 도형의 둘레의 길이가 $a\sqrt{2}$이다. 자연수 a의 값을 구하시오.

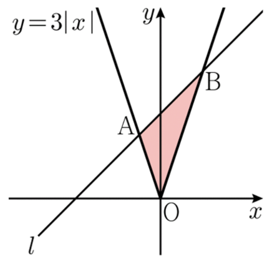
02 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 1)$, $\mathrm{B}(3,\ 0)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점의 좌표는?

① $(0,\ -3)$　② $(0,\ -2)$　③ $(0,\ 1)$
④ $(0,\ 2)$　⑤ $(0,\ 3)$

03 좌표평면에서 포물선 $y=x^2-6$과 직선 $y=x$가 만나는 두 점을 A, B라 하자.
이 포물선 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에 대하여 삼각형 APB가 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$인 이등변삼각형이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 α라 하자. $|\alpha|$의 값을 구하시오.

04 세 꼭짓점이 $\mathrm{A}(-3,\ 1)$, $\mathrm{B}(p,\ 1)$, $\mathrm{C}(-3,\ q)$인 $\triangle\mathrm{ABC}$의 외심의 좌표가 $(-1,\ 2)$일 때 pq의 값을 구하시오.

05 다음 그림과 같이 기울기가 1인 직선 l이 함수 $y=3|x|$의 그래프와 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 삼각형 AOB의 넓이가 6일 때, 삼각형 AOB의 외심의 좌표는 $(a,\ b)$이다. $a+b$의 값을 구하시오.
(단, 점 A는 제2사분면 위의 점이다.)



06 세 점 $\mathrm{A}(2,\ -3)$, $\mathrm{B}(-1,0)$, $\mathrm{C}(1,2)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형
② $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형
③ $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형
④ $\angle\mathrm{A}=90^\circ$인 직각삼각형
⑤ $\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형

07 두 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(-3,\ 4)$과 임의의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{OP}}+\overline{\mathrm{PA}}$의 최솟값을 구하시오.

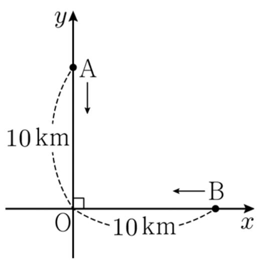
08 좌표평면 위에 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(a,\ b)$, $\mathrm{B}(3,\ -2)$가 있다. 이 때, $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2}$의 최솟값은?

① 2　② 3　③ $\sqrt{10}$
④ $2\sqrt{3}$　⑤ $\sqrt{13}$

09 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 6)$, $\mathrm{B}(6,\ 5)$와 x축 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$의 최솟값은?

① 65　② 67　③ 69
④ 71　⑤ 73

10 다음 그림과 같이 지점 O에서 수직으로 만나는 도로가 있다. 지점 O에서 각각 10km 떨어진 지점에서 두 자동차 A, B가 일정한 속도로 지점 O를 향해 달리고 있다. 자동차 A는 매분 2km, 자동차 B는 매분 1km의 속도로 동시에 출발하여 움직일 때, 두 자동차의 거리가 가장 가까워지는 것은 몇 분 후인지 구하면?



① 2분　② 3분　③ 5분
④ 6분　⑤ 7분

11 [2015년 3월 고2 이과 8번/3점]
두 점 $\mathrm{A}(a,\ 4)$, $\mathrm{B}(-9,\ 0)$에 대하여 선분 AB를 $4:3$으로 내분하는 점이 y축 위에 있을 때, a의 값은?

