

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p\_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

- 01** 두 집합  $X=\{1, 2, 3\}$ ,  $Y=\{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

〈모 기〉	
ㄱ. $y=x+2$	ㄴ. $y=\begin{cases} x^2 (x\text{는 짝수}) \\ x+1 (x\text{는 홀수}) \end{cases}$
ㄷ. $y=(x\text{의 양의 약수})$	

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 02** 집합  $X=\{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 보기 중 함수  $f: X \rightarrow X$ 로 가능한 것의 개수는?

〈보기〉	
ㄱ. $f(x)=-x$	ㄴ. $f(x)=x^2$
ㄷ. $f(x)= x $	ㄹ. $f(x)=\frac{1}{x}$
ㅁ. $f(x)=\sqrt{x}$	

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

- 03** 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f, g$ 에 대하여 함수  $f$ 는 항등함수이고, 함수  $g$ 는 상수함수이다.  $f(5)+g(5)=7$ 일 때,  $f(7)+g(7)$ 의 값을 구하시오.

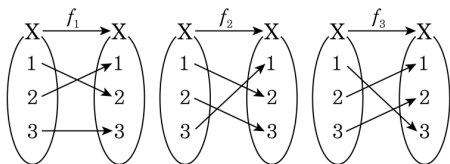
- 04** 두 함수  $f(x)=x-2$ ,  $g(x)=-x^2-1$ 에 대하여  $(f \circ g)(0)$ 의 값을 구하시오.

- 05** 세 함수  $f(x)=-x+3$ ,  $g(x)=x^2$ ,  $h(x)=-3x$ 에 대하여  $(f \circ g \circ h)(1)$ 의 값은?

- ① -10                      ② -8                      ③ -6  
 ④ -4                      ⑤ -2

06 [2019년 3월 고2 문과 8번/3점]  
함수  $f(x) = 2x - 1$ 에 대하여  $(f \circ f)(5)$ 의 값은?  
① 11                      ② 13                      ③ 15  
④ 17                      ⑤ 19

07 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 에서  $X$ 로의 일대일대응  $f_1, f_2, f_3$ 가 다음과 같다. 이 때, 다음 중  $f_2 \circ f_2$ 와 같은 것은?



- ①  $f_1$                       ②  $f_2$                       ③  $f_3$   
④  $f_1 \circ f_1$               ⑤  $f_3 \circ f_3$

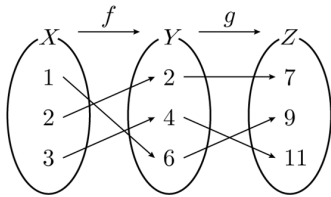
08 함수  $f(x) = x - 2$ 에 대하여  $(f \circ f)(0)$ 의 값을 구하시오.

09 두 함수  $f(x) = x^2, g(x) = x + 2$ 에 대하여  $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?  
①  $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$   
②  $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$   
③  $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$   
④  $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$   
⑤  $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

10 두 함수  $f(x) = x^2 + x + 1, g(x) = 4x - 7$ 에 대하여  $(f \circ g \circ f)(-1)$ 의 값을 구하시오.

11 [2018년 9월 고2 문과 24번 변형]  
함수  $f(x) = 2x + 3$ 에 대하여  $f^{-1}(17)$ 의 값을 구하시오.

- 12** 다음 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$g^{-1}(9) + (g \circ f)(2)$ 의 값은?

- ① 11                      ② 13                      ③ 15  
④ 17                      ⑤ 19

- 13** 함수  $f(x) = 2x + 3$ 에 대하여  $(g \circ f)(x) = x$ 를 만족시키는 함수  $g(x)$ 는?

