

# TP : Les fractales

---

La programmation se fera avec un éditeur dédié comme pyzo ou thonny puisqu'il nécessite l'utilisation de la bibliothèque Turtle qui lance une fenêtre d'affichage.

Le fichier programme python sera nommé fractales.py

## 1 Présentation

Une figure fractale ou fractale est une courbe ou surface de forme irrégulière ou morcelée qui se crée en suivant des règles déterministes ou stochastiques impliquant une homothétie interne. Le terme « fractale » est un néologisme créé par Benoît Mandelbrot en 1974 à partir de la racine latine fractus, qui signifie brisé, irrégulier. Un des plus beaux exemples de fractale donné par la nature est le chou Romanesco (à gauche) :

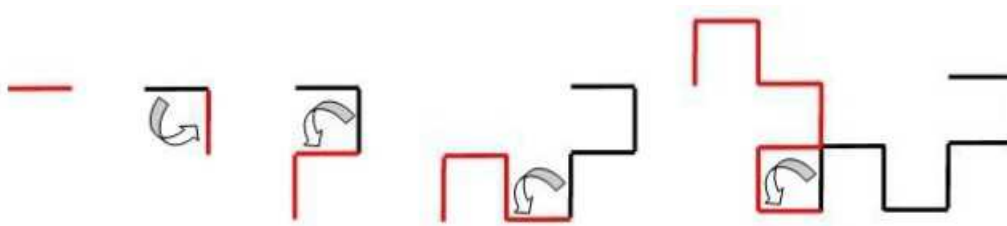


Si l'on ne regarde qu'une des pointes, on a l'impression de voir un chou en entier. C'est le principe d'auto-similarité. On retrouve de l'auto-similarité dans les fougères (à droite) : chaque feuille ressemble à la fougère entière.

## 2 La courbe du dragon

La courbe du dragon (ou « Fractale du dragon » ou « courbe de Heighway » ou « dragon de Heighway ») a été pour la première fois étudiée par les physiciens de la NASA John Heighway, Bruce Banks, et William Harter. Elle a été décrite par Martin Gardner dans sa chronique de jeux mathématiques du Scientific American en 1967. Nombre de ses propriétés ont été publiées par Chandler Davis et Donald Knuth.

La courbe du dragon se construit ainsi :



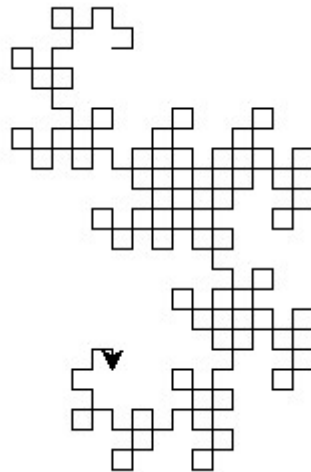
- Si  $n = 0$ , on dessine une ligne. C'est la base (ou l'initiateur). La longueur a peu d'importance. On définit la longueur une fois avec un paramètre.
- Sinon, si  $n > 0$  :
  - Dragon ( $n-1$ )

- On tourne à 90 degrés
- Dragon (n-1).

C'est la règle de récursivité (ou le générateur).

- 1) Programmer cette fractale pour la représenter avec la librairie Turtle.
- 2) Dessiner cette fractale. Que remarquez-vous ?
- 3) Pour obtenir une fractale correcte, il faut introduire une rotation de -90 degrés. L'astuce consiste à passer un second paramètre  $s$  dans la fonction qui prendra comme valeur 1 ou -1 et on multiplie l'angle de rotation par  $s$ . Modifier votre programme en conséquence.

La figure ci-dessous représente une fractale du dragon pour  $n=8$ .



### 3 Le flocon de von Koch

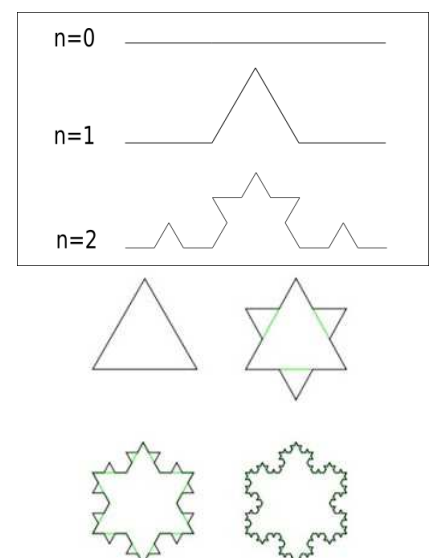
Le flocon de von Koch est l'une des premières courbes fractales à avoir été décrite (bien avant l'invention du terme « fractal(e) »). Elle a été inventée en 1906 par le mathématicien suédois Helge von Koch.

