

Matematika Membumi: Ketika Matematika Realistik Bertemu dengan Permasalahan Planet Bumi dan Teknologi

Yosep Dwi Kristanto

2023-12-27

1 Pendahuluan

Suatu waktu mahasiswa calon pendidik matematika ditugaskan untuk mengembangkan sebuah simulasi digital sebagai media pembelajaran. Simulasi digital tersebut dimaksudkan untuk mengilustrasikan gerak parabola dari sebuah objek yang diluncurkan dengan kecepatan awal dan sudut elevasi tertentu, serta menggambarkan grafik ketinggian objek tersebut setiap waktunya. Menariknya, hampir semua produk simulasi mahasiswa tersebut, yaitu sekitar 96,7%, menggunakan persamaan matematis yang sama untuk merepresentasikan lintasan yang dilalui oleh objek tersebut dan relasi antara ketinggian objek tersebut setiap waktunya. Padahal, persamaan yang menggambarkan lintasan objek tersebut dan persamaan yang merepresentasikan ketinggian bola tersebut setiap waktunya menghubungkan kuantitas-kuantitas yang berbeda. Persamaan pertama menghubungkan jarak horizontal dan jarak vertikal (ketinggian) sedangkan persamaan kedua menghubungkan waktu dan ketinggian.

Ilustrasi tersebut paling tidak menunjukkan tiga hal. Pertama, masih banyak calon pendidik matematika yang kurang memiliki kepekaan terhadap seberapa realistik konteks yang dikembangkannya. Kedua, mahasiswa tersebut menganggap bahwa grafik dari relasi antara dua kuantitas sebagai gambar harfiah dari situasi yang diberikan ([Hadjidemetriou & Williams, 2002](#)). Kekeliruan interpretasi grafik yang oleh Leinhardt et al. ([1990](#)) disebut sebagai kesulitan interpretasi ikonik ini mengindikasikan kurangnya pemahaman konseptual mahasiswa tentang grafik suatu relasi. Ketiga, mahasiswa tersebut masih menganggap matematika sebagai sebuah bidang ilmu yang terisolasi dari bidang-bidang ilmu lainnya. Ketika mereka menghadapi masalah gerak parabola, mereka hanya menyelesaikan masalah tersebut dengan menggunakan pengetahuan matematisnya. Sangat banyak dari mereka yang tidak menggunakan prinsip-prinsip fisika tentang gerak parabola untuk menyelesaiakannya.

Ketiga masalah tersebut menggambarkan permasalahan besar dan nyata dalam upaya penyiapan para guru matematika masa depan yang juga ditemukan oleh penelitian-penelitian terdahulu. Dalam penelitiannya terhadap 32 mahasiswa calon pendidik matematika, Yilmaz ([2019](#)) menemukan bahwa lebih dari setengah permasalahan yang dikembangkan oleh para calon pendidik matematika tersebut tidak cukup realistik. Temuan serupa juga ditemukan oleh banyak

peneliti lainnya (misalnya, Bergsten & Frejd, 2019; Jung & Newton, 2018; Paredes et al., 2020). Terkait dengan pemahaman konseptual terhadap grafik, Billings & Klandereman (2000) menemukan bahwa cukup banyak mahasiswa calon pendidik matematika yang mengalami kesulitan dalam mengkonstruksi dan menginterpretasi grafik, khususnya yang melibatkan kecepatan sebagai salah satu variabelnya. Hal ini senada dengan temuan Huang & Kulm (2012). Mereka menemukan bahwa masih banyak mahasiswa calon guru matematika dan sains yang kesulitan membuat keputusan dari grafik fungsi kecepatan terhadap waktu yang diberikan. Lebih jauh, penelitian-penelitian terdahulu juga menemukan bahwa masih cukup banyak mahasiswa calon pendidik matematika yang kesulitan dalam mengkoneksikan matematika dengan bidang ilmu lain atau permasalahan sehari-hari (Diana, 2020; Fajri, 2016; Prayitno, 2018).

Tiga permasalahan tersebut menyangkut permasalahan realistik, pemahaman konseptual, dan koneksi matematika dengan bidang-bidang nonmatematika atau permasalahan sehari-hari. Untuk mengatasi hal tersebut, mahasiswa calon pendidik matematika perlu terekspos terhadap pembelajaran yang menggunakan pendekatan pendidikan matematika realistik sejak awal. Melalui pengalaman belajar dalam perkuliahan yang menerapkan pendekatan ini, mereka akan dapat mengembangkan pemahaman konseptualnya tentang topik matematika yang diajarkan (Osana & Royea, 2011). Selain itu, mereka juga akan terekspos dengan prinsip-prinsip desain pengajaran pendidikan matematika realistik, yaitu penemuan terbimbing, fenomenologi didaktis, dan pemodelan yang muncul (Gravemeijer, 2008).

