

如果是圆？（上） 八分法画圆

华中科技大学软件学院 万琳





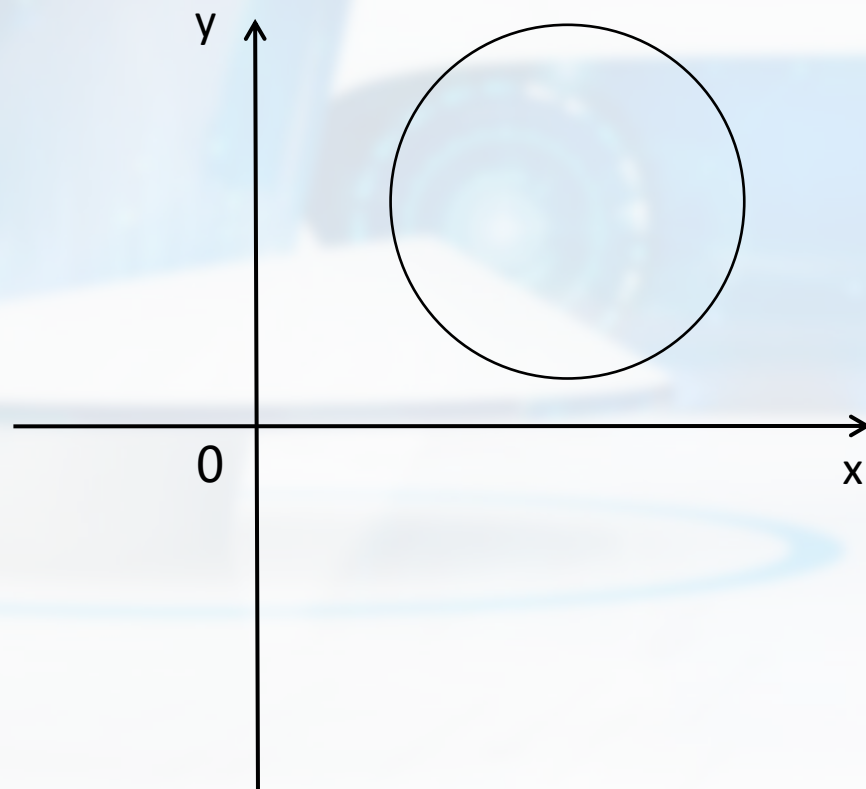
提纲

- ① 问题描述
- ② 八分法画圆



问题描述

圆的扫描转换

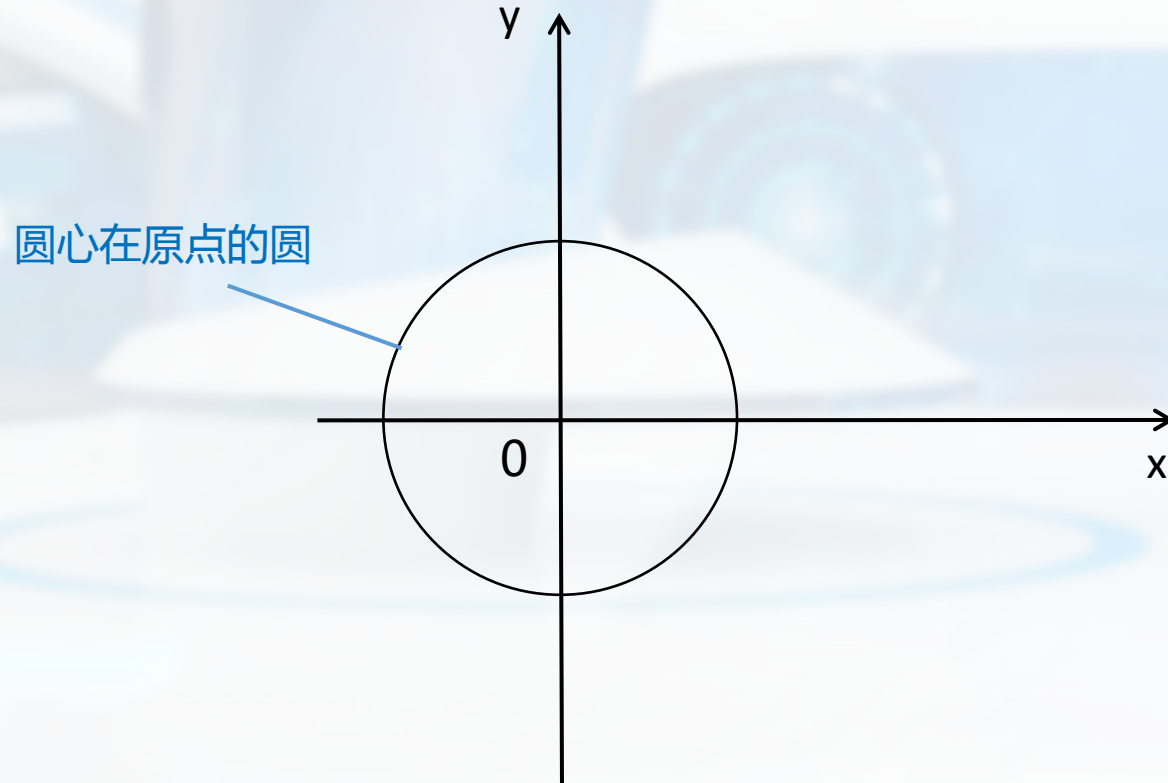


1

问题描述

圆的扫描转换

简化问题：只考虑圆心在原点的圆

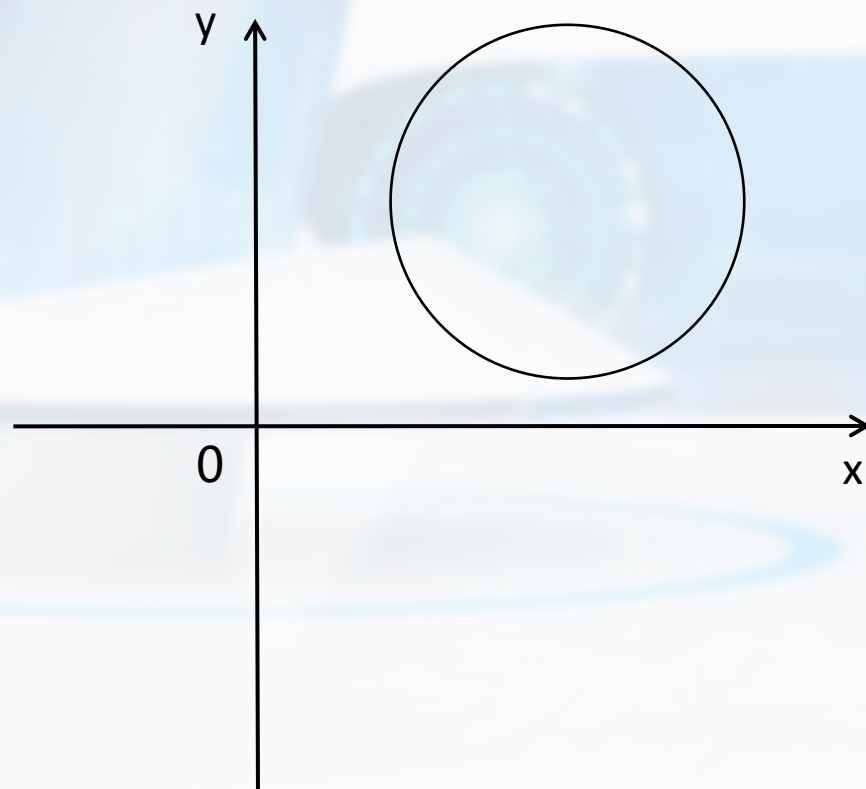




问题描述

圆的扫描转换

那么对于任意圆呢？

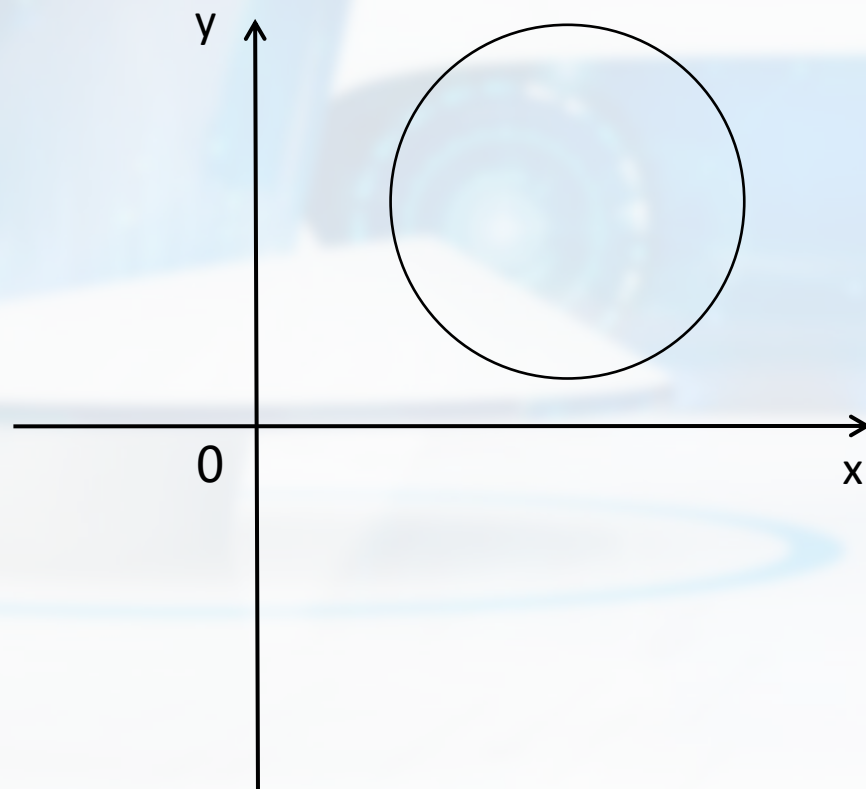




问题描述

圆的扫描转换

那么对于任意圆呢？

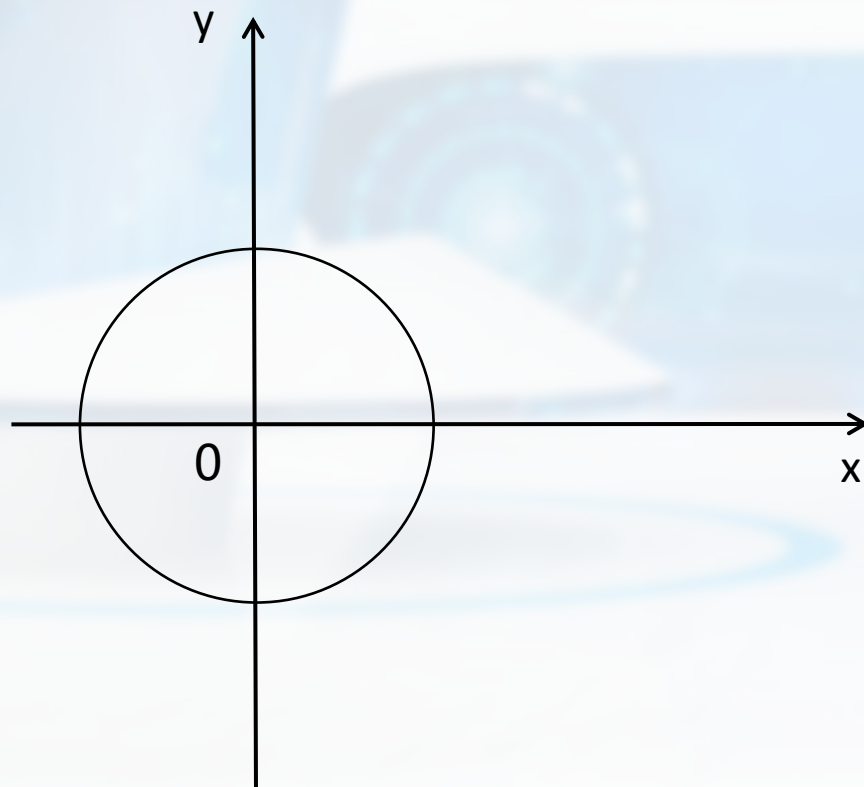




