

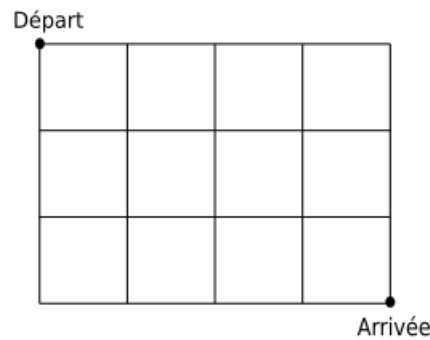
# Exercice : Programmation dynamique

---

## Exercice 1

Une grille de 3 lignes de carrés et 4 colonnes de carrés est représentée ci-dessous.

On se déplace le long des côtés de chaque carré. Les dimensions de la grille sont  $n = 3$  et  $p = 4$ .



On souhaite connaître le nombre de chemins possibles pour relier le point de départ au point d'arrivée en effectuant des déplacements horizontaux ou verticaux (sans retour arrière) le long des traits dessinant la grille.

- 1) Combien y a-t-il de chemins différents pour relier les deux points dans le cas de la grille ci-dessus ( $n = 3$  et  $p = 4$ ) ?
- 2) Qu'en est-il avec une grille où  $n = 10$  et  $p = 10$  ? et pour une grille constituée de  $15 \times 15$  carrés ?
- 3) On prend une grille composée de 6 carrés, 2 lignes et 3 colonnes, donc pour  $n = 2$  et  $p = 3$ .
  - a) Au point de départ, combien de chemins différents sont possibles ?
  - b) Au point de départ, on se déplace horizontalement. Quelle est la forme de la grille qui reste à parcourir ?
  - c) Au point de départ, on se déplace verticalement. Quelle est la forme de la grille qui reste à parcourir ?
  - d) En décomposant le parcours en sous problèmes comme ci-dessus, représenter tous les possibilités des parcours.
  - e) Montrer qu'il existe 10 chemins différents pour cette grille.
- 4) Proposer un algorithme, en Python, qui prend en compte les dimensions de la grille et renvoie le nombre de chemins reliant ces deux points en effectuant uniquement des déplacements horizontaux et verticaux.
- 5) Calculer les valeurs pour chacune des grilles ci-dessus :
  - a) grille  $n = 2$  et  $p = 3$
  - b) grille  $n = 3$  et  $p = 4$
  - c) grille  $n = 10$  et  $p = 10$
  - d) grille  $15 \times 15$  carrés
- 6) Proposer une version en programmation dynamique de l'algorithme précédent. Puis recalculer les nombres de chemins avec les grilles de la question précédente.