Salah satu bagian terpenting dalam mendesain pembelajaran yang menerapkan pendidikan matematika realistik adalah pemilihan atau pengembangan permasalahan yang realistik. Menilik kajian pustaka yang dilakukan oleh Corner et al. (2015), secara umum anak muda lebih memiliki kesadaran terhadap perubahan iklim dibandingkan dengan kelompok umur yang lebih dewasa. Fakta ini menunjukkan potensi perubahan iklim untuk dijadikan konteks dalam pembelajaran matematika. Selain itu, penggunaan konteks ini juga dapat memberikan daya guna yang lebih bagi mahasiswa calon pendidik matematika untuk mengetahui lebih jauh tentang fakta-fakta perubahan iklim. Dengan pengetahuan ini, mereka diharapkan memiliki agensi dan kepedulian dalam menyelesaikan permasalahan perubahan iklim.

Seperti yang dinyatakan dalam statemen NCTM (2023), teknologi perlu digunakan dalam pembelajaran matematika untuk menunjang peserta didik, dalam hal ini mahasiswa, dalam mengembangkan pemahaman matematis, kemampuan pemecahan masalah, dan kemampuan-kemampuan matematis lainnya. Penggunaan teknologi yang strategis dapat membantu mahasiswa dalam mengembangkan pemahaman konseptual dan kefasihan prosedural terhadap topik-topik matematika. Selain itu, teknologi dalam pembelajaran matematika juga dapat mengembangkan kecakapan-kecakapan matematis lainnya, seperti pemecahan masalah, penalaran, dan koneksi.

Berdasarkan permasalahan dan peluang yang telah dipaparkan sebelumnya, tujuan makalah ini ada dua. Pertama, makalah ini akan mendeskripsikan desain pembelajaran yang menerapkan prinsip-prinsip desain pendidikan matematika realistik dan menggunakan konteks perubahan iklim serta ditunjang dengan penggunaan teknologi. Kedua, makalah ini membahas bagaimana desain pembelajaran tersebut dapat membantu mahasiswa calon pendidik matematika mengkonstruksi sendiri pengetahuan tentang transformasi grafik fungsi.

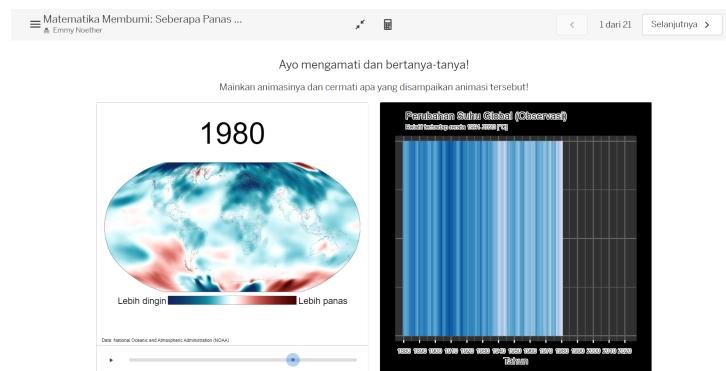
2 Isi

Bagian isi ini memaparkan tiga hal. Pertama adalah pemaparan tentang desain pembelajaran. Kedua merupakan pemaparan hasil implementasi desain tersebut. Ketiga adalah pembahasan.

2.1 Desain Pembelajaran

Pemaparan desain dan implementasi pembelajaran dalam makalah ini berfokus pada topik transformasi fungsi. Rangkaian aktivitas pembelajaran dalam topik transformasi fungsi memiliki judul “Matematika Membumi: Seberapa Panas Bumi Kita?” dan dapat diakses melalui tautan <https://s.id/matematika-membumi>. Frasa ‘matematika membumi’ dipilih sebagai judul rangkaian aktivitas tersebut karena dua tujuan. Pertama, aktivitas tersebut bertujuan untuk membumikan matematika agar matematika tampak riil atau realistik bagi mahasiswa. Kedua, aktivitas pembelajaran tersebut menggunakan konteks planet bumi agar mahasiswa memiliki kesadaran akan permasalahan-permasalahan nyata dan mendesak yang dihadapi oleh planet yang ditinggalinya.

Rangkaian aktivitas pembelajaran topik transformasi fungsi diawali dengan kegiatan pendahuluan. Kegiatan tersebut dimulai dengan aktivitas mengamati dan bertanya-tanya (*notice and wondering*). Kegiatan ini bertujuan untuk menyiapkan mahasiswa dalam menyelidiki perubahan suhu rata-rata permukaan bumi mulai dari tahun 1880–2022.¹ Di dalam kegiatan ini, mahasiswa diminta untuk mengamati animasi yang menunjukkan visualisasi data perubahan suhu permukaan bumi setiap tahunnya. Cuplikan animasi tersebut ditunjukkan pada Gambar 1.