问题描述

圆的扫描转换

那么对于任意圆呢？

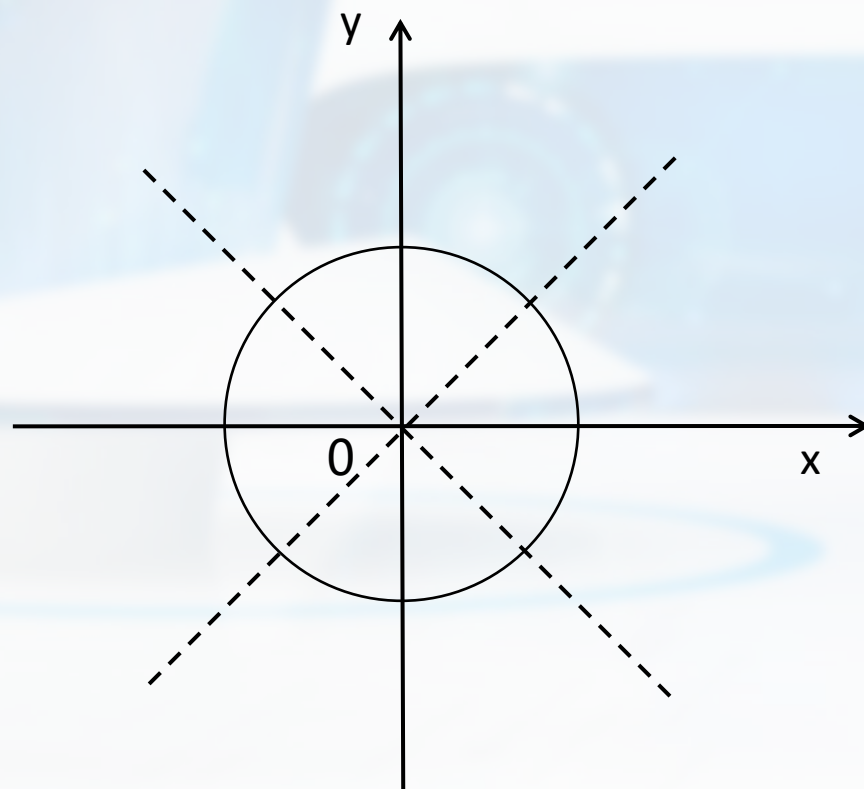




问题描述

圆的对称性分析

简化问题：只考虑圆心在原点的圆

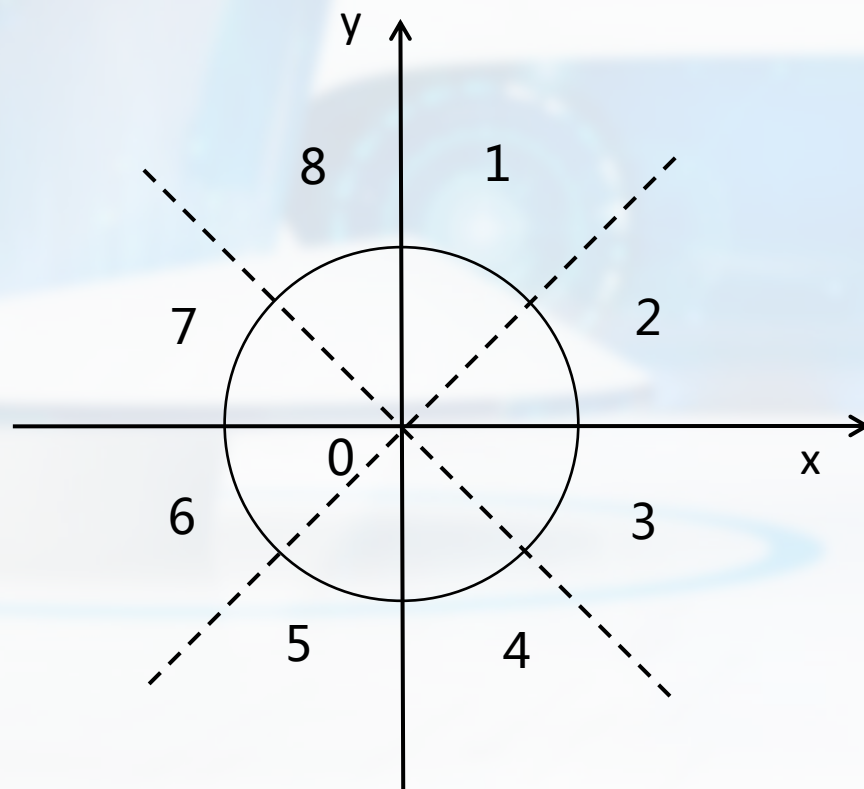




问题描述

圆的对称性分析

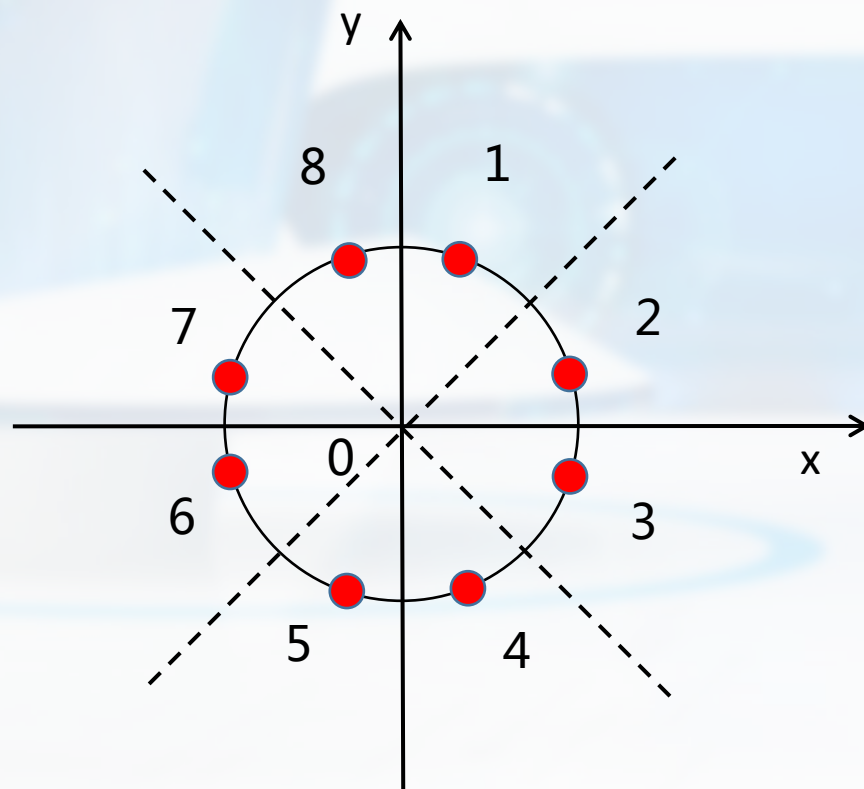
简化问题：只考虑圆心在原点的圆





问题描述

八分法画圆的由来

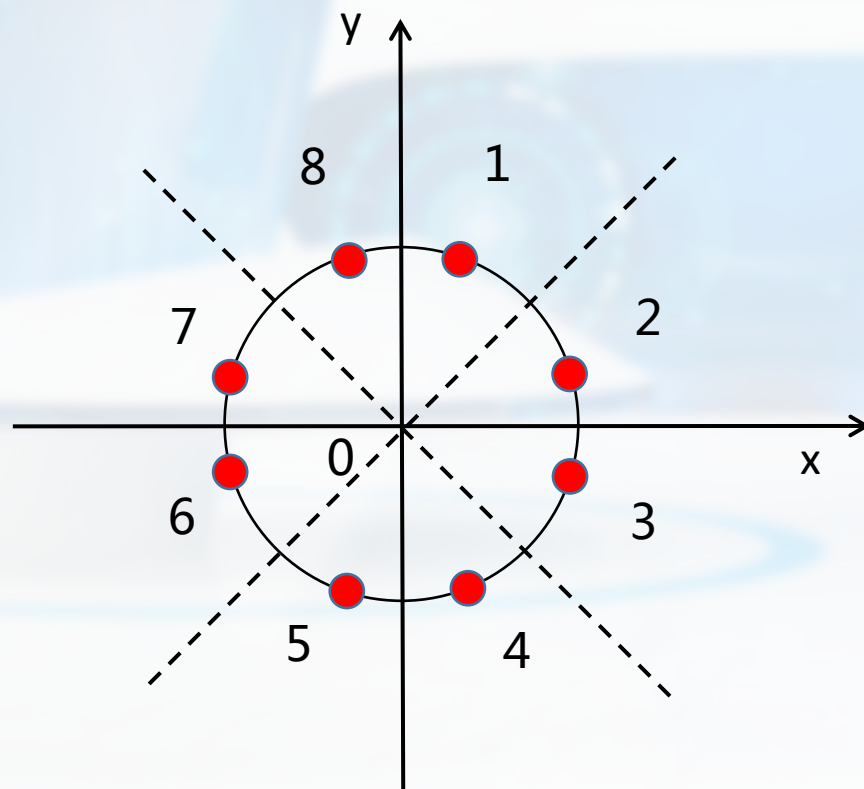


1

问题描述

八分法画圆的由来

简化问题：只需要画出一个八分之一段圆弧即可

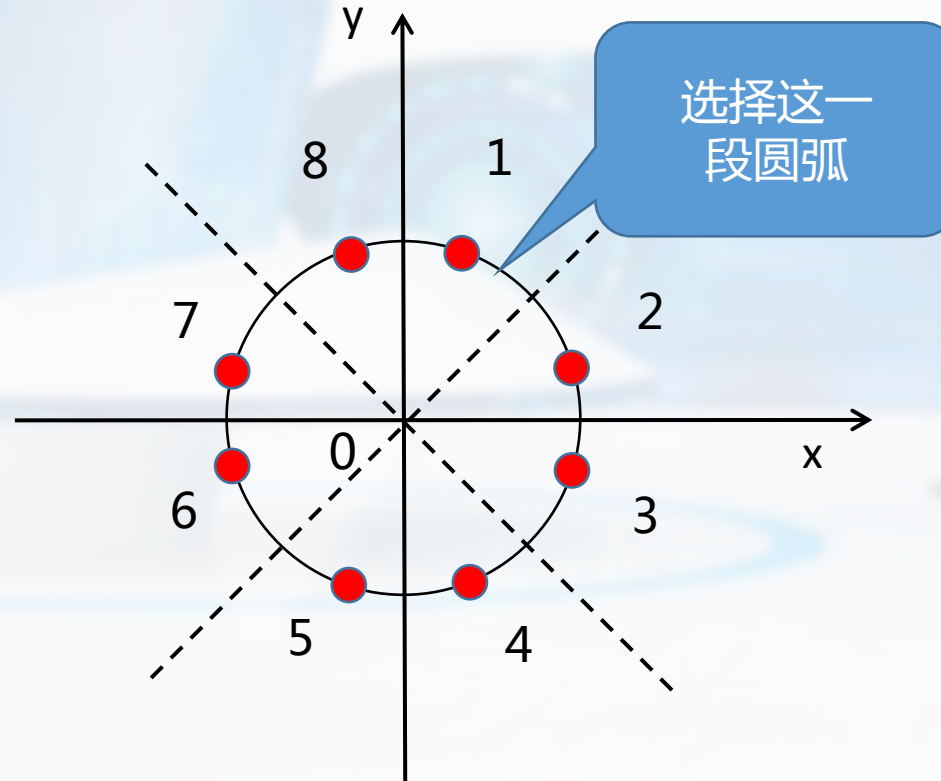


1

问题描述

