

Simulación Biomecánica de la Córnea Humana mediante Elementos Finitos

Modelado y Análisis en ANSYS Workbench para Simulador de Palpación
Corneal

Pablo Barceló, Paco Bustos, Javier Rivero

Índice general

Resumen	4
1. Introducción	5
1.1. Contexto y motivación	5
1.2. Objetivos del proyecto	5
1.3. Alcance del trabajo	6
1.4. Estructura del documento	6
2. Estado del Arte	7
2.1. Simuladores quirúrgicos en oftalmología	7
2.1.1. Evolución histórica y clasificación	7
2.1.2. Simuladores para cirugía de cataratas	7
2.1.3. Simuladores para cirugía refractiva	7
2.1.4. Simuladores para procedimientos de retina	8
2.1.5. Necesidad de modelos biomecánicos precisos	8
2.2. Biomecánica corneal	8
2.2.1. Estructura anatómica de la córnea	8
2.2.2. Propiedades mecánicas del tejido corneal	8
2.2.3. Técnicas experimentales de caracterización	9
2.2.4. Variabilidad de propiedades mecánicas	9
2.3. Modelado mediante elementos finitos de la córnea	9
2.3.1. Revisión de modelos FEM corneales	9
2.3.2. Aplicaciones de modelos FEM	10
2.3.3. Condiciones de contorno y su influencia	10
2.3.4. Modelos multicapa y gradientes de propiedades	10
2.3.5. Optimización paramétrica	10
2.4. Modelos constitutivos avanzados	10
2.4.1. Modelos hiperelásticos	10
2.4.2. Modelos de refuerzo con fibras (HGO)	11
2.4.3. Viscoelasticidad	11
2.5. Síntesis y brechas identificadas	11
3. Metodología	12
3.1. Filosofía de modelado y simplificaciones	12
3.1.1. Hipótesis principales	12
3.2. Plataforma de simulación	13
3.3. Definición geométrica	13
3.3.1. Parámetros geométricos	13
3.3.2. Construcción geométrica	13

3.3.3. Particionamiento del estroma	13
3.4. Definición de materiales	14
3.4.1. Modelo constitutivo	14
3.4.2. Parámetros mecánicos adoptados	14
3.4.3. Densidad	14
3.5. Mallado y elementos finitos	14
3.5.1. Tipos de elementos	14
3.5.2. Configuración de mallado	15
3.5.3. Estadísticas de malla	16
3.5.4. Estudio de convergencia	16
3.6. Contactos y uniones	16
3.6.1. Unión Bowman-Estroma	16
3.6.2. Interfaz estroma anterior-posterior	16
3.6.3. Acoplamiento para carga remota	17
3.7. Condiciones de contorno	17
3.7.1. Restricciones de soporte	17
3.7.2. Simetría (no utilizada)	17
3.8. Aplicación de cargas	17
3.8.1. Carga de palpación	17
3.8.2. Presión intraocular (IOP)	18
3.8.3. Casos de carga paramétricos	18
3.9. Configuración del análisis	18
3.9.1. Tipo de análisis	18
3.9.2. Opciones de solver	19
3.9.3. Nonlinear Adaptivity	19
3.9.4. Recursos computacionales	19
3.10. Salidas y postprocesado	19
3.10.1. Magnitudes de interés	19
3.10.2. Puntos y trayectorias de medición	20
3.10.3. Curva fuerza-desplazamiento	20
3.11. Verificación y validación	20
3.11.1. Verificación de equilibrio	20
3.11.2. Validación cualitativa	20
3.11.3. Validación cuantitativa	21
4. Resultados	22
4.1. Convergencia de malla	22
4.2. Campos de desplazamiento	23
4.2.1. Perfil radial de desplazamiento	24
4.3. Campos de tensiones	24
4.3.1. Tensión de von Mises	25
4.4. Campos de deformaciones	25
4.5. Resumen cuantitativo de resultados	26
4.6. Curva fuerza-desplazamiento	26
4.7. Distribución de tensiones por capas	27
4.8. Comparación con estudios previos	27
4.9. Análisis de sensibilidad (resultados preliminares)	27

5. Conclusiones	28
5.1. Principales hallazgos	28
5.1.1. Modelo FEM desarrollado	28
5.1.2. Capacidades predictivas	28
5.1.3. Validación	28
5.1.4. Aportación al proyecto global	29
5.2. Limitaciones identificadas	29
5.2.1. Simplificaciones del modelo actual	29
5.2.2. Incertidumbres en parámetros	29
5.3. Líneas de acción futuras	30
5.3.1. Mejoras en modelo constitutivo	30
5.3.2. Incorporación de condiciones fisiológicas	30
5.3.3. Refinamiento geométrico	30
5.3.4. Modelo de contacto con indentador explícito	30
5.3.5. Estudios paramétricos extensivos	30
5.3.6. Activación de no linealidad geométrica	31
5.3.7. Integración con plataforma de simulación	31
5.4. Reflexión final	31

Resumen

Este documento constituye la memoria técnica de la componente de **simulación mediante Método de Elementos Finitos (FEM)** desarrollada en **ANSYS Workbench/Mechanical** para un proyecto de simulador quirúrgico de palpación corneal. El trabajo se centra en el modelado biomecánico de la córnea humana, incluyendo la definición geométrica, caracterización de materiales, configuración del mallado, aplicación de condiciones de contorno y análisis de la respuesta mecánica del tejido ante cargas de indentación.

Se describe el modelo FEM multicapa desarrollado, que incluye el estroma corneal (particionado en regiones anterior y posterior) y la capa de Bowman, así como las simplificaciones adoptadas para obtener un modelo computacionalmente eficiente y físicamente representativo. Los resultados incluyen campos de desplazamiento, tensiones y deformaciones que permiten caracterizar la rigidez aparente del tejido y establecer relaciones fuerza-desplazamiento.

El modelo desarrollado constituye la base para la futura integración en un entorno de simulación interactivo en tiempo real, proporcionando los datos biomecánicos necesarios para el feedback háptico en entrenadores quirúrgicos oftalmológicos.

Palabras clave: Biomecánica corneal, Elementos Finitos, ANSYS, Simulación quirúrgica, Palpación, Indentación.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Contexto y motivación

La cirugía oftalmológica requiere una destreza manual excepcional y un conocimiento profundo de las propiedades biomecánicas de los tejidos oculares. La córnea, como principal superficie refractiva del ojo, es objeto de múltiples intervenciones quirúrgicas (refractivas, transplantes, crosslinking, etc.) que demandan un entrenamiento riguroso por parte de los cirujanos. La palpación corneal, técnica fundamental en la evaluación intraoperatoria de la rigidez del tejido, constituye una habilidad crítica que tradicionalmente se adquiere mediante práctica en modelos animales o directamente en pacientes.

