

单位代码： 10293 密 级： _____

南京邮电大学

专业学位硕士学位论文



论文题目： _____ 无人机编队网络通信
_____ 受限下的协同控制研究

学 号 _____ 1220013726

姓 名 _____ 韦自强

导 师 _____ 吕科，陆音

专业学位类别 _____ 电子信息硕士

类 型 _____ 全日制

专业（领域） _____ 电子信息

论文提交日期 _____ 二〇二三年五月

Cooperative Control of UAV Formation Network under Communication Constraints

Thesis Submitted to Nanjing University of Posts and
Telecommunications for the Degree of
Master of Engineering



By

Ziqiang Wei

Supervisor: Prof. Ke Lv, Yin Lu

May 2023

摘要

无人机编队具有高可靠性、高自主性和强拓展性，可以完成情报收集、监控目标、电力巡检、物流配送等任务，在军事和民用领域均得到广泛应用。然而，编队网络因信号衰落、网络拥塞等原因会导致通信期间发生数据丢包，风力等其它不确定因素组成的外部干扰也会影响编队质量。本文针对无人机编队网络通信受限下的协同跟踪控制问题展开研究，具体工作包括：

一、研究了有向拓扑和数据丢包下无人机编队分布式协同跟踪控制问题，提出了一种含控制输入调节因子的模型预测控制算法，实现无人机编队协同跟踪。首先，结合图论思想和无人机运动方程，构建离散时间下基于领导者跟随者模式的无人机编队协同控制模型。其次，设计每个跟随者无人机含有数据丢包的辅助变量，建立具有丢包补偿机制的无人机编队跟踪误差模型。接着，结合模型预测控制算法与李雅普诺夫理论，求解得到实现无人机编队的控制序列。最后，对所提算法进行稳定性分析并通过仿真结果可以验证跟随者无人机无论在 X 轴和 Y 轴均呈现优良的跟踪性能。

二、研究了外部干扰和非对称数据丢包下无人机编队分布式合围跟踪控制问题，提出了一种基于数据丢包的分布式合围跟踪策略。首先，设计多谐波干扰观测器来估计由多个时变谐波组成的外部干扰。其次，考虑到合围跟踪任务中任意两个无人机之间的丢包概率可能不同，设计了编队非对称丢包补偿方案，并提出了基于多谐波干扰观测器的分布式合围跟踪控制策略。通过构建线性矩阵不等式并求解，得到了干扰观测器和合围跟踪控制器的增益。最后仿真结果表明，所有的跟随者无人机分布到由领导者无人机围成的凸包内，并且跟踪误差迅速收敛至有界范围。

关键词：无人机编队，数据丢包，模型预测控制，合围控制，干扰观测器

Abstract

With high reliability, high autonomy and strong expandability, UAV formations can accomplish tasks such as intelligence collection, surveillance targets, power inspections and logistics distribution, and are widely used in both military and civilian fields. However, data packet dropout during formation network communication due to signal fading and network congestion, and external disturbance consisting of other uncertainties such as wind can also negatively affect formation quality. In thesis, cooperative UAV formation tracking control under network communication constraints is studied, with specific work including:

The distributed cooperative UAV formation tracking control problem under directed topology and data packet loss is studied, and a model predictive control algorithm with control input adjustment term is proposed to achieve cooperative UAV formation tracking. Firstly, a discrete time leader-follower cooperative tracking control model is established. Secondly, the auxiliary variables of each follower UAV containing data packet dropout are designed to develop a UAV formation tracking error model with packet loss compensation mechanism. Then, combining the model predictive control algorithm with Lyapunov theory, the control sequence to realize the UAV formation is solved. Finally, the stability analysis of the proposed algorithm and the simulation results can verify the follower UAV presents excellent tracking performance in both X-axis and Y-axis.

The distributed containment tracking control problem of UAV formation under external disturbance and asymmetric data packet dropout is studied, and a distributed containment tracking strategy based on data packet dropout is proposed. Firstly, to confirm the practical engineering, the external disturbance composed of many time-varying harmonics is estimated by a designed multiple harmonics disturbance observer. Secondly, according to the different data packet dropout probability between any two agents in the containment tracking task, an asymmetric packet dropout compensation strategy with the topology matrix is proposed for the disturbance-observer-based distributed containment tracking control scheme designing. By figuring out a series of linear matrix inequalities, the disturbance observer and containment tracking controller gains are obtained. The final simulation results show all follower UAVs are distributed into a convex hull surrounded by leader UAVs and the tracking error converges rapidly to a bounded range.

Key words: UAV Formation, Packet Dropout, Model Predictive Control, Containment Control,

目 录

第一章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 无人机编队控制方法研究现状.....	2
1.2.2 编队网络通信受限研究现状.....	4
1.2.3 无人机编队分布式控制理论研究现状	5
1.3 本文的研究内容和结构安排	7
1.3.1 本文的工作与创新点.....	7
1.3.2 本文的结构安排.....	8
第二章 相关背景知识介绍	10
2.1 四旋翼无人机基本知识.....	10
2.1.1 四旋翼无人机的结构形式.....	10
2.1.2 四旋翼无人机飞行原理.....	11
2.2 无人机的系统建模.....	12
2.2.1 无人机动力学模型的建立.....	12
2.2.2 无人机模型的简化与推导.....	15
2.3 鲁棒控制基本知识.....	17
2.3.1 基于代数图论的编队领导者模式.....	17
2.3.2 定义与引理介绍.....	19
2.4 本章小结.....	20
第三章 基于有向拓扑和数据丢包的无人机编队分布式协同跟踪控制	21
3.1 问题建模.....	21
3.1.1 无人机编队的建立.....	21
3.2 跟踪控制方案设计.....	23
3.3 稳定性分析.....	25
3.4 仿真验证.....	26
3.4.1 参数设定	26
3.4.2 仿真结果.....	27
3.5 本章小结.....	29
第四章 基于数据丢包的无人机编队分布式合围鲁棒跟踪控制	30
4.1 问题描述.....	30
4.2 基于多谐波干扰观测器的控制器设计	32
4.2.1 多谐波干扰观测器设计.....	32

4.2.2 基于干扰观测器的控制器设计	34
4.3 可行性和稳定性分析	37
4.4 仿真验证	41
4.4.1 参数设定	41
4.4.2 仿真结果	42
4.5 本章小结	43
第五章 总结与展望	44
5.1 工作总结	44
5.2 下一步工作展望	44
参考文献	46

专用术语注释表

符号说明:

I	单位矩阵
A^T	A 矩阵的转置
$\ A\ _p^2$	二次型, 即 $A^T P A$
\otimes	克内罗克积
$E[\cdot]$	均值

缩略词说明:

IMPC	Improved Model Predictive Control	改进的模型预测控制
MPC	Model Predictive Control	模型预测控制
RPI	Representation Policy Iteration	代表性政策迭代
ZOH	Zero-Order Hold	零阶保持

第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

无人机是一种体积小、搭载飞行控制芯片和受计算机或自带程序操控的无人驾驶飞行器。与一般飞机相比，无人机具有成本低、结构简单、易于生产和维护、高拓展性等优点，可以高效地完成指定任务，即使在执行任务中出现危险也不会危及到飞行员的安全。近年来，随着自动控制技术与电子信息的迅猛发展，无人机逐渐受到人们的青睐并且发展迅速。无人机在军事和民用领域都有广泛的应用，在军事方面，无人机拥有很高的隐藏性与准确性，可以执行情报收集、火力掩护、战场救援、监控目标等任务^[1]。在民用方面，无人机可以进行现场勘查、辅助救援、物资投放和通讯中继^[2]；国家电网积极开展“架空输电线路直升机、无人机和人工协同巡检”等相关技术研究和应用，大力推广电力无人机巡检，逐步建立起巡检管理和技术支撑体系^[3]；各大互联网企业也在积极推进无人机配送业务，例如美团公司无人机事业部已开通 11 条城市场景常态化试运行航线，完成约 7 万真实订单。如今无人机具有高效、稳定、高品质等特点，推动着相关产业在近年快速落地。

相比于单个无人机，无人机集群具有高可靠性、高自主性和强拓展性等特点，在协同搜索、侦察监视、目标跟踪等领域均有着广阔的应用前景。无人机编队是由多架无人机组成的具有信息交互功能的复杂动力学系统，共同完成指定任务。无人机编队的研究问题主要分为无人机编队行为建模、无人机编队协同控制、无人机编队网络优化等多个方面。无人机编队协同控制问题主要指多个无人机基于通信网络进行信息交换，每个无人机可以根据自身和邻近无人机设计相应的控制协议，最后根据该控制协议使无人机编队实现协同运动。这些问题均为无人机编队协同控制中的基本问题，但将其直接应用于实际系统可能会出现一些问题：受到任务环境和通信设备不稳定等原因，编队通信网络因网络拥塞或信号衰减等问题导致发生数据丢包；无人机编队在执行任务的过程中，除编队网络传输信号受限外，其编队运动过程中易受到外部干扰的影响。因此，本文针对无人机编队网络中的数据丢包和外部干扰问题，研究无人机编队在有向拓扑和数据丢包下分布式协同跟踪和外部干扰和非对称数据丢包下分布式鲁棒合围跟踪，实现无人机编队的协同运动。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 无人机编队控制方法研究现状

无人机编队控制是指通过对一组无人机的运动轨迹进行控制,使其在一定的空间范围内以特定的编队形式执行指定任务。近年来,国内外学者围绕无人机编队控制方法展开深入的研究,产生了丰富的理论成果,相关综述文章可以参考文献[4]。由于编队控制问题具有广泛的实用背景和研究价值,因此成为无人机编队系统中研究热点之一。无人机编队控制方法主要包括领导者跟随者方法、基于行为的跟踪控制方法、虚拟结构法和人工势场法。领导者跟随者方法弥补了集中式和分布式控制方法的缺陷,并且具有跟随精度高、控制难度低等优点,成为主流的编队控制方法。本小节对无人机编队控制方法研究进展进行简要梳理:

(1) 领导者跟随者方法

领导者跟随者方法是一种基于特殊个体的编队控制方法。该方法将编队中移动机器人划分成两种角色,分别为领导者和跟随者:领导者确定编队的运动路线,跟随者以某种相对姿态与领导者保持一定距离进行运动。文献[5]为基于位置的领导者跟随者编队控制提出一种基于深度的视觉预测控制器,对使用预测范围的目标轨迹进行优化,同时考虑图像和物理空间限制、相机遮挡、建模错误等其他不确定性因素,完成基于领导者跟随者位置的无人机编队控制。文献[6]提出一种分布式模型预测算法,领导者跟随者无人机编队可以快速形成预设编队并保持,将无人机编队的形成和保持转化为一个在线滚动优化问题。文献[7]提出一个分布式编队合围控制策略,在无限时间内使得每个无人机均获得理想的跟踪性能。无人机领导者需要接收所需的位置和姿态的跟踪信息,并对其结合图论知识设计编队控制器;跟随者通过通信网络从领导者和其他跟随者获得相应的信息,并对其设计分布式合围控制方案;通过神经网络算法来处理编队系统的外部干扰。文献[8]使用深度强化学习设计基于领导者跟随者的无人机编队飞行方案,结合间接修正构建在线深度强化学习的环境,分别利用深度神经网络近似、深度确定性策略梯度和深度 Q 网络方法解决无人机编队基本跟踪控制问题。文献[9]设计了一个自适应增量滑模编队控制器并使用辅助系统来调节控制信号,以解决驱动器故障和外部干扰的问题。

(2) 基于行为的跟踪控制方法

Balch 等^[10]首次提出了基于行为的编队跟踪控制方法,设计了一些基本的导航行为并将其组合成编队行为,实现对特定导航目标的跟踪、障碍物规避和编队队形的保持。该方法模拟行编队、列编队、菱形编队以及楔形编队等队形,针对不同的编队队形给出相应的编队行为设计方法。文献[11]提出了一个局部通信模型,针对不同的场景分别设计了蜂拥算法和圆形

编队算法,可以实现穿越障碍区域并重新编队,编队质量优于传统通信模型。文献[12]将编队决策功能纳入编队控制模式中,并根据鸽群行为的轨迹规划模型对其进行预期角度分类,提出了一种分层预警机制,以解决无人机编队在复杂环境下适应性差的问题。文献[13]以邻近无人机行为信息为观测量,建立了一种自适应分布式编队保持模型,通过获取邻近无人机的状态信息并引入关联度因子,提出一种自适应动态调整策略保证编队一致性。文献[14]设计一种无人机编队防碰撞的智能决策和控制方法,利用蜂群智能的思想将无人机蜂群的基本飞行行为定义为五个基本的飞行规则,并通过设定蜂群的整体防撞规则和单个成员的防撞规则来构建无人机蜂群的认知安全域,将无人机群的防撞问题转化为涉及双方博弈问题,最终给出决策和控制策略集。

(3) 虚拟结构法

虚拟结构法是一种用于设计控制器的方法,将控制系统分解成多个虚拟结构单元,设计适当的控制策略来实现所需的控制目标。这种方法的基本思想是将系统看作是由多个子系统组成,每个子系统可以表示为一个虚拟结构单元,这些虚拟结构单元之间的相互作用描述了系统整体的行为。虚拟结构法的关键在于对虚拟结构单元的定义和组合,以及合适的控制策略的设计。文献[15]设计了一种基于虚拟结构法、非线性引导逻辑和误差反馈模型的编队控制算法,以实现无人机—基站编队控制。当无人机—基站编队保持稳定的网络时,所有无人机—基站的运动轨迹中心被视为虚拟点,形成一个刚体;当无人机—基站编队在进行队形变换时,无人机—基站编队的真实位置被用来形成一个刚体。文献[16]提出一种可以引导无人机无人车编队使其作为一个虚拟结构进行合作导航的控制方案,实现无人机在无人车上的精准起降、定位(达到编队队形)和轨迹跟踪(保持编队队形)。文献[17]提出了一种基于滑模干扰观测器的编队控制器设计方案,结合动态面控制算法设计了每架无人机的三个通道的编队控制器,克服了反演控制算法中“微分膨胀”的影响,解决了基于虚拟结构的无人机编队中不确定性问题。文献[18]提出了一种结合虚拟结构法和非线性引导逻辑实现无人机编队的鲁棒控制方案,采用虚拟结构法可以解决传统的领导者跟随者方法中的领导者依赖问题,同时带有反馈项的非线性制导逻辑可以实现跟踪制导点和编队保持。文献[19]设计了一个分布式非线性模型预测控制器,完成无人机编队飞行控制。采用虚拟结构法的无人机编队中每个无人机的目标函数由跟踪误差、与障碍物的距离、和编队中其他无人机的相对距离组成。

(4) 人工势场法

人工势场法是一种基于虚拟势场概念的自适应控制方法,使一个机器人或一个自主系统完成目标追踪或避障等任务。该方法通过将机器人或系统视为质点,以当前位置和目标位置

之间的欧几里得距离为输入，生成一个虚拟势场。在这个虚拟势场中，机器人或系统被视为一个质点，在其周围存在着吸引它向目标移动的势场，同时也存在着排斥它离障碍物移动的势场。通过将这些势场的合成，机器人或系统可以沿着虚拟势场的梯度方向自适应地进行导航。在控制理论方面，人工势场法被认为是一种非线性控制方法，可以在没有精确模型和控制器的情况下实现自适应控制。文献[20]结合人工势场法和编队控制作为控制系统的间接控制环，针对基本鸽群优化算法的寻优缺陷利用量子行为规则对其进行改进，将改进后的鸽群优化算法和无人机控制量结合作为控制系统中的直接控制环，实现对无人机集群的紧密编队控制。文献[21]提出一种基于速度的人工势场算法，通过改进传统人工势场法中引力和斥力势场函数，解决了传统人工势场算法中的局部最小值和目标无法到达的问题。文献[22]提出一种由编队控制项和目标跟踪项组成的人工势场函数，结合带有饱和函数的滑模控制策略解决无人机的旋转缓冲问题，实现多架无人机的目标跟踪和编队控制。文献[23]提出一种结合共识算法和人工势场算法的控制器，其中主要包括分布式队形保持控制器、避免无人机之间或无人机与空间中的障碍物发生碰撞的人工势场控制器，提升了无人机编队的防碰撞性能。文献[24]提出一种基于改进的人工势场和共识理论的分布式避障协同编队控制算法，实现避开静态、动态障碍物并防止无人机之间相互碰撞，同时无人机编队可以快速恢复预期队形，实现相对距离、高度和速度的共识。

1.2.2 编队网络通信受限研究现状

无人机编队网络是指由多架无人机组成的网络系统，完成无人机之间的信息交互。然而，无人机编队网络在实际应用中往往面临着通信受限的问题，如数据丢包等。数据丢包指的是一个或多个数据包无法通过编队网络路由到达指定的无人机。对于这种情况，通常会利用随机模型来进行描述：假设数据丢包为服从伯努利分布或马尔科夫过程的随机序列，设取值为 0 表示数据包丢失，取值为 1 则为成功的接收到数据包。文献[25]提出一种基于云的时变编队预测控制算法，给出量化时变编队的定义，得到实现量化时变编队的必要和充分条件，解决编队网络中产生的随机数据丢包和量化误差问题。文献[26]设计了一个分布式 H_∞ 鲁棒控制器以减少时变网络导致的数据丢包等问题，保证了大规模无人机编队的高可用性。文献[27]提出一种分层分布式鲁棒自适应容错控制算法，解决实时无线网络四旋翼无人机飞行控制系统运行中出现的外部干扰、内部驱动器故障、随机延迟与数据丢包等问题。文献[28]设计一种基于信道状态改进型路由协议，使数据包同时在多条信道上传输，提高了传输速率。同时对每条

信道进行优化,结合分支和约束方法,在数据传输过程中避免因信道衰减造成数据丢包,提高端到端的吞吐量,进而提高整个数据传输过程的有效性。文献[29]针对有状态扰动的多智能体系统分布式编队控制问题,提出一种基于状态估计器的分布式事件触发算法。每个多智能体都能从邻近智能体上估计出的自身状态和估计误差得到预期值,从而利用预期误差得到通信触发条件。

集群行为的核心是解决群体内个体之间的协同问题,其中通信网络主要用于个体间信息的传递,包括无向图和有向图两类^[30]。在有向拓扑网络下,文献[31]设计了一种基于反步算法的分布式编队控制协议,基于反步算法的外部位置控制器与内部姿态控制器对接,通过理论证明级联系统的外部控制回路的稳定性与时延无关,从而实现无人机之间通信时不受时延的影响。文献[32]提出一种基于有向拓扑的双环控制协议,内环应用鲁棒反馈线性化技术来线性化无人机的非线性动力学模型,外环用于构建基于代数李卡提方程的合作组队跟踪方案,实现无人机编队分组跟踪控制。在无向通信拓扑结构下,编队中的无人机需要收敛并保持期望队形。文献[33]对是否运用延迟进行讨论,提出两种不同的控制协议,解决了具有通信延迟的垂直起降无人机编队的控制问题。针对无向网络拓扑下的多智能体编队,使用边缘交换操作来优化其网络拓扑结构,可以减少触发的事件并加快收敛速度。文献[34]提出了一种迭代算法来优化一阶事件触发的共识协议下的多智能体编队的网络拓扑结构,解决了基于事件触发共识机制的多智能体网络拓扑优化问题。

