

교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 (유리함수) 134~135p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
20문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 $\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1}$ 을 계산하면?

- ① $\frac{1}{x}$ ② $\frac{1}{x(x+1)}$
 ③ $\frac{2}{x(x+1)}$ ④ $\frac{1}{x(x+1)(x-1)}$
 ⑤ $\frac{2}{x(x+1)(x-1)}$

02 다음 <보기>의 \square 안에 공통으로 들어갈 알맞은 식은?

<보기>

$$\text{ㄱ. } \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} = \frac{\square+7}{(x+3)(x+4)}$$

$$\text{ㄴ. } \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = \frac{\square}{(x-y)(x+y)}$$

- ① $-x$ ② x
 ③ $2x$ ④ $3x$
 ⑤ $4x$

03 분수식 $\frac{x}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{x^2+2x}$ 를 간단히 하면?

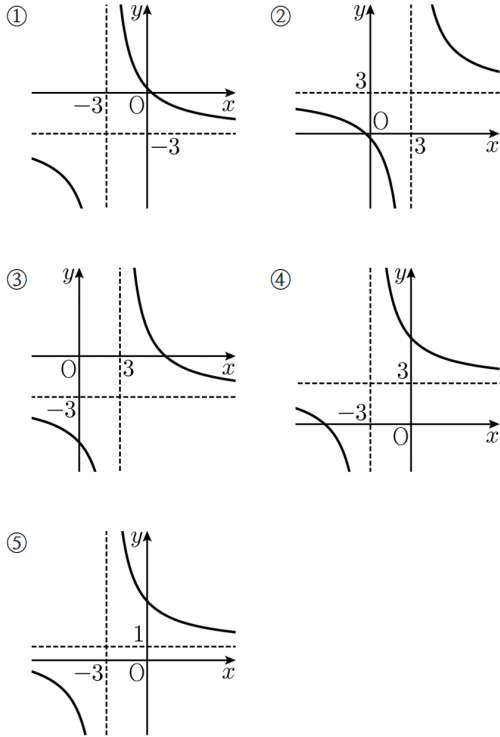
- ① $-\frac{1}{(x+2)^2}$ ② $\frac{1}{(x+2)^2}$ ③ $\frac{2}{(x+2)^2}$
 ④ $-\frac{1}{x(x+2)^2}$ ⑤ $\frac{1}{x(x+2)^2}$

04 $\frac{x}{x^2-xy} + \frac{y}{y^2-xy}$ 을 계산하여라.

05 다음 중 함수 $y = \frac{1}{2x} + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동한 그래프의 식은?

- ① $y = \frac{-4x+2}{2x-1}$ ② $y = \frac{-4x+3}{2x-2}$
 ③ $y = \frac{4x-3}{2x-2}$ ④ $y = \frac{4x+3}{2x+1}$
 ⑤ $y = \frac{4x+5}{2x+2}$

06 다음 중 유리함수 $y = \frac{1-3x}{x+3}$ 의 그래프로 옳은 것은?

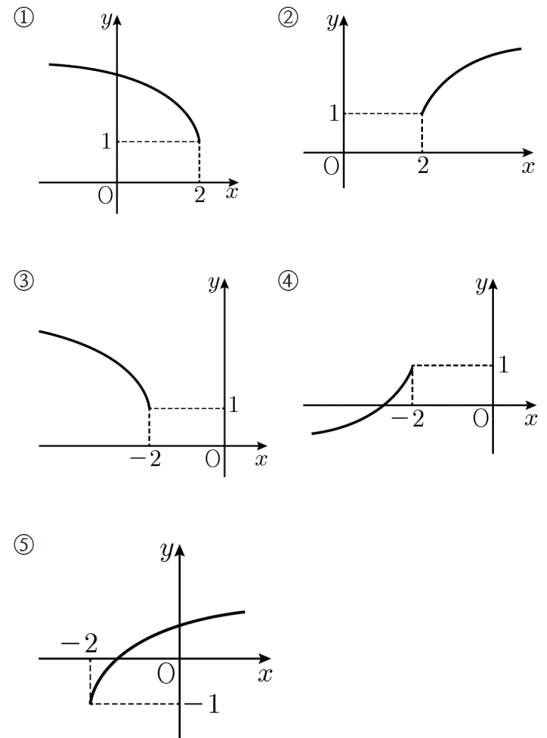


07 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ 의 값은?

