

# TP : Les fractales

---

La programmation se fera avec un éditeur dédié comme pyzo ou thonny puisqu'il nécessite l'utilisation de la bibliothèque Turtle qui lance une fenêtre d'affichage.

Le fichier programme python sera nommé fractales.py

## Présentation

Une figure fractale ou fractale est une courbe ou surface de forme irrégulière ou morcelée qui se crée en suivant des règles déterministes ou stochastiques impliquant une homothétie interne. Le terme *fractale* est un néologisme créé par Benoît Mandelbrot en 1974 à partir de la racine latine *fractus*, qui signifie brisé, irrégulier. Un des plus beaux exemples de fractale donné par la nature est le chou Romanesco (à gauche) :



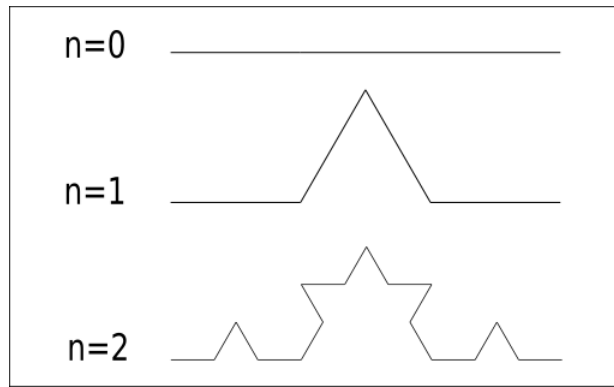
Si l'on ne regarde qu'une des pointes, on a l'impression de voir un chou en entier. C'est le principe d'auto-similarité. On retrouve de l'auto-similarité dans les fougères (à droite) : chaque feuille ressemble à la fougère entière.

## La courbe de von Koch

La courbe de von Koch est l'une des premières courbes fractales à avoir été décrite (bien avant l'invention du terme *fractal(e)*). Elle a été inventée en 1906 par le mathématicien suédois Helge von Koch.

Cette courbe se réalise à partir d'un segment de droite de longueur  $l$ .

- 1) On divise le segment de droite en trois segments de longueurs égales  $\frac{l}{3}$ .
- 2) On dessine 4 segments de longueur  $\frac{l}{3}$  en effectuant des rotations pour obtenir la forme pointue au centre.
- 3) on recommence le processus sur chacun des 4 morceaux de segments.



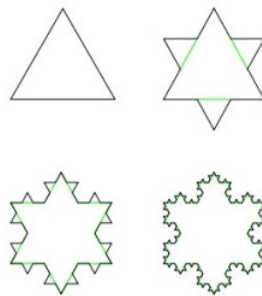
On donne la courbe de Von Koch pour trois valeurs de  $n$ . Le motif à reproduire est finalement celui obtenu avec  $n = 1$ .

La courbe de Von Koch est la limite des courbes obtenues, lorsqu'on répète indéfiniment les étapes mentionnées ci-avant.

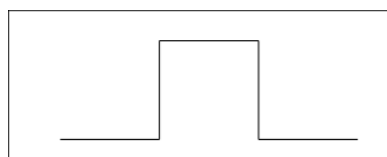
- 1) Importer dans un nouveau fichier Python le module turtle.
- 2) Écrire un code qui trace le motif de Von Koch obtenu pour  $n = 1$ .
- 3) La fonction récursive `courbe_von_koch` de paramètres  $l$  et  $n$  trace la courbe de Von Koch pour un segment de longueur initiale égale à  $l$ .
  - La condition d'arrêt vérifiée quand  $n = 0$  trace un segment de longueur  $l$ ;
  - Si  $n$  n'est pas égal à 1, on trace le motif de Von Koch en traçant les quatre segments de longueur  $\frac{l}{3}$ . Chaque tracé de segment est un appel récursif de la fonction.

## Les flocons de Von Koch

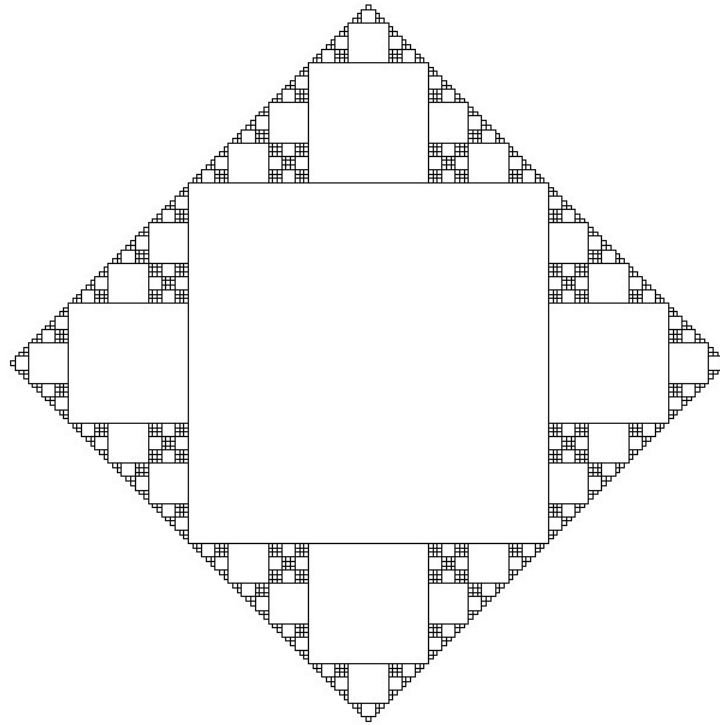
Le **flocon de von Koch** s'obtient de la même façon que la fractale précédente, en partant d'un triangle équilatéral au lieu d'un segment de droite, et en effectuant les modifications en orientant les triangles vers l'extérieur.