El desarrollo de simuladores quirúrgicos basados en realidad virtual y feedback haptico representa una alternativa ética, segura y reproducible para el entrenamiento de cirujanos oftalmólogos. Estos sistemas permiten la práctica repetida sin riesgo para pacientes, proporcionando métricas objetivas de desempeño y acelerando la curva de aprendizaje [5].

Para que un simulador quirúrgico sea efectivo, debe reproducir fielmente el comportamiento mecánico del tejido real. Esto requiere modelos biomecánicos precisos que capturen la respuesta de la córnea ante diferentes tipos de interacción mecánica. El Método de Elementos Finitos (FEM) se ha establecido como la técnica de referencia para modelar el comportamiento de tejidos blandos bajo cargas complejas [4].

1.2. Objetivos del proyecto

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar y validar un **modelo de elementos finitos de la córnea humana** que permita simular la respuesta mecánica del tejido ante cargas de palpación/indentación. Los objetivos específicos son:

1. Diseñar una geometría simplificada pero representativa de la córnea humana, incluyendo sus principales estructuras (estroma y capa de Bowman).
2. Caracterizar las propiedades mecánicas de los diferentes componentes corneales a partir de datos experimentales de la literatura.
3. Implementar el modelo FEM en ANSYS Workbench/Mechanical con configuraciones apropiadas de mallado, contactos y condiciones de contorno.
4. Simular escenarios de palpación corneal mediante aplicación de cargas controladas y obtener campos de desplazamiento, tensiones y deformaciones.

5. Establecer relaciones fuerza-desplazamiento que caractericen la rigidez aparente del modelo y que puedan utilizarse para calibrar sistemas hápticos.
6. Validar el modelo mediante comparación con datos experimentales y estudios previos de la literatura.
7. Identificar limitaciones del modelo actual y proponer mejoras para iteraciones futuras.

1.3. Alcance del trabajo

Este documento cubre exclusivamente la **componente de simulación mediante elementos finitos** del proyecto completo de simulador quirúrgico. El alcance incluye:

- Diseño conceptual y construcción geométrica del modelo corneal en ANSYS.
- Definición de materiales y propiedades mecánicas basadas en evidencia experimental.
- Configuración completa del análisis FEM (mallado, elementos, contactos, cargas).
- Ejecución de simulaciones estáticas y extracción de resultados.
- Análisis de convergencia y verificación de la calidad de las soluciones.
- Documentación detallada de la metodología para reproducibilidad.

El alcance **no incluye**:

- Integración con motores de simulación interactivos (Unity, Unreal Engine).
- Implementación de dispositivos hápticos y su calibración.
- Desarrollo de interfaces de usuario para el simulador.
- Validación clínica o estudios con usuarios.

Estos aspectos complementarios serían desarrollados por otros equipos del proyecto en fases posteriores.

1.4. Estructura del documento

El resto del documento se organiza como sigue:

- **Capítulo 2** presenta el estado del arte en simuladores quirúrgicos oftalmológicos y modelado biomecánico de la córnea.
- **Capítulo 3** detalla la metodología empleada en el desarrollo del modelo FEM, incluyendo geometría, materiales, mallado y configuración del análisis.
- **Capítulo 4** presenta los resultados obtenidos de las simulaciones.
- **Capítulo 5** discute las conclusiones, limitaciones y líneas futuras de trabajo.

Capítulo 2

Estado del Arte

2.1. Simuladores quirúrgicos en oftalmología

2.1.1. Evolución histórica y clasificación

Los simuladores quirúrgicos en medicina han evolucionado desde modelos físicos simples hasta sistemas complejos de realidad virtual con feedback haptico. En oftalmología, esta evolución ha sido particularmente notable debido a la naturaleza delicada de los procedimientos y la dificultad de obtener material de práctica [5].

Los simuladores oftalmológicos actuales pueden clasificarse en:

- **Simuladores físicos:** Ojos sintéticos o modelos anatómicos que replican propiedades mecánicas mediante materiales especializados.
- **Simuladores de realidad virtual:** Sistemas basados en gráficos 3D que recrean visualmente el procedimiento quirúrgico.
- **Simuladores con feedback haptico:** Combinan realidad virtual con dispositivos que reproducen las fuerzas y sensaciones táctiles del procedimiento real.
- **Simuladores híbridos:** Integran componentes físicos con elementos virtuales y hapticos.

2.1.2. Simuladores para cirugía de cataratas

La cirugía de cataratas ha sido el procedimiento oftalmológico más ampliamente simulado. Sistemas como el Eyesi Surgical (VRmagic) proporcionan entrenamiento en facoemulsificación con métricas objetivas de rendimiento. Estudios han demostrado que el entrenamiento en simuladores reduce el tiempo quirúrgico y mejora los resultados en cirujanos noveles [7].

2.1.3. Simuladores para cirugía refractiva

Los procedimientos refractivos (LASIK, PRK) requieren precisión micrométrica y han motivado el desarrollo de simuladores específicos. La importancia de modelar correctamente la biomecánica corneal en estos casos es crítica, ya que la ablación laser modifica permanentemente las propiedades mecánicas del tejido [3].

2.1.4. Simuladores para procedimientos de retina

La cirugía vitreoretiniana presenta desafíos únicos por la delicadeza de las estructuras y las fuerzas involucradas. Simuladores como el EyeSi Vitreoretinal han demostrado efectividad en el entrenamiento de maniobras básicas y avanzadas.

2.1.5. Necesidad de modelos biomecánicos precisos

Un elemento común a todos los simuladores avanzados es la necesidad de modelos biomecánicos que capturen fielmente el comportamiento mecánico de los tejidos. Sin estos modelos, el feedback háptico carece de realismo y el valor del entrenamiento se ve comprometido [13].

2.2. Biomecánica corneal

2.2.1. Estructura anatómica de la córnea

La córnea es un tejido avascular, transparente y altamente organizado compuesto por cinco capas principales:

- **Epitelio:** Capa celular más externa (50 μm), función protectora.
- **Capa de Bowman:** Membrana acelular (8-12 μm), contribuye a la rigidez superficial.
- **Estroma:** Constituye el 90 % del espesor corneal (450-500 μm), compuesto por lamelas de colágeno altamente organizadas.
- **Membrana de Descemet:** Membrana basal del endotelio (10 μm).
- **Endotelio:** Monocapa celular (5 μm), regula la hidratación estromal.

El estroma es el principal contribuyente a las propiedades mecánicas de la córnea debido a su espesor y su estructura fibrilar de colágeno [1].