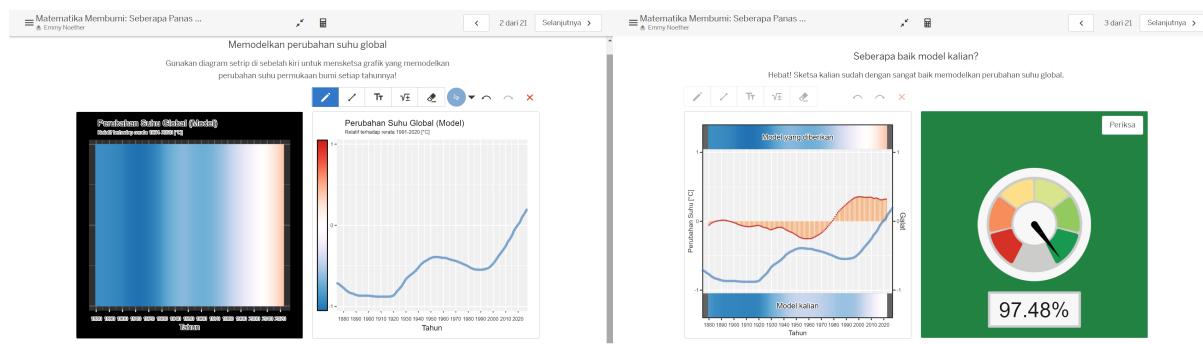


Gambar 1: Lembar kerja bagi mahasiswa untuk mengamati dan bertanya-tanya di layar pertama.

Berdasarkan pengamatan dan pertanyaan yang telah diajukan, mahasiswa kemudian memodelkan perubahan suhu permukaan bumi setiap tahunnya dan mengevaluasi seberapa baik model yang telah dibuatnya. Lembar kerja digital tempat mahasiswa bekerja pada tahap ini ditunjukkan pada Gambar 2.

Setelah itu, mahasiswa diminta untuk menjawab bagaimana suhu permukaan bumi secara umum pada periode 1880–2022 berdasarkan model yang telah mereka buat. Harapannya, mereka akan menjawab cukup dingin atau sedang. Jawaban tersebut kemudian ‘dibantah’ dengan penyajian

¹Perubahan suhu rata-rata permukaan bumi yang dimaksud di sini adalah selisih rata-rata suhu permukaan bumi pada tahun tertentu terhadap *baseline* atau garis dasarnya.

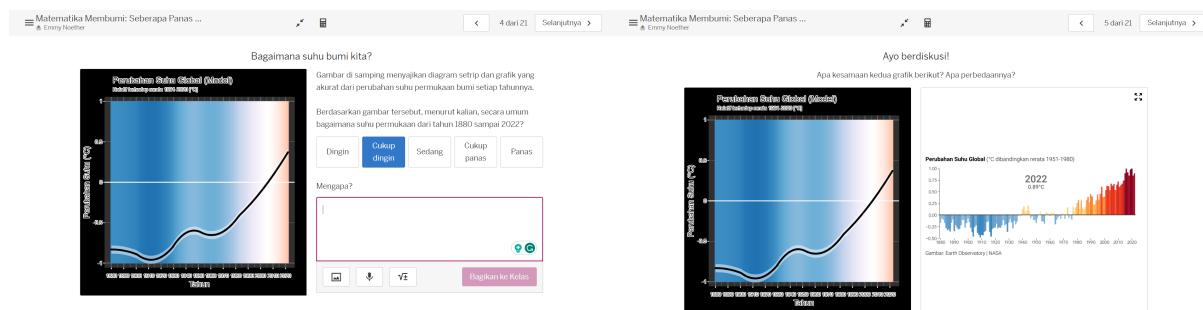


(a) Lembar kerja untuk memodelkan perubahan suhu setiap tahunnya.

(b) Lembar kerja untuk menilai model.

Gambar 2: Lembar kerja untuk memodelkan perubahan suhu permukaan bumi dan mengevaluasinya. Di lembar kerja kedua, mahasiswa secara langsung mendapatkan umpan balik tentang seberapa baik modelnya.

diagram lain yang juga menyatakan perubahan suhu permukaan bumi setiap tahunnya, tetapi dengan garis dasar yang berbeda. Bantahan ini diharapkan dapat memberikan disonansi kognitif kepada mahasiswa agar berpikir kritis dalam menilai keadaan suhu permukaan bumi sebenarnya. Perhatikan Gambar 3.