1.2.3 无人机编队分布式控制理论研究现状

当多个无人机组成编队联合飞行时,相互之间要保持固定的几何形态,同时又要满足任务需求和适应周边环境约束。无人机编队协同控制需要对每个无人机进行控制,而每个无人机只能接受部分信息,因此需要分布式控制理论来实现协同控制。分布式控制理论包括了分布式算法、分布式优化、分布式协同等多个方面。本小节从分布式模型预测控制理论和分布式合围鲁棒控制两个方面,对国内外研究现状进行论述。

模型预测控制(MPC)是一种运用迭代思想的优化算法,用于具有各种约束的工业应用。控制问题被表述为一个成本函数再转化为一个约束优化问题。在每个采样时间的预测范围内,根据系统模型预测系统的行为。利用预测的信息,通过最小化目标成本函数获得未来的控制输入序列。只有最优控制序列的第一个控制输入被使用。在下一个采样时间,使用更新的测量值并重复同样的过程。文献[35]分别运用线性 MPC 和非线性 MPC 两种算法设计两个鲁棒

控制系统,解决了非完整性约束的移动机器人编队中驱动器饱和极限干扰问题。文献[36]提出了基于分布式共识控制和 MPC 的无人机编队策略,完成无人机编队的协同跟踪控制。将编队控制问题分解为水平运动和垂直运动。在水平运动中,只对领导者无人机使用 MPC 算法,将该问题转化为二次规划问题;而垂直运动中对领导者和跟随者无人机均使用 MPC 算法,将该问题转化为线性二次跟踪问题。文献[37]提出一种事件触发输出反馈鲁棒模型预测控制算法,解决时变离散时间系统中的数据量化、数据丢包和约束干扰问题。控制器的一部分是在线鲁棒 MPC 优化问题,结合舒尔引理和 RPI 集的充分条件,利用估计误差边界的约束紧缩方法保证优化问题的递归可行性。文献[38]提出一种改进的多约束 MPC 算法,将无人机编队欧拉—拉格朗日系统划分为旋转子系统和平移子系统,引入积分器消除干扰引起的跟踪误差,通过修改成本函数的参数,可以指定闭环子系统的稳定程度并改善 MPC 计算中的数值问题,提高无人机编队队形保持的稳定性和对外部干扰的鲁棒性。文献[39]设计了一种基于卡尔曼共识滤波器和固定时间干扰观测器的多约束模型预测控制算法,卡尔曼共识滤波器用于处理编队中的噪声和其它不确定性因素,固定时间干扰观测器能够估计无人机在固定时间内所遭受的外部干扰并为控制器提供实时补偿,IMPC 算法在保证系统渐进稳定性并提高算法求解效率,最终完成无人机编队控制。

在合围跟踪控制中,通过设计分布式控制器,使得所有跟随者的状态或者输出,能够进入到多领导者状态或输出所形成的凸包内部^[40]。在实际应用场景中,领导者往往需要保持编队队形且能够跟踪特定目标。编队—合围跟踪控制问题可以表述为:集群系统存在层内的不同协同控制目标以及层间的协同耦合,一方面要求多领导者形成特定的编队并跟踪参考轨迹或目标运动,另一方面要求跟随者能够进入领导者所形成编队的内部^[41]。文献[42]设计了一个基于容错机制的分层合围控制协议,上层由虚拟系统和合作控制器组成,实现虚拟合围跟踪目标;下层由实际多智能体系统和容错控制器组成,用于跟踪上层的虚拟系统。引入容错机制的优点是发生故障智能体的只会影响其自身,而不会通过网络影响其它智能体。文献[43]研究了跟踪目标控制输入未知下基于有向拓扑网络的多智能体系统合同跟踪控制问题。多智能体被分为跟踪领导者、编队领导者和跟随者,具有未知控制输入的跟踪领导者提供了不可预测的轨迹作为参考,编队领导者应跟踪目标轨迹并完成所需的子形态,跟随者收敛到由编队领导状态所形成的不同的凸包中。文献[44]通过建立含有外部干扰的跟踪误差模型,提出一种基于干扰观测器的分布式合围跟踪控制器,通过李雅普诺夫定理证明了多无人水面艇编队系统收敛。文献[45]提出了一种自适应跟踪算法,结合了连续鲁棒误差符号积分的反馈元素和基于神经网络的前馈元素,保证每个跟随者在半全局范围内渐进地跟踪相应虚拟节点的状态。

采用平滑投影算法确保神经网络权重矩阵的训练值是有界, 实现多欧拉—拉格朗日系统分布式合围控制。针对外部干扰下的离散时间无人机与无人车编队, 文献[46]提出一种分布式合围控制算法, 引入 $l_2 - l_\infty$ 性能指标保证异构系统在未知能量约束干扰下的跟踪性能, 通过构建线性矩阵不等式并求解, 得到了领导者和跟随者的控制器增益。

外部干扰下所设计的控制协议需要具有鲁棒性, 实现无人机编队跟踪控制。基于干扰观测器的鲁棒控制是一种经典的抑制外部干扰的方法^[47]。文献[48]设计了一个内环鲁棒控制控制器来跟踪外环编队控制器产生的指令信号, 并在内环鲁棒控制器中设计了自适应干扰观测器来补偿外部干扰带来的影响。文献[49]设计了一种基于干扰观测器的多目标综合鲁棒优化控制方法, 在多目标模型预测控制的框架下, 建立了一个具有合作成本函数和基于梯度的多目标优化算法的多目标综合鲁棒优化控制结构, 提升污水处理厂的控制和运行性能。文献[50]设计了一个由干扰观测器、递归鲁棒线性二次调节器和卡尔曼滤波器组成的鲁棒控制器, 递归鲁棒线性二次调节器用来最小化轨迹跟踪误差, 卡尔曼滤波器则根据无人机状态空间模型来估计风力干扰, 以解决参数摄动和风力干扰下四旋翼无人机的轨迹跟踪问题。针对含有外部干扰和故障的多智能体系统文献[51]提出一个分布式鲁棒误差检测与隔离方案, 具有故障检测隔离模块的智能体只需获得自身和邻近无人机之间的相对状态, 多智能体系统的通信成本得到有效降低。文献[52]结合固定时间比例差分式控制器和固定时间干扰观测器, 设计了一种固定时间鲁棒集成控制器, 在模型不确定性和外部干扰下实现自由飞行刚性空间控制器的轨迹跟踪控制。

1.3 本文的研究内容和结构安排

1.3.1 本文的工作与创新点

为了实现无人机编队在发生数据丢包和存在外部干扰时如何完成协同控制问题, 本文以实现无人机编队网络通信受限下的协同跟踪控制作为突破点, 主要创新点为:

一是本文提出一种基于有向拓扑和数据包丢失补偿机制的无人机编队分布式协同跟踪控制算法。建立传输数据包丢失下具有丢包补偿机制的无人机编队跟踪误差方程及协同控制模型, 结合模型预测控制技术与理论求解得到实现无人机编队稳定的控制序列, 使无人机编队具备丢包补偿性能的同时能够达到一致稳定。

二是本文提出一种基于数据丢包的无人机编队分布式合围鲁棒跟踪控制方案。利用多谐

波干扰观测器来估计外部干扰，针对合围跟踪任务中任意两个无人机之间丢包概率可能不同的问题，提出了编队非对称丢包补偿方案，并基于多谐波干扰观测器设计了分布式合围跟踪控制策略。通过构建线性矩阵不等式并求解，得到了干扰观测器和合围跟踪控制器的增益。

1.3.2 本文的结构安排

本文研究了有向拓扑和数据丢包下无人机编队分布式协同跟踪控制和外部干扰和非对称数据丢包下无人机编队分布式合围跟踪控制。本文整体结构如图 1.1 所示，具体内容如下：

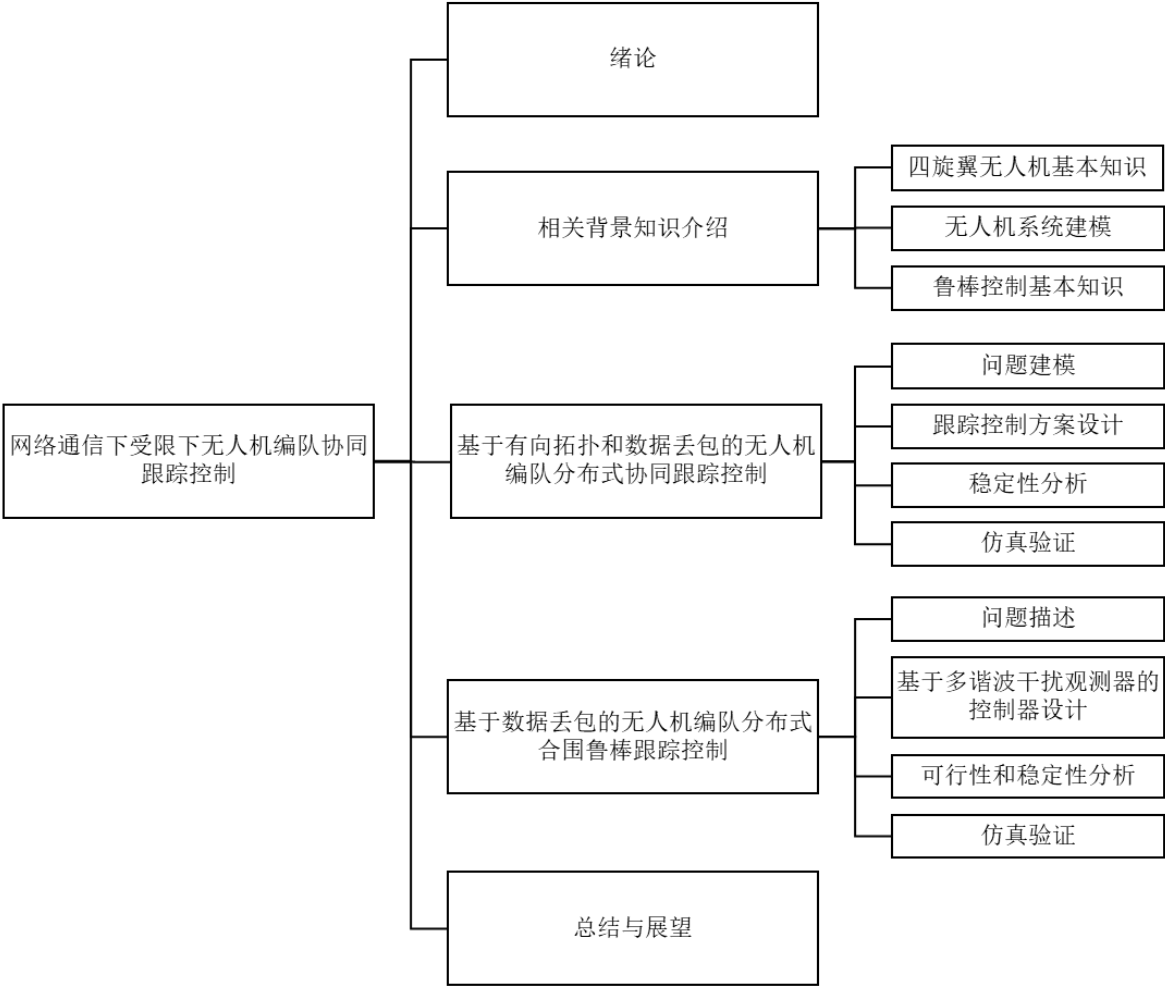


图 1.1 本文结构图

第一章：绪论。首先介绍了无人机编队研究的背景意义和无人机编队中亟需解决的问题，其次分别从无人机编队控制方法、编队网络通信受限问题、无人机编队分布式控制理论这三个方面阐述了国内外研究现状，最后给出了本文的主要研究内容和结构安排。

第二章介绍了无人机编队相关背景知识。首先对四旋翼无人机的基本结构、运动形式、和飞行原理进行简单介绍；其次从地面坐标系和机体坐标系入手，详细阐述了坐标系选取和

欧拉角变换过程，推导得到四旋翼无人机的空气动力学模型，并提出假设进行适当简化，得出本文所使用的四旋翼无人机系统模型；最后介绍了基于代数图论的编队领导者模式和本文将要使用的定义与引理，为后续所提出的算法提供理论基础。

第三章提出了一种基于有向拓扑和数据丢包的无人机编队分布式协同跟踪控制算法。首先建立领导者跟随者无人机编队系统模型，其次，先后设计控制输入和含有数据丢包的辅助向量，建立具有丢包补偿机制的无人机编队跟踪误差模型。同时，控制调节项完善分布式模型预测控制策略的设计，并求解得到实现无人机编队的控制序列。最后，通过理论证明无人机编队的稳定性，并给出一个仿真算例进一步验证其有效性。

第四章提出一种基于数据丢包补偿机制的无人机编队分布式合围跟踪鲁棒控制方案。首先，设计多谐波干扰观测器来估计由多个时变谐波组成的外部干扰。其次，针对任意两个无人机之间的丢包概率可能不同的问题，设计编队非对称丢包补偿方案。同时，提出了基于多谐波干扰观测器的分布式合围跟踪控制策略。通过构建线性矩阵不等式并求解，得到干扰观测器和合围跟踪控制器的增益。最后，通过仿真结果表明所提出算法是有效的。

第五章对全文的工作内容进行总结，并对本课题未来值得深入研究的方向进行了展望。

第二章 相关背景知识介绍

本章主要介绍无人机编队相关背景知识。首先介绍四旋翼无人机的基本结构、运动形式和飞行原理。其次，分析四旋翼无人机的动力学模型，对其提出假设并推导，得到本文所使用的四旋翼无人机系统模型。最后，由于本文均在有向拓扑网络下建立无人机编队，对基于代数图论的编队领导者模式和本文将要使用的定义和引理进行介绍，为后续所提出的算法提供理论基础。

2.1 四旋翼无人机基本知识

由于四旋翼无人机能够从任意构型向任意方向移动，具有性能优异、结构简单等优点，在后续章节中，无人机编队中将选用四旋翼无人机作为主要模型进行分析。本节将从四旋翼无人机的结构形式、飞行原理入手，对其进行详细介绍。

2.1.1 四旋翼无人机的结构形式

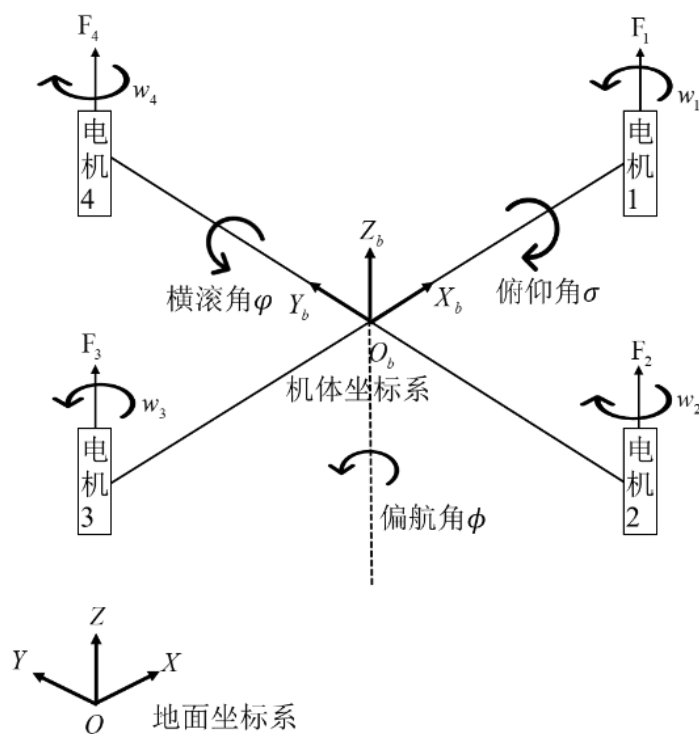


图 2.1 四旋翼无人机结构图

四旋翼无人机是用四个旋翼产生升力的多轴飞行器。和固定翼无人机不同，它通过旋翼

提供的推力使其完成垂直起降、悬停等各种飞行任务。在飞行时，四旋翼无人机控制四个螺旋桨的旋转速度，通过调节无人机的飞行高度和飞行姿态角，从而实现在三维空间的飞行运动。本文讨论的四旋翼无人机结构如图 2.1 所示，四个旋翼对称地分布在机体的两侧，且在同一高度平面上，4 个电机分别安装在四旋翼无人机的四个支架端，通过改变 4 个电机的转速 w_1, w_2, w_3, w_4 来调节螺旋桨转速，从而改变旋翼升力 F_1, F_2, F_3, F_4 实现对飞行器的控制。

2.1.2 四旋翼无人机飞行原理

四旋翼无人机有 4 个螺旋桨转速 w_1, w_2, w_3, w_4 作为其输入，通过其 4 个螺旋桨来产生拉力 F_1, F_2, F_3, F_4 和三轴力矩。单个螺旋桨在旋转的过程中，会产生向上的升力和一个反扭矩。向上的升力控制无人机的飞行高度，而这个反扭矩则会使无人机向反方向旋转。为了消除这种反扭矩带来的旋转作用，可以通过调整相邻两个螺旋桨之间的旋转方向来抵消。例如，电机 2 和电机 4 顺时针转动，电机 1 和电机 3 则需要逆时针转动，反之亦然。这样螺旋桨之间的反扭矩就可以相互抵消。在空间中，四旋翼无人机具有 4 种基本的运动状态：

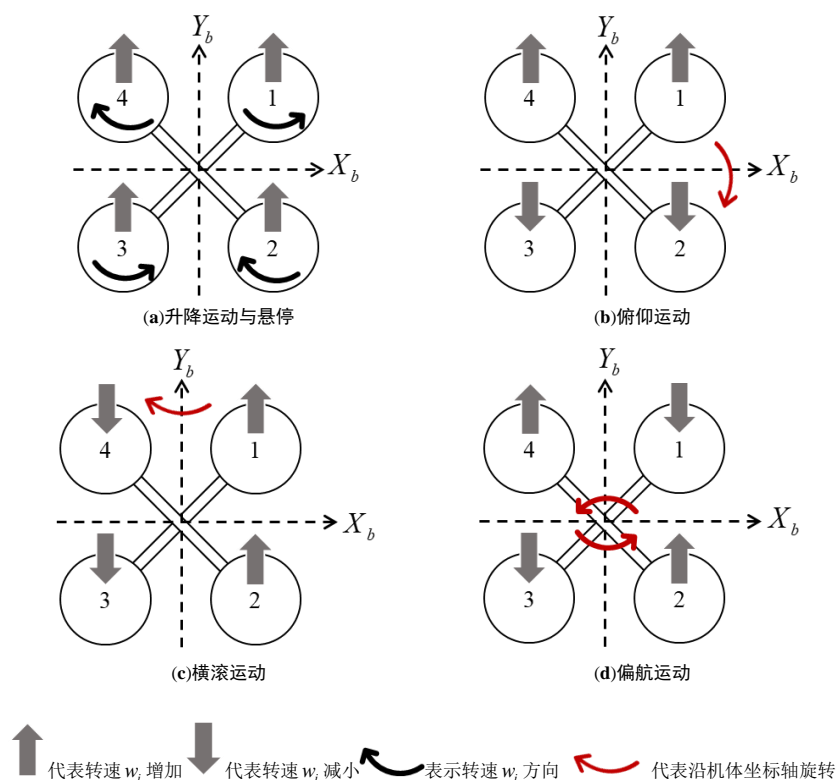


图 2.2 四旋翼飞行原理示意图

(1) 升降运动与悬停

如图 2.2(a)所示，四旋翼无人机机体坐标系中的 Z_b 轴均是垂直于无人机所在平面并竖直

向上的,螺旋桨产生升力同样垂直于自身平面。同时增加 4 个螺旋桨的转速 w_1, w_2, w_3, w_4 , 并满足无人机总升力大于其自身重力时, 无人机将垂直上升, 反之亦然。当总升力等于无人机自身重力时, 四旋翼无人机将处于悬停状态。

