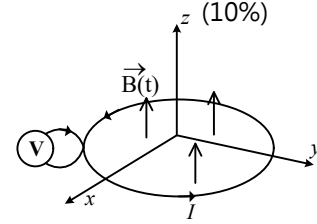


姓名：_____ 學號：_____

成績：_____

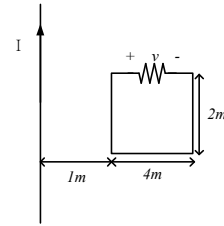
(答案需有完整計算過程並標示必要的向量符號及單位)

1. 如圖一 xy 平面之圓形線圈圓心在原點且半徑為 30cm，位於一個時變磁場其磁通密度為 (a) $\vec{B}(t) = \vec{a}_z 5 \cos(2\pi t)$ (b) $\vec{B}(t) = \vec{a}_z 5r \sin(2\pi t)$ ，若有感應電流(I)時其方向如圖中所示，請問電壓計量測到的感應電壓分別為何？



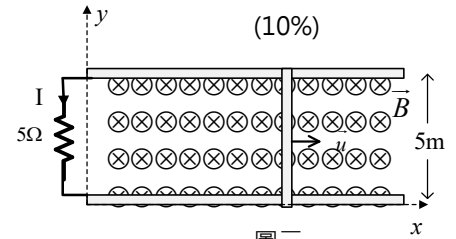
圖一

2. 在圖二中有一無線長導線上流有 $I = 2 \cos 10^8 t$ (mA) 的電流，在其右邊一米處有一長方形線圈邊長為各為 4m 與 2m，請問在長方形線圈電阻上的電壓等於多少？



圖二

3. 如圖三所示，金屬軌道間有不隨時間改變之磁場通密度為 $\vec{B} = -\vec{a}_z 3 (\mu T)$ ，並在軌道上有移動的金屬棒其速度為 $\vec{u} = \vec{a}_x 2$ (m/s)，若兩軌道間距 5m 且兩者有 5Ω 的電阻；(a) 請問電阻上的電流 i 為何？(b) 若磁場通密度為 $\vec{B} = -\vec{a}_z 3y^2 (\mu T)$ 時，電阻上之電流為何？



圖三

4. 若有電場 \vec{E}_t 為兩電場 $\vec{E}_1 = \vec{a}_y 2 \cos(3 \times 10^7 t + \pi/6 - kz)$ 和 $\vec{E}_2 = \vec{a}_y \sqrt{2} \sin(3 \times 10^7 t - \pi/4 - kz)$ 相加合成，請用餘弦為參考的相量表示式計算出 \vec{E}_t 並寫出 \vec{E}_t 的瞬時表示式。

(10%)

5. 在介質 ($\mu_r = 1, \epsilon_r = 9$) 中有電場強度為 $\vec{E} = \vec{a}_y 3 \cos(2\pi \times 10^9 t - \beta z)$ ，以餘弦為參考函數 \vec{E} 的表示式為何？請問此電磁波的磁場強度 \vec{H} 的瞬時表示式及相位常數 (β) 為何？

(10%)

6. (a)若有一火車發出哨音(850Hz)往與觀測者 120° 夾角方向移動，若火車的速度 72(Km/hr)，請問觀測者聽到的哨音頻率為何? (b) 若火車直接往與觀測者方向移動，若火車的速度 43.2(Km/hr)，請問觀測者聽到的哨音頻率為何? (聲波的波速約為 340m/s) (10%)

7. 一條同軸纜線其內金屬與外金屬的材質為銅(導電係數 $\sigma_c=1.6 \times 10^7$ S/m)半徑分別為 1cm 與 5cm，內外金屬間為有損耗介電質填塞，介電質的材料特性為 $\mu=\mu_0$, $\epsilon_r=3.72$, $\sigma=6.12 \times 10^{-5}$ S/m，請問此同軸纜線工作在 4GHz 時的四個傳輸線參數及特性阻抗為何? (10%)

8. 若有一段 1.0m 長的傳輸線，其中一端為短路及開路時在另一端其輸入阻抗分別量得為 $j45$ 與 $-j125$ ；請問此傳輸線的(a)特性阻抗與傳播常數為何?(b)若量測角頻率(ω)為 5×10^8 (rad/s)，請找出四個傳輸線參數(c)若此種傳輸線長度為 2.05m 且其中一端為開路時，請問在另一端所量到的阻抗為多少? (10%)

