

## 교과서\_미래엔 - 공통수학2 1단원-도형의 방정식

### 선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

**01** 두 점  $A(-3, -5)$ ,  $B(a, 8)$ 을 이은 선분  $AB$ 를  $1:2$ 로 내분하는 점  $P$ 가  $y$ 축 위에 있을 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

**02** 두 점  $A(-4, 8)$ ,  $B(12, a)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $3:b$ 로 내분하는 점의 좌표가  $(2, -1)$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오.

**03** 점  $(4, -2)$ 를 지나고 직선  $4x+2y+1=0$ 이 평행한 직선이 점  $(a, 4)$ 를 지날 때,  $a$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

**04** 두 직선  $ax-3y+6=0$ ,  $-2x+6y+12=0$ 이 평행할 때의  $a$ 의 값을  $p$ , 수직일 때의  $a$ 의 값을  $q$ 라 할 때,  $pq$ 의 값은?

- ① -11                    ② -10                    ③ -9  
④ -8                    ⑤ -7

**05** 직선  $ax+y-1=0$ 이 직선  $2x+by-5=0$ 에 평행하고, 직선  $x+(a-1)y-3=0$ 에 수직일 때,  $2a+b$ 의 값은?

- ① 5                      ② 6                      ③ 7  
④ 8                      ⑤ 9

**06** [2022년 3월 고2 5번/3점]  
점  $(2, 3)$ 을 지나고 직선  $3x+2y-5=0$ 과 평행한 직선의  $y$ 절편은?

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
④ 9                      ⑤ 10

**07** 점  $(1, 1)$ 과 직선  $y=3$  사이의 거리를 구하시오.

**08** 두 직선  $2x+5y+a=0$ ,  $2x-5y+8=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선이 점  $(3, 1)$ 을 지날 때, 모든 실수  $a$ 의 값의 합을 구하시오.

09 중심이  $x$  축 위에 있고 두 점  $(1, 1), (-3, 3)$  을 지나는 원의 반지름의 길이는?

- ①  $\sqrt{7}$                       ②  $2\sqrt{2}$                       ③ 3  
④  $\sqrt{10}$                       ⑤  $\sqrt{11}$

10 [2020년 11월 고1 8번 변형]  
좌표평면에서 직선  $y = 2x + 1$  이  
원  $x^2 + y^2 - 6x - 2ay - 12 = 0$  의 중심을 지날 때,  
상수  $a$ 의 값은?

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
④ 7                      ⑤ 8

11 좌표평면 위의 세 점  $A(-1, -1), B(3, -1),$   
 $C(2, 1)$ 을 지나는 원이 있다. 이 원의 중심의 좌표를  
 $(p, q)$ 라 할 때,  $p + q$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
④ 1                      ⑤  $\frac{5}{4}$

12 세 점  $(-1, 1), (2, 2), (6, 0)$ 을 지나는 원의 중심의  
좌표는?

- ①  $(2, 3)$                       ②  $(-2, 3)$                       ③  $(2, -3)$   
④  $(-2, -3)$                       ⑤  $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

13 이차방정식  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$  이 원을  
나타내도록 상수  $k$  의 값의 범위를 정하면?

- ①  $k < -5$                       ②  $k > -5$   
③  $-5 < k < 5$                       ④  $k < \sqrt{5}$   
⑤  $k > -\sqrt{5}$

14 다음의  $x, y$ 에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을  
나타내지 않는 것은?

- ①  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$   
②  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$   
③  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 3 = 0$   
④  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$   
⑤  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

15 직선  $4x + y - 2 = 0$ 에 평행하고 원  $x^2 + y^2 = 17$ 에  
접하는 직선이 점  $(2, k)$ 를 지날 때, 상수  $k$ 의 값을  
구하십시오. (단,  $k > 0$ 이다.)

16 직선  $x + y + 2 = 0$ 에 수직이고, 원  $x^2 + y^2 = 2$ 에  
접하는 직선의 방정식은?