(2) 俯仰运动

如图 2.2(b)所示, 俯仰运动描述的是机围绕机体坐标系 Y_b 轴的旋转运动。俯仰运动产生俯仰角, 俯仰角指的是机体坐标系的 X_b 轴与地面坐标系之间的夹角, 记作 σ 。若要实现四旋翼无人机的俯仰运动, 则需增大(或减小)1 号和 4 号螺旋桨的转速 w_1, w_4 , 减小(或增大)2 号和 3 号螺旋桨的转速 w_2, w_3 。

(3) 横滚运动

如图 2.2(c)所示, 横滚运动描述的是无人机围绕机体坐标系 X_b 轴的旋转运动。横滚运动产生横滚角, 横滚角指的是机体坐标系的 Y_b 轴与地面坐标系之间的夹角, 记作 φ 。假设四个螺旋桨总的升力保持不变且等于无人机自身的重力, 即无人机在同一高度运动。由于 X_b 轴位于两个螺旋桨的中间位置, 若要实现横滚运动, 则需同时增加(或减小)1 号和 2 号螺旋桨的转速 w_1, w_2 , 减小(或增大)3 号和 4 号螺旋桨的转速 w_3, w_4 。

(4) 偏航运动

如图 2.2(d)所示, 偏航运动描述的是无人机围绕机体坐标系 Z_b 轴的旋转运动。偏航运动产生偏航角, 偏航角指的是机体坐标系的 X_b 轴在地面坐标系的投影与地面坐标系的 X 轴之间的夹角, 记作 ϕ 。偏航运动是通过螺旋桨之间产生反扭矩的配合来实现。为了克服反扭矩的影响, 无人机的 4 个螺旋桨中的 2 个顺时针旋转产生逆时针反扭矩, 2 个逆时针旋转产生顺时针反扭矩, 且对角线上的两个螺旋桨转动方向相同。反扭矩的大小与螺旋桨的转速有关, 当 4 个螺旋桨转速相同时, 产生的反扭矩互相平衡, 无人机不发生转动。四个螺旋桨转速不完全相同时, 不平衡的反扭矩则会引起四旋翼无人机的转动。若要实现四旋翼无人机的偏航运动, 则需要同时增加一对同方向旋转的螺旋桨转速并减小另一对相反方向旋转的螺旋桨转速, 且转速增加的螺旋桨转动方向与四旋翼机身转动方向相反。

2.2 无人机的系统建模

2.2.1 无人机动力学模型的建立

为了准确描述无人机的运动状态, 选择合适的坐标系来描述无人机的空间状态至关重要。

例如,要想确定无人机在地球上的位置,采用地面坐标系 $OXYZ$ 比较方便;要想描述螺旋桨的推力,则采用机体坐标系 $O_bX_bY_bZ_b$ 比较方便。在一个坐标系中建立的状态变量,可以通过坐标转换的方式转换到另一个坐标系中。

空间内的任意一点均可以使用一个向量来表示,如在二维空间中的点坐标可表示为 $[x,y]^T$,三维空间中的点坐标为 $[x,y,z]^T$ 。由于本文研究无人机机体坐标系到地面坐标系的转换,所以只需考虑坐标系的平移和旋转。

关于三维空间的转换,需要建立地面坐标系 $OXYZ$,它是相对于地面不动的坐标系,原点 O 是固定在地面的某点, Z 轴垂直于地面并指向逃离地心的方向, X 轴在水平面内并指向某一方向, Y 轴也在水平面内并垂直于 X 轴指向某一方向。一般在建立无人机运动方程时,把地面坐标系看成惯性坐标系。

本文需要将机体坐标系转换成地面坐标系,在地面坐标系研究四旋翼无人机的运动情况。任何一组直角坐标系相对于另一组直角坐标系的方位,都可以通过欧拉角法来确定。在三维空间中,将机体坐标系转换到地面坐标系需要经过 1 次平移和 3 次旋转操作。最终可以得到准确描述地面坐标系和机体坐标系的转换关系的转换矩阵。

假设存在如图 2.3 所示的地面坐标系 $OXYZ$ 和机体坐标系 $O_bX_bY_bZ_b$,三维空间中坐标系之间的转换分析如下:

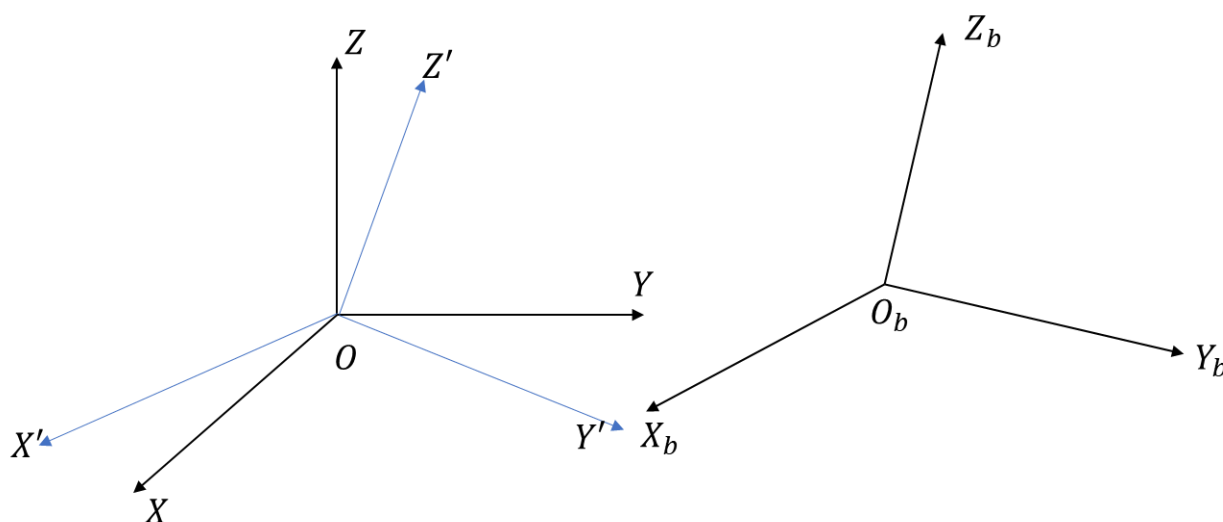


图 2.3 三维空间平移示意图

(1) 平移

平移操作如图 2.3 所示。经过坐标平移后,机体坐标系 $O_bX_bY_bZ_b$ 变换为过渡坐标系 $O' = \{X',Y',Z'\}$ 。此时,机体坐标系的原点与地面坐标系的原点重合,转换关系可以表示为:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 + X_b \\ Y_0 + Y_b \\ Z_0 + Z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

其中, $[X_0, Y_0, Z_0]^T$ 表示地面坐标系的单位向量。

(2) 沿 X' 轴旋转角度 φ

从过渡坐标系 O' 转动横滚角 φ 到过渡坐标系 $O'' = \{X'', Y'', Z''\}$, 可以得到:

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \cos \varphi + Z' \sin \varphi \\ -Y' \sin \varphi + Z' \cos \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

(3) 沿 Y' 轴旋转角度 σ

从过渡坐标系 O'' 转动俯仰角 σ 到过渡坐标系 $O''' = \{X''', Y''', Z'''\}$, 可以描述为:

$$\begin{bmatrix} X''' \\ Y''' \\ Z''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'' \cos \sigma - Z'' \sin \sigma \\ Y'' \\ X'' \sin \sigma + Z'' \cos \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \sigma & 0 & -\sin \sigma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \sigma & 0 & \cos \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

(4) 沿 Z' 轴旋转角度 ϕ

从过渡坐标系 O''' 转动偏航角 ϕ 到地面坐标系 OXYZ, 可以表示为:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X''' \cos \phi + Z''' \sin \phi \\ -X''' \sin \phi + Z''' \cos \phi \\ Z''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X''' \\ Y''' \\ Z''' \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

因此, 机体坐标系 $O_b X_b Y_b Z_b$ 到地面坐标系 OXYZ 的转换矩阵可以描述为:

$$\begin{aligned} R_{b2e} &= \begin{bmatrix} \cos \sigma \cos \phi & \sin \varphi \sin \sigma \cos \phi - \cos \varphi \sin \phi & \cos \varphi \sin \sigma \cos \phi + \sin \varphi \sin \phi \\ \cos \sigma \sin \phi & \sin \varphi \sin \sigma \sin \phi + \cos \varphi \cos \phi & \cos \varphi \sin \sigma \sin \phi - \sin \varphi \cos \phi \\ -\sin \sigma & \sin \varphi \cos \sigma & \cos \varphi \cos \sigma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中, R_{b2e} 是机体坐标系到地面坐标系的转换矩阵, 具有正交性。

四旋翼无人机的运动参数有 6 个, 其中 3 个是在地面坐标系的位置 (x, y, z) , 另外 3 个为四旋翼相对于地面坐标系的姿态, 包括横滚角 φ 、俯仰角 σ 和偏航角 ϕ 。横滚角、俯仰角和偏航角的定义均已在 2.1.2 节中给出。因为欧拉角是针对四旋翼无人机机体坐标系存在的, 所以只要明确了欧拉角与地面坐标系之间的位置关系, 即可进行四旋翼无人机的飞行控制。

现从单个螺旋桨旋转入手, 分析并建立四旋翼无人机的运动方程。结合 2.1.2 节介绍的无人机升降与悬停运动, 4 个螺旋桨提供的推力与机体坐标系中 Z_b 轴上的升力 F_{Z_b} 的关系可以表示为:

$$F_{Z_b} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (2.6)$$

结合三维坐标系转换矩阵(2.5), 从机体坐标系转换到地面坐标系的无人机受力形式为:

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} = R_{b2e} \begin{bmatrix} F_{X_b} \\ F_{Y_b} \\ F_{Z_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi \sin\sigma \cos\phi + \sin\varphi \sin\phi \\ \cos\varphi \sin\sigma \sin\phi - \sin\varphi \cos\phi \\ \cos\varphi \cos\sigma \end{bmatrix} F_{Z_b} \quad (2.7)$$

其中, F_X 、 F_Y 、 F_Z 分别表示无人机在地面坐标系下 X 轴、Y 轴、Z 轴上受到的力; F_{X_b} 、 F_{Y_b} 、 F_{Z_b} 分别表示表示无人机在机体坐标系下 X_b 轴、 Y_b 轴、 Z_b 轴上受到的力。

根据牛顿第二定理, 可以得到如下关系式:

$$\begin{aligned} F_X &= m\ddot{x} = (\cos\varphi \sin\sigma \cos\phi + \sin\varphi \sin\phi) F_{Z_b} \\ F_Y &= m\ddot{y} = (\cos\varphi \sin\sigma \sin\phi - \sin\varphi \cos\phi) F_{Z_b} \\ F_Z &= m\ddot{z} = (\cos\varphi \cos\sigma) F_{Z_b} - mg \end{aligned} \quad (2.8)$$

其中, m 表示无人机的质量, g 为重力加速度。结合文献[53]中无人机的姿态角调整, 姿态角和升力的关系可以表示为:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= \frac{L_A(-F_1 + F_2 + F_3 - F_4)}{I_x} \\ \ddot{\sigma} &= \frac{L_A(F_1 + F_2 - F_3 - F_4)}{I_y} \\ \ddot{\phi} &= \frac{(-M_1 + M_2 - M_3 + M_4)}{I_z} \end{aligned} \quad (2.9)$$

其中, L_A 是无人机的重心到螺旋桨的距离, I_x 、 I_y 、 I_z 分别表示沿下 X_b 轴、 Y_b 轴、 Z_b 轴的转动惯量。 $M_i(i = 1,2,3,4)$ 是四个螺旋桨由于旋转而产生的扭矩。

结合式(2.10)和式(2.11), 四旋翼无人机的动力学模型可以描述为:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{(\cos\varphi \sin\sigma \cos\phi + \sin\varphi \sin\phi) F_{Z_b}}{m} \\ \ddot{y} &= \frac{(\cos\varphi \sin\sigma \sin\phi - \sin\varphi \cos\phi) F_{Z_b}}{m} \\ \ddot{z} &= \frac{(\cos\varphi \cos\sigma) F_{Z_b}}{m} - g \\ \ddot{\varphi} &= \frac{L_A(-F_1 + F_2 + F_3 - F_4)}{I_x} \\ \ddot{\sigma} &= \frac{L_A(F_1 + F_2 - F_3 - F_4)}{I_y} \\ \ddot{\phi} &= \frac{(-M_1 + M_2 - M_3 + M_4)}{I_z} \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2.2 无人机模型的简化与推导

四旋翼无人机模型较为复杂, 本文主要研究通过单个无人机建立无人机编队系统, 并研究其协同跟踪控制问题。无人机均采用 2.2.1 节所述的四旋翼无人机, 其动力学模型可以表示为:

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = (\cos\phi_i \sin\sigma_i \cos\phi_i + \sin\phi_i \sin\phi_i) \frac{u_z}{m} \\ \ddot{y}_i = (\cos\phi_i \sin\sigma_i \sin\phi_i - \sin\phi_i \cos\phi_i) \frac{u_z}{m} \\ \ddot{z}_i = -\cos\phi_i \cos\sigma_i \frac{u_z}{m} + g \end{cases} \quad (2.11)$$

其中, x_i 、 y_i 、 z_i 分别表示第 i 个无人机在空间中的位置坐标, ϕ_i 、 σ_i 、 φ_i 分别表示第 i 个无人机的偏航角、俯仰角和横滚角, u_z 表示 Z 轴上的总推力 F_{Z_b} 。

为了便于建模工作的进行, 现提出如下假设:

假设 2.1^[54]: 在无人机编队实际运动中, 偏航角通常会根据需要指定为常值。在运动中通常为低速小机动运动, 且动态响应迅速。

假设 2.2^[55]: 四旋翼无人机在悬停状态下飞行, 同时忽略空气阻力和风力的影响。

首先由假设 2.1 可得, 俯仰角 θ_i 和滚转角 ϕ_i 均为小值, 即 $\sin\sigma_i \approx \sigma_i$ 、 $\cos\sigma_i \approx 1$ 、 $\sin\varphi_i \approx \varphi_i$ 、 $\cos\varphi_i \approx 1$ 。则式(2.11)可写化简为如下形式:

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = \sigma_i \frac{u_z}{m} \\ \ddot{y}_i = -\varphi_i \frac{u_z}{m} \\ \ddot{z}_i = -\varphi_i \sigma_i \frac{u_z}{m} + g \end{cases} \quad (2.12)$$

其次由假设 2.2 可知, Z 轴上的总推力 $u_z \approx mg$ 。则式(2.12)可以进一步化简为:

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = \sigma_i g \\ \ddot{y}_i = -\varphi_i g \end{cases} \quad (2.13)$$

在地面惯性坐标系 OXYZ 下, 各无人机的高度向运动与横侧向解耦可以单独控制, 可在定高模式下水平运动。因此, 本文仅考虑无人机编队在 OXY 平面内的协同跟踪控制, 不考虑在 Z 轴方向的运动。选取无人机在 X 、 Y 轴的位置和速度作为状态变量, 即 $x(t) = [p_x^i(t), v_x^i(t), p_y^i(t), v_y^i(t)]^T$, 其中 $p_x^i(t)$ 和 $p_y^i(t)$ 分别表示第 i 个无人机在 X 轴、 Y 轴上的位置, $v_x^i(t)$ 和 $v_y^i(t)$ 分别表示第 i 个无人机在 X 轴、 Y 轴上的速度。则无人机的状态向量可以描述为:

$$x(t) = [v_x^i(t), \sigma_i(t)g, v_y^i(t), -\varphi_i(t)g]^T \quad (2.14)$$

受文献[56]的启发,使用 ZOH 方法对无人机的状态向量(2.16)进行离散化处理,并令 T 为采样间隔^[57],不含外部干扰的离散时间无人机系统模型可以表示为:

$$x_i(k+1) = \begin{bmatrix} p_x^i(k+1) \\ v_x^i(k+1) \\ p_y^i(k+1) \\ v_y^i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_i(k) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ gT & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -gT \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_i(k) \\ \varphi_i(k) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\text{令 } A = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ gT & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -gT \end{bmatrix}, u_i(k) = \begin{bmatrix} \sigma_i(k) \\ \varphi_i(k) \end{bmatrix}, \text{ 则式(2.17)可以简写为如下形式:}$$

$$x_i(k+1) = Ax_i(k) + Bu_i(k) \quad (2.16)$$

2.3 鲁棒控制基本知识

2.3.1 基于代数图论的编队领导者模式

在无人机编队系统中,通常借助代数图论分析无人机之间的通信关系。图是一种描述对象之间成对关系的数学模型,一般由顶点和连接这些顶点的边组成,即 $G(W, E)$ 。其中, W 和 E 分别代表顶点集合和边集合。 W 中的元素称为顶点,顶点个数称为图的阶。 E 中的元素称为边,边的个数称为图的边数。

