

姓名：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_

成績：\_\_\_\_\_

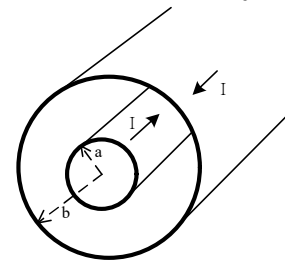
**Electromagnetic(II) Quiz #3**

**Mar. 27, 2024**

1. 兩種材料的導磁率分別為  $\mu_1$  與  $\mu_2$ ，並且在  $xy$  平面相接且無任何表面電流；若在  $z < 0$  處其磁通密度等於  $\vec{B}_{z-} = \vec{a}_x B_a + \vec{a}_y B_b + \vec{a}_z B_c$  請問在  $z > 0$  的磁通密度  $\vec{B}_{z+}$  為何？ 20%

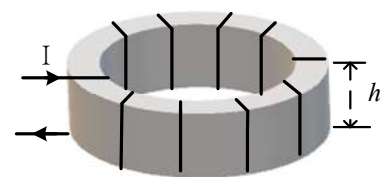
2. 請定義兩個線圈  $C_1$  和  $C_2$  分別有  $N_1$  與  $N_2$  圈且其電流為  $I_1$  與  $I_2$ ，若線圈包圍的面積分別為  $S_1$  與  $S_2$ ，請問要如何計算兩個線圈間的互感 (mutual inductance)? 20%

3. 兩個空心的同軸圓柱導體半徑分別為  $a$  與  $b$  如圖所示，請證明此結構單位長的等效電感為  $\ln(b/a)^2 \times 10^{-7} (\text{H})$ 。 20%

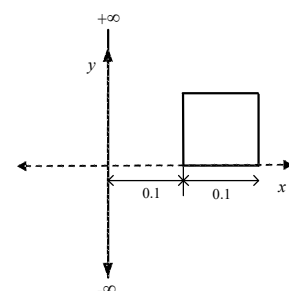


4. 如圖所示，有 hollow 圓柱材料其內徑與外徑分別為 2cm 與 4cm；其上繞有 10 圈的電流線，而此材料的高度( $h$ )為 1cm 和相對磁導率( $\mu_r$ )為 500；請計算其電感值。 20%

(若無計算過程不予計分)



5. 如圖所示在無限長直導線旁有一正方形線圈其電流圈為 10 圈，兩導線間的距離與正方形邊長均等於 0.1m，請問兩線間的互感等於多少？ 20%



## Electromagnetic(II) Quiz #3 Solution

1. 垂直方向磁通密度連續  $B_{z+}=B_c$ , 平行方向磁通強度連續  $H_{x2}=H_{x1} \Rightarrow B_{x2}=\mu_2 B_a/\mu_1$

且  $H_{y2}=H_{y1} \Rightarrow B_{y2}=\mu_2 B_b/\mu_1 \Rightarrow$

$$\vec{B}_{z+} = \vec{a}_x \frac{\mu_2 B_a}{\mu_1} + \vec{a}_y \frac{\mu_2 B_b}{\mu_1} + \vec{a}_z B_c$$

2. 假設電流  $I_1$  在  $C_2$  的磁通密度為  $\vec{B}_{21}$ ，因此在  $C_2$  由  $C_1$  所造成的磁通為

$\Phi_{21} = N_1 \int \vec{B}_{21} d\vec{s}_2$ ；且在  $C_2$  上的磁通連結為  $\Lambda_{21}=N_2 \Phi_{21}$ ，所以互感等於

$$L_{21} = \frac{N_1 N_2 \int \vec{B}_{21} d\vec{s}_2}{I_1}$$

3. 假設有電流  $I$  在內金屬柱上應用安培環路定律兩柱間的磁通密度等於

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow \vec{B} = \vec{a}_\phi \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

在兩柱單位長度所包括的磁通量為

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{s} = \int_a^b \int_z^{z+1} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dz dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

磁通連結  $\Lambda = \Phi \Rightarrow$  等效電感  $(L) = \Lambda/I = 2 \times 10^{-7} \times \ln(b/a) = \ln(b/a)^2 \times 10^{-7} \text{ (H)}$

4. 有電流  $I$  在圓柱的 10 根導線上，應用安培環路定律圓柱內的磁通密度等於

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = 10I \Rightarrow \frac{\vec{B}}{\mu_r \mu_0} = \vec{a}_\phi \frac{10I}{2\pi r} \text{ (or } \vec{B} = \vec{a}_\phi \frac{10\mu_r \mu_0 I}{2\pi r} \text{)}$$

在圓柱橫截面所包括的磁通量為

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{s} = \int_{0.02}^{0.04} \int_0^{0.01} \frac{5000\mu_0 I}{2\pi r} dz dr = \frac{50\mu_0 I}{2\pi} \ln(2)$$

磁通連結  $\Lambda = 10\Phi \Rightarrow$  等效電感  $(L) = \Lambda/I = \ln(2) \times 10^{-4} \text{ (H)}$

5. 有電流  $I$  在長直導線上，應用安培環路定律在正方形線圈磁通密度等於

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow \vec{B} = \vec{a}_\phi \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

在正方形線圈所包括的磁通量為

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{s} = \int_{0.1}^{0.2} \int_0^{0.1} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dy dx = \frac{0.1\mu_0 I}{2\pi} \ln(2)$$

磁通連結  $\Lambda = 10\Phi \Rightarrow$  等效電感  $(L) = \Lambda/I = 2 \times 10^{-7} \times \ln(2) = \ln(4) \times 10^{-7} \text{ (H)}$