- ① $-3+3\sqrt{2}$ ② $-1+3\sqrt{2}$
 ③ $3\sqrt{2}$ ④ $1+3\sqrt{2}$
 ⑤ $3+3\sqrt{2}$

08 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 의 값을 구하시오.

09 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6}+1$ 의 그래프는?



- 10 함수 $y = -\sqrt{4-x} + 1$ 에 대하여 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㄱ. 정의역은 $\{x | x \leq 4\}$ 이다.
 ㄴ. 치역은 $\{y | y \leq 1\}$ 이다.
 ㄷ. 그래프는 제2사분면을 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 11 다음 보기의 함수 중 그 그래프가 평행이동하여 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

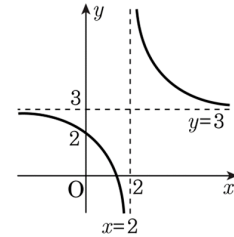
- ㄱ. $y = \frac{x}{x-1}$ ㄴ. $y = \frac{x+3}{x+1}$
 ㄷ. $y = \frac{x+1}{x-1}$ ㄹ. $y = \frac{-2x-1}{x+1}$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄹ

- 12 유리함수 $y = \frac{-x+k}{x+2}$ 의 그래프를 평행이동하면 유리함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프와 겹쳐질 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

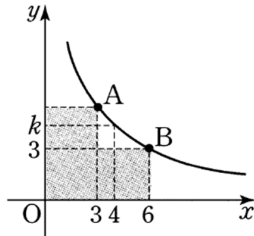
- 13 다음 그림과 같이 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프의

점근선이 $x=2$, $y=3$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?



- ① -6 ② -4 ③ -3
 ④ 2 ⑤ 7

- 14** 다음 그래프는 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프이다. 점 A, B를 지나는 것을 활용하여 이 그래프의 관계식을 구하시오.



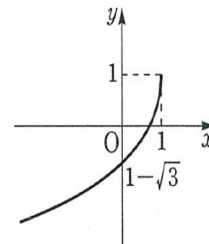
- ① $y = \frac{12}{x} (x > 0)$ ② $y = \frac{18}{x} (x > 0)$
 ③ $y = \frac{12}{x} (x < 0)$ ④ $y = \frac{18}{x} (x < 0)$
 ⑤ $y = -\frac{18}{x} (x > 0)$

- 15** $0 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $y = -\sqrt{x+a} + 3$ 의 최솟값이 0일 때, 최댓값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

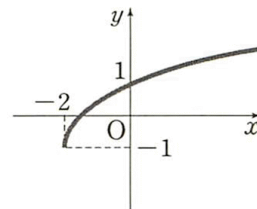
- 16** 함수 $y = \sqrt{8-2x} + a$ 의 최솟값이 -4 이고, 이 함수의 그래프가 점 $(b, 2)$ 를 지날 때, ab 의 값은?
 (단, a 는 상수이다.)

- ① 48 ② 52 ③ 56
 ④ 60 ⑤ 64

- 17** 무리함수 $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.



- 18** 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

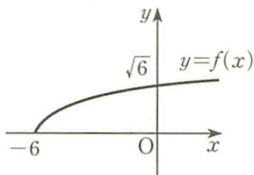


19 정의역이 $\{x \mid 1 < x \leq 4\}$ 인 함수 $y = \frac{2}{x-1} + a$ 의

최솟값이 $\frac{5}{3}$ 일 때, 실수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

20 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점을 P라 하고
두 그래프 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 가 각각 x 축, y 축과
만나는 점을 A, B라 할 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하시오.