- ①  $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$                       ②  $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$   
③  $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$                       ④  $g(x) = x - 3$   
⑤  $g(x) = 2x + 3$

- 14** 집합  $X = \{1, 2\}$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 + x + a, g(x) = x^2 + bx + 1$ 에 대하여  $f = g$ 일 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
④ 6                      ⑤ 7

- 15** 집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2, g(x) = x^2 + 4x - 3$ 에 대하여  $f = g$ 가 되도록 하는 집합  $X$ 의 개수를 구하시오. (단,  $X \neq \emptyset$ )

- 16** 두 함수  $f(x) = \begin{cases} 1 & (x < 1) \\ -2x + 3 & (x \geq 1) \end{cases}, g(x) = 3x^2 - 2$ 에 대하여  $(g \circ f)\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.

- 17** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가  $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & (x \text{가 짝수일 때}) \\ -x + 5 & (x \text{가 홀수일 때}) \end{cases}$ 일 때,  $(f \circ f)(3)$ 의 값은?

- ① -1                      ② 0                      ③ 1  
④ 2                      ⑤ 3

**18** 두 함수  $f(x) = 3x + 1$ ,  $h(x) = 9x - 5$ 에서  $(f \circ g)(x) = h(x)$ 를 만족시키는 함수  $g(x)$ 는?

- ①  $g(x) = 3x - 1$       ②  $g(x) = 3x - 2$   
 ③  $g(x) = 3x + 2$       ④  $g(x) = 6x - 2$   
 ⑤  $g(x) = 6x - 5$

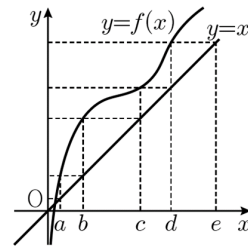
**19** 두 함수  $f(x) = 3x - 2$ ,  $g(x) = 6x^2 + 7$ 에서  $(f \circ h)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 함수  $h(x)$ 는?

- ①  $h(x) = 2x^2 - 2$       ②  $h(x) = 2x^2 + 3$   
 ③  $h(x) = 3x^2 - 2$       ④  $h(x) = 3x^2 - 3$   
 ⑤  $h(x) = 3x^2 + 5$

**20** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = ax + b$ 에 대하여  $f(1) = 5$ ,  $f^{-1}(11) = -2$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.)

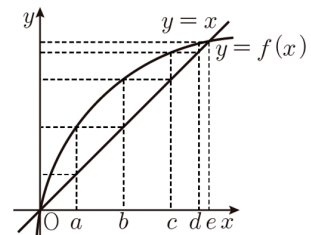
**21** [2017년 9월 고2 이과 24번/3점]  
 일차함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.  
 $f(14) = 3$ ,  $g(2) = 11$ 일 때,  $g(6)$ 의 값을 구하시오.

**22** 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 가 다음 그림과 같을 때,  $(f \circ f)(k) = d$ 를 만족시키는  $k$ 의 값은?  
 (단, 모든 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행하다.)



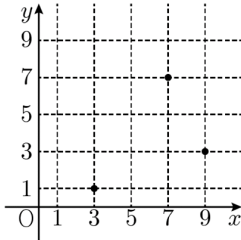
- ①  $a$       ②  $b$       ③  $c$   
 ④  $d$       ⑤  $e$

**23** 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 가 다음 그림과 같을 때,  $f^{-1}(b)$ 의 값은?  
 (단, 모든 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행하다.)

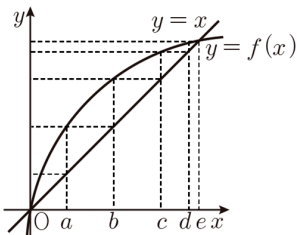


- ①  $a$       ②  $b$       ③  $c$   
 ④  $d$       ⑤  $e$

- 24** 집합  $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 가 있다. 다음 그림은 함수  $y = f(x)$ 의 그래프의 일부를 나타낸 것이다. 함수  $f(x)$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 가 존재할 때,  $f^{-1}(5) + f^{-1}(9)$ 의 값을 구하시오.