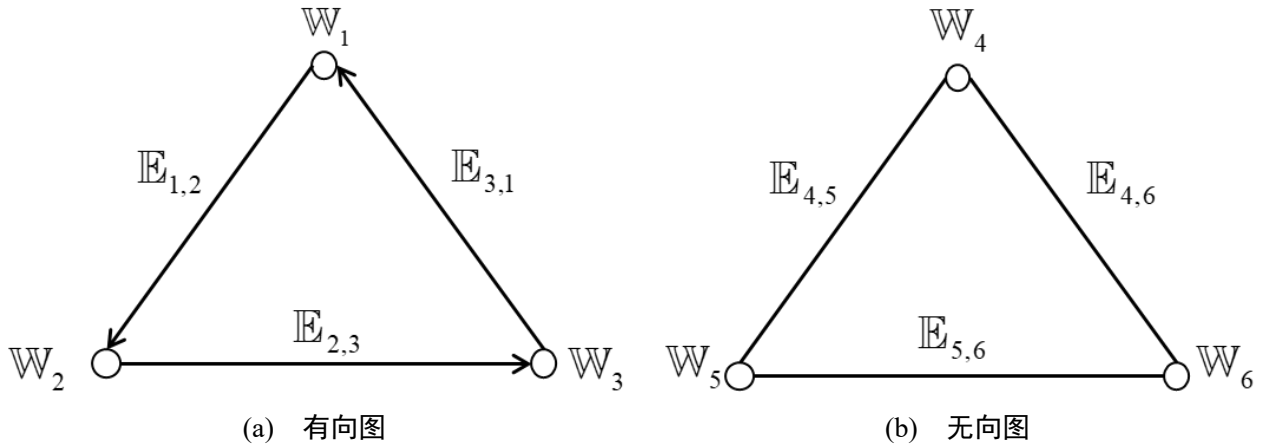


图 2.4 有向图和无向图

根据图中的边是否具有方向,可以将图分为有向图(图 2.4(a))和无向图(图 2.4(b))。为了更准确地描述无人机编队的通信拓扑,本文均选用有向图进行理论推导。在一个无向图 G 中,若从顶点 W_i 到顶点 W_j 有路径相连,则称 W_i 和 W_j 是连通的。如果 G 是有向图,那么连接 W_i 和 W_j

的路径中所有的边都必须同向。如果图 \mathbb{G} 中任意两点都是连通的，那么图被称作连通图。如果此图是有向图，则称为强连通图。

在无向图中，顶点 \mathbb{W}_i 的度表示与 \mathbb{W}_i 相连的边的数量，常用符号 $deg(\mathbb{W}_i)$ 表示。而在有向图中，顶点 \mathbb{W}_i 的入度是以 \mathbb{W}_i 作为终点的边数，出度是以 \mathbb{W}_i 作为起点的边数，入度和出度常用符号 $deg_{in}(\mathbb{W}_i)$ 和 $deg_{out}(\mathbb{W}_i)$ 表示。顶点上的环对这个顶点的入度和出度的贡献都是1。在全是有向边的图中，每条边都有一个起点和一个终点，所有顶点的入度、出度之和等于图的边数。

当图的边数较多时，为了表述清晰，通常会借助矩阵来表示。邻接矩阵和关联矩阵均可准确表述复杂图中各个顶点之间的关系。本文将使用邻接矩阵进行分析，它是一种表示顶点之间相邻关系的矩阵，一般表示为 $\mathbb{A} = \{a_{ij}\}$ 。设图 $\mathbb{G}(\mathbb{W}, \mathbb{E})$ 是一个具有 N 个顶点的图，则 $\mathbb{A} = \{a_{ij}\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ，其中：

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i, j) \in \mathbb{E} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2.17)$$

度矩阵 \mathbb{D} 可以用来描述各个顶点的度数，记作 $\mathbb{D} = \text{diag}\{deg(\mathbb{W}_i)\} (i = 1, 2, \dots, N)$ 。图的拉普拉斯矩阵是由顶点的度矩阵和邻接矩阵相减组成的矩阵，具体定义为：

$$\mathbb{L} = \mathbb{D} - \mathbb{A} \quad (2.18)$$

拉普拉斯矩阵是半正定的，其特征值中0出现的次数就是图连通区域的个数，最小非零特征值是图的连通度。针对存在 N 个节点的有向图 \mathbb{G} ，其拉普拉斯矩阵 \mathbb{L} 至少含有1个特征值，并且 $\mathbf{1}$ 是对应的特征向量。

编队合围控制由多个领导者无人机的编队控制和多个跟随者无人机的合围控制组成，能够满足多种任务需求，有效避免了基本协同控制问题的单一性。此外，通过改变系统内领导者和跟随者数量、各无人机之间的通信拓扑结构，即可将编队合围问题转换为基本的协同控制问题^[58]。考虑无人机编队系统由 N 个领导者组成的集合 $\mathbf{L} = \{1, \dots, N\}$ 和 M 个跟随者组成的集合 $\mathbf{F} = \{N+1, \dots, N+M\}$ 构成，使用有向图 \mathbb{G} 描述无人机编队的通信拓扑，假设领导者可以发送信息给跟随者，而跟随者不会发送信息给领导者，则图 \mathbb{G} 的拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L}_A \in \mathbb{R}^{(N+M) \times (N+M)}$ 可以分块表示为：

$$\mathbf{L}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_E & \mathbf{0}_{N \times M} \\ \mathbf{L}_2 & \mathbf{L}_1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

其中， $\mathbf{L}_E \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 代表领导者之间的信息交互， $\mathbf{L}_1 \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 代表跟随者之间的信息交互，

$L_2 \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 代表领导者到跟随者的信息交互。 L_E 和 L_1 可以是对称的, L_2 和 L_A 是非对称的。

2.3.2 定义与引理介绍

本小节将介绍在本文中使用到的关于矩阵分析的定义和引理, 并继续分析编队领导者模式。首先, 给出下列定义:

定义 2.1^[59]: 记 $Z_n \subset \mathbb{R}^{n \times n}$ 为所有 n 维非对角线元素非正的方阵所组成的集合, 若 $A \in Z_n$ 且 A 的所有特征值均具有正实部, 则矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为非奇异 M 矩阵。

定义 2.2^[60]: 令 $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B = [b_{ij}] \in \mathbb{R}^{p \times q}$, A 与 B 的克罗内克积定义为:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

另外, 对适当维数的矩阵, 克罗内克积具有下列性质:

- (1) 对于 $\alpha \in \mathbb{R}$, 有 $\alpha(A \otimes B) = (\alpha A) \otimes B = A \otimes (\alpha B)$;
- (2) $(A \otimes B) \otimes C = A \otimes (B \otimes C)$;
- (3) $(A \otimes C)(B \otimes D) = (AB) \otimes (CD)$ 。

定义 2.3^[61]: 如果所有领导者的位置均满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|q_i(t) - q_k(t) - \delta_{ik}\| = 0, \forall i, k \in E \quad (2.21)$$

则领导者将会形成期望的时变编队。其中, $\delta_{ik} \in \mathbb{R}^p$ 表示无人机 i 相对于无人机 k 的期望位置。

定义 2.4^[62]: 对于跟随者无人机, 若存在一组正常数使 $\varpi_{ij} \sum_{i=1}^N \varpi_{ij} = 1$ 成立, 并满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\| q_j(t) - \sum_{i=1}^N \varpi_{ij} q_i(t) \right\| = 0, \forall j \in F, \forall i \in E \quad (2.22)$$

则跟随者无人机可以实现合围控制。在本文中, 若领导者形成期望的时变编队, 并且所有的跟随者分布到由领导者围成的凸包内, 则称无人机编队达到编队合围, 即式(2.21)和式(2.22)同时成立。

根据以上对编队合围控制问题的定义可以得到, 编队合围控制问题在一定条件下可以转换为以下 3 种基本控制问题: 如果 $M = 0$ 且 $\delta_{ij} = \mathbf{0}$, 则编队合围控制问题可以变为一致性控制问题; 如果 $N = 1$, 编队合围控制问题变为存在单个领导者的无人机编队协同跟踪控制问题;

如果 $M = 0$ ，编队合围控制问题变为协同编队控制问题。

最后给出一些假设与引理，为后续研究合围跟踪控制方案提供理论基础。

假设 2.3^[63]：对于 N 个领导者系统所组成的通讯图 G 是有向强连通的。

假设 2.4^[46]：对于 M 个跟随者组成的系统，其中每个跟随者都至少存在一个领导者到该跟随者的有向路径。

引理 2.1^[64]：矩阵 $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$ 的所有特征值都具有正实部当且仅当存在对称正定矩阵 $P \in \mathbb{R}^{d \times d}$ ，使得矩阵 $PA + A^T P$ 是对称正定的。

引理 2.2^[65]：如果 $A \in Z_n$ 是非奇异 M 矩阵，那么存在一个对角矩阵 $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$ ，其中 $d_i > 0, \forall i = 1, \dots, n$ ，使得 $Q = DA + A^T D > 0$ 。

引理 2.3^[66]：令 S 是一个对称矩阵且可以分块写为 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix}$ ，其中 S_{22} 是方阵且非奇异，那么 $S > 0$ 当且仅当 $S_{22} > 0$ 和 $S_{11} - S_{12}S_{22}^{-1}S_{12}^T > 0$ 。

引理 2.4^[67]：当假设 2.4 成立时，定义在 (2.19) 的矩阵 L_1 是一个非奇异 M 矩阵。矩阵 $-L_1^{-1}L_2$ 的每个元素均非负，且 $-L_1^{-1}L_2$ 的行和均为 1。

2.4 本章小结

本章介绍了本论文中所用到的一些概念和定理，为后面的研究工作夯实基础。主要内容包括：四旋翼无人机的基本结构、运动形式模式和飞行原理，四旋翼无人机的系统模型，代数图论的基本概念、图的连通性以及图有关的矩阵和其性质，一些将在本文使用到的定义与引理。

第三章 基于有向拓扑和数据丢包的无人机编队分布式协同跟踪控制

信号衰减、网络阻塞等问题通常会导致无人机编队网络发生数据丢包。本章将研究有向拓扑和数据丢包下无人机编队分布式协同跟踪控制问题。首先，在离散时刻建立领导者跟随者无人机编队模型。其次，先后设计含有数据丢包的辅助向量和每个跟随者无人机的控制输入，建立具有丢包补偿机制的无人机编队跟踪误差模型。同时，控制调节因子完善分布式模型预测控制策略的设计，并求解得到实现无人机编队的控制序列。最后，通过理论证明无人机编队的稳定性，并通过仿真结果验证算法的有效性。

3.1 问题建模

3.1.1 无人机编队的建立

假设无人机编队中有 1 个领导者和 N 个跟随者，有向图拓扑序列定义为 $\mathbb{W} = \{0, 1, \dots, N\}$ 。

结合无人机系统模型(2.16)，领导者无人机系统模型定义为：

$$\begin{cases} x_0(k+1) = Ax_0(k) + Br_0(k) \\ y_0(k) = Cx_0(k) \end{cases} \quad (3.1)$$

其中， $x_0(k)$ 、 $r_0(k)$ 和 $y_0(k)$ 分别表示领导者在 k 时刻的状态、有界输入、输出。 A 、 B 、 C 均为系统矩阵。

跟随者无人机系统模型定义为：

$$\begin{cases} x_i(k+1) = Ax_i(k) + Bu_i(k) \\ y_i(k) = Cx_i(k) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.2)$$

其中， $x_i(k)$ 、 $u_i(k)$ 、 $y_i(k)$ 分别为第 i 个跟随者无人机在 k 时刻的状态、控制输入、输出。

编队向量保证跟随者无人机系统(3.2)处于稳定的编队队形，使每个无人机依一定的队形关系处在空间特定位置，具体定义为：

$$\begin{cases} f_i(k+1) = Af_i(k) + Br_{f_i}(k) \\ \chi_i(k+1) = Cf_i(k) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.3)$$

其中， $f_i(k)$ 、 $r_{f_i}(k)$ 、 $\chi_i(k)$ 分别为第 i 个跟随者无人机在 k 时刻的编队向量、有界输入、输出。

为了处理无人机编队中的丢包问题, 引入离散时间伯努利过程来描述数据丢包。 $\theta(k) = 1$ 表示通信过程中未发生丢包, 而 $\theta(k) = 0$ 则表示其中发生了丢包。具体可描述为如下形式:

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{\theta(k) = 1\} &= \hat{\theta} \\ \text{Prob}\{\theta(k) = 0\} &= 1 - \hat{\theta} \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中, $0 < \hat{\theta} < 1$ 。则定义丢包补偿辅助向量为:

$$\bar{x}_i(k) = \theta(k)x_i(k) + (1 - \theta(k))x_i(k-1) \quad (3.5)$$

根据上述的跟随者无人机系统(3.2)和编队向量(3.3), 再考虑到无人机编队中存在的形如式(3.4)的数据丢包, 结合丢包补偿辅助向量(3.5), 控制输入可设计为如下形式:

$$\begin{aligned} u_i(k) &= K_1(k) \sum_{j=1}^N a_{ij} \begin{pmatrix} x_j(k) - \theta(k)x_0(k) - (1 - \theta(k))x_0(k-1) \\ -\theta(k)f_j(k) - (1 - \theta(k))f_j(k-1) \\ -\bar{x}_i(k) + \theta(k)x_0(k) + (1 - \theta(k))x_0(k-1) \\ +\theta(k)f_i(k) + (1 - \theta(k))f_i(k-1) \end{pmatrix} \\ &\quad + K_2 r_0(k) + K_3 r_{f_i}(k) + u_d(k) \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中, $u_d(k)$ 是控制输入调节因子, 在 MPC 算法中的主要作用是缓冲控制输入。 $K_1(k)$ 为时变增益矩阵, K_2 、 K_3 均为控制增益矩阵。

为了完成编队轨迹跟踪任务, 定义跟踪误差 $e_i(k) = x_i(k) - x_0(k) - f_i(k)$, 并令 $K_2, K_3 = I$, 则跟随者无人机的状态向量可以重写为如下形式:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= Ax_i(k) + BK_1(k) \sum_{j=1}^N a_{ij} [\theta(k)(e_j(k) - e_i(k))] \\ &\quad + BK_1(k) \sum_{j=1}^N a_{ij} [(1 - \theta(k))(e_j(k-1) - e_i(k-1))] \\ &\quad + Br_0(k) + Br_{f_i}(k) + Bu_d(k) \end{aligned} \quad (3.7)$$

根据式(3.7), 结合跟踪误差的定义, 第 i 个跟随者无人机的跟踪误差可以描述为:

$$\begin{aligned} e_i(k+1) &= Ax_i(k) + BK_1(k) \sum_{j=1}^N a_{ij} [\theta(k)(e_j(k) - e_i(k))] \\ &\quad + BK_1(k) \sum_{j=1}^N a_{ij} [(1 - \theta(k))(e_j(k-1) - e_i(k-1))] + Bu_d(k) \\ &\quad - Ax_0(k) - Af_i(k) \end{aligned} \quad (3.8)$$

令 $e(k) = [e_1^T(k), e_2^T(k), \dots, e_N^T(k)]^T$, 结合式(3.8)可以得到:

$$e(k+1) = (I_N \otimes A)e(k) + (L_1(k) \otimes BK_1(k))e(k) + (L_2(k) \otimes BK_1(k))e(k-1) + (I_N \otimes B)u_d(k) \quad (3.9)$$

$$\text{其中, } L_1(k) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N a_{1j}\theta_{1j}(k) & \cdots & -a_{1N}\theta_{1N}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1}\theta_{N1}(k) & \cdots & \sum_{j=1}^N a_{Nj}\theta_{Nj}(k) \end{bmatrix},$$

$$L_2(k) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N a_{1j}(1-\theta_{1j}(k)) & \cdots & -a_{1N}(1-\theta_{1N}(k)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1}(1-\theta_{N1}(k)) & \cdots & \sum_{j=1}^N a_{Nj}(1-\theta_{Nj}(k)) \end{bmatrix}.$$

3.2 跟踪控制方案设计

针对具有丢包补偿的离散时间时变跟踪误差系统(3.9)来设计合适的控制输入, 以确保完成跟踪。因此, 本文引入 MPC 方法来设计跟踪控制方案。

MPC 是一种通过迭代求解的最优控制方法。在每一个采样时刻, 根据当前测量信息在线求解有限时域开环优化问题, 并将得到的控制序列的第一个元素作用于被控对象。在下一个采样时刻, 用新的测量值刷新优化问题并重新求解^[68]。MPC 与标准控制策略的最大区别是先获得控制律, 再迭代求解在线问题。定义 MPC 的成本函数为:

$$J(k) = \sum_{\vartheta=1}^n \mathbf{E}\{e^T(k+\vartheta|k)Ve(k+\vartheta|k)\} + \sum_{\vartheta=0}^{n-1} \mathbf{E}\{u_d^T(k+\vartheta|k)Yu_d(k+\vartheta|k)\} \quad (3.10)$$

其中, $e(k+\vartheta|k)$ 和 $u_d(k+\vartheta|k)$ 分别表示在 k 时刻预测 $k+\vartheta$ 时刻的误差状态和控制输入调节因子, n 表示预测范围, 若 n 趋于无穷, 则成本函数 $J(k)$ 将会保证无人机编队系统的稳定性。在成本函数(3.10)中, V 和 Y 均为正定适维加权矩阵。状态向量和控制输入调节项的约束条件为如下形式:

$$\begin{aligned} e_{\min} &\leq e \leq e_{\max} \\ u_{d\min} &\leq u_d \leq u_{d\max} \end{aligned} \quad (3.11)$$

其中, e_{\max} 和 e_{\min} 分别为误差状态向量的上下界。类似地, $u_{d\min}$ 和 $u_{d\max}$ 分别为控制输入调节因子的上下界。需要指出的是, 它们均为常数向量。

根据式(3.9)和(3.10), 定义增广向量为:

$$\begin{aligned}\bar{e}(k) &= [e(k+1|k), \dots, e(k+N|k)]^T \\ \bar{u}_d(k) &= [u_d(k|k), \dots, u_d(k+N-1|k)]^T\end{aligned}\quad (3.12)$$

将式(3.9)代入到式(3.12)，在 k 时刻预测 $k+1$ 到 $k+N-1$ 时刻的增广误差状态向量分别表示为：

$$\begin{aligned}e(k+1|k) &= (I_N \otimes A)e(k|k) + (L_1(k|k) \otimes BK_1(k))e(k|k) \\ &\quad + (L_2(k|k) \otimes BK_1(k))e(k-1|k) + (I_N \otimes B)u_d(k|k)\end{aligned}\quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}e(k+2|k) &= (I_N \otimes A)e(k+1|k) + (L_1(k+1|k) \otimes BK_1(k))e(k+1|k) \\ &\quad + (L_2(k+1|k) \otimes BK_1(k))e(k|k) + (I_N \otimes B)u_d(k+1|k)\end{aligned}\quad (3.14)$$

...

$$\begin{aligned}e(k+N|k) &= (I_N \otimes A)e(k+N-1|k) \\ &\quad + (L_1(k+N-1|k) \otimes BK_1(k))e(k+N-1|k) \\ &\quad + (L_2(k+N-1|k) \otimes BK_1(k))e(k+N-2|k) \\ &\quad + (I_N \otimes B)u_d(k+N-2|k)\end{aligned}\quad (3.15)$$

则式(3.12)中的增广误差状态向量可以重写为如下形式：

$$\bar{e}(k) = G\bar{u}_d(k) + \tilde{f} + \tilde{g} \quad (3.16)$$

其中，

$$\begin{aligned}G &= \text{diag}\{I_N \otimes B\} \\ \tilde{f} &= \begin{bmatrix} (L_1(k|k) \otimes BK_1(k) + I_N \otimes A)e(k|k) \\ \vdots \\ (L_1(k+N-1|k) \otimes BK_1(k) + I_N \otimes A)e(k+N-1|k) \end{bmatrix} \\ \tilde{g} &= \begin{bmatrix} e(k-1|k) \\ \vdots \\ L_2(k+N-2|k) \otimes BK_1(k)e(k+N-2|k) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.17)$$