八分法画圆的由来

简化问题：只需要画出一个八分之一段圆弧即可



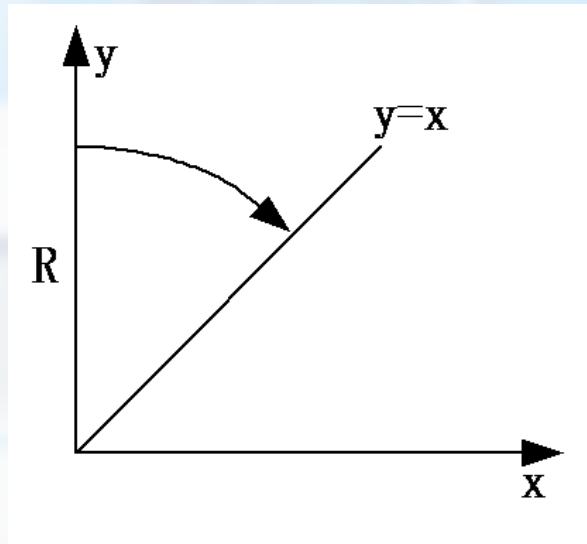
2

八分法画圆

八分法画圆的问题描述

绘出圆心在原点，半径为整数 R 的圆 $x^2+y^2=R^2$

基本思想：绘制出下图中八分之一段圆弧，利用对称的方法绘制出另外七段。

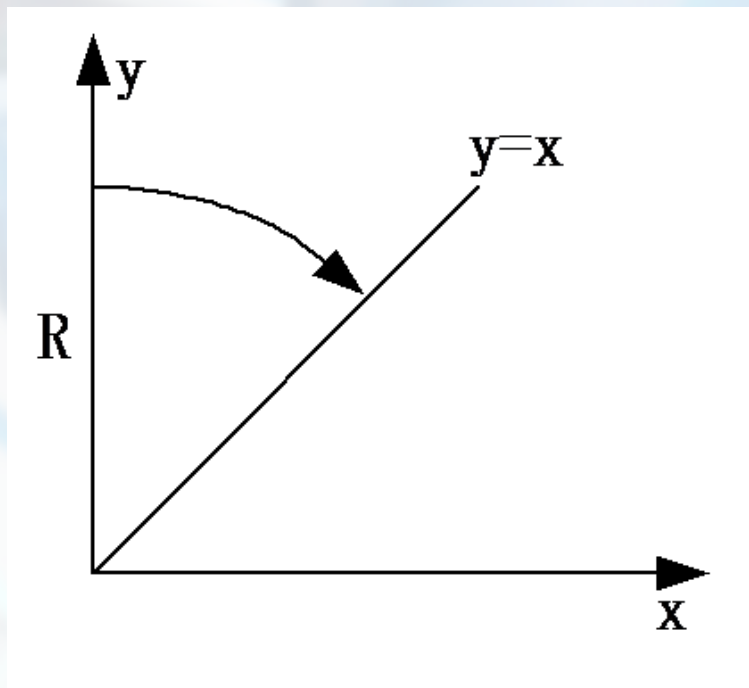


2

八分法画圆

方法一：利用简单方程

基本思想：利用函数方程，直接离散计算。



圆的函数方程为： $x^2 + y^2 = R^2$



$$y = \sqrt{R^2 - x^2} \quad x = \sqrt{R^2 - y^2}$$

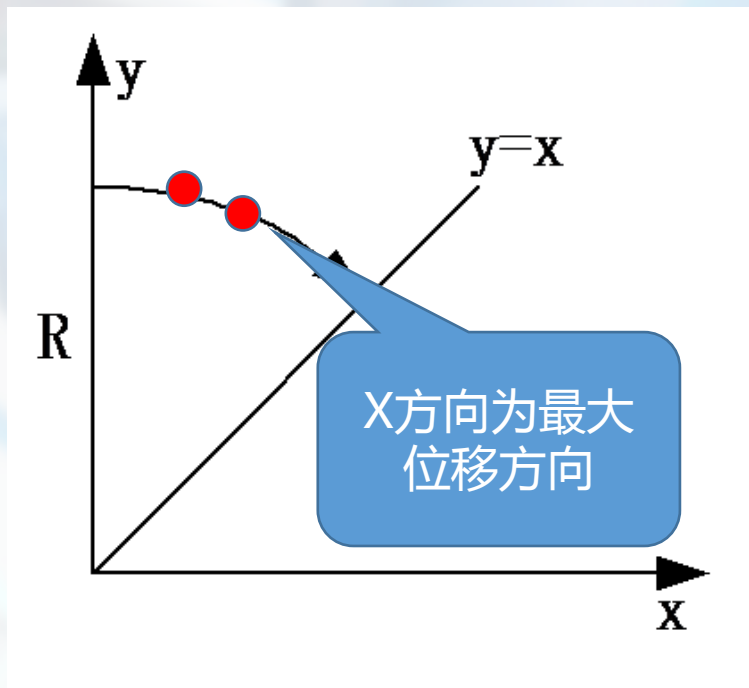