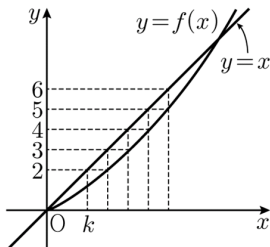


- 25** 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x$ 가 다음 그림과 같을 때,  $(f \circ f)^{-1}(d)$ 의 값은?  
(단, 모든 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행하다.)



- ①  $a$                       ②  $b$                       ③  $c$   
④  $d$                       ⑤  $e$

- 26**  $x \geq 0$ 에서 정의된 두 함수  $y = f(x)$ 와  $y = x$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



$f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $(g \circ g)(k)$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축에 평행하다.)

- 27** 두 집합  $X = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ,  
 $Y = \{y | 1 \leq y \leq 13\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a - b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a < 0$ )

- 28** [2019년 11월 고1 28번 변형]  
두 함수  $f(x) = 2x + a$ ,  $g(x) = \begin{cases} 3x - 9 & (x < a) \\ x^2 & (x \geq a) \end{cases}$ 에  
대하여  $(g \circ f)(2) + (f \circ g)(4) = 58$ 을 만족시키는 모든  
실수  $a$ 의 값의 합을  $S$ 라 할 때,  $S^2$ 의 값을 구하시오.

- 29** 두 함수  $f(x) = 5x - 2$ ,  $g(x) = x^2 + 6x + a$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(g \circ f)(x) \geq 0$ 을 만족할 때, 실수  $a$ 의  
최솟값은?

- ① 8                      ② 9                      ③ 10  
④ 11                      ⑤ 12

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p\_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

### 빠른정답

01 ②	02 ③	03 9
04 -3	05 ③	06 ④
07 ③	08 -4	09 ①
10 7	11 7	12 ②
13 ②	14 ⑤	15 3
16 10	17 ③	18 ②
19 ②	20 5	21 23
22 ②	23 ①	24 6
25 ②	26 4	27 -10
28 81	29 ②	

# 교과서\_미래엔 - 공통수학2 (함수)118~119p\_중단원

함수의 개념과 그래프 ~ 역함수

실시일자	-
29문제 / DRE수학	

## 유형별 학습

이름

### 01 정답 ②

**해설**  $\neg$ .  $X$ 의 원소 3에 대응하는  $Y$ 의 값이 없으므로 함수가 아니다.  
 $\sqcup$ .  $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 4$ ,  
 곧  $X$ 의 모든 원소가  $Y$ 의 원소 하나에 대응하므로 함수이다.  
 $\sqsubset$ .  $X$ 의 원소 2, 3에 대응하는  $Y$ 의 값이 각각 2개이므로 함수가 아니다.

### 02 정답 ③

**해설**  $\neg$ .  $f(x) = -x$ 에서  $f(-1) = 1 \in X, f(0) = 0 \in X, f(1) = -1 \in X$ 이므로  $X$ 에서  $X$ 로의 함수이다.  
 $\sqcup$ .  $f(x) = x^2$ 에서  $f(-1) = 1 \in X, f(0) = 0 \in X, f(1) = 1 \in X$ 이므로  $X$ 에서  $X$ 로의 함수이다.  
 $\sqsubset$ .  $f(x) = |x|$ 에서  $f(-1) = 1 \in X, f(0) = 0 \in X, f(1) = 1 \in X$ 이므로  $X$ 에서  $X$ 로의 함수이다.  
 $\rceil$ .  $f(x) = \frac{1}{x}$ 에서  $f(0)$ 이 정의되지 않으므로  $X$ 에서  $X$ 로의 함수가 아니다.  
 $\sqsupset$ .  $f(x) = \sqrt{x}$ 에서  $f(-1) = i \notin X$ 이므로  $X$ 에서  $X$ 로의 함수가 아니다.  
 따라서 함수  $f: X \rightarrow X$ 로 가능한 것은  $\neg, \sqcup, \sqsubset$ 의 3개이다.

