



Numerische Mathematik 1

Übungsblatt 5, WS 2019/20

Aufgabe 1 (Pivotisierung)

Betrachten Sie das Lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 10^{-4} & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lösen Sie das Gleichungssystem mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren einmal mit und einmal ohne Spaltenpivotisierung mit vierstelliger Gleitkommaarithmetik!

Aufgabe 2 (Rechenaufwand der LR-Zerlegung)

a) Zeigen Sie, daß der Rechenaufwand für die Gauß-Elimination zur Bestimmung der LR-Zerlegung einer $n \times n$ -Matrix gegeben ist durch

- $\frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{3}n$ Punktoperationen
- $\frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n$ Strichoperationen

b) Wieviele Punkt- bzw. Strichoperationen sind bei der Lösung eines Linearen Gleichungssystems für das anschließende Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen erforderlich?

c) In welcher Größenordnung liegt der Rechenaufwand zur Bestimmung der Inversen A^{-1} einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$?

Aufgabe 3 (Cholesky-Zerlegung)

Schreiben Sie ein Computerprogramm zur Berechnung der Cholesky-Zerlegung einer symmetrisch positiv definiten Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und zur anschließenden Lösung eines Linearen Gleichungssystems $Ax = b$! Verwenden Sie dabei bereits implementierte Funktionen! Führen Sie zunächst eine Fehlerbehandlung durch, d.h., testen Sie, ob

- A quadratisch ist
- b ein Spaltenvektor der Länge n ist
- A symmetrisch und positiv definit ist

Testen Sie Ihr Programm für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 10 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und auch für eine nicht symmetrische und nicht positive Matrix!

Die Übungsaufgaben werden in der Übung am Donnerstag, 7. November 2019, besprochen.