具体怎么离散化，要看最大位移方向！

2

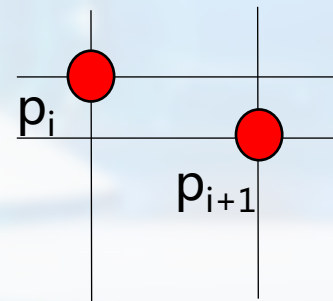
八分法画圆

方法一：利用简单方程

基本思想：利用函数方程，直接离散计算。



要离散化，必须知道最大位移方向！



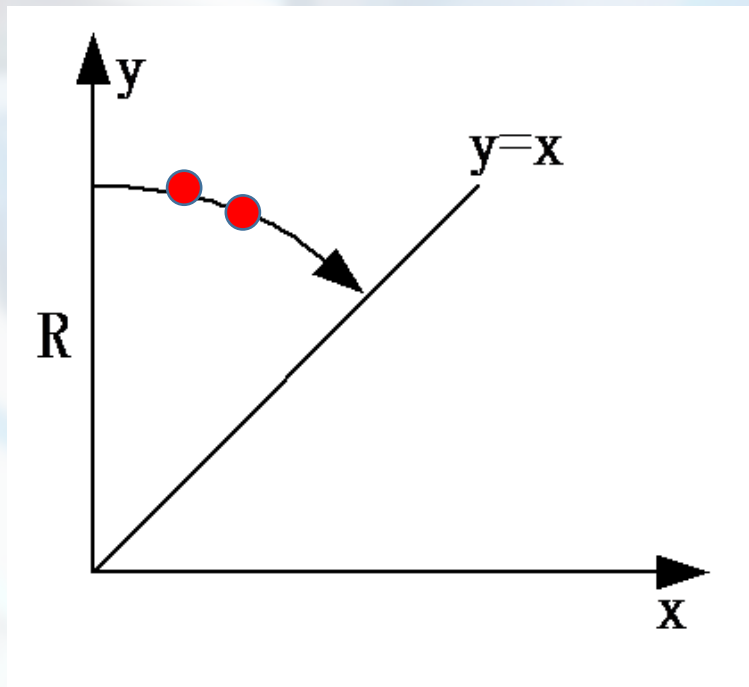
$$\Delta x > \Delta y$$

2

八分画圆法

方法一：利用简单方程

基本思想：利用函数方程，直接离散计算。



$$y = \sqrt{R^2 - x^2}$$

↓ 离散计算

$$x_{i+1} = x_i + 1 \quad x \in [0, R/\sqrt{2}]$$

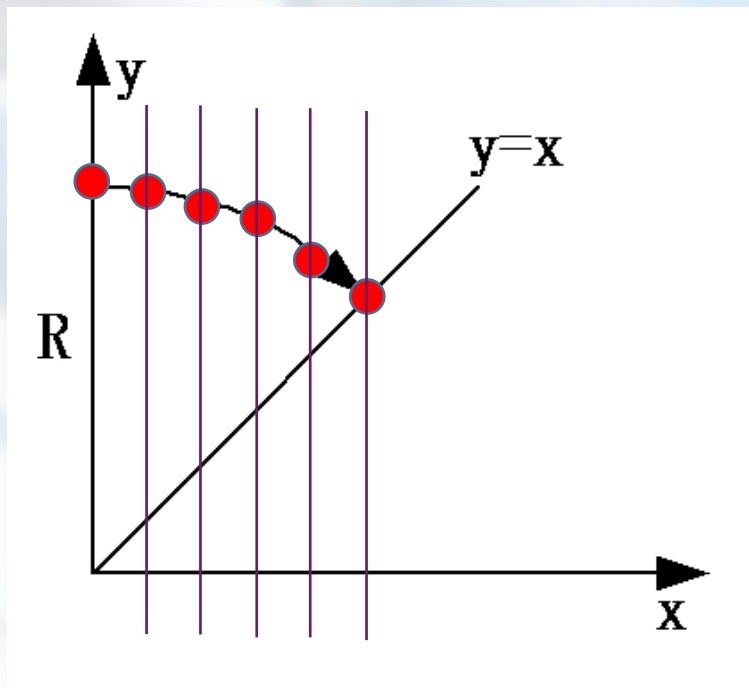