### 03 정답 9

**해설** 함수  $f$ 는 항등함수이므로  
 $f(5) = 5, f(7) = 7$   
 $f(5) + g(5) = 7$ 에서  $5 + g(5) = 7$   
 $\therefore g(5) = 2$   
 함수  $g$ 는 상수함수이므로  
 $g(7) = g(5) = 2$   
 $\therefore f(7) + g(7) = 7 + 2 = 9$

### 04 정답 -3

**해설**  $(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(-1) = -3$

### 05 정답 ③

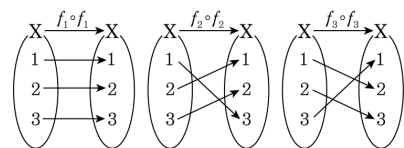
**해설**  $(f \circ g \circ h)(1) = f(g(h(1))) = f(g(-3))$   
 $= f(9)$   
 $= -6$

### 06 정답 ④

**해설**  $f(x) = 2x - 1$ 에서  
 $f(5) = 2 \times 5 - 1 = 9$ 이므로  
 $(f \circ f)(5) = f(f(5)) = f(9) = 2 \times 9 - 1 = 17$   
 [다른 풀이]  
 $(f \circ f)(x) = f(f(x))$   
 $= f(2x - 1)$   
 $= 2(2x - 1) - 1$   
 $= 4x - 3$

### 07 정답 ③

**해설** 보기의 합성함수를 각각 구해보면



위 그림에서  $f_2 \circ f_2 = f_3$ 임을 알 수 있다.

### 08 정답 -4

**해설**  $(f \circ f)(0) = f(f(0)) = f(-2) = -4$

### 09 정답 ①

**해설** 두 함수  $f(x) = x^2, g(x) = x + 2$ 에 대하여  
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

**10** 정답 7

**해설**  $f(-1)=1$ 이므로  
 $(g \circ f)(-1)=g(f(-1))=g(1)=-3$   
 $\therefore (f \circ g \circ f)(-1)=f(-3)=7$

**11** 정답 7

**해설** 함수  $f(x)=2x+3$ 에서  $f^{-1}(17)=k$ 라 하면  
 역함수의 성질에 의하여  
 $f(k)=2k+3=17$ 이므로  $k=7$   
 따라서  $f^{-1}(17)=7$

**12** 정답 ②

**해설**  $g^{-1}(9)=k$  ( $k$ 는 상수)라 하면  $g(k)=9$ 이므로  
 $k=6$   
 $(g \circ f)(2)=g(f(2))=g(2)=7$   
 $\therefore g^{-1}(9)+(g \circ f)(2)=6+7=13$

**13** 정답 ②

**해설**  $(g \circ f)(x)=g(f(x))=x$ 이므로  
 $f(x)=g^{-1}(x)$   
 $\therefore g(x)=f^{-1}(x)$   
 즉, 함수  $g(x)$ 는 함수  $f(x)$ 의 역함수이므로  
 $y=2x+3$ 으로 놓고  $x$ 에 대하여 정리하면  
 $2x=y-3$   
 $\therefore x=\frac{1}{2}y-\frac{3}{2}$   
 $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  
 $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$   
 $\therefore g(x)=f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

**14** 정답 ⑤

**해설** 정의역은  $X=\{1, 2\}$ 이고  $f=g$ 이므로  
 $f(1)=g(1), f(2)=g(2)$ 가 성립한다.  
 $f(1)=g(1)$ 에서  
 $2+1+a=1+b+1$   
 $\therefore a-b=-1 \quad \dots \textcircled{㉠}$   
 $f(2)=g(2)$ 에서  
 $8+2+a=4+2b+1$   
 $\therefore a-2b=-5 \quad \dots \textcircled{㉡}$   
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면  
 $a=3, b=4$   
 $\therefore a+b=3+4=7$

**15** 정답 3

**해설**  $f(x)=g(x)$ 에서  $2x^2=x^2+4x-3$   
 $x^2-4x+3=0, (x-1)(x-3)=0$   
 $\therefore x=1$  또는  $x=3$   
 따라서 집합  $X$ 는  $\{1, 3\}$ 의 부분집합 중 공집합을 제외한  
 집합이므로  $\{1\}, \{3\}, \{1, 3\}$ 의 3개이다.

