



一、填空题(21%)

1. 若 $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 5 & x \\ -1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 0$, 则 $x =$ _____.

2. 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 5}$, $r(A) = 3$, 则 $Ax = 0$ 的基础解系中含有 _____ 个解.

3. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$ 的列向量组的线性相关性 _____ 【填“线性相关”或“线性无关”或“不确定”】

4. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 + 2tx_1x_2 + 2x_1x_3$ 正定, 则常数 t 满足 _____.

5. 已知矩阵 $A, B, C_{s \times n}$ 满足 $AC = CB$, 则 A, B 分别是 【 】 阶方阵.

- A. s, s B. n, n C. s, n D. n, s

6. 设 A 经过初等行变换变为 B , 则 【 】

- A. $r(A) < r(B)$ B. $r(A) = r(B)$ C. $r(A) > r(B)$ D. 无法判定 $r(A), r(B)$ 之间的关系

7. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, $Ax = b$ 有解, 则 【 】

- A. 当 $Ax = b$ 有惟一解时, $m = n$ B. 当 $Ax = b$ 有无穷多组解时, $r(A) < m$
C. 当 $Ax = b$ 有惟一解时, $r(A) = n$ D. 当 $Ax = b$ 有无穷多组解时, $Ax = 0$ 只有零解

二、解答下列各题(44%)

1. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$, 求 AB^T .

2. 已知 $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 7 & 5 & -2 \\ 5 & 1 & 9 \end{bmatrix}$, 且 $A + 2X = B$, 求 X .

3. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

4. 已知 3 阶方阵 A 可逆, 且 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$, 求 $(A^*)^{-1}$.

三、解答下列各题(27%)

1. 设有向量 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\alpha_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$, 判断 α_4 能否由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示? 若能, 则求其线性表示.

3. 设 4 元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的系数矩阵的秩为 3, 已知 η_1, η_2, η_3 是它的 3 个解, 且 $\eta_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\eta_2 + \eta_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$,

求 $Ax = b$ 的通解.

四、解答下列各题(8%)

1. 设方阵 A 满足 $A^3 = 0$, 证明 $E - A$ 可逆, 且 $(E - A)^{-1} = E + A + A^2$.

2. 根据你平时的学习, 谈谈你对《线性代数》中某个概念、性质、定理或公式的理解, 并举例说明.