

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0.20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.20 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

设置权重矩阵 $Q = 50I$ ， $R = 0.5I$ ，衰减因子 $\gamma = 0.99$ ，滤波 L_2 增益 $\vartheta = 15$ ，控制 L_2 增益 $\theta = 39.35$ ，选取初始噪声增益 $K_w^{(0)} = \mathbf{0}$ ，初始镇定控制器 $K_u^{(0)}$ 为：

$$\begin{aligned} K_{1,u}^{(0)} &= [0.231 \quad -0.850 \quad 0.050 \quad 0.050 \quad 0.050 \quad 0.050] \\ K_{2,u}^{(0)} &= [0.201 \quad -1.502 \quad 0.100 \quad 0.050 \quad 0.000 \quad 0.100] \\ K_{3,u}^{(0)} &= [-0.200 \quad -0.998 \quad 0.100 \quad 0.750 \quad 0.530 \quad 0.520] \end{aligned} \quad (4-80)$$

首先，基于以上参数，执行算法4.1求解GCARE(4-15)，图4-1与图4-2给出 $P^{(l)}$ 与 $K_u^{(l)}$ 的收敛过程。注意到，算法4.1经过15次迭代后，解矩阵 $P^{(l)}$ 和控制器 $K_u^{(l)}$ 收敛。此处限于篇幅不展示解矩阵 P^* 的值，控制器 K_u^* 的值为：

$$\begin{aligned} K_{1,u}^* &= [0.0890 \quad -0.8800 \quad 0 \quad 0.1698 \quad 0.1540 \quad 0.1673] \\ K_{2,u}^* &= [0.1552 \quad -0.8884 \quad 0 \quad 0.1010 \quad 0.0907 \quad 0.1012] \\ K_{3,u}^* &= [-0.7441 \quad -1.1732 \quad 0 \quad 1.2449 \quad 1.1262 \quad 1.2225] \end{aligned} \quad (4-81)$$

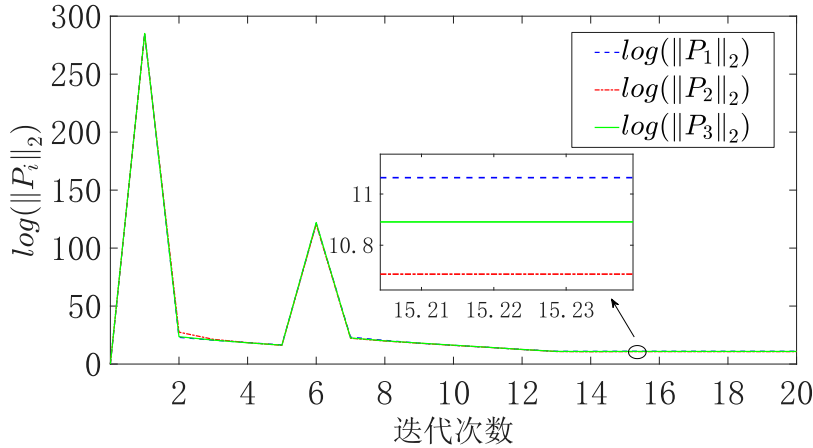


图 4-1 算法 4.1 解矩阵收敛过程

Figure 4-1. Solution matrix convergence process of Algorithm 4.1

转移概率未知时，使用以下参数进行算法 4.2 的迭代求解：迭代幕数 $\mathbf{e} = 50$ ，每幕步数 $\mathbf{s} = 100$ ，回报权重 $\lambda = 0.05$ ，迭代步长 $\mu = 1/l$ ，初始解矩阵 $\mathcal{E}^{(0)} = \mathbf{0}$ 、镇定控制器 $K_u^{(0)}$ 与(4-80)相同。图 4-3 与图 4-4 给出 \mathcal{E}^* 与 $K_u^{*,TD}$ 的收敛过程，注意到，

算法 4.2 经过 5 次迭代后，解矩阵和控制器收敛，其中解矩阵 \mathcal{E}^* 的值限于篇幅，没有展示，控制器 $K_u^{*,TD}$ 的值为：

$$\begin{aligned} K_{1,u}^{*,TD} &= [0.0873 \quad -0.8797 \quad 0 \quad 0.1715 \quad 0.1555 \quad 0.1686] \\ K_{2,u}^{*,TD} &= [0.1548 \quad -0.8865 \quad 0 \quad 0.1044 \quad 0.0925 \quad 0.1020] \\ K_{3,u}^{*,TD} &= [-0.4632 \quad -1.2923 \quad 0 \quad 0.9328 \quad 0.8333 \quad 0.9333] \end{aligned} \quad (4-82)$$