- ①  $y = -x \pm \sqrt{2}$                       ②  $y = -x \pm 2$   
③  $y = x \pm \sqrt{2}$                       ④  $y = x \pm \sqrt{3}$   
⑤  $y = x \pm 2$

17

[2023년 3월 고2 9번 변형]

원  $x^2 + y^2 = r^2$  위의 점  $(a, 5\sqrt{3})$ 에서의 접선의 방정식이  $x - \sqrt{3}y + b = 0$ 일 때,  $a + b + r$ 의 값은?  
(단,  $r$ 는 양수이고,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 21                      ② 23                      ③ 25  
④ 27                      ⑤ 29

18

원  $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 21 = 0$  위의 점  $(3, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면  $ax + by = 6$ 이 될 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① -1                      ② 0                      ③ 1  
④ 2                      ⑤ 3

19

직선  $x + ky - k^2 + 1 = 0$ 을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선이  $x - 4y + 3 = 0$ 일 때, 상수  $k, a$ 에 대하여  $ka$ 의 값은?

- ① 28                      ② 35                      ③ 42  
④ 56                      ⑤ 63

20

점  $(2, 4)$ 를 점  $(-6, 5)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선  $2x + 7y - 3 = 0$ 이 직선  $2x + py + q = 0$ 으로 옮겨질 때, 상수  $p, q$ 에 대하여  $p + q$ 의 값을 구하시오.

21

원  $(x - 3)^2 + (y - a)^2 = 36$ 을  $y$ 축의 방향으로  $-4$ 만큼 평행이동한 원이  $x$ 축에 접할 때, 상수  $a$ 의 값은?  
(단,  $a > 0$ 이다.)

- ① 8                      ② 9                      ③ 10  
④ 11                      ⑤ 12

22

평행이동  $(x, y) \rightarrow (x + 4, y - 1)$ 에 의하여 원  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + a = 0$ 이 원  $(x + b)^2 + (y + c)^2 = 10$ 으로 옮겨질 때, 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

23

[2021년 9월 고1 9번 변형]

좌표평면 위의 점  $(a, 2)$ 를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A라 하자. 점 A를  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표가  $(b, 5)$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

24

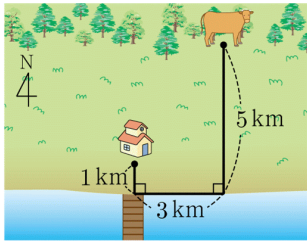
원  $x^2 + y^2 + ax + by - 8 = 0$ 을 직선  $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 중심이  $(-2, 2)$ 일 때,  $a - b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

25

직선  $3x - 4y + 1 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선은 원  $(x - a)^2 + (y - 2)^2 = 16$ 의 넓이를 이등분한다. 이때 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

- 26 직선  $7x - y = 13$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 직선을  $l$ , 원  $(x - 4)^2 + (y + k)^2 = 25$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 원을  $C$ 라 하자. 직선  $l$ 이 원  $C$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오.

- 27 철수의 집은 다리로부터 정북으로 1km 떨어져 있고, 시냇물이 정동에서 정서로 다리를 관통해서 흐르고 있다. 지금 철수는 다리에서 정동으로 3km, 정북으로 5km 떨어진 곳에서 소에게 풀을 먹이고 있다. 이때 철수가 시냇물로 가서 소에게 물을 먹이고 집으로 가는 최단 거리는?



- ① 5km      ② 6km      ③  $3\sqrt{5}$  km  
④  $5\sqrt{3}$  km      ⑤  $4\sqrt{5}$  km

- 28 좌표평면 위의 두 점  $A(10, 4)$ ,  $B(6, 2)$ 와 직선  $y = 3x - 6$  위의 한 점  $P$ 에 대하여  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하시오.

- 29 꼭짓점  $A$ 의 좌표가  $(-4, 3)$ 인  $\triangle ABC$ 에서 변  $BC$ 의 중점의 좌표가  $(-6, 1)$ 일 때,  $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는?

- ①  $\left(-\frac{14}{3}, 1\right)$       ②  $\left(-5, \frac{4}{3}\right)$       ③  $\left(-\frac{16}{3}, \frac{5}{3}\right)$   
④  $\left(-\frac{17}{3}, 2\right)$       ⑤  $\left(-6, \frac{7}{3}\right)$

- 30 좌표평면 위에 세 점  $A(3, a)$ ,  $B(b, 4)$ ,  $C(a, b)$ 가 있다. 선분  $AB$ 를 3 : 2로 내분하는 점의 좌표가  $P(b, a + 3)$ 일 때,  $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표를 구하면?

