一、填空题、选择题（18%）

1．设矩阵 $D=\begin{bmatrix}4 & -1 & 5\\ -3 & 1 & 3\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$，则 $\left|D^T\right|=$______.

2．设 A 是 3×2 矩阵，B 是 4×2 矩阵，则下列运算有意义的是________.

(A) A^TB　(B) AB　(C) AB^T　(D) A^TB^T

2②．n 元齐次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解的充分必要条件是________.

3．设向量 $\alpha=(1,-3,6)^T$ 与 $\beta=(4,0,-2)^T$，则内积 $[\alpha,\beta]=$_________.

4．齐次方程组 $Ax=0$ 只有零解，则有_________.

(A) A的行向量线性无关.　(B) A的列向量线性无关.

(C) A的行向量线性相关.　(D) A的列向量线性相关.

4②．A 是三阶矩阵，有特征值 $1,-1,2$ 则下列矩阵可逆的是___ ______.

(A) $E-A$　(B) $E+A$　(C) $2E-A$　(D) $2E+A$

5．设 3 阶方阵 A 的征值分别为 $-1,1,2$ 且 $B=3A^2$,则 $\left|B\right|=$______.

5②．设 3 阶方阵 A 的征值分别为 $-2,1,2$ 且 $B=A^2$,则 $\left|B\right|=$_________.

6．设 A,B 为 n 阶方阵，满足 $AB=O$ 则有________.

(A) $A=O$ 或 $B=O$　(B) $|A|=0$ 或 $|B|=0$　(C) $A+B=O$　(D) $|A|+|B|=O$

二、计算题（36%）

1. 设 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2 & -1\\ 0 & 1 & -1 & 3\\ -1 & 2 & 0 & 1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 3 & 4\end{bmatrix}$，求 AB^T.

2．计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1 & 2 & 1 & 4\\ 2 & -1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$.

3．已知 $A=\begin{bmatrix}5 & 0 & 3\\ 1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 4\end{bmatrix}$，且 $AX=A+3X$，求 X.

三、解答题（36%）

1. 判断线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=-1\\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=-5\\ x_2+2x_3+2x_4+6x_5=2\\ 5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=-7\end{cases}$ 是否有解？若有解，试求其解.

2. 设向量组 $A:\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\0\\2\\0\end{bmatrix}$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}0\\-1\\1\\2\end{bmatrix}$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}1\\-2\\4\\4\end{bmatrix}$，$\alpha_4=\begin{bmatrix}2\\-1\\4\\2\end{bmatrix}$，$\alpha_5=\begin{bmatrix}2\\-1\\6\\2\end{bmatrix}$

试判断向量组 A 的线性相关性，求出向量组 A 的一个最大无关组，并将其余向量用最大无关组表示.

3、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 4\\ -1 & 3 & -1\\ 4 & -1 & 0\end{pmatrix}$,求正交矩阵 Q, 使得 $Q^{-1}AQ=Q^TAQ$ 为对角阵.

四、证明、四、计算题（10%）

1． 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，$\beta_1=\alpha_1-\alpha_2+2\alpha_3$，　$\beta_2=\alpha_2-\alpha_3$，$\beta_3=2\alpha_1-\alpha_2+3\alpha_3$. 证明: β_1，β_2，β_3 线性相关.

2． 设 $\xi=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ 是矩阵 $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\ 5 & a & 3\\ -1 & b & -2\end{pmatrix}$ 的一个特征向量，试确定参数 a,b 及特征向量 ξ 所对应的特征

值. A 是否相似于对角阵？说明理由.

2②. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & -1 & c \\ 5 & b & 3 \\ 1-c & 0 & -a \end{pmatrix}$,行列式 $|A|=-1$，又 A^* 有一个特征值 λ_0，属于 λ_0 的一个特征向量为 $\alpha=(-1,-1,1)^T$，求 a,b,c 及 λ_0 的值.