



## **Numerische Mathematik 1**

### **Übungsblatt 2, WS 2019/20**

#### **Aufgabe 1 (Gleitkommazahlen nach IEEE)**

Nach dem standardisierten Format IEEE-754 wird eine Zahl  $x \in \mathbb{R}$  im Rechner als (gerundete) Gleitkommazahl

$$\tilde{x} = \text{sign}(x) \cdot a \cdot 2^E$$

dargestellt, wobei der Exponent  $E = e + B$  gegeben ist durch

$$e = \lfloor \log_2(|x|) \rfloor$$

und die Verzerrung  $B = 127$  für einfache und  $B = 1023$  für doppelte Genauigkeit gegeben ist. Die Anzahl an Bits, die für den Exponenten verwendet werden, beträgt 8 bei einfacher und 11 bei doppelter Genauigkeit.

Die Mantisse  $a$  kann mithilfe der Formel

$$a = \left\lfloor \left( \frac{|x|}{2^e} - 1 \right) \cdot 2^{\tau_a} \right\rfloor$$

in eine natürliche Zahl konvertiert werden. Dabei ist  $\tau_a = 23$  bei einfacher und  $\tau_a = 52$  bei doppelter Genauigkeit die Anzahl an Bits, die für die Mantisse verwendet werden.

Schreiben Sie ein Computerprogramm, welches die Binärdarstellung einer beliebigen Zahl gemäß IEEE-754 realisiert, sowohl für einfache als auch für doppelte Genauigkeit. Speichern Sie die Bits für das Vorzeichen, den Exponenten und die Mantisse separat, und geben Sie das Ergebnis als String aus! Testen Sie Ihr Programm für die Zahl 26.9!

## Aufgabe 2 (Kondition)

a) Die Kantenlänge eines Würfels wird mit einem Mikrometer gemessen. Die Messung ergibt  $(50 \pm 0.01)$  mm. Die Ungenauigkeit in dieser Messung hat Auswirkungen auf das Volumen des Würfels,  $V = x^3$ . Berechnen Sie den absoluten Fehler, der sich bei der Berechnung des Volumens ergibt! Ist dieses Problem numerisch gutartig?

b) Zur Lösung der quadratischen Gleichung

$$y^2 + 2py - q = 0$$

wird das Resultat  $y$  aus den Eingabeparametern  $p$  und  $q$  mithilfe der Funktion  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gemäß

$$y = \varphi(p, q) = -p + \sqrt{p^2 + q}$$

ermittelt. In welchen Fällen ist dieses Problem numerisch gut und in welchen Fällen schlecht konditioniert?

**Die Übungsaufgaben werden in der Übung am Donnerstag, 17. Oktober 2019, besprochen.**