姓名：__________________ 學號：_________________ 成績：____________

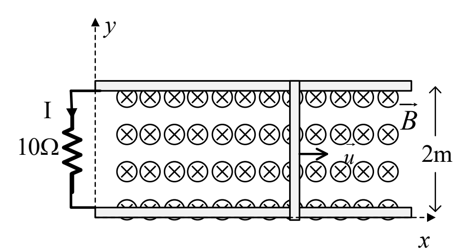
Electromagnetic(II) Quiz #5 **May 08, 2024**

1. 請用 Eq.(6-47)推導出麥斯威爾方程式的積分形式並指出每一個方程式相關的實驗定律。(20%)

2. 請寫下法拉第定律的完整式，若等號左邊為感應電壓，請解釋等號右邊兩種表示式所代表的物理意義為何。 (20%)

3. 何謂相量?若使用餘弦參考函數，請問 $8\sin(\omega t+0.2\pi)$與$-8\cos(\omega t+0.2\pi)$的相量表示式分別為何? (20%)

4. 金屬軌道間有不隨時間改變之磁場通密度為 $\vec{B}=-\vec{a}_z\,5(\mu T)$，並在軌道上有移動的金屬棒其速度為 $\vec{u}=\vec{a}_x\,5(m/s)$，若兩軌道間距 2m 且兩者有 10Ω的電阻如圖所示；(a)請問電阻上的電流 i 為何? (b)若磁場通密度為 $\vec{B}=-\vec{a}_z\,5y^3(\mu T)$時，電阻上之電流為何? (20%)



5. 自由空間中有電場強度為 $\vec{E}=\vec{a}_x\,6\cos(3\pi\times10^8t-\beta z)$，以餘弦為參考函數 $\vec{E}$ 的表示式為何? 請問此電磁波的磁場強度 $\vec{H}$ 的瞬時表示式及相位常數(β)為何? (20%)

Electromagnetic(II) Quiz #5 Solution

1. $\oint \nabla\times\vec{E}ds = -\frac{\partial}{\partial t}\oint \vec{B}ds \Rightarrow \oint \vec{E}dl = -\frac{\partial}{\partial t}\oint \vec{B}ds$ (法拉第定律)

   $\oint \nabla\times\vec{H}ds = \oint \vec{J}ds + \frac{\partial}{\partial t}\oint \vec{D}ds \Rightarrow \oint \vec{H}dl = I + \frac{\partial}{\partial t}\oint \vec{D}ds$ (安培環路定律)

   $\oint \nabla\cdot\vec{D}dv = \oint \rho_v dv \Rightarrow \oint \vec{D}\cdot ds = Q$ (高斯定律)

   $\oint \nabla\cdot\vec{B}dv = 0 \Rightarrow \oint \vec{B}\cdot ds = 0$ (磁核不存在)

2. $v = \oint \vec{E}dl = -\frac{\partial}{\partial t}\oint \vec{B}\cdot ds + \oint \vec{u}\times\vec{B}dl$ ⇒感應電壓等於固定線圈中時變磁通量的時間負的微分值所造成的感應電壓加上線圈移動時在固定磁場中造成的感應電壓的總和

3. 使用振幅及相位來表示的量稱為相量；

   $8\sin(\omega t+0.2\pi) \Rightarrow 8e^{-j\pi/2}e^{0.2\pi} = 8e^{-0.3\pi}$與$-8\cos(\omega t+0.2\pi)$的相量表示式$\Rightarrow 8e^{-j\pi}e^{0.2\pi} = 8e^{-0.8\pi}$

4. (a) $v = \oint \vec{u}\times\vec{B}dl = \int_0^2 [(\vec{a}_x 5)\times(-\vec{a}_z 5\times 10^{-6})]\cdot\vec{a}_y dy = \int_0^2 25\times 10^{-6}dy = 50(\mu V)$

   $i = v/R = 5(\mu A)$

   (b) $v = \oint \vec{u}\times\vec{B}dl = \int_0^2 [(\vec{a}_x 5)\times(-\vec{a}_z 5y^3\times 10^{-6})]\cdot\vec{a}_y dy = \int_0^2 25y^3\times 10^{-6}dy = 100(\mu V)$

   $i = v/R = 10\ (\mu A)$

5. $\vec{E}$ 的相量表示式為 $\vec{a}_x 6e^{-j\beta z}$

   電場強度$-j\omega\mu\overline{H} = \nabla\times\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 6e^{-j\beta z} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -j\beta\vec{a}_y 6e^{-j\beta z}$

   $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3\pi\times 10^8/3\times 10^8 = \pi$

   $\overline{H} = \vec{a}_y \frac{6\beta}{\omega\mu_0} e^{-j10\pi z} = \vec{a}_y \frac{6\pi}{3\pi\times 10^8\times 4\pi\times 10^{-7}} e^{-j10\pi z} = \vec{a}_y \frac{1}{20\pi} e^{-j\pi z} = \vec{a}_y\, 0.0159\, e^{-j\pi z}$ (A/m)

   $\overline{H}$ 的瞬時表示式 $\overline{H} = \mathrm{Re}[\overline{H}e^{j\omega t}] \Rightarrow \overline{H}(z,t) = \vec{a}_y\, 0.0159(3\pi\times 10^8 t - \pi z)$