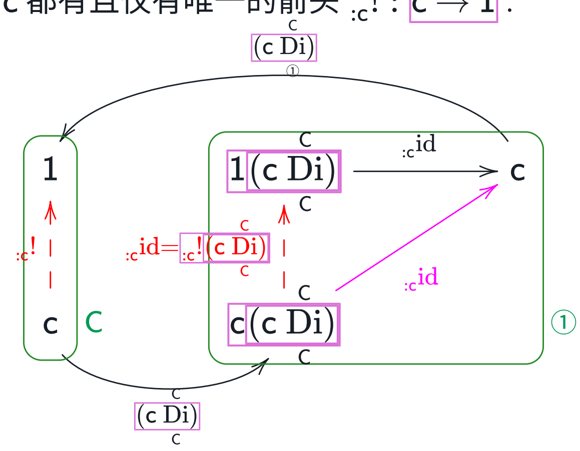
# 01 始对象和终对象

LaTeX Definitions are here.

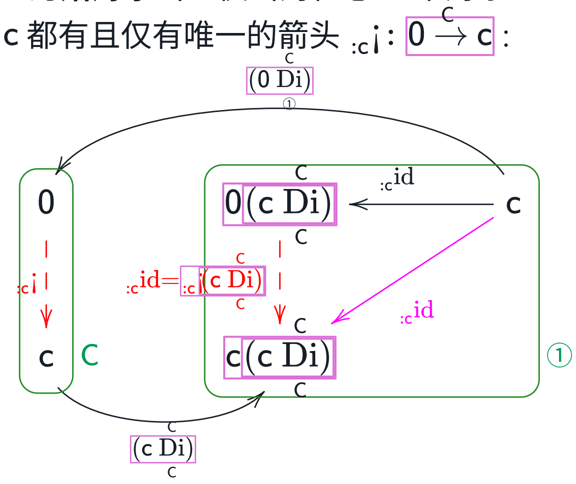
## 泛性质

范畴由对象及其间箭头构成。本文重点
分析**余积闭范畴** $\mathsf{C}$。首先给出如下定义：

- 1 为**终对象**当且仅当对任意 $\mathsf{C}$ 中对象
  c 都有且仅有唯一的箭头 ${}_{:c}!$ : $c \xrightarrow{\mathsf{C}} 1$ :



- 0 为**始对象**当且仅当对任意 $\mathsf{C}$ 中对象
  c 都有且仅有唯一的箭头 ${}_{:c}¡$ : $0 \xrightarrow{\mathsf{C}} c$ :



> **Note**
>
> - $\underset{①}{\overset{\mathsf{C}}{\mathrm{Di}}} : \mathsf{C} \xrightarrow{\mathsf{Cat}} (① \xrightarrow{\mathsf{Cat}} \mathsf{C})$
>
>   $c \longmapsto$ 常值函子
>
>   $c\,\underset{①}{\overset{\mathsf{C}}{\mathrm{Di}}} : (① \xrightarrow{\mathsf{Cat}} \mathsf{C})$
>
>   $1 \longmapsto c$
>
>   $f \longmapsto {}_{:c}\mathrm{id}$
>
>   ① 为仅含单个函子的范畴，1 为其中的对象；
>   仅含有单个对象的范畴可被等价地视作为 ①。

若范畴 $\mathsf{C}$ 中真的含有 0 和 1 分别作为
始对象和终对象 则根据上述信息可知

- 形如 $1 \xrightarrow{\mathsf{C}} 1$ 的箭头
  只有一个，即 ${}_{:1}\mathrm{id}$；
- 形如 $0 \xrightarrow{\mathsf{C}} 0$ 的箭头
  只有一个，即 ${}_{:0}\mathrm{id}$；

## 元素与全局元素

对任意对象 $c_1, c_1', \mathrm{etc}, c_2, c_2', \mathrm{etc}, c_3$
及任意的映射 $i$ 我们进行如下的规定：

- $i$ 为 $c_2$ 的**元素**当且仅当
  $i\,\overset{\mathsf{C}}{\mathrm{tar}} = c_2$；
- $i$ 为 $c_1$ 的**全局元素**当且仅当
  $i\,\overset{\mathsf{C}}{\mathrm{tar}} = c_1$ 且 $i\,\overset{\mathsf{C}}{\mathrm{src}} = 1$
- $i$ 不存在仅当
  $i\,\overset{\mathsf{C}}{\mathrm{tar}} = 0$。

> **Note**
>
> 其他范畴中刚才的断言未必成立。