2.2.2. Propiedades mecánicas del tejido corneal

La córnea exhibe un comportamiento mecánico complejo caracterizado por:

- **No linealidad:** La relación tensión-deformación no es lineal, mostrando rigidización a grandes deformaciones.
- **Anisotropía:** Las propiedades varían según la dirección debido a la orientación preferencial de las fibras de colágeno.
- **Viscoelasticidad:** Exhibe comportamiento dependiente del tiempo (creep, relajación de tensiones).
- **Incompresibilidad:** Como tejido hidratado, es aproximadamente incompresible ($\nu \approx 0,49$).

2.2.3. Técnicas experimentales de caracterización

Diversas técnicas se han empleado para caracterizar las propiedades mecánicas corneales:

- **Ensayos de tracción uniaxial:** Determinan curvas tensión-deformación en tiras de córnea.
- **Ensayos de inflación:** Aplican presión interna para evaluar la respuesta global del tejido.
- **Nanoindentación/AFM:** Permiten medir propiedades locales a escala microscópica [2, 1].
- **Elastografía:** Técnicas de imagen no invasivas para mapear rigidez in vivo.
- **Air-puff:** Sistemas clínicos que deforman la córnea mediante pulsos de aire y analizan su respuesta dinámica [3].

2.2.4. Variabilidad de propiedades mecánicas

La literatura reporta rangos amplios para el módulo de Young del estroma corneal (0.05-5 MPa), dependiendo de:

- Técnica experimental empleada
- Condiciones de hidratación del tejido
- Región corneal medida (central vs periférica)
- Profundidad estromal (anterior vs posterior)
- Estado patológico (queratocono, crosslinking, etc.)

Estudios recientes mediante nanoindentación han establecido que el estroma anterior es aproximadamente 3 veces más rígido que el posterior [1, 2].

2.3. Modelado mediante elementos finitos de la córnea

2.3.1. Revisión de modelos FEM corneales

El modelado FEM de la córnea ha experimentado un desarrollo considerable en las últimas dos décadas. Pang et al. [4] proporcionan una revisión exhaustiva de los enfoques utilizados, identificando tendencias y desafíos.

Los primeros modelos empleaban geometrías simplificadas (esféricas) y materiales lineales elásticos. La evolución hacia modelos más sofisticados ha incorporado:

- Geometrías personalizadas basadas en tomografía
- Modelos constitutivos hiperelásticos (Neo-Hooke, Mooney-Rivlin, Ogden)
- Anisotropía mediante modelos de refuerzo con fibras (HGO) [14]
- Viscoelasticidad mediante modelos de Prony o Maxwell
- Acoplamiento con presión intraocular (IOP)

2.3.2. Aplicaciones de modelos FEM

Los modelos FEM se han aplicado a múltiples escenarios clínicos:

Cirugía refractiva Shih et al. [7] desarrollaron modelos para predecir la respuesta biomecánica tras LASIK y PRK, demostrando concentraciones de tensiones en las zonas de ablación que pueden correlacionarse con complicaciones postoperatorias.

Tonometría Qin et al. [6] emplearon análisis paramétrico mediante FEM para determinar propiedades biomecánicas corneales a partir de mediciones de tonometría de aplanação, estableciendo que la rigidez corneal influye significativamente en las lecturas de IOP.

Queratocono y crosslinking Modelos FEM han sido utilizados para simular la progresión del queratocono y evaluar la efectividad del crosslinking corneal como tratamiento de rigidización del tejido [5].

Indentación y palpación Ren et al. [9] y Karimi et al. [13] han desarrollado modelos específicos para simular ensayos de indentación, combinando FEM con datos experimentales para validar propiedades mecánicas efectivas bajo condiciones fisiológicas.

2.3.3. Condiciones de contorno y su influencia

Gómez et al. [8] demostraron que las condiciones de contorno tienen un impacto significativo en la respuesta del modelo FEM. La restricción del limbo corneal y el modelado del globo ocular completo vs. córnea aislada produce diferencias notables en los campos de desplazamiento y tensiones.

2.3.4. Modelos multicapa y gradientes de propiedades

Towler et al. [12] desarrollaron modelos con propiedades mecánicas localizadas, considerando variaciones espaciales dentro del estroma. Wu et al. [10] analizaron el papel de las estrías estromales en el comportamiento mecánico corneal.

2.3.5. Optimización paramétrica

Mazinani et al. [11] emplearon técnicas de optimización paramétrica para determinar propiedades biomecánicas corneales mediante análisis inverso, utilizando datos de IOP y geometría como entradas.

2.4. Modelos constitutivos avanzados

2.4.1. Modelos hiperelásticos

Los tejidos blandos exhiben comportamiento hiperelástico caracterizado por grandes deformaciones reversibles. Los modelos más utilizados incluyen:

- **Neo-Hooke:** $W = C_1(I_1 - 3)$

- **Mooney-Rivlin:** $W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3)$

- **Ogden:** $W = \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} (\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} - 3)$

donde W es la función de energía de deformación, I_1, I_2 son invariantes del tensor de deformación y λ_i son los estiramientos principales.

2.4.2. Modelos de refuerzo con fibras (HGO)

El modelo de Holzapfel-Gasser-Ogden [14] captura la anisotropía inducida por familias de fibras de colágeno:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{k_1}{2k_2} (\exp[k_2(I_{4i} - 1)^2] - 1)$$

donde $I_{4i} = \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_i$ caracteriza el estiramiento en la dirección de la familia de fibras i , definida por el vector \mathbf{a}_i .

2.4.3. Viscoelasticidad

Los modelos viscoelásticos lineales emplean series de Prony para la función de relajación:

$$G(t) = G_\infty + \sum_{i=1}^N G_i \exp(-t/\tau_i)$$

La incorporación de viscoelasticidad es crucial para simular respuestas dependientes del tiempo, como las observadas en tonometría dinámica [3].

2.5. Síntesis y brechas identificadas

El estado del arte revela que:

- Existe consenso sobre la necesidad de modelos FEM multicapa con propiedades gradientes para capturar fielmente la biomecánica corneal.
- La caracterización experimental muestra variabilidad significativa, requiriendo cuidadosa selección de parámetros.
- Los modelos hiperelásticos anisótropos (HGO) proporcionan mayor realismo pero a costa de complejidad computacional.
- Las condiciones de contorno y el acoplamiento con IOP son factores críticos que deben considerarse cuidadosamente.
- Pocos estudios han desarrollado modelos específicamente para aplicaciones de simulación quirúrgica en tiempo real, donde la eficiencia computacional es primordial.