- ①  $(3, 2)$       ②  $\left(\frac{4}{3}, \frac{3}{2}\right)$   
③  $\left(\frac{4}{3}, 2\right)$       ④  $(2, 2)$   
⑤  $\left(\frac{5}{3}, 2\right)$

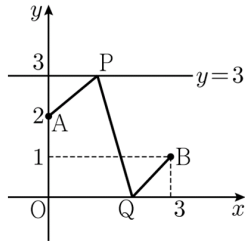
- 31 원  $x^2 + y^2 + 18x - 14y + 80 = 0$ 과 직선  $-3x + y - 14 = 0$ 의 두 교점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 중심의 좌표는?

- ①  $(-3, -5)$       ②  $(-3, 5)$       ③  $(3, -5)$   
④  $(3, 5)$       ⑤  $(3, 6)$

- 32 점  $(0, 1)$ 을 지나고 기울기가  $m$ 인 직선이 원  $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나서 생기는 현의 길이가 1일 때, 양수  $m$ 의 값은?

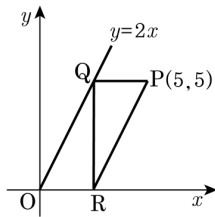
- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ②  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
④  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       ⑤  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

- 33** 다음 그림과 같이 두 점  $A(0, 2)$ ,  $B(3, 1)$ 과 직선  $y = 3$  위를 움직이는 점  $P$ ,  $x$ 축 위를 움직이는 점  $Q$ 에 대하여  $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값은?



- ①  $4\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{33}$       ③  $\sqrt{34}$   
 ④  $\sqrt{35}$       ⑤ 6

- 34** 다음 그림에서 점  $P(5, 5)$ 와 직선  $y = 2x$  위의 점  $Q$ ,  $x$ 축 위의 점  $R$ 에 대하여  $\triangle PQR$ 의 둘레의 길이의 최솟값은?



- ①  $4\sqrt{10}$       ②  $8\sqrt{2}$   
 ③  $5\sqrt{5}$       ④  $2\sqrt{29}$   
 ⑤ 2

교과서\_미래엔 - 공통수학2 1단원-도형 의 방정식  
선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

빠른정답

01 6	02 -11	03 ①
04 ③	05 ①	06 ①
07 2	08 -22	09 ④
10 ④	11 ①	12 ③
13 ②	14 ③	15 9
16 ⑤	17 ③	18 ③
19 ④	20 13	21 ③
22 ①	23 ③	24 8
25 3	26 41	27 ③
28 10	29 ③	30 ⑤
31 ②	32 ①	33 ③
34 ①		

## 교과서\_미래엔 - 공통수학2 1단원-도형 의 방정식

### 선분의 내분, 내분점의 좌표 ~ 대칭이동

#### 01 정답 6

**해설** 선분 AB를 1:2로 내분하는 점 P의 좌표는  

$$\left( \frac{1 \cdot a + 2 \cdot (-3)}{1+2}, \frac{1 \cdot 8 + 2 \cdot (-5)}{1+2} \right), \text{ 즉}$$

$$\left( \frac{a-6}{3}, -\frac{2}{3} \right)$$
 이 점이 y축 위에 있으므로  

$$\frac{a-6}{3} = 0$$

$$\therefore a = 6$$

#### 02 정답 -11

**해설**  $\overline{AB}$ 를 3:b로 내분하는 점의 좌표가 (2, -1)이므로  

$$\frac{3 \cdot 12 + b \cdot (-4)}{3+b} = 2, \frac{3 \cdot a + b \cdot 8}{3+b} = -1$$

$$36 - 4b = 6 + 2b, 3a + 8b = -3 - b$$

$$b = 5, a + 3b = -1$$
 따라서  $a = -16, b = 5$ 이므로  

$$a + b = -11$$

#### 03 정답 ①

**해설** 직선  $4x + 2y + 1 = 0$ , 즉  $y = -2x - \frac{1}{2}$ 에  
 평행한 직선의 기울기는 -2이다.  
 따라서 점 (4, -2)를 지나고 기울기가 -2인  
 직선의 방정식은  

$$y - (-2) = -2(x - 4)$$

$$\therefore y = -2x + 6$$
 이 직선이 점 (a, 4)를 지나므로  

$$4 = -2a + 6$$

$$\therefore a = 1$$

#### 04 정답 ③

**해설** 두 직선  $ax - 3y + 6 = 0, -2x + 6y + 12 = 0$ 에 대하여  
 (i) 두 직선이 평행할 때,  

$$\frac{a}{-2} = \frac{-3}{6} \neq \frac{6}{12}$$

$$\therefore a = 1$$
 (ii) 두 직선이 수직일 때,  

$$-2a - 18 = 0$$

$$\therefore a = -9$$
 (i), (ii)에 의하여  $p = 1, q = -9$ 이므로  

$$pq = -9$$

#### 05 정답 ①

**해설** 두 직선이 평행하면 기울기가 일치한다.  

$$\rightarrow -a = -\frac{2}{b} \quad \cdots \textcircled{A}$$
 두 직선이 수직하면 기울기의 곱이 -1이다.  