교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 (유리함수)
134~135p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
20문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

빠른정답

01 ④	02 ③	03 ②
04 0	05 ⑤	06 ①
07 ②	08 10	09 ①
10 ③	11 ④	12 0
13 ③	14 ②	15 1
16 ③	17 1	18 5
19 ①	20 36	



교과서_천재교육(홍) - 공통수학2 (유리함수) 134~135p_중단원

유리함수의 그래프 ~ 무리함수의 그래프

실시일자	-
20문제 / DRE수학	

유형별 학습

이름

01 정답 ④

해설 $\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1}$

$$= \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x+1}{x(x+1)(x-1)} - \frac{x}{x(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{1}{x(x+1)(x-1)}$$

02 정답 ③

해설 ㄱ. $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} = \frac{x+4+x+3}{(x+3)(x+4)}$

$$= \frac{\boxed{2x} + 7}{(x+3)(x+4)}$$

ㄴ. $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = \frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)}$

$$= \frac{\boxed{2x}}{(x-y)(x+y)}$$

03 정답 ②

해설 $\frac{x}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{x^2+2x} = \frac{x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{x(x+2)}$

$$= \frac{1}{(x+2)^2}$$

04 정답 0

해설 (준식) $= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y}$

$$= 0$$

05 정답 ⑤

해설 $y = \frac{1}{2x} + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$$y = \frac{1}{2(x+1)} + 1 + 1 = \frac{1}{2x+2} + 2 = \frac{4x+5}{2x+2}$$

06 정답 ①

해설 $y = \frac{1-3x}{x+3} = \frac{-3(x+3)+10}{x+3} = \frac{10}{x+3} - 3$

따라서 $y = \frac{1-3x}{x+3}$ 의 그래프는 $y = \frac{10}{x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 것이므로 ①과 같다.

07 정답 ②

해설 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})} + \frac{2\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}+3}{3} + \frac{4\sqrt{2}-4}{2}$$

$$= -1 + 3\sqrt{2}$$

08 정답 10

해설 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{3-2}$$

$$= (5-2\sqrt{6}) + (5+2\sqrt{6})$$

$$= 10$$



09 정답 ①

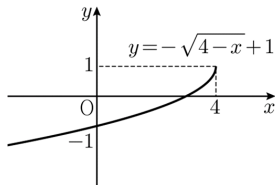
$$\begin{aligned}\text{해설 } y &= 2\sqrt{-3x+6}+1 \\ &= 2\sqrt{-3(x-2)}+1\end{aligned}$$

주어진 함수는 점 (2, 1)에서 시작하여

정의역이 $x \leq 2$ 이고 치역이 $y \geq 1$ 이므로 그래프는 ①이다.

10 정답 ③

해설 함수 $y = -\sqrt{4-x}+1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



ㄱ. 정의역은 $\{x|x \leq 4\}$ 이다. (참)

ㄴ. 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다. (참)

ㄷ. 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

11 정답 ④

$$\text{해설 } \text{ㄱ. } y = \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\text{ㄴ. } y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{(x+1)+2}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1$$

$$\text{ㄷ. } y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$$

$$\text{ㄹ. } y = \frac{-2x-1}{x+1} = \frac{-2(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 2$$

두 유리함수의 그래프가 평행이동에 의하여 겹쳐지려면

$$y = \frac{k}{x-p} + q (k \neq 0) \text{에서 } k \text{의 값이 같아야 하므로}$$

$$y = \frac{x}{2} \text{의 그래프와 겹쳐질 수 있는 함수는 ㄴ, ㄷ이다.}$$

12 정답 0

$$\begin{aligned}\text{해설 } y &= \frac{-x+k}{x+2} \\ &= \frac{-(x+2)+k+2}{x+2} \\ &= \frac{k+2}{x+2} - 1\end{aligned}$$

따라서 $y = \frac{-x+k}{x+2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k+2}{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼

평행이동한 것이고, 이 그래프를 평행이동하면 $y = \frac{2}{x}$ 의

그래프와 겹쳐지므로

$$y = \frac{k+2}{x} \Leftrightarrow y = \frac{2}{x}$$

즉, $k+2 = 2$ 에서 $k = 0$

13 정답 ③

해설 주어진 분수함수의 그래프의 점근선이

$$x = 2, y = 3 \text{이므로}$$

$$a = 3, c = -2$$

$$\text{또한, 점 } (0, 2) \text{를 지나므로 } \frac{b}{c} = 2 \text{에서 } b = -4$$

$$\therefore a+b+c = 3-4-2 = -3$$

14 정답 ②

해설 $y = \frac{a}{x}$ 에서 $x = 6$ 일 때, $y = 3$ 이므로

$$3 = \frac{a}{6}, \text{ 즉 } a = 18$$

$$\therefore y = \frac{18}{x}$$

그래프가 제 1사분면에만 존재하므로 $x > 0$ 이다.