$$y_{i+1} = \sqrt{R^2 - x_{i+1}^2}$$

2

八分画圆法

方法一：利用简单方程

基本思想：利用函数方程，直接离散计算。



$$y = \sqrt{R^2 - x^2}$$



离散计算

$$x_{i+1} = x_i + 1 \quad x \in [0, R/\sqrt{2}]$$

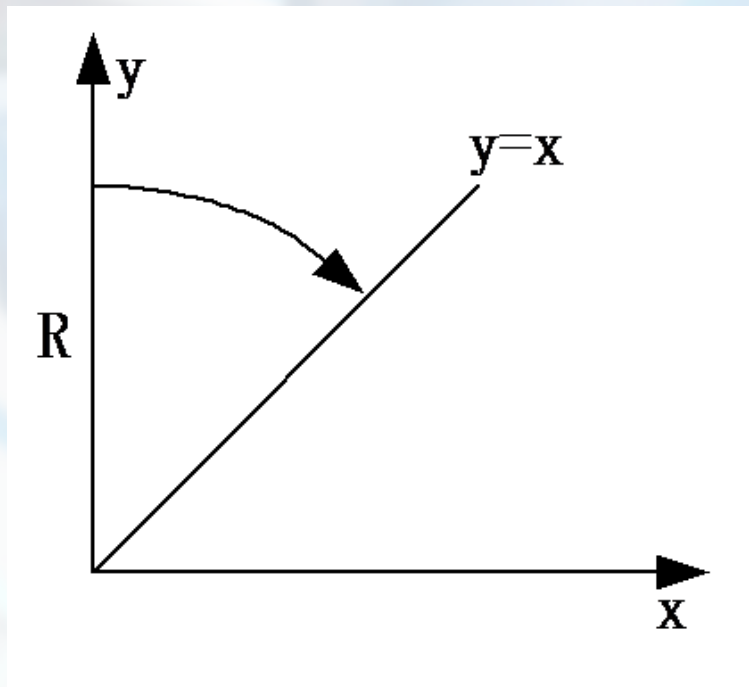
$$y_{i+1} = \sqrt{R^2 - x_{i+1}^2}$$

2

八分法画圆

方法二：利用极坐标方程

基本思想：利用极坐标方程，直接离散计算。



圆的极坐标方程为：

$$\begin{aligned}x &= R \cos \theta \\y &= R \sin \theta\end{aligned}$$

