Matematika Membumi: Ketika Matematika Realistik Bertemu dengan Permasalahan Planet Bumi dan Teknologi

Yosep Dwi Kristanto

2023-12-27

Tujuan artikel ini adalah untuk mendeskripsikan desain pembelajaran matematika realistik yang menggunakan konteks permasalahan perubahan iklim yang ditunjang dengan menggunakan teknologi.

# 1. Pendahuluan

Suatu waktu mahasiswa calon pendidik matematika ditugaskan untuk mengembangkan sebuah simulasi digital sebagai media pembelajaran. Simulasi digital tersebut dimaksudkan untuk mengilustrasikan gerak parabola dari sebuah objek yang diluncurkan dengan kecepatan awal dan sudut elevasi tertentu, serta menggambarkan grafik ketinggian objek tersebut setiap waktunya. Menariknya, hampir semua produk simulasi mahasiswa tersebut, yaitu sekitar 96,7%, menggunakan persamaan matematis yang sama untuk merepresentasikan lintasan yang dilalui oleh objek tersebut dan relasi antara ketinggian objek tersebut setiap waktunya. Padahal, persamaan yang menggambarkan lintasan objek tersebut dan persamaan yang merepresentasikan ketinggian bola tersebut setiap waktunya menghubungkan kuantitas-kuantitas yang berbeda. Persamaan pertama menghubungkan jarak horizontal dan jarak vertikal (ketinggian) sedangkan persamaan kedua menghubungkan waktu dan ketinggian.

Ilustrasi tersebut paling tidak menunjukkan tiga hal. Pertama, masih banyak calon pendidik matematika yang kurang memiliki kepekaan terhadap seberapa realistik konteks yang dikembangkannya. Kedua, mahasiswa tersebut menganggap bahwa grafik dari relasi antara dua kuantitas sebagai gambar harfiah dari situasi yang diberikan ([Hadjidemetriou & Williams, 2002](#ref-hadjidemetriou2002)). Kekeliruan interpretasi grafik yang oleh Leinhardt et al. ([1990](#ref-leinhardt1990)) disebut sebagai kesulitan interpretasi ikonik ini mengindikasikan kurangnya pemahaman konseptual mahasiswa tentang grafik suatu relasi. Ketiga, mahasiswa tersebut masih menganggap matematika sebagai sebuah bidang ilmu yang terisolasi dari bidang-bidang ilmu lainnya. Ketika mereka menghadapi masalah gerak parabola, mereka hanya menyelesaikan masalah tersebut dengan menggunakan pengetahuan matematisnya. Sangat banyak dari mereka yang tidak menggunakan prinsip-prinsip fisika tentang gerak parabola untuk menyelesaikannya.

Ketiga masalah tersebut menggambarkan permasalahan besar dan nyata dalam upaya penyiapan para guru matematika masa depan yang juga ditemukan oleh penelitian-penelitian terdahulu. Dalam penelitiannya terhadap 32 mahasiswa calon pendidik matematika, Yilmaz ([2019](#ref-yilmaz2019)) menemukan bahwa lebih dari setengah permasalahan yang dikembangkan oleh para calon pendidik matematika tersebut tidak cukup realistik. Temuan serupa juga ditemukan oleh banyak peneliti lainnya (misalnya, [Bergsten & Frejd, 2019](#ref-bergsten2019); [Jung & Newton, 2018](#ref-jung2018); [Paredes et al., 2020](#ref-paredes2020)). Terkait dengan pemahaman konseptual terhadap grafik, Billings & Klanderman ([2000](#ref-billings2000)) menemukan bahwa cukup banyak mahasiswa calon pendidik matematika yang mengalami kesulitan dalam mengkonstruksi dan menginterpretasi grafik, khususnya yang melibatkan kecepatan sebagai salah satu variabelnya. Hal ini senada dengan temuan Huang & Kulm ([2012](#ref-huang2012)). Mereka menemukan bahwa masih banyak mahasiswa calon guru matematika dan sains yang kesulitan membuat keputusan dari grafik fungsi kecepatan terhadap waktu yang diberikan. Lebih jauh, penelitian-penelitian terdahulu juga menemukan bahwa masih cukup banyak mahasiswa calon pendidik matematika yang kesulitan dalam mengkoneksikan matematika dengan bidang ilmu lain atau permasalahan sehari-hari ([Diana, 2020](#ref-diana2020); [Fajri, 2016](#ref-fajri2016); [Prayitno, 2018](#ref-prayitno2018)).