15 정답 1

해설 함수 $y = -\sqrt{x+a}+3$ 은 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하므로

$$x = 5 \text{에서 최솟값 } -\sqrt{5+a}+3 \text{을 갖는다.}$$

$$\text{따라서 } -\sqrt{5+a}+3 = 0 \text{이므로}$$

$$\sqrt{5+a} = 3, 5+a = 9$$

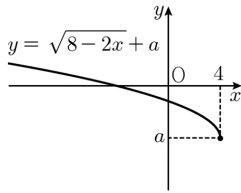
$$\therefore a = 4$$

함수 $y = -\sqrt{x+4}+3$ 은 $x = 0$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$\text{구하는 최댓값은 } -\sqrt{0+4}+3 = 1 \text{이다.}$$

16 정답 ③

해설 $y = \sqrt{8-2x} + a = \sqrt{-2(x-4)} + a$
 이므로 이 함수의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한
 것이다.
 따라서 $y = \sqrt{8-2x} + a$ 의 그래프는 다음 그림과
 같으므로



$x = 4$ 일 때 최솟값 $\sqrt{8-2 \cdot 4} + a = a$ 를 갖는다.

$$\therefore a = -4$$

즉, $y = \sqrt{8-2x} + a = \sqrt{8-2x} - 4$ 의 그래프가
 점 $(b, 2)$ 를 지나므로

$$2 = \sqrt{8-2b} - 4, \sqrt{8-2b} = 6$$

$$8-2b = 36 \quad \therefore b = -14$$

$$\therefore ab = 56$$

17 정답 1

해설 주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{ax} \ (a < 0)$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한
 것이므로

$$y = -\sqrt{a(x-1)} + 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

①의 그래프가 점 $(0, 1 - \sqrt{3})$ 을 지나므로

$$1 - \sqrt{3} = -\sqrt{-a} + 1$$

$$\therefore a = -3$$

$a = -3$ 을 ①에 대입하면

$$y = -\sqrt{-3(x-1)} + 1$$

$$= -\sqrt{-3x+3} + 1$$

따라서 $a = -3, b = 3, c = 1$ 이므로

$$a + b + c = 1$$

18 정답 5

해설 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼
 평행이동한 것이므로 함수의 식을

$$y = \sqrt{a(x+2)} - 1 \ (a > 0) \text{로 놓으면 이 그래프가 점}$$

$$(0, 1) \text{을 지나므로 } 1 = \sqrt{2a} - 1$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore y = \sqrt{2(x+2)} - 1 = \sqrt{2x+4} - 1$$

따라서 $\sqrt{2x+4} - 1 = \sqrt{ax+b} + c$ 이므로

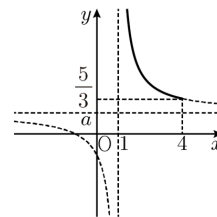
$$a = 2, b = 4, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = 5$$

19 정답 ①

해설 $y = \frac{2}{x-1} + a$ 의 최솟값이 $\frac{5}{3}$ 이려면 그 그래프는

다음 그림과 같아야 한다.



따라서 주어진 함수는 $x = 4$ 일 때 최솟값 $\frac{2}{3} + a$ 를

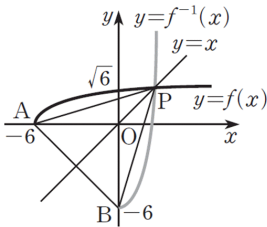
가지므로

$$\frac{2}{3} + a = \frac{5}{3}$$

$$\therefore a = 1$$

20 정답 36

해설 $y=f(x)$ 와 $y=f^{-1}(x)$ 는 $y=x$ 에 대하여 대칭인 그래프이므로 점 P는 $y=f(x)$ 와 $y=x$ 의 교점도 된다.



이때 $f(x)=\sqrt{x+6}$ 이므로

$$\sqrt{x+6}=x$$

$$x^2-x-6=0, (x-3)(x+2)=0$$

$$\therefore x=3 (\because x\geq 0)\text{이므로 교점 } P(3, 3)$$

$$\begin{aligned} \triangle ABP &= 2 \cdot \triangle AOP + \triangle AOB \\ &= 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\right) + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \\ &= 36 \end{aligned}$$