① 6　② 8　③ 10
④ 12　⑤ 14

12 두 점 $\mathrm{A}(-4,\ 7)$, $\mathrm{B}(2,\ 1)$에 대하여 선분 AB를 삼등분하는 두 점을 각각 $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(c,\ d)$라 할 때, $ac-bd$의 값은? (단, $a<c$)

① -15　② -10　③ -5
④ 10　⑤ 15

13 $3\overline{\mathrm{PA}}=2\overline{\mathrm{PB}}$가 되도록 하는 선분 AB 위의 점 P에 대하여 $\mathrm{A}(-3,2)$이고, $\mathrm{P}(1,0)$일 때, 점 B의 x좌표와 y좌표의 합은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

14 두 점 $\mathrm{A}(1,\ a)$, $\mathrm{B}(-7,\ 1)$에 대하여 선분 AB를 $b:5$로 내분하는 점의 좌표가 $(-2,\ 6)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

15 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(3,\ 3)$, $\mathrm{B}(a,\ -4)$, $\mathrm{C}(2,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 무게중심의 좌표가 $\mathrm{G}(1,\ -1)$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

16 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(3,\ 0)$, $\mathrm{B}(6,\ 0)$, $\mathrm{C}(3,\ a)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2+\overline{\mathrm{CP}}^2$의 최솟값이 60일 때, a의 값을 구하시오. (단, $a>0$)

17 좌표평면 위의 한 점 $\mathrm{A}(2,\ 6)$을 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC의 무게중심이 원점일 때, 정삼각형 ABC의 넓이는?

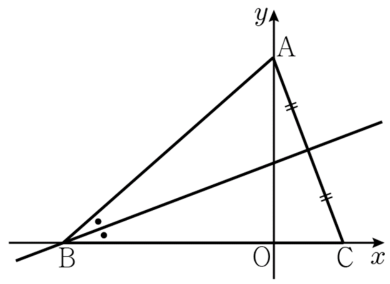
① $20\sqrt{3}$ ② $25\sqrt{3}$ ③ $30\sqrt{3}$
④ $35\sqrt{3}$ ⑤ $40\sqrt{3}$

18 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA의 중점의 좌표가 각각 $(-1,\ 5)$, $(0,\ 1)$, $(2,\ 6)$일 때, 세 꼭짓점 A, B, C의 x좌표의 합을 구하시오.

19 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $\mathrm{G}(1,\ 4)$이고, 세 변 AB, BC, CA의 중점의 좌표가 각각 $(-1,\ 6)$, $(a,\ b)$, $(3,\ 4)$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

20 [2020년 9월 고1 12번/3점]
그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(0,\ \mathrm{a})$, $\mathrm{B}(-3,\ 0)$, $\mathrm{C}(1,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle\mathrm{ABC}$의 이등분선이 선분 AC의 중점을 지날 때, 양수 a의 값은?



① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

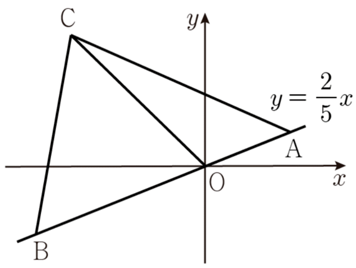
21 세 점 $\mathrm{A}(4,\ 13)$, $\mathrm{B}(1,\ 9)$, $\mathrm{C}(8,\ 10)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 $\angle\mathrm{A}$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 DAB와 삼각형 DAC의 넓이의 비는 $p:q$이다. 이때 $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

22 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 3)$, $\mathrm{B}(3,\ 0)$, $\mathrm{C}(4,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle C$의 이등분선이 변 AB와 만나는 점을 $\mathrm{D}(a,\ b)$라 할 때, $3ab$의 값을 구하면?

① 3 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 15

23 [2019년 9월 고1 12번 변형]

직선 $y=\frac{2}{5}x$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(5,\ 2)$, $\mathrm{B}(a,\ b)$가 있다.
제2사분면 위의 한 점 C에 대하여 삼각형 BOC와 삼각형 OAC의 넓이의 비가 $2:1$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a<0$이고, O는 원점이다.)



① -16 ② -14 ③ -12
④ -10 ⑤ -8

24 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(3,\ -2)$, $\mathrm{B}(4,\ 5)$, $\mathrm{C}(-1,\ 3)$을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 $(x,\ y)$라 할 때, $x+y$의 값을 구하시오.