Tiga masalah tersebut menjadi tantangan bagi para pendidik dan peneliti yang menyiapkan para guru matematika masa depan. Mathematics Teacher Educators ([2017](#ref-amte2017)) menekankan bahwa para calon pendidik matematika perlu memiliki pemahaman esensial terhadap konsep-konsep dan praktik-praktik matematika. Praktik-praktik matematika tersebut termasuk kemampuan dalam menggunakan matematika untuk menyelesaikan permasalahan sehari-hari atau permasalahan dari bidang-bidang ilmu lain. Tak hanya itu, para calon pendidik matematika juga perlu dibekali kemampuan untuk mendesain aktivitas pembelajaran yang membuat peserta didik semangat belajar dan memahami kegunaan matematika bagi dirinya ([Ainley et al., 2006](#ref-ainley2006)).

Tantangan-tantangan tersebut dapat didekati dengan menggunakan apa yang disebut oleh Grossman et al. ([2009](#ref-grossman2009)) sebagai kerangka kerja “*teaching of practice*”. Satu dari tiga konsep yang dikenalkan dalam kerangka kerja tersebut adalah *approximations of practice* atau pendekatan praktik. Berdasarkan ide ini, para mahasiswa calon pendidik matematika perlu mendapatkan kesempatan untuk terlibat dalam praktik-praktik mendasar dalam pengajaran matematika. Praktik seperti ini tidak hanya dapat membangun kecakapan matematis mahasiswa tetapi juga dapat membangun pengetahuan mereka tentang pengajaran ([Álvarez et al., 2020](#ref-álvarez2020)). Bagi mahasiswa tingkat awal, ide ini dapat dilakukan dengan memberikan pengalaman belajar bermakna bagi mereka melalui pembelajaran matematika yang efektif dan inovatif. Dengan cara seperti ini, mahasiswa akan membangun dan mengembangkan kecakapan matematisnya, serta dapat menganalisis praktik-praktik baik yang ditunjukkan dalam pengajaran seperti itu.

Karena tiga permasalahan utama yang dipaparkan sebelumnya menyangkut permasalahan realistik, pemahaman konseptual, dan koneksi matematika dengan bidang-bidang nonmatematika atau permasalahan sehari-hari, pendekatan pendidikan matematika realistik sesuai untuk digunakan dalam pembelajaran bagi para mahasiswa calon pendidik matematika. Melalui pengalaman belajar dalam perkuliahan yang menerapkan pendekatan ini, mereka akan dapat mengembangkan pemahaman konseptualnya tentang topik matematika yang diajarkan ([Osana & Royea, 2011](#ref-osana2011)). Selain itu, mereka juga akan terekspos dengan prinsip-prinsip desain pengajaran pendidikan matematika realistik, yaitu penemuan terbimbing, fenomenologi didaktis, dan pemodelan yang muncul ([Gravemeijer, 2008](#ref-gravemeijer2008)).

Salah satu bagian terpenting dalam mendesain pembelajaran yang menerapkan pendidikan matematika realistik adalah pemilihan atau pengembangan permasalahan yang realistik. Permasalahan realistik tersebut tidak hanya digunakan sebagai motivasi tetapi juga sebagai landasan konseptual bagi mahasiswa untuk bermatematika. Selain itu, Ainley et al. ([2006](#ref-ainley2006)) menambahkan bahwa permasalahan tersebut juga perlu memberikan daya guna kepada mahasiswa. Untuk itu, permasalahan realistik yang berpotensi memotivasi mahasiswa, berdaya guna, dan dapat digunakan sebagai landasan konseptual bagi mereka untuk bermatematika diperlukan dalam mendesain pembelajaran dengan pendekatan pendidikan matematika realistik.