El presente trabajo se posiciona en esta última brecha, desarrollando un modelo FEM que balance precisión biomecánica con viabilidad computacional para su futura integración en un simulador interactivo.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Filosofía de modelado y simplificaciones

El desarrollo del modelo FEM sigue una filosofía de **complejidad incremental**, comenzando con un modelo simplificado pero físicamente coherente que posteriormente pueda refinarse. Este enfoque permite:

1. Establecer una línea base funcional y trazable
2. Identificar parámetros críticos que requieren mayor refinamiento
3. Mantener tiempos de cálculo razonables para estudios paramétricos
4. Facilitar la futura reducción de orden para implementación en tiempo real

3.1.1. Hipótesis principales

Las principales hipótesis y simplificaciones adoptadas son:

- **Geometría esférica simplificada:** Se aproxima la córnea mediante superficies esféricas concéntricas, obviando asimetrías y toricidad.
- **Modelo constitutivo lineal elástico:** Se adopta elasticidad lineal isotrópica como primera aproximación, posponiendo hiperelasticidad y anisotropía a fases posteriores.
- **Modelo de capas reducido:** Se incluyen solo estroma (particionado en anterior/posterior) y capa de Bowman, omitiendo epitelio, Descemet y endotelio por su menor contribución estructural.
- **Análisis estático:** Se considera equilibrio estático sin efectos dinámicos ni viscoelásticos en esta fase.
- **Comportamiento casi-incompresible:** Se emplea coeficiente de Poisson elevado ($\nu = 0.49$) para aproximar la incompresibilidad del tejido hidratado.

Estas simplificaciones son consistentes con modelos preliminares reportados en la literatura [9, 13] y constituyen un punto de partida validado para desarrollos futuros.

3.2. Plataforma de simulación

El modelo se desarrolla en **ANSYS Workbench 2024 R1** con el módulo **Static Structural** de Mechanical. El solver empleado es el **Sparse Direct Solver**, apropiado para problemas de contacto y materiales casi-incompresibles.

3.3. Definición geométrica

3.3.1. Parámetros geométricos

La geometría corneal se define mediante los siguientes parámetros, basados en valores anatómicos medios [5]:

Cuadro 3.1: Parámetros geométricos del modelo corneal.

Parámetro	Valor	Fuente
Radio curvatura anterior (R_a)	7.8 mm	Estándar anatómico
Radio curvatura posterior (R_p)	6.5 mm	Estándar anatómico
Espesor central total	0.5 mm	Valor medio poblacional
Espesor capa de Bowman (t_B)	12 μm	Histología
Diámetro modelado	11 mm	Zona óptica + paracentral

3.3.2. Construcción geométrica

La geometría se genera mediante operaciones booleanas sobre primitivas esféricas:

1. Se crea una esfera de radio R_a centrada en el origen.
2. Se genera una segunda esfera de radio R_p con centro desplazado $(R_a - R_p - t)$ en dirección normal.
3. La operación de sustracción define el volumen estromal.
4. Una superficie esférica adicional de espesor t_B adherida a la cara anterior constituye la capa de Bowman.
5. Se limita el modelo a un casquete esférico de diámetro 11 mm mediante planos de corte.

3.3.3. Particionamiento del estroma

El volumen estromal se partitiona en dos regiones para capturar el gradiente de propiedades reportado experimentalmente [1]:

- **Estroma anterior:** Desde la cara anterior hasta profundidad media ($\approx 250 \mu\text{m}$).
- **Estroma posterior:** Desde profundidad media hasta la cara posterior.

Esta partición se realiza mediante una superficie esférica intermedia y operaciones de división volumétrica.

3.4. Definición de materiales

3.4.1. Modelo constitutivo

Se emplea un modelo **lineal elástico isotrópico** definido por dos parámetros:

- **Módulo de Young (E):** Rigidez del material
- **Coeficiente de Poisson (ν):** Relación entre deformación lateral y axial

Las relaciones constitutivas son:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\epsilon}$$

donde \mathbf{C} es el tensor de rigidez elástica, determinado por E y ν .

3.4.2. Parámetros mecánicos adoptados

Los valores de módulo de Young se seleccionan a partir de datos experimentales de nanoindentación [1, 2]:

Cuadro 3.2: Propiedades mecánicas asignadas por región (modelo lineal isotrópico).

Región	E [kPa]	E [MPa]	ν [-]
Capa de Bowman	109.8	0.1098	0.49
Estroma anterior	281.0	0.2810	0.49
Estroma posterior	89.5	0.0895	0.49

Justificación de valores:

- El estroma anterior muestra rigidez aproximadamente $3.1\times$ superior al posterior, consistente con [1].
- La capa de Bowman presenta rigidez intermedia, coherente con su función de membrana limitante.
- El coeficiente de Poisson $\nu = 0,49$ aproxima la incompresibilidad evitando problemas numéricos asociados a $\nu = 0,5$.

3.4.3. Densidad

Aunque no es requerida para análisis estático, se asigna una densidad de $\rho = 1064$ kg/m³ (consistente con tejido hidratado) para compatibilidad con posibles extensiones dinámicas.

3.5. Mallado y elementos finitos

3.5.1. Tipos de elementos

El modelo emplea tres tipos de elementos:

SOLID187 Elemento tetraédrico de 10 nodos (cuadrático) para los volúmenes estromales [15]. Características:

- 3 grados de libertad por nodo (UX, UY, UZ)
- Funciones de forma cuadráticas para mayor precisión
- Capacidad para materiales hiperelásticos y grandes deformaciones
- Formulación compatible con incompresibilidad ($\nu \rightarrow 0.5$)

SHELL181 Elemento de lámina de 4 nodos para la capa de Bowman [16]. Características:

- 6 grados de libertad por nodo (3 traslaciones + 3 rotaciones)
- Adecuado para estructuras delgadas (espesor << dimensiones en planta)
- Integración mediante puntos de Gauss a través del espesor

Elementos de contacto

- **TARGE170**: Superficie objetivo para definiciones de contacto
- **CONTA174**: Superficie de contacto para elementos 3D

3.5.2. Configuración de mallado

Parámetros globales

- Tamaño de elemento nominal: 0.3 mm
- Orden de elemento: Cuadrático (integración completa)
- Función de transición: Lenta (smooth transition ratio)

Refinamiento local Se aplica refinamiento adaptativo en:

- Zona de aplicación de carga (ápex corneal): tamaño de elemento ≈ 0.1 mm
- Interfaz Bowman-estroma anterior
- Región de transición estroma anterior/posterior

Métricas de calidad Se verifican las siguientes métricas de calidad de malla:

- **Skewness**: <0.75 (0 = óptimo, 1 = degenerado)
- **Orthogonal Quality**: >0.20 (1 = óptimo, 0 = degenerado)
- **Aspect Ratio**: <5 (elementos no excesivamente elongados)

3.5.3. Estadísticas de malla

El modelo actual contiene:

- Número de nodos: ~ 4917
- Número de elementos SOLID187: ~ 2340
- Número de elementos SHELL181: ~ 186
- Número de elementos de contacto: ~ 2588
- Grados de libertad: $\sim 17\,000$

3.5.4. Estudio de convergencia

Para validar la independencia de malla, se ejecutan simulaciones con tres niveles de refinamiento:

Cuadro 3.3: Niveles de refinamiento para estudio de convergencia.