(a) Lembar kerja untuk menilai seberapa dingin suhu permukaan bumi.

(b) Penyajian data dari sumber lain dengan garis dasar yang berbeda.

Gambar 3: Penciptaan disonansi kognitif yang mendorong mahasiswa untuk berpikir kritis dalam penyajian dan interpretasi data.

Kegiatan pendahuluan tersebut bertujuan untuk memanggil kembali kemampuan dan pemahaman awal mahasiswa tentang relasi antara dua kuantitas dan merepresentasikannya ke dalam sebuah grafik. Kemampuan dan pemahaman awal tentang relasi dan grafiknya tersebut penting untuk membangun pengetahuan tentang transformasi fungsi di aktivitas-aktivitas berikutnya.

Setelah kegiatan pendahuluan dilakukan, pembelajaran dilanjutkan ke dalam kegiatan inti yang terdiri dari empat topik utama, yaitu (a) pergeseran vertikal, (b) pergeseran horizontal, (c) pemampatan/peregangan vertikal, dan (d) pemampatan/peregangan horizontal grafik fungsi. Alur pembelajaran keempat topik tersebut serupa. Alur tersebut terdiri dari tiga tahapan, yaitu

1. pemberian masalah untuk menciptakan kebutuhan intelektual bagi mahasiswa akan gagasan matematis yang akan ditemukan;

2. pengamatan terhadap matematika dinamis untuk mengamati kuantitas-kuantitas yang berhubungan dalam fungsi dan hasil transformasinya; dan
3. pembuatan simpulan dan justifikasi terhadap simpulan tersebut.

Tahapan pertama tersebut merupakan pintu masuk bagi mahasiswa untuk melakukan matematisasi, horizontal maupun vertikal, terhadap gagasan matematis berikutnya. Oleh karena itu, setiap permasalahan yang diajukan perlu sesuai dengan kebutuhan intelektual mahasiswa agar permasalahan tersebut betul-betul realistik bagi mahasiswa tersebut. Pemetaan kebutuhan intelektual dan rumusan permasalahan yang diajukan untuk setiap topiknya dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1: Kebutuhan intelektual dan masalah dalam setiap aktivitas pembelajaran inti dalam “Matematika Membumi: Seberapa Panas Bumi Kita?”

Aktivitas Pembelajaran	Kebutuhan Intelektual	Masalah Pemantik
Pergeseran vertikal	Kebutuhan akan mengganti garis dasar pengukuran perubahan suhu, dari periode 1991–2020 menjadi 1951–1980.	[Diberikan grafik warna biru.] Grafik warna biru, $y = T(x)$, merupakan model perubahan suhu global relatif terhadap rerata pada tahun 1991–2020. Sketsalah grafik perubahan suhu global relatif terhadap rerata pada tahun 1951–1980 pada periode yang sama! Rerata suhu global pada tahun 1951–1980 lebih rendah $0,6^{\circ}\text{C}$ daripada rerata 1991–2020.
Pergeseran horizontal	Kebutuhan akan pembuatan grafik yang dimulai dari sumbu- y .	Karuna ingin agar di dalam sketsa grafiknya, dia dapat melihat sumbu- y . Mainkan animasinya untuk melihat apa yang dia lakukan! [Diberikan animasi tentang apa yang dilakukan Karuna.]
Pemampatan/peregangan vertikal	Kebutuhan akan konversi satuan suhu, dari derajat Celcius ke derajat Fahrenheit.	Emily akan menyampaikan grafiknya Karuna ke teman-temannya di AS. Karena teman-temannya terbiasa dengan satuan derajat Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$), dia akan menyesuaikan grafiknya Karuna sehingga satuannya menjadi $^{\circ}\text{F}$. Bantu Emily untuk mensketsa grafiknya! Petunjuk: Skala Fahrenheit $\frac{9}{5}$ kalinya skala Celcius.

Aktivitas Pembelajaran	Kebutuhan Intelektual	Masalah Pemantik
Pemampatan/ peregangan horizontal	Kebutuhan akan penyamaan skala antara sumbu- x dan sumbu- y .	Emily masih belum puas dengan hasilnya. Dia mengamati bahwa ada kejanggalan di sumbu- x dan y . Tapi dia tidak bisa membahasakannya. Apa kalian juga melihat kejanggalannya? Jika belum, klik tombol ‘Petunjuk’. Deskripsikan kejanggalan tersebut! [Harapannya, mahasiswa melihat bahwa skala dalam sumbu- x dan y tidak sama.] Apa yang dilakukan Emily untuk menyelesaikan kehinggalaannya? Silakan cermati dan analisis strateginya! [Diberikan animasi bahwa Emily membuat grafik dengan skala sumbu- x yang berbeda.]