Menilik kajian pustaka yang dilakukan oleh Corner et al. ([2015](#ref-corner2015)), secara umum anak muda lebih memiliki kesadaran terhadap perubahan iklim dibandingkan dengan kelompok umur yang lebih dewasa. Fakta ini menunjukkan potensi perubahan iklim untuk dijadikan konteks dalam pembelajaran matematika. Selain itu, penggunaan konteks ini juga dapat memberikan daya guna bagi mahasiswa calon pendidik matematika untuk mengetahui lebih jauh tentang fakta-fakta perubahan iklim.

Berdasarkan permasalahan dan peluang yang telah dipaparkan sebelumnya, tujuan makalah ini ada dua. Pertama, makalah ini akan mendeskripsikan desain pembelajaran yang menerapkan prinsip-prinsip desain pendidikan matematika realistik dan menggunakan konteks perubahan iklim. Kedua, makalah ini membahas bagaimana desain pembelajaran tersebut dapat membangun pemahaman konseptual mahasiswa calon pendidik matematika tentang grafik fungsi.

# 2. Isi

Bagian isi ini memaparkan tiga hal. Pertama adalah pemaparan tentang desain pembelajaran. Kedua merupakah pemaparan hasil implementasi desain tersebut. Ketiga adalah pembahasan.

## 2.1 Desain Pembelajaran: Dari Kurikulum Makro ke Mikro

### 2.1.1 Kurikulum Makro: Prinsip-Prinsip Desain Pembelajaran Aljabar dan Trigonometri

Desain pembelajaran yang dideskripsikan di makalah ini merupakan satu dari banyak aktivitas pembelajaran digital berbasis pendidikan matematika realistik yang dikembangkan dalam rangka mengimajinasikan kembali mata kuliah Aljabar dan Trigonometri di program studi Pendidikan Matematika, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta. Aktivitas-aktivitas pembelajaran digital tersebut dikembangkan dengan menggunakan Desmos ([Kristanto, 2019b](#ref-kristanto2019a), [2019a](#ref-kristanto2019b), [2021](#ref-kristanto2021)) dan dapat diakses secara terbuka di <https://s.id/aljbr-trig-realistik>.

Semua aktivitas pembelajaran dalam mata kuliah tersebut dikembangkan dengan mengikuti enam prinsip desain pengajaran. Keenam prinsip tersebut dirangkum dalam [Tabel 1](#tbl-prinsip-aljabar-trigonometri).

Tabel 1: Enam prinsip desain pengajaran dalam mata kuliah Aljabar dan Trigonometri

| No | Prinsip | Deskripsi |
| --- | --- | --- |
| 1. | Prinsip pembagian otoritas | Dosen membagi otoritas matematisnya ([Hicks et al., 2023](#ref-hicks2023)) kepada mahasiswa melalui orkestrasi diskursus yang produktif ([Stein et al., 2008](#ref-stein2008)), baik dalam kelompok kecil maupun diskusi klasikal. |
| 2. | Prinsip kebutuhan intelektual | Aktivitas-aktivitas pembelajaran yang dikembangkan perlu memfasilitasi mahasiswa untuk melakukan matematisasi yang dimulai dengan adanya kebutuhan intelektual ([Harel, 2013](#ref-harel2013)). |
| 3. | Prinsip kecakapan matematis | Aktivitas-aktivitas pembelajaran yang dikembangkan perlu memfasilitasi mahasiswa untuk menggunakan pemahaman konseptualnya dalam membangun kefasihan proseduralnya ([NCTM, 2014](#ref-nctm2014)). |
| 4. | Prinsip penemuan pengetahuan | Aktivitas-aktivitas pembelajaran yang dikembangkan perlu memfasilitasi mahasiswa untuk melalui proses seperti yang dilalui oleh para ilmuwan untuk membangun atau menemukan pengetahuan. |
| 5. | Prinsip cara berpikir | Aktivitas pembelajaran membimbing mahasiswa untuk mengembangkan penalaran kuantitatif, kovarian, dan pemikiran bentuk grafik dinamis selama melakukan proses ilmiah ([Paoletti et al., 2023](#ref-paoletti2023)). |
| 6. | Prinsip penggunaan teknologi dinamis | Penggunaan teknologi sifatnya membantu kognisi mahasiswa dan berperan sebagai alat penguat dan reorganisasi terhadap masalah-masalah yang dinamis ([Pea, 1987](#ref-pea1987)). |