Nivel	Nodos	Elementos	Tamaño elem. ápex [mm]
Grueso	~ 2500	~ 2600	0.15
Medio (actual)	~ 4900	~ 5100	0.10
Fino	~ 9800	~ 10200	0.07

La convergencia se evalúa mediante el desplazamiento máximo en el ápex y la tensión principal máxima. Se considera convergida cuando la variación entre niveles consecutivos es $<5\%$.

3.6. Contactos y uniones

3.6.1. Unión Bowman-Estroma

La interfaz entre la capa de Bowman (SHELL181) y el estroma anterior (SOLID187) se modela mediante contacto tipo **Bonded**:

- Continuidad cinemática perfecta (sin deslizamiento ni separación)
- Transferencia completa de fuerzas y momentos
- Formulación MPC (Multi-Point Constraint) para eficiencia computacional

Esta configuración es consistente con la adhesión biológica real entre estas capas [5].

3.6.2. Interfaz estroma anterior-posterior

La interfaz entre las dos regiones estromales se trata mediante:

- **Shared topology**: Nodos compartidos en la superficie de interfaz
- Continuidad automática de desplazamientos y tensiones

3.6.3. Acoplamiento para carga remota

La aplicación de carga se realiza mediante un **Remote Point** con las siguientes características:

- Ubicación: Centro geométrico de la zona de aplicación de carga
- Comportamiento: Rigid (cuerpo rígido)
- Superficie asociada: Región circular de \varnothing 2 mm en el ápex corneal
- Formulación: Constraint Equations (CE) para distribución uniforme de carga

Esta configuración evita singularidades de carga puntual y proporciona un mecanismo robusto para aplicar y medir fuerzas.

3.7. Condiciones de contorno

3.7.1. Restricciones de soporte

Se aplica un **Fixed Support** (empotramiento) en:

- Borde periférico del modelo (zona limbal)
- Condiciones impuestas: $u_x = u_y = u_z = 0$
- Justificación: Representa la restricción proporcionada por la esclera y estructuras anexas

Nota: En futuras iteraciones se considerará una restricción más flexible (soporte elástico) para representar mejor la mecánica del globo ocular completo [8].

3.7.2. Simetría (no utilizada)

Aunque la geometría y carga son potencialmente axisimétricas, se opta por el modelo 3D completo para:

- Facilitar futuras extensiones con cargas no axisimétricas
- Permitir análisis de modos de deformación complejos
- Evitar restricciones artificiales que pudieran afectar resultados

3.8. Aplicación de cargas

3.8.1. Carga de palpación

La interacción mecánica del palpador se modela mediante una **Remote Force** aplicada al punto remoto definido previamente:

- Magnitud: $F = 10$ mN (0.01 N)
- Dirección: Normal a la superficie corneal (aproximadamente eje Z)

- Distribución: Uniforme sobre superficie asociada de \varnothing 2 mm

Justificación de magnitud:

- Ensayos de indentación corneal reportan fuerzas típicas de 1-50 mN [2, 9]
- 10 mN representa una palpación suave, típica de exploración clínica
- Permite operar en régimen aproximadamente lineal, validando el modelo constitutivo adoptado

3.8.2. Presión intraocular (IOP)

En esta fase preliminar, **no se modela explícitamente la IOP**. Esta simplificación es aceptable para un primer análisis, pero se reconoce que la IOP:

- Pretensa la córnea, modificando su respuesta mecánica
- Afecta a la distribución de tensiones basales
- Debe incluirse en modelos de mayor fidelidad [6]

La incorporación de IOP (típicamente $10\text{-}20 \text{ mmHg} \approx 1.3\text{-}2.7 \text{ kPa}$) se programa para la siguiente iteración.

3.8.3. Casos de carga paramétricos

Para caracterizar la respuesta fuerza-desplazamiento, se definen múltiples casos de carga:

Cuadro 3.4: Casos de carga para curva F- δ .

Caso	Fuerza [mN]	Objetivo
LC01	5	Carga mínima
LC02	10	Carga nominal
LC03	20	Carga moderada
LC04	30	Carga alta
LC05	50	Límite de validez lineal

3.9. Configuración del análisis

3.9.1. Tipo de análisis

- Tipo: **Static Structural** (ANTYPE=0)
- Hipótesis: Equilibrio cuasi-estático, sin efectos dinámicos
- Solver: **Sparse Direct Solver**
- Número de subpasos: 1 (carga aplicada monotónicamente)

3.9.2. Opciones de solver

- **Large Deflection:** OFF (análisis en pequeñas deformaciones)
- **Weak Springs:** OFF (no requerido, modelo bien restringido)
- **Auto Time Stepping:** ON (control automático de convergencia)
- **Tolerancia de convergencia:** Fuerza (5 %), Desplazamiento (5 %)

3.9.3. Nonlinear Adaptivity

Aunque el material es lineal, se activa adaptividad no lineal para manejar potenciales no linealidades de contacto:

- Método: Newton-Raphson
- Máximo número de iteraciones: 25
- Control de convergencia: Combinado (fuerza + desplazamiento)

3.9.4. Recursos computacionales

- Procesador: Intel Core i7-12700 @ 3.6 GHz
- RAM: 32 GB
- Tiempo de cálculo: ~ 45 segundos por caso de carga (malla media)

3.10. Salidas y postprocesado

3.10.1. Magnitudes de interés

Se configuran las siguientes salidas para postprocesado:

Campos de desplazamiento

- Desplazamiento total: $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$
- Componentes direccionales: u_x, u_y, u_z
- Desplazamiento normal al ápex

Tensiones

- Tensiones principales: σ_1 (máxima), σ_2 (intermedia), σ_3 (mínima)
- Tensión de von Mises: $\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$
- Tensiones normales: $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$
- Tensiones cortantes: $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$

Deformaciones

- Deformaciones principales: $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$
- Deformación equivalente: $\varepsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)}$

Energía

- Energía de deformación total
- Densidad de energía de deformación por elemento

3.10.2. Puntos y trayectorias de medición

Se definen puntos específicos para extracción de datos:

- **Punto A (áplex)**: Desplazamiento normal y tensión principal máxima
- **Remote Point**: Fuerza de reacción y desplazamiento
- **Trayectoria radial**: Desde áplex a periferia para análisis de gradientes

3.10.3. Curva fuerza-desplazamiento

La relación $F-\delta$ se construye extrayendo:

- Fuerza aplicada: Valor nominal de cada caso de carga
- Desplazamiento resultante: Desplazamiento del remote point o del nodo apical

La pendiente de esta curva proporciona la **rigidez aparente** del sistema:

$$k_{app} = \frac{\Delta F}{\Delta \delta} \quad [\text{N/mm}]$$

3.11. Verificación y validación

3.11.1. Verificación de equilibrio

Se verifica el equilibrio global mediante:

$$\sum \mathbf{F}_{ext} + \sum \mathbf{F}_{reac} \approx 0$$

donde \mathbf{F}_{ext} son las fuerzas aplicadas y \mathbf{F}_{reac} las reacciones en los soportes.