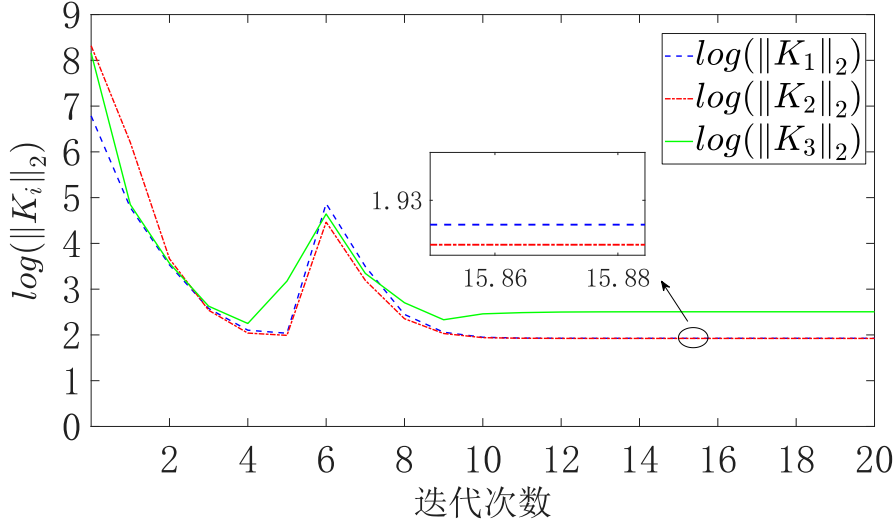


图 4-2 算法 4.1 控制器收敛过程

Figure 4-2. Controller convergence process of Algorithm 4.1

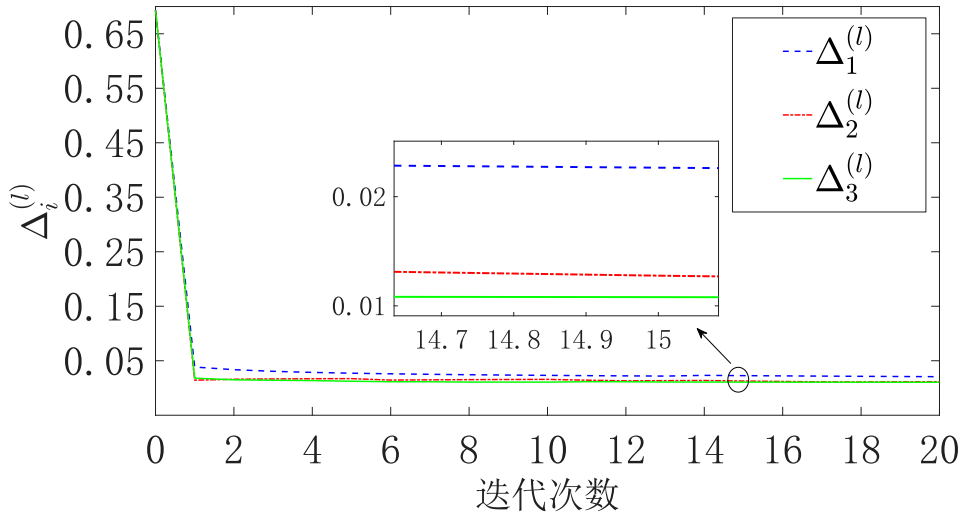


图 4-3 算法 4.2 解矩阵收敛过程

Figure 4-3. Solution matrix convergence process of Algorithm 4.2

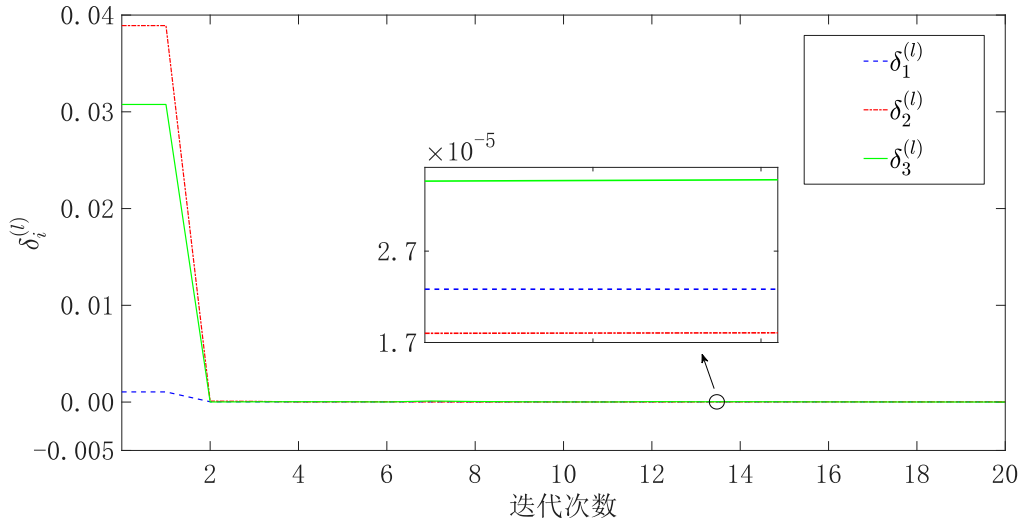


图 4-4 算法 4.2 控制器收敛过程

Figure 4-4. Controller convergence process of Algorithm 4.2

下面考察在系统状态可获得的情况下，算法 4.1 和算法 4.2 求得的控制(4-83)、(4-84)的控制效果。选取初始状态为 $\tilde{x}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 20 \ -30 \ 20]^\top$ ，初始状态估计为 $\hat{x}_0 = \mathbf{0}$ ，系统噪声为均值为 0，方差为 0.005 的高斯噪声。图 4-5 展示基于真实状态的状态反馈，在控制器(4-81)、(4-82)作用下的跟踪控制效果，可以发现其能够较好的跟踪参考轨迹且两个控制器的控制效果相近，这说明本文提出的 GCARE 及其求解算法是有效的。

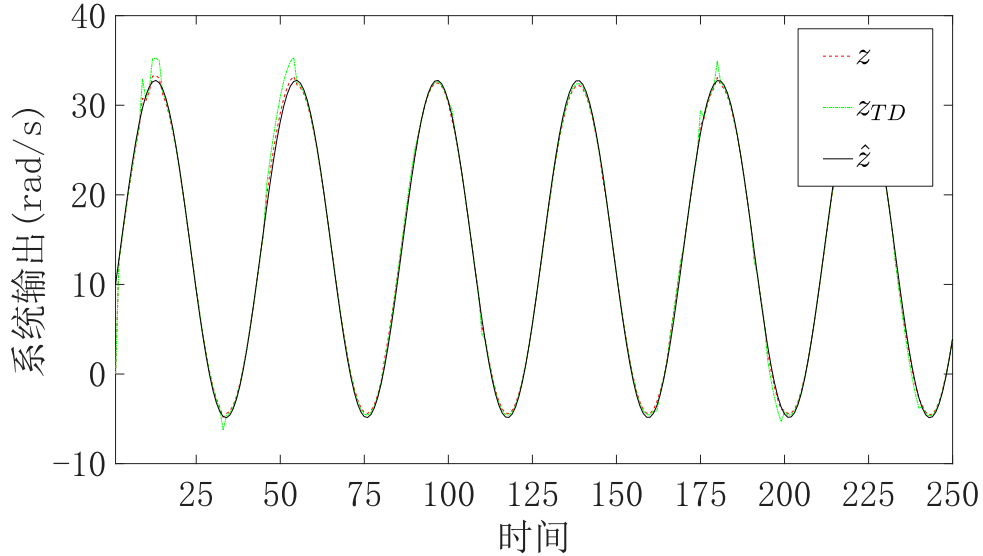

 图 4-5 基于真实状态的 H_∞ 跟踪控制过程

 Figure 4-5. H_∞ tracking control process based on real state

利用算法 4.1 以及 4.2 本文同样可以求得 H_∞ 滤波问题对应的 GCARE(4-43)及其 H_∞ 滤波器, 本文不做讨论, 仅给出相关结果。选取初始噪声增益 $L_w^{(0)} = \mathbf{0}$, 初始镇定滤波器 $L_y^{(0)}$ 为:

$$L_{1,y}^{(0)} = \begin{bmatrix} -0.03 & -5 & 0 & 0 \\ 1 & -13 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.4 \\ 0 & 0 & -0.3 & 0.2 \end{bmatrix}, L_{2,y}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.7 & -8 & 0 & 0 \\ 0.2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.4 \\ 0 & 0 & -0.3 & 0.2 \end{bmatrix}, L_{3,y}^{(0)} = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.8 & 0 & 0 \\ 0.2 & -2 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.4 \\ 0 & 0 & -0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \quad (4-83)$$