### 2.1.2 Kurikulum Mikro: Alur Tujuan Pembelajaran untuk Topik Transformasi Fungsi

Pembahasan desain dan implementasi pembelajaran dalam makalah ini berfokus pada topik transformasi fungsi. Hal ini dikarenakan dua alasan. Pertama, topik transformasi fungsi merupakan salah satu topik terpenting dalam Aljabar dan Trigonometri karena topik ini selalu diterapkan dalam topik-topik lain dalam mata kuliah tersebut. Kedua, topik ini memuat konsep-konsep yang kaya bagi mahasiswa untuk membangun dan mengembangkan landasan bernalar tentang kuantitas dan relasi antarkuantitas. Penalaran tersebut merupakan penalaran yang fokus dikembangkan dalam mata kuliah Aljabar dan Trigonometri.

Rangkaian aktivitas pembelajaran dalam topik transformasi fungsi memiliki judul “Matematika Membumi: Seberapa Panas Bumi Kita?” dan dapat diakses melalui tautan <https://s.id/matematika-membumi>. Frasa ‘matematika membumi’ dipilih sebagai judul rangkaian aktivitas tersebut karena dua tujuan. Pertama, aktivitas tersebut bertujuan untuk membumikan matematika agar matematika tampak riil atau realistik bagi mahasiswa. Kedua, aktivitas pembelajaran tersebut menggunakan konteks planet bumi agar mahasiswa memiliki kesadaran akan permasalahan-permasalahan nyata dan mendesak yang dihadapi oleh planet yang ditinggalinya.

Rangkaian aktivitas pembelajaran topik transformasi fungsi diawali dengan kegiatan pendahuluan. Kegiatan tersebut dimulai dengan aktivitas mengamati dan bertanya-tanya (*notice and wondering*) untuk menyiapkan mahasiswa dalam menyelidiki perubahan suhu rata-rata permukaan bumi mulai dari tahun 1880–2022. Di dalam kegiatan ini, mahasiswa diminta untuk mengamati animasi yang menunjukkan visualisasi data suhu permukaan bumi setiap tahunnya. Cuplikan animasi tersebut ditunjukkan pada [Gambar 1](#fig-notice-wondering).

|  |
| --- |
| Gambar 1: Mahasiswa mengamati dan bertanya-tanya di layar pertama. |

Berdasarkan pengamatan dan pertanyaan yang telah diajukan, mahasiswa kemudian memodelkan perubahan suhu permukaan bumi setiap tahunnya dan mengevaluasi seberapa baik model yang telah dibuatnya. Aktivitas yang dilakukan oleh mahasiswa pada tahap ini ditunjukkan pada [Gambar 2](#fig-model-and-eval).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | |  | | --- | | (a) Lembar kerja untuk memodelkan perubahan suhu setiap tahunnya. | |  |  |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | | (b) Lembar kerja untuk menilai model. | |   Gambar 2: Lembar kerja untuk memodelkan perubahan suhu permukaan bumi dan mengevaluasinya. Di lembar kerja kedua, mahasiswa secara langsung mendapatkan umpan balik tentang seberapa baik modelnya. |