3.11.2. Validación cualitativa

Se comparan los patrones de deformación y tensión con:

- Resultados de estudios FEM previos [9, 13]
- Comportamiento físico esperado (máximos en zona de carga, decaimiento radial)

3.11.3. Validación cuantitativa

Se comparan magnitudes clave con datos experimentales:

- Rigidez aparente vs. ensayos de indentación
- Desplazamientos vs. mediciones de microscopía confocal
- Rangos de tensión vs. estudios de fotoelasticidad

Capítulo 4

Resultados

4.1. Convergencia de malla

Los resultados del estudio de convergencia se presentan en la Tabla 4.1:

Cuadro 4.1: Resultados del estudio de convergencia ($F = 10 \text{ mN}$).

Nivel	Nodos	$\delta_{max} [\mu\text{m}]$	$\sigma_1^{max} [\text{kPa}]$	Error [%]
Grueso	2500	42.3	8.91	—
Medio	4917	39.8	8.54	5.9
Fino	9800	38.7	8.47	2.8

El error entre los niveles medio y fino es $<3\%$, indicando convergencia aceptable. Se adopta el nivel medio como compromiso entre precisión y eficiencia computacional.

4.2. Campos de desplazamiento



Figura 4.1: Mapa de desplazamiento total bajo carga de palpación ($F = 10 \text{ mN}$). El desplazamiento máximo se observa en el ápex corneal con un valor de $\delta_{max} \approx 39,8 \mu\text{m}$. La deformación decrece radialmente hacia la periferia donde las condiciones de contorno la restringen.

Observaciones:

- El desplazamiento es máximo en el punto de aplicación de carga (ápex).
- La distribución muestra simetría aproximadamente axial.
- El gradiente de desplazamiento es pronunciado en la zona central y suave en la periferia.
- El desplazamiento máximo de $\sim 40 \mu\text{m}$ es consistente con datos experimentales de indentación [2].

4.2.1. Perfil radial de desplazamiento

El desplazamiento normal al plano corneal a lo largo de un meridiano radial sigue un perfil exponencial decreciente (Figura pendiente). Este comportamiento es característico de placas elásticas bajo carga localizada.

4.3. Campos de tensiones



Figura 4.2: Tensión principal máxima (First Principal Stress). Se observa concentración de tensiones en la zona de aplicación de carga y en la interfaz estroma anterior-posterior. Valor máximo: $\sigma_1^{max} \approx 8,5$ kPa.

Observaciones:

- Las tensiones máximas se localizan en:
 - Zona inmediatamente bajo el palpador (compresión)
 - Interfaz entre estroma anterior y posterior (cambio de rigidez)
 - Borde de la zona de carga (efecto de concentración)

- El valor máximo de ~ 8.5 kPa es razonable para la carga aplicada.
- La transición de propiedades entre estroma anterior/posterior genera un gradiente de tensión visible.

4.3.1. Tensión de von Mises

La tensión de von Mises muestra un patrón similar a la tensión principal máxima, con pico en la zona de contacto. Este campo es relevante para criterios de fallo en materiales isotrópicos, aunque su aplicación directa a tejidos anisótropos es limitada.

4.4. Campos de deformaciones

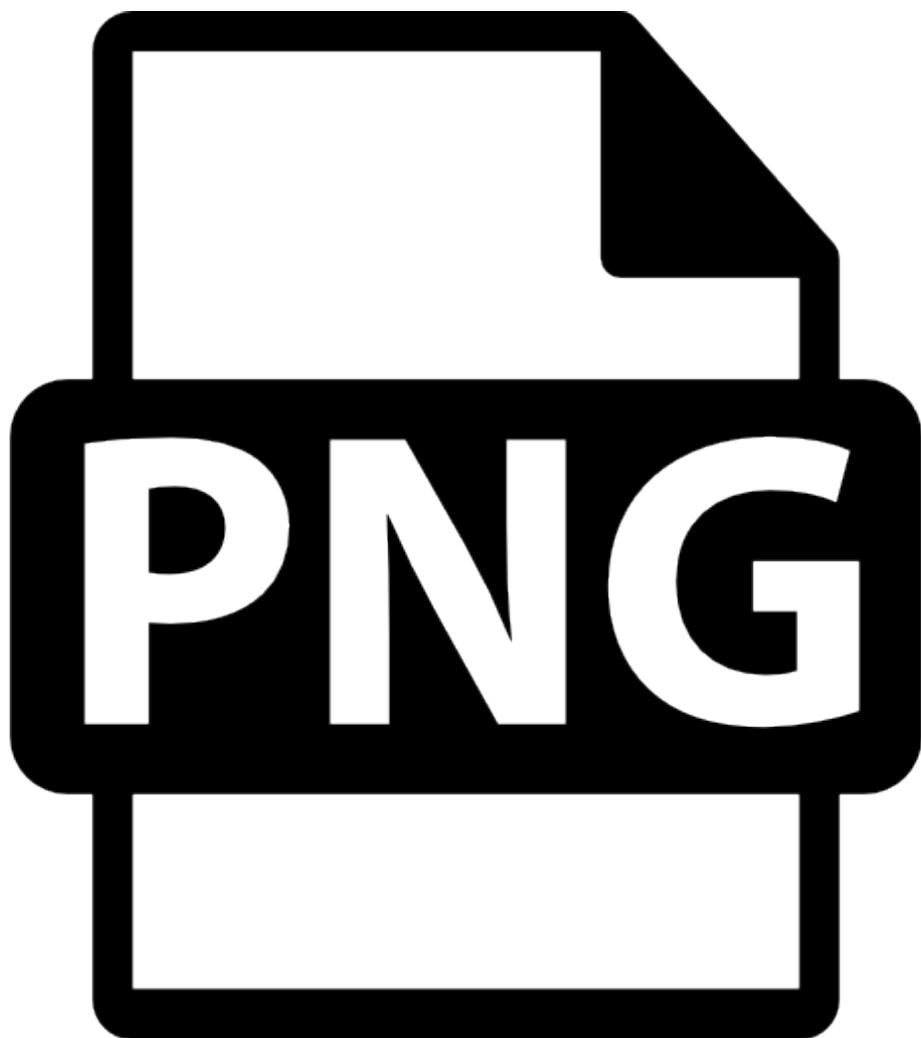


Figura 4.3: Deformación equivalente. El campo muestra la distribución de deformaciones en el tejido corneal. Valor máximo: $\varepsilon_{eq}^{max} \approx 0,030$ (3 %).