使用算法 4.1 求解 GCARE(4-43)。算法 4.1 经过 5 次迭代后, 解矩阵和滤波器收敛。限于篇幅, 本文不展示解矩阵 P^* 的值, 滤波器 L_y^* 的值如(4-84)所示。转移概率未知时, 本文使用以下参数进行算法 4.2 的迭代求解: 迭代幕数 $\mathbf{e} = 50$, 每幕步数 $\mathbf{s} = 100$, 回报权重 $\lambda = 0.10$, 迭代步长 $\mu = 1/l$ 。此外, 选取初始解矩阵 $\mathcal{E}^{(0)} = \mathbf{0}$ 、镇定滤波器 $L_y^{(0)}$ 与(4-73)相同。算法 4.2 经过 40 次迭代后, 解矩阵和控制器收敛, 其中解矩阵 \mathcal{E}^* 的值限于篇幅, 本文没有展示, 滤波器 $L_y^{*,TD}$ 的值如(4-85)所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{1,y}^* = \begin{bmatrix} -0.022 & -4.712 & 0 & 0 \\ 1.111 & -13.185 & 0 & 0 \\ -0.054 & -0.010 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.487 & 0.068 \\ 0 & 0 & -0.034 & -0.425 \\ 0 & 0 & -0.300 & 0.184 \end{bmatrix} \\ L_{2,y}^* = \begin{bmatrix} 0.730 & -8.557 & 0 & 0 \\ 0.272 & -2.831 & 0 & 0 \\ -0.037 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.487 & 0.068 \\ 0 & 0 & -0.034 & -0.425 \\ 0 & 0 & -0.300 & 0.184 \end{bmatrix} \\ L_{3,y}^* = \begin{bmatrix} -0.342 & -0.826 & 0 & 0 \\ 0.166 & -2.206 & 0 & 0 \\ -0.189 & -0.004 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.487 & 0.068 \\ 0 & 0 & -0.034 & -0.425 \\ 0 & 0 & -0.300 & 0.184 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4-84)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{1,\bar{y}}^{*,TD} = \begin{bmatrix} -0.289 & -4.532 & 0 & 0 \\ 0.294 & -12.637 & 0 & 0 \\ -0.038 & -0.021 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.461 & 0.052 \\ 0 & 0 & -0.047 & -0.416 \\ 0 & 0 & -0.082 & 0.052 \end{bmatrix} \\ L_{2,\bar{y}}^{*,TD} = \begin{bmatrix} 0.764 & -8.608 & 0 & 0 \\ 0.283 & -2.831 & 0 & 0 \\ -0.040 & 0.002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.461 & 0.052 \\ 0 & 0 & -0.048 & -0.416 \\ 0 & 0 & -0.078 & 0.051 \end{bmatrix} \\ L_{3,\bar{y}}^{*,TD} = \begin{bmatrix} -0.345 & -0.818 & 0 & 0 \\ 0.156 & -2.182 & 0 & 0 \\ -0.188 & -0.005 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.460 & 0.052 \\ 0 & 0 & -0.005 & -0.416 \\ 0 & 0 & -0.076 & 0.050 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4-85)$$