$$\rightarrow -a \times -\frac{1}{(a-1)} = -1 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$\therefore \textcircled{A}, \textcircled{B} \text{를 연립하면, } a = \frac{1}{2} \quad b = 4$$

$$\therefore 2a + b = 5$$

#### 06 정답 ①

**해설** 두 직선의 평행 조건을 이해하여 직선의 y절편을 구한다.  
 직선  $3x + 2y - 5 = 0$ , 즉  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ 의 기울기가  
 $-\frac{3}{2}$ 이므로 이 직선과 평행한 직선의 기울기는  $-\frac{3}{2}$   
 이때 기울기가  $-\frac{3}{2}$ 이고 점 (2, 3)을 지나는 직선의  
 방정식은  

$$y = -\frac{3}{2}(x - 2) + 3, \text{ 즉 } y = -\frac{3}{2}x + 6 \text{이므로}$$
 구하는 y절편은 6이다.

#### 07 정답 2

**해설**  $|3 - 1| = 2$

## 08 정답 -22

**해설** 주어진 두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 점 (3, 1)에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|6+5+a|}{\sqrt{2^2+5^2}} = \frac{|6-5+8|}{\sqrt{2^2+(-5)^2}}, |11+a|=9$$

$$11+a=\pm 9$$

$$\therefore a=-20 \text{ 또는 } a=-2$$

따라서 모든 실수  $a$ 의 값의 합은  $-22$ 이다.

## 09 정답 ④

**해설** 원의 중심이  $x$  축 위에 있으므로 원의 중심의 좌표를  $(a, 0)$ 으로 놓고, 반지름의 길이를  $r$ 라 하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + y^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

이 원이 두 점 (1, 1), (-3, 3)을 지나므로 두 점의 좌표를 각각  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$(1-a)^2 + 1^2 = r^2, (-3-a)^2 + 3^2 = r^2$$

$$\therefore a^2 - 2a + 2 = r^2, a^2 + 6a + 18 = r^2$$

위의 두 식을 연립하여 풀면  $a=-2, r^2=10$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = \sqrt{10} \quad (\because r > 0)$$

## 10 정답 ④

**해설**  $x^2 + y^2 - 6x - 2ay - 12 = 0$ 에서

$$(x-3)^2 + (y-a)^2 = a^2 + 21$$

직선  $y=2x+1$ 이 원의 중심 (3,  $a$ )를 지나므로

$$a=7$$

## 11 정답 ①

**해설** 원의 중심의 좌표를  $P(p, q)$ 라 하면  $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{에서 } \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \text{이므로}$$

$$(p+1)^2 + (q+1)^2 = (p-3)^2 + (q+1)^2$$

$$8p=8$$

$$\therefore p=1$$

$$\overline{PB} = \overline{PC} \text{에서 } \overline{PB}^2 = \overline{PC}^2 \text{이므로}$$

$$(p-3)^2 + (q+1)^2 = (p-2)^2 + (q-1)^2$$

$$2p-4q-5=0 \quad \dots \textcircled{2}$$

$p=1$ 을  $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$4q=-3$$

$$\therefore q=-\frac{3}{4}$$

따라서  $p=1, q=-\frac{3}{4}$ 이므로

$$p+q=\frac{1}{4}$$

## 12 정답 ③

**해설** 구하는 원의 방정식을  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이라 하면 세 점 (-1, 1), (2, 2), (6, 0)을 지나므로

$$1+1-a+b+c=0$$

$$\therefore a-b-c=2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$4+4+2a+2b+c=0$$

$$\therefore 2a+2b+c=-8 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$36+6a+c=0$$

$$\therefore 6a+c=-36 \quad \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면

$$a=-4, b=6, c=-12$$

즉,  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ 에서

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$$

따라서 원의 중심의 좌표는 (2, -3)이다.