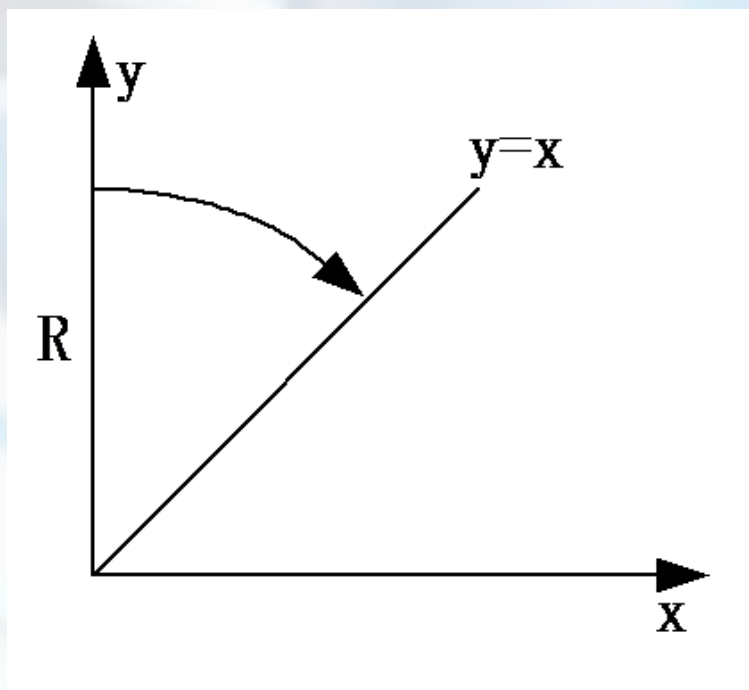
其中： $\theta \in \left[0, \pi/4\right]$

2

八分法画圆

方法二：利用极坐标方程

基本思想：利用极坐标方程，直接离散计算。



离散计算的方法：

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta \theta$$

$\Delta \theta$ 为步长

$$x_{i+1} = \text{round} (R \cos \theta_{i+1})$$

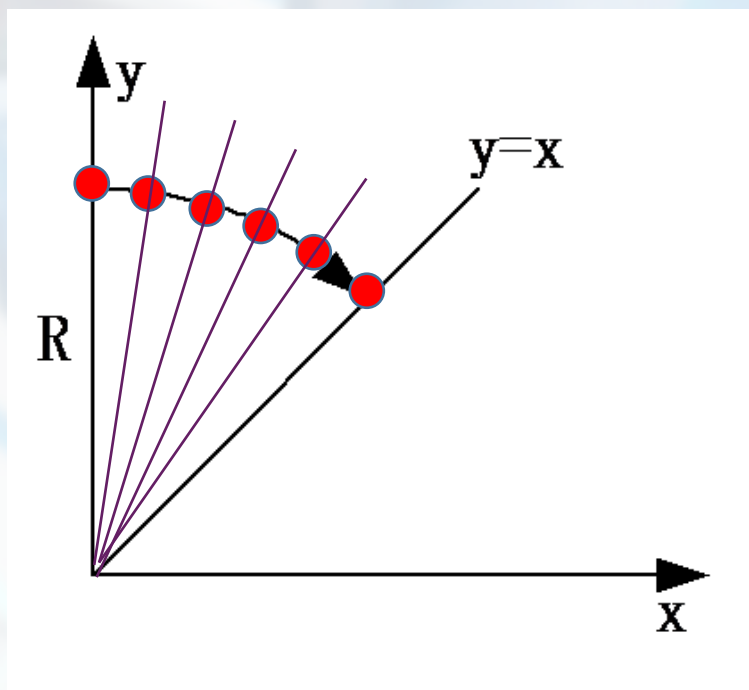
$$y_{i+1} = \text{round} (R \sin \theta_{i+1})$$

2

八分法画圆

方法二：利用极坐标方程