Setelah itu, mahasiswa diminta untuk menjawab bagaimana suhu permukaan bumi secara umum pada periode 1880–2022 berdasarkan model yang telah mereka buat. Harapannya, mereka akan menjawab cukup dingin atau sedang. Jawaban tersebut kemudian ‘dibantah’ dengan penyajian diagram lain yang juga menyatakan perubahan suhu permukaan bumi setiap tahunnya, tetapi dengan garis dasar yang berbeda. Bantahan ini diharapkan dapat memberikan disonansi kognitif kepada mahasiswa agar berpikir kritis dalam menilai keadaan suhu permukaan bumi sebenarnya. Perhatikan [Gambar 3](#fig-disonansi-kognitif).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | |  | | --- | | (a) Lembar kerja untuk menilai seberapa dingin suhu permukaan bumi. | |  |  |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | | (b) Penyajian data dari sumber lain dengan garis dasar yang berbeda. | |   Gambar 3: Penciptaan disonansi kognitif yang mendorong mahasiswa untuk berpikir kritis dalam penyajian dan interpretasi data. |

Kegiatan pendahuluan tersebut bertujuan untuk memanggil kembali kemampuan dan pemahaman awal mahasiswa tentang relasi antara dua kuantitas dan merepresentasikannya ke dalam sebuah grafik. Kemampuan dan pemahaman awal tentang relasi dan grafiknya tersebut penting untuk membangun pengetahuan tentang transformasi fungsi di aktivitas-aktivitas berikutnya.

Setelah kegiatan pendahuluan dilakukan, pembelajaran dilanjutkan ke dalam kegiatan inti yang terdiri dari empat topik utama, yaitu (a) pergeseran vertikal, (b) pergeseran horizontal, (c) pemampatan/peregangan vertikal, dan (d) pemampatan/peregangan horizontal grafik fungsi. Alur pembelajaran keempat topik tersebut serupa. Alur tersebut terdiri dari tiga tahapan, yaitu

1. pemberian masalah untuk menciptakan kebutuhan intelektual bagi mahasiswa akan gagasan matematis yang akan ditemukan;
2. pengamatan terhadap matematika dinamis untuk mengamati kuantitas-kuantitas yang berhubungan dalam fungsi dan hasil transformasinya; dan
3. pembuatan simpulan dan justifikasi terhadap simpulan tersebut.

Tahapan pertama tersebut merupakan pintu masuk bagi mahasiswa untuk melakukan matematisasi, horizontal maupun vertikal, terhadap gagasan matematis berikutnya. Untuk itu, setiap permasalahan yang diajukan perlu sesuai dengan kebutuhan intelektual mahasiswa agar permasalahan tersebut betul-betul realistik bagi mahasiswa tersebut. Pemetaan kebutuhan intelektual dan rumusan permasalahan yang diajukan untuk setiap topiknya dapat dilihat pada [Tabel 2](#tbl-kebutuhan-intelektual) berikut.

Tabel 2: Kebutuhan intelektual dan masalah dalam setiap aktivitas pembelajaran inti dalam “Matematika Membumi: Seberapa Panas Bumi Kita?”