25 [2021년 11월 고1 25번 변형]

세 양수 a, b, c에 대하여 좌표평면 위에 서로 다른 네 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$ $\mathrm{A}(a,\ 13)$, $\mathrm{B}(b,\ c)$, $\mathrm{C}(8,\ 11)$이 있다.
사각형 OABC가 선분 OB를 대각선으로 하는 마름모일 때, $a+b+c$의 값을 구하시오. (단, 네 점 O, A, B, C 중 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않다.)

26 세 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(2,\ -3)$, $\mathrm{C}(5,\ 3)$에 대하여 등식 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=2\overline{\mathrm{CP}}^2$을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax+y+b=0$이다. 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

27 정점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$
② $x-2y+5=0$
③ $3x-4y=0$
④ $x+2y+5=0$
⑤ $x-2y-5=0$

실시일자	-	유형별 학습	이름
27문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 _유사문제_평면좌표

선분의 내분, 내분점의 좌표

빠른정답

01 28	02 ②	03 1
04 3	05 5	06 ⑤
07 5	08 ⑤	09 ③
10 ④	11 ④	12 ①
13 ④	14 12	15 8
16 9	17 ③	18 1
19 ③	20 ③	21 2
22 ③	23 ②	24 -6
25 40	26 ②	27 ③

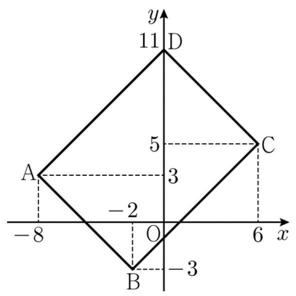
실시일자	-	유형별 학습	이름
27문제 / DRE수학			

마플시너지(2025) - 공통수학2 _유사문제_평면좌표

선분의 내분, 내분점의 좌표

01 정답 28

해설 $xy-4x+y-11=0$에서
$x(y-4)+(y-4)-7=0$
$\therefore (x+1)(y-4)=7$
이때 x, y가 정수이므로
(ⅰ) $x+1=-7$, $y-4=-1$일 때
$x=-8$, $y=3$
(ⅱ) $x+1=-1$, $y-4=-7$일 때
$x=-2$, $y=-3$
(ⅲ) $x+1=1$, $y-4=7$일 때
$x=0$, $y=11$
(ⅳ) $x+1=7$, $y-4=1$일 때
$x=6$, $y=5$
따라서 (ⅰ) ~ (ⅳ)에 의하여 순서쌍 (x, y)는
$(-8, 3)$, $(-2, -3)$, $(0, 11)$, $(6, 5)$이므로
$\mathrm{A}(-8, 3)$, $\mathrm{B}(-2, -3)$, $\mathrm{C}(6, 5)$, $\mathrm{D}(0, 11)$이라 하면



$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(-2+8)^2+(-3-3)^2}=6\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(6+2)^2+(5+3)^2}=8\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{CD}}=\sqrt{(-6)^2+(11-5)^2}=6\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{DA}}=\sqrt{(-8)^2+(3-11)^2}=8\sqrt{2}$
따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는
$6\sqrt{2}+8\sqrt{2}+6\sqrt{2}+8\sqrt{2}=28\sqrt{2}$
$\therefore a=28$

02 정답 ②

해설 y축 위의 점을 $(0, a)$라 하면
$(-2-0)^2+(1-a)^2=(0-3)^2+(a-0)^2$
$\therefore a=-2$
즉, 구하는 점의 좌표는 $(0, -2)$이다.

03 정답 1

해설 $x^2-6=x$에서 $x^2-x-6=0$
$(x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
포물선 $y=x^2-6$과 직선 $y=x$가 만나는 두 점이
A, B이므로 $\mathrm{A}(-2, -2)$, $\mathrm{B}(3, 3)$이라 하자.
한편, 점 $\mathrm{P}(a, b)$가 포물선 $y=x^2-6$ 위의 점이므로
$b=a^2-6$
$\therefore \mathrm{P}(a, a^2-6)$
삼각형 APB가 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{\mathrm{PA}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2$에서
$(a+2)^2+(a^2-4)^2=(a-3)^2+(a^2-9)^2$
$10a^2+10a-70=0$
$\therefore a^2+a-7=0$
이차방정식 $a^2+a-7=0$의 판별식을 D라 할 때,
$D=1^2-4\cdot1\cdot(-7)=29>0$에서 서로 다른
두 실근을 가지므로 근과 계수의 관계에 의하여 조건을
만족시키는 모든 실수 a의 값의 합은 -1이다.
$\therefore \alpha=-1$, $|\alpha|=1$