## 13 정답 ②

**해설** 원  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 을 표준형으로 고치면,

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = k+5$$

이 때,  $k+5 > 0$  이어야 하므로  $k > -5$

## 14 정답 ③

**해설** ①  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$   
 ②  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$   
 ③  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = -1$   
 ④  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$   
 ⑤  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$

## 15 정답 9

**해설** 직선  $4x + y - 2 = 0$ 에 평행한 직선의 기울기는  $-4$ 이므로 원  $x^2 + y^2 = 17$ 에 접하고 기울기가  $-4$ 인 접선의 방정식은

$$y = -4x \pm 17$$

이 접선이 점 (2,  $k$ )를 지나므로

$$k = -25 \text{ 또는 } k = 9$$

이때  $k > 0$ 이므로  $k = 9$



## 16 정답 ⑤

**해설**  $x+y+2=0$ 에서  $y=-x-2$ 이므로  
(기울기)=-1  
이 직선에 수직인 접선의 기울기는 1이므로 기울기가  
1이고, 원  $x^2+y^2=2$ 에 접하는 직선의 방정식은  
 $y=x\pm\sqrt{2}\sqrt{1^2+1}$   
 $\therefore y=x\pm 2$

## 17 정답 ③

**해설** 원  $x^2+y^2=r^2$  위의 점  $(a, 5\sqrt{3})$ 에서의 접선의  
방정식은  
 $ax+5\sqrt{3}y=r^2$ ,  $ax+5\sqrt{3}y-r^2=0$   
이 접선이 직선  $x-\sqrt{3}y+b=0$ 과 일치하므로  
 $\frac{a}{1}=\frac{5\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}=\frac{-r^2}{b}$   
 $\therefore a=-5, r^2=5b \quad \dots \textcircled{1}$   
또, 점  $(a, 5\sqrt{3})$ 이 원  $x^2+y^2=r^2$  위의 점이므로  
 $a^2+(5\sqrt{3})^2=r^2$   
 $r^2=(-5)^2+(5\sqrt{3})^2=100$   
이때  $r>0$ 이므로  
 $r=10$   
 $\textcircled{1}$ 에서  $b=\frac{r^2}{5}=\frac{100}{5}=20$   
따라서  $a=-5, b=20, r=10$ 이므로  
 $a+b+r=25$

## 18 정답 ③

**해설**  $x^2+y^2-10x+2y+21=0$ 에서  
 $(x-5)^2+(y+1)^2=5$   
원의 중심  $(5, -1)$ 과 점  $(3, 0)$ 을 지나는  
직선의 기울기는  $\frac{-1-0}{5-3}=-\frac{1}{2}$   
따라서 점  $(3, 0)$ 에서의 접선의 기울기는 2이므로  
접선의 방정식은  $y-0=2(x-3)$   
 $\therefore 2x-y=6$   
 $\therefore a=2, b=-1$   
 $\therefore a+b=1$

## 19 정답 ④

**해설** 평행이동한 직선의 방정식은  
 $(x-a)+k(y-1)-k^2+1=0$   
 $\therefore x+ky-a-k^2-k+1=0$   
이 직선이 직선  $x-4y+3=0$ 과 일치하므로  
 $k=-4, -a-k^2-k+1=3$   
따라서  $k=-4, a=-14$ 이므로  
 $ka=56$

## 20 정답 13

**해설** 점  $(2, 4)$ 를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  
 $b$ 만큼 평행이동한 점의 좌표가  $(-6, 5)$ 라 하면  
 $2+a=-6, 4+b=5$   
 $\therefore a=-8, b=1$   
직선  $2x+7y-3=0$ 을  $x$ 축의 방향으로  $-8$ 만큼,  
 $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 직선의 방정식은  
 $2(x+8)+7(y-1)-3=0$   
 $\therefore 2x+7y+6=0$   
따라서  $p=7, q=6$ 이므로  
 $p+q=13$

## 21 정답 ③

**해설** 원  $(x-3)^2+(y-a)^2=36$ 을  $y$ 축의 방향으로  $-4$ 만큼  
평행이동한 도형의 방정식은  
 $(x-3)^2+(y+4-a)^2=36$   
즉, 원의 중심이 점  $(3, a-4)$ 이고 반지름의 길이가 6인  
원이다. 이때 이 원이  $x$ 축에 접하므로  
 $|a-4|=6$   
 $a-4=6$  또는  $a-4=-6$ 에서  $a=10$  또는  $a=-2$   
이때  $a>0$ 이므로  
 $a=10$