| Aktivitas Pembelajaran | Kebutuhan Intelektual | Masalah |
| --- | --- | --- |
| Pergeseran vertikal | Kebutuhan akan mengganti garis dasar pengukuran perubahan suhu, dari periode 1991–2020 menjadi 1951–1980. | [Diberikan grafik warna biru.] Grafik warna biru, , merupakan model perubahan suhu global relatif terhadap rerata pada tahun 1991–2020. Sketsalah grafik perubahan suhu global relatif terhadap rerata pada tahun 1951–1980 pada periode yang sama! Rerata suhu global pada tahun 1951–1980 lebih rendah 0,6°C daripada rerata 1991–2020. |
| Pergeseran horizontal | Kebutuhan akan pembuatan grafik yang dimulai dari sumbu-. | Karuna ingin agar di dalam sketsa grafiknya, dia dapat melihat sumbu-. Mainkan animasinya untuk melihat apa yang dia lakukan! [Diberikan animasi tentang apa yang dilakukan Karuna.] |
| Pemampatan/peregangan vertikal | Kebutuhan akan konversi satuan suhu, dari derajat Celcius ke derajat Fahrenheit. | Emily akan menyampaikan grafiknya Karuna ke teman-temannya di AS. Karena teman-temannya terbiasa dengan satuan derajat Fahrenheit (°F), dia akan menyesuaikan grafiknya Karuna sehingga satuannya menjadi °F. Bantu Emily untuk mensketsa grafiknya! Petunjuk: Skala Fahrenheit kalinya skala Celcius. |
| Pemampatan/peregangan horizontal | Kebutuhan akan penyamaan skala antara sumbu- dan sumbu-. | Emily masih belum puas dengan hasilnya. Dia mengamati bahwa ada kejanggalan di sumbu- dan . Tapi dia tidak bisa membahasakannya. Apa kalian juga melihat kejanggalannya? Jika belum, klik tombol ‘Petunjuk’. Deskripsikan kejanggalan tersebut! [Harapannya, mahasiswa melihat bahwa skala dalam sumbu- dan tidak sama.] Apa yang dilakukan Emily untuk menyelesaikan kejanggalannya? Silakan cermati dan analisis strateginya! [Diberikan animasi bahwa Emily membuat grafik dengan skala sumbu- yang berbeda.] |

## 2.2 Implementasi Pembelajaran

### 2.2.1 Implementasi Pembelajaran Klasikal

Model orkestrasi diskusi matematis produktif digunakan dalam persiapan dan implementasi pembelajaran klasikal. Dengan model ini, kegiatan persiapan dan implementasi tersebut dibagi menjadi lima tahapan, yaitu (a) antisipasi, (b) pemantauan, (c) pemilihan, (d) pengurutan, dan (e) pengkoneksian.

Pada tahapan antisipasi, dosen mengantisipasi variasi kemungkinan jawaban dan respons mahasiswa terhadap aktivitas pembelajaran yang dikembangkan.

### 2.2.2 Studi Kasus Agatha dan Aurelia

## 2.3 Dampak Pengiring: Hasil Refleksi Mahasiswa

## 2.4 Pembahasan

# 3. Penutup

# 4. Ucapan Terima Kasih

Sebagian isi makalah ini telah dipresentasikan dalam Seminar Rumpun Program Studi Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma 2023. Terima kasih yang mendalam kami ucapkan kepada para kolega yang telah memberikan gagasan dan saran sehingga dihasilkan makalah ini.

# 5. Lampiran

# 6. Daftar Pustaka

Ainley, J., Pratt, D., & Hansen, A. (2006). Connecting engagement and focus in pedagogic task design. *British Educational Research Journal*, *32*(1), 23–38. <https://doi.org/10.1080/01411920500401971>

Álvarez, J. A. M., Arnold, E. G., Burroughs, E. A., Fulton, E. W., & Kercher, A. (2020). The design of tasks that address applications to teaching secondary mathematics for use in undergraduate mathematics courses. *The Journal of Mathematical Behavior*, *60*, 100814. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100814>

Bergsten, C., & Frejd, P. (2019). Preparing pre-service mathematics teachers for STEM education: An analysis of lesson proposals. *ZDM*, *51*(6), 941–953. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01071-7>

Billings, E. M., & Klanderman, D. (2000). Graphical representations of speed: Obstacles preservice k‐8 teachers experience. *School Science and Mathematics*, *100*(8), 440–450. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2000.tb17332.x>

Corner, A., Roberts, O., Chiari, S., Völler, S., Mayrhuber, E. S., Mandl, S., & Monson, K. (2015). How do young people engage with climate change? The role of knowledge, values, message framing, and trusted communicators. *WIREs Climate Change*, *6*(5), 523–534. <https://doi.org/10.1002/wcc.353>

Diana, R. F. (2020). Profil kemampuan koneksi matematis mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan taksonomi Solo. *FIKROH: Jurnal Pemikiran Dan Pendidikan Islam*, *13*(1), 17–33. <https://doi.org/10.37812/fikroh.v13i1.57>

Fajri, N. (2016). Analisis kemampuan koneksi dan komunikasi matematis mahasiswa pendidikan matematika: Studi kualitatif pada mahasiswa pendidikan matematika STKIP Bina Bangsa Getsempena Kota Banda Aceh, Aceh. *Numeracy*, *3*(2), 23–30. <https://ejournal.bbg.ac.id/numeracy/article/view/206>

Gravemeijer, K. (2008). RME theory and mathematics teacher education. In *The handbook of mathematics teacher education: Volume 2: Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 283–302). Brill.

Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., & Williamson, P. W. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record: The Voice of Scholarship in Education*, *111*(9), 2055–2100. <https://doi.org/10.1177/016146810911100905>

Hadjidemetriou, C., & Williams, J. (2002). Children’s Graphical Conceptions. *Research in Mathematics Education*, *4*(1), 69–87. <https://doi.org/10.1080/14794800008520103>

Harel, G. (2013). *Intellectual need* (pp. 119–151). Springer New York. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6977-3_6>

Hicks, M. D., Bishop, J. P., Koehne, C., & Bui, M. (2023). Reconsidering mathematical authority. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, *116*(11), 826–836. <https://doi.org/10.5951/mtlt.2023.0036>

Huang, R., & Kulm, G. (2012). Prospective middle grade mathematics teachers’ knowledge of algebra for teaching. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(4), 417–430. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.06.001>

Jung, H., & Newton, J. A. (2018). Preservice mathematics teachers’ conceptions and enactments of modeling standards. *School Science and Mathematics*, *118*(5), 169–178. <https://doi.org/10.1111/ssm.12275>

Kristanto, Y. D. (2019a). *Creating interactive and mathematically rich activity with desmos*. figshare.

Kristanto, Y. D. (2019b). *Modul guru: Mengupayakan diskursus dan penalaran matematis dengan desmos*. figshare.

Kristanto, Y. D. (2021). Pelatihan Desain Aktivitas Pembelajaran Matematika Digital dengan Menggunakan Desmos. *Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat*, *27*(3), 192–199. <https://jurnal.unimed.ac.id/2012/index.php/jpkm/article/view/23908>

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, *60*(1), 1–64. <https://doi.org/10.3102/00346543060001001>

Mathematics Teacher Educators, A. of. (2017). *Standards for preparing teachers of mathematics*. Association of Mathematics Teacher Educators.

NCTM. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.

Osana, H. P., & Royea, D. A. (2011). Obstacles and challenges in preservice teachers’ explorations with fractions: A view from a small-scale intervention study. *The Journal of Mathematical Behavior*, *30*(4), 333–352. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.07.001>

Paoletti, T., Gantt, A. L., & Corven, J. (2023). A local instruction theory for emergent graphical shape thinking: A middle school case study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *54*(3), 202–224. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc-2021-0066>

Paredes, S., Cáceres, M. J., Diego-Mantecón, J.-M., Blanco, T. F., & Chamoso, J. M. (2020). Creating Realistic Mathematics Tasks Involving Authenticity, Cognitive Domains, and Openness Characteristics: A Study with Pre-Service Teachers. *Sustainability*, *12*(22), 9656. <https://doi.org/10.3390/su12229656>

Pea, R. D. (1987). *Cognitive science and mathematics education* (A. H. Schoenfeld, Ed.; 1st edition, pp. 88–121). Routledge.

Prayitno, A. T. (2018). Proses berpikir mahasiswa dalam membuat koneksi matematis pada soal pemecahan masalah. *JES-MAT (Jurnal Edukasi Dan Sains Matematika)*, *4*(1), 67. <https://doi.org/10.25134/jes-mat.v4i1.913>

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>

Yilmaz, R. (2019). Prospective mathematics teachers’ cognitive competencies on realistic mathematics education. *Journal on Mathematics Education*, *11*(1), 17–44. <https://doi.org/10.22342/jme.11.1.8690.17-44>

# 7. Biodata Penulis