04 정답 3

해설 외심을 P라 할 때, $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}$에서
$\overline{\mathrm{PA}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2=\overline{\mathrm{PC}}^2$이므로
$\overline{\mathrm{PA}}^2=(-1+3)^2+(2-1)^2=5$
$\overline{\mathrm{PB}}^2=(-1-p)^2+(2-1)^2=p^2+2p+2$
$\overline{\mathrm{PC}}^2=(-1+3)^2+(2-q)^2=q^2-4p+8$
$\overline{\mathrm{PA}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2$ 에서
$5=p^2+2p+2$, $p=-3$ 또는 $p=1$
점 A와 점 B는 다르므로 $p=1$
$\overline{\mathrm{PA}}^2=\overline{\mathrm{PC}}^2$ 에서
$5=q^2-4p+8$, $q=1$ 또는 $q=3$
점 A와 점 C는 다르므로 $q=3$
따라서 $pq=3$

05 **정답** 5

해설 기울기가 1인 직선 l을 $y=x+k$ $(k>0)$이라 하자.

$y=3|x|=\begin{cases}-3x & (x<0)\\ 3x & (x\ge 0)\end{cases}$

이므로 직선 l과 직선 $y=-3x$가 만나는 점 A의 x좌표는

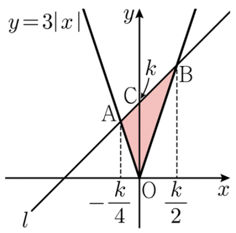
$x+k=-3x$에서 $x=-\dfrac{k}{4}$이므로

$\mathrm{A}\left(-\dfrac{k}{4},\ \dfrac{3k}{4}\right)$

직선 l과 직선 $y=3x$가 만나는 점 B의 x좌표는

$x+k=3x$에서 $x=\dfrac{k}{2}$이므로

$\mathrm{B}\left(\dfrac{k}{2},\ \dfrac{3k}{2}\right)$



이때 직선 l이 y축과 만나는 점을 C라 하면 $\mathrm{C}(0,\ k)$이고 삼각형 AOB의 넓이는 두 삼각형 AOC, COB의 넓이의 합이다.

삼각형 AOB의 넓이가 6이므로

$\dfrac{1}{2}\cdot k\cdot\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2}\cdot k\cdot\dfrac{k}{2}=\dfrac{3}{8}k^2=6$

$k^2=16$

$k>0$이므로 $k=4$

따라서 $\mathrm{A}(-1,\ 3)$, $\mathrm{B}(2,\ 6)$

한편 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이다.

두 점 A, B의 중점은 $\left(\dfrac{-1+2}{2},\ \dfrac{3+6}{2}\right)$

즉, $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{9}{2}\right)$이고, 직선 AB, 즉 직선 l의 기울기가 1이므로

선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 -1이다.

직선 AB의 수직이등분선의 방정식은

$y-\dfrac{9}{2}=-1\cdot\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$

$y=-x+5$

두 점 O, A의 중점은 $\left(\dfrac{0+(-1)}{2},\ \dfrac{0+3}{2}\right)$

즉, $\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$이고, 직선 OA의 기울기는

$\dfrac{3-0}{-1-0}=-3$이므로 선분 OA의 수직이등분선의 기울기는 $\dfrac{1}{3}$이다.

직선 OA의 수직이등분선의 방정식은

$y-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{3}\left\{x-\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right\}$

$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$

두 직선의 방정식 $y=-x+5$, $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$를 연립하여 풀면 $x=\dfrac{5}{2}$, $y=\dfrac{5}{2}$

즉, 삼각형 AOB의 외심의 좌표는 $\left(\dfrac{5}{2},\ \dfrac{5}{2}\right)$이다.