9. 一條特性阻抗 $Z_0=100\Omega$ 之無損傳輸線連接一個未知負載阻抗(Z_L)，但經過量測後得知此負載的駐波比為 1.5 且線上距離未知負載所產生的第一個電壓極大值位於 0.25m 處，兩個連續電壓極大值間距離為 1.5m (a)請找出此未知負載在此傳輸線的反射係數及(b)此未知負載的實際值。 (10%)

10. 一條 0.5m 以空氣為介質的無損傳輸線的特性阻抗 $Z_0=50\Omega$ 且其相位常數 $\beta=0.5\pi$ (rad/m)連接一個負載阻抗 $Z_L=30+j40\Omega$ ；(a)請問此傳輸線的輸入阻抗為何? (b)此傳輸線上駐波比等於多少? (c)若輸入端接了一個訊號源以相量表示為 $V_g=2\angle 0^\circ$ (V)並有 50Ω 之輸出阻抗，請寫出在此線上任一點的電壓表示式。 (10%)

Solutions of Electromagnetic (II) Final Ex.

1. Ans: 計算線圈內的磁通量

$$(a) \Phi = \int_0^{0.3} \int_0^{2\pi} \vec{a}_z 5 \cos(2\pi t) \cdot \vec{a}_z r d\phi dr = 5\pi(0.3)^2 \cos(2\pi t) = 45\pi \sin(2\pi t) \times 10^{-2}$$

$$v = -d\Phi/dt = 90\pi^2 \sin(2\pi t) \times 10^{-2} (\text{V}) = 0.9\pi^2 \sin(2\pi t) (\text{V}) = 8.88 \sin(2\pi t) (\text{V})$$

$$(b) \Phi = \int_0^{0.3} \int_0^{2\pi} \vec{a}_z 5r \sin(2\pi t) \cdot \vec{a}_z r d\phi dr = 10\pi \sin(2\pi t) \int_0^{0.3} r^2 dr = 9\pi \sin(2\pi t) \times 10^{-2}$$

$$v = -d\Phi/dt = -18\pi^2 \cos(2\pi t) \times 10^{-2} (\text{V}) = -0.18\pi^2 \cos(2\pi t) (\text{V}) = -1.78 \cos(2\pi t) (\text{V})$$

2. Ans: $\Phi = \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_1^5 \int_0^2 -\vec{a}_z 2 \times 10^{-3} \cos(10^8 t) \frac{\mu_0}{2\pi x} \cdot -\vec{a}_z dy dx$

$$\Phi = \int_1^5 4 \times 10^{-10} \cos(10^8 t) \frac{dx}{x} = 4 \ln 5 \times 10^{-10} \cos(10^8 t)$$

$$v = -\frac{d\Phi}{dt} = 4 \ln 5 \times 10^{-2} \sin(10^8 t) = 64.38 \sin(10^8 t) (\text{mV})$$

3. Ans: (a) $v = \oint \vec{u} \times \vec{B} dl = \int_0^5 [(\vec{a}_x 2) \times (-\vec{a}_z 3 \times 10^{-6})] \cdot \vec{a}_y dy = \int_0^5 6 \times 10^{-6} dy = 30 (\mu\text{V})$

$$i = v/R = 6 (\mu\text{A})$$

(b) $v = \oint \vec{u} \times \vec{B} dl = \int_0^5 [(\vec{a}_x 2) \times (-\vec{a}_z 3y^2 \times 10^{-6})] \cdot \vec{a}_y dy = \int_0^5 6y^2 \times 10^{-6} dy = 250 (\mu\text{V})$

$$i = v/R = 50 (\mu\text{A})$$

4.

Ans: 取相量 $\vec{E}_1 = \vec{a}_y 2e^{j\pi/6}$ 與 $\vec{E}_2 = \vec{a}_y \sqrt{2} e^{-j\pi/2} e^{-j\pi/4}$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{a}_y 2[\cos(\pi/6) + j\sin(\pi/6)] + \vec{a}_y \sqrt{2} [\cos(-3\pi/4) + j\sin(-3\pi/4)] = \vec{a}_y 0.732$$

$$\vec{E}_t(z, t) = \text{Re}[\vec{E}_t e^{j\omega t}] = \vec{a}_y 0.732 \cos(3 \times 10^7 t - kz)$$

5.