**16** 정답 10

**해설**  $f\left(\frac{5}{2}\right)=-2 \cdot \frac{5}{2}+3=-2,$   
 $g(-2)=3 \cdot (-2)^2-2=10$ 이므로  
 $(g \circ f)\left(\frac{5}{2}\right)=g\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right)$   
 $=g(-2)$   
 $=10$

**17** 정답 ③

**해설**  $(f \circ f)(3)=f(f(3))=f(-3+5)$   
 $=f(2)=2 \cdot 2-3$   
 $=1$

**18** 정답 ②

**해설**  $(f \circ g)(x)=f(g(x))=3g(x)+1$   
 이때  $(f \circ g)(x)=h(x)$ 이므로  
 $3g(x)+1=9x-5$   
 $3g(x)=9x-6$   
 $\therefore g(x)=3x-2$



## 19 정답 ②

**해설**  $(f \circ h)(x) = f(h(x)) = 3h(x) - 2$   
 이때  $(f \circ h)(x) = g(x)$ 이므로  
 $3h(x) - 2 = 6x^2 + 7$ ,  $3h(x) = 6x^2 + 9$   
 $\therefore h(x) = 2x^2 + 3$

## 20 정답 5

**해설**  $f(1) = 5$ 에서  $a + b = 5$  ... ㉠  
 $f^{-1}(11) = -2$ 에서  $f(-2) = 11$ 이므로  
 $-2a + b = 11$  ... ㉡  
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면  $a = -2$ ,  $b = 7$   
 $\therefore a + b = 5$

## 21 정답 23

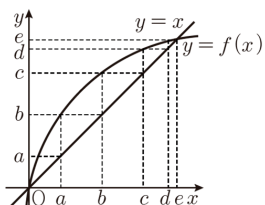
**해설** 역함수의 성질 이해하기  
 두 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  
 일차함수  $g(x) = ax + b$ 라 하자.  
 $f(14) = 3$ 이므로  $g(3) = 3a + b = 14$ 이고  
 $g(2) = 2a + b = 11$   
 그러므로  $a = 3$ ,  $b = 5$ ,  $g(x) = 3x + 5$   
 따라서  $g(6) = 23$

## 22 정답 ②

**해설**  $(f \circ f)(k) = f(f(k)) = d$   
 $f(c) = d$ 이므로  $f(k) = c$   
 $f(b) = c$ 이므로  $k = b$

## 23 정답 ①

**해설** 직선  $y = x$ 를 이용하여  $y$ 축과 점선이 만나는 점의  $y$ 좌표를 구하면 다음 그림과 같다.



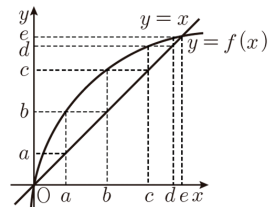
$f^{-1}(b) = k$ 라 하면  $f(k) = b$ 이므로  
 $k = a$   
 $\therefore f^{-1}(b) = a$

## 24 정답 6

**해설**  $f^{-1}(5) = a$ ,  $f^{-1}(9) = b$ 라 하면  
 $f(a) = 5$ ,  $f(b) = 9$   
 함수  $f$ 의 역함수가 존재하면  $f$ 는 일대일대응이므로  
 $a = 1$ ,  $b = 5$  또는  $a = 5$ ,  $b = 1$   
 $\therefore f^{-1}(5) + f^{-1}(9) = a + b = 6$