## 22 정답 ①

**해설** 평행이동  $(x, y) \rightarrow (x+4, y-1)$ 은 주어진 점을  
 $x$ 축의 방향으로 4만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼  
평행이동하는 것을 의미한다.  
 $x^2+y^2-4x+6y+a=0$ 에서  
 $(x-2)^2+(y+3)^2=13-a$   
주어진 평행이동에 의하여 이 원이 옮겨지는 원의 방정식은  
 $\{(x-4)-2\}^2+\{(y+1)+3\}^2=13-a$   
 $\therefore (x-6)^2+(y+4)^2=13-a$   
이 원이 원  $(x+b)^2+(y+c)^2=10$ 과 일치하므로  
 $a=3, b=-6, c=4$   
 $\therefore a+b+c=3+(-6)+4=1$

## 23 정답 ③

**해설** 점  $(a, 2)$ 를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 A의 좌표는  $(2, a)$ 이고, 점 A를  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는  $(-2, a)$ 이므로  
 $a = 5, b = -2$   
 $\therefore a + b = 3$

## 24 정답 8

**해설** 원  $x^2 + y^2 + ax + by - 8 = 0$ 을 표준형으로 고치면  
 $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{4} + 8$   
 이므로 원의 중심  $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$ 를  
 직선  $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하면  $\left(\frac{b}{2}, \frac{a}{2}\right)$   
 이 점이  $(-2, 2)$ 와 일치하므로  
 $\frac{b}{2} = -2, \frac{a}{2} = 2$   
 따라서  $a = 4, b = -4$ 이므로  
 $a - b = 8$

## 25 정답 3

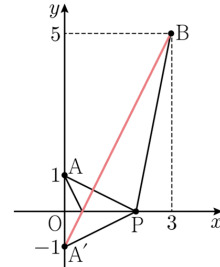
**해설** 직선  $3x - 4y + 1 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은  
 $3(-x) - 4(-y) + 1 = 0$   
 $3x - 4y - 1 = 0$   
 이 직선이 원의 중심인 점  $(a, 2)$ 를 지날 때  
 원의 넓이를 이등분하므로  
 $3a - 4 \cdot 2 - 1 = 0, a = 3$

## 26 정답 41

**해설** 직선  $l$ 의 방정식은  $7x + y = 13$   
 원  $C$ 의 방정식은  $(x + 4)^2 + (y - k)^2 = 25$   
 직선  $l$ 이 원  $C$ 의 중심  $(-4, k)$ 를 지나야 하므로  
 $-28 + k = 13$   
 $\therefore k = 41$

## 27 정답 ③

**해설** 다음 그림과 같이 다리가 시작하는 위치를 원점 O, 철수의 집의 위치를 점 A, 소의 위치를 점 B라 하면  
 $A(0, 1), B(3, 5)$



점 A를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점은  $A'(0, -1)$   
 이때 철수가  $x$ 축의 시냇물을 거치는 지점을 P라 하면  
 철수가 집으로 가는 최단 거리는  
 $\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB}$   
 $\geq \overline{A'B}$   
 $= \sqrt{(3-0)^2 + (5+1)^2}$   
 $= 3\sqrt{5} \text{ (km)}$

## 28 정답 10

**해설** 점 A(10, 4)를 직선  $y = 3x - 6$ 에 대하여 대칭이동한 점을  $A'(a, b)$ 라 하면

(i) 두 점 A, A'의 중점  $\left(\frac{10+a}{2}, \frac{4+b}{2}\right)$ 가

직선  $y = 3x - 6$  위의 점이므로

$$\frac{4+b}{2} = 3\left(\frac{10+a}{2}\right) - 6$$

$$\therefore 3a - b = -14 \quad \dots \textcircled{1}$$

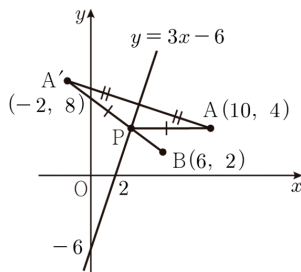
(ii) 두 점 A, A'을 지나는 직선은 직선  $y = 3x - 6$ 과 수직이므로

$$\frac{b-4}{a-10} = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore a + 3b = 22 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $a = -2, b = 8$

$$\therefore A'(-2, 8)$$



한편,  $\overline{PA} = \overline{PA'}$ 이므로 위의 그림에서

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{BP} &= \overline{PA'} + \overline{PB} \\ &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{8^2 + (-6)^2} \\ &= 10 \end{aligned}$$