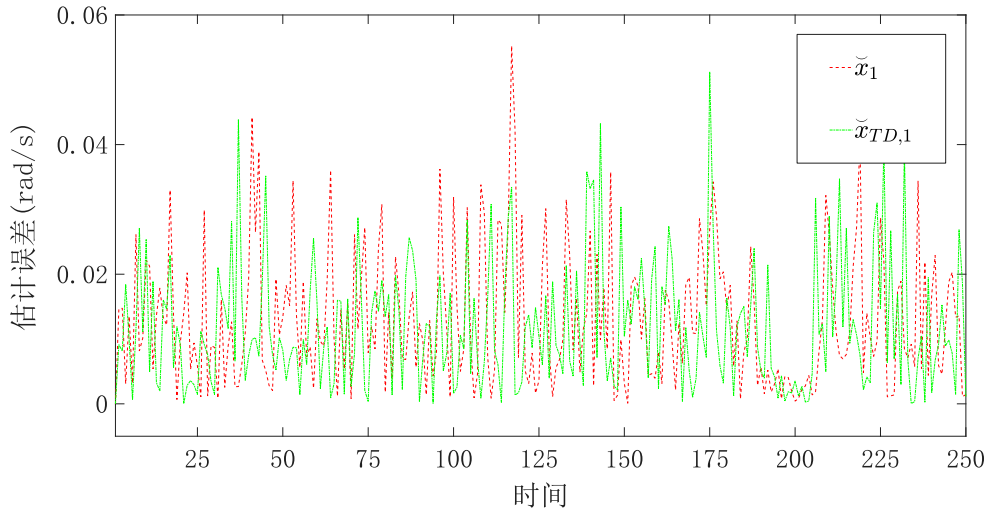

 图 4-6 H_{∞} 滤波器估计误差

 Figure 4-6. H_{∞} filter estimation error

下面考察算法4.1和算法4.2求得的滤波器(4-86)、(4-87)的估计效果。选取初始状态为 $\tilde{x}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 20 \ -30 \ 20]^T$ ，初始状态估计为 $\hat{x}_0 = \mathbf{0}$ ，系统噪声为均值为 0，方差为 0.01 的高斯噪声。图 4-6 展示使用滤波器(4-86)、(4-87)进行状态估计时，电机转子角速度的估计误差，可以发现其估计误差较小且两个滤波器的估

计性能相近，这说明本文提出的GCARE及其求解算法是有效的。

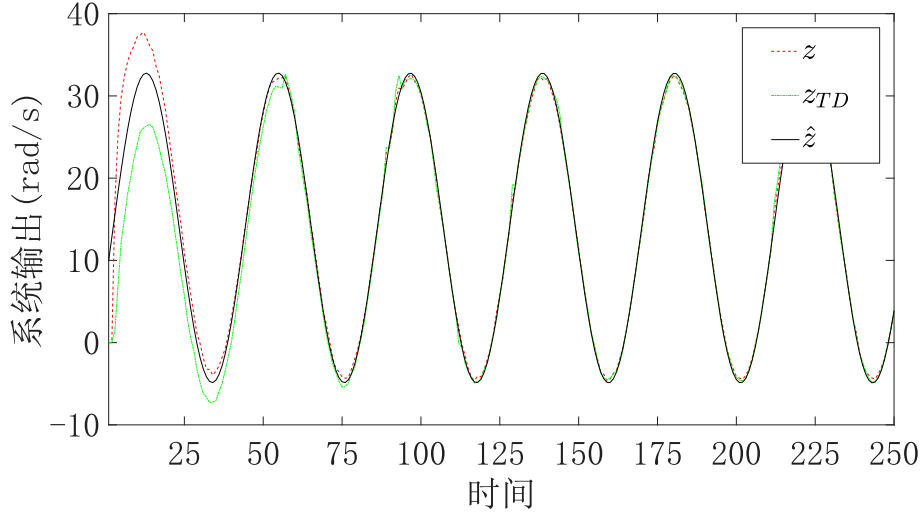


图 4-7 基于状态估计的 H_∞ 跟踪控制过程

Figure 4-7. H_∞ tracking control process based on estimated state

考察算法 4.1 和算法 4.2 求得的控制器(4-83)、(4-84)以及滤波器(4-86)、(4-87)的控制估计效果。选取初始状态为 $\tilde{x}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 20 \ -30 \ 20]^T$ ，初始状态估计为 $\hat{x}_0 = \mathbf{0}$ ，系统噪声为均值为 0，方差为 0.01 的高斯噪声。图 4-7 展示了使用滤波器(4-84)、(4-85)进行状态估计并在控制器(4-81)、(4-82)作用下的跟踪控制效果，可以发现其能够较好的跟踪参考轨迹且两个控制器的控制效果相近，这说明本文提出的 GCARE 及其求解算法是有效的。

4.6 总结

本章针对受扰情况下 MJS 的 H_∞ 跟踪控制问题，首先设计 H_∞ 滤波器估计被控系统与参考系统的系统状态，以解决系统状态无法直接测量的难题。接着，基于被控系统与 H_∞ 滤波器定义构造误差系统，基于被控系统与参考系统构造跟踪误差系统，针对滤波误差系统与跟踪误差系统分别引入衰减因子设计二次型性能指标，确保二次型性能指标可收敛，进而求解二次型性能指标得到 GCARE。此外基于能镇定性及可探测性导出了 GCARE 镇定解存在的充要条件，并利用 Lyapunov 方程给出了 H_∞ 滤波器和 H_∞ 跟踪控制器作用下闭环系统的稳定性判定。随后，利用策略迭代与初始镇定控制器，设计转移概率已知与未知下 GCARE 迭代求解算法，并给出了算法的收敛性证明。最后，通过受随机故障影响的直流电机模型上仿真实验验证所提方法的有效性。