따라서 $a=\dfrac{5}{2}$, $b=\dfrac{5}{2}$이므로

$a+b=\dfrac{5}{2}+\dfrac{5}{2}=5$

06 **정답** ⑤

해설 $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{BC}}^2=26=\overline{\mathrm{AC}}^2$이므로

$\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형이다.

07 **정답** 5

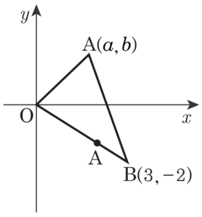
해설 $\overline{\mathrm{OP}}+\overline{\mathrm{PA}}\ge\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$

따라서 $\overline{\mathrm{OP}}+\overline{\mathrm{PA}}$의 최솟값은 5이다.

08 정답 ⑤

해설 $\sqrt{a^2+b^2}$ 은 $\overline{\text{OA}}$의 길이이고

$\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2}$ 은 $\overline{\text{AB}}$의 길이이다.



따라서 준식은 세 점 O, A, B가 이 순서로 일직선상에 있을 때 최소가 되며

이 때 $\overline{\text{OA}}+\overline{\text{AB}}=\overline{\text{OB}}$ 이다.

따라서 $\overline{\text{OA}}+\overline{\text{AB}}$의 최솟값은

$\overline{\text{OB}}=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$ 이다.

09 정답 ③

해설 $\text{P}(a,\ 0)$이라 하면

$\overline{\text{AP}}^2+\overline{\text{BP}}^2=(a-2)^2+(-6)^2+(a-6)^2+(-5)^2$

$=2a^2-16a+101$

$=2(a-4)^2+69$

따라서 $a=4$일 때 주어진 식의 최솟값은 69이다.

10 정답 ④

해설 출발한 다음 t분 후의 두 점 A, B의 위치를 각각 $\text{A}(0,\ 10-2t)$, $\text{B}(10-t,\ 0)$이라 하면 두 자동차의 거리가 가장 가까워지는 것은 $\overline{\text{AB}}$의 길이가 가장 짧을 때이다.

$\overline{\text{AB}}=\sqrt{(10-t)^2+(10-2t)^2}$

$=\sqrt{5t^2-60t+200}$

$=\sqrt{5(t-6)^2+20}$

따라서 $\overline{\text{AB}}$의 길이는 $t=6$일 때 최솟값이 $\sqrt{20}$ 이므로 두 자동차의 거리가 가장 가까워지는 것은 출발한 지 6분 후이다.

11 정답 ④

해설 내분점의 성질을 이용하여 점의 좌표를 구한다.

두 점 $\text{A}(a,\ 4)$, $\text{B}(-9,\ 0)$을 $4:3$으로 내분하는 점이 y축 위에 있으므로 내분점의 x좌표는 0이다.

$\dfrac{4\times(-9)+3\times a}{4+3}=0$

$-36+3a=0$

$\therefore\ a=12$

12 정답 ①

해설 점 $\text{P}(a,\ b)$는 $\overline{\text{AB}}$를 $1:2$로 내분하는 점이므로

$a=\dfrac{1\cdot 2+2\cdot(-4)}{1+2}=-2,\ b=\dfrac{1\cdot 1+2\cdot 7}{1+2}=5$

점 $\text{Q}(c,\ d)$는 $\overline{\text{AB}}$를 $2:1$로 내분하는 점이므로

$c=\dfrac{2\cdot 2+1\cdot(-4)}{2+1}=0,\ d=\dfrac{2\cdot 1+1\cdot 7}{2+1}=3$

$\therefore\ ac-bd=-15$

13 정답 ④

해설 $3\overline{\text{PA}}=2\overline{\text{PB}}$ 이므로

$\overline{\text{PA}}:\overline{\text{PB}}=2:3$이고,

점 P가 선분 AB 위의 점이므로

점 P는 선분 AB를 $2:3$으로 내분하는 점이다.

