Respuesta impulso

Parte manual:

Compruebe la solución $h(t)$ de la EDO cuando $x(t) = \delta(t)$ de manera manual. Tener en cuenta que

$$\frac{d}{dt}\,\varepsilon(t) = \delta(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Cuando la entrada es $x(t) = \delta(t)$

Suponemos: $h(t) = A e^{t} \cdot \varepsilon(t)$

$\varepsilon(t)$: función escalón de Heaviside

Calculamos la derivada

$$\frac{d}{dt}\,h(t) = \frac{d}{dt}\left(A e^{-t} \cdot \varepsilon(t)\right) =$$

$$= A\left(\frac{d}{dt} e^{-t} \cdot \varepsilon(t) + e^{-t} \frac{d}{dt} \varepsilon(t)\right.$$

$$\cdot A\left(-e^{-t} \varepsilon(t) + e^{-t} \cdot \delta(t)\right)$$

la EDO original es $\frac{dh}{dt} + h = \delta(t)$

al sustituir

$$\frac{dh}{dt} + h = A \cdot e^{-t} \cdot \delta(t)$$

cuando la propuesta de la delta

$$e^{-t}\delta(t) = \delta(t)$$

entonces $A \cdot \delta(t) = \delta(t) \rightarrow A = 1$

la respuesta impulso es

$$\boxed{h(t) = e^{-t} \cdot \varepsilon(t)}$$

· Comprobar la solución de la integral de convolución de manera manual. tener en cuenta las funciones Heaviside.

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

entrada: $x(t) = e^{-2t} \times \varepsilon(t)$

respuesta: $h(t) = e^{-t} \times \varepsilon(t)$

convolución:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \times h(t-\tau)\, d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\tau} \times \varepsilon(\tau) \times h(t-\tau)\, d\tau$$

$\therefore$ $\varepsilon(\tau) = 0$ si $\tau < 0$

$\varepsilon(t-\tau) = 0$ si $\tau > t$

$$y(t) = \int_{0}^{t} e^{-2\tau} e^{-(t-\tau)}\, d\tau$$

$$y(t) = e^{-t} \int_0^t e^{-\tau} \, d\tau$$

$$y(t) = e^{-t} \left[-e^{-\tau} \right]_0^t$$

$$y(t) = e^{-t} \left[-e^{-\tau} \right]_0^t$$

$$y(t) = e^{-t} \left(t - e^{-t} \right) = e^{-t} - e^{2t}$$

Como la convolucion solo existe para

$t \geq 0$

$$\boxed{y(t) = \left(e^{-t} - e^{-t} \right) \times \mathcal{E}(t)}$$