## 29 정답 ③

**해설** 변 BC의 중점을 M이라 하면  $\triangle ABC$ 의 무게중심은 선분 AM을 2:1로 내분하는 점이므로

무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2 \cdot (-6) + 1 \cdot (-4)}{2+1}, \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{2+1}\right)$$

$$\text{즉, } \left(-\frac{16}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

## 30 정답 ⑤

**해설**  $\frac{3b+2 \cdot 3}{3+2} = b, \frac{3 \cdot 4+2 \cdot a}{3+2} = a+3$  이므로,

$$3b+6=5b, 12+2a=5(a+3) \text{ 에서 } a=-1, b=3$$

A(3, -1), B(3, 4), C(-1, 3) 이므로

삼각형 ABC의 무게중심을 G(x, y) 라 하면

$$x = \frac{3+3-1}{3} = \frac{5}{3}, y = \frac{-1+4+3}{3} = 2$$

$$\therefore G\left(\frac{5}{3}, 2\right)$$

## 31 정답 ②

**해설** 직선의 방정식을 원의 방정식에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 6x + 8 = 0, (x+4)(x+2) = 0$$

$$x = -4 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 원과 직선의 두 교점의 좌표는 (-4, 2), (-2, 8)

이때 원의 중심은 두 점 (-4, 2), (-2, 8)을 이은 선분의

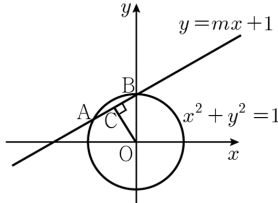
$$\text{중점이므로 } \left(\frac{-4-2}{2}, \frac{2+8}{2}\right)$$

즉, (-3, 5)이다.

## 32 정답 ①

**해설** 점  $(0, 1)$ 을 지나고 기울기가  $m$ 인 직선의 방정식은  $y = mx + 1$

다음 그림과 같이 이 직선이 원  $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나는 두 교점을 각각 A, B라 하고, 원점 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 C라 하자.



이때  $\overline{AB} = 1$ 에서  $\overline{AC} = \frac{1}{2}$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{OC} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

즉, 원점 O에서 직선  $y = mx + 1$ 까지의 거리가

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3m^2 + 3} = 2$$

따라서  $3m^2 + 3 = 4$ 이므로

$$m^2 = \frac{1}{3}$$

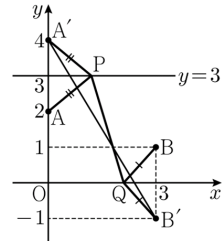
$$\therefore m = \frac{\sqrt{3}}{3} (\because m > 0)$$

## 33 정답 ③

**해설** 점  $A(0, 2)$ 를 직선  $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 점을

$A'(a, b)$ 라 하면  $\overline{AA'}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{0+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right), \text{ 즉 } \left(\frac{a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$$



이 점이 직선  $y = 3$  위의 점이므로  $\frac{2+b}{2} = 3$

$$\therefore b = 4$$

또, 직선  $AA'$ 이 직선  $y = 3$ 과 수직이므로  $a = 0$

따라서 점  $A'$ 의 좌표는  $(0, 4)$

점  $B(3, 1)$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $B'$ 이라 하면

$B'(3, -1)$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\ &\geq \overline{A'B'} \\ &= \sqrt{(3-0)^2 + (-1-4)^2} \\ &= \sqrt{34} \end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은  $\sqrt{34}$ 이다.

## 34 정답 ①

**해설**  $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP}$ 의 최솟값은 P를  $y = 2x$ 에 대해

대칭시킨  $P'$ 와  $x$ 축에 대해 대칭이동시킨  $P''(5, -5)$

사이 거리와 같다.

$P' = (a, b)$ 라 하면  $\overline{PP'}$ 은  $y = 2x$ 에 수직이고

$\overline{PP'}$ 의 중점은  $y = 2x$  위에 있다

$$\therefore P' = (1, 7)$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{PR} &\geq \overline{P'P''} = \sqrt{4^2 + 12^2} \\ &= 4\sqrt{10} \end{aligned}$$