2.2 Implementasi Pembelajaran: Kasus Agatha dan Aurelia

Pemaparan implementasi pembelajaran dalam bagian ini berfokus pada satu kelompok yang beranggotakan dua mahasiswa, yaitu Agatha dan Aurelia (nama samaran). Pembelajaran yang dialami kelompok tersebut digunakan sebagai ilustrasi bagaimana desain pembelajaran yang dikembangkan dapat membantu kedua mahasiswa tersebut dalam menemukan sendiri prinsip pergeseran vertikal grafik fungsi, salah satu topik yang dideskripsikan pada Bagian 2.1. Agatha dan Aurelia merupakan dua dari 21 mahasiswa yang mengikuti pembelajaran topik transformasi fungsi.

Data yang digunakan adalah video rekaman percakapan dan siaran layar lembar kerja digital kedua mahasiswa tersebut selama jam perkuliahan. Gambar 4 menunjukkan pengambilan video kedua mahasiswa tersebut ketika melakukan diskusi.



Gambar 4: Pengambilan video Agatha dan Aurelia ketika berdiskusi dan mengerjakan lembar kerja digital.

2.2.1 Kegiatan Pendahuluan

Berhadapan dengan lembar kerja digital yang disediakan, Agatha dan Aurelia langsung mengamati animasi perubahan suhu permukaan setiap tahunnya dan kemudian mendiskusikannya. Setelah itu, mereka mengamati dan mendiskusikan visualisasi model perubahan suhu permukaan bumi di layar kedua. Berdasarkan hasil diskusi tersebut, mereka mensketsa model perubahan suhu tersebut dengan terlebih dahulu memplot beberapa titik yang mewakilinya. Setelah itu, mereka mengganti plot titik-titik tersebut dengan kurva halus. Mereka menampakkan ekspresi gembira ketika mereka mengevaluasi model tersebut dan mendapatkan skor yang tinggi, yaitu 98,77%.

Pada layar berikutnya, mereka berdiskusi tentang bagaimana suhu permukaan bumi pada periode 1880–2022. Berdasarkan diskusi tersebut, mereka menganggap bahwa suhu permukaan bumi pada periode itu secara umum cukup dingin. Ketika mereka diminta menyampaikan alasannya kepada teman-temannya, Agatha menyampaikan alasan seperti berikut.

Karena di tahun 1880 sampai 1980 warna pada model yang kami bikin, grafiknya, itu menunjukkan warna biru lebih mendominasi dibandingkan dengan warna putih dan warna merah. Jadi kami menyimpulkan bahwa, kalau dia warna biru kan dingin, jadi kami menyimpulkan bahwa itu cukup dingin.

Jawaban dan justifikasi Agatha dan Aurelia tersebut kurang lebih sama dengan mahasiswa-mahasiswa lainnya. Berdasarkan model yang diberikan, mereka menilai bahwa suhu permukaan bumi pada periode tersebut cukup dingin (8 kelompok) atau sedang (1 kelompok). Dalam jawabannya, mahasiswa belum mempertimbangkan garis dasar yang digunakan untuk membuat model tersebut. Garis dasar yang dimaksud adalah suhu rata-rata permukaan bumi pada periode 1991–2020.

Pada layar berikutnya, mereka diminta untuk mengamati dua grafik yang sama-sama menyajikan perubahan suhu permukaan bumi pada periode 1880–2022, tetapi dengan garis dasar yang berbeda (lihat Gambar 3b). Dari diagram tersebut, mereka menyadari bahwa kedua grafik tersebut memiliki persamaan dan perbedaan. Demikian juga Agatha dan Aurelia. Mereka berdua setuju bahwa tren kedua grafik tersebut sama. Mereka juga menyadari perbedaan garis dasar kedua grafik tersebut sehingga menyebabkan, seperti yang dikatakan Agatha, “secara garis besar [grafik sebelah kanan] lebih tinggi [daripada grafik sebelah kiri]”. Kesimpulan terakhir di kegiatan pendahuluan ini digunakan sebagai modal untuk menghadapi masalah di kegiatan pembelajaran berikutnya.

2.2.2 Menghadapi Masalah

Setelah cukup lama berdiskusi mengenai masalah pemantik pada aktivitas pergeseran vertikal (perhatikan kembali Tabel 1), Aurelia memberikan pandangan kepada Agatha tentang bagaimana seharusnya grafik yang perlu mereka sketsa. Dia mengatakan bahwa, “grafiknya berarti lebih ke atas” sambil menunjukkan gestur menggerakkan tangannya ke atas memperagakan bahwa grafik barunya lebih di atas daripada grafik lama, seperti yang diperlihatkan Gambar 5.