结合式(3.12)、(3.16)和(3.17)，对带有约束条件(3.11)的成本函数(3.10)求解最小值，可以得到：

$$\min \mathbf{E} [\|G\bar{u}_d(k) + \tilde{f} + \tilde{g}\|_{\bar{V}}^2 + \|\bar{u}_d(k)\|_{\bar{Y}}^2] \quad (3.18)$$

约束条件为：

$$\begin{aligned}\bar{e}_{\min} &\leq G\bar{u}_d + \tilde{f} + \tilde{g} \leq \bar{e}_{\max} \\ \bar{u}_{d\min} &\leq \bar{u}_d \leq \bar{u}_{d\max}\end{aligned}\quad (3.19)$$

其中， $\bar{V} = \text{diag}\{\overbrace{V, \dots, V}^n\}$ ， $\bar{Y} = \text{diag}\{\overbrace{Y, \dots, Y}^n\}$ 。

带有约束条件(3.19)的最小成本函数(3.18)可以转化为二次规划问题:

$$\min \frac{1}{2} \bar{u}_d^T Q \bar{u}_d + c^T \bar{u}_d \quad (3.20)$$

约束条件为:

$$\begin{aligned} E \bar{u}_d &\leq b \\ \bar{u}_{dmin} &\leq \bar{u}_d \leq \bar{u}_{dmax} \end{aligned} \quad (3.21)$$

其中,

$$\begin{aligned} Q &= 2(G^T V G + Y) \\ c &= -2G^T V(\tilde{f} + \tilde{g}) \\ E &= [-\tilde{I}, \tilde{I}, -G, G]^T \\ b &= \begin{bmatrix} -\bar{u}_{dmin} \\ -\bar{e}_{min} + \tilde{f} + \tilde{g} \\ \bar{e}_{max} - \tilde{f} - \tilde{g} \end{bmatrix} \\ \tilde{I} &= \text{diag}\{\overbrace{I_N, \dots, I_N}^n\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

3.3 稳定性分析

本小节将通过李雅普诺夫理论证明闭环系统(3.9)的稳定性。首先给出相关定理:

定理 3.1: 对于给定的离散时间闭环系统(3.9)和成本函数(3.10), 若选取合适的预测范围 n 、正定适维加权矩阵 V 和 Y , 则可以得到二次规划问题(3.20)的最优解。

证明: 对于二次规划问题(3.20)结合约束条件(3.21), 最优控制输入调节因子 \bar{u}_d^* 定义为:

$$\bar{u}_d^*(k) = [u_d^*(k | k), \dots, u_d^*(k + N - 1 | k)]^T \quad (3.23)$$

其满足约束条件式(3.21)。类似地, 最优误差状态序列定义为如下形式:

$$\bar{e}^*(k) = [e^*(k + 1 | k), \dots, e^*(k + N | k)]^T \quad (3.24)$$

将最优成本函数 $\min J(k)$ 定义为李雅普诺夫函数 $V^*(k)$:

$$V^*(k) = \min J(k) \quad (3.25)$$

由于最优控制输入调节向量已经最小化最优成本函数 $J(k)$, 结合式(3.23)、式(3.24)和式(3.25), 可以得到:

$$\begin{aligned} V^*(k) &= \min J(k) \\ &= \mathbf{E} \left[\sum_{\vartheta=1}^n \|\bar{e}^*(k + \vartheta + 1 | k)\|_V^2 \right] + \mathbf{E} \left[\sum_{\vartheta=0}^{n-1} \|\bar{u}_d^*(k + \vartheta + 1 | k)\|_Y^2 \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

根据式(3.10), 构建 $k+1$ 时刻的成本函数, 并改写为二次型形式, 可以得到:

$$J(k+1) = \mathbf{E} \left[\sum_{\vartheta=1}^n \|\bar{e}(k+\vartheta+1|k+1)\|_{\bar{V}}^2 \right] + \mathbf{E} \left[\sum_{\vartheta=0}^{n-1} \|\bar{u}_d(k+\vartheta+1|k+1)\|_{\bar{Y}}^2 \right] \quad (3.27)$$

结合参考文献[69], 如果预测范围 n 趋于无穷, 可以得到 $\bar{e}(k+\vartheta+1|k+1) = \bar{e}^*(k+\vartheta+1|k)$ 、 $\bar{u}_d(k+\vartheta+1|k+1) = \bar{u}_d^*(k+\vartheta|k)$, 其中 $1 < \vartheta < n$ 。则 $k+1$ 时刻成本函数可以转化为:

$$\begin{aligned} J(k+1) &= \mathbf{E} \left[\sum_{\vartheta=1}^n \|\bar{e}(k+\vartheta+1|k+1)\|_{\bar{V}}^2 + \sum_{\vartheta=0}^{n-1} \|\bar{u}_d(k+\vartheta+1|k+1)\|_{\bar{Y}}^2 \right] \\ &= \mathbf{E} \left[\sum_{\vartheta=1}^n \|\bar{e}^*(k+\vartheta+1|k)\|_{\bar{V}}^2 + \sum_{\vartheta=0}^{n-1} \|\bar{u}_d^*(k+\vartheta|k)\|_{\bar{Y}}^2 \right] \\ &= \mathbf{E} \left[\sum_{\vartheta=2}^n \|\bar{e}^*(k+\vartheta|k)\|_{\bar{V}}^2 + \sum_{\vartheta=1}^{n-1} \|\bar{u}_d^*(k+\vartheta|k)\|_{\bar{Y}}^2 \right] \\ &= \mathbf{E} \left[\sum_{\vartheta=1}^n \|\bar{e}^*(k+\vartheta|k)\|_{\bar{V}}^2 + \sum_{\vartheta=0}^{n-1} \|\bar{u}_d^*(k+\vartheta|k)\|_{\bar{Y}}^2 \right] \\ &\quad - \mathbf{E} [\|\bar{e}^*(k+1|k)\|_{\bar{V}}^2 - \|\bar{u}_d^*(k|k)\|_{\bar{Y}}^2] \end{aligned} \quad (3.28)$$

结合含有最优控制输入调节因子 \bar{u}_d^* 和最优误差状态序列 \bar{e}^* 的李雅普诺夫函数(3.26), 可以得到:

$$J(k+1) = V^*(k) - \mathbf{E} [\|\bar{e}^*(k+1|k)\|_{\bar{V}}^2] - \mathbf{E} [\|\bar{u}_d^*(k|k)\|_{\bar{Y}}^2] \quad (3.29)$$

式(3.29)表明 $J(k+1) \leq V^*(k)$, 并且通过式(3.26)可以得到 $V^*(k) \leq J(k)$, 则最终可以推导出:

$$V^*(k+1) \leq V^*(k) \quad (3.30)$$

由不等式(3.30)可以看出, 李雅普诺夫函数(3.25)是单调递减的, 那么闭环系统(3.9)是均方稳定的。这表明系统的跟踪误差是收敛的, 证明完毕。

3.4 仿真验证

3.4.1 参数设定

本章无人机编队拓扑结构如图 3.1 所示。其中，无人机 0 为领导者，无人机 1、2、3 为跟随者。

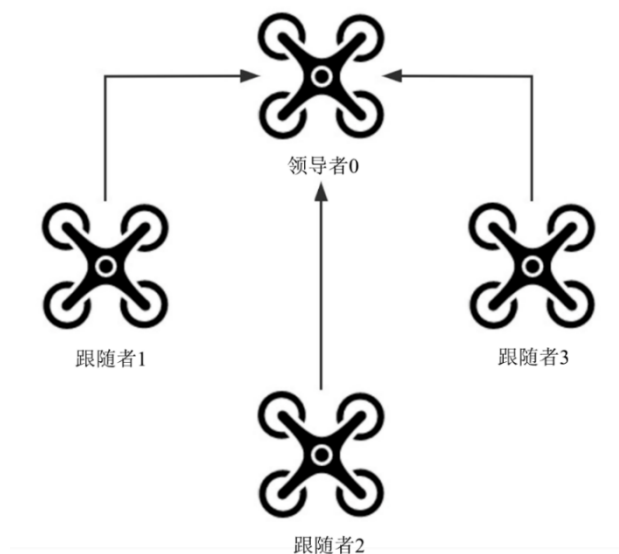


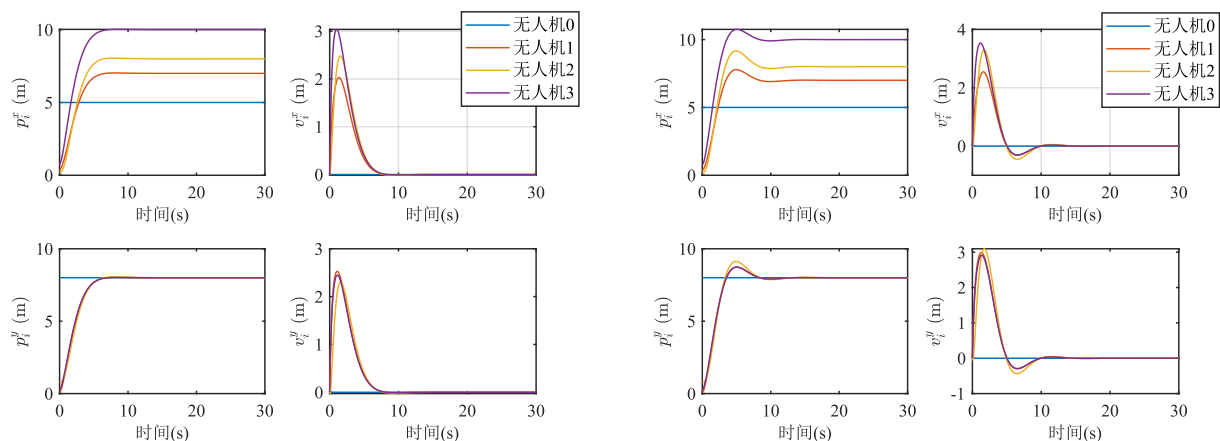
图 3.1 无人机编队拓扑结构图

令抽样间隔 T 为 0.01 秒，领导者无人机的初始位置为 $x(0) = 5m$ 、 $y(0) = 8m$ 。各个跟随者无人机的初始位置分别为 $x(1) = 0.4m$ 、 $y(1) = 0.1m$ 、 $x(2) = 0.2m$ 、 $y(2) = 0.8m$ 、 $x(3) = 0.8m$ 、 $y(3) = 0.8m$ 。跟随者无人机在 X 轴和 Y 轴的初始速度均为 $0m/s$ 。

结合定理 3.1，为求解带有约束条件(3.21)的二次规划问题(3.20)，令正定适维加权矩阵 $V = I^{40 \times 40}$ ， $Y = 20 \times I^{8 \times 8}$ 。误差状态向量的上下界分别选取为 $\bar{e}_{min} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ ， $\bar{e}_{max} = [0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1]^T$ 。控制输入调节因子的上下界分别选取为 $\bar{u}_{dmin} = [-0.1, -0.1, -0.1, -0.1]^T$ ， $\bar{u}_{dmax} = [0.1, 0.1, 0.1, 0.1]^T$ 。

3.4.2 仿真结果

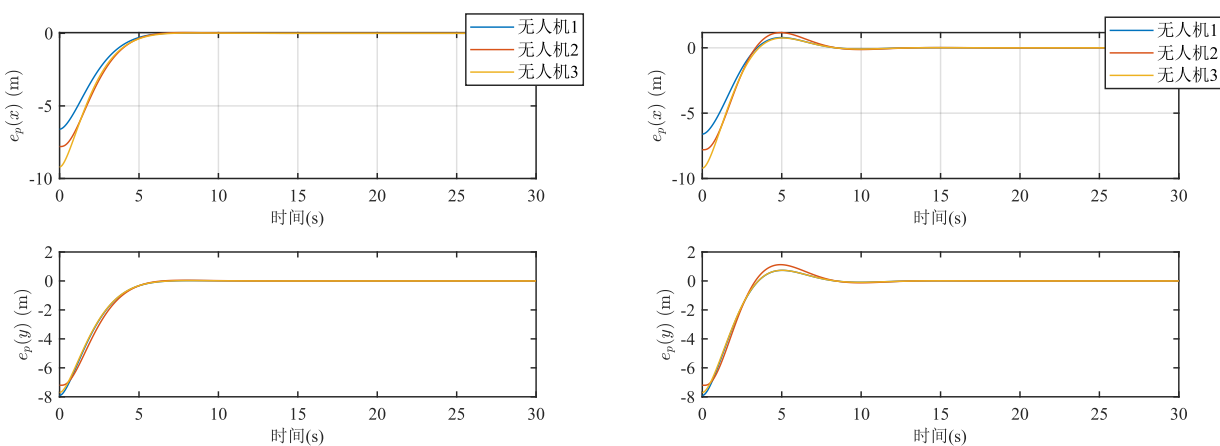
分别对无人机编队的位置、速度和跟随者无人机的跟踪误差进行仿真。图 3.2(a)为无人机编队含控制输入调节因子时，分别在 X 轴和 Y 轴上的位置速度变化曲线。可以看出，引入控制输入调节因子后各个跟随者无人机可以快速地跟踪领导者无人机，并且各坐标上的位置和速度均呈现平滑的变化曲线。图 3.2(b)为无人机编队不含控制输入调节因子时，分别在 X 轴和 Y 轴上的位置速度变化曲线。可以看出，由于控制输入变化过快，领导者无人机与跟随者之间在 0 到 8 秒时出现较大的偏移，而在 8 到 10 秒时对该偏移进行处理。速度变化图同样可以说明该问题，在 8 秒左右速度已经降为 0，但是由于出现较大偏移，需要进行二次修正。图 3.2 表明所提控制输入调节因子可以有效缓冲控制输入，不会出现位置偏移问题。



(a) 有控制输入调节因子时各无人机位置速度变化 (b) 无控制输入调节因子时各无人机位置速度变化

图 3.2 无人机编队在有或无控制输入调节因子时位置、速度变化图

在系统稳定性方面,各个跟随者无人机在有控制输入调节因子时在 X、Y 轴上跟踪误差的变化如图 3.3(a)所示。可以看出各坐标轴上跟踪误差均迅速收敛,在 5 秒左右就已经趋于 0。由图 3.3(b)可以看出各个跟随者无人机在无控制输入调节因子时在 X、Y 轴上跟踪误差的变化,跟踪误差先出现上升趋势再缓慢下降,最终在 10 秒左右才趋近于 0。图 3.3 说明有控制输入调节因子时的跟随者无人机跟踪误差收敛速度更快。综上所述,该无人机编队系统可以实现期望的分布式协同跟踪控制,所提出的 MPC 方法对有向拓扑和数据丢包下的无人机编队是有效的。



(a) 有控制输入调节因子时跟随者无人机跟踪误差变化 (b) 无控制输入调节因子时跟随者无人机跟踪误差变化

图 3.3 跟随者无人机在有或无控制输入因子时跟踪误差变化图

3.5 本章小结

本章针对有向拓扑和数据丢包下的无人机编队协同跟踪控制问题展开研究。对于数据丢包问题，提出了一种基于有向拓扑和数据丢包补偿机制的分布式模型预测控制算法，通过引入控制输入调节因子对控制输入进行缓冲，将无人机编队控制输入求解转化为二次规划问题求解。仿真结果表明，跟随者无人机无论在 X 轴和 Y 轴均呈现优良的跟踪性能，各个跟随者无人机不会出现偏移。对比不含控制输入调节因子的系统，该算法使跟踪误差迅速收敛至零邻域内。

第四章 基于数据丢包的无人机编队分布式合围鲁棒跟踪控制

制

风力、尾涡效应等外部干扰会严重影响无人机编队飞行的稳定性，在实际无人机编队通信中也可能出现任意两个无人机之间的丢包概率不相等的情况。本章将研究外部干扰和非对称数据丢包下无人机编队分布式合围跟踪控制问题。首先，设计多谐波干扰观测器来估计由多个时变谐波组成的外部干扰。其次，设计编队非对称丢包补偿方案并提出基于多谐波干扰观测器的分布式合围跟踪控制策略。通过构建线性矩阵不等式并求解，得到干扰观测器和合围跟踪控制器的增益。最后，通过数值仿真验证所提方法的有效性。

4.1 问题描述

假设无人机编队中有 1 个跟踪目标、 M 个领导者无人机和 N 个跟随者无人机，跟踪目标的离散时间系统模型可以参考无人机系统模型(2.16)，具体如下：

$$\begin{aligned} x_0(k+1) &= Ax_0(k) + Br_0(k) \\ y_0(k) &= Cx_0(k) \end{aligned} \quad (4.1)$$

其中， $x_0(k) \in R^p$ 、 $y_0(k) \in R^f$ 、 $r_0(k) \in R^h$ 分别为跟踪目标的状态、输出和外部输入向量。 A 、 B 、 C 均为适维系统矩阵。

定义领导者集合 $\mathbf{L} = \{1, 2, \dots, N\}$ ，跟随者集合 $\mathbf{F} = \{N+1, N+2, \dots, N+M\}$ 。类似地，根据无人机系统模型(2.16)并结合外部干扰，可以得到第 i 个无人机存在外部干扰的离散时间系统模型：

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= Ax_i(k) + Bu_i(k) + Dw_i(k) \\ y_i(k) &= Cx_i(k) \end{aligned} \quad (4.2)$$

其中， $x_i(k) \in R^p$ 、 $y_i(k) \in R^f$ 和 $u_i(k) \in R^h$ 分别为第 i 个无人机的状态、输出和控制输入向量， $w_i(k) \in R^g$ 为外部干扰。

定义时变编队向量 $\iota(k) = [\iota_1^T(k), \iota_2^T(k), \dots, \iota_{N+M}^T(k)]^T$ ，其中 $\iota_i(k) \in R^f$ 是有界的。 $\iota_i(k)$ 可以由一个线性离散时间系统生成^[46]，具体模型如下：

$$\begin{aligned}\vartheta_i(k+1) &= A\vartheta_i(k) + Br_{\vartheta_i}(k) \\ \iota_i(k) &= C\vartheta_i(k), i \in \{L, F\}\end{aligned}\quad (4.3)$$

其中, $\vartheta_i(k)$ 为状态向量, $r_{\vartheta_i}(k)$ 为已知的有界输入。

结合代数图论知识, 使用图 \mathbb{G} 表示编队网络通信拓扑结构, 邻接矩阵中的元素 $a_{ij}(i, j \in \{0, 1, \dots, N+M\})$ 表示第 j 个无人机与第 i 个无人机的有向信息交互权重值。根据文献[62]得出的结论, 拉普拉斯矩阵 L 可以划分成如下形式:

$$L = \begin{bmatrix} L_{00} & L_{01} & L_{02} \\ L_{10} & L_{11} & L_{12} \\ L_{20} & L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

