

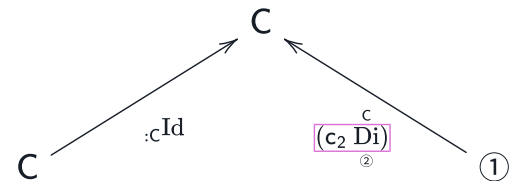
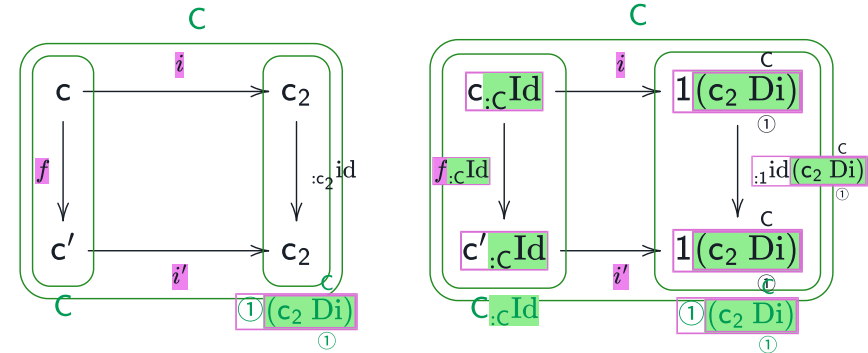
## 一些特殊的范畴

现在规定几种特殊的范畴。

- **离散范畴**：只有对象不含箭头（恒等箭头除外）的范畴。
- **Set**：**所有集合构成的范畴**，为局部小范畴，满足
  - Set 中对象为任意集合；
  - Set 中箭头为集合间映射。
- **Cat**：**所有范畴构成的范畴**，满足
  - Cat 中任何对象都构成一个范畴；
  - Cat 中任何箭头都构成一个函子。

若  $C, D$  为 Cat 中对象，则：

- $C^{\text{op}}$ ：**反范畴**，满足
  - $C^{\text{op}}$  中对象皆形如  $c$ ， $c$  为任意  $C$  中的对象；
  - $C^{\text{op}}$  中箭头皆形如  $i^{\text{op}}: c_2 \xrightarrow{C^{\text{op}}} c_1$ ， $i: c_1 \xrightarrow{C} c_2$  可为任意  $C$  中的箭头。
- $C \times^{\text{Cat}} D$ ：**积范畴**，满足
  - $C \times^{\text{Cat}} D$  中对象皆形如  $c \cdot d$ ， $c, d$  分别为任意  $C, D$  中的对象；
  - $C \times^{\text{Cat}} D$  中箭头皆形如  $i \cdot j$ ， $i, j$  分别为任意  $C, D$  中的箭头。
- $C \xrightarrow{\text{Cat}} D$ ：**所有  $C$  到  $D$  的函子的范畴**，满足
  - $C \xrightarrow{\text{Cat}} D$  中任何对象都是  $C$  到  $D$  的函子；
  - $C \xrightarrow{\text{Cat}} D$  中任何箭头都是函子间自然变换。
- $C/c$ ：**俯范畴**，这里  $c$  为任意  $C$  中对象；满足
  - $C/c_2$  中对象皆形如  $\cancel{c \cdot 1} \cdot i$ ，其中  $c$  和  $i: c \xrightarrow{C} c_2$  分别为  $C$  中任意的对象和箭头；
  - $c_2/C$  中箭头皆形如  $\cancel{f \cdot c_2 \text{Id}}$  且满足下述交换图，其中  $c, c'$  为  $C$  中任意对象且  $f, i, i'$  为  $C$  中任意箭头；



- $c_1/C$ ：**仰范畴**，这里  $c$  为任意  $C$  中对象；满足
  - $c_1/C$  中对象皆形如  $\cancel{1 \cdot c} \cdot i$ ，其中  $c$  和  $i: c_1 \xrightarrow{C} c$  分别为  $C$  中任意的对象和箭头；
  - $C/c_1$  中箭头皆形如  $\cancel{c_1 \text{Id} \cdot f}$  且满足下述交换图，其中  $c, c'$  为  $C$  中任意对象且  $f, i, i'$  为  $C$  中任意箭头；