Agatha dan Aurelia kemudian mendiskusikan lagi tentang strategi melukis grafik yang baru. Berdasarkan diskusi tersebut, mereka memiliki konjektur atau jawaban sementara bahwa grafik



Gambar 5: Aurelia yang memberikan gestur menggerakkan tangan ke atas untuk mengilustrasikan gagasan matematisnya.

barunya merupakan hasil perbesaran dari grafik lama. Sketsa grafik mereka dan alasannya ditunjukkan pada Gambar 6.



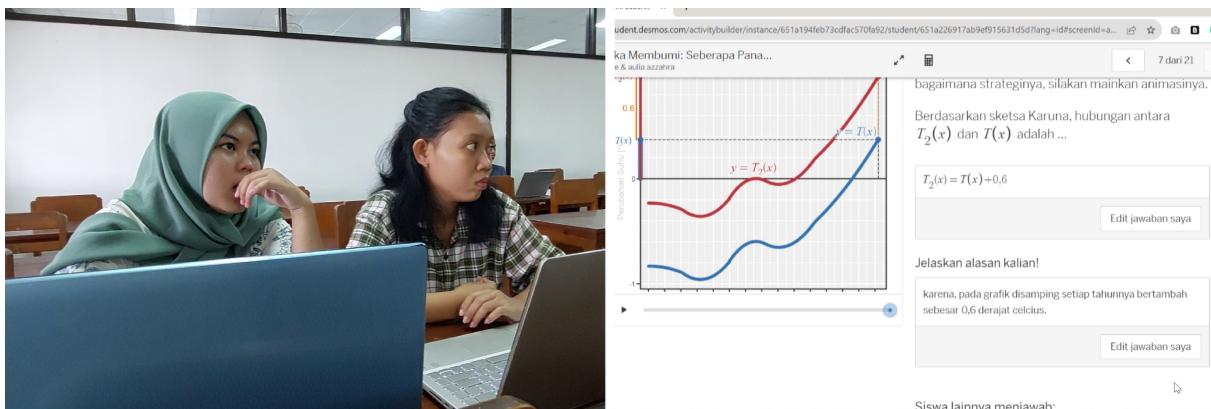
Gambar 6: Sketsa Agatha dan Aurelia terkait dengan pergantian garis dasar dari periode 1991–2020 menjadi 1951–1980.

2.2.3 Bekerja dengan Matematika Dinamis

Setelah menyelesaikan masalah pemantik, Agatha dan Aurelia mengamati animasi yang disediakan dalam lembar kerja yang menunjukkan bagaimana seharusnya mereka mensketsa grafik yang baru. Selain memberikan umpan balik korektif tentang hasil pekerjaan mereka, animasi tersebut memantik mereka untuk berpikir bagaimana cara memperoleh grafik yang baru dari grafik yang lama. Caranya adalah dengan menggeser grafik lama ke atas sejauh 0,6 satuan.

2.2.4 Pembuatan Kesimpulan dan Justifikasi

Animasi yang diberikan oleh matematika dinamis memantik Agatha dan Aurelia untuk merumuskan hubungan antara fungsi lama dengan fungsi baru. Karena ketinggian grafik fungsi baru selalu lebih tinggi 0,6 satuan daripada ketinggian grafik fungsi yang lama, mereka menuliskan kesimpulan seperti yang ditunjukkan Gambar 7.



Gambar 7: Kesimpulan Agatha dan Aurelia serta justifikasinya.

2.3 Pembahasan

Makalah ini telah mendeskripsikan desain pembelajaran topik transformasi fungsi yang menggunakan pendekatan pendidikan matematika realistik dan menggunakan konteks perubahan iklim serta ditunjang oleh pemanfaatan teknologi. Selain itu, melalui kasus Agatha dan Aurelia, makalah ini juga telah mengilustrasikan bagaimana desain pembelajaran seperti itu dapat membantu mahasiswa mengkonstruksi sendiri ide dan gagasan matematis.

Permasalahan pemantik yang menciptakan kebutuhan intelektual penting digunakan sebagai acuan bagi mahasiswa untuk mengkonstruksi sendiri pengetahuannya. Kebutuhan intelektual tersebut memberikan makna tentang bagaimana dan mengapa sebuah ide atau gagasan perlu dikonstruksi (Harel, 2013). Misalnya, kebutuhan akan strategi konstruksi grafik untuk mengubah garis dasar pengukuran perubahan suhu permukaan bumi dari periode 1991–2020 menjadi 1951–1980 merupakan salah satu kebutuhan yang dapat dijadikan mahasiswa untuk mengkonstruksi sendiri prinsip pergeseran vertikal grafik fungsi. Dengan demikian, kebutuhan intelektual tersebut merupakan elemen penting sebuah desain pembelajaran yang berfokus pada penemuan terbimbing, yang merupakan salah satu prinsip pendekatan pendidikan matematika realistik.