结合跟踪目标、领导者无人机和跟随者无人机的相邻关系, 可以得到拉普拉斯矩阵 L 中主对角线上的子矩阵 $L_{00} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ 、 $L_{11} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 、 $L_{22} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 。

假设 4.1^[46]: 在有向拓扑图中, 跟踪目标与每个领导者之间至少存在一条有向路径, 领导者无人机与每个跟随者无人机之间也至少存在一条有向路径。

根据假设 4.1, L_{11} 和 L_{22} 的特征值均存在正实部, 而 $-L_{22}^{-1}L_{21}$ 中的每个元素都是非负的, 且每行元素之和为 1。

定义 4.1^[62]: 对于任意第 $i(i \in \mathbf{F})$ 个领导者无人机, 若存在一组正常数 $\beta_{iq}(q = 1, 2, \dots, N)$ 使得 $\sum_{q=1}^N \beta_{iq} = 1$, 并满足:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left(y_i(k) - \iota_i(k) - \sum_{q=1}^N \beta_{iq} y_q(k) \right) = 0 \quad (4.5)$$

则称无人机编队实现合围跟踪。

本章控制目标为提出一个合围跟踪控制方案使得 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|y_i(k) - \iota_i(k) - y_0(k)\| = 0, (i \in \mathbf{L})$ 、 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|y_i(k) - \iota_i(k) - \sum_{q=1}^N \beta_{iq} y_q(k)\| = 0, (i \in \mathbf{F})$ 同时成立, 实现无人机编队满足预期的编队合围跟踪控制。

根据假设 4.1, L_{11} 和 L_{22} 均为可逆矩阵, 在后续 4.2.1 节设计基于干扰观测器的控制器时将使用 L_{22}^{-1} 和 $-L_{22}^{-1}L_{21}$ 中的元素。因此, L_{22}^{-1} 和 $-L_{22}^{-1}L_{21}$ 可以表示为:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{(N+1)(N+1)} & \gamma_{(N+1)(N+2)} & \cdots & \gamma_{(N+1)(N+M)} \\ \gamma_{(N+2)(N+1)} & \gamma_{(N+2)(N+2)} & \cdots & \gamma_{(N+2)(N+M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{(N+M)(N+1)} & \gamma_{(N+M)(N+2)} & \cdots & \gamma_{(N+M)(N+M)} \end{bmatrix}, -L_{22}^{-1}L_{21} = \begin{bmatrix} \gamma_{(N+1)1} & \gamma_{(N+1)2} & \cdots & \gamma_{(N+1)N} \\ \gamma_{(N+2)1} & \gamma_{(N+2)2} & \cdots & \gamma_{(N+2)N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{(N+M)1} & \gamma_{(N+M)2} & \cdots & \gamma_{(N+M)N} \end{bmatrix},$$

其中, 通过矩阵 L_{22}^{-1} 和 $-L_{22}^{-1}L_{21}$ 可以得到 $\gamma_{\bar{p}\bar{q}}(\bar{p} \in \{N+1, \dots, N+M\}, \bar{q} \in \{1, \dots, N+M\})$ 。

在 k 时刻, 第 i 个无人机向第 j 个无人机发送信息时发生数据包丢失概率定义为 $\rho_{ij}(k)$, 类似地, $\rho_{ji}(k)$ 为第 j 个无人机向第 i 个无人机发送信息时发生数据包丢失概率。然而在实际应用中通常会出现两者不相等的情况, 即 $\rho_{ij}(k) \neq \rho_{ji}(k)$ 。因此, 考虑到编队中存在的非对称数据丢包, 对于第 $i(i \in \mathbf{L})$ 个领导者无人机, 其丢包概率可以看作一个独立同分布的伯努利随机过程:

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{\rho_{ij}(k) = 1\} &= \hat{\rho}_{ij} \\ \text{Prob}\{\rho_{ij}(k) = 0\} &= 1 - \hat{\rho}_{ij} \end{aligned} \quad (4.6)$$

其中, $0 < \hat{\rho}_{ij} \leq 1$, 定义 $\rho_{ii}(k) = 1$, 这表明每个无人机自身不发生数据丢包。

假设跟随者的丢包概率与上述领导者的大致相同, 令 $p(k)$ 表示第 $i(i \in \mathbf{F})$ 个跟随者的丢包概率, 则丢包概率 $p(k)$ 服从伯努利分布, 形如:

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{p(k) = 1\} &= \bar{\varphi} \\ \text{Prob}\{p(k) = 0\} &= 1 - \bar{\varphi} \end{aligned} \quad (4.7)$$

其中, $0 < \bar{\varphi} \leq 1$ 。

4.2 基于多谐波干扰观测器的控制器设计

4.2.1 多谐波干扰观测器设计

对于式(4.2)所述的无人机编队系统模型, 结合参考文献[55], 外源系统模型可以用来表述外部干扰 $w_i(i \in \mathbf{L}, \mathbf{F})$, 具体定义为:

$$\begin{aligned} \varsigma_{id}(k+1) &= Z_{id}\varsigma_{id}(k), d = 1, 2, \dots, n \\ w_i(k) &= \sum_{d=1}^n U_{id}\varsigma_{id}(k) \end{aligned} \quad (4.8)$$

其中, $\varsigma_{id}(k)$ 为辅助向量, Z_{id} 、 U_{id} 均为已知矩阵。

接着给出如下定义:

$$\begin{aligned}
\hat{w}_i(k) &= \sum_{d=1}^n U_{i_d} \hat{\varsigma}_{i_d}(k) \\
\hat{\varsigma}_{i_1}(k) &= \eta_{i_1}(k) - J_{i_1} x_i(k) \\
&\vdots \\
\hat{\varsigma}_{i_n}(k) &= \eta_{i_n}(k) - J_{i_n} x_i(k)
\end{aligned} \tag{4.9}$$

其中, $\eta_{i_d}(k)$ 为辅助向量, $\hat{\varsigma}_{i_d}(k)$ 为辅助向量 $\varsigma_{i_d}(k)$ 的估计值, $\hat{w}_i(k)$ 为外部干扰 $w_i(k)$ 的估计值, J_{i_d} 为设计的矩阵, d 的取值范围为 $1, 2, \dots, n$ 。结合式(4.8)和式(4.9), 多谐波干扰观测器系统模型定义为如下形式:

$$\begin{aligned}
\eta_{i_d}(k+1) &= (Z_{i_d} + J_{i_d} D U_{i_d}) \hat{\varsigma}_{i_d}(k) \\
&\quad + J_{i_d} [A x_i(k) + B u_i(k) + D \sum_{\bar{d}_1=1}^{d-1} U_{i_{\bar{d}_1}} \hat{\varsigma}_{i_{\bar{d}_1}}(k) \\
&\quad + D \sum_{\bar{d}_2=d+1}^n U_{i_{\bar{d}_2}} \hat{\varsigma}_{i_{\bar{d}_2}}(k)] \\
\hat{\varsigma}_{i_d}(k) &= \eta_{i_d}(k) - J_{i_d} x_i(k) \\
\hat{w}_i(k) &= \sum_{d=1}^n U_{i_d} \hat{\varsigma}_{i_d}(k)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

定义干扰估计误差为如下形式:

$$e_{\varsigma_i}^d(k) = \varsigma_{i_d}(k) - \hat{\varsigma}_{i_d}(k) \tag{4.11}$$

结合式(4.8)、式(4.9)、式(4.10)和式(4.11), 对于干扰估计误差分析如下:

$$e_{\varsigma_i}^d(k+1) = Z_{i_d} e_{\varsigma_i}^d(k) + J_{i_d} D \sum_{d=1}^n U_{i_d} e_{\varsigma_i}^d(k) \tag{4.12}$$

令 $e_{\varsigma_i} = [(e_{\varsigma_i}^1)^T, (e_{\varsigma_i}^2)^T, \dots, (e_{\varsigma_i}^n)^T]^T$ 、 $Z_i = \text{diag}\{Z_{i_1}, Z_{i_2}, \dots, Z_{i_n}\}$ 、 $U_i = [U_{i_1}, U_{i_2}, \dots, U_{i_n}]$ 、 $J_i = [J_{i_1}^T, J_{i_2}^T, \dots, J_{i_n}^T]^T$, 式(4.12)可以重写为如下形式:

$$e_{\varsigma_i}(k+1) = Z_i e_{\varsigma_i}(k) + J_i D U_i e_{\varsigma_i}(k) \tag{4.13}$$

对上述一系列向量进行增广, 首先定义 $e_{\varsigma_L} = [e_{\varsigma_1}^T, e_{\varsigma_2}^T, \dots, e_{\varsigma_N}^T]^T$ 、 $e_{\varsigma_F} = [e_{\varsigma_{N+1}}^T, e_{\varsigma_{N+2}}^T, \dots, e_{\varsigma_{N+M}}^T]^T$ 、 $Z_L = \text{diag}\{Z_1, Z_2, \dots, Z_N\}$ 、 $J_L = [J_1^T, J_2^T, \dots, J_N^T]^T$ 、 $U_L = [U_1, U_2, \dots, U_N]$ 、 $J_F = [J_{N+1}^T, J_{N+2}^T, \dots, J_{N+M}^T]^T$ 、 $Z_F = \text{diag}\{Z_{N+1}, Z_{N+2}, \dots, Z_{N+M}\}$ 、 $U_F = [U_{N+1}, U_{N+2}, \dots, U_{N+M}]$, 则

增广后的领导者、跟随者干扰估计误差可以分别表示为:

$$\begin{aligned} e_{\zeta_L}(k+1) &= Z_L e_{\zeta_L}(k) + J_L D U_L e_{\zeta_L}(k) \\ e_{\zeta_F}(k+1) &= Z_F e_{\zeta_F}(k) + J_F D U_F e_{\zeta_F}(k) \end{aligned} \quad (4.14)$$

其中, $e_{\zeta_L}(k)$ 、 $e_{\zeta_F}(k)$ 分别表示领导者、跟随者的增广干扰估计误差。

4.2.2 基于干扰观测器的控制器设计

考虑到无人机编队存在的非对称丢包, 本章提出作用于先前时刻和当前时刻的丢包补偿机制。对于第 $i(i \in \mathbf{L})$ 个领导者无人机, 定义状态辅助向量 $\hat{\varepsilon}_i(k)$ 和 $\bar{\varepsilon}_i(k)$:

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_i(k) &= a_{i0}[\rho_{i0}(k)(x_i(k) - \vartheta_i(k)) - \rho_{i0}(k)x_0(k)] \\ &\quad + \sum_{j=1}^N a_{ij}[\rho_{ij}(k)(x_i(k) - \vartheta_i(k)) - \rho_{ij}(k)(x_j(k) - \vartheta_j(k))] \\ \bar{\varepsilon}_i(k) &= a_{i0}[(1 - \rho_{i0}(k))(x_i(k-1) - \vartheta_i(k-1)) - (1 - \rho_{i0}(k))x_0(k-1)] \\ &\quad + \sum_{j=1}^N a_{ij}[(1 - \rho_{ij}(k))(x_i(k-1) - \vartheta_i(k-1)) \\ &\quad - (1 - \rho_{ij}(k))(x_j(k-1) - \vartheta_j(k-1))] \end{aligned} \quad (4.15)$$

分别对领导者无人机的两个状态辅助向量进行增广, 即 $\hat{\varepsilon} = [\hat{\varepsilon}_1^T, \hat{\varepsilon}_2^T, \dots, \hat{\varepsilon}_N^T]^T$ 、 $\bar{\varepsilon} = [\bar{\varepsilon}_1^T, \bar{\varepsilon}_2^T, \dots, \bar{\varepsilon}_N^T]^T$ 。令 $\tilde{\rho}_{ij} = a_{ij}\rho_{ij}$ 、 $\bar{\rho}_{ij} = a_{ij}(1 - \rho_{ij})$ 、 $\tilde{x}_i = x_i - \vartheta_i - x_0$, 再对领导者无人机的状态向量进行增广, 即 $\tilde{x}_L = [\tilde{x}_1^T, \tilde{x}_2^T, \dots, \tilde{x}_N^T]^T$ 。则领导者无人机的状态辅助向量可以表示为:

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}(k) &= (L_\rho \otimes I_N) \tilde{x}_L(k) \\ \bar{\varepsilon}(k) &= (L_{\bar{\rho}} \otimes I_N) \tilde{x}_L(k-1) \end{aligned} \quad (4.16)$$

其中,

$$L_\rho = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N \tilde{\rho}_{1j}(k) & -\tilde{\rho}_{12}(k) & \dots & -\tilde{\rho}_{1N}(k) \\ -\tilde{\rho}_{21}(k) & \sum_{j=1}^N \tilde{\rho}_{2j}(k) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\tilde{\rho}_{(N-1)N}(k) \\ -\tilde{\rho}_{N1}(k) & \dots & -\tilde{\rho}_{N(N-1)}(k) & \sum_{j=1}^N \tilde{\rho}_{Nj}(k) \end{bmatrix}$$

$$L_{\bar{\rho}} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N \bar{\rho}_{1j}(k) & -\bar{\rho}_{12}(k) & \dots & -\bar{\rho}_{1N}(k) \\ -\bar{\rho}_{21}(k) & \sum_{j=1}^N \bar{\rho}_{2j}(k) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\bar{\rho}_{(N-1)N}(k) \\ -\bar{\rho}_{N1}(k) & \dots & -\bar{\rho}_{N(N-1)}(k) & \sum_{j=1}^N \bar{\rho}_{Nj}(k) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

领导者之间邻居误差 $\xi_i(k)$ 和跟随者之间 $\zeta_i(k)$ 的邻居误差分别定义为:

$$\begin{aligned} \xi_i(k) &= a_{i0}(x_i(k) - \vartheta_i(k) - x_0(k)) \\ &+ \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i(k) - \vartheta_i(k) - (x_j(k) - \vartheta_j(k))) \quad (i \in \mathbf{L}) \\ \zeta_i(k) &= \sum_{j=1}^{N+M} a_{ij}(x_i(k) - \vartheta_i(k) - x_j(k)) + \sum_{j=N+1}^{N+M} a_{ij}\vartheta_j(k) \quad (i \in \mathbf{F}) \end{aligned} \quad (4.18)$$

类似地, 对于第 $i(i \in \mathbf{F})$ 个跟随者无人机的状态辅助向量 $\hat{\zeta}_i(k)$ 、 $\bar{\zeta}_i(k)$ 定义为:

$$\begin{aligned} \hat{\zeta}_i(k) &= \varphi(k) \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i(k) - x_j(k) - \vartheta_j(k)) \\ &+ \varphi(k) \sum_{j=N+1}^{N+M} a_{ij}(x_i(k) - x_j(k)) \\ &= \varphi(k)\zeta_i(k) \\ \bar{\zeta}_i(k) &= (1 - \varphi(k)) \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i(k-1) - x_j(k-1) - \vartheta_j(k-1)) \\ &+ (1 - \varphi(k)) \sum_{j=N+1}^{N+M} a_{ij}(x_i(k-1) - x_j(k-1)) \\ &= (1 - \varphi(k))\zeta_i(k-1) \end{aligned} \quad (4.19)$$

在 k 时刻无人机编队的控制输入 u_i 可以表示为如下形式:

$$u_i(k) = \begin{cases} u_{i_1}(k), & i \in \mathbf{L} \\ u_{i_2}(k), & i \in \mathbf{F} \end{cases} \quad (4.20)$$

对于第 $i(i \in \mathbf{L})$ 个领导者无人机, 含有 K_1 、 K_2 增益矩阵的控制输入 u_{i_1} 设计为如下形式:

$$u_{i_1}(k) = K_1[\hat{\varepsilon}_i(k) + \bar{\varepsilon}_i(k)] + K_2\hat{w}_i(k) + r_{\vartheta_i}(k) + r(k) \quad (4.21)$$

其中有界输入 $r_{\vartheta_i}(k)$ 已经在式(4.3)中给出, 增益矩阵 K_2 可以设计为 $BK_2 = D$ 。

类似地, 对于第 $i(i \in \mathbf{F})$ 个跟随者无人机, 含有 K_2 、 K_3 增益矩阵的控制输入 u_{i_2} 可以描述为:

$$u_{i_2}(k) = r_{\vartheta_i}(k) + K_3[\hat{\zeta}_i(k) + \bar{\zeta}_i(k)] + K_2\hat{w}_i(k) - \sum_{k=N+1}^{N+M} \gamma_{ik} \sum_{j=1}^N a_{ij} (r(k) + r_{\vartheta_i}(k)) \quad (4.22)$$

其中, γ_{ik} 为控制输入 $u_{i_2}(i \in \mathbf{F})$ 中逆拓扑矩阵的元素。定义增广向量 $x_L = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T$ 、 $\xi = [\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_N^T]^T$ 、 $\vartheta_L = [\vartheta_1^T, \vartheta_2^T, \dots, \vartheta_N^T]^T$ 、 $x_F = [x_{N+1}^T, x_{N+2}^T, \dots, x_{N+M}^T]^T$ 、 $\zeta = [\zeta_{N+1}^T, \zeta_{N+2}^T, \dots, \zeta_{N+M}^T]^T$ 、 $\vartheta_F = [\vartheta_{N+1}^T, \vartheta_{N+2}^T, \dots, \vartheta_{N+M}^T]^T$ 、 $r_{\vartheta_L}^T = [r_{\vartheta_1}^T, r_{\vartheta_2}^T, \dots, r_{\vartheta_N}^T]^T$ 、 $r_{\vartheta_F} = [r_{\vartheta_{N+1}}^T, r_{\vartheta_{N+2}}^T, \dots, r_{\vartheta_{N+M}}^T]^T$ 。将式(4.20)、式(4.21)和式(4.22)代入到无人机离散时间系统模型(4.2)中, 可以得到:

$$\begin{aligned} x_L(k+1) &= (I_N \otimes A)x_L(k) + (L_\rho \otimes BK_1)\tilde{x}_L(k) \\ &\quad + (L_{\bar{\rho}} \otimes BK_1)\tilde{x}_L(k-1) + (I_N \otimes B)r_{\vartheta_L}(k) \\ &\quad + (I_N \otimes B\Gamma)r_L(k) + (I_N \otimes D)U_L e_{\zeta_L}(k) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} x_F(k+1) &= (I_M \otimes A)x_F(k) + \varphi(k)(I_M \otimes BK_3)\zeta(k) \\ &\quad + (-L_{22}^{-1}L_{21} \otimes B)r_{\vartheta_L}(k) + (1 - \varphi(k))(I_M \otimes BK_3)\zeta(k-1) \\ &\quad + (-L_{22}^{-1}L_{21} \otimes B\Gamma)r_L(k) + (I_M \otimes B)r_{\vartheta_F}(k) + (I_M \otimes D)U_F e_{\zeta_F}(k) \end{aligned} \quad (4.24)$$

