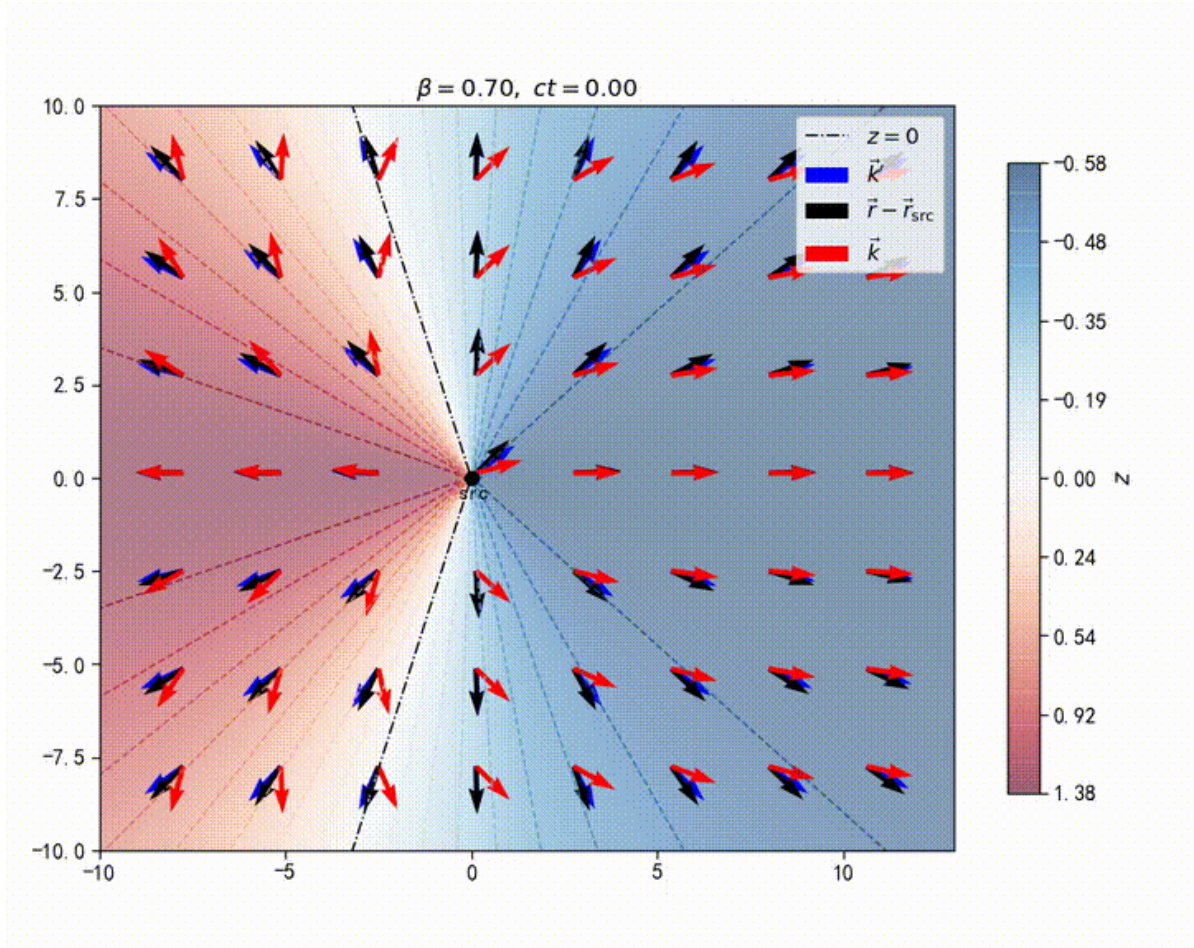


# Doppler Effect and Aberration

警告：以下内容只代表本人目前的理解，不保证没有错误。如果发现错误，请与作者联系。

因GitHub不支持显示公式，可以参考README.pdf。

## Video 1



## Code to generate Video 1

SR\_Doppler\_aberration.py

其中部分参数（尤其是 `beta`）可以修改，观察不同情况的图。

## Brief Introduction

视频为观测者所在参考系（以下暂且简称“观者系”） $\Sigma$ 在不同时刻的空间（同时面）。观测者和恒星均做惯性运动。恒星所在惯性系（以下简称“光源系”） $\Sigma'$ 在 $t = t' = 0$ 时与 $\Sigma$ 系重合，且在 $\Sigma$ 系中以速度 $v$ 沿 $x$ 轴正方向运动。恒星在 $\Sigma'$ 系原点 $O'$ 处。观测者在观者系中的任意位置。不加说明时，“观者”默认为观者系中的观者。

**符号说明：** 恒星（点光源）src；观者系 $\Sigma$ ，光源系 $\Sigma'$ ；观者系中笛卡尔坐标 $t, x, y$ ，极坐标 $r, \phi$ ；光源系中笛卡尔坐标 $t', x', y'$ ，极坐标 $r', \phi'$ 。观者系和光源系中的3-波矢 $\vec{k}, \vec{k}'$ ；观者系中观者和光源的位矢 $\vec{r}, \vec{r}_{\text{src}}$ ；光的（多普勒）红移 $z$ ；恒星在观者系中沿 $x$ 轴正向的速度 $v$ ； $\beta = v/c, \gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ 。

