

## מטלה – תקצוב משתף

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות או סעיפים עם כוכבית מזכים בנקודה נוספת.  
ניתן להיעזר בספריה זו: <https://github.com/martinlackner/abcvoting> או באתר זה: <https://pref.tools/abcvoting> לצורך חישוב מהיר של וועדות.

### שאלה 1: חלוקת המושבים בכנסת

מצאו באינטרנט את תוצאות הבחירות האחרונות לכנסת. התייחסו רק למפלגות שעברו את אחוז החסימה. הניחו שכל המצביעים למפלגה מסוימת, מצביעים לכל המועמדים ברשימה של אותה מפלגה.

א. מה יהיה הרכב המושבים בכנסת לפי שיטת פראגמן?

ב. מה יהיה הרכב המושבים בכנסת לפי שיטת החלקים השווים?

השוו את התוצאות להרכב הכנסת הנוכחי.

### שאלה 2: גילוי אמת

א. הוכיחו (ע"י דוגמה) ששיטת פראגמן לא מגלה אמת.

ב. הוכיחו (ע"י דוגמה) ששיטת החלקים השווים לא מגלה אמת.

ג. הוכיחו, שהאלגוריתם החמדני לחלוקת תקציב (אלגוריתם חמדני למילוי תרמיל), מגלה אמת.

### שאלה 3: תנאי הוגנות

הוכיחו את הגרירות הבאות:

א. ייצוג הוגן חזק גורר ייצוג הוגן מורחב.

ב. ייצוג הוגן מורחב גורר ייצוג הוגן יחסי.

ג. ייצוג הוגן יחסי גורר ייצוג הוגן לקבוצות אחידות.

בכל אחד מהסעיפים, הוכיחו שאין גרירה בכיוון ההפוך.

### שאלה 4: שיטת פראגמן – תיכנות

בהרצאה הצגנו את שיטת פראגמן לחלוקת תקציב כשיטה שבה מחלקים כסף וירטואלי לאזרחים באופן רציף. אבל במחשב אי אפשר לבצע תהליכים רציפים.

א. הסבירו איך בדיוק אפשר לבצע שלב אחד של שיטת פראגמן באופן בדיד: כתבו נוסחה לכמות הכסף שיש לתת לכל אזרח עד שייבחר המועמד הבא (כפונקציה של ההצבעות שלהם, כמות הכסף שכבר יש לכל אחד, והעלויות של הפרויקטים).

ב. ממשו את הנוסחה בפונקציית פייתון. כותרת הפונקציה:

ברוך ה' חנוך הדעת

```
def elect_next_budget_item(
    votes: list[set[str]], # רשימת ההצבעות של האזרחים. לכל אזרח מצביע לקבוצה של פריטים
    balances: list[float], # היתרה הוירטואלית של כל אחד מהאזרחים
    costs: dict[str, float] # העלות של כל אחד מהפריטים
)
```

הפונקציה צריכה לכתוב למסך כמה כסף וירטואלי כל אזרח יקבל, מה הפריט הבא שייבחר, ומה היתרות החדשות. למשל:

After adding 0.08 to each citizen, "Park in street X" is chosen.

Citizen 1 has 1.96 remaining balance.

Citizen 2 has 0 remaining balance.

הסבירו את המימוש שלכם והדגימו אותו.

## שאלה 5: שיטת החלקים השווים - תיכנות

בהרצאה למדנו, שכאשר בוחרים פרויקט לתקצוב בשיטת החלקים השווים, מחלקים את העלות שלו באופן שווה בין כל התומכים שלו. אבל מה עושים אם לחלק מהתומכים שלו לא נשאר מספיק כסף וירטואלי? – במקרה זה, גובים מאותם תומכים את כל הכסף הוירטואלי שנשאר להם, ומחלקים את שאר הסכום בין התומכים האחרים.

א. תנו דוגמה מספרית למצב זה; הסבירו איך בדיוק יחולק התשלום בין התומכים.

ב. כתבו קוד פייתון המבצע שלב אחד של שיטת החלקים השווים לחלוקת תקציב. כותרת הפונקציה:

```
def elect_next_budget_item(
    votes: list[set[str]], # רשימת ההצבעות של האזרחים. לכל אזרח מצביע לקבוצה של פריטים
    balances: list[float], # היתרה הוירטואלית של כל אחד מהאזרחים
    costs: dict[str, float] # העלות של כל אחד מהפריטים
)
```

הפונקציה צריכה לכתוב למסך מה הפריט הבא שייבחר, כמה כסף ישלם כל אחד מהתומכים שלו, ומה היתרות החדשות. למשל:

Round 1: "Park in street X" is elected.

Citizen 1 pays 0 and has 1.96 remaining balance.

Citizen 2 pays 0.5 and has 1.4 remaining balance.

...

הסבירו את המימוש שלכם והדגימו אותו.

## שאלה 6: שיטת החלקים השווים לא מונוטונית

א. הוכיחו (ע"י דוגמה) ששיטת החלקים השווים לבחירת וועדה אינה מונוטונית בגודל הוועדה.

**הדרכה:** יש להגדיר את הבחירות של האזרחים (באיזה מועמדים כל אחד תומך). ואז להראות, שעבור  $k$  מסוים נבחרת וועדה מסוימת, ועבור  $k+1$  נבחרת וועדה שאינה מכילה את הוועדה המקורית (כלומר, יש מועמד שנבחר עבור  $k$  ולא נבחר עבור  $k+1$ ).

**שימו לב:** יש להתייחס רק למועמדים הנבחרים במסגרת הלולאה העיקרית של האלגוריתם (אין להתייחס למועמדים שנבחרים שרירותית בשלב האחרון כדי להשלים ל- $k$ ).

\* ב. מצאו דוגמה כנ"ל, **שאינה** מסתמכת על שבירת-שיויון (כלומר, הבחירה של מועמד בכל שלב היא חד-משמעית - אין שני מועמדים או יותר שיכולים להיבחר).

## \* שאלה 7: אלגוריתם מונוטוני והוגן לבחירת וועדה

כיום לא ידוע אם קיים אלגוריתם לבחירת וועדה, שהוא גם מונוטוני בגודל הוועדה, וגם מחזיר תמיד וועדה המקיימת ייצוג הוגן מורחב (EJR). מטרת השאלה היא לראות אם תצליחו לפתור את השאלה, או להתקדם בה באופן משמעותי, בעזרת בינה מלאכותית.

נסו לגרום למנוע בינה-מלאכותית החביב עליכם לפתור את השאלה.

- אם הוא טוען שקיים אלגוריתם כזה - מצאו דוגמה נגדית המוכיחה שהאלגוריתם לא עובד.
- אם הוא טוען שלא קיים אלגוריתם כזה - מצאו את הפגם בהוכחה שלו.
- אם הוא טוען שזו שאלה פתוחה והוא לא יודע מה התשובה - נסו לשכנע אותו לנסות בכל-זאת. או שתבחרו שאלה אחרת...

צרפו את התוכן המלא של השיחה + קישור לשיחה.