이 때, 점 B의 좌표를 $\text{B}(a, b)$라 하면

$\left(\dfrac{2\times a+3\times(-3)}{2+3},\ \dfrac{2\times b+3\times 2}{2+3}\right)=(1, 0)$

$\dfrac{2a-9}{5}=1,\ \dfrac{2b+6}{5}=0$

$\therefore\ a=7, b=-3$

$\therefore\ a+b=4$

14 정답 12

해설 $\overline{\text{AB}}$를 $b:5$로 내분하는 점의 좌표가 $(-2,\ 6)$이므로

$\dfrac{-7\cdot b+1\cdot 5}{b+5}=-2,\ \dfrac{1\cdot b+a\cdot 5}{b+5}=6$

$-7b+5=-2b-10,\ b+5a=6b+30$

$\therefore\ a=9,\ b=3$

$\therefore\ a+b=12$

15 정답 8

해설 세 꼭짓점의 좌표가 $A(3, 3)$, $B(a, -4)$, $C(2, b)$인 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표는

$G\left(\frac{3+a+2}{3}, \frac{3+(-4)+b}{3}\right)$이다. $G(1, -1)$이므로

$\frac{3+a+2}{3}=1$, $\frac{3+(-4)+b}{3}=-1$

$a+5=3$, $(-1)+b=-3$

$\therefore\ a=-2$, $b=-2$

$\therefore\ a^2+b^2=8$

16 정답 9

해설 $\triangle ABC$와 이 삼각형 내부의 임의의 점 P에 대하여 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2+\overline{CP}^2$의 값이 최소가 되도록 하는 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심과 일치하므로 점 P의 좌표는

$\left(\frac{3+6+3}{3}, \frac{0+0+a}{3}\right)$, 즉 $\left(4, \frac{a}{3}\right)$

따라서 $P\left(4, \frac{a}{3}\right)$일 때 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2+\overline{CP}^2$의 최솟값이 60이므로

$$\begin{aligned}&\overline{AP}^2+\overline{BP}^2+\overline{CP}^2\\&=\left\{(4-3)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^2\right\}+\left\{(4-6)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^2\right\}\\&\qquad+\left\{(4-3)^2+\left(\frac{a}{3}-a\right)^2\right\}\\&=\frac{2}{3}a^2+6=60\end{aligned}$$

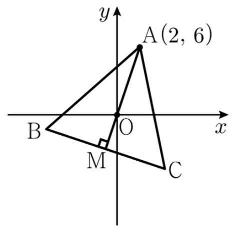
$a^2=81$

$\therefore\ a=9\ (\because\ a>0)$

17 정답 ③

해설 다음 그림과 같이 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 M이라 하면 정삼각형 ABC의 무게중심이 원점 O이므로

$\overline{AO}=\frac{2}{3}\overline{AM}$



이때 $\overline{AO}=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ 이므로

$\overline{AM}=\frac{3}{2}\overline{AO}=3\sqrt{10}$

따라서 정삼각형 ABC의 한 변 BC의 길이는

$\overline{BC}=\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{AM}=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot 3\sqrt{10}=2\sqrt{30}$

이므로 정삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\overline{BC}^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 120=30\sqrt{3}$

18 정답 1

해설 $\triangle ABC$의 세 꼭짓점 A, B, C의 x좌표를 각각 x_1, x_2, x_3라 하면

$\overline{AB}$의 중점의 x좌표는 $\frac{x_1+x_2}{2}=-1$ ⋯ ㉠

$\overline{BC}$의 중점의 x좌표는 $\frac{x_2+x_3}{2}=0$ ⋯ ㉡

$\overline{CA}$의 중점의 x좌표는 $\frac{x_3+x_1}{2}=2$ ⋯ ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면 $x_1+x_2+x_3=1$

따라서 세 꼭짓점 A, B, C의 x좌표의 합은 1이다.

19 정답 ③

해설 삼각형 ABC의 무게중심 G는 세 변 AB, BC, CA의 중점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심과 일치한다.

즉, $\frac{-1+a+3}{3}=1$, $\frac{6+b+4}{3}=4$이므로

$a+2=3$, $b+10=12$

$\therefore\ a=1$, $b=2$

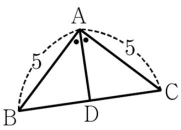
따라서 $a+b=3$이다.