Ans: \vec{E} 的相量表示式為 $\vec{a}_y 3e^{-j\beta z}$

$$\text{電場強度 } -j\omega\mu \vec{H} = \nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & 3e^{-j\beta z} & 0 \end{vmatrix} = -j\beta \vec{a}_x 3e^{-j\beta z}$$

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0} = 6\pi \times 10^9 / 3 \times 10^8 = 20\pi$$

$$\vec{H} = -\vec{a}_x \frac{6\beta}{\omega\mu_0} e^{-j10\pi z} = -\vec{a}_x \frac{120\pi}{2\pi \times 10^9 \times 4\pi \times 10^{-7}} e^{-j20\pi z} = -\vec{a}_x \frac{3}{20\pi} e^{-j20\pi z} = \vec{a}_y 0.0477 e^{-j20\pi z} (\text{A/m})$$

$$\vec{H} \text{ 的瞬時表示式 } \vec{H} = \text{Re}[\vec{H} e^{j\omega t}] \Rightarrow \vec{H}(z, t) = -\vec{a}_x 0.0477(2\pi \times 10^9 t - 20\pi z)$$

6.

Ans: (a) $f = f_0(1 + \frac{u}{s} \cos \theta) = 850(1 + \frac{20}{340} \cos 120^\circ) = 825 \text{ Hz}$

(b) $f = f_0(1 + \frac{u}{s} \cos \theta) = 850(1 + \frac{12}{340} \cos 0^\circ) = 880 \text{ Hz}$

7.

$$\text{Ans: } C = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\ln(5 \times 10^{-2} / 1 \times 10^{-2})} = 1.284 \times 10^{-10} \text{ (F/m)}$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(5 \times 10^{-2} / 1 \times 10^{-2}) = 3.22 \times 10^{-7} \text{ (H/m)}$$

$$G = \frac{2\pi\sigma}{\ln(5 \times 10^{-1} / 1 \times 10^{-1})} = 2.39 \times 10^{-4} \text{ (S/m)}$$

$$R = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{5 \times 10^{-1}} + \frac{1}{1 \times 10^{-1}} \right) \sqrt{\frac{\pi f \mu_c}{\sigma_c}} = 5 \times 10^{-3} \times 120 = 0.6 \text{ (}\Omega/\text{m)}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{0.6 + j8092.7}{2.39 \times 10^{-4} + j3.227}} = \frac{89.96 \angle 44.998^\circ}{1.796 \angle 44.998^\circ} = 50.09 \text{ (}\Omega) \approx 50 \text{ (}\Omega)$$

8.

$$\text{Ans: (a) } Z_0^2 = Z_{is} \times Z_{io}, Z_0 = 75 \Omega, \gamma = j\beta = j \frac{\tanh^{-1} \sqrt{Z_{is}/Z_{io}}}{l} = j0.54 \text{ (rad/m)},$$

$$\text{(b) } \alpha = 0 \Rightarrow R = G = 0, L = \frac{Z_0 \beta}{\omega} = 81 \text{ (nH/m)}, C = \frac{L}{Z_0^2} = 14.4 \text{ (pF/m)}$$

$$\text{(c) } Z_i = -jZ_0 \cot \beta l = -j37.51 \text{ (}\Omega)$$

9.

$$\text{Ans: (a) } |\Gamma| = \frac{SWR - 1}{SWR + 1} = 0.2$$

$$\theta_r - 2 \times \beta \times 0.25 = 0 \Rightarrow \theta_r - 2 \times (2\pi/3) \times 0.25 = 0$$

$$\theta_r = \pi/3$$

$$\Gamma = 0.2 \angle 60^\circ = 0.1 + j0.1732$$

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = 100 \frac{1.1 + j0.1732}{0.9 - j0.1732} = \frac{111.3 \angle 8.95^\circ}{0.9165 \angle -10.89^\circ} = 121.44 \angle 19.84^\circ = 114.23 + j38.77 \text{ (}\Omega)$$

10.

$$\text{Ans: (a) } Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} = 50 \frac{30 + j40 + j50}{50 + j30 - 40} = 50 \frac{30 + j90}{10 + j30} = 150 \text{ (}\Omega)$$

$$\text{(b) } \Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{-20 + j40}{80 + j40} = \frac{4.472 \angle 116.57^\circ}{8.944 \angle 26.57^\circ} = 0.5 \angle 90^\circ$$

$$SWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = 3$$

$$\text{(c) } V_g = I_i \times Z_0 + V_i \Rightarrow V(z) = \frac{V_g}{2} e^{-j\beta z} [1 + \Gamma e^{-2j\beta(l-z)}] = e^{-j0.5\pi z} [1 + 0.5e^{j0.5\pi} e^{j\pi z - j2.5\pi}] = e^{-j0.5\pi z} [1 + 0.5e^{j\pi z}]$$

$$V(z=0) = (1 + 0.5) = 1.5$$