Teknologi matematika dinamis yang digunakan dalam desain pembelajaran makalah ini juga membantu mahasiswa dalam mengkonstruksi pengetahuannya. Matematika dinamis tersebut mampu mengilustrasikan apa penyusun dari sebuah grafik dan bagaimana grafik tersebut tersusun (Thompson & Carlson, 2017). Dengan memahami hal ini, mahasiswa lebih mudah mengkonstruksi prinsip-prinsip transformasi grafik fungsi. Seperti yang dialami oleh Agatha dan Aurelia, mereka menyadari akan prinsip pergeseran vertikal yang mereka tulis pada Gambar 7 setelah mereka mencemati animasi yang ditunjukkan oleh teknologi matematika dinamis yang disediakan.

Terakhir, makalah ini menunjukkan bahwa pembelajaran matematika dapat digunakan sebagai wahana untuk mempromosikan kesadaran akan isu perubahan iklim. Isu tersebut tidak hanya digunakan sebagai pintu masuk atau pemberi motivasi saja tetapi juga sesuai dengan prinsip fenomenologi didaktis pendidikan matematika realistik. Isu tersebut dapat digunakan sebagai acuan bagi mahasiswa untuk membangun pengetahuan dan pemahaman tentang transformasi fungsi. Desain pembelajaran matematika yang mengintegrasikan isu-isu lingkungan semacam ini diharapkan mampu membangun dan mengembangkan kedulian mahasiswa terhadap lingkungan tempat tinggalnya (González, 2021; Maass et al., 2021).

3 Penutup

Para calon pendidik matematika perlu terekspos terhadap pembelajaran matematika inovatif yang sesuai dengan kebutuhan zaman. Oleh karena itu, makalah ini telah memaparkan salah satu contoh desain pembelajaran matematika bagi para calon pendidik matematika agar mereka mendapatkan pengalaman belajar menyelesaikan masalah-masalah matematika yang realistik dan relevan, serta membangun pengetahuan-pengetahuan matematis berdasarkan masalah tersebut. Dengan cara seperti ini, mereka diharapkan memiliki visi tentang profil pendidik matematika yang profesional.

Desain pembelajaran matematika yang dipaparkan dalam makalah ini menggunakan tiga prinsip pendekatan pendidikan matematika realistik: penemuan terbimbing, fenomenologi didaktis, dan pemodelan yang muncul. Aktivitas-aktivitas pembelajaran dalam desain pembelajaran tersebut membimbing mahasiswa untuk melakukan matematisasi horizontal dan vertikal dalam membangun pengetahuan tentang transformasi fungsi. Proses matematisasi tersebut didukung dengan penyediaan masalah yang memantik kebutuhan intelektual mahasiswa akan gagasan-gagasan matematis dalam topik tersebut, serta ditunjang dengan teknologi matematika dinamis. Masalah yang digunakan adalah masalah perubahan iklim agar masalah tersebut juga memberikan wawasan tambahan bagi mahasiswa tentang isu-isu yang dihadapi oleh planet yang mereka tinggali. Dengan masalah tersebut, mereka berkesempatan memodelkan perubahan suhu permukaan bumi setiap tahunnya. Model tersebut dapat mereka gunakan untuk membangun pengetahuan tentang prinsip-prinsip transformasi fungsi.

Ilustrasi kasus Agatha dan Aurelia menunjukkan bahwa desain pembelajaran tersebut dapat membantu kedua mahasiswa tersebut membangun pengetahuan tentang transformasi fungsi, khususnya pergeseran vertikal grafik fungsi. Dengan menghadapi masalah pergantian garis dasar pengukuran suhu permukaan bumi, mereka memodelkan perubahan suhu permukaan bumi dan menggunakan model tersebut untuk membuat konjektur dan menemukan prinsip pergeseran vertikal grafik fungsi. Teknologi matematika dinamis yang disediakan membantu mereka dalam mengevaluasi konjektur mereka, mengkonstruksi prinsip pergeseran vertikal, dan menjustifikasinya.

4 Ucapan Terima Kasih

Sebagian isi makalah ini telah dipresentasikan dalam Seminar Rumpun Program Studi Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma 2023. Terima kasih yang mendalam kami ucapkan kepada para kolega yang telah memberikan gagasan dan saran sehingga dihasilkan makalah ini.

5 Lampiran

Lampiran makalah ini, termasuk kode sumber dan sejarah perubahan naskahnya, dapat diakses di Github dengan alamat <https://github.com/ydkristanto/makalah-matematika-realistik>.

