



## **Numerische Mathematik 1**

### **Übungsblatt 6, WS 2018/19**

#### **Aufgabe 1 (Jacobi- und Gauß-Seidel-Verfahren)**

Gegeben sei das Lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$$

- a) Konvergieren Jacobi- und Gauß-Seidel-Verfahren für dieses System?
- b) Führen Sie eine Iteration des Jacobi- und des Gauß-Seidel-Verfahrens durch mit dem Startvektor  $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ !
- c) Nach wie vielen Iterationen ist der Fehler in der 2-Norm der Iterationsmatrix kleiner als  $10^{-4}$  im Falle des Jacobi- und des Gauß-Seidel-Verfahrens?

#### **Aufgabe 2 (Konsistenz und Konvergenz)**

Gegeben sei das Lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Wir betrachten die Iteration  $x^{(k+1)} = B(\theta)x^{(k)} + g(\theta)$  mit

$$B(\theta) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2\theta^2 + 2\theta + 1 & -2\theta^2 + 2\theta + 1 \\ -2\theta^2 + 2\theta + 1 & 2\theta^2 + 2\theta + 1 \end{pmatrix}, g(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \theta \\ \frac{1}{2} - \theta \end{pmatrix}$$

Für welche  $\theta \in \mathbb{R}$  ist diese Iteration konsistent und für welche konvergent? Bestimmen Sie das optimale  $\theta \in \mathbb{R}$ !

**Die Übungsaufgaben werden in der Übung am Donnerstag, 14. November 2019, besprochen.**