## 25 정답 ②

**해설** 직선  $y = x$ 를 이용하여  $y$ 축과 점선이 만나는 점의  $y$ 좌표를 구하면 다음 그림과 같다.



역함수의 성질에 의하여

$$(f \circ f)^{-1}(d) = (f^{-1} \circ f^{-1})(d) = f^{-1}(f^{-1}(d))$$

이때  $f^{-1}(d) = k$ 라 하면  $f(k) = d$ 이므로

$$k = c$$

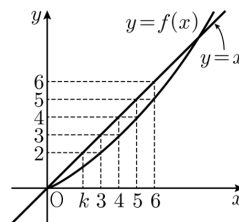
$f^{-1}(c) = l$ 이라 하면  $f(l) = c$ 이므로

$$l = b$$

$$\therefore (f \circ f)^{-1}(d) = f^{-1}(f^{-1}(d)) = f^{-1}(c) = b$$

## 26 정답 4

**해설** 직선  $y = x$ 를 이용하여  $x$ 축과 점선이 만나는 점의  $x$ 좌표를 구하면 다음 그림과 같다.



이때  $k = 2$ 이므로  $(g \circ g)(k) = (g \circ g)(2) = g(g(2))$

함수  $f(x)$ 의 역함수가  $g(x)$ 이므로

$$g(2) = p \text{ (} p \text{는 상수)라 하면 } f(p) = 2$$

위의 그래프에서  $f(3) = 2$ 이므로  $p = 3$

$$\therefore g(2) = 3$$

$$\therefore (g \circ g)(k) = (g \circ g)(2) = g(3)$$

$$g(3) = q \text{ (} q \text{는 상수)라 하면 } f(q) = 3$$

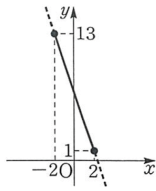
위의 그래프에서  $f(4) = 3$ 이므로  $q = 4$

$$\therefore g(3) = 4$$

$$\therefore (g \circ g)(k) = 4$$

## 27 정답 -10

해설



$a < 0$ 이므로 함수  $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응이 되려면  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.

이때 치역과 공역이 같으려면 그래프는 두 점  $(-2, 13)$ ,  $(2, 1)$ 을 지나야 하므로

$$13 = -2a + b \quad \dots \textcircled{1}$$

$$1 = 2a + b \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $a = -3$ ,  $b = 7$

$$\begin{aligned} \therefore a - b &= -3 - 7 \\ &= -10 \end{aligned}$$

## 28 정답 81

해설

$$(g \circ f)(2) = g(a+4) = (a+4)^2$$

$a \leq 4$ 일 때,

$$(f \circ g)(4) = f(16) = a + 32$$

$$(g \circ f)(2) + (f \circ g)(4) = a^2 + 9a + 48 = 58$$

$$a^2 + 9a - 10 = (a-1)(a+10) = 0$$

$$\therefore a = -10 \text{ 또는 } a = 1$$

$a > 4$ 일 때,  $(f \circ g)(4) = f(3) = a + 6$

$$(g \circ f)(2) + (f \circ g)(4) = a^2 + 9a + 22 = 58$$

$$a^2 + 9a - 36 = (a-3)(a+12) = 0$$

이때  $a > 4$ 를 만족하는  $a$ 의 값은 없다.

$$S = -10 + 1 = -9$$

$$\therefore S^2 = 81$$

## 29 정답 ②

해설

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= \{f(x)\}^2 + 6f(x) + a$$

$$= \{f(x)+3\}^2 - 9 + a \text{에서}$$

$f(x) = -3$ , 즉  $x = -\frac{1}{5}$ 일 때 함수  $(g \circ f)(x)$ 가 최솟값

$-9 + a$ 를 가지므로  $(g \circ f)(x) \geq 0$ 이 되려면

$-9 + a \geq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a \geq 9$$

따라서 구하는  $a$ 의 최솟값은 9이다.