6 Daftar Pustaka

- Bergsten, C., & Frejd, P. (2019). Preparing pre-service mathematics teachers for STEM education: An analysis of lesson proposals. *ZDM*, 51(6), 941–953. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01071-7>
- Billings, E. M., & Klanderman, D. (2000). Graphical representations of speed: Obstacles preservice k-8 teachers experience. *School Science and Mathematics*, 100(8), 440–450. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2000.tb17332.x>
- Corner, A., Roberts, O., Chiari, S., Völler, S., Mayrhuber, E. S., Mandl, S., & Monson, K. (2015). How do young people engage with climate change? The role of knowledge, values, message framing, and trusted communicators. *WIREs Climate Change*, 6(5), 523–534. <https://doi.org/10.1002/wcc.353>
- Diana, R. F. (2020). Profil kemampuan koneksi matematis mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan taksonomi Solo. *FIKROH: Jurnal Pemikiran Dan Pendidikan Islam*, 13(1), 17–33. <https://doi.org/10.37812/fikroh.v13i1.57>
- Fajri, N. (2016). Analisis kemampuan koneksi dan komunikasi matematis mahasiswa pendidikan matematika: Studi kualitatif pada mahasiswa pendidikan matematika STKIP Bina Bangsa Getsempena Kota Banda Aceh, Aceh. *Numeracy*, 3(2), 23–30. <https://ejournal.bbg.ac.id/numeracy/article/view/206>
- González, D. A. (2021). The progression of preservice teachers' covariational reasoning as they model global warming. *The Journal of Mathematical Behavior*, 62, 100859. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100859>
- Gravemeijer, K. (2008). RME theory and mathematics teacher education. In *The handbook of mathematics teacher education: Volume 2: Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 283–302). Brill.
- Hadjidemetriou, C., & Williams, J. (2002). Children's Graphical Conceptions. *Research in Mathematics Education*, 4(1), 69–87. <https://doi.org/10.1080/14794800008520103>
- Harel, G. (2013). *Intellectual need* (pp. 119–151). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6977-3_6
- Huang, R., & Kulm, G. (2012). Prospective middle grade mathematics teachers' knowledge of algebra for teaching. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(4), 417–430. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.06.001>
- Jung, H., & Newton, J. A. (2018). Preservice mathematics teachers' conceptions and enactments of modeling standards. *School Science and Mathematics*, 118(5), 169–178. <https://doi.org/10.1111/ssm.12275>
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1–64. <https://doi.org/10.3102/00346543060001001>
- Maass, K., Sorge, S., Romero-Ariza, M., Hesse, A., & Straser, O. (2021). Promoting Active Citizenship in Mathematics and Science Teaching. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(4), 727–746. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10182-1>
- NCTM. (2023). Equitable integration of technology for mathematics learning. In *National Council of Teachers of Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Position-Statements/Equitable-Integration-of-Technology-for-Mathematics-Learning-2146929161/>
- Osana, H. P., & Royea, D. A. (2011). Obstacles and challenges in preservice teachers' explorations with fractions: A view from a small-scale intervention study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(4), 333–352. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.07.001>

- Paredes, S., Cáceres, M. J., Diego-Mantecón, J.-M., Blanco, T. F., & Chamoso, J. M. (2020). Creating Realistic Mathematics Tasks Involving Authenticity, Cognitive Domains, and Openness Characteristics: A Study with Pre-Service Teachers. *Sustainability*, 12(22), 9656. <https://doi.org/10.3390/su12229656>
- Prayitno, A. T. (2018). Proses berpikir mahasiswa dalam membuat koneksi matematis pada soal pemecahan masalah. *JES-MAT (Jurnal Edukasi Dan Sains Matematika)*, 4(1), 67. <https://doi.org/10.25134/jes-mat.v4i1.913>
- Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). *Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically* (J. Cai, Ed.; pp. 421–456). National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.nctm.org/Store/Products/Compendium-for-Research-in-Mathematics-Education/>
- Yilmaz, R. (2019). Prospective mathematics teachers' cognitive competencies on realistic mathematics education. *Journal on Mathematics Education*, 11(1), 17–44. <https://doi.org/10.22342/jme.11.1.8690.17-44>

7 Biodata Penulis

Yosep Dwi Kristanto adalah seorang dosen dari program studi Pendidikan Matematika, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta. Bidang penelitian yang diminatinya adalah pendidikan matematika dan statistik, penalaran kovariansional, kurikulum, teknologi pendidikan, dan pembelajaran kolaboratif berbantuan komputer. Portofilionya dapat dilihat di situs web pribadinya, yaitu di alamat <https://people.usd.ac.id/~ydkristanto/>.