**视频中元素说明**（不做说明时，均为观者系中的量）：

图中元素	含义
蓝五角星	恒星
红色箭头	观测者测量到光的方向 $\hat{k}$
黑色箭头	观者系中恒星的真实方向（的反向）
蓝色箭头	光源系中光的方向 $\hat{k}'$
黑色虚线	等相位面
黑点	光子
红/蓝颜色和虚线	此处的红移大小（蓝色为蓝移）和等值线
黑色点划线	红移为0的位置

### 视频展示的现象：

- 多普勒效应。注意到几点问题：
  1. 观测到红移为0的位置既不是过光源且垂直于运动方向的直线（此处有蓝移），也不是测到光垂直于运动方向的位置（也就是观测者看上去以为自己处在光源且垂直于运动方向的直线上，此处有红移）。红移为0的位置，相对于光源的方位角大于 $90^\circ$ ，看到光（ $\vec{k}$ ）的方位角小于 $90^\circ$ 。
  2. （不是从此图中看出的）在 $v \ll c$ 时，根据红移能得到视向速度，但是一般情况下仅凭红移只知道视向速度和切向速度的关系。
- 恒星光行差。恒星光行差关心的是**不同惯性系**中的观者相遇时，他们对于同一时空点处的光的方向有何分歧。例如，周年光行差考虑的是地心（不确定？）观者和太阳系质心观者的分歧（在不同的日期分歧不同）。观者系中的观者认为光的方向是 $\hat{k}$ ，光源系中观者认为光的方向为 $\hat{k}'$ ，恒星光行差为 $\hat{k}, \hat{k}'$ （红箭头和蓝箭头）的夹角。
- 行星光行差。行星光行差关心的是观者系看上去光来自的方向，和观测时光源在**观者系**中的真实方向的夹角。例如太阳系质心系（BCRS）中我们看到行星的方向和此刻真实方向的夹角，只涉及到BCRS不涉及其他参考系。观者系中的观者认为光的方向是 $\hat{k}$ ，观者系中光源与观者连线为 $\vec{r} - \vec{r}_{\text{src}}$ ，行星光行差为 $\hat{k}$ （红箭头）和 $\vec{r} - \vec{r}_{\text{src}}$ （黑箭头）的夹角。
- 相对论集束（beaming）效应。在观者系中看来，从光源发出的光子更集中于光源的运动方向，也就是光源运动导致光源运动方向的辐射增强。

### 视频中还看出什么？

- 所有量都只和相对于光源的方位角（指位置与光源的连线与 $x$ 轴正向的夹角）有关。（待验证）
- 在观者系中，同一时刻发出的光子所在曲面、等相位面仍然是球面，这是光速不变的结果。因此等相位面是以光源发出这个面上的光子时所在的位置为圆心的球面。光子运动方向、波矢方向与这一球面垂直。这个图像很类似于牛顿力学中，因波源相对于介质移动而导致的多普勒效应，牛顿力学中波长被压缩或拉长是绝对的。
- 一个光子的红移不会随着传播而改变；它相对光源的方位角不变（否则在光源系里光就拐弯了）。甚至可以自己脑补出把这个图变换回光源系的过程（光源系的等相位面图为同心圆，相当于在轴线上看一个圆锥面，换一个角度，偏离轴线观察锥面应该就是此图）。
- 观者看到光行进的方向为红箭头（ $\vec{k}$ ）。观者看到光来自的方向，是观者看到的这个光子在发出时，光源所在位置的方向。换言之，观者看到光源的方向是光源当初发出这束光时光源所在的方向，和现在光源实际的位置不同了，这就是行星光行差。另可参考电动力学中的推迟势、运动点电荷电场中的速度场（区别于辐射场）。注意到多普勒效应公式中的 $\theta$ 正是观者看到的光的方向，参见common misunderstandings第一条。最后，这一段等价的说法是，图中画的等相位面（黑色虚线）和观者看到的波矢（红色箭头）垂直。（待验证）

## Common Misunderstandings

- 在狭义相对论（电动力学）教材中讲到“横向多普勒效应”，即在垂直于光源运动方向观察辐射时， $\theta = \frac{\pi}{2}$ ，算出红移。然而为什么图中在垂直于光源的竖直线上是蓝移？答： $\theta$ 是在 $\Sigma$ 系中观者看到辐射方向（ $\vec{k}$ 即红箭头方向）与光源运动方向（水平， $+x$ 方向）的夹角， $\theta = \frac{\pi}{2}$ 的位置不在光源所在竖直线位置（即 $\vec{r} - \vec{r}_{\text{src}}$ ，黑箭头与 $+x$ 夹角达到 $\frac{\pi}{2}$ 的位置）。看红箭头变成竖直方向的地方，的确是红移，而不是蓝移。黑箭头变成竖直线的位置是蓝移。

## Detailed Derivation

说不定哪天作者高兴就写了。

多普勒效应公式：

$$\omega' = \omega \gamma (1 - \beta \cos \theta)$$

（恒星）光行差公式：

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma (\cos \theta - \beta)}$$

## Figure 1

---

说不定哪天作者又画个图。