Taller 2 Transformada de la Place

- Demuestre si los siguientes sistemas de la forma $y = H\{x\}$ son sistemas lineales o invariantes en el tiempo SLIT (simule los sistemas en python)

- $y[n] = x[n]/3 + 2x[n-1] - y[n-1]$
- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k]$
- $y[n] = \text{median}(x[n])$ donde median es la funcion mediana sobre una ventana de tamaño 3
- $y(t) = Ax(t) + B \; ; \; A, B \in \mathbb{R}$

2) Linealidad sistema [1]

Sea $x_1[n] \rightarrow y_1[n]$ + $x_2[n] \rightarrow y_2[n]$

definido por

$$y_1[n] = \frac{x_1[n]}{3} + 2x_1[n-1] - y[n-1]$$

$$y_2[n] = \frac{x_2[n]}{3} + 2x_2[n-1] - y_2[n-1]$$

Se requiere probar que

$x[n] = a x_1[n] + b x_2[n]$

$y[n] = a y_1[n] + b y_2[n]$

sustituimos

$$y[n] = \frac{a x_1[n] + b x_2[n]}{3} + 2(a x_1[n-1] + \ldots$$

$$b x_2[n-1] - y[n-1]$$

Comparacion directa

$$y[n-1] = a y_1[n-1] + b y_2[n-1]$$

$$\cdot\ y[n] = a y_2[n] + b y_2[n]$$

Se cumple la propiedad de linealidad

$\rightarrow x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0]$; entonces

$$y[n-n_0] = \frac{x[n-n_0]}{3} + 2x[n-n_0-1] - \ldots$$

$$y[n-n_0-1]$$

→ Como la forma de la ecuacion no cambia al desplazar la entrada, se dice que el sistema es invariante en el tiempo por lo tanto el sistema es SLIT

2) Sistema 2 (linealidad de el)

Sea $x[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$;

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k]$$

$$y[n] = \sum_{k=\infty}^{n} (a^2 x_1^2[k] + b x_2[k])^2$$

factorizando obtenemos

$$\sum_{A=-\infty}^{n} [a^2 x_1^2[k] + 2abx_1[k] + b^2 x_2^2[A]$$

$$\neq a \sum x_1^2 + b \sum x_2^2[k]$$

No cumple la propiedad de linealidad

→ Invarianza en el tiempo

desplazando: $x[n] \to x[n-n_0]$:

$$Y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x^2[k] = Y[n-n_0]$$

Cumple con varianza en el tiempo
Como cumple ambas condiciones

linealidad ✗ El sistema no es SLIT
Invarianza ✓

3) Sistema 3 $y[n] = \times(x[n-1],$
$x_n, \; x[n+1])$

linealidad se tiene en cuenta que la mediana no es una operación lineal

Ejemplo:

- $X_1 = [1, 1, 1];$ – $\bar{X} = 1$
- $X_2 = [3, 3, 3]$ $\bar{X} = 3$

pero $0,5x_1 + 0,5x_3 = 2$ en general
falla

$X_3 = [0, 5, 100]$ $\bar{x} = 5$

$X_4 = [0, 6, 100]$ $\bar{x} = 6$

$X = x_3 + x_4$ $[0, 11, 200]$, $\bar{x} = 11$

pero no siempre ocurre $\bar{x}_3 + \bar{x}_5 = 5+6 = 11$ por

lo que el comportamiento no es garantizado.