La courbe de von Koch se réalise à partir d'un segment de droite, en modifiant récursivement chaque segment de droite de la façon suivante :

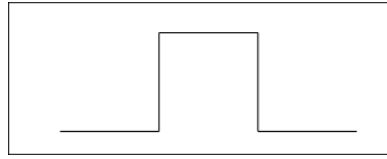
- 1) On divise le segment de droite en trois segments de longueurs égales.
- 2) On dessine les 4 morceaux de segments de longueur le tiers du segment en effectuant des rotations pour obtenir la forme.
- 3) on recommence le processus sur chacun des 4 morceaux de segments.

Au bout de ces trois étapes, l'objet résultant a une forme similaire à une section transversale d'un chapeau de sorcière. La courbe de von Koch est la limite des courbes obtenues, lorsqu'on répète indéfiniment les étapes mentionnées ci-avant.

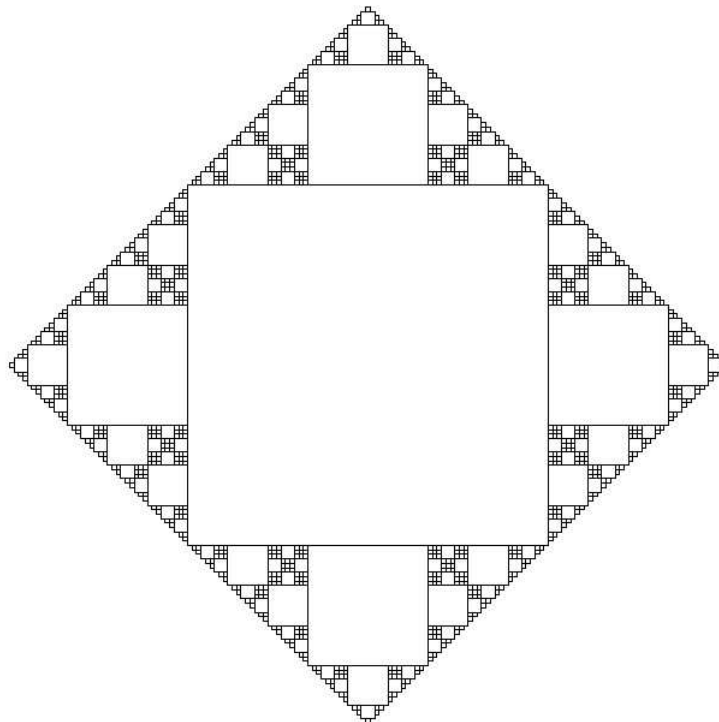
Le **flocon de von Koch** s'obtient de la même façon que la fractale précédente, en partant d'un triangle équilatéral au lieu d'un segment de droite, et en effectuant les modifications en orientant les triangles vers l'extérieur.



- 1) La fonction `courbe_van_koch(n,l)` prend en paramètre le nombre de répétitions du modèle obtenu lorsque  $n=1$  et la longueur initiale  $l$  du segment. Cette fonction dessine la courbe de Van Koch.
- 2) Écrire une fonction qui dessine le **flocon de Van Koch** à partir d'un triangle équilatéral.
- 3) Récrire vos deux fonctions en y apportant les modifications nécessaires pour que le modèle initial ressemble à la figure suivante :

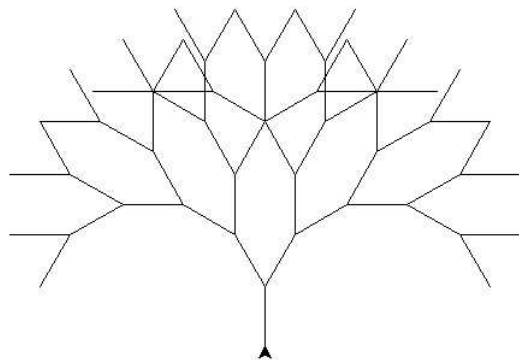


- 4) Réaliser une fractale avec  $n=5$ .
- 5) Construire une figure superposant les fractales pour  $n=0$  jusqu'à  $n=5$  (figure ci-dessous).



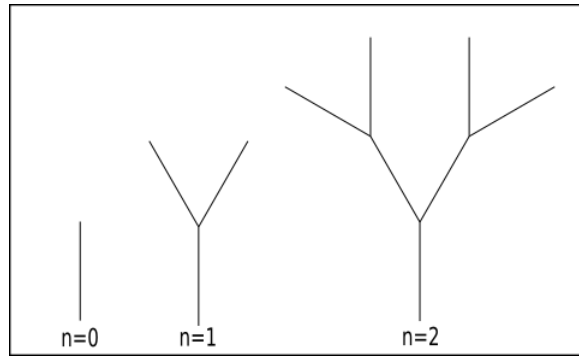
## 4 L'arbre

Reproduire cette fractale arborescente avec un niveau de récursivité égal à 5. Le motif initial est un Y.



Voici quelques indications :

- Commencer par les 3 premiers arbres sont représentés ci-dessous :



- Les angles de rotation sont de 30 degrés.
- Une fois le tracé d'un trait réalisé, il faut revenir en arrière avec la commande **backward()**