其中, $r_L = \overbrace{[r^T, r^T, \dots, r^T]^T}^N$ 。

则领导者之间增广邻居误差向量 $\xi(k)$ 和跟随者之间的邻居误差 $\zeta(k)$ 可以重写为如下形式:

$$\begin{aligned} \xi(k) &= (L_{11} \otimes I_N)\tilde{x}_L(k) \\ y_\xi(k) &= (L_{11}^{-1} \otimes C)\xi(k) \\ \zeta(k) &= (L_{22} \otimes I_N)(x_F(k) - \vartheta_F(k) + (L_{22}^{-1}L_{21} \otimes I_N)x_L(k)) \\ y_\zeta(k) &= (L_{22}^{-1} \otimes C)\zeta(k) \end{aligned} \quad (4.25)$$

其中, $y_\xi(k)$ 和 $y_\zeta(k)$ 分别表示系统 $\xi(k)$ 和 $\zeta(k)$ 的输出。令 $\bar{x}_0 = \overbrace{[x_0^T, x_0^T, \dots, x_0^T]^T}^N$ 、 $\delta_L(k) =$

$A\vartheta_L(k) - \vartheta_L(k+1) + Br_{\vartheta_L}(k)$, 结合假设 4.1, 领导者之间增广邻居误差向量 $\xi(k)$ 可以描述为:

$$\begin{aligned}\xi(k+1) &= (I_N \otimes A)\xi(k) + (L_{11}L_{\rho}L_{11}^{-1} \otimes BK_1)\xi(k) \\ &\quad + (L_{11}L_{\bar{\rho}}L_{11}^{-1} \otimes BK_1)\xi(k-1) \\ &\quad + (L_{11} \otimes I_N)\delta_L(k) + (L_{11} \otimes D)U_L e_{\varsigma_L}(k)\end{aligned}\quad (4.26)$$

类似地, 结合式(4.25), 跟随者之间增广邻居误差向量 $\zeta(k)$ 可以表示为:

$$\begin{aligned}\zeta(k+1) &= (I_M \otimes A)\zeta(k) + \varphi(k)(L_{22} \otimes BK_3)\zeta(k) \\ &\quad + (1 - \varphi(k))(L_{22} \otimes BK_3)\zeta(k-1) + (L_{21}L_{\rho}L_{11}^{-1} \otimes BK_1)\xi(k) \\ &\quad + (L_{21}L_{\bar{\rho}}L_{11}^{-1} \otimes BK_1)\xi(k-1) + (L_{22} \otimes D)U_F e_{\zeta_F}(k) \\ &\quad + (L_{21} \otimes D)U_L e_{\varsigma_L}(k) + (L_{22} \otimes I_N)\delta_F(k)\end{aligned}\quad (4.27)$$

令 $E = [\xi^T, \zeta^T, e_{\zeta_L}^T, e_{\varsigma_F}^T]^T$ 、 $\delta = [\delta_L^T, \delta_F^T, 0, 0]^T$, 结合式(4.26)和式(4.27), 闭环系统模型的形式为:

$$\begin{aligned}E(k+1) &= \bar{A}E(k) + \hat{A}E(k-1) + \bar{L}\delta(k) \\ \eta(k) &= \bar{C}E(k)\end{aligned}\quad (4.28)$$

其中, $\eta(k)$ 为闭环系统模型(4.28)的输出, $\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & 0 & 0 & (L_{11} \otimes D)U_L^T \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & (L_{21} \otimes D)U_L & (L_{22} \otimes D)U_F \\ 0 & 0 & Z_L + J_L D U_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_F + J_F D U_F \end{bmatrix}$,

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} L_{11}^{-1} \otimes C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{22}^{-1} \otimes C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{A}_{11} = I_N \otimes A + L_{11}L_{\rho}L_{11}^{-1} \otimes BK_1,$$

$$\bar{A}_{21} = L_{21}L_{\rho}L_{11}^{-1} \otimes BK_1, \bar{A}_{22} = I_M \otimes A + \varphi(k)(L_{22} \otimes BK_3), \hat{A}_{11} = L_{11}L_{\bar{\rho}}L_{11}^{-1} \otimes BK_1, \hat{A}_{21} = L_{21}L_{\bar{\rho}}L_{11}^{-1} \otimes BK_1, \hat{A}_{22} = (1 - \varphi(k))(L_{22} \otimes BK_3), \bar{L} = [0 \quad (L_{11} \otimes I_N)^T \quad (L_{22} \otimes I_N)^T \quad 0 \quad 0].$$

4.3 可行性和稳定性分析

定理 4.1: 对于闭环系统(4.28), 如果存在增益矩阵 K_1 、 K_3 和适维正定对称矩阵 P_1 、 P_2 和 \bar{P}_1 , 并满足:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \theta & 0 \\ * & \bar{E} \end{bmatrix} < 0 \quad (4.29)$$

其中,

$$\begin{aligned}
\theta &= \begin{bmatrix} \theta_{11} & 0 & 0 & 2\sqrt{\alpha_2}K_1^T B^T & \theta_1 \\ * & -P_2 & 0 & K_1^T B^T & \theta_2 \\ * & * & \theta_{33} & \bar{\varphi}^2 \sqrt{7\alpha_4}K_3^T B^T & 0 \\ * & * & * & -P_1 & \theta_3 \\ * & * & * & * & -\bar{P}_1 \end{bmatrix} \\
E &= \begin{bmatrix} E_{11} & 0 & E_{13} & 0 \\ * & E_{22} & 0 & E_{24} \\ * & * & -\Omega_1 & 0 \\ * & * & * & -\bar{\Omega}_2 \end{bmatrix} \\
E_{11} &= \begin{bmatrix} \hat{E}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ * & \hat{E}_2 & \ddots & \vdots \\ * & * & \ddots & 0 \\ * & * & * & \hat{E}_N \end{bmatrix} \\
E_{22} &= \begin{bmatrix} \hat{E}_{N+1} & 0 & \cdots & 0 \\ * & \hat{E}_{N+2} & \ddots & \vdots \\ * & * & \ddots & 0 \\ * & * & * & \hat{E}_{N+M} \end{bmatrix} \tag{4.30}
\end{aligned}$$

$$\theta_{11} = -P_1 + P_2 + 4A^T P_1 A, \theta_{33} = -P_1 + P_2 + 7A^T P_1 A$$

$$\theta_1 = \sqrt{7\alpha_5}K_1^T B^T, \theta_2 = \sqrt{7\alpha_6}K_1^T B^T, \theta_3 = (1 - \bar{\varphi})\sqrt{7\alpha_3}K_3^T B^T$$

$$E_{13} = [Z_1 + J_1 D U_1, \dots, Z_N + J_N D U_N]^T$$

$$E_{24} = [Z_{N+1} + J_{N+1} D U_{N+1}, \dots, Z_{N+M} + J_{N+M} D U_{N+M}]^T$$

$$\hat{E}_1 = -\Omega_1 + (5\alpha_1 + 7\alpha_7)U_1^T D^T P_1 D U_1$$

...

$$\hat{E}_N = -\Omega_1 + (5\alpha_1 + 7\alpha_7)U_N^T D^T P_1 D U_N$$

$$\hat{E}_{N+1} = -\Omega_2 + 7\alpha_4 U_{N+1}^T D^T P_1 D U_{N+1}$$

...

$$\hat{E}_{N+M} = -\Omega_2 + 7\alpha_4 U_{N+M}^T D^T P_1 D U_{N+M}$$

J_1, J_2, \dots, J_{N+M} 均为干扰观测器的增益, K_1 和 K_3 为控制输入增益。则闭环系统(4.28)将在均方意义下渐进稳定。

式 (4.30) 中的 α_1 到 α_7 均为正常数, 且满足 $\alpha_1 \lambda_{\max}(L_{11}^T L_{11}) \leq \lambda_{\min}(I_N)$ 、 $\alpha_2 \lambda_{\max}\left((\tilde{L}_\rho L_{11}^{-1})^T (\tilde{L}_\rho L_{11}^{-1})\right) \leq \lambda_{\min}(I_N)$ 、 $\alpha_3 \lambda_{\max}\left((\tilde{L}_{\bar{\rho}} L_{11}^{-1})^T (\tilde{L}_{\bar{\rho}} L_{11}^{-1})\right) \leq \lambda_{\min}(I_N)$ 、 $\alpha_4 \lambda_{\max}(L_{22}^T L_{22}) \leq \lambda_{\min}(I_M)$ 、 $\alpha_5 \lambda_{\max}\left((L_{21} \tilde{L}_\rho L_{11}^{-1})^T (L_{21} \tilde{L}_\rho L_{11}^{-1})\right) \leq \lambda_{\min}(I_M)$ 、 $\alpha_6 \lambda_{\max}\left((L_{21} \tilde{L}_{\bar{\rho}} L_{11}^{-1})^T (L_{21} \tilde{L}_{\bar{\rho}} L_{11}^{-1})\right) \leq \lambda_{\min}(I_M)$ 、 $\alpha_7 \lambda_{\max}(L_{21}^T L_{21}) \leq \lambda_{\min}(I_N)$ 。其中, $\tilde{L}_\rho = \mathbf{E}\{L_\rho\}$ 、

$$\tilde{L}_{\bar{\rho}} = \mathbf{E}\{L_{\bar{\rho}}\}.$$

证明：考虑到闭环系统(4.28)中矩阵 \bar{A} 、 \hat{A} 和 \bar{C} 的复杂结构特性，为了分析 ξ 、 ζ 、 $e_{\zeta L}$ 和 $e_{\zeta F}$ 的收敛性能，受文献[62]的启发，李雅普诺夫函数可以设计为如下形式：

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) + V_4(k) \quad (4.31)$$

其中，

$$\begin{aligned} V_1(k) &= \xi^T(k)(I_N \otimes P_1)\xi(k) + \xi^T(k-1)(I_N \otimes P_2)\xi(k-1) \\ V_2(k) &= \zeta^T(k)(I_M \otimes P_1)\zeta(k) + \zeta^T(k-1)(I_M \otimes P_2)\zeta(k-1) \\ V_3(k) &= e_{\zeta L}^T(k)\bar{\Omega}_1 e_{\zeta L}(k) \\ V_4(k) &= e_{\zeta F}^T(k)\bar{\Omega}_2 e_{\zeta F}(k) \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_N &= \text{diag}\{\overbrace{\Omega_1, \Omega_1, \dots, \Omega_1}^N\} \\ \bar{\Omega}_M &= \text{diag}\{\overbrace{\Omega_2, \Omega_2, \dots, \Omega_2}^M\} \end{aligned}$$

首先对于 $V_1(k)$ ，结合杨氏不等式引理，令 $\mathbf{E}[L_{\rho}] = \tilde{L}_{\rho}$ 、 $\mathbf{E}[L_{\bar{\rho}}] = \tilde{L}_{\bar{\rho}}$ ，可以得到：

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\Delta V_1(k)] &\leq 4\xi^T(k)(I_N \otimes A^T P_1 A)\xi(k) + 4\xi^T(k)\tilde{V}_1\xi(k) \\ &\quad + 4\xi^T(k-1)\tilde{V}_2\xi(k-1) \\ &\quad + 4e_{\zeta L}^T(k)U_L^T(L_{11}^T L_{11} \otimes D^T P_1 D)U_L e_{\zeta L}(k) \\ &\quad + \xi^T(k)(I_N \otimes P_2)\xi(k) - \xi^T(k)(I_N \otimes P_1)\xi(k) \\ &\quad - \xi^T(k-1)(I_N \otimes P_2)\xi(k-1) \end{aligned} \quad (4.33)$$

其中，

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1 &= (L_{11}\tilde{L}_{\rho}L_{11}^{-1})^T (L_{11}\tilde{L}_{\rho}L_{11}^{-1}) \otimes (BK_1)^T P_1 BK_1 \\ \tilde{V}_2 &= (L_{11}\tilde{L}_{\bar{\rho}}L_{11}^{-1})^T (L_{11}\tilde{L}_{\bar{\rho}}L_{11}^{-1}) \otimes (BK_1)^T P_1 BK_1 \end{aligned} \quad (4.34)$$

选取满足定理 4.1 的正常数 α_1 、 α_2 和 α_3 ， $\mathbf{E}[\Delta V_1(k)]$ 可以重写为如下形式：

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[\Delta V_1(k)] &\leq 4\xi^T(k)(I_N \otimes A^T P_1 A)\xi(k) \\
&\quad + 4\alpha_2 \xi^T(k)(I_N \otimes (BK_1)^T P_1 BK_1)\xi(k) \\
&\quad + 4\alpha_3 \xi^T(k-1)\tilde{V}_3 \xi(k-1) \\
&\quad + 4\alpha_1 e_{\zeta_L}^T(k)U_L^T(I_N \otimes D^T P_1 D)U_L e_{\zeta_L}(k) \\
&\quad + \xi^T(k)(I_N \otimes P_2)\xi(k) - \xi^T(k)(I_N \otimes P_1)\xi(k) \\
&\quad - \xi^T(k-1)(I_N \otimes P_2)\xi(k-1)
\end{aligned} \tag{4.35}$$

其中, $\tilde{V}_3 = I_N \otimes (BK_1)^T P_1 BK_1$ 。

其次对于 $V_2(k)$, 选取满足定理 4.1 的正常数 α_4 、 α_5 、 α_6 和 α_7 并结合式(4.32)和杨氏不等式引理, 可以得到:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[\Delta V_2(k)] &\leq 7\zeta^T(k)(I_M \otimes A^T P_1 A)\zeta(k) \\
&\quad + 7\alpha_4 \bar{\varphi}^2 \zeta^T(k)\tilde{V}_4 \zeta(k) + 7\alpha_4 (1 - \bar{\varphi})^2 \zeta^T(k-1)\tilde{V}_4 \zeta(k-1) \\
&\quad + 7\alpha_5 \xi^T(k)\tilde{V}_4 \xi(k) + 7\alpha_6 \xi^T(k-1)\tilde{V}_5 \xi(k-1) \\
&\quad + 7\alpha_4 e_{\zeta_F}^T(k)U_F^T(I_M \otimes D^T P_1 D)U_F e_{\zeta_F}(k) \\
&\quad + 7\alpha_7 e_{\zeta_L}^T(k)U_L^T(I_M \otimes D^T P_1 D)U_L e_{\zeta_L}(k) \\
&\quad + \zeta^T(k)(I_M \otimes P_2)\zeta(k) - \zeta^T(k)(I_M \otimes P_1)\zeta(k) \\
&\quad - \zeta^T(k-1)(I_M \otimes P_2)\zeta(k-1)
\end{aligned} \tag{4.36}$$

其中,

$$\begin{aligned}
\tilde{V}_4 &= I_M \otimes (BK_3)^T P_1 BK_3 \\
\tilde{V}_5 &= I_M \otimes (BK_1)^T P_1 BK_1
\end{aligned} \tag{4.37}$$

同时对于 $V_3(k)$ 和 $V_4(k)$ 可以得到:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}[\Delta V_3(k)] &= e_{\zeta_L}^T(k)(Z_L + J_L D U_L)^T \bar{\Omega}_N \\
&\quad \cdot (Z_L + J_L D U_L) e_{\zeta_L}(k) - e_{\zeta_L}^T(k) \bar{\Omega}_N e_{\zeta_L}(k) \\
\mathbf{E}[\Delta V_4(k)] &= e_{\zeta_F}^T(k)(Z_F + J_F D U_F)^T \bar{\Omega}_M \\
&\quad \cdot (Z_F + J_F D U_F) e_{\zeta_F}(k) - e_{\zeta_F}^T(k) \bar{\Omega}_M e_{\zeta_F}(k)
\end{aligned} \tag{4.38}$$

令 $\mathbf{E}[\Delta V(k)] = \mathbf{E}[\Delta V_1(k)] + \mathbf{E}[\Delta V_2(k)] + \mathbf{E}[\Delta V_3(k)] + \mathbf{E}[\Delta V_4(k)]$, 结合 Schur 补引理^[46], 将式(4.29)和式(4.30)代入 $\mathbf{E}[\Delta V(k)]$, 最终可以得出:

$$\mathbf{E}[\Delta V(k)] < 0 \tag{4.39}$$

综上所述，闭环系统(4.28)是均方稳定的，而且无人机编队可以在数据丢包和外部干扰的情况下完成合围跟踪控制。证明完毕。

4.4 仿真验证

4.4.1 参数设定

无人机编队的通信拓扑如图 4.1 所示。其中，0 为跟踪目标，1、2、3 为领导者，4、5、6 为跟随者。

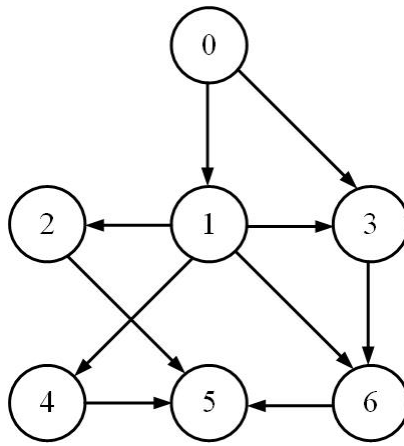


图 4.1 通信拓扑图

系统模型参数分别定义为：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.02 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.02 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2 & -0.002 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

谐波干扰参数分别为：

$$Z_{1_1} = Z_{2_1} = Z_{3_1} = Z_{1_2} = Z_{2_2} = Z_{3_2} = \begin{bmatrix} 0.998 & -0.02 \\ 0.02 & 0.998 \end{bmatrix}$$

$$Z_{4_1} = Z_{5_1} = Z_{6_1} = Z_{4_2} = Z_{5_2} = Z_{6_2} = \begin{bmatrix} 0.992 & -0.04 \\ 0.04 & 0.992 \end{bmatrix}$$

$$U_{1_1} = U_{2_1} = U_{3_1} = U_{1_2} = U_{2_2} = U_{3_2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$U_{4_1} = U_{5_1} = U_{6_1} = U_{4_2} = U_{5_2} = U_{6_2} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

结合定理 4.1，无人机编队控制器增益矩阵可以设计为：

$$J_{1_1} = J_{2_1} = J_{3_1} = J_{1_2} = J_{2_2} = J_{3_2} = \begin{bmatrix} -3.85 & 0 & 0 & 0 \\ -0.33 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{4_1} = J_{5_1} = J_{6_1} = J_{4_2} = J_{5_2} = J_{6_2} = \begin{bmatrix} -0.82 & 0 & 0 & 0 \\ 0.56 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1.9012 & 0.0701 & 0.2603 & 0.061 \\ 0.5401 & -0.1602 & 0.2210 & -0.041 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = [-5 \quad 5]^T$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -1.9012 & 0.2051 & 0.1603 & 0.061 \\ 0.5401 & -0.0922 & 0.0210 & -0.041 \end{bmatrix}$$

4.4.2 仿真结果

空间坐标下的无人机编队中每个无人机的轨迹如图 4.2 所示。其中，紫色为领导者无人机 1、2、3，绿色为跟随者无人机 4、5、6。可以看出，领导者可以有效跟踪目标 0 并生成参考轨迹，跟随者无人机可以根据该参考轨迹分布到由领导者围成的凸包内。这说明对于数据丢包和外部干扰下的无人机编队实现了预期的分布式编队合围跟踪控制。

