

יהונתן צילמן 316529445

מסדה 4

שאלה 2: אלגוריתם המכרז: התחכמויות

א. n שחקנים מחלקים ביניהם חפץ אחד בעזרת אלגוריתם "המכרז השווה". שחקן 1 הצליח לגלות את הערכים של כל השחקנים $2, \dots, n$ לאותו חפץ. שחקן 1 רוצה להשתמש במידע הזה כדי להתחכם - למסור לאלגוריתם ערך שונה מהערך האמיתי שלו, כך שהתועלת שלו תהיה גדולה ביותר. תארו אלגוריתם שיעזור לשחקן 1 למצוא התחכמות טובה ביותר (כלומר: להחליט איזה ערך למסור לאלגוריתם כדי להשיג את התועלת הגבוהה ביותר האפשרית).

ב. הוכיחו, שאם שחקן 1 לא יודע את הערכים של השחקנים $2, \dots, n$, אז לא קיימת התחכמות בטוחה (כלומר: כל התחכמות עלולה לגרום לכך שהשחקן יפסיד).

פתרון:

אלגוריתם המכרז השווה:

1. כל שחקן רושם את הערך שלו לכל חפץ.
2. האלגוריתם מוכר כל חפץ לשחקן עם הערך הגבוה ביותר, בתמורה לערך שרשם.
3. האלגוריתם מחלק את הכסף, שהתקבל מכל השחקנים, שווה בשווה.

דוגמה:

נניחון בהנחה שהעצם ששחקן נמך עבור החפץ, זה מה שהוא ישר עליו אם לבחור. כל שחקן i $1 \leq i \leq n$ נבחר v_i להיות העצם שיש לשחקן i עבור החפץ. מכיוון שיש בין חפץ אחד, אז בין שחקן אחד עשוי (הימנע), כלומר אם שחקן j נבחר אז הניצחון של שחקן j היא $\frac{v_j}{n}$, ולכן אם השחקנים היא $\frac{v_i}{n}$.

האנליזה:

היא v_i ההערכה האמיתית של שחקן 1.

(1) אם $v_1 \geq \max\{v_2, \dots, v_n\} + 1$ אז שחקן 1 ישר את העצם v_1 (אם לא ישר את v_1 דקה בעקרה של שיוון)

(2) אחרת:

$$: \max\{v_2, \dots, v_n\} < v_1 + \frac{v_1}{n} \quad \text{אם} \quad (2.1)$$

$$v_1 = \max\{v_2, \dots, v_n\} + 1 \quad \text{אם} \quad (2.1.1)$$

$$. v_1 = v_1 \quad \text{אחרת:} \quad (2.2)$$

סוף:

נוסח מהאנליזה.