20 정답 ③

해설 두 점 사이의 거리를 활용하여 문제 해결하기
$\angle \mathrm{ABC}$의 이등분선이 선분 AC의 중점을 지나므로
삼각형 ABC는 $\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이다.
이때 $\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\sqrt{9+a^2}=4$
$\therefore a=\sqrt{7}$ 또는 $a=-\sqrt{7}$
이때 $a>0$이므로
$a=\sqrt{7}$

21 정답 2

해설 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(1-4)^2+(9-13)^2}=5$
$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(8-4)^2+(10-13)^2}=5$



$\overline{\mathrm{AD}}$는 $\angle \mathrm{A}$의 이등분선이므로
$\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AC}}=1:1$
$\therefore \triangle \mathrm{DAB}:\triangle \mathrm{DAC}=\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{DC}}=1:1$
따라서 $p=1$, $q=1$이므로
$p+q=2$

22 정답 ③

해설 삼각형의 각의 이등분선 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AC}}=2\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{2}$이고
$\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{BC}}=2:1$이다.
따라서 점 D는 $\overline{\mathrm{AB}}$를 $2:1$로 내분하는 점이므로
$\mathrm{D}(a,\ b)=\left(\frac{2\times3+1\times2}{2+1},\ \frac{2\times0+1\times3}{2+1}\right)=\left(\frac{8}{3},\ 1\right)$
$\therefore 3ab=8$

23 정답 ②

해설 삼각형 BOC와 삼각형 OAC의 넓이의 비는 $2:1$이므로
$\overline{\mathrm{BO}}:\overline{\mathrm{OA}}=2:1$
점 O는 선분 BA를 $2:1$로 내분하는 점이다.
$0=\frac{a+10}{3}$에서 $a=-10$
또, $0=\frac{b+4}{3}$에서 $b=-4$
$\therefore a+b=(-10)+(-4)=-14$

24 정답 -6

해설 □ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 $(x,\ y)$라고 하면
$\left(\frac{3+(-1)}{2},\ \frac{-2+3}{2}\right)=\left(\frac{4+x}{2},\ \frac{5+y}{2}\right)$
$\therefore x=-2,\ y=-4$
따라서 점 D의 좌표는 $(-2,\ -4)$이므로
$x+y=-6$

25 정답 40

해설 마름모 OABC에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$이므로
$\sqrt{a^2+13^2}=\sqrt{8^2+11^2}$
$a^2=16$에서 $a=4$ ($\because a>0$)
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로
선분 AC의 중점은 선분 OB의 중점과 같다.
따라서 $\frac{4+8}{2}=\frac{0+b}{2}$, $\frac{13+11}{2}=\frac{0+c}{2}$에서
$b=12,\ c=24$
따라서 $a=4,\ b=12,\ c=24$이므로
$a+b+c=40$

26 정답 ②

해설 점 P의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면
$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=2\overline{\mathrm{CP}}^2$에서
$(x+1)^2+y^2+(x-2)^2+(y+3)^2$
$=2\{(x-5)^2+(y-3)^2\}$
$2x^2-2x+2y^2+6y+14$
$=2(x^2-10x+y^2-6y+34)$
$18x+18y-54=0$
$\therefore x+y-3=0$
따라서 $a=1,\ b=-3$이므로
$a+b=-2$

27

정답 ③

해설 $3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면

$3a-4b-5=0$ ⋯㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 $(\mathrm{X},\ \mathrm{Y})$라 하면

$$\mathrm{X}=\frac{1+a}{2},\ \mathrm{Y}=\frac{2+b}{2}$$

$\therefore a=2\mathrm{X}-1,\ b=2\mathrm{Y}-2$

이것을 ㉠에 대입하면

$3(2\mathrm{X}-1)-4(2\mathrm{Y}-2)-5=0$

$\therefore 6\mathrm{X}-8\mathrm{Y}=0$

$\therefore 3x-4y=0$