基本思想：利用极坐标方程，直接离散计算。



离散计算的方法：

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta \theta$$

$\Delta \theta$ 为步长

$$x_{i+1} = \text{round} (R \cos \theta_{i+1})$$

$$y_{i+1} = \text{round} (R \sin \theta_{i+1})$$

2

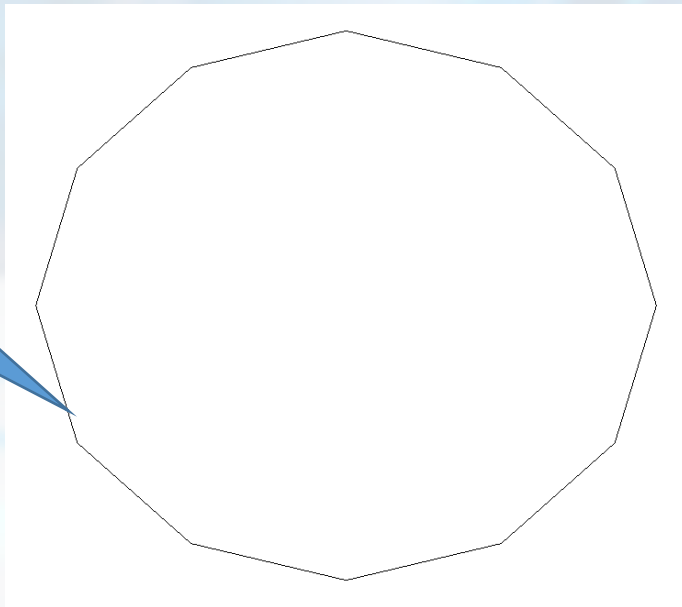
八分法画圆

方法二：利用极坐标方程

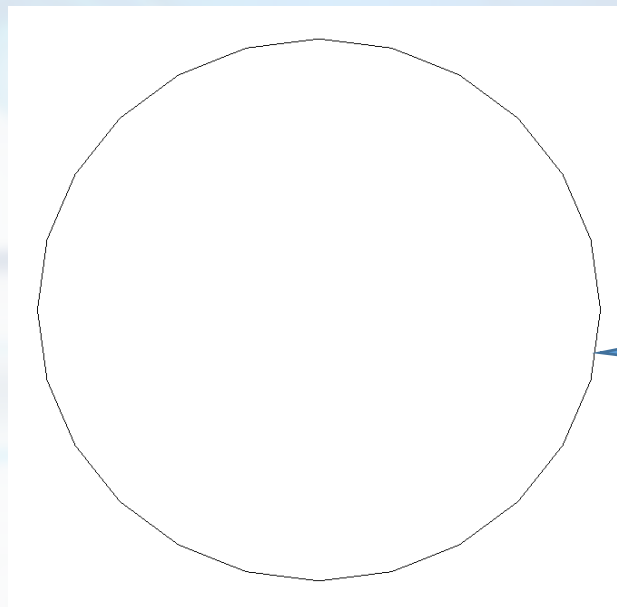
基本思想：利用极坐标方程，直接离散计算。

步长选择对圆弧效果的影响： $\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta \theta$

步长大



步长小



2

八分法画圆

方法一：利用简单方程

$$x_{i+1} = x_i + 1 \quad x \in [0, R/\sqrt{2}]$$
$$y_{i+1} = \sqrt{R^2 - x_{i+1}^2}$$

乘方、开方

方法二：利用极坐标方程

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta \theta$$

$$x_{i+1} = \text{round} (R \cos \theta_{i+1})$$

$$y_{i+1} = \text{round} (R \sin \theta_{i+1})$$

三角函数



谢谢

软件学院 万琳