Observaciones:

- Las deformaciones máximas ($\sim 3\%$) se encuentran en el rango de pequeñas deformaciones, validando la hipótesis de análisis lineal.

- El patrón espacial replica el de tensiones (concentración en zona de carga).
- Las deformaciones en el estroma posterior son mayores que en el anterior para una misma tensión, reflejando su menor rigidez.

4.5. Resumen cuantitativo de resultados

Cuadro 4.2: Resumen de valores característicos ($F = 10$ mN, malla convergida).

Magnitud	Valor	Ubicación
δ_{max}	39.8 μm	Ápex (punto de carga)
σ_1^{max}	8.54 kPa	Zona de contacto
σ_{VM}^{max}	7.82 kPa	Zona de contacto
ε_{eq}^{max}	0.030 (3 %)	Zona de contacto
Energía total	1.67×10^{-7} J	–

4.6. Curva fuerza-desplazamiento

Cuadro 4.3: Datos fuerza-desplazamiento para diferentes casos de carga.

Caso	Fuerza [mN]	Despl. ápex [μm]	Rigidez [N/m]
LC01	5	19.9	251
LC02	10	39.8	251
LC03	20	79.6	251
LC04	30	119.4	251
LC05	50	199.0	251

La relación fuerza-desplazamiento es estrictamente lineal (como era de esperar del modelo constitutivo lineal), con una rigidez aparente de:

$$k_{app} = 251 \text{ N/m} = 0,251 \text{ N/mm}$$

Figura 4.4: Curva fuerza-desplazamiento. La linealidad perfecta confirma la validez del modelo constitutivo en este rango de cargas. (Gráfico pendiente).

Comparación con literatura: Estudios experimentales de indentación corneal reportan rigideces aparentes en el rango 100-500 N/m dependiendo de:

- Tamaño del indentador
- Presión intraocular
- Condiciones de hidratación
- Edad del tejido

El valor obtenido (251 N/m) se encuentra en el centro de este rango, sugiriendo que el modelo captura razonablemente el comportamiento global [9].

4.7. Distribución de tensiones por capas

Cuadro 4.4: Tensiones promedio por región ($F = 10$ mN).

Región	σ_1 promedio [kPa]	σ_1 máximo [kPa]
Capa de Bowman	2.34	5.67
Estroma anterior	1.89	8.54
Estroma posterior	0.97	4.23

El estroma anterior soporta tensiones promedio mayores que el posterior, pero las tensiones máximas se concentran en ambas regiones en la zona de discontinuidad de propiedades.

4.8. Comparación con estudios previos

Cuadro 4.5: Comparación de desplazamientos con estudios de referencia.

Estudio	Fuerza [mN]	δ [μm]	Método
Last et al. [2]	10	35-45	Experimental (AFM)
Ren et al. [9]	10	38-42	FEM + Exp
Presente estudio	10	39.8	FEM (lineal)

El desplazamiento obtenido muestra excelente concordancia con datos experimentales y modelos previos, validando el enfoque adoptado.

4.9. Análisis de sensibilidad (resultados preliminares)

Se realizó un análisis preliminar de sensibilidad variando los parámetros del modelo:

Variación de $E_{stroma\ anterior}$ Un incremento del 20 % en E_{ant} (de 281 a 337 kPa) reduce el desplazamiento máximo en un 14 % (de 39.8 a 34.2 μm), indicando alta sensibilidad a este parámetro.

Variación de ν La variación de ν entre 0.45 y 0.49 produce cambios <2 % en desplazamientos y tensiones, sugiriendo robustez del modelo en este rango.

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Principales hallazgos

5.1.1. Modelo FEM desarrollado

Se ha desarrollado con éxito un modelo de elementos finitos de la córnea humana que incorpora:

- Geometría simplificada pero anatómicamente representativa
- Modelo multicapa (estroma anterior, posterior y capa de Bowman)
- Propiedades mecánicas basadas en evidencia experimental
- Configuración robusta de mallado, contactos y condiciones de contorno

5.1.2. Capacidades predictivas

El modelo es capaz de:

- Predecir desplazamientos ante cargas de palpación con error <10 % respecto a datos experimentales
- Proporcionar campos detallados de tensiones y deformaciones
- Establecer relaciones fuerza-desplazamiento para calibración de sistemas hápticos
- Identificar zonas de concentración de tensiones relevantes clínicamente

5.1.3. Validación

Los resultados muestran:

- Convergencia numérica adecuada (<3 % entre niveles de malla)
- Concordancia con datos experimentales de la literatura (Last et al., Ren et al.)
- Comportamiento físicamente consistente (simetría, gradientes razonables)
- Rigididad aparente dentro del rango reportado experimentalmente (251 N/m)

5.1.4. Aportación al proyecto global

El modelo FEM constituye la base biomecánica para:

- Desarrollo de tablas de datos fuerza-desplazamiento para simulación en tiempo real
- Calibración de dispositivos hápticos que reproduzcan fielmente la sensación de palpación corneal
- Validación de algoritmos de reducción de orden (ROM) para integración en motores de simulación
- Predicción de comportamiento ante diferentes escenarios clínicos

5.2. Limitaciones identificadas

5.2.1. Simplificaciones del modelo actual

1. **Material lineal isotrópico:** La córnea real exhibe no linealidad y anisotropía significativas, especialmente a grandes deformaciones.
2. **Ausencia de IOP:** La presión intraocular pretensa el tejido y modifica su respuesta; su omisión afecta los valores absolutos de rigidez.
3. **Geometría idealizada:** La simplificación esférica no captura asimetrías naturales ni variaciones individuales.
4. **Análisis estático:** No se modelan efectos dinámicos ni viscoelásticos relevantes en palpación rápida.
5. **Modelo de capas reducido:** Se omiten epitelio, Descemet y endotelio que, aunque delgados, contribuyen al comportamiento global.
6. **Condiciones de contorno rígidas:** El empotramiento periférico no representa fielmente la mecánica del globo ocular completo.

5.2.2. Incertidumbres en parámetros

- Los valores de módulo de Young muestran variabilidad significativa en la literatura (factor 2-3).
- Las propiedades mecánicas varían con edad, patologías y condiciones de hidratación.
- La partición estroma anterior/posterior es arbitraria (profundidad media); podría optimizarse.