- 1) La fonction `courbe_van_koch(n,l)` prend en paramètre le nombre de répétitions du modèle obtenu lorsque  $n=1$  et la longueur initiale  $l$  du segment. Cette fonction dessine la courbe de Van Koch.
- 2) Écrire une fonction qui dessine le **flocon de Van Koch** à partir d'un triangle équilatéral.
- 3) Récrire vos deux fonctions en y apportant les modifications nécessaires pour que le modèle initial ressemble à la figure suivante :



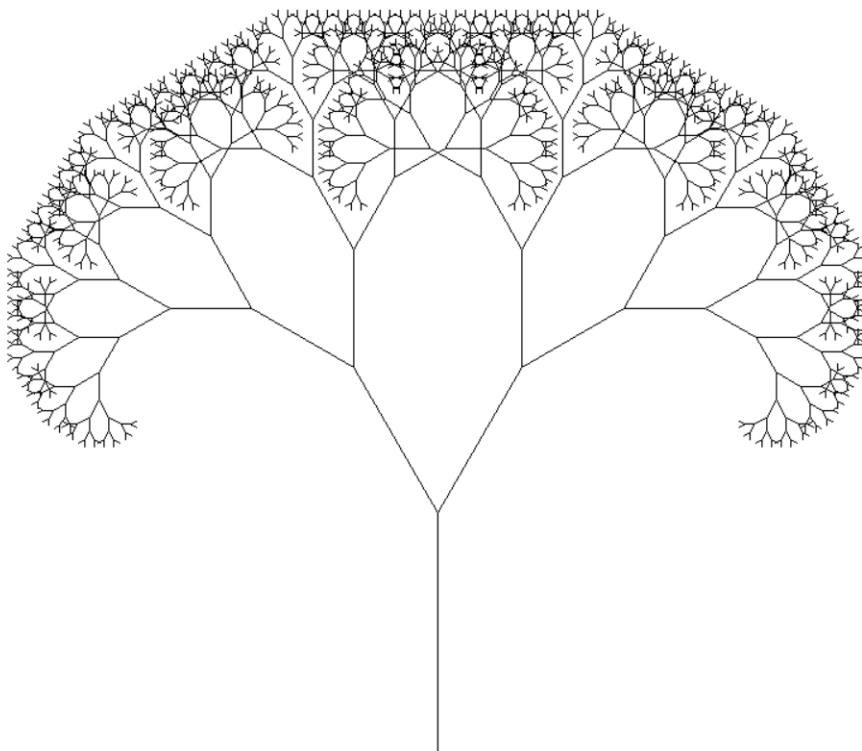
- 4) Réaliser une fractale avec  $n=5$ .
- 5) Construire une figure superposant les fractales pour  $n=0$  jusqu'à  $n=5$  (figure ci-dessous).



## L'arbre ou la fleur

Le tracé d'un arbre ou d'une fleur peut être réalisé par une fractale.

La fractale florale représentée ci-dessous a un niveau de récursivité égal à 10 et une longueur initiale de 200.



Voici quelques indications :

- On remplace chaque segment par un motif en forme de Y.
- Les angles de rotation pour tracer les branches sont de 30 degrés.
- Chaque nouvelle branche a une longueur réduite égal à 70% de la longueur du segment dont elle est issue.
- Une fois le tracé d'un trait réalisé, il faut revenir en arrière avec la commande **backward()**

- 1) Importer dans un nouveau fichier Python le module turtle.
- 2) Écrire un code qui trace un motif en forme de Y.
- 3) La fonction récursive **arbre** de paramètres  $n$  et *longueur* trace la fleur pour un segment de longueur initiale égale à *longueur*.
  - La condition d'arrêt vérifiée quand  $n = 0$  trace un segment de longueur *longueur* ;
  - Si  $n$  n'est pas égal à 1, on trace le motif en Y en traçant les branches par des appels récursifs à la fonction **arbre** en réduisant la valeur des paramètres.