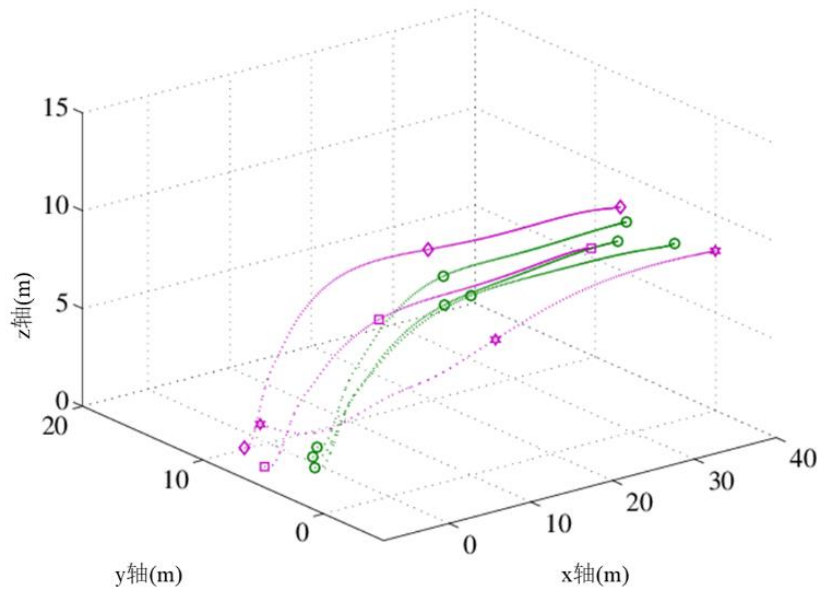


图 4.2 空间坐标下各个无人机的轨迹变化图

图 4.3 展示了跟随者无人机在使用合围跟踪时在 X 轴和 Y 轴的跟踪误差变化情况。可以看出，在任务开始后 X 轴和 Y 轴上跟随者无人机的跟踪误差均迅速收敛，最终在 15 秒左右趋于 0，这进一步说明了所提出的分布式合围鲁棒跟踪控制方案的有效性。

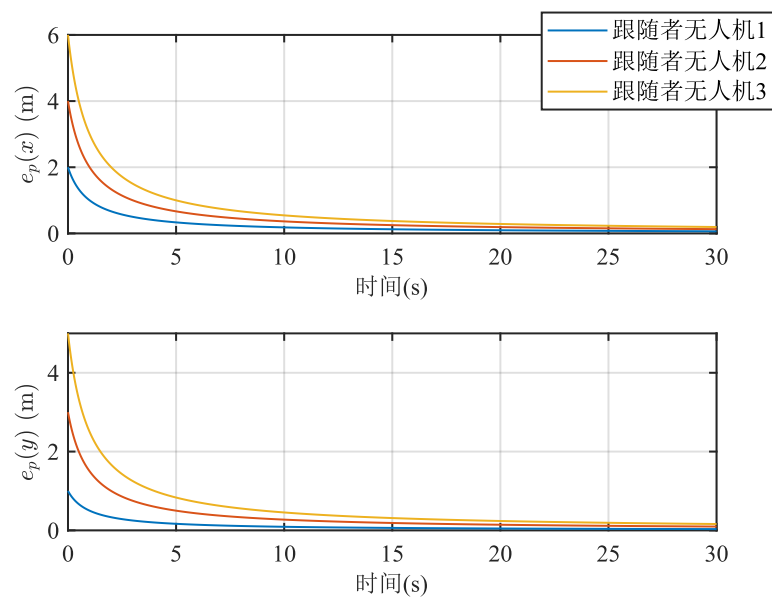


图 4.3 跟随者无人机在使用合围跟踪时跟踪误差变化图

4.5 本章小结

本章从建立无人机编队模型出发，引入伯努利过程来表示编队中存在的非对称数据丢包，使用干扰观测器估计由多个谐波组成的外部干扰。结合分布式合围控制方案，提出了一种带有拓扑矩阵的非对称丢包补偿策略。仿真结果表明，所有的跟随者无人机分布到由领导者无人机围成的凸包内，并且跟踪误差迅速收敛至有界范围，实现无人机编队分布式合围鲁棒跟踪控制。

第五章 总结与展望

5.1 工作总结

本文以近年来国内外无人机编队系统基本协同控制问题的研究成果为基础,考虑当前无人机编队控制问题的不足,提出分布式工作模式下的协同分布式协同跟踪控制问题、合围鲁棒跟踪控制问题的定义,并从理论方面对无人机编队网络通信受限下的分布式协同跟踪控制、合围鲁棒跟踪控制问题进行了系统、深入的研究。本文的主要研究成果和创新点如下:

(1) 首先分析了无人机编队的意义和挑战,其次阐述了国内外研究现状,最后介绍了无人机编队相关背景知识,包括无人机的基本结构、飞行原理、线性系统模型、基于代数图论的编队领导者模式和本文使用到的定义与引理。

(2) 研究了有向拓扑和数据丢包下无人机编队分布式协同跟踪控制问题。首先,在离散时刻建立领导者跟随者无人机编队模型。其次,先后设计含有数据丢包的辅助向量和每个跟随者无人机的控制输入,建立具有丢包补偿机制的无人机编队跟踪误差模型。同时,控制调节因子完善分布式模型预测控制策略的设计,并求解得到实现无人机编队的控制序列。最后,通过理论证明无人机编队的稳定性。仿真结果表明,跟随者无人机无论在 X 轴和 Y 轴均呈现优良的跟踪性能,各个跟随者无人机不会出现偏移。对比不含控制输入调节因子的系统,所提出的算法使得跟踪误差迅速收敛至零邻域内。

(3) 研究了外部干扰和非对称数据丢包下无人机编队分布式合围跟踪控制问题。首先,设计多谐波干扰观测器来估计由多个时变谐波组成的外部干扰。其次,设计编队非对称丢包补偿方案并提出基于多谐波干扰观测器的分布式合围跟踪控制策略。通过构建线性矩阵不等式并求解,得到干扰观测器和合围跟踪控制器的增益。最后,通过理论证明无人机编队的稳定性。仿真结果表明,所有的跟随者无人机分布到由领导者无人机围成的凸包内,并且跟踪误差迅速收敛至有界范围,实现无人机编队分布式合围鲁棒跟踪控制。

5.2 下一步工作展望

本文对无人机编队网络通信受限下的协同跟踪控制问题和合围鲁棒跟踪控制问题进行了深入的研究。近几年来对无人机编队的协同、合围控制也引起了国内外很多学者的关注,并

取得丰富的研究结果。但我们经过思考后认为还存在以下问题值得进一步研究：

- （1） 本文在设计 MPC 算法时并没有考虑到外部干扰的影响，且对于数据丢包问题可以设计一种通信协议以最大程度地减少数据丢包带来的负面影响。这将是未来的一个研究方向。
- （2） 本文提出的合围跟踪控制算法并没有考虑到网络中可能出现的其他干扰因素。因此，无人机编队网络通信受限下的合围跟踪控制问题仍有待于进一步研究。
- （3） 人工智能算法和机器学习等框架可以完成复杂的数学推导和仿真验证，同样可以用来解决无人机编队协同控制中的诸多问题，具有理想的应用前景。

参考文献

- [1] Siddiqi M A, Iwendi C, Jaroslava K, et al. Analysis on security-related concerns of unmanned aerial vehicle: attacks, limitations, and recommendations[J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 2022, 19(3): 2641-2670.
- [2] 闫超, 涂良辉, 王聿豪, 等. 无人机在我国民用领域应用综述[J]. 飞行力学, 2022, 40(03): 1-6+12.
- [3] 鲁杰, 陈建, 宁岩, 等. 基于人工智能的输电线路无人机巡检技术分析[J]. 中国高新科技, 2022(16): 44-46.
- [4] Ouyang Q, Wu Z, Cong Y, et al. Formation control of unmanned aerial vehicle swarms: a comprehensive review[J]. Asian Journal of Control, 2023, 25(1): 570-593.
- [5] Fallah M M H, Janabi-Sharifi F, Sajjadi S, et al. A visual predictive control framework for robust and constrained multi-agent formation control[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications, 2022, 105(4): 1-18.
- [6] Chen Q, Jin Y, Wang T, et al. UAV formation control under communication constraints based on distributed model predictive control[J]. IEEE Access, 2022, 10: 126494-126507.
- [7] Ouyang Y, Xue L, Dong L. Neural network-based finite-time distributed formation-containment control of two-layer quadrotor UAVs[J]. 2022, 52(8): 4836-4848.
- [8] Shi Y, Song J, Hua Y, et al. Leader-follower formation control for fixed-wing UAVs using deep reinforcement learning[C]//2022 41st Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2022: 3456-3461.
- [9] Duan H, Yuan Y, Zeng Z. Distributed cooperative control of multiple UAVs in the presence of actuator faults and input constraints[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(11): 4463-4467.
- [10] Balch T, Arkin R C. Behavior-based formation control for multirobot teams[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1998, 14(6): 926-939.
- [11] Feng Y, Dong J, Wang J, et al. Distributed flocking algorithm for multi-UAV system based on behavior method and topological communication[J]. Journal of Bionic Engineering, 2023, 20(2): 782-796.
- [12] Li S, Fang X. A modified adaptive formation of UAV swarm by pigeon flock behavior within local visual field[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 114: 106736.
- [13] Liu W heng, Zheng X, Deng Z hong. Adaptive distributed formation maintenance for multiple UAVs: exploiting proximity behavior observations[J]. Journal of Central South University, 2021, 28(3): 784-795.
- [14] Zhou H, Li Y, Han T. Anticollision decision and control of UAV swarm based on intelligent cognitive game[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2022, 2022: 6398039.
- [15] Li P, Cao J, Liang D. UAV-BS formation control method based on loose coupling structure[J]. IEEE Access, 2022, 10: 88330-88339.
- [16] Rabelo M F S, Brandao A S, Sarcinelli-Filho M. Landing a UAV on static or moving platforms using a formation controller[J]. IEEE Systems Journal, 2021, 15(1): 37-45.
- [17] 赵红超, 赵建忠. 基于滑模干扰观测器的无人机编队动态面控制[J]. 飞行力学, 2021, 39(4): 45-51.
- [18] Chen Q, Wang Y, Lu Y. Formation control for UAVs based on the virtual structure idea and nonlinear guidance logic[C]//2021 6th International Conference on Automation, Control and Robotics Engineering (CACRE). IEEE, 2021: 135-139.
- [19] Rosa V S M, Belo E M. Virtual structure formation flight control based on nonlinear MPC[C]//2021 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). IEEE, 2021: 1383-1390.
- [20] 徐博, 张大龙. 基于量子行为鸽群优化的无人机紧密编队控制[J]. 航空学报, 2020, 41(8): 313-324.

- [21] Ma C, Li J, Shang Y, et al. A dynamic obstacle avoidance control algorithm for distributed multi-UAV formation system[C]//2022 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). IEEE, 2022: 876-881.
- [22] Song H, Hu S, Jiang W, et al. Artificial potential field-based multi-UAV formation control and target tracking[J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2022, 2022: 4253558.
- [23] Zhao H, Zhao J, Dong X, et al. UAV formation control based on combining consensus control and artificial potential field[C]//2021 International Conference on Neural Networks, Information and Communication Engineering. Spie-Int Soc Optical Engineering, 2021: 119331U.
- [24] Wang N, Dai J, Ying J. UAV formation obstacle avoidance control algorithm based on improved artificial potential field and consensus[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2021, 22(6): 1413-1427.
- [25] Pang Z H, Zheng C B, Li C, et al. Cloud-based time-varying formation predictive control of multi-agent systems with random communication constraints and quantized signals[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(3): 1282-1286.
- [26] Lee M Y, Chen B S, Tsai C Y, et al. Stochastic H ∞ robust decentralized tracking control of large-scale team formation UAV network system with time-varying delay and packet dropout under interconnected couplings and wiener fluctuations[J]. IEEE Access, 2021, 9: 41976-41997.
- [27] Wang Z, Yu J, Lin S, et al. Distributed robust adaptive fault-tolerant mechanism for quadrotor UAV real-time wireless network systems with random delay and packet loss[J]. IEEE Access, 2019, 7: 134055-134062.
- [28] Yang G, Ma L, Ye L, et al. Optimization technology of concurrent routing transmission in FANET[C]//Communications, Signal Processing, and Systems. Springer, 2022: 651-659.
- [29] Viel C, Kieffer M, Piet-Lahanier H, et al. Distributed event-triggered formation control for multi-agent systems in presence of packet losses[J]. Automatica, 2022, 141: 110215.
- [30] 贾永楠, 田似营, 李擎. 无人机集群研究进展综述[J]. 航空学报, 2020, 41(S1): 4-14.
- [31] Kartal Y, Subbarao K, Gans N R, et al. Distributed backstepping based control of multiple UAV formation flight subject to time delays[J]. IET Control Theory & Applications, 2020, 14(12): 1628-1638.
- [32] Bhowmick P, Bhadra S, Panda A. A two-loop group formation tracking control scheme for networked tri-rotor UAVs using an ARE-based approach[J]. Asian Journal of Control, 2022, 24(6): 2834-2849.
- [33] Abdessameud A, Tayebi A. Formation stabilization of VTOL UAVs subject to communication delays[C]//49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). IEEE, 2010: 4547-4552.
- [34] Chen X, Gao S, Zhang S, et al. On topology optimization for event-triggered consensus with triggered events reducing and convergence rate improving[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(3): 1223-1227.
- [35] Nfaileh N, Alipour K, Tarvirdizadeh B, et al. Formation control of multiple wheeled mobile robots based on model predictive control[J]. Robotica, 2022, 40(9): 3178-3213.
- [36] Chang C W, Shiau J K. Quadrotor formation strategies based on distributed consensus and model predictive controls[J]. Applied Sciences, 2018, 8(11): 2246.
- [37] Qu H. An event-triggered output feedback robust MPC scheme for time-varying system with packet loss and bounded disturbance[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2022, 20(4): 1087-1098.
- [38] Yan D, Zhang W, Chen H. Design of a multi-constraint formation controller based on improved MPC and consensus for quadrotors[J]. Aerospace, 2022, 9(2): 94.
- [39] Yan D, Zhang W, Chen H, et al. Robust control strategy for multi-UAVs system using MPC combined with kalman-consensus filter and disturbance observer[J/OL]. ISA Transactions, 2022-09-18.
- [40] Meng Z, Ren W, You Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2092-2099.

- [41] 魏志强, 翁哲鸣, 化永朝, 等. 切换拓扑下异构无人集群编队-合围跟踪控制[J]. 航空学报, 2023, 44(2): 258-273.
- [42] Xiao S, Dong J. Distributed fault-tolerant containment control for linear heterogeneous multiagent systems: a hierarchical design approach[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(2): 971-981.
- [43] Lu Y, Dong X, Li Q, et al. Time-varying group formation-containment tracking control for general linear multiagent systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(10): 11055-11067.
- [44] Qu Y, Zhao W, Yu Z, et al. Distributed prescribed performance containment control for unmanned surface vehicles based on disturbance observer[J]. ISA Transactions, 2022, 125: 699-706.
- [45] Su H, Zhang L. Model-independent containment control for dynamic multiple euler-lagrange systems with disturbances and uncertainties[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2021, 8(4): 3443-3452.
- [46] Xiong S, Wu Q, Wang Y, et al. An l_2 - l_∞ distributed containment coordination tracking of heterogeneous multi-unmanned systems with switching directed topology[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 404: 126080.
- [47] Wang H, Yu W, Ren W, et al. Distributed adaptive finite-time consensus for second-order multiagent systems with mismatched disturbances under directed networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(3): 1347-1358.
- [48] Li B qian, Zong M zhou, Che H, et al. Robust control for unmanned aerial vehicles formation based on adaptive disturbance observer[C]//2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC). IEEE, 2021: 5243-5248.
- [49] Chen C, Han H, Sun H, et al. Multi-objective integrated robust optimal control for wastewater treatment processes[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2023: 1-12.
- [50] Benevides J R S, Paiva M A D, Simplicio P V G, et al. Disturbance observer-based robust control of a quadrotor subject to parametric uncertainties and wind disturbance[J]. IEEE Access, 2022, 10: 7554-7565.
- [51] Jia W, Wang J. Partial-nodes-based distributed fault detection and isolation for second-order multiagent systems with exogenous disturbances[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(4): 2518-2530.
- [52] Yao Q. Disturbance observer-based robust fixed-time integrated trajectory tracking control for space manipulator[J]. Robotica, 2022, 40(9): 3214-3232.
- [53] Yang X, Wang W, Huang P. Distributed optimal consensus with obstacle avoidance algorithm of mixed-order UAVs-USVs-UUVs systems[J]. ISA Transactions, 2020, 107: 270-286.
- [54] 周思全, 董希旺, 李清东, 等. 无人机-无人车异构时变编队控制与扰动抑制[J]. 航空学报, 2020, 41(S1): 128-139.
- [55] Chen M, Xiong S, Wu Q. Tracking flight control of quadrotor based on disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(3): 1414-1423.
- [56] Xiong S, Chen M, Wei Z, et al. Air-ground trajectory tracking for autonomous mobile robot based on model predictive hybrid tracking control and multiple harmonics time-varying disturbance observer[J/OL]. IET Control Theory & Applications, 2022-12-14.
- [57] Chen C T. Linear system theory and design[M]. Philadelphia: Saunders College Publishing, 1984.
- [58] 郑伟铭, 徐扬, 罗德林. 多四旋翼无人机系统分布式分层编队合围控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(6): 1091-1105.
- [59] Berman A, Plemmons R J. Nonnegative matrices in the mathematical sciences[M]. New York: Academic Press, INC, 1979.
- [60] Slotine J J E, Li W. Applied nonlinear control[M]. New Jersey: Prentice hall Englewood Cliffs, 1991.
- [61] 张毅, 于浩, 杨秀霞, 等. 异构无人集群分组编队自适应跟踪-合围控制[J/OL]. 系统工程与电子技术, 2022-12-28.

- [62] Hua Y, Dong X, Han L, et al. Formation-containment tracking for general linear multi-agent systems with a tracking-leader of unknown control input[J]. Systems & Control Letters, 2018, 122: 67-76.
- [63] 陈亮名. 考虑约束的多智能体 euler-lagrange 系统编队-包含控制[D]. 哈尔滨工业大学, 2019.
- [64] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. New Jersey: Prentice hall Upper Saddle River, 2002.
- [65] Qu Z. Cooperative control of dynamical systems[M]. London: Springer, 2009.
- [66] Boyd S, El Ghaoui L, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [67] Mei J, Ren W, Ma G. Distributed containment control for lagrangian networks with parametric uncertainties under a directed graph[J]. Automatica, 2012, 48(4): 653-659.
- [68] 陈虹. 模型预测控制[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [69] Li Z, Deng J, Lu R, et al. Trajectory-tracking control of mobile robot systems incorporating neural-dynamic optimized model predictive approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2016, 46(6): 740-749.