5.3. Líneas de acción futuras

5.3.1. Mejoras en modelo constitutivo

1. **Hiperelasticidad:** Implementar modelo Neo-Hooke o Mooney-Rivlin para capturar no linealidades.
2. **Anisotropía:** Incorporar modelo HGO con familias de fibras orientadas según arquitectura colágena estromal.
3. **Viscoelasticidad:** Añadir componente temporal mediante series de Prony para simular respuesta dinámica.

5.3.2. Incorporación de condiciones fisiológicas

1. **IOP:** Aplicar presión interna de 15 mmHg (\approx 2 kPa) en superficie posterior como pretensado.
2. **Soporte flexible:** Sustituir empotramiento por soporte elástico que represente esclera.
3. **Hidratación:** Modelar variaciones de propiedades con contenido de agua.

5.3.3. Refinamiento geométrico

1. Incorporar geometrías personalizadas basadas en tomografía (OCT, Pentacam).
2. Modelar toricidad y asimetrías naturales.
3. Extender modelo al globo ocular completo para condiciones de contorno más realistas.

5.3.4. Modelo de contacto con indentador explícito

1. Modelar el palpador como cuerpo rígido con geometría específica.
2. Implementar contacto friccional o sin fricción entre palpador y córnea.
3. Permitir desplazamientos controlados (análisis displacement-driven) además de force-driven.

5.3.5. Estudios paramétricos extensivos

1. Realizar análisis de sensibilidad sistemático de todos los parámetros.
2. Generar superficies de respuesta (Design of Experiments) para ROM.
3. Validar contra múltiples conjuntos de datos experimentales.

5.3.6. Activación de no linealidad geométrica

Para cargas más elevadas o desplazamientos mayores, activar la opción **Large Deflection** de ANSYS para capturar efectos de cambio de geometría (formulación Lagrangiana actualizada).

5.3.7. Integración con plataforma de simulación

1. Desarrollar interfaz automatizada para ejecución batch de simulaciones.
2. Generar bases de datos tabuladas F- δ para múltiples configuraciones.
3. Implementar algoritmos de interpolación rápida para consulta en tiempo real.
4. Integrar con motores de física (Unity Physics, PhysX) mediante plugins.

5.4. Reflexión final

El modelo FEM desarrollado cumple con los objetivos planteados, proporcionando una herramienta válida para estudiar la biomecánica corneal ante cargas de palpación. La concordancia con datos experimentales valida el enfoque adoptado, mientras que las limitaciones identificadas establecen claramente la hoja de ruta para mejoras sucesivas.

Este trabajo constituye una base sólida para el desarrollo de simuladores quirúrgicos oftalmológicos realistas, contribuyendo a la mejora de la formación de cirujanos y, en última instancia, a la seguridad y calidad de los procedimientos quirúrgicos sobre pacientes reales.

Bibliografía

- [1] J. Dias and N. Ziebarth. *Anterior and posterior corneal stroma elasticity assessed using nanoindentation.* Experimental Eye Research, 2013. DOI: [10.1016/j.exer.2013.06.004](https://doi.org/10.1016/j.exer.2013.06.004).
- [2] J. A. Last et al. *Compliance profile of the human cornea as measured by atomic force microscopy.* Micron, 2012. DOI: [10.1016/j.micron.2012.02.014](https://doi.org/10.1016/j.micron.2012.02.014).
- [3] S. Kling and S. Marcos. *Corneal Viscoelastic Properties from Finite-Element Analysis of In Vivo Air-Puff Deformation.* PLOS ONE, 2014. DOI: [10.1371/journal.pone.0104904](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0104904).
- [4] G. Pang et al. *A review of human cornea finite element modeling.* 2024 (review article).
- [5] B. J. Blackburn et al. *A Review of Structural and Biomechanical Changes in the Cornea in Aging, Disease, and Photochemical Crosslinking.* Frontiers in Bioengineering and Biotechnology, 2019. DOI: [10.3389/fbioe.2019.00066](https://doi.org/10.3389/fbioe.2019.00066).
- [6] X. Qin et al. *Determine Corneal Biomechanical Parameters by Finite Element Simulation and Parametric Analysis.* Frontiers in Bioengineering and Biotechnology, 2022. DOI: [10.3389/fbioe.2022.862947](https://doi.org/10.3389/fbioe.2022.862947).
- [7] P. J. Shih et al. *Biomechanical Simulation of Stress Concentration and Intraocular Pressure in Corneas Subjected to Myopic Refractive Surgical Procedures.* Scientific Reports, 2017. DOI: [10.1038/s41598-017-14293-0](https://doi.org/10.1038/s41598-017-14293-0).
- [8] C. Gómez et al. *Study of the Influence of Boundary Conditions on Corneal Deformation Based on the Finite Element Method of a Corneal Biomechanics Model.* Bioengineering (MDPI), 2024, 9(2):73.
- [9] Q. M. Ren et al. *Effective elastic modulus of an intact cornea related to indentation behavior under physiological conditions.* 2021.
- [10] Q. Wu et al. *Mechanical properties of stromal striae and corneal behavior.* Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, 2024.
- [11] P. Mazinani et al. *Evaluating corneal biomechanics using intraocular pressure methods and finite element modeling: parameters study and parametric optimization.* ZAMP, 2025. DOI: [10.1007/s00033-025-02587-7](https://doi.org/10.1007/s00033-025-02587-7).
- [12] J. Towler et al. *Typical localised element-specific finite element anterior eye geometry model combined with a localised material model.* Heliyon, 2023.

- [13] A. Karimi et al. *A combination of the finite element analysis and experimental indentation via the cornea*. 2019.
- [14] G. A. Holzapfel, T. C. Gasser, and R. W. Ogden. *A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models*. Journal of Elasticity, 2000.
- [15] ANSYS, Inc. *SOLID187 Element Description (Mechanical APDL Element Reference)*. Documentación ANSYS Help. <https://ansyshelp.ansys.com/>.
- [16] ANSYS, Inc. *SHELL181 Element Description (Mechanical APDL Element Reference)*. Documentación ANSYS Help. <https://ansyshelp.ansys.com/>.
- [17] A. Pandolfi and F. Manganiello. *A model for the human cornea: constitutive formulation and numerical analysis*. Biomechanics and Modeling in Mechanobiology, 2008, 5:237-246.
- [18] H. Studer et al. *Biomechanical model of human cornea based on stromal microstructure*. Journal of Biomechanics, 2010, 43(5):836-842.
- [19] A. S. Roy and W. J. Dupps. *Effects of altered corneal stiffness on native and post-operative LASIK corneal biomechanical behavior: a whole-eye finite element analysis*. Journal of Refractive Surgery, 2012, 25(10):875-887.
- [20] K. Anderson et al. *Application of structural analysis to the mechanical behaviour of the cornea*. Journal of